

Erzeugung von robusten  
magnetfeldabhängigen  
Qubitzuständen für hochpräzise  
Magnetometrie

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines Doktors  
der Naturwissenschaften

vorgelegt von

Diplom-Physiker Ingo Baumgart

eingereicht bei der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät  
der Universität Siegen  
Siegen 2017

Gutachter der Dissertation: Prof. Dr. Christof Wunderlich  
Prof. Dr. Mario Agio

Gutachter der Disputation: Prof. Dr. Christof Wunderlich  
Prof. Dr. Mario Agio  
Prof. Dr. Otfried Gühne  
Prof. Dr. Claus Grupen

Datum der Disputation: 24.07.2017

genehmigte Dissertation

Gedruckt auf alterungsbeständigem holz- und säurefreiem Papier.



# Zusammenfassung

In einer Paul-Falle gespeicherte Ionen können für die Quanteninformationsverarbeitung (QIV) als elementare Prozesseinheiten genutzt werden. Hierzu ist die Fähigkeit der Manipulation der lasergekühlten Ionen wichtig.

Für viele Qubit-Operationen müssen die Ionen in den Schwingungsgrundzustand gekühlt werden. Mit der, in dieser Arbeit umgesetzten, Methode der Raman-Seitenbandkühlung konnte ein einzelnes Ion bis in den Schwingungsgrundzustand gekühlt werden.

Im Vergleich zu Laserlicht bieten Mikrowellenfelder viele Vorteile im Hinblick auf Stabilisierung und Skalierung des Systems.

Ein durchgeführter *Randomized Benchmarking*-Test unterstreicht das enorme Potential, das in der Manipulation von gespeicherten Ionen mit Mikrowellenfeldern liegt. Dabei wurde gezeigt, dass der Fehler pro Rechenschritt kleiner als  $4 \cdot 10^{-4}$  ist.

Die sehr kurzen Kohärenzzeiten  $T_2$ , der mit den Mikrowellenfeldern genutzten magnetfeldabhängigen Qubits, limitieren die Umsetzung dieses Konzepts. Veränderungen der umgebenden elektro-magnetischen Felder führen zu Dephasierung und begrenzen die mögliche Zeit für Gatteroperationen.

In dieser Arbeit wird eine Methode angewendet, die durch die Kombination von inneren atomaren Zuständen und Mikrowellenfeldern so genannte *Dressed States* erzeugt, die sehr widerstandsfähig gegen die Einflüsse der Umgebung sind. Ein *Dressed States*-Qubit erreicht im Vergleich zu atomaren magnetfeldabhängigen Qubits eine um mehrere Größenordnungen längere Kohärenzzeit von einigen Sekunden.

Die Kohärenzzeit eines Sensors ist in der Quantentechnologie die ausschlaggebende Größe, die die effektive und präzise Messung von Magnetfeldern begrenzt.

Durch ein neues Magnetometrie-Protokoll kann für ein *Dressed States*-Qubit eine bisher nicht erreichte Magnetfeldsensitivität von  $4,6 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  bei 14 MHz erzielt werden, die im Bereich des Standard-Quanten-Limits liegt. Die Methode verbindet dabei die hohe Magnetfeldsensitivität mit einer Ortsauflösung im Nanometerbereich. Der Vorteil dieses neuen Schemas, gegenüber den gängigen Verfahren, ist, dass eine sehr hohe Empfindlichkeit für spektrale Komponenten des Magnetfeldes über einen sehr großen Frequenzbereich erreicht werden kann.

# Abstract

Trapped ions can be used for quantum information processing (QIP) as elementary process units. For this purpose, the ability to manipulate the laser-cooled ions is essential. For many qubit operations, the ions have to be cooled to the ground state of their motion. The Raman sideband cooling method, which was used in this work, demonstrates that a single ion could be cooled to the fundamental vibrational state.

Compared to laser light, microwave fields offer many advantages in stabilizing and scaling the system. In this thesis, a conducted *Randomized Benchmarking* test underlines the enormous potential of manipulating stored ions with microwave fields. It was shown that the error per processing step is less than  $4 \cdot 10^{-4}$ .

The very short coherence time  $T_2$  of the magnetic field dependent Qubits driven by microwave fields limit the implementation of this concept. Changes in the surrounding electro-magnetic fields lead to dephasing and limit the possible time for gate operations. In this thesis, a method is implemented that produces so-called *Dressed States* by the combination of internal atomic states with microwave fields, which are highly resistant to influences of the environment. For a *Dressed States*-Qubit the coherence time is extended by several orders of magnitude to a number of seconds compared to atomic magnetic field-dependent qubits.

The coherence time of a sensor is the determining factor in quantum technology that limits the effective and precise measurement of magnetic fields.

A new magnetometry protocol enables a *Dressed States*-Qubit an unprecedented magnetic field sensitivity of  $4,6 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  at 14 MHz located within the standard quantum limit. The method combines the high magnetic field sensitivity with a spatial resolution in the nanometer range. The advantage of this new approach compared to known conventional methods lies in the achievement of a very high sensitivity for spectral components of the magnetic field over a wide frequency range.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Theoretische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1. Die Paul-Falle . . . . .	5
2.2. Zwei-Niveau-System . . . . .	9
2.3. Ytterbium . . . . .	14
2.4. Präparation . . . . .	16
2.5. Nachweiswahrscheinlichkeit . . . . .	18
2.6. Kühlung von Ionen . . . . .	20
2.6.1. Laserkühlen . . . . .	20
2.6.2. Seitenbandkühlung . . . . .	23
2.6.3. Raman-Seitenbandkühlung . . . . .	26
2.6.4. Lamb-Dicke-Regime . . . . .	32
2.6.5. Bestimmung der Temperatur . . . . .	33
2.7. Adressierung und Kopplung ( <i>MAGIC</i> ) . . . . .	39
2.7.1. Adressierung mit <i>MAGIC</i> . . . . .	40
2.7.2. Kopplung mit <i>MAGIC</i> . . . . .	41
2.8. Dekohärenz . . . . .	43
2.8.1. Dissipation und Dekohärenz . . . . .	44
2.8.2. <i>Dynamical Decoupling</i> oder <i>Bang Bang</i> . . . . .	44
2.9. <i>Dressed States</i> . . . . .	45
2.9.1. <i>Stimulated Raman Adiabatic Passage</i> . . . . .	49
2.9.2. <i>Dressed States</i> -Qubit . . . . .	51
2.9.3. <i>Dressed States</i> -MW-Qubit . . . . .	54
2.9.4. Quantengatter mit <i>Dressed States</i> . . . . .	56
2.9.5. Umsetzung von Multiqubit Gattern . . . . .	56
<b>3. Experimenteller Aufbau</b>	<b>59</b>
3.1. Lasersystem bei 369 nm . . . . .	59
3.1.1. Titan:Saphir Ringlaser . . . . .	60
3.1.2. Toptica SHG-110 . . . . .	62
3.1.3. Frequenzverschiebung um 2,1 GHz . . . . .	64
3.2. Ramanlaserfelder . . . . .	66
3.3. 935 nm Laser . . . . .	68
3.4. 638 nm Laser . . . . .	71
3.5. 399 nm Laser . . . . .	72
3.6. Michelson-Lambdameter . . . . .	72
3.7. Paul-Fallen-System . . . . .	74
3.7.1. Magnetfeld . . . . .	75

3.8.	Mikrowellen- und Radiofrequenzfelder . . . . .	76
3.8.1.	Mikrowellenfelder . . . . .	76
3.8.2.	Radiofrequenzfelder . . . . .	78
<b>4.</b>	<b>Ergebnisse der Voruntersuchungen</b>	<b>79</b>
4.1.	Kohärente Mikrowellenspektroskopie . . . . .	80
4.2.	Rabi-Spektroskopieexperimente . . . . .	81
4.3.	Ramsey-Spektroskopieexperimente . . . . .	84
4.3.1.	Ramsey-Spektroskopieexperimente mit Variation der Phase . . . . .	87
4.4.	Randomized Benchmarking . . . . .	90
4.5.	Rückpumpen aus $D_{3/2}$ . . . . .	96
<b>5.</b>	<b>Raman-Seitenbandkühlung</b>	<b>101</b>
5.1.	Ramanübergänge . . . . .	102
5.2.	Fallenfrequenzen . . . . .	105
5.3.	Raman-Seitenbandkühlung . . . . .	106
5.4.	Simulation der durchgeführten Ramanübergänge . . . . .	117
<b>6.</b>	<b>Dressed States</b>	<b>121</b>
6.1.	Präparation der <i>Dressed States</i> . . . . .	122
6.2.	<i>STIRAP</i> -Verfahren . . . . .	123
6.3.	Einfluss einer absoluten Verstimmung der MW-Felder . . . . .	129
6.4.	Einfluss einer relativen Verstimmung der MW-Felder . . . . .	129
6.5.	Lebensdauer der <i>Dressed States</i> . . . . .	132
6.5.1.	Lebensdauer des <i>Dressed State</i> $ B\rangle$ . . . . .	132
6.5.2.	Lebensdauer des <i>Dressed State</i> $ D\rangle$ . . . . .	134
6.5.3.	Lebensdauer der <i>Dressed States</i> $ u\rangle$ und $ d\rangle$ . . . . .	136
6.6.	Ein-Qubit Quantenoperationen . . . . .	139
6.6.1.	Kohärente Radiofrequenzspektroskopie . . . . .	139
6.6.2.	Rabi-Spektroskopieexperimente zwischen $ B\rangle$ oder $ D\rangle$ und $ 0'\rangle$ . . . . .	140
6.6.3.	Ramsey-Spektroskopieexperimente zwischen $ B\rangle$ und $ 0'\rangle$ . . . . .	144
6.6.4.	<i>Dressed States</i> -MW-Qubit . . . . .	148
<b>7.</b>	<b>Ein gespeichertes Ion als Magnetfeldsensor</b>	<b>153</b>
7.1.	Magnetometer . . . . .	153
7.1.1.	Magnetometrie-Methode . . . . .	154
7.1.2.	Vergleich mit anderen Magnetometern . . . . .	161
7.1.3.	Grenzen der Sensitivität . . . . .	162
<b>8.</b>	<b>Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>167</b>
<b>A.</b>	<b>Lasersysteme</b>	<b>175</b>
<b>B.</b>	<b>Charakterisierung von Mikrowellen- und Radiofrequenzfeldern</b>	<b>185</b>

<b>C. TTL-Trigger</b>	<b>195</b>
<b>D. <i>Dressed States</i>-MW-Qubit mit einem Arbiträrgenerator</b>	<b>199</b>
<b>E. Dichtematrix-Simulation</b>	<b>205</b>
<b>F. Verwendete Konstanten</b>	<b>209</b>
<b>G. Geräteliste</b>	<b>211</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>216</b>





# 1

## Einleitung

Die von Charles Babbage im Jahre 1837 entworfene Rechenmaschine „Analytical Engine“ kann als der Wegbereiter des heutigen, universell programmierbaren Computers angesehen werden. Den weltweit ersten Digitalrechner entwickelte Konrad Zuse mit dem Z3 im Jahre 1941 [1]. In den folgenden Jahrzehnten revolutionierte die Halbleiterindustrie mit der Erfindung des Transistors 1948 [2] die Informationsverarbeitung und die Möglichkeiten der Kommunikation grundlegend. Nach dem Mooreschen Gesetz, einer empirischen Beobachtung der technischen Entwicklung, verdoppelt sich die Anzahl der Transistoren in integrierten Schaltungen in etwa alle zwei Jahre [3], wodurch sich die Rechenleistungen immer weiter steigern. Wie lange das Mooresche Gesetz seine Gültigkeit behält ist unklar, doch in absehbarer Zeit wird eine technische Grenze erreicht werden. Wenn die Dimension eines Transistors aus nur noch wenigen Atomen bestehen sollte, kommt es aufgrund quantenmechanischer Effekte zu Tunnelströmen in den Transistoren und es können weitere quantenmechanische Effekte wie Superposition und Verschränkung auftreten. Daher besteht Bedarf nach anderen Möglichkeiten zu forschen, um zukünftige Computer schneller zu machen oder die Quantenmechanischen Effekte bei klassischen Systemen zu nutzen.

Schon 1982 stellte Richard P. Feynman fest, dass zur effizienten Simulation eines quantenmechanischen Vielteilchensystems ein ebenso quantenmechanisches System eingesetzt werden muss [4]. Als Quantencomputer wird darin ein quantenmechanisches System bezeichnet, das quantenmechanische Effekte zur Ausführung von Berechnungen und Simulationen nutzt. 1985 bestätigte David Deutsch, dass ein universeller Quantencomputer in der Lage sei, jedes von einem klassischen Computer lösbare Problem auf die gleiche Art zu lösen und zudem bemerkenswerte Eigenschaften besitzt, die es erlauben, jedes endliche quantenmechanische Problem mit beliebiger Exaktheit zu simulieren [5].

In einem klassischen Computer sind die bei Berechnungen als kleinste Speichereinheit genutzten Bits stets eigenständig und unabhängig voneinander. In Analogie dazu werden in einem Quantenrechner beispielsweise bestimmte Quantenzustände präpariert und kohärent manipuliert [6]. Der allgemeine reine Zustand eines einzelnen Quantum Bits (Qubits) ist die beliebige Superposition der beiden logischen Quantenzustände des Qubits  $\Psi = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$ , mit den komplexen Koeffizienten  $\alpha$  und  $\beta$ . Mehrere Qubits können zudem in einen Zustand präpariert werden, der von diesem Zeitpunkt an nur noch als ein einziger „verschränkter“ Zustand existiert [7]. Die Möglichkeiten der Superposition und der Verschränkung erlauben einem Quantenrechner eine signifikante zeitliche Ver-

## 1. Einleitung

besserung und effizientere Lösungen gegenüber einem klassischen Rechner in zahlreichen Anwendungsbereichen zu erreichen. Die populärsten Beispiele sind der Faktorisierungsalgorithmus von Shor [8] und der Suchalgorithmus von Grover [9]. Grovers Algorithmus ist bei der Suche in einer unsortierten Datenbank quadratisch schneller als ein klassischer Algorithmus [10]. Mit dem Faktorisierungsalgorithmus von Shor kann die Zerlegung einer großen Zahl in ihre Primfaktoren von einem Quantencomputer wesentlich schneller durchgeführt werden als der effizienteste klassische Algorithmus auf einem konventionellen Computer. Auf der Komplexität der Faktorisierung von großen Primzahlen, die aufwändiger ist als deren einfache Erzeugung durch Multiplikation, beruht die Sicherheit einer Vielzahl der aktuell genutzten kryptographischen Verfahren zur Verschlüsselung von Daten. Diese, wie der RSA-Algorithmus [11], werden vorausschauend mit der vorhersehbaren wachsenden Rechenleistung von Computern so angepasst, dass der Schlüssel während der Dauer der beabsichtigten Verwendung nicht faktorisiert werden kann. So ist beispielsweise 2007 eine RSA-Schlüssellänge von 2048-Bit durch das *National Institute of Standards and Technology (NIST)* als voraussichtlich sicher bis in das Jahr 2030 eingestuft worden. Die nicht prognostizierbare Entwicklung, wie die theoretische Verringerung der erforderlichen Zeit einer Primfaktorzerlegung unter eine polynomielle Abhängigkeit, wie sie mit einem leistungsstarken Quantenrechner möglich wäre, bedeutet langfristig ein beträchtliches Risiko für die Verschlüsselung der Daten.

Einfacher umzusetzen als einen Quantencomputer ist die Simulation von Quantensystemen [12–14]. Bereits für recht kleine physikalische Systeme werden die benötigten Berechnungen sehr schnell zu rechenintensiv für klassische Computer [15]. Zudem muss noch der benötigte Speicherplatz für die Simulation selbst berücksichtigt werden. Um die Entwicklung des zu simulierenden Systems zu berechnen, muss im allgemeinen die zeitunabhängige Schrödingergleichung gelöst werden. Durch die Verwendung von Symmetrien, Näherungen und optimierten numerischen Verfahren ist es allerdings nicht immer zwingend notwendig, dass die Hamiltonmatrix der Größe  $2^N \times 2^N$  permanent komplett gespeichert wird [16]. Die Quantensimulation ermöglicht es, mit einem allgemein bekannten und kontrollierbaren System die theoretische Beschreibung eines experimentell nicht überprüfbar Systems zu imitieren und zu untersuchen [17]. Für die Implementierung müssen im Wesentlichen nur drei Punkte erfüllt sein:

Die reproduzierbare kontrollierte Präparation eines Anfangszustandes, die Simulation der gewünschten Dynamik und das Auslesen des Resultats der Simulation.

Mit wenigen Qubits können bereits neue Einblicke in grundlegende quantenmechanische Modelle gewonnen werden [18]. Quantensimulationen können für Mehrkörperprobleme in Physik, Chemie und Biologie eingesetzt werden [19, 20].

In den unterschiedlichsten physikalischen Systemen wird versucht die Quanteninformationsverarbeitung umzusetzen, um einen zukünftigen Quantenrechner zu realisieren. Dazu zählen unter anderem Kernspinresonanzen (*NMR*), die als Qubits die Ausrichtungen des Kernspins der Atome in einem Molekül durch ein magnetisches Feld nutzen [21, 22], Stickstoff-Fehlstellen-Zentren (*NV*) [23], Resonator-Quantenelektrodynamik (*Resonator-QED*) [24], gespeicherte Neutralatome oder Ionen [16], supraleitende Josephson-Kontakte und Quantenpunkte auf Halbleiterbasis [25] sowie Hybridsysteme zwischen

Ionen-Qubits und supraleitenden Qubits [26]. Für die Quantenkommunikation bieten sich entgegengesetzt polarisierte Photonen an [27].

Um in einem System einen Quantencomputer implementieren zu können, müssen bestimmte physikalische Anforderungen erfüllt sein [28, 29]. Basis ist ein skalierbares System aus gut charakterisierten Qubits. Gefordert wird unter anderem die Initialisierung eines Quantenzustandes und die Durchführung universeller Quantengatter. Dabei muss die Kohärenzzeit des Systems wesentlich länger sein als die Laufzeit der Quantengatteroperationen. Zudem muss der Qubit-Zustand des Systems mit hoher Güte messbar sein. Einen vielversprechenden Ansatz stellen in elektromagnetischen Feldern gespeicherte atomare Ionen dar [30]. Seit der Erfindung des *Ionenkäfigs* von Wolfgang Paul im Jahre 1958 [31] sind in Folge der Laserkühlung [32, 33] und der ersten erfolgreichen Beobachtung eines einzelnen Ions im Jahre 1979 [34] viele mögliche Anwendungsgebiete für Ionenfallen entstanden [35–38]. Anfängliche Experimente waren motiviert von den Zielen bessere atomare Frequenzstandards zu entwickeln und präzise Spektroskopie durchzuführen [39]. Heutzutage stellen gespeicherte Ionen immer noch die Basis für hochgenaue atomare Uhren dar [40, 41] und werden für die Quantenmesstechnik in anderen Bereichen genutzt [42], wie zum präzisen Messen von Magnetfeldern [43]. Ein wesentlicher und weitverbreiteter Einsatzbereich ist die Quantensimulation [16, 44, 45]. Von einem einzelnen  $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion wurde die Simulation eines relativistischen Teilchens und der eindimensionalen Dirac-Gleichung [46] durchgeführt [47].

Um Simulationen oder Berechnungen mit gespeicherten Ionen durchführen zu können, müssen sie unter anderem einzeln adressierbar sein, sowie untereinander kommunizieren können. Die Manipulation von in Paulfallen gespeicherten Ionen mit Mikrowellenfeldern, wie sie von Mintert & Wunderlich [48] vorgeschlagen wurde, stellt eine skalierbare Vorgehensweise dar und bietet im Vergleich zu Laserfeldern viele Vorteile. Für die gezielte und reproduzierbare Zustandsmanipulation mit Laserfeldern [30] sind aufwändige und komplexe Anordnungen notwendig. Schon geringe Abweichungen des Laserstrahls in Strahlposition, Strahlform, Frequenz sowie Intensität oder Phase verursachen nicht vernachlässigbare Effekte während der Zustandsmanipulation. Frequenz-, Amplituden- und Phasenstabilität lassen sich bei Mikrowellenfeldern deutlich einfacher erreichen. Die Erzeugung der gewünschten Signale von Mikrowellen- oder Radiofrequenzfeldern und die hoch präzise Stabilisierung lässt sich durch weitverbreitete, kommerzielle Systeme erreichen.

Die Güte von auf Mikrowellen basierenden Gattern wird nicht wie bei Lasern durch induzierte spontane Emission oder Bewegungen des Laserstrahls verringert [49]. Allerdings können Mikrowellenfelder nicht wie Laserstrahlen auf einzelne Ionen fokussiert werden, da ihre Wellenlänge im cm-Bereich liegt und der Abstand zwischen beispielsweise in einer Kette gespeicherter Ionen deutlich geringer ist. Um die Adressierung einzelner Ionen mit Mikrowellenfeldern zu erreichen und gleichzeitig die Wechselwirkung der Ionen untereinander zu erhalten, wird ein Konzept genutzt, das für die Rechenoperationen magnetfeldabhängige Zustände verwendet [48]. Unter Zuhilfenahme von einem Magnetfeldgradienten entlang der Speicherachse der Ionenkette können die Ionen durch elektromagnetische Strahlung im Mikrowellenfrequenzbereich adressiert werden. Die Wech-

## 1. Einleitung

selwirkung zwischen den einzelnen Ionen wird durch eine effektive Spin-Spin-Kopplung erreicht.

Nachteilig bei der Umsetzung dieses Konzeptes ist bisher die sehr kurze Kohärenzzeit  $T_2$  von magnetfeldabhängigen Qubits. Das Auftreten von praktisch unvermeidbaren Schwankungen und Rauschen der umgebenden magnetischen Felder führt zu einer schnellen Dephasierung des Systems.

In Kapitel 2 wird zunächst der theoretische Hintergrund erläutert, auf dem die in dieser Arbeit durchgeführten Experimente basieren. Der Versuchsaufbau, mit dem die in den anschließenden Kapiteln präsentierten und analysierten Resultate erreicht wurden, wird in Kapitel 3 erklärt. In Kapitel 4 werden grundlegende mit einem einzelnen  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion durchgeführte Experimente beschrieben, auf die die in den folgenden Kapiteln umgesetzten komplexeren Experimente aufbauen.

Für viele Qubit-Operationen, wie beispielsweise dem *CNOT*-Gatter [30], ist es grundlegend, dass die verwendeten Ionen in den Bewegungsgrundzustand gebracht werden. Auch in erster Ordnung Bewegungsinsensitive-Verfahren profitieren von der Grundzustandskühlung. Die experimentelle Umsetzung kann durch unterschiedliche Konzepte geschehen. Die mit der Methode der Raman-Seitenbandkühlung erzielten Ergebnisse sind in Kapitel 5 beschrieben. Im Rahmen dieser Arbeit wird eine innovative Methode präsentiert und experimentell überprüft, die es ermöglicht, dass verwendete System weitestgehend widerstandsfähig gegen umgebende Magnetfeldfluktuationen zu machen. Dieses Verfahren ist dabei nicht auf spezielle und aufwendige Abschirmungsmethoden gegen die Einflüsse der Umgebung angewiesen. Die experimentell erzielten Resultate sind in Kapitel 6 dargelegt und zum Teil bereits in [50] veröffentlicht. Wie basierend auf diesem Verfahren Magnetfelder über einen weiten Frequenzbereich mit hoher Präzision gemessen werden können, ist in Kapitel 7 erläutert. Zudem konnte die äußerst hohe Magnetfeldsensitivität experimentell bestätigt werden und ist in [51] publiziert. Kapitel 8 beendet die Arbeit mit einer Schlussbetrachtung und einem kurzen Ausblick auf zukünftige Experimente in den untersuchten Gebieten.

# 2

## Theoretische Grundlagen

Der nachfolgende Abschnitt soll die notwendigen theoretischen Grundlagen für das Verständnis der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente liefern. Die Theorie des Speicherns eines ionisierten Ytterbiumatoms in einer elektrodynamischen Falle wird in Abschnitt 2.1 beschrieben. Es werden die Basiselemente der Initialisierung und des Nachweises der Besetzung eines Zustands dargestellt. Die Theorie der Laserkühlung wird motiviert. Dabei wird besonders auf das Prinzip der Raman-Seitenbandkühlung eingegangen und erklärt, wie es möglich ist, den Schwingungsgrundzustand zu erreichen.

Im Fokus der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente stehen magnetfeldabhängige hyperfein- und zeemanaufgespaltene Zustände, die mit Mikrowellenfeldern adressiert werden können, um sie möglichst robust gegen Fluktuationen des existierenden Magnetfeldes zu machen. Dies stellt einen wichtigen Schritt für die Realisierung eines Quanteninformationsprozessors (QIP) mit Mikrowellenfeldern dar. Die Methode der Erzeugung von speziellen Zuständen (sogenannten *Dressed States*) wird erklärt. Diese sind viel widerstandsfähiger gegen den störenden Einfluss von externen Magnetfeldern als die atomaren Zustände und die mögliche Zeit für die Qubitmanipulation wird signifikant verlängert.

Wie dieses Verfahren genutzt werden kann, um darauf basierend Quantenmanipulationen durchzuführen, wird in diesem Kapitel ausgeführt.

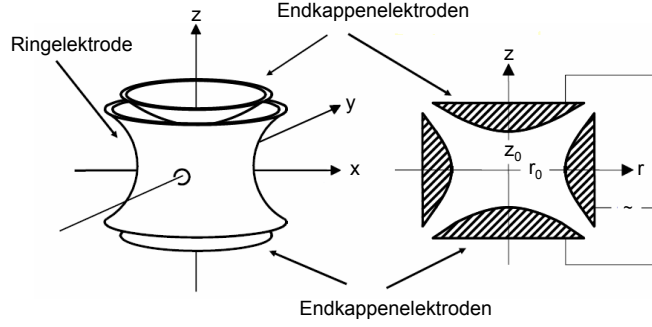
### 2.1. Die Paul-Falle

Das Prinzip einer elektrodynamischen Falle zum dreidimensionalen Fangen und Speichern von geladenen Teilchen wurde erstmals von Wolfgang Paul im Jahr 1958 angewendet [31]. Ein Schema einer Ring-Falle ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Eine Ring-Falle besteht aus einer Ringelektrode und zwei Endkappenelektroden. Zwischen der Ringelektrode und den Endkappenelektroden liegt eine Spannung:

$$U(t) = U_0 + V_0 \cos(\Omega t) \quad (2.1)$$

an, die sich aus einer Gleichspannung  $U_0$  und einer Wechselspannung  $V = V_0 \cos(\Omega t)$  zusammensetzt. Darin sind  $\Omega$  die Frequenz und  $V_0$  die Amplitude der Wechselspannung.

## 2. Theoretische Grundlagen



**Abbildung 2.1.:** Links: Hyperbolische Anordnung der Ringelektrode und der Endkappenelektroden in einer Paul-Falle. Rechts: Darstellung der Abmessungen anhand des Fallenquerschnitts und der angelegten Felder an die Elektroden [52].

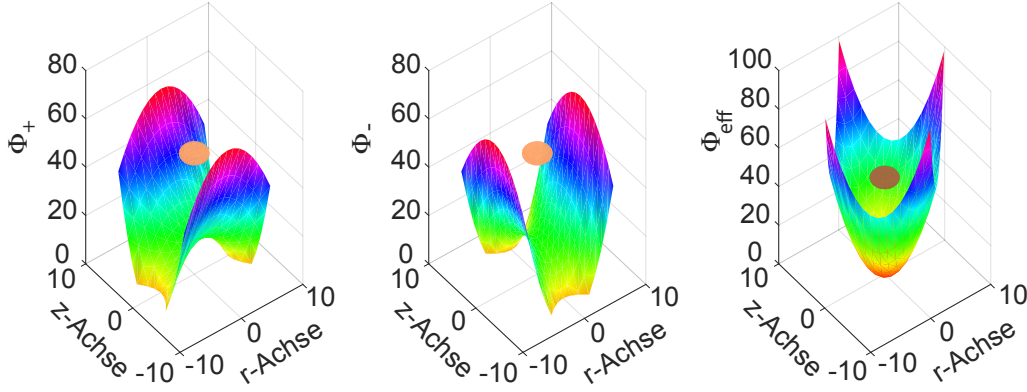
Die Spannung  $U(t)$  ruft im Zentrum der Falle ein elektrisches Quadrupolfeld hervor. Für die Erzeugung eines perfekten Quadrupolpotentials sind hyperbolisch geformte Elektroden notwendig [31]. In der Praxis verzichtet man in der Regel darauf und nutzt einfacher herzustellende Elektrodenformen. Für miniaturisierte Fallen ist es ausreichend, eine Drahtschleife als zylindrische Elektrode zu verwenden. Damit wird im Fallenzentrum ein hinreichend harmonisches Potentialminimum geschaffen [53]. In Zylinderkoordinaten lautet das resultierende Quadrupolpotential  $\Phi$  in der Falle [54]:

$$\Phi(t) = \frac{U(t)}{r_0^2 + 2z_0^2} (r^2 - 2z^2), \quad (2.2)$$

mit  $r^2 = x^2 + y^2$ . Die Ringelektrode hat dabei einen Innendurchmesser von  $2r_0$  und der Abstand der Endkappenelektroden ist  $2z_0$ . Wie ein Teilchen im Potential der Falle gespeichert wird, kann anhand eines mechanischen Analogons verdeutlicht werden. Dazu sind in Abbildung 2.2 die verschiedenen Potentiale veranschaulicht [52]. Das Teilchen wird als Kugel auf einem sattelförmigen Potential dargestellt. Aufgrund des Wechselspannungsanteils von Ring- und Kappenelektroden in Gleichung 2.1 oszilliert das Potential zwischen  $\Phi_+ = r^2 - 2z^2$  und  $\Phi_- = -(r^2 - 2z^2)$ . Das dadurch hervorgerufene Pseudopotential  $\Phi_{\text{eff}} \sim r^2 + 4z^2$  veranschaulicht, wie das Teilchen in einer stabilen Position mit Oszillationen in Abhängigkeit der Frequenz des Potentials in der Ringfalle gespeichert wird.

Im Fall von mehreren Teilchen verdrängen sich diese aufgrund der Coulombkraft aus dem Minimum des effektiven Potentials in Bereiche mit nicht verschwindenden Wechselfeldern. In einer linearen Falle, wie beispielsweise in [55] genutzt, ist die eindimensionale Anordnung der Teilchen in einer Kette möglich. Diese radiale Speicherung erlaubt es, viele Teilchen entlang des Potential-Minimums zu fangen. Dies bietet den großen Vorteil, dass die einzelnen Ionen gezielt mit elektromagnetischen Feldern manipuliert werden können [56].

In der Falle muss das Potential die Laplace-Gleichung  $\Delta\Phi = 0$  erfüllen. Auf ein Teilchen



**Abbildung 2.2.:** Potenzialflächen  $\Phi_+$ ,  $\Phi_-$  und  $\Phi_{\text{eff}}$  in der Nähe des durch eine Kugel dargestellten Fallenteilchens. Wegen des Kosinus-Terms in Formel 2.1 ergeben sich mit der Zeit  $t$  für  $\Phi(r,z,t)$  die alternierenden hyperbolisch-paraboloiden Potentiale  $\Phi_+$  und  $\Phi_-$ . Rechts ist das effektiv wirkende Pseudopotential  $\Phi_{\text{eff}}$  dargestellt. Das mechanische Analogon veranschaulicht, wie ein Teilchen im Potential einer Paul-Falle gespeichert wird [52].

der Ladung  $e$  und Masse  $m$  wirkt die Kraft  $\vec{F} = e\vec{E} = -e\nabla\Phi(r,z,t)$ . Die an den Elektroden angelegte Wechselspannung ruft einen Vorzeichenwechsel der Kraft hervor. Durch eine geeignete Wahl der Werte für die Speicherspannung  $V_0$  und die Speicherfeldfrequenz  $\Omega$  wird das Teilchen im Potential gefangen [57]. Die effektive Kraft wirkt in Richtung des Fallenzentrums. Aus der Kraft  $\vec{F} = -e\nabla\Phi(r,z,t) = m(\frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial t^2})$  auf ein geladenes Teilchen in der Falle lassen sich die Bewegungsgleichungen des Teilchens in radialer und axialer Richtung herleiten [31]:

$$\ddot{r} + (U_0 + V_0 \cos(\Omega t)) \frac{2er}{m(r_0^2 + 2z_0^2)} = 0 \quad (2.3)$$

$$\ddot{z} - (U_0 + V_0 \cos(\Omega t)) \frac{4ez}{m(r_0^2 + 2z_0^2)} = 0. \quad (2.4)$$

Durch die Substitution mit den dimensionslosen Größen:

$$a_z = -2a_r = -\frac{16eU_0}{mr_0^2\Omega^2}, \quad (2.5)$$

$$q_z = -2q_r = \frac{8eV_0}{mr_0^2\Omega^2} \text{ und} \quad (2.6)$$

$$\tau = \frac{\Omega t}{2} \quad (2.7)$$



## 2. Theoretische Grundlagen

gehen die Bewegungsgleichungen in die Mathieu-Gleichungen über [57]:

$$\frac{\partial^2 r}{\partial \tau^2} + (a_r - 2q_r \cos 2\tau)r = 0 \quad \text{und} \quad (2.8)$$

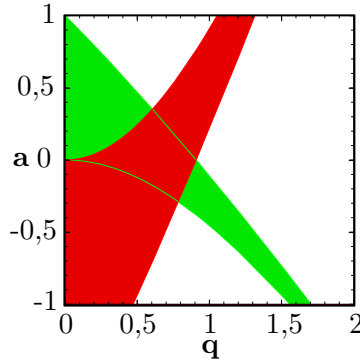
$$\frac{\partial^2 z}{\partial \tau^2} + (-a_z - 2q_z \cos 2\tau)z = 0 . \quad (2.9)$$

Die Mathieu-Gleichungen besitzen zwei unterschiedliche Lösungsformen und haben zum einen instabile Lösungen, bei denen die Bewegungsamplitude des Teilchens mit der Zeit exponentiell ansteigt, bis das Teilchen letztendlich auf eine der Elektroden trifft oder dem Potential entweicht. Die stabilen Lösungen führen zu Fallenfrequenzen mit begrenzter Amplitude in  $r$ - und in  $z$ -Richtung und die Bewegung des Teilchens wird auf den Raumbereich zwischen den Elektroden beschränkt.

Die Lösungen dieser Differentialgleichungen folgen mit  $u = r, z$  aus dem Floquet-Theorem als eine Fourier-Reihe zu [57]:

$$u(\tau) = Ae^{i\beta_u \tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n} e^{i2n\tau} + Be^{i\beta_u \tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C'_{2n} e^{i2n\tau} . \quad (2.10)$$

Die Konstanten  $A$  und  $B$  werden darin von den Anfangsbedingungen festgelegt. Die Koeffizienten  $C_{2n}$  und  $\beta_u$  sind ausschließlich von den Parametern  $a_u$  und  $q_u$  abhängig. Eine stabile Lösung der Differentialgleichung mit beschränkter Amplitude existiert nur für ein reelles, nicht ganzzahliges  $\beta_u$  [31]. Lösungen für stabile Fallenparameter kann man einem Stabilitätsdiagramm entnehmen, in dem die dimensionslosen Größen  $a$  und  $q$  aufgetragen sind (Abbildung 2.3). Für ein gegebenes Verhältnis von Ladung zu Masse ( $\frac{e}{m}$ ) kann durch



**Abbildung 2.3.:** Ausschnitt des Stabilitätsdiagramms für eine hyperbolische Paul-Falle nach [58]. Abgebildet sind die Fallenparameter  $a$  und  $q$ . Der grüne Bereich stellt eine stabile Lösung der beiden Fallenparameter in  $z$ -Richtung dar und der rote Bereich eine stabile Lösung in  $r$ -Richtung. Innerhalb des Schnittbereichs ist eine stabile Speicherung eines Teilchens gleichzeitig in radialer- und axialer-Richtung möglich. Für eine hyperbolische Paul-Falle gilt  $a_z = -2a_r$  und  $q_z = -2q_r$  [31].

geeignete Wahl der Spannungen  $U_0$  und  $V_0$  sowie der Speicherfeldfrequenz  $\Omega$  ein Arbeitspunkt innerhalb des stabilen Bereichs gefunden werden. Für kleine Werte von  $a$  und  $q$ ,

mit  $|a| \ll |q| \ll 1$  gilt die sogenannte adiabatische Näherung oder Dehmelt-Näherung  $\beta_u \approx \sqrt{(a_u + q_u^2/2)}$  [59]. Höhere Ordnungen von  $n$  können vernachlässigt werden, da mit steigendem  $n$  die Koeffizienten  $C_{2n}$  rapide abfallen [57]. Dabei setzt sich die Bewegung der Teilchen aus einer langsamen und einer schnellen Schwingung zusammen. Die Säkularbewegung oder Makrobewegung  $\omega_{u,n=0}$ , eine langsame Schwingung, wird überlagert mit der Mikrobewegung  $\delta$ , einer schnelleren, durch das Speicherfeld getriebenen Schwingung. Die Frequenz der Säkularbewegung kann für  $a = 0$  und  $|q| \ll 1$  als:

$$\omega_z = 2\omega_r = \frac{q_z}{\sqrt{8}}\Omega \quad (2.11)$$

ausgedrückt werden [54].

Die Bewegung der Makrobewegung kann mittels Laserkühlung (Abschnitt 2.6) verringert werden. Die getriebene Mikrobewegung kann reduziert werden, indem das Teilchen näher am Zentrum der Falle gespeichert wird. Im Zentrum der Falle verschwindet die Mikrobewegung aufgrund des verschwindenden Wechselfeldes.

Bei größeren Parametern von  $a$  und  $q$  treten zusätzliche, höhere Ordnungen  $n \in \mathbb{Z}$  der Bewegungen auf [57].

Die Mikrobewegung eines Ions im Fallenpotential hat einen störenden Einfluss auf andere Prozesse. Eine „hohe“ Mikrobewegung kann zu einer reduzierten Speicherzeit des Ions im Fallenpotential führen. In Spektroskopiemessungen können eine deutliche zweite Ordnung der Dopplerverbreiterung beziehungsweise Seitenbänder beobachtet werden und es tritt eine Frequenzverbreiterungen der atomaren Übergänge auf [35]. Die Mikrobewegung kann durch das Anlegen von statischen Spannungen an zusätzliche Korrektur Elektroden reduziert werden. Die dadurch hervorgerufenen Felder können das Teilchen in Richtung des Fallenzentrums verschieben. Die harmonischen Schwingungen mit der Säkularfrequenz und die dadurch hervorgerufene quantisierte harmonische Bewegung eines Ions sind entscheidende Faktoren für Quanten-Informationsprozesse. So basieren Quantengatter wie in [30] beschrieben, auf der Kopplung der Bewegungszustände mit den internen Zuständen der gespeicherten Ionen. Wie die Bewegung des Ions mit den elektronischen internen Zuständen gekoppelt wird, ist in Kapitel 2.6.3 diskutiert.

## 2.2. Zwei-Niveau-System

Das Zwei-Niveau-System ist der Grundbaustein der komplexen Prozesse von Qubitoperationen. Während das Umklappen eines Spins in einem zeitveränderlichen Magnetfeld ein exaktes Zwei-Niveau-System darstellt, ist die Annahme ein Atom als ein solches zu betrachten nur eine Näherung [60]. Mit einem Zwei-Niveau-System kann die Wechselwirkung zwischen zwei Quantenzuständen eines Atoms und monochromatischer elektromagnetischer Strahlung idealisiert werden, ohne Rücksicht auf mögliche Einflüsse durch die Umgebung oder die komplexe Niveau-Struktur des Atoms nehmen zu müssen. Im

## 2. Theoretische Grundlagen

sogenannten Rabi-Modell [61] werden zwei Energiezustände betrachtet, deren Besetzung durch ein elektromagnetisches Feld kohärent manipuliert werden kann. Dies beschreibt gut die Dynamik zwischen zwei atomaren Zuständen, solange mögliche andere (nicht resonante) Übergänge weit entfernt sind. Die beiden Zustände werden in den unterschiedlichen Notationen, als:

$$|0\rangle = |\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad |1\rangle = |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

definiert. Der zeitunabhängige Hamiltonoperator für ein System dieser Art lautet [62]:

$$\hat{H}_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z . \quad (2.13)$$

Der Energieunterschied zwischen den beiden Qubit-Zuständen wird durch  $\hbar\omega_0$  beschrieben. Dabei ist  $\hbar$  das mit  $1/(2\pi)$  normierte plancksche Wirkungsquantum.  $\omega_0$  bezeichnet die Übergangsfrequenz zwischen den beiden Zuständen  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$ . Die Pauli-Spinmatrix  $\hat{\sigma}_z$  ist

$$\hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} . \quad (2.14)$$

Im Falle von reinen Zuständen kann der allgemeine Gesamtzustand des Systems durch eine beliebige Überlagerung der beiden Qubit-Zustände als

$$|\psi\rangle = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle \quad (2.15)$$

ausgedrückt werden [63]. Darin beschreiben die Betragsquadrate der komplexen Zahlen  $c_0$  und  $c_1$  die Besetzungswahrscheinlichkeit des jeweiligen Zustands. Die Besetzungswahrscheinlichkeiten  $|c_0|^2$  und  $|c_1|^2$  sind auf  $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$  normiert. Die Dynamik zwischen den beiden Zuständen und die zeitliche Entwicklung der Besetzung der Zustände wird durch elektromagnetische Strahlung hervorgerufen. Kommt es nun zur Wechselwirkung mit einem eingestrahlten magnetischen Feld  $\vec{B}(\vec{r}, t)$ , können Übergänge zwischen den Zuständen  $|1\rangle$  und  $|0\rangle$  angeregt werden oder eine willkürliche Überlagerung  $\alpha |1\rangle + \beta |0\rangle$  der Qubit-Zustände erzeugt werden, wobei  $\alpha$  und  $\beta$  die entsprechenden Vorfaktoren sind. Der Hamiltonoperator des Gesamtsystems lautet [62]:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}' = \frac{\hbar\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z - \hat{\mu} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) . \quad (2.16)$$

$\hat{H}_0$  ist der oben beschriebene zeitunabhängige Hamiltonoperator des ungestörten Systems und  $\hat{H}'$  beschreibt die zeitabhängige Wechselwirkung mit dem anliegenden externen magnetischen Feld  $\vec{B}(\vec{r}, t) = B_x \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t + \phi) \vec{e}_x$  (hier exemplarisch aus der x-Richtung). Dabei gibt  $\hat{\mu}$  das magnetische Moment an. Der Hamiltonoperator für die Wechselwirkung lässt sich mit der resonanten Rabi-Frequenz [62]:

$$\Omega_R = \frac{1}{\hbar} |\langle 0 | \hat{\mu} \vec{B} | 1 \rangle| \quad (2.17)$$

$$\text{und der Pauli-Spin-Matrix } \hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ als} \quad (2.18)$$

$$\hat{H}' = \frac{\hbar}{4} \Omega_R \hat{\sigma}_x (e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)} + e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)}) \quad (2.19)$$

darstellen. In der Annahme der Dipol-Näherung wird davon ausgegangen, dass die räumliche Veränderung des magnetischen Feldes über das Atom hinweg (und somit auch über dem genutzten Zwei-Niveau-System) in erster Ordnung vernachlässigt werden kann und das magnetische Feld am Ort  $r_0$  des Ions in guter Näherung genutzt werden kann [63]. Der Term  $|kr_0|$  wird dadurch zu einem konstanten Phasenfaktor. Daher kann der Faktor  $e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$  mit  $e^{ikr_0}$  angenähert werden, was lediglich einer Änderung der Phase  $\phi$  entspricht [64]. Der Übergang in das Wechselwirkungsbild wird mit der Transformation [62]:

$$\hat{H}_{\text{WW}} = \hat{U}^\dagger \hat{H}' \hat{U} - i\hbar \hat{U}^\dagger \frac{\partial \hat{U}}{\partial t} \quad (2.20)$$

erreicht. Dabei erfüllt  $\hat{U} = e^{-i\frac{t}{\hbar} \hat{H}_0}$  die unitäre Transformation  $\hat{U}^\dagger \hat{U} = 1$ . Die Verstimmung  $\delta = \omega_0 - \omega$  gibt den Unterschied zwischen der den Übergang anregenden Frequenz des magnetischen Feldes  $\omega$  und der resonanten Übergangsfrequenz  $\omega_0$  an. Da die resonante Rabi-Frequenz  $\Omega_R = \frac{1}{\hbar} |\langle 0 | \hat{\mu} \vec{B} | 1 \rangle|$  typischerweise wesentlich kleiner ist als die den Übergang anregende Frequenz  $\omega$  ( $\Omega_R \ll \omega$ ), kann die Drehwellen-Näherung (RWA) vorgenommen werden. Bei der Drehwellen-Näherung [64] werden die Terme, die mit  $\omega + \omega_0 \approx 2\omega_0$  rotieren, vernachlässigt. Im Wechselwirkungsbild und mit Drehwellen-Näherung folgt der Hamiltonoperator [62]:

$$\hat{H}_{\text{WW}} = \frac{\hbar\delta}{2} \hat{\sigma}_z + \frac{\hbar}{2} \Omega_R (\hat{\sigma}_x \cos \phi + \hat{\sigma}_y \sin \phi) . \quad (2.21)$$

Die Zeitentwicklung des Systems folgt aus der Schrödingergleichung und lautet im Wechselwirkungsbild [63]:

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H}_{\text{WW}} |\Psi(t)\rangle . \quad (2.22)$$

Die Lösung der Schrödingergleichung ist [63]:

$$|\Psi(t)\rangle = \hat{U} |\Psi(t=0)\rangle = e^{-\frac{i\hat{H}_{\text{WW}}t}{\hbar}} |\Psi(t=0)\rangle . \quad (2.23)$$

In der Lösung der Schrödingergleichung kann  $-i\hat{H}_{\text{WW}}t/\hbar$  mit  $-i\Omega t \vec{\sigma} \vec{n}/2$  angenähert werden [63], die Paulimatrizen sind  $\vec{\sigma} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$  und  $\vec{n} = \frac{\Omega_R}{\Omega} (\cos(\phi), \sin(\phi), \frac{\delta}{\Omega_R})$ . Die verallgemeinerte Rabi-Frequenz ist als [65]:

$$\Omega = \sqrt{\Omega_R^2 + \delta^2} \quad (2.24)$$

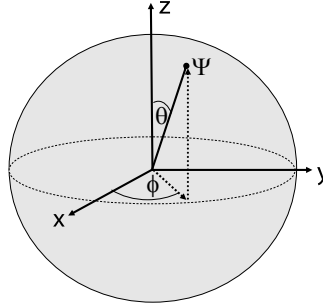
definiert. Die Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeit zwischen den beiden Zuständen wird als Rabioszillation bezeichnet und oszilliert mit der verallgemeinerten Rabi-Frequenz  $\Omega$ . Unter Verwendung der Identität  $e^{i\theta\sigma_x} = \mathbb{1} \cos(\theta) + i\sigma_x \sin(\theta)$  und der Substitu-

## 2. Theoretische Grundlagen

tion  $\theta = \frac{1}{2}\Omega t$  erhält man für den Fall, dass der Anfangszustand des Systems bekannt ist, die Zeitentwicklungsmatrix  $R(\theta, \phi)$ . Die Zeitentwicklungsmatrix  $R(\theta, \phi)$  beschreibt eine Rotation auf der Blochkugel (Abbildung 2.4) [66]. Mit der Blochkugel kann jede beliebige Überlagerung der beiden Zwei-Niveau-Zustände grafisch dargestellt werden [62], wobei die Qubit-Zustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  den Südpol  $(0, 0, -1)$  bzw. den Nordpol  $(0, 0, +1)$  auf der Kugel darstellen [67]. Wie in der Abbildung 2.4 gezeigt ist, gibt  $\theta$  den Nutationswinkel zwischen der z-Achse, auf der sich der Zustand  $|1\rangle$  befindet und dem Zustand  $|\Psi(t)\rangle$  an. Anschließend kann der rotierte Zustand durch:

$$|\Psi(t)\rangle = R(\theta, \phi) |\Psi(t=0)\rangle = \begin{pmatrix} \cos \theta - i \frac{\delta}{\Omega} \sin \theta & -i \frac{\Omega_R}{\Omega} e^{-i\phi} \sin \theta \\ -i \frac{\Omega_R}{\Omega} e^{i\phi} \sin \theta & \cos \theta + i \frac{\delta}{\Omega} \sin \theta \end{pmatrix} |\Psi(t=0)\rangle \quad (2.25)$$

ausgedrückt werden. Dadurch, dass man Kontrolle über  $\Omega t$  wie auch  $\phi$  besitzt, ist es



**Abbildung 2.4.:** Darstellung der Blochkugel. Die positive z-Richtung stellt den Zustand  $|1\rangle$  dar und die negative z-Richtung den Zustand  $|0\rangle$ . Durch Rotationen mit  $R(\theta, \phi)$  kann jeder beliebige Zustand auf der Kugeloberfläche erreicht werden.

möglich, mit Gleichung 2.25 Rotationen zu erzeugen, die jede gewünschte Superposition der beiden Qubit-Zustände  $|1\rangle$  und  $|0\rangle$  ergeben.

Der Qubit-Zustand im Wechselwirkungsbild kann als [62]:

$$|\Psi(t)\rangle = c_0(t)e^{-i(\delta t + \phi)} |0\rangle + c_1(t)e^{i(\delta t + \phi)} |1\rangle \quad (2.26)$$

dargestellt werden. Dabei sind  $c_k(t)$  die Übergangsamplituden zwischen den beiden Zuständen. Die Lösungen dieses Zwei-Niveau Problems sind:

$$\frac{dc_0(t)}{dt} = \frac{i\Omega}{2} e^{-i(\delta t + \phi)} c_1 \quad \text{und} \quad (2.27)$$

$$\frac{dc_1(t)}{dt} = \frac{i\Omega}{2} e^{i(\delta t + \phi)} c_0 . \quad (2.28)$$

Die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Zustands  $k$  nach der Zeit  $t$  ist:

$$P_k(t) = |c_k(t)|^2 . \quad (2.29)$$

Die Besetzungswahrscheinlichkeit aus dem anfänglich initialisierten Zustand  $|0\rangle$  in den Zustand  $|1\rangle$  ergibt sich mit dem Betragsquadrat der Übergangsamplitude  $c_1$  zu:

$$P_1 = |c_1(t)|^2 = \frac{\Omega_R^2}{\Omega^2} \sin^2\left(\frac{1}{2}\Omega t\right). \quad (2.30)$$

Die Summe der Besetzungswahrscheinlichkeiten der beiden Zustände muss:

$$P_1 + P_0 = 1 \quad (2.31)$$

ergeben. In dieser Art der Beschreibung ist es jedoch nicht möglich inkohärente Prozesse, wie spontane Zerfälle aus dem angeregten Niveau, mit einzubeziehen. In der Darstellung der Dynamik mit Hilfe der Dichtematrix  $\hat{\rho}$  ist dies nicht ausgeschlossen. Verwendet man die Dichtematrix als Darstellung für reine Zustände (d.h. wenn der Zustand des Systems völlig bekannt ist) im Zwei-Niveau-System, kann man direkt die Wahrscheinlichkeiten für die Besetzung der Zustände ablesen [62].

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01} \\ \rho_{10} & \rho_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |c_0|^2 & c_0 c_1^* \\ c_1 c_0^* & |c_1|^2 \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Für einen beliebigen gemischten Zustand hat die Dichtematrix die Form [62]:

$$\hat{\rho} = \sum_k \beta_k |\Psi_k\rangle \langle \Psi_k| = \sum_k \beta_k \begin{pmatrix} |c_{0,k}|^2 & c_{0,k} c_{1,k}^* \\ c_{0,k}^* c_{1,k} & |c_{1,k}|^2 \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$

Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens des Zustands  $|\Psi_k\rangle = c_{0,k}|0\rangle + c_{1,k}|1\rangle$  gibt dabei  $\beta_k$  an und es gilt  $\sum \beta_k = 1$ . Die von-Neumann-Gleichung erlaubt es, die kohärente Dynamik der Dichtematrix zu beschreiben [62]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}', \hat{\rho}]. \quad (2.34)$$

Die Lösung der von-Neumann-Gleichung sind die sogenannten optischen Blochgleichungen [68], vier gekoppelte Differentialgleichungen. In [69] ist beschrieben, wie die optischen Blochgleichungen um die Effekte von inkohärenten Prozessen erweitert werden können und durch einen exponentiellen Ansatz gelöst werden. Basierend auf dieser Methode wurden auch die an unterschiedlichen Stellen in dieser Arbeit gezeigten Simulationen durchgeführt.

Die Transformation der Dichtematrix in den Bloch-Vektor  $\vec{\rho}_{\text{Bloch}}$  erlaubt es, den Zustand des Systems als Punkt auf der Blochkugel (Abbildung 2.4) zu beschreiben [67, 70]. Die Transformation des Blochvektors in kartesischen Koordinaten erfolgt nach [62]:

$$x = \rho_{10} + \rho_{01} \quad (2.35)$$

$$y = i(\rho_{10} - \rho_{01}) \quad (2.36)$$

$$z = \rho_{11} - \rho_{00}. \quad (2.37)$$

## 2. Theoretische Grundlagen

Für einen reinen Zustand beschreibt der Blochvektor einen Punkt auf der Oberfläche der Blochkugel. Der Blochvektor eines gemischten Zustands ist kürzer (kürzer als die Einheitslänge eins) und beschreibt daher einen Punkt innerhalb der Blochkugel. Die Zustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  werden durch die Bloch-Vektoren  $(0,0,-1)$  und  $(0,0,+1)$  ausgedrückt. Die Dynamik der zeitlichen Entwicklung des Bloch-Vektors folgt der Bewegung eines klassischen Kreisels [71]:

$$\frac{d}{dt}\vec{\rho}_{Bloch} = \vec{\Omega} \times \vec{\rho}_{Bloch}, \quad (2.38)$$

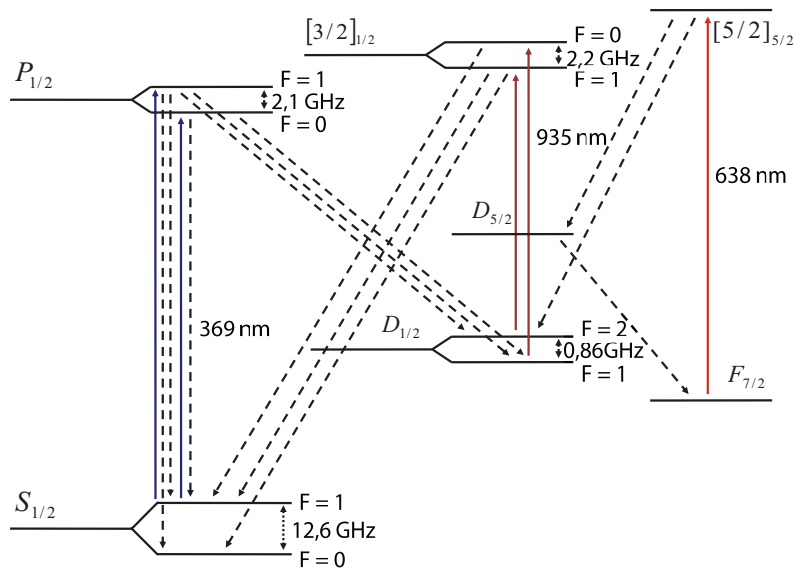
mit dem elektromagnetischen Feld:

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} \Omega_R \cos(\varphi) \\ \Omega_R \sin(\varphi) \\ \delta \end{pmatrix}. \quad (2.39)$$

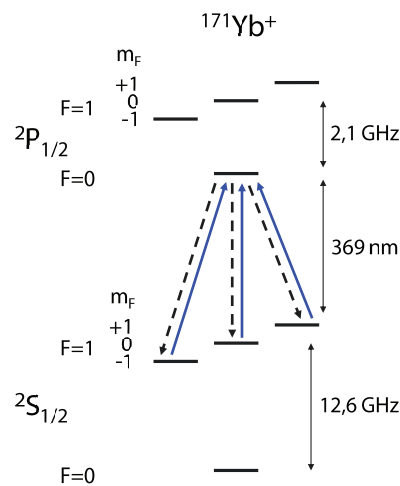
Die Einteilung der zur Manipulation des Qubits verwendeten elektromagnetischen Felder findet oft nach dem Polarwinkel statt, den der Bloch-Vektor des Zustands während der Wechselwirkungszeit überstreicht. Mittels eines „ $\pi$ -Pulses“ wird der Bloch-Vektor um einen Polarwinkel von  $\theta = \pi$  in der Bloch-Kugel rotiert. Angenommen das System befindet sich anfangs im Zustand  $|0\rangle$ , dann führt das Einstrahlen eines elektromagnetischen Feldes, bis  $\theta = \pi$  gilt, zu einer Rotation des Bloch-Vektors um die  $x$ -Achse. Anschließend zeigt die Spitze des Bloch-Vektors zum Nordpol. Ein „ $\pi/2$ -Puls“ würde entsprechend den Bloch-Vektor nur bis zum Äquator rotieren. Allgemein rotiert ein „ $\pi/2$ -Puls“ den Bloch-Vektor um einen Polarwinkel von  $\theta = \pi/2$  in der Bloch-Kugel.

### 2.3. Ytterbium

In dieser Arbeit wurde für die überwiegende Mehrheit der durchgeführten Experimente das mit einer natürlichen Häufigkeit von 14 % vorkommende Isotop 171 des Ytterbium-Atoms (Yb) genutzt. Alternativ bietet die Vakuum-Apparatur, in der sich die Ringfalle befindet, die Möglichkeit das Isotop 172 zu fangen. Das Isotop 171 besitzt einen Kernspin von  $I = \frac{1}{2}$ , wodurch die Energieniveaus in Hyperfeinstruktur-Zustände aufgespalten sind. In einem externen Magnetfeld existiert zudem eine Zeemanaufspaltung der Hyperfeinstruktur-Zustände. Das für die Zeemanaufspaltung notwendige homogene Magnetfeld wird in den hier präsentierten Ergebnissen, je nach der Ausrichtung des Feldes, von unterschiedlichen Spulen erzeugt (siehe Abschnitt 3.7.1). Bei  $^{171}\text{Yb}^+$  kann beispielsweise der magnetische Dipol-Übergang  $|^2\text{S}_{1/2}, F=0\rangle \leftrightarrow |^2\text{S}_{1/2}, F=1\rangle$  des hyperfeinaufgespaltenen Grundzustands (Abbildung 2.5) zur Quantensimulation genutzt werden. In einem externen Magnetfeld bildet dabei einer der drei zeemanaufgespaltenen Zustände ( $m_F = 0, \pm 1$ ) des Zustands  $|^2\text{S}_{1/2}, F=1\rangle$  den quantenlogischen  $|1\rangle$  Zustand. Das kohärente Anregen des Übergangs gelingt durch die Einstrahlung von Mikrowellen bei einer Frequenz von etwa 12,64 GHz. Für den zustandsselektiven Nachweis



**Abbildung 2.5.:** Nicht maßstabsgetreu dargestellt sind die durch die drei Laserfelder bei 369 nm (blau), 935 nm (dunkel rot) und 638 nm (hell rot) angeregten Übergänge von  $^{171}\text{Yb}^+$ . Die Frequenzunterschiede zwischen den hyperfeinaufgespaltenen Zuständen sind angegeben. Übergänge zwischen den Niveaus  $F = 0$  und  $F = 1$  des hyperfeinaufgespaltenen Grundzustands  $^2\text{S}_{1/2}$  können mit einem MW-Feld bei 12,6 GHz durchgeführt werden. Weiterhin sind gestrichelt die relevanten, möglichen spontanen Zerfälle abgebildet.



**Abbildung 2.6.:** Schematisch dargestellt ist, wie resonant auf den Übergang  $|^2\text{S}_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2\text{P}_{1/2}, F = 0\rangle$  eingestrahktes, relativ zur Quantisierungsachse  $\sigma^\pm$  und  $\pi$  polarisiertes Laserlicht bei 369 nm (blaue Linien) mit hoher Wahrscheinlichkeit zu Besetzung des Zustands  $|^2\text{S}_{1/2}, F = 1\rangle$  führt und ein Kreislauf entsteht. Gestrichelt sind die möglichen spontanen Zerfallskanäle dargestellt. Die Aufspaltungsfrequenzen zwischen den hyperfeinaufgespaltenen Zuständen sind angegeben.



## 2. Theoretische Grundlagen

und die Laserkühlung des Ions wird Licht bei 369 nm verwendet, das den Übergang  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  resonant oder rot verstimmt anregt (wie in Abbildung 2.6 schematisch gezeigt ist). Die Fluoreszenz dieses Übergangs ermöglicht den Zustandsnachweis des Ions. Der Übergang  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  mit dem anschließenden Zerfall stellt kein geschlossenes System dar. Das Verzweungsverhältnis aus  $|^2P_{1/2}\rangle$  in das metastabile Niveau  $|^2D_{3/2}\rangle$  ist 0,00501(15) [72]. Die natürliche Lebensdauer des Niveaus  $|^2D_{3/2}\rangle$  beträgt  $\tau = (52,7 \pm 2,4)$  ms [73].

Um Fluoreszenz und Kühlung aufrechtzuerhalten, wird mit Licht, bei einer Wellenlänge von 935 nm, der Zustand  $|^2D_{3/2}\rangle$  über das schnell zerfallende Niveau  $|^3[3/2]_{1/2}\rangle$  zurück in den Grundzustand  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  entleert. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 98,1 % [74] innerhalb von  $t = 37,7(5)$  ns [75].

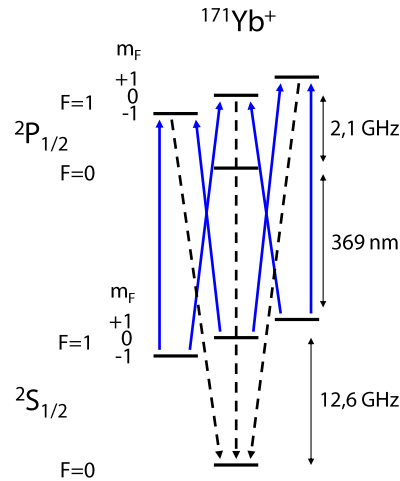
Bei hoher Einstrahlleistung des Rückpumpasers bei 935 nm kann aufgrund von Leistungsverbreiterung der Zustand  $|^3[3/2]_{1/2}, F = 1\rangle$  angeregt werden, der in  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  und  $|^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  zerfällt [76]. Die Resonanzfluoreszenz wird unterbrochen, wenn das Ion in den Zustand  $|^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  zerfällt. Kommt es während des Einstrahlens von Licht bei 369 nm auf den Übergang  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  (wie in Abbildung 2.6 schematisch dargestellt ist) zur Anregung, des um 2,1 GHz entfernten Niveaus  $|^2P_{1/2}, F = 1\rangle$ , kann es zum Zerfall in den Zustand  $|^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  kommen. Der Kühlkreislauf kann durch Einstrahlen eines MW-Feldes zwischen  $|^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  und  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  wieder hergestellt werden. Störend auf den Kühlprozess wirkt sich ein Zerfall in das Niveau  $|^2F_{7/2}\rangle$  aus, obwohl es keinen direkten, erlaubten Übergang aus den  $|^2S_{1/2}\rangle$  und  $|^2P_{1/2}\rangle$  Niveaus in den Zustand  $|^2F_{7/2}\rangle$  gibt. Durch inelastische Stöße mit dem verbliebenem Hintergrundgas in der Vakuumkammer ist der Übergang aus dem Zustand  $|^2D_{3/2}\rangle$  in den Zustand  $|^2D_{5/2}\rangle$  möglich. Dieser zerfällt mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 75 % in das Niveau  $|^2F_{7/2}\rangle$  [69].  $|^2F_{7/2}\rangle$  besitzt eine theoretisch vorhergesagte Lebensdauer von 10 Jahren [73]. Mit Licht bei einer Wellenlänge von 638 nm kann die Besetzung aus dem Niveau  $|^2F_{7/2}\rangle$  über das Niveau  $|^3[5/2]_{5/2}\rangle$  in den Kühlzyklus zurückgeführt werden (Abbildung 2.5)[77].

### 2.4. Präparation

Die effektive und gewünschte schnelle Initialisierung eines Qubitzustands ist für die Umsetzung der Qubitmanipulation von essentieller Bedeutung. Die gezielte Präparation des Ions in den Zustand  $|0\rangle = |^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  ist durch resonante Anregung des Übergangs  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F = 1\rangle$  und den anschließenden Zerfall in den Zustand  $|0\rangle$  möglich. Die Präparationseffizienz in den Zustand  $|0\rangle$  ist abhängig von der Intensität des Lichtes bei 369 nm und dessen Polarisationsrichtung relativ zur Richtung des äußeren Magnetfeldes [78].

Die Anregung eines Dipol-Übergangs zwischen zwei Zeemanniveaus wird durch die Polarisationsrichtung des elektromagnetischen Feldes gekennzeichnet. Ein Übergang mit

$\Delta m_F = 0$  wird als  $\pi$ -Komponente und ein Übergang mit  $\Delta m_F = \pm 1$  wird als  $\sigma^\pm$ -Komponente bezeichnet. Der Wellenvektor  $\vec{k}$  des treibenden Feldes ist senkrecht zum elektrischen Feld  $\vec{E}$ . Um einen  $\pi$ -Übergang anzuregen, muss das elektrische Feld  $\vec{E}$  parallel zur Quantisierungsachse  $\vec{B}_0$  des Magnetfeldes der Helmholtzspulen (Kapitel 2.1) ausgerichtet sein. Es gilt somit  $\vec{k} \perp \vec{E} \parallel \vec{B}_0$ . Um  $\sigma^\pm$ -Übergänge anzuregen, muss das elektrische Feld  $\vec{E}$  senkrecht zur Quantisierungsachse des Magnetfeldes  $\vec{B}_0$  sein ( $\vec{E} \perp \vec{B}_0$ ). Um die schnelle Präparation in den  $|0\rangle$ -Zustands mit hoher Effizienz zu erreichen, bietet



**Abbildung 2.7.:** Schematische Darstellung des optischen Pumpens in den Zustand  $|0\rangle = |^2S_{1/2}, F=0\rangle$  durch Anregung des Übergangs  $|^2S_{1/2}, F=1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F=1\rangle$  mit Laserlicht bei 369 nm (blau Pfeile). Dabei werden sowohl  $\sigma^\pm$ -Übergänge, wie auch  $\pi$ -Übergänge aus allen drei zeemanaufgespaltenen Niveaus  $m_F = 0, \pm 1$  des Zustands  $|1\rangle = |^2S_{1/2}, F=1\rangle$  angeregt. Gestrichelt dargestellt sind die relevanten, möglichen spontanen Zerfallskanäle in den Zustand  $|^2S_{1/2}, F=0\rangle$ . Die Abbildung veranschaulicht welche Übergänge zwischen den hyperfein- und zeemanaufgespaltenen Niveaus erlaubt sind und für die Präparation in den Zustand  $|^2S_{1/2}, F=0\rangle$  genutzt werden können.

es sich an, die Besetzung aus allen drei zeemanaufgespaltenen Niveaus  $m_F = 0, \pm 1$  des Zustands  $|1\rangle = |^2S_{1/2}, F=1\rangle$  sowohl über  $\sigma^\pm$ -Übergänge, wie auch über  $\pi$ -Übergänge in den Zustand  $|0\rangle = |^2S_{1/2}, F=0\rangle$  optisch zu pumpen. Die Gesamtzerfallsrate zwischen dem Niveau  $|^2P_{1/2}\rangle$  und dem Niveau  $|^2S_{1/2}\rangle$  ist  $\Gamma = 2\pi \cdot 19,6 \text{ MHz}$  [75]. Die Zerfallsraten zwischen den einzelnen hyperfein- und zeemanaufgespaltenen Zuständen des Niveaus  $|^2P_{1/2}\rangle$  und des Niveaus  $|^2S_{1/2}\rangle$  betragen je  $\frac{\Gamma}{12}$ . Dies führt nach einer bestimmten Zeit, in Abhängigkeit der eingestrahelten Leistung und der Polarisation des Lichtfeldes, zur Präparation in den Zustand  $|^2S_{1/2}, F=0\rangle$  [78].

Wird das Lichtfeld weiterhin eingestrahlt, ist nicht auszuschließen, dass es erneut zu Anregung des Niveaus  $|^2P_{1/2}, F=1\rangle$  kommen kann. Aufgrund der Lorentzform des Anregungsprofils tritt in Abhängigkeit von der Einstrahlleistung nach gewisser Zeit eine nicht-resonante Anregung des Übergangs  $|^2S_{1/2}, F=0\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F=1\rangle$  auf und dabei kann die Besetzung aus dem Niveau  $|^2S_{1/2}, F=0\rangle$  in das ursprüngliche Niveau  $|^2S_{1/2}, F=1\rangle$

## 2. Theoretische Grundlagen

zurück gepumpt werden [69]. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist gering, da dieser Übergang um  $\Delta\nu = 14,7$  GHz von der Resonanz verschoben ist. Begrenzt durch die Nachweiswahrscheinlichkeit wird experimentell bisher nur eine Präparationseffizienz von etwa 98% erreicht.

Experimentell können aufgrund der endlichen Präparations- und Detektionseffizienz nur gemischte Zustände präpariert werden. Für die Präparationseffizienz folgt [78]:

$$\eta_P = \frac{|\vec{\rho}|}{2(2\bar{\eta} - 1)} + \frac{1}{2}. \quad (2.40)$$

Die mittlere Nachweiswahrscheinlichkeit  $\bar{\eta} = (\eta_0 + \eta_1)/2$  setzt sich aus der Nachweiswahrscheinlichkeit für ein Hell- und Dunkelereignis zusammen (Kapitel 2.5). Der Betrag des Blochvektors  $|\vec{\rho}|$  kann mit Hilfe von Rabioszillationen (Kapitel 4.2) zwischen den beiden Zuständen bestimmt werden. Die Länge des Blochvektors folgt aus dem Kontrast der angepassten Rabioszillationskurve.

### 2.5. Nachweiswahrscheinlichkeit

Nach der, im vorherigen Abschnitt behandelten, Initialisierung des Anfangszustands des Qubits wird im Folgenden beschrieben, wie der Qubitzustand bei  $\text{Yb}^+$  nachgewiesen werden kann. Dies sind grundlegende Voraussetzungen für die Durchführung von Quanteninformationsprozessen.

Die Bestimmung des Qubitzustands findet über die Detektion von Resonanzfluoreszenz statt. Dazu wird Laserlicht resonant auf den Übergang  $|^2\text{S}_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2\text{P}_{1/2}, F = 0\rangle$  eingestrahlt. Das sich im Qubitzustand  $|1\rangle = |^2\text{S}_{1/2}, F = 1\rangle$  befindende Ion wird mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit in den Zustand  $|^2\text{P}_{1/2}, F = 0\rangle$  angeregt. Von dort zerfällt es unter Emission eines Photons zurück in den Zustand  $|1\rangle$  und der stark periodische Übergang beginnt erneut. Bei dem resonanten Prozess können aufgrund von Resonanzfluoreszenz schnell viele Photonen emittiert werden. Wenn sich das Ion im Zustand  $|0\rangle = |^2\text{S}_{1/2}, F = 0\rangle$  befindet, kann keine Resonanzfluoreszenz beobachtet werden, da die Frequenz des Lichtes um  $\Delta\nu = 14,7$  GHz von der Resonanz verschoben ist. Dieses Schema ermöglicht es, den Zustand eines einzelnen Ions mit hoher Wahrscheinlichkeit zu bestimmen.

Der Nachweis, ob sich das Ion im Zustand  $|0\rangle$  oder  $|1\rangle$  befindet, wird mit einem Photomultiplier durchgeführt. In der Auslesezeit, in der das Licht bei einer Wellenlänge von 369 nm eingestrahlt wird, muss es möglich sein, dass anhand der vom Photomultiplier in dieser Zeit detektierten Photonen möglichst eindeutig zwischen einem Hell- und einem Dunkelereignis unterschieden werden kann. Für längere Auslesezeiten nimmt die Wahrscheinlichkeit für optisches Pumpen in den Zustand  $|0\rangle$  zu. Ebenso steigt mit der Leistung des Lichtfeldes bei 369 nm die Wahrscheinlichkeit der nicht resonanten Anregung des um 2,1 GHz verstimmt Niveaus  $|^2\text{P}_{1/2}, F = 1\rangle$ .

Daher liegt die bei den experimentellen Messungen genutzte Auslesezeit bei etwa 3,5 ms.

Die aufgenommenen Daten werden in ein Histogramm umgewandelt, aus dem Parameter wie z.B. die mittlere Photonenzahl, entnommen werden können. Werden  $n$  Photonen in einem Zeitintervall  $t$  detektiert, ergibt sich bei konstanter mittlerer Photonenzählrate  $\gamma$  eine Poissonverteilung [69]:

$$p_i(n) = e^{-\gamma_i t} \frac{(\gamma_i t)^n}{n!} . \quad (2.41)$$

Führt man eine Gewichtung der Poissonverteilungen mit der Wahrscheinlichkeit  $\lambda_0$  für die Besetzung des Zustands  $|0\rangle$  und mit der Wahrscheinlichkeit  $\lambda_1$  für den Zustand  $|1\rangle$  durch und überlagert die gewichteten Poissonverteilungen für Dunkel- und Hellereignisse mit den entsprechenden Zählraten  $\gamma_0$  und  $\gamma_1$ , folgt daraus die Häufigkeitsverteilung zum Nachweisen der Photonenzahlen:

$$P(n) = \lambda_0 p_0(n) + \lambda_1 p_1(n) . \quad (2.42)$$

Aufgrund von optischem Pumpen durch nicht resonante Anregung kommt es zu Abweichungen der beiden Poissonverteilungen. Die Auslesezeit wird dazu so gewählt, dass die Fehldetektion der beiden Verteilungen

$$\epsilon = 1 - \frac{1}{2}(\eta_0 + \eta_1) \quad (2.43)$$

minimal ist. Zur Ermittlung der Nachweiswahrscheinlichkeit zwischen den beiden Zuständen wird eine Schwelle  $S$  gesetzt. Die Schwelle  $S$  liegt bei einem oder bei zwei Photonen. Aus der Summe der Ereignisse unterhalb und oberhalb der Schwelle ergeben sich die Nachweiswahrscheinlichkeiten für ein Dunkel- und ein Hellereignis:

$$\text{für ein Dunkelereignis } \eta_0 = \sum_{n=0}^{S-1} p_0(n) \quad (2.44)$$

$$\text{und für ein Hellereignis } \eta_1 = \sum_{n=S}^{\infty} p_1(n) . \quad (2.45)$$

Die genaue Position der Schwelle  $S$  ist somit für die Nachweiswahrscheinlichkeit ausschlaggebend und muss daher bei der Analyse der Messdaten mit entsprechender Genauigkeit gewählt werden. Es kann zu Fehlzuordnungen kommen, wenn sich die beiden Verteilungen überlappen. Dann führt ein Dunkelereignis zu einer Photonenzahl  $n \geq S$  oder ein Hellereignis zu einer Photonenzahl  $n < S$ . Es ist möglich, die Schwelle so anzupassen, dass die Fehlinterpretationen von Hell- und Dunkelereignissen identisch  $\eta_0 = \eta_1$  sind.

Die nach dieser Methode ermittelte Photonenzahl für die Schwelle  $S$  ist nicht zwingender Weise ganzzahlig. Da der Photomultiplier jedoch nur ganzzahlige Ereignisse registrieren kann, wird bei der Auswertung der Daten festgelegt, bei welcher ganzen Photonenzahl die Schwelle  $S$  liegt. Die Zustands-Nachweiswahrscheinlichkeit wird durch die nichtresonante Anregung des Zustands  $|^2P_{1/2}, F = 1\rangle$  begrenzt. Dadurch ist die Zeit, in der Photonen für ein Hellereignis gezählt werden können, eingeschränkt. Eine eindeutige Trennung zwischen den beiden Poissonverteilungen wird erschwert und die Möglichkeit einer Fehlinterpretation steigt. Der Großteil des Fehlers entsteht durch nichtresonante Anregung des Zustands  $|^2P_{1/2}, F = 1\rangle$  aus dem Zustand  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle$ , da die Hyperfein-

## 2. Theoretische Grundlagen

aufspaltung des Niveaus  $|^2P_{1/2}\rangle$  nur 2,1 GHz beträgt. Ein Übergang aus dem Zustand  $|^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  in das Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  ist durch die Auswahlregeln verboten [69]. Die nichtresonante Anregung des Zustands  $|^2P_{1/2}, F = 1\rangle$  ist stark unterdrückt, weil das Lichtfeld 14,7 GHz von der Resonanz entfernt ist. Aufgrund einer geringen Zerfallswahrscheinlichkeit in den Zustand  $|^2D_{3/2}\rangle$  ergibt sich eine theoretische Reduktion der Nachweiswahrscheinlichkeit von weniger als 0,01%.

Eine Verbesserung kann durch geschickte, nachträgliche Selektion der nachgewiesenen Photonen erreicht werden, wobei für statistisch aussagekräftige Ergebnisse die Zahl der Wiederholungen entsprechend erhöht werden muss. Nachdem die Messung  $N$ -mal wiederholt wurde ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Ion im Hell- oder Dunkelzustand befindet zusammen mit „statistischem“ Rauschen (*quantum projection noise*), das proportional zu  $\sqrt{N}$  ist, bestimmt worden [79]. Der Einfluss dieser wesentlichen Rauschquelle kann für unkorrelierte Wiederholungen nur dadurch verringert werden, dass die Anzahl der Messungen  $N$  erhöht wird.

## 2.6. Kühlung von Ionen

In einer Paul-Falle kann ein Ion als einzelnes Quantensystem isoliert werden [52]. Für die Durchführung von Quanteninformationsprozessen ist es für manche Operationen eine zwingende Voraussetzung, dass die Energiezustände der Ionen möglichst konstant bleiben [30]. Für die Kühlung von Ionen, die in einem Fallenpotential (Kapitel 2.1) gespeichert sind, gibt es verschiedene Methoden, mit denen die kinetische Energie der Ionen in Abhängigkeit des Verfahrens auf unterschiedliche minimale Werte reduziert werden kann. Möglich ist das Dämpfen der Bewegung der Ionen im Fallenpotential, indem sowohl die Amplitude der Mikro- als auch der Säkularbewegung der Ionen auf ein Minimum reduziert werden. Dies hat den Vorteil, dass die kinetische Energie der Ionen mit der Zeit nicht zu groß wird und sie sich nicht soweit aufheizen, dass sie aus der Falle entkommen können. Im Fall der in Kapitel 2.1 beschriebenen Ringfalle kann die Mikrobewegung durch Veränderungen des auf den Korrektorelektroden anliegenden Potentials erzielt werden. Die Minimierung der Säkularbewegung kann mit dem Verfahren der Laserkühlung erreicht werden [32, 33, 80]. Im Folgenden werden die unterschiedlichen Methoden der Laserkühlung genauer betrachtet. Weitere Kühlmethoden sind beispielsweise die Stochastische- oder die Sympathetische-Kühlung auf die jedoch nicht eingegangen wird, aber in [58] nachgeschlagen werden kann.

### 2.6.1. Laserkühlen

Es wird von Laserkühlung gesprochen, wenn ein Atom oder Ion aufgrund der Wechselwirkung mit einem Lichtfeld eine Reduzierung seiner kinetischen Energie erfährt. Die für freie und gebundene Atome vorgeschlagene Methode [32, 80] wurde in [81] zuerst an

gespeicherten Ionen nachgewiesen.

Im Folgenden wird die Methode der Dopplerkühlung eines Ions erklärt. Um die kinetische Energie eines Ions, das sich in einem harmonischen Fallenpotential bewegt, zu reduzieren, nutzt die Methode der Dopplerkühlung den übertragenen Impuls der Photonen aus einem Lichtfeld aus. Der Kühlmechanismus beruht darauf, dass das Ion aufgrund der oszillierenden Bewegung im Fallenpotential zu bestimmten periodisch wiederkehrenden Zeitpunkten mit dem zu kleineren Frequenzen verstimmt Lichtfeld aufgrund des Dopplereffekts in Resonanz gebracht wird. Da das Ion, als Zwei-Niveau-System betrachtet, ein Absorptionsprofil in Form einer Lorentzkurve mit der Linienbreite  $\Gamma$  besitzt, muss die Frequenzverstimmung nicht sehr exakt gewählt werden.

Die kinetische Energie eines in einer Falle gespeicherten Ions kann durch optische Kühlung bis zur so genannten Dopplertemperatur reduziert werden. Die Bewegung des Ions kann als „quasi-frei“ angesehen werden, wenn sich das Ion im schwachen Bindungsregime befindet. Dies ist der Fall, wenn die Frequenz der Säkularbewegung des Ions (Kapitel 2.1) in der Falle viel kleiner ist als die natürliche Linienbreite des für die Kühlung genutzten Übergangs ( $\omega_{r,z} \ll \Gamma$ ). Absorption und Emission finden somit während derselben Oszillationsphase des Ions statt. Das Ion kann als „quasi-freies“ Teilchen angesehen werden, da die Säkularbewegung mit der Frequenz  $\omega_{r,z}$  im Verhältnis zu der Zerfallszeit so langsam ist, dass sich der Ort beziehungsweise die Geschwindigkeit aufgrund der Oszillation des Ions während eines Absorptions- und Emissionsprozesses nur unwesentlich ändert. Zur Vereinfachung der auftretenden Prozesse wird von einem Zwei-Niveau-System ausgegangen, da sonst unter Umständen Zerfälle in andere Zustände auftreten könnten. Zudem werden störende Wechselwirkungen mit der Umgebung vernachlässigt. Bewegt sich das Ion der Masse  $m$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$ , so besitzt es im Grundzustand die Energie  $E_g$ . Daraus resultiert der Impuls  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ . Wird nun entgegen der Bewegungsrichtung des Ions ein Laserstrahl auf das Ion gesandt, so stimmt die Laserfrequenz  $\nu$ , welche vom Ion registriert wird, auf Grund des Dopplereffektes nicht mit der Laserfrequenz im Laborsystem  $\nu_l$  überein [82]:

$$\nu = \nu_l \left( 1 \pm \frac{v}{c} \right). \quad (2.46)$$

Dabei gibt  $c$  die Lichtgeschwindigkeit an. Aufgrund des Dopplereffektes muss daher die Frequenz des Lasers im Laborsystem entsprechend der Geschwindigkeit des Ions zu einer größeren Wellenlänge verstimmt sein (rot verstimmt), damit das Ion ein Photon des Lasers absorbieren kann und aus dem Zustand mit der Energie  $E_g$  in den angeregten Zustand mit der Energie  $E_e$  übergeht. Es ergibt sich der Energieunterschied  $\Delta = \nu_{ge} - \nu_l$ . Dabei ist  $\nu_{ge}$  der Frequenzunterschied zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand. Das Ion absorbiert ein Photon des Laserstrahls mit Wellenvektor  $\vec{k}$  und erhält bei dem Absorptionsprozess einen Impuls  $\hbar \vec{k} = \frac{h\nu}{c}$ . Bei dem anschließenden spontanen Zerfall zurück in den Grundzustand wird ein Photon in eine zufällige Richtung emittiert. Wegen der Impulserhaltung wird dabei ein entsprechender Impulsübertrag auf das Ion übertragen. Wiederholt sich der Prozess der Absorption und spontanen Emission viele Male, so erfährt das Ion einen Gesamtimpuls in Richtung des Laserstrahls, da sich die Impulse der isotrop emittierten Photonen im Mittel aufheben.

## 2. Theoretische Grundlagen

Aufgrund des Energieerhaltungssatzes ergibt sich für die vom Ion emittierten Photonen eine größere Frequenz ( $\nu_{ge}$ ) gegenüber den vom Ion absorbierten verstimmt Laserphotonen ( $\nu_{ge} - \vec{v} \cdot \vec{k}$ ). Dadurch verliert das Ion bei jeder Wiederholung der Absorption und spontanen Emission die kinetischer Energie  $\hbar v k$ . Infolge der spontanen Emission ohne Vorzugsrichtung wird zwar das Ion im Mittel gekühlt, bei jedem einzelnen dieser Prozesse aber ein Impuls mit zufälliger Richtung auf das Ion übertragen. Der Methode der Dopplerkühlung ist, durch die sogenannte Dopplertemperatur  $T_D$ , eine untere Grenze gesetzt. Die mittlere auf das Ion ausgeübte Kraft ist [82]:

$$\vec{F} = \frac{\text{Impulsübertrag}}{\text{Zeit}} = I \cdot \Gamma \hbar \frac{\Gamma^2}{(\Delta + \vec{v} \cdot \vec{k})^2 + \Gamma^2} \vec{k}. \quad (2.47)$$

$\Gamma$  gibt die natürliche Linienbreite des Übergangs  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  an. Das Produkt der Vektoren  $\vec{v} \cdot \vec{k}$ , der Geschwindigkeit des Ions und dem Wellenvektor der Photonen, gibt die Dopplerverschiebung an. Der Sättigungsgrad des Absorptionsprozesses  $I = (dE/\hbar\Gamma)^2$  wird bestimmt durch das Dipolmoment  $d$  des Übergangs und die Amplitude des elektrischen Feldes  $E$ . Die Frequenz des Lasers muss während des Kühlprozesses fortlaufend der sinkenden Geschwindigkeit des Ions angepasst werden. Die Strahlungskraft (Gleichung 2.47) kann für kleine Geschwindigkeiten  $v$  um  $v = 0$  zu [82]:

$$\vec{F} = \vec{F}_0 - \beta \vec{v} + \mathcal{O}(v^2) \quad (2.48)$$

entwickelt werden. Darin ist  $|\vec{F}_0|$  eine konstante Kraft:

$$|\vec{F}_0| = I \Gamma \hbar \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \Delta^2} k \quad (2.49)$$

und für  $\Delta > 0$  beschreibt  $\beta \vec{v}$  eine abbremsende Kraft mit:

$$\beta = \frac{4mI}{(1 + (\Delta/\Gamma)^2)^2} \cdot \frac{\epsilon}{\Gamma} \cdot \Delta. \quad (2.50)$$

Dabei bezeichnet  $\epsilon = \hbar k^2/2m$  die von einem emittierten Photon auf das Ion übertragene Rückstoßenergie. Die maximale abbremsende Kraft  $\beta \vec{v}$  wird für einen Wert von  $\Delta = -\Gamma/\sqrt{3}$  erreicht. Für einen Sättigungsgrad mit  $I \approx 1$  wird Gleichung 2.48 zu [82]:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\beta \vec{v} \quad (2.51)$$

und die von einem emittierten Photon auf das Ion übertragene Rückstoßenergie wird zu  $\epsilon \approx \beta/m$ . Für die kinetische Energie  $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$  ist näherungsweise:

$$\frac{dE_{\text{kin}}}{dt} = -\beta v^2 = -2\epsilon E_{\text{kin}}, \quad (2.52)$$

mit der Lösung:

$$E_{\text{kin}} = E(t=0)e^{-2\epsilon t}. \quad (2.53)$$

Aufgrund der durch die Kühlung auf das Ion wirkenden geschwindigkeitsabhängigen Kraft, nimmt die kinetische Energie des Ions exponentiell ab. Es ist jedoch nicht möglich, die kinetische Energie vollkommen zu extrahieren. Die erreichbare Endtemperatur wird begrenzt durch die natürliche Linienbreite aufgrund der spontanen Emission und der dadurch entstehende Unschärfe. Je kleiner die Linienbreite  $\Gamma$  oder je größer die Lebensdauer  $\tau = \Gamma^{-1}$  ist, um so weiter kann die kinetische Energie reduziert werden, bevor ein Gleichgewicht zwischen Heizen und Kühlen auftritt. Die Dopplertemperatur  $T_D$ , die geringste erreichbare Temperatur, ist definiert als [81]:

$$T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}. \quad (2.54)$$

Darin gibt  $k_B$  die Boltzmann-Konstante an. Die minimale kinetische Energie lautet:

$$E_D = \frac{1}{2}k_B T_D = \frac{\hbar\Gamma}{4}. \quad (2.55)$$

Im Fall von  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ionen wird der  $^2\text{S}_{1/2}, F=1 \leftrightarrow ^2\text{P}_{1/2}, F=0$ -Übergang für die Dopplerkühlung genutzt. Dessen natürliche Linienbreite beträgt  $\Gamma/2\pi = 19,6$  MHz [69]. Die Dopplertemperatur folgt für dieses System nach Gleichung 2.54 zu  $T_D \approx 0,5$  mK. Unter Verwendung von Gleichung 2.55 ergibt sich die Dopplerenergie von  $E_D \approx 40$  neV, da es sich dabei nicht um das idealisierte Schema eines Zwei-Niveau-Systems handelt und daher durch mögliche Zerfälle in andere Zustände der Kühlkreislauf unterbrochen werden kann (Abbildung 2.5). Die Dopplertemperatur entspricht bei einer Fallenfrequenz von  $\omega_z \approx 730$  kHz nach  $\langle E_{\text{kin}} \rangle \approx \langle n \rangle \hbar \omega$  einer mittleren Schwingungsquantenzahl von  $\langle n \rangle \approx 7$ .

### 2.6.2. Seitenbandkühlung

Eine Möglichkeit, niedrigere Temperaturen als die Dopplertemperatur zu erreichen, ist die Seitenbandkühlung. Ein im harmonischen Potential einer Paul-Falle gespeichertes Ion kann sich darin nicht „frei“ bewegen. Das effektive Fallenpotential lässt sich nahe seines Minimums als harmonisch annähern, die Bewegung des Ions entspricht der eines quantisierten harmonischen Oszillators. Die Energiezustände, in denen sich das Ion befinden kann, sind durch die diskreten Quantenzustände der Schwingungsmoden der in Kapitel 2.1 eingeführten axialen und radialen Fallenfrequenzen  $\omega_z$  und  $\omega_r$  bestimmt. Im Folgenden wird die Bewegung des Ions der Masse  $m$  auf die z-Achse beschränkt. Der



## 2. Theoretische Grundlagen

Hamiltonoperator für die Bewegung des Ions lautet:

$$H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_z^2\hat{z}^2. \quad (2.56)$$

Darin beschreibt  $\hat{p}$  den Impuls und  $\hat{z}$  die Position des Ions.

Mit den Erzeugungsoperatoren  $\hat{a}$  und Vernichtungsoperatoren  $\hat{a}^\dagger$  der Schwingungsenergie  $\hbar\omega_z$  ergeben sich  $\hat{z} = \sqrt{\hbar/2m\omega_z}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$  und  $\hat{p} = i\sqrt{\hbar m\omega_z/2}(\hat{a}^\dagger - \hat{a})$ . Damit folgt für den Hamiltonoperator:

$$H = \hbar\omega_z \left( \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right). \quad (2.57)$$

Die Eigenzustände des Hamiltonoperators sind die Schwingungszustände  $|n\rangle$  mit  $n = 0, 1, 2, \dots$  und den Energien  $E_n = \hbar\omega_z(n + 1/2)$ . Seitenbandkühlung kann nur bei Speicherung des Ions im starken Bindungsregime durchgeführt werden, wenn die Fallenfrequenz  $\omega_z$  groß gegenüber der Zerfallsrate des genutzten Übergangs ist ( $\Gamma \ll \omega_z$ ) und groß gegenüber der Linienbreite des genutzten Lasers ist. Nur dann ist es möglich Seitenbänder spektral aufzulösen. Um bei der Seitenbandkühlung die internen und externen Vibrationszustände zu verknüpfen, muss das Ion durch das den Übergang treibende Feld eine Veränderung erfahren, die relativ zur räumlichen Ausdehnung der Wellenfunktion des Ions ist. Der Lamb-Dicke-Parameter (LDP) ist dabei ein Maß für die Änderung des elektromagnetischen Feldes, mit der Wellenlänge  $\lambda$  und dem Wellenvektor  $k$ , im Vergleich zur räumlichen Ausdehnung  $\Delta z = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_z}}$  der Grundzustandswellenfunktion des Ions und ist definiert als [82]:

$$\eta \equiv \Delta z k = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta z = \sqrt{\frac{(\hbar k)^2}{2m\hbar\omega_z}}. \quad (2.58)$$

Die Kopplungsstärke zwischen zwei Vibrationszuständen kann durch den Lamb-Dicke-Parameter ausgedrückt werden. Das Lamb-Dicke-Regime (siehe Abschnitt 2.6.4) ist durch  $\eta^2(2\bar{n} + 1) \ll 1$  definiert [83]. Darin ist  $\bar{n}$  die mittlere Schwingungsquantenzahl. Für die räumliche Ausdehnung gilt  $\Delta z^2 \ll \lambda$ . Wenn sich das Ion im Lamb-Dicke-Regime befindet, hat spontane Emission nahezu keinen Einfluss auf den Bewegungszustand des Ions [82]. Dort ist der Lamb-Dicke-Parameter  $\eta \ll 1$  und der Zerfall durch spontane Emission erfolgt mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit bei der Trägerfrequenz des Übergangs. Ein Ion, das sich in einem beliebigen (von Null abweichenden) Vibrationszustand befindet, kann gekühlt werden, indem die Laserfrequenz so eingestellt wird, dass der Übergang auf dem ersten roten Seitenband angeregt wird. Dazu wird die Frequenz des Lasers  $\omega$  so gestimmt, dass  $\omega = \omega_0 - \omega_z$  gilt. Darin sind  $\omega_0$  die Resonanzfrequenz des Übergangs  $|g, n\rangle \leftrightarrow |e, n\rangle$  und  $\omega_z$  die harmonische Oszillationsfrequenz in axialer Richtung des Ions.

Dadurch wird das Ion aus einem Zustand  $|g, n\rangle$  in einen Zustand  $|e, n-1\rangle$  angeregt und dabei der Schwingungszustand verringert  $|n-1\rangle$ . Bei der anschließenden spontanen Emission, bei der der angeregte Zustand zurück in den Grundzustand zerfällt, ist ein

Übergang mit der Resonanzfrequenz auf dem Träger, ohne Änderung des Bewegungszustands, oder auf den Seitenbändern, mit Änderung des Bewegungszustands, möglich. Im Lamb-Dicke-Regime ist beim Zerfall zurück in den Grundzustand die Wahrscheinlichkeit, dass der Prozess auf dem Träger stattfindet deutlich höher als auf einem der Seitenbänder. Dadurch wird im Mittel die Vibrationsmode  $\bar{n}$  pro Zyklus um 1 verringert [84]. Im Schwingungsgrundzustand  $n = 0$  findet (näherungsweise) eine Entkopplung des Ions vom Lichtfeld statt, da der Grundzustand nicht mehr resonant von einem rot verstimmtten Laserfeld  $\omega = \omega_0 - \omega_z$  angeregt werden kann. Der Kühlprozess kann idealerweise so lange wiederholt werden, bis sich das Ion im Schwingungsgrundzustand befindet und keine Anregung auf dem ersten roten Seitenband mehr möglich ist. Die mit der Methode der Seitenbandkühlung minimal erreichbare kinetische Energie ist [82]:

$$E_{\min} = \hbar\omega_z \left( \frac{\Gamma^2}{\omega_z^2} \left( \alpha + \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{2} \right). \quad (2.59)$$

Der Faktor  $\alpha$  gibt das Erwärmen der axialen Mode an und ist für Dipolstrahlung  $2/5$  [85]. Im starken Bindungsregime ( $\Gamma \ll \omega_z$ ) ist die minimale Energie die Grundzustandsenergie des harmonischen Oszillators mit  $E_0 = \hbar\omega_z/2$ . Die Kühlrate  $R_n$  ist das Produkt der Zerfallsrate  $\Gamma$  des angeregten Zustands (mit einer Schwingungsquantenzahl  $n$ ) und dessen Besetzungswahrscheinlichkeit. Sie folgt [36]:

$$R_n = \Gamma \frac{(\eta\sqrt{n}\Omega)^2}{2(\eta\sqrt{n}\Omega)^2 + \Gamma^2} \quad (2.60)$$

mit der Rabi-Frequenz  $\Omega$  des den Übergang treibenden Feldes. Daraus folgt, dass  $\eta\Omega$  nicht größer als  $\Gamma$  gewählt werden sollte, da sonst die Kühlrate in Sättigung gerät. Die Zerfallsrate und die Rabi-Frequenz begrenzen die maximal mögliche Kühlrate. Die notwendigen kleinen Zerfallsraten ( $\Gamma \ll \omega_z$ ), um die Bewegungsseitenbänder spektral aufzulösen, limitieren durch die entsprechend langen Lebensdauern der angeregten Zustände die Methode der Seitenbandkühlung aufgrund der während dieser Zeit auftretenden Heizprozesse. Für Zustände mit einer sehr langen Lebensdauer kann es sinnvoll sein, diese an ein Niveau mit kurzer Lebensdauer zu koppeln [36]. Mit steigender Rabi-Frequenz  $\Omega$  nimmt die Wahrscheinlichkeit der nicht resonanten Anregung auf dem Träger oder dem blauen Seitenband zu und reduziert die mögliche Kühlung. Die Energiereduktion pro Spontanzerfall ist bei der Seitenbandkühlung in der Regel wesentlich größer als bei der Dopplerkühlung [86]. Im schwachen Bindungsregime bei einem „quasi-freien“ Ion muss die Impulserhaltung zwischen Ion und Laserfeld berücksichtigt werden. Bei starker Bindung ist das Ion an die gesamte Apparatur der Falle gebunden, daher kann der Rückstoß des Photons bei der Emission vernachlässigt werden.

Für  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ionen wurde mit Seitenbandkühlung im Mikrowellenregime eine minimale Schwingungsmode von  $n = (4 \pm 4)$  erreicht [55].

### 2.6.3. Raman-Seitenbandkühlung

Wie im vorherigen Abschnitt hergeleitet wurde, wird die Kühlrate und die minimal erreichbare Schwingungsquantenzahl bei der Seitenbandkühlung durch die Linienbreite des Übergangs bestimmt. Nicht alle Ionen besitzen metastabile Zustände, die mit Laserlicht gekühlt werden können. Um den Grenzfall der starken Bindung  $\Gamma_{\text{eff}} \ll \omega_{r,z}$  zu erreichen, können Ramanübergänge genutzt werden. Die Idee der Raman-Seitenbandkühlung [87] erlaubt es durch die schmale Linienbreite eines Mehrphotonenprozesses, hohe Kühlraten ohne einen Übergang mit langer Lebensdauer zu erzielen.

Obwohl bei der Raman-Seitenbandkühlung drei oder mehr Niveaus beteiligt sind, kann die Struktur, wie im Folgenden beschrieben wird, auf ein effektives Zwei-Niveau-System reduziert werden [87]. Darin beschreibt der Ramanübergang den schmalen optischen Übergang für die Seitenbandkühlung und der Rückpumpprozess den spontanen Zerfall des angeregten Niveaus [88].

Bei einem Ramanübergang handelt es sich um einen Zwei-Photonen-Übergang. Dadurch können auch Übergänge zwischen zwei Zuständen angeregt werden zwischen denen ein direkter Übergang durch die Auswahlregeln verboten ist. Die drei für den Ramanübergang genutzten Zustände ( $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$ ) befinden sich in einer lambdaförmigen Anordnung wie in Abbildung 2.8a gezeigt ist. Vom Anfangszustand  $|1\rangle$  ausgehend findet eine induzierte Absorption eines Photons der Wellenlänge  $\omega_{L1}$  statt. Anschließend wird durch das Lichtfeld der Wellenlänge  $\omega_{L2}$  der Übergang in den Endzustand  $|2\rangle$  stimuliert. Damit der Zwischenzustand  $|3\rangle$  zu keinem Zeitpunkt besetzt wird, müssen die Lichtfelder mit den Frequenzen  $\omega_{L1}$  und  $\omega_{L2}$  weit genug von der eigentlichen Resonanz zu  $|3\rangle$  entfernt sein. Die Verstimmung  $\Delta$  der beiden Laser vom Zwischenniveau ( $|3\rangle$ ) muss dafür viel größer sein als ihre Linienbreite. Dabei ist es gleichgültig, ob  $\Delta$  positiv oder negativ zu der Resonanz des Übergangs ist.

$$|\Delta| \gg \Gamma, \Omega_1, \Omega_2 \quad (2.61)$$

Die geringen Auswirkungen aufgrund von dynamischen ( $AC$ ) Stark-Verschiebungen (Verschiebung der Energie infolge elektrischer Wechselfelder) durch die genutzten Laserfelder sind in [89] ausführlich untersucht. Die Bewegung des Ions wird gekühlt, wenn die Wahrscheinlichkeit für Übergänge zu einer niedrigeren Energie groß ist. Die Parameter der Felder müssen dafür so gewählt werden, dass ein Übergang auf dem roten Seitenband mit hoher Wahrscheinlichkeit auftritt. Entscheidend ist dabei das Verhältnis von Zerfallsrate  $\Gamma$  und Schwingungsfrequenz  $\omega_z$ . Unterhalb der Sättigungsgrenze koppeln die induzierten Ramanübergänge den Zustand  $|1, n\rangle$  an die Zustände  $|2, n \pm 1\rangle$  mit den Übergangsraten  $R_+ = (n + 1) A_+$  und  $R_- = n A_-$ . Die Koeffizienten der Übergangsraten sind [82]:

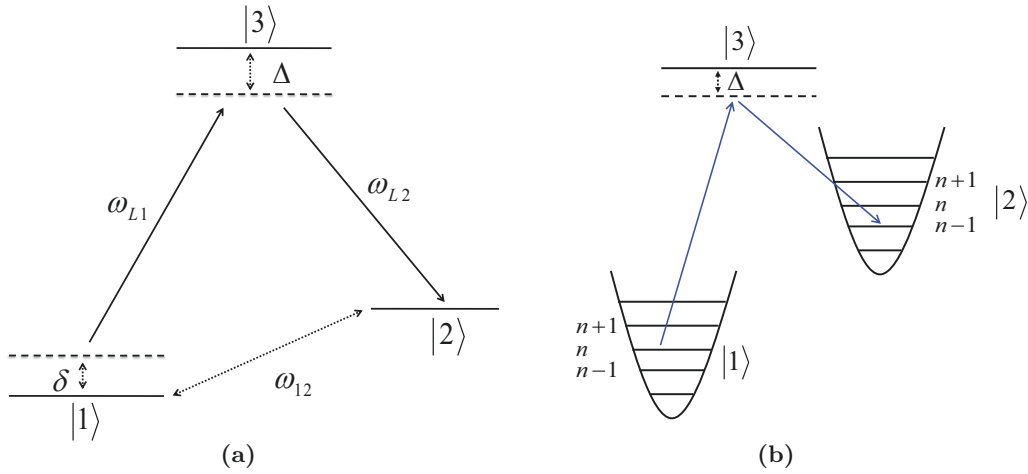
$$A_{\pm} = \frac{\Omega^2}{\Gamma} \eta^2 [\cos^2(\theta) W(\Delta \mp \omega_z) + \alpha W(\Delta)], \quad (2.62)$$

mit den Wahrscheinlichkeiten  $W(\Delta) = (4\Delta^2/\Gamma^2 + 1)^{-1}$  und dem Winkel  $\theta$  zwischen der Bewegungsachse des Ions und der Ausbreitungsrichtung des Lasers. Der Faktor  $\alpha$  gibt

die mittlere Rückstoßenergie in Bewegungsrichtung an, gewichtet nach dem Dipolmodell der spontanen Emission.  $\Delta = \omega_{Li} - \omega_i$  stellt die Verstimmung der Frequenz des Lasers von der Resonanz des Übergangs  $i = 1, 2, 3$  dar. Gleichung 2.62 beschreibt die Kühlraten für den Fall, dass die Laserfelder als laufende Welle angesehen werden. In Anwesenheit eines Intensitäts- oder Polarisationsgradienten verändern sich die Übergangsraten [90]. Mit den Koeffizienten  $A_{\pm}$  der Übergangsraten kann die Entwicklung der Schwingungszustände bestimmt werden. Für die mittlere Schwingungsquantenzahl  $\bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} n \langle n | \rho | n \rangle$  folgt [82]:

$$\frac{d}{dt} \bar{n} = -(A_- - A_+) \bar{n} + A_+ . \quad (2.63)$$

Jede Änderung des Bewegungszustands erfordert einen Impulsübertrag. Die geometri-



**Abbildung 2.8.:** Das Schema in Teil (a) der Abbildung zeigt eine mögliche Anordnung der Niveaus zur Durchführung von Ramanübergängen. Die drei Zustände  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  und  $|3\rangle$  sind in einer lambda-förmigen Konfiguration angeordnet. Die Laserstrahlen mit der Wellenlänge  $\omega_{L1}$  und  $\omega_{L2}$  sind weit von der Resonanz der Übergänge zum Zustand  $|3\rangle$  um  $\Delta$  verstimmt. Die Verstimmung des Zwei-Photonen-Übergangs  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  beträgt  $\delta = -\omega_{L1} + \omega_{L2} + \omega_{12}$ . Teil (b) veranschaulicht die Anordnung der drei Zustände  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  und  $|3\rangle$  zusammen mit den unterschiedlichen Energiezuständen  $n$  des Ions. Die blau dargestellten Laserfelder sind um  $\Delta$  von der Resonanz zum Zustand  $|3\rangle$  verstimmt. Die Verstimmung des Zwei-Photonen-Übergangs  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  beträgt  $\delta = \omega_i$  und entspricht der Fallenfrequenz  $\omega_i$  mit  $i = r, z$ .

sche Anordnung, in der die beiden Laserstrahlen auf das Ion treffen, hat einen großen Einfluss auf den Kühlprozess und entsprechend groß oder klein ist der effektive Wellenvektor  $\Delta \vec{k} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$  [91]. Der effektive Wellenvektor muss eine Komponente in der Richtung der Schwingungsmode besitzen, die gekühlt werden soll. Treffen die Laser in der Schwingungsachse (z.B. axial) aus entgegengesetzten Richtungen auf das Ion und sind ihre Frequenzen weit von den Resonanzen der Übergänge zu dem Zwischenniveau  $|3\rangle$  verstimmt, erfährt das Ion bei der Absorption eines Photons durch den Laser  $\omega_{L1}$  aufgrund der Impulserhaltung einen Rückstoß in Ausbreitungsrichtung des Lasers. Bei der anschließenden induzierten Emission durch das zweite Lichtfeld mit der Frequenz  $\omega_{L2}$

## 2. Theoretische Grundlagen

erfolgt der Rückstoß entgegen der Ausbreitungsrichtung dieses Lasers und in Richtung des ersten Lasers. Dadurch findet insgesamt eine Impulsreduktion des Ions um  $\hbar(k_1 + k_2)$  statt. Der effektive Wellenvektor ist für den Fall, dass die Laserstrahlen gegenläufig orientiert sind maximal  $\Delta\vec{k} = |\vec{k}_2 - \vec{k}_1| \approx 2|\vec{k}_1|$ .

Für den Fall, dass die beiden Raman-Lichtfelder aus dem selben Winkel auf das Ion treffen, ist der effektive Wellenvektor für die Anregung und anschließende stimulierte Emission Null ( $\Delta\vec{k} \approx 0$ ) und keine Bewegungsmoden sind im Spektrum sichtbar. Für die Wiederholung des Prozesses muss das Ion zurück in den Anfangszustand  $|1\rangle$  gebracht werden. Die dabei möglichen Impulsüberträge auf das Ion müssen zudem berücksichtigt werden. Dies ist vom spezifischen Element abhängig und kann auf die unterschiedlichsten Arten realisiert werden. Eine gängige Methode ist den Übergang  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  mit einem weiteren Lichtfeld ohne Verstimmung  $\Delta$  und mit kleinerer Rabi-Frequenz  $\Omega$  anzuregen und über spontane Emission zurück in Zustand  $|1\rangle$  zu gelangen (vorausgesetzt dieser Übergang ist erlaubt).

Im Folgenden wird von nicht gegenläufigen Laserstrahlen ausgegangen. Wodurch  $\Delta\vec{k} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$  gilt. Die beiden Laserstrahlen mit den Feldern  $\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \hat{e}_1 \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega_{L1}t + \phi_1)$  und  $\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \hat{e}_2 \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_{L2}t + \phi_2)$  treffen aus unterschiedlichen Richtungen mit den Wellenvektoren  $k_1$  und  $k_2$  und den zugehörigen Frequenzen  $\omega_{L1}$  und  $\omega_{L2}$  auf das Ion.  $\hat{e}_i$  gibt die Polarisation des jeweiligen Laserfeldes an.

Zur Vereinfachung der möglich auftretenden Prozesse (wie nicht resonante Anregung) wird angenommen, dass der Laserstrahl mit  $\omega_{L1}$  nur die Zustände  $|1\rangle$  und  $|3\rangle$  miteinander koppelt und der Laserstrahl mit  $\omega_{L2}$  nur die Zustände  $|2\rangle$  und  $|3\rangle$ , wie in der Abbildung 2.8a gezeigt ist. In der Abbildung 2.8b sind die unterschiedlichen Energiezustände entsprechend der jeweiligen Schwingungszustände des Ions illustriert. Die Frequenzen der Laser sind wie in den Abbildungen gewählt, damit sie dem Frequenzunterschied  $\omega_{12}$  zwischen den Zuständen  $|1\rangle$  und  $|2\rangle$  und einer Fallenfrequenz  $\omega_i$  oder einem Vielfachen davon entspricht. Der Frequenzunterschied zwischen den Zuständen  $|1\rangle$  und  $|2\rangle$  ist  $\omega_{12} = \omega_{L1} - (\omega_{L2} + \delta)$ . Es wird angenommen, dass die Verstimmung der beiden Laser vom Niveau  $|3\rangle$  die Bedingung  $\delta \ll \Delta$  und  $\omega_i \ll \Delta$  erfüllt. Darin ist  $\omega_i$  eine der (unterschiedlichen) Fallenfrequenzen. Die Zwei-Photonen-Laserverstimmung  $\delta = \omega_z[n - (n-1)]$  wird so gewählt, dass sie dem Frequenzunterschied zweier beliebiger Schwingungszustände entspricht. Die Energiedifferenz zwischen den Zuständen  $|g, n\rangle \leftrightarrow |e, n'\rangle$  ist identisch zu der zwischen  $|g, n+m\rangle \leftrightarrow |e, n'+m\rangle$ . Dabei muss über alle Beiträge summiert werden. Zu Vereinfachung wird von einer Bewegung des Ions nur in z-Richtung ausgegangen. Für den Zwei-Photonen-Ramanübergang bei der effektiven Frequenz  $\omega_{12}$  und dem Wellenvektor  $\Delta\vec{k}$  lautet der aus Kapitel 2.2 bekannte Wechselwirkungsanteil des Hamiltonoperators in Drehwellennäherung [35]:

$$\hat{H}_{\text{WW}} = \frac{\hbar\Omega}{2} (\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-) (e^{i(\Delta k \hat{z} - \omega_{12}t + \phi)} + e^{-i(\Delta k \hat{z} - \omega_{12}t + \phi)}), \quad (2.64)$$

mit den in Abschnitt 2.2 eingeführten Paulispinmatrizen  $\hat{\sigma}_\pm$ . Dabei wird  $\Delta\vec{k}\hat{z} = \Delta k \hat{z}$  mit  $\hat{z} = z_0 (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$  verwendet und  $z_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_z}}$  stellt darin die Ausdehnung der Grundzu-

standswellenfunktion des harmonischen Oszillators in z-Richtung dar. Der Lamb-Dicke-Parameter ist dementsprechend  $\eta = \Delta k z_0$ . Um die Zwei-Photonen-Rabifrequenz zu erhalten und den Effekt der optischen Stark-Verschiebung der beteiligten Zustände zu berücksichtigen, muss der Zustand  $|3\rangle$  hinzugenommen werden und das Drei-Niveau-Problem gelöst werden. Die atomaren elektrischen Dipolmoment-Operatoren der beiden Übergänge sind  $\hat{d}_1$  und  $\hat{d}_2$ . Der Dipolwechselwirkungs-Hamiltonoperator lautet [35]:

$$\hat{H}_{Dip} = \hat{\vec{d}} \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \quad (2.65)$$

$$= \hbar \Omega_1' e^{i(\Delta \vec{k}_1 \cdot \hat{\vec{z}} - \omega_{L1} t)} + \hbar \Omega_2' e^{-i(\Delta \vec{k}_2 \cdot \hat{\vec{z}} - \omega_{L2} t)} . \quad (2.66)$$

Darin stehen die Ausdrücke  $\Omega_1'$  und  $\Omega_2'$  für die beiden Dipol-Rabifrequenzen  $g'_j = \frac{E_j}{2\hbar} e^{i\phi_j} \hat{\epsilon}_j \cdot \hat{\vec{d}}$ , ( $j = 1, 2$ ). Wie in der in Kapitel 2.2 durchgeführten Transformation in das Wechselwirkungsbild, folgen die Lösungen der zeitabhängigen Übergangsamplituden des Zustandsvektors  $\Psi(t)$  aus der Schrödingergleichung und nach der Drehwellennäherung zu [35]:

$$\begin{aligned} \frac{dc_{|3,m\rangle}}{dt} &= i \frac{\Omega_1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} e^{i(\omega_z(m-n)+\Delta)t} \langle m | e^{i\vec{k}_1 \cdot \hat{\vec{z}}} | n \rangle c_{|1,n\rangle} \\ &+ i \frac{\Omega_2}{2} \sum_{m=0}^{\infty} e^{i(\omega_z(m-n)+\Delta+\delta)t} \langle m | e^{i\vec{k}_2 \cdot \hat{\vec{z}}} | n \rangle c_{|2,n\rangle} \end{aligned} \quad (2.67)$$

$$\frac{dc_{|2,m\rangle}}{dt} = i \frac{\Omega_2^*}{2} \sum_{m=0}^{\infty} e^{i(\omega_z(m-n)-\Delta-\delta)t} \langle m | e^{-i\vec{k}_2 \cdot \hat{\vec{z}}} | n \rangle c_{|3,n\rangle} \quad (2.68)$$

$$\frac{dc_{|1,m\rangle}}{dt} = i \frac{\Omega_1^*}{2} \sum_{m=0}^{\infty} e^{i(\omega_z(m-n)-\Delta)t} \langle m | e^{-i\vec{k}_1 \cdot \hat{\vec{z}}} | n \rangle c_{|3,n\rangle} . \quad (2.69)$$

Dabei sind  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$  die elektrischen Dipol-Rabifrequenzen, die die Zustände  $|1\rangle$  und  $|3\rangle$  sowie  $|2\rangle$  und  $|3\rangle$  verbinden. Die Bewegung in z-Richtung wird durch den Zustand  $|n\rangle$  ausgedrückt. Um den effektiven Zwei-Photonen-Übergang zwischen den Zuständen  $|1\rangle$  und  $|2\rangle$  zu erhalten, kann für große Verstimmungen der beiden Laser von der Resonanz zu Zustand  $|3\rangle$ , im Verhältnis zur Zwei-Photonen-Raman-Rabifrequenz  $\Omega_{\text{Raman}} \ll \Delta$ , die adiabatische Eliminierung des Zustands  $|3\rangle$  durchgeführt werden [87]. Dadurch kann angenommen werden, dass  $c_{|1,n\rangle}$  und  $c_{|2,n\rangle}$  langsam im Vergleich zu  $\Delta$  rotieren und deren Zeitabhängigkeit vernachlässigt werden kann. Die Lösung für  $\frac{dc_{|3,m\rangle}}{dt}$  kann nun direkt

## 2. Theoretische Grundlagen

integriert werden [35]:

$$c_{|3,m\rangle} = i \frac{\Omega_1}{2\Delta} \sum_{m=0}^{\infty} e^{i(\omega_z(m-n))t} \langle m | e^{i\vec{k}_1 \cdot \hat{z}} | n \rangle c_{|1,n\rangle} \quad (2.70)$$

$$+ i \frac{\Omega_2}{2\Delta} \sum_{m=0}^{\infty} e^{i(\omega_z(m-n)+\delta)t} \langle m | e^{i\vec{k}_2 \cdot \hat{z}} | n \rangle c_{|2,n\rangle} .$$

Einsetzen in die Gleichungen 2.68 und 2.69 liefert die Übergangselemente [35]:

$$\frac{dc_{|2,m\rangle}}{dt} = i \frac{|\Omega_2|^2}{2\Delta} c_{|2,n\rangle} + i \frac{\Omega_1 \Omega_2^*}{2\Delta} \sum_{n'=0}^{\infty} e^{i(\omega_z(n'-n)-\delta)t} \langle m | e^{i\Delta \vec{k} \cdot \hat{z}} | n \rangle c_{|1,n'\rangle} \quad (2.71)$$

$$\frac{dc_{|1,m\rangle}}{dt} = i \frac{|\Omega_1|^2}{2\Delta} c_{|1,n\rangle} + i \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{2\Delta} \sum_{n'=0}^{\infty} e^{i(\omega_z(n-n')+\delta)t} \langle m | e^{-i\Delta \vec{k} \cdot \hat{z}} | n \rangle c_{|2,n'\rangle} \quad (2.72)$$

des Zwei-Niveau-Systems. Der erste Term ( $\frac{|g_j|^2}{2\Delta}$ ) in den beiden Gleichungen beschreibt die (AC) dynamische Stark-Verschiebung, die die Zustände  $|1\rangle$  und  $|2\rangle$  erfahren. Ist die dynamische Stark-Verschiebung für beide Zustände gleich, ändert sich die Übergangsfrequenz  $\omega_{12}$  zwischen den beiden Zuständen nicht. Der Term  $\langle m | e^{-i\Delta \vec{k} \cdot \hat{z}} | n \rangle$  gibt die Kopplungsstärke zwischen den unterschiedlichen Schwingungszuständen an. Für den Fall, dass die Zwei-Photonen-Verstimmung  $\delta = \omega_z(n - n')$  gerade der Unterschied zwischen zwei Schwingungszuständen ist, vereinfachen sich die Ausdrücke. Unter Vernachlässigung der AC Stark-Verschiebung lauten die Bewegungsgleichungen [35]:

$$\frac{dc_{|2,k\rangle}}{dt} = -i \Omega_{n,n'}^* e^{i\Delta t} c_{|1,n'\rangle} \quad (2.73)$$

$$\frac{dc_{|1,k\rangle}}{dt} = -i \Omega_{n,n'} e^{-i\Delta t} c_{|2,n'\rangle} . \quad (2.74)$$

Darin ist  $\Omega_{n,n'} = \Omega_{n',n} = -\frac{\Omega_1^* \Omega_2}{2\Delta} \langle n | e^{-i\Delta \vec{k} \cdot \hat{z}} | n' \rangle$  die verallgemeinerte Rabifrequenz. Unter Verwendung des Lamb-Dicke-Parameters folgt:

$$\Omega_{n,n'} = -\frac{\Omega_1^* \Omega_2}{2\Delta} \langle n | e^{i\eta(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)} | n' \rangle \quad (2.75)$$

als verallgemeinerte Rabifrequenz. Um die maximale Kopplung an die Bewegung zu erzielen, muss  $\Delta k$  maximal sein. Dies ist für gegenläufige Laserstrahlen der Fall. In den in Kapitel 5 durchgeführten Messungen wurde für die Raman-Seitenbandkühlung ein Winkel von  $135^\circ$  gewählt.

Beginnend in Zustand  $|1,n\rangle$  wird durch Absorption eines Photons des Lasers mit  $\omega_{L1}$  und sofortige, stimulierte Emission eines Photons mit  $\omega_{L2}$  der Übergang  $|1,n\rangle \leftrightarrow |2,n'\rangle$  angeregt. Dieser kohärente Zwei-Photonen-Übergang ist auch in entgegengesetzter Richtung möglich, wodurch es zu einer Oszillation der Besetzungen zwischen den beiden Zuständen kommt. Eine große Verstimmung  $\Delta$  unterdrückt den Anteil der Besetzung in

Zustand  $|3\rangle$ , der zu Dekohärenz des Systems führen würde.

Die zeitabhängige Schrödingergleichung des Systems lautet [92]:

$$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi(t) = \hat{H}(t) \Psi(t) = \left( \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{WW}}(t) \right) \Psi(t). \quad (2.76)$$

Dabei ist  $\hat{H}_0$  der ungestörte Anteil und  $H_{\text{WW}}(t)$  der zeitabhängige Wechselwirkungsanteil des Hamiltonoperators. Die Zustände lassen sich als Superposition der Eigenzustände  $\Psi_n$  des ungestörten Hamiltonoperators  $\hat{H}_0$  entwickeln [92]:

$$\Psi(t) = \sum_{n=1}^3 C_n(t) \Psi_n, \quad (2.77)$$

mit den Amplituden  $C_n(t)$ . Für ein verlustfreies System folgt mit der Drehwellennäherung der Hamiltonoperator [92]:

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega_1 & 0 \\ \Omega_1 & 2\Delta & \Omega_2 \\ 0 & \Omega_2 & 2\delta \end{pmatrix}. \quad (2.78)$$

Darin bezeichnen  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$  die Rabi-Frequenzen der beiden Laserstrahlen, die durch die Übergangsmatrixelemente [63]:

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \frac{\langle 1 | \hat{d} \cdot \vec{E}_1 | 3 \rangle}{\hbar} \\ \Omega_2 &= \frac{\langle 3 | \hat{d} \cdot \vec{E}_2 | 2 \rangle}{\hbar}, \end{aligned} \quad (2.79)$$

für das elektrische Feld  $\vec{E}$  der Laserstrahlen gegeben sind. Wird das Dipolmoment  $\hat{d}$  des gespeicherten Ions mit Fallenfrequenzen  $\omega_i$  um die Terme der Bewegungsseitenbänder erweitert [82]:

$$\hat{d} \propto e^{i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n \eta e^{-in\omega_i t}, \quad (2.80)$$

kann daraus die Wahrscheinlichkeit, ein Photon auf einem Bewegungsseitenband eines Übergangs der Frequenz  $\omega$  zu absorbieren, bestimmt werden.  $\eta = \sqrt{\frac{\hbar k^2}{2m\omega_i}}$  ist der Lamb-Dicke-Parameter,  $n$  die Schwingungsquantenzahl und  $J_n(\eta)$  die Besselfunktionen. Nach der adiabatischen Elimination des Zustands  $|3\rangle$ , aufgrund der großen Verstimmung  $\Delta$  folgt [87]:

$$\hat{H}_{\text{eff}} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \frac{\Omega_1^2}{2\Delta} & \frac{\Omega_1\Omega_2}{2\Delta} \\ \frac{\Omega_1\Omega_2}{2\Delta} & \frac{\Omega_2^2}{2\Delta} - 2\delta \end{pmatrix}. \quad (2.81)$$



## 2. Theoretische Grundlagen

Analog zum Hamiltonoperator des gekoppelten Zwei-Niveau-Systems geben die nicht diagonalen Beiträge die Kopplung der Zustände  $|1\rangle$  und  $|2\rangle$  durch die Rabifrequenzen beider Lichtfelder an. Die Raman-Rabifrequenz [82]:

$$\Omega_R = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta}, \quad (2.82)$$

wird entsprechend eingeführt. Die Lösungen des effektiven Hamiltonoperators folgen mit der effektiven Raman-Rabifrequenz  $\Omega_{\text{eff}} = \sqrt{\Omega_R^2 + \delta^2}$ , der Oszillationsfrequenz zwischen den Zuständen  $|1\rangle$  und  $|2\rangle$ :

$$\begin{aligned} |C_1(t)|^2 &= 1 - \frac{\Omega_R^2}{\Omega_{\text{eff}}^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}}{2}t\right) \text{ und} \\ |C_2(t)|^2 &= \frac{\Omega_R^2}{\Omega_{\text{eff}}^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}}{2}t\right). \end{aligned} \quad (2.83)$$

Die effektive Raman-Rabifrequenz  $\Omega_{\text{eff}}$  kann durch entsprechende Wahl der Verstimmung  $\Delta$  zum Niveau  $|3\rangle$ , der Zwei-Photonen-Verstimmung  $\delta$  und den Laserintensitäten, mit den zugehörigen Rabifrequenzen  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$ , eingestellt werden. Dabei darf  $\Delta$  für die genutzten Laserintensitäten nicht zu klein gewählt werden, da sonst eine Anregung des Niveaus  $|3\rangle$  stattfinden kann.

### 2.6.4. Lamb-Dicke-Regime

Der Hamiltonoperator, der die Kopplung zwischen den internen Freiheitsgraden des Ions und den Schwingungsmoden des harmonischen Fallenpotentials darstellt, hat die folgende Form:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \hbar \Omega_R (\sigma_+ + \sigma_-) \cdot \left[ e^{i\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a})} + h.c. \right]. \quad (2.84)$$

Der Hamiltonoperator aus Gleichung 2.84 vereinfacht sich im Lamb-Dicke-Regime in eine Form, die dem Jaynes-Cummings Hamiltonoperator aus der *Cavity QED* entspricht, wodurch die Wechselwirkung zwischen einem Zwei-Niveau-Atom und einer Mode eines quantisierten elektrodynamischen Feldes beschrieben wird [83]. Der Lamb-Dicke-Parameter  $\eta$  beschreibt die räumliche Ausdehnung des niedrigsten harmonischen Oszillatorzustands (Grundzustand  $n = 0$ ) im Verhältnis zur Wellenlänge des atomaren Übergangs. Das Lamb-Dicke-Regime ist durch folgende Bedingung gegeben [83]:

$$\eta \sqrt{2\bar{n} + 1} \ll 1 \quad (2.85)$$

und besagt, dass das atomare Wellenpaket auf einen Bereich lokalisiert ist, der kleiner ist als die Wellenlänge des internen Übergangs, wodurch Übergänge mit einer Änderung der Schwingungsquantenzahl von mehr als eins stark unterdrückt sind. Mit einer Taylorentwicklung  $e^{i\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a})} = 1 + i\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a}) + \mathcal{O}(\eta^2)$  des Hamiltonoperators aus Gleichung

2.84 folgt [83]:

$$\begin{aligned}
 \text{erstes rotes Seitenband: } \hat{H} &= \frac{1}{2} \hbar \Omega_{n,n-1} (\hat{a} \sigma_+ - \hat{a}^\dagger \sigma_-) & (2.86) \\
 \text{Träger: } \hat{H} &= \frac{1}{2} \hbar \Omega_{n,n} (\sigma_+ + \sigma_-) \\
 \text{erstes blaues Seitenband: } \hat{H} &= \frac{1}{2} \hbar \Omega_{n,n+1} (\hat{a}^\dagger \sigma_+ - \hat{a} \sigma_-) .
 \end{aligned}$$

Dabei wird die Kopplungsstärke durch die entsprechenden Rabifrequenzen ausgedrückt. Die Kopplung:

$$\begin{aligned}
 \text{erstes rotes Seitenband: } \Omega_{n,n-1} &= \Omega_R \eta \sqrt{\bar{n}} & (2.87) \\
 \text{Träger: } \Omega_{n,n} &= \Omega_R (1 - \eta^2 \bar{n}) \\
 \text{erstes blaues Seitenband: } \Omega_{n,n+1} &= \Omega_R \eta \sqrt{\bar{n} + 1}
 \end{aligned}$$

auf den beiden ersten Seitenbändern ist dabei deutlich schwächer als auf dem Träger.  $\Omega_R$  beschreibt die Rabifrequenz des freien Ions.

### 2.6.5. Bestimmung der Temperatur

Für die Bestimmung der Temperatur oder besser gesagt der kinetischen Energie des Ions im Experiment kann das Bewegungseitenbandspektrum eines schmalen optischen Übergangs genutzt werden, wie bei der Seitenband- und Raman-Seitenbandkühlung. Aus dem Spektrum der Seitenbänder kann man Informationen über den Bewegungszustand des Ions gewinnen. Die Amplituden der Seitenbänder des Ions mit dem Lamb-Dicke-Parameter  $\eta$  und der mittleren Schwingungsquantenzahl  $\bar{n}$  ergeben sich in erster Ordnung von  $\bar{n}$ :

$$\begin{aligned}
 \text{erstes rotes Seitenband: } \eta^2 \bar{n} & & (2.88) \\
 \text{Träger: } 1 - \eta^2 (2\bar{n} + 1) & \\
 \text{erstes blaues Seitenband: } \eta^2 (\bar{n} + 1) & .
 \end{aligned}$$

Mit Hilfe eines bekannten Lamb-Dicke-Parameter kann aus dem Verhältnis der Amplitude von Träger zu Seitenband der mittlere Schwingungszustand  $\bar{n}$  bestimmt werden. Ebenso kann aus der Asymmetrie der Amplituden zwischen dem ersten roten und dem ersten blauen Seitenband die Temperatur des Ions ermittelt werden.

Aus dem Verhältnis der Amplituden des ersten roten Seitenbands zum ersten blauen Seitenband  $r = \bar{n} / (\bar{n} + 1)$  folgt [93]:

$$\bar{n} = \frac{r}{1 - r} . \quad (2.89)$$

## 2. Theoretische Grundlagen

Die Genauigkeit dieser Methode ist besonders hoch für geringe  $\bar{n}$ , wenn das rote Seitenband fast verschwindet. Dann eignet sich die Methode sehr gut zur Bestimmung der Temperatur. Für hohe Schwingungszustände sinkt die Asymmetrie zwischen dem roten und blauen Seitenband und die Präzision der Messmethode nimmt ab [93].

Eine andere Möglichkeit ist die Bestimmung der unterschiedlichen Rabifrequenzen des Trägers und der Seitenbänder. Die Rabifrequenz ist abhängig vom Schwingungszustand  $n$ , wie in 2.88 aufgelistet. In einem kohärent angeregten Übergang wird jeder Schwingungszustand  $n$  der thermischen Verteilung mit einer unterschiedlichen Frequenz oszillieren. Dies führt zwangsläufig zu Dephasierung. Anhand der Dephasierung kann die Temperatur des Ions bestimmt werden. Mit der Methode der Rabioszillationen lässt sich der Schwingungszustand des Ions genauer bestimmen als mit der Spektroskopiemethode. Kohärente Oszillationen können in sehr kurzer Zeit angeregt werden, wodurch die Wahrscheinlichkeit für Laser-induzierte Dekohärenz klein ist. Direkte Spektroskopie sollte daher generell unter der Sättigung stattfinden [93].

Die schmale Linienbreite des Ramanüberganges limitiert in der Praxis nicht den Kühlprozess. Die minimale erreichbare Temperatur ist begrenzt durch nicht resonante Anregung auf den anderen Seitenbändern und kann durch  $\bar{n} \approx (\Omega_R/\omega_i)^2$  ausgedrückt werden [94]. Befindet sich das Ion in dem im vorherigen Abschnitt eingeführten Lamb-Dicke-Regime (Kapitel 2.6.4), hat spontane Emission kaum Auswirkungen auf den Bewegungszustand des Ions. Durch Absorption auf dem ersten roten Seitenband wird dem Ion ein Schwingungsquant entzogen. Unter der Voraussetzung, dass die Rabifrequenz klein gegenüber der Verstimmung  $\Delta$  und der Zerfallsrate  $\Gamma$  ist, können die höheren angeregten elektronischen Zustände adiabatisch eliminiert werden und nur die zwei niedrigsten Schwingungszustände betrachtet werden. Der folgende Abschnitt ist an die in [86] beschriebene Theorie angelehnt. Ausgehend von einem klassischem, monochromatischem, in  $z$ -Richtung propagierendem Lichtfeld mit der Wellenlänge  $\omega_l$  gilt für das Ion  $E_{ion} = E_0 e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_l t)}$ . Darin gibt  $\vec{k}$  den Wellenvektor an. Für das in  $z$ -Richtung mit der Amplitude  $z_0$  und der Phase  $\phi$  oszillierende  $z = z_0 \sin(\omega_z t + \phi)$  Ion folgt das Feld:

$$\begin{aligned} E_{ion} &= E_0 e^{-i(kz_0 \sin(\omega_z t) - \omega_l t)} \\ &= E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(kz_0) e^{-i(\omega_l + n\omega_z)t}. \end{aligned} \quad (2.90)$$

Auf das sich bewegende Ion wirken das Lichtfeld mit der Träger-Frequenz  $\omega_l$  und zudem die Lichtfelder mit den Frequenzen  $\omega_l \pm n\omega_z$ , die um das  $n$ -fache der entsprechenden Säkularfrequenz verschoben sind. Die Besselfunktionen  $J_n(\zeta) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(\zeta \sin y - ny) dy$  geben für  $kz_0$  die relative Höhe der Seitenbänder an.

Um später aus dem Absorptionsspektrum die Schwingungsquantenzahl ermitteln zu können, muss vorher die Anregungswahrscheinlichkeit zwischen allen möglichen Übergängen aus dem Anfangszustand bestimmt werden [86]. Mit Hilfe der optischen Bloch-Gleichungen wird die Dynamik zwischen den Zuständen  $|g, n\rangle$  und  $|e, (n+m)\rangle$  berechnet

[53]:

$$\begin{aligned}
 \dot{\rho}_{ee}^{n+m} &= \frac{i}{2} \Omega_{n+m} (\rho_{ge}^{nm} - \rho_{eg}^{mn}) - \Gamma \rho_{ee}^{n+m} & (2.91) \\
 \dot{\rho}_{eg}^{mn} &= \frac{i}{2} \Omega_{n+m} (\rho_{gg}^n - \rho_{ee}^{n+m}) + (i\Delta - m\omega_z - \Gamma_l) \rho_{eg}^{mn} \\
 \rho_{ee}^{n+m} &\equiv \langle e, n+m | \hat{\rho} | e, n+m \rangle & \rho_{gg}^n &\equiv \langle g, n | \hat{\rho} | g, n \rangle \\
 \rho_{eg}^{nm} &\equiv \langle e, n+m | \hat{\rho} | g, n \rangle & \rho_{ge}^{mn} &\equiv \langle g, n | \hat{\rho} | e, n+m \rangle.
 \end{aligned}$$

$\hat{\rho}$  ist die aus Gleichung 2.32 bekannte Dichtematrix für dieses Zwei-Niveau-System. Die Diagonalelemente  $\rho_{ee}$  und  $\rho_{gg}$  geben die Besetzung der beiden Zustände an und  $\rho_{ge}$  und  $\rho_{eg}$  beschreiben die Kopplung zwischen diesen. Die Linienbreite des anregenden Laserlichtfeldes ist  $\Gamma_l$  und die Zerfallsrate des Übergangs ist  $\Gamma$ .  $\Delta = \omega_l - \omega_{ge}$  gibt die Verstimmung des Lichtfeldes von der Resonanzfrequenz des Übergangs an. Der Index der Rabifrequenz  $\Omega$  des Übergangs  $n+m$  [95]:

$$\Omega_{n+m} = \frac{\langle e, n+m | -\frac{q_e}{M} \vec{A} \cdot \vec{P}_{el} \cdot e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_{el}} | g, n \rangle}{\hbar}, \quad (2.92)$$

soll verdeutlichen, dass die Wechselwirkung mit dem Lichtfeld neben dem elektrischen Übergang auf dem Träger auch Übergänge zwischen den Schwingungszuständen bewirken kann.  $\vec{R}_{el}$  und  $\vec{P}_{el}$  beschreiben den Ort und den Impuls des am Übergang beteiligten Elektrons mit der Ladung  $q_e$ . Das Vektorpotential des Lichtfeldes ist  $\vec{A}$ . Um die Rabifrequenz zu berechnen wird der Ort und der Impuls des Elektrons in einen Anteil zerlegt, der die Elektronenbewegung bezüglich des Schwerpunkts beschreibt ( $\vec{z}$ ,  $\vec{P}$ ) und in einen Anteil, der die Bewegung des Elektrons bezüglich des Kerns angibt ( $\vec{r}$ ,  $\vec{p}$ ):

$$\vec{R}_{el} = \vec{z} + \vec{r} \quad (2.93)$$

$$\vec{P}_{el} = \vec{P} + \vec{p}. \quad (2.94)$$

In nicht relativistischer Näherung kann die Rabifrequenz des gebundenen Systems zu [86]:

$$\Omega_{n+m} = \langle n+m | e^{i\vec{k} \cdot \vec{z}} | n \rangle \cdot \Omega \quad (2.95)$$

vereinfacht werden. Darin entspricht  $\Omega$  der aus Kapitel 2.2 bekannten Rabifrequenz des elektronischen Übergangs. Die Anfangsbedingungen werden so gewählt, dass sich das Ion zur Zeit  $t=0$  im Grundzustand  $|g, n\rangle$  befindet und es gilt  $\rho_{gg}^n(t=0) = 1$ ,  $\rho_{ee}^{n+m}(t=0) = 0$  und daher  $\rho_{ge}^{nm}(t=0) = 0$ . Experimentell ist die Bandbreite des anregenden Lichtfeldes  $\Gamma_l$  wesentlich größer als die natürliche Linienbreite des Übergangs  $\Gamma$ . Unter der Annahme, dass die mit  $\Gamma_l$  zerfallenden Kohärenzen nach der Wechselwirkungszeit  $\tau$  aus gedämpft sind, befindet sich das Ion in einem quasi-stationären Zustand und es gilt  $\rho_{ee}^{n+m} \neq 0$  und

## 2. Theoretische Grundlagen

$\rho_{ge}^{nm} \approx 0$ . Die Besetzung des angeregten Zustands  $|e\rangle$  lautet [86]:

$$\rho_{ee}(\tau, \Delta) = \sum_m \rho_{ee}^{n+m}(\tau, \Delta - m\omega_z) \quad (2.96)$$

$$\rho_{ee}^{n+m}(\tau, \Delta) = \frac{1}{2} \frac{S\sigma_{n,m}}{1 + S\sigma_{n,m}} \left[ 1 - e^{-\Gamma\tau(1+S\sigma_{n,m})} \right] \quad (2.97)$$

mit  $S = \frac{\Omega^2}{\Gamma\Gamma_l} \cdot \frac{\Gamma_l^2}{\Gamma_l^2 + \Delta^2}$ . Aus den Quadraten der Übergangsmatrixelemente folgt das Absorptionsspektrum:

$$\sigma_{n,m} = \left| \langle n+m | e^{i\vec{k}\cdot\vec{z}} | n \rangle \right|^2. \quad (2.98)$$

Beschreibt man den Ortsoperator des Schwerpunkts mit den Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren, lautet die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen den Schwingungszuständen von  $|n\rangle$  nach  $|n+m\rangle$  in Drehwellennäherung und unter Verwendung des Laguerre-Polynoms  $L_n^k(z) = \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{n+k}{n-j} \frac{z^j}{j!}$  [95]:

$$\sigma_{n,m} = e^{-\eta^2} \eta^{2|m|} \frac{\min(n+m, n)!}{(\min(n+m, n) + |m|)!} \cdot \left[ L_{\min(n+m, n)}^{|m|}(\eta^2) \right]^2. \quad (2.99)$$

Das Verfahren der Dopplerkühlung eines Ytterbium-Ions, wie in Kapitel 2.6.1 beschrieben, findet bei schwacher Speicherung des Ions in der Falle statt. Dabei ist die natürliche Linienbreite des genutzten Übergangs viel größer als die Fallenfrequenzen. Bei den Prozessen der Anregung und der spontanen Emission werden immer auch die Seitenbänder mit angeregt. Daher liegt eine thermische Phononen-Population vor und die Besetzung der Schwingungszustände entspricht im zeitlichen Mittel der Maxwell-Boltzmann-Verteilung [82]. Im starken Bindungsregime kann die thermische Besetzungsverteilung durch die mittlere Schwingungsquantenzahl  $\bar{n}$  des harmonischen Oszillators ausgedrückt werden. Die thermische Besetzungswahrscheinlichkeit ist durch [96]:

$$P(n) = \frac{1}{\bar{n} + 1} \left( \frac{\bar{n}}{\bar{n} + 1} \right)^n \quad (2.100)$$

gegeben. Für die axiale Bewegung mit der Fallenfrequenz  $\omega_z$  kann mit der Boltzmann-Konstanten  $k_B$  die Temperatur bestimmt werden [55]:

$$\bar{n} = \frac{e^{-\hbar\omega_z/k_B T}}{1 - e^{-\hbar\omega_z/k_B T}}. \quad (2.101)$$

Die mittlere Besetzungszahl  $\bar{n}$  des harmonischen Oszillators kann mit der thermische Besetzungsverteilung als:

$$\bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} n P(n) \quad (2.102)$$

ausgedrückt werden. Die mittlere kinetische Energie der Schwerpunktbewegung des gebundenen thermischen Zustands ist:

$$\bar{E}_k = \hbar\omega_z \left( \bar{n} + \frac{1}{2} \right). \quad (2.103)$$

Um das Absorptionsspektrum eines gebundenen Ions in einem thermischen Besetzungszustand zu bestimmen, wird die Besetzungswahrscheinlichkeit  $\rho_{ee}^{n+m}(\tau, \Delta)$  mit  $P(n)$  gewichtet und über alle Oszillatorzustände summiert. Aus Gleichung 2.96 folgt damit:

$$\rho_{ee}(\tau, \Delta) = \sum_m \sum_{n+m \geq 0} P(n) \rho_{ee}^{n+m}(\tau, \Delta - m\omega_z). \quad (2.104)$$

Die Angleichung von  $\rho_{ee}(\tau, \Delta)$  an ein gemessenes Absorptionsspektrum erlaubt es, die Rabifrequenz  $\Omega$ , die Linienbreite  $\Gamma_l$  des Lichtfeldes und die mittlere Besetzungszahl  $\bar{n}$  zu bestimmen. Um die mittlere Schwingungsquantenzahl zu ermitteln, genügt es, das Verhältnis der Amplituden der beiden ersten Seitenbänder festzustellen. Mit  $S_u$  als Amplitude des blauen Seitenbands ( $m = +1$ ) und  $S_l$  als Amplitude des roten Seitenbands ( $m = -1$ ) folgt [86]:

$$\frac{S_l}{S_u} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} P(n) \rho_{ee}^{n-1}(\tau, \Delta = -\omega_z)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(n) \rho_{ee}^{n+1}(\tau, \Delta = +\omega_z)}. \quad (2.105)$$

Einsetzen der thermische Besetzungswahrscheinlichkeit  $P(n)$  aus Gleichung 2.100 liefert mit Gleichung 2.97:

$$\frac{S_l}{S_u} = \frac{\bar{n}}{\bar{n} + 1} \quad (2.106)$$

und daraus folgt schließlich für die mittlere Schwingungsquantenzahl:

$$\bar{n} = \frac{S_l}{S_u - S_l}. \quad (2.107)$$

Die Analyse der Absorptionsspektren erlaubt es, daraus den mittlere Schwingungszustand des Ions  $\bar{n}$  im harmonischen Potential der Falle zu ermitteln.

Befindet sich das Ion in einem Fock-Zustand oder einem sonstigen nicht-thermischen Zustand, kann in der Regel nicht allein aus den Amplituden der Spektren der beiden Seitenbänder der Schwingungszustand bestimmt werden. Dies gilt nicht für den Grundzustand, da in diesem das erste rote Seitenband verschwindet ( $P(n=0) = 0$ ). Für große Rabifrequenzen geht das Verhältnis der Amplituden gegen 1. Unabhängig von der Besetzungsverteilung gilt für kleine Rabifrequenzen  $\Omega^2 \ll \Gamma\Gamma_l$  Gleichung 2.105 und für das Verhältnis der Seitenbandamplituden aus Gleichung 2.106 [86]. Setzt man in die Rabifrequenz aus Gleichung 2.95 den Lamb-Dicke-Parameter ein, der die Kopplung zwischen den internen und externen Zuständen des Ions angibt, kann mit den in Gleichung 2.99 hergeleiteten Übergangsmatrizen die Rabifrequenz für den Träger ( $m = 0$ ) als [97]:

$$\Omega_{n,n} = \sqrt{e^{-\eta^2}} \Omega_R L_n(\eta^2) \quad (2.108)$$

## 2. Theoretische Grundlagen

ausgedrückt werden. Die Rabifrequenz der Seitenbänder ist für das rote Seitenband und das blaue Seitenband identisch  $\Omega_{n,n+m} = \Omega_{n+m,n}$ . Für die Seitenbänder erster Ordnung ( $m = 1$ ) gilt:

$$\Omega_{n,n+1} = \sqrt{e^{-\eta^2}} \eta \Omega_R \frac{L_n^1(\eta^2)}{\sqrt{n+1}}. \quad (2.109)$$

Die Rabifrequenz der 2. Ordnung ( $m = 2$ ) lautet:

$$\Omega_{n,n+2} = \sqrt{e^{-\eta^2}} \eta^2 \Omega_R \frac{L_n^2(\eta^2)}{\sqrt{(n+1)(n+2)}}. \quad (2.110)$$

Die Laguerre-Polynome können wie folgt entwickelt werden, dabei ist es ausreichend bis Ordnung  $\mathcal{O}(\eta^4)$  vorzugehen, da  $\eta \ll 1$  [98]:

$$L_n(\eta^2) = 1 - n\eta^2 + \frac{n(n-1)}{4}\eta^4 + \mathcal{O}(\eta^6) \quad (2.111)$$

$$L_n^1(\eta^2) = n+1 - \frac{n^2+n}{2}\eta^2 + \frac{n^3-n}{12}\eta^4 + \mathcal{O}(\eta^6) \quad (2.112)$$

$$L_n^2(\eta^2) = \frac{(n+2)(n+1)}{2} \left( 1 - \frac{n}{3}\eta^2 + \frac{n^2-n}{24}\eta^4 \right) + \mathcal{O}(\eta^6). \quad (2.113)$$

Im Experiment treffen die Laserstrahlen nicht exakt aus der  $z$ -Richtung auf das Ion und dessen Bewegung findet im harmonischen Potential auch in radialer Richtung mit der Schwingungsfrequenz  $\omega_r$  statt. Um die Effekte des dreidimensionalen Systems zwischen den Zuständen  $|g(n_r, n_z)\rangle$  und  $|e(n_r, n_z)\rangle$  zu berücksichtigen, ändern sich die eindimensionalen Blochgleichungen aus Gleichung 2.96 und 2.97 in [86]:

$$\rho_{ee}(\tau, \Delta) = \sum_{m_r, m_z} \rho_{ee}^{n_r+m_r, n_z+m_z}(\tau, \Delta - (m_r\omega_r + m_z\omega_z)) \quad (2.114)$$

$$\rho_{ee}^{n_r+m_r, n_z+m_z}(\tau, \Delta) = \frac{1}{2} \frac{S\sigma_{n,m}}{1 + S\sigma_{n_r, m_r, n_z, m_z}} \left[ 1 - e^{-\Gamma\tau(1+S\sigma_{n_r, m_r, n_z, m_z})} \right] \quad (2.115)$$

mit den Übergangsmatrixelementen:

$$\sigma_{n_r, m_r, n_z, m_z} = \left| \langle n_r + m_r, n_z + m_z | e^{i\vec{k}\cdot(\vec{r}+\vec{z})} | n_r, n_z \rangle \right|^2. \quad (2.116)$$

Analog zum eindimensionalen Fall folgt für einen in  $z$ - und  $r$ -Komponenten zerlegten Wellenvektor  $\vec{k}$  [86]:

$$\begin{aligned} \sigma_{n_r, m_r, n_z, m_z} &= \sigma_{n_r, m_r} \cdot \sigma_{n_z, m_z} \\ \sigma_{n_i, m_i} &= e^{-\eta_i^2} \eta_i^{2|m_i|} \frac{\min(n_i + m_i, n_i)!}{(\min(n_i + m_i, n_i) + |m_i|)!} \cdot \left[ L_{\min(n_i + m_i, n_i)}^{|m_i|}(\eta_i^2) \right]^2, \end{aligned} \quad (2.117)$$

## 2.7. Adressierung und Kopplung (*MAGIC*)

für  $i = r, z$  mit  $\eta_r = z_0 k \sin \alpha$  und  $\eta_z = z_0 k \cos \alpha$  und dem Winkel  $\alpha = \angle(\vec{k}, \vec{e}_z)$  zwischen der z-Richtung der Bewegung des Ions und dem Wellenvektor  $\vec{k}$  des Laserfeldes.

Wenn es sich bei dem Bewegungszustand des Ions nicht um einen Fock-Zustand handelt, muss wie im eindimensionalen Fall vorgegangen werden, um das Absorptionsspektrum zu erhalten. Dazu wird die Besetzungswahrscheinlichkeit mit den thermischen Besetzungswahrscheinlichkeiten ( $P_r(n), P_z(n)$ ) gewichtet und über alle Oszillatorzustände summiert [86]:

$$\rho_{ee}(\tau, \Delta) = \sum_{m_r, m_z} \sum_{n_r + m_r \geq 0} P_r(n_r) \sum_{n_z + m_z \geq 0} P_z(n_z) \rho_{ee}^{n_r + m_r, n_z + m_z}(\tau, \Delta - m_z \omega_z - m_r \omega_r). \quad (2.118)$$

Für große Rabi-Frequenzen  $\frac{\Omega^2}{\Gamma_l} \gg 1$  kann für kohärente Bewegungszustände aus dem Verhältnis der beiden ersten Seitenbänder der Schwingungszustand [86]:

$$\frac{S_l}{S_u} = \frac{e^{\bar{n}} - 1}{e^{\bar{n}}} \quad (2.119)$$

bestimmt werden. Für einen thermischen Bewegungszustand muss zudem das Verhältnis der Seitenbandamplituden zum Träger untersucht werden. Für sehr große Rabi-Frequenzen ( $\frac{\eta^2 \Omega^2}{\Gamma_l} \gg 1$ ) werden im Spektrum zusätzliche Summen- und Differenzseitenbänder der unterschiedlichen Schwingungsmoden sichtbar. Kapitel 5.3 beschreibt wie die Methode der Raman-Seitenbandkühlung experimentell umgesetzt wurde.

## 2.7. Magnetfeldgradientinduzierte Adressierung und Kopplung (*MAGIC*)

Zu den in [28] aufgestellten Kriterien zur Realisierung eines Quantencomputers gehört die Fähigkeit, einen universellen Satz von Quantengattern in einem Quantenregister ausführen zu können. Jedes Quantengatter kann dabei aus einer Abfolge von Ein- und Zwei-Qubit-Operationen konstruiert werden und durch ein einziges Paar von Gattern realisiert werden [99]. Nach dem Vorschlag von [30] zur Realisierung eines Quantencomputers, werden die in einer linearen Paul-Falle gespeicherten Ionen, die als Qubits dienen, in den Grundzustand des harmonischen Fallenpotentials gekühlt (siehe Kapitel 2.6). Nun können mit elektromagnetischer Strahlung, durch Kontrolle der Pulslänge, Phase und Amplitude, unitäre Rotationen zwischen den Zuständen der einzelnen Ionen durchgeführt werden. Die Kopplung zwischen den einzelnen Ionen findet über die zustandsabhängige Anregung von Seitenbandübergängen statt, die den Schwingungszustand der gesamten Ionenkette verändern. Unter technischem Einsatz lassen sich die zur Zustandsmanipulation genutzten Laserfelder stabilisieren und auf die einzelnen Ionen fokussieren. Für die kohärente Manipulation der Qubits wird eine hohe Genauigkeit bei der Kontrolle von Strahlform, Strahlposition, Frequenz, Intensität und Phase der verwendeten Laserfelder benötigt.



## 2. Theoretische Grundlagen

Eine Vereinfachung gegenüber der Verwendung von Laserlicht zeigt der in [48] vorgeschlagene Ansatz der Adressierung mit Mikrowellenfeldern. Diese können auf hoch präzise kommerzielle atomare Uhren stabilisiert werden und die verwendeten kommerziellen Frequenzgeneratoren bieten eine einfache und exakte Kontrolle von Frequenz, Amplitude, Phase und Pulslänge. Der Lamb-Dicke-Parameter  $\eta = \frac{\Delta z 2\pi}{\lambda} = k\Delta z$  gibt das Verhältnis zwischen der räumlichen Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion  $\Delta z$  des Ions und der Wellenlänge des für den jeweiligen Übergang verwendeten elektromagnetischen Feldes an (siehe Kapitel 2.6.2) und ist für elektromagnetische Strahlung bei optisch sichtbaren Frequenzen ausreichend groß, um Seitenband-übergänge anregen zu können. Der Nachteil der Adressierung mit Mikrowellenfeldern ist, dass der Lamb-Dicke-Parameter für die üblichen Fallenfrequenzen im MHz Bereich etwa drei Größenordnungen kleiner ist  $\eta \approx 10^{-6}$  [48]. Zudem liegt bei Mikrowellenfeldern die Wellenlänge im cm-Bereich und erlaubt es daher nicht, wie bei Laserfeldern, die Mikrowellenfelder auf die einzelnen Ionen zu fokussieren. Der Abstand zwischen in einer Kette gespeicherter benachbarten Ionen liegt üblicherweise im Mikrometer Bereich.

Wird nun ein Magnetfeldgradient entlang der Achse einer linearen elektromagnetischen Falle erzeugt, kann die Adressierung einzelner Ionen im Frequenzraum durchgeführt werden, da jedes Ion eine unterschiedliche Verschiebung der magnetfeldabhängigen Zustände erfährt. Der zu kleine Lamb-Dicke-Parameter kann umgangen werden und zudem die paarweise Kopplung der internen Zustände benachbarter Ionen realisiert werden [48].

### 2.7.1. Adressierung mit *MAGIC*

Der folgende Abschnitt beschreibt, wie die direkte Adressierung und Manipulation einzelner Hyperfeinstruktur-Qubits mit *MAGIC* (**M**agnetic **G**radient **I**nduced **C**oupling) [100] durchgeführt werden kann.

Die Zeemanaufspaltung der genutzten Hyperfein-Niveaus ist im Bereich des linearen Zeemaneffektes direkt proportional zum Betrag des externen Magnetfeldes  $\vec{B}(z)$  entlang der Fallachse und der magnetischen Quantenzahl  $m_F$ . Die Qubit Übergangsfrequenz  $\omega_{ge}$  zwischen den beiden Zuständen  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  eines Ions ändert sich in Abhängigkeit der Position  $z$  im Magnetfeld [101]:

$$\omega_{ge}(z) = \frac{E_0 + \Delta E(z)}{\hbar} = \omega_0 + \frac{g_F \mu_B \Delta m_F |\vec{B}_0|}{\hbar} + z \cdot \frac{g_F \mu_B \Delta m_F |\partial_z B|}{\hbar}. \quad (2.120)$$

Darin bezeichnet  $E_0 = \hbar\omega_0$  die Übergangsfrequenz in Abwesenheit eines externen Magnetfeldes.  $\mu_B$  ist das Bohrsche Magneton und  $g_F$  der Landéfaktor. Das Magnetfeld  $B(z)$  in Richtung der Fallachse setzt sich dabei aus einem konstanten Teil  $B_0$  und einem positionsabhängigen Teil in  $z$ -Richtung zusammen:  $B(z) = B_0 + z\partial_z B$ . Ein konstanter, statischer Magnetfeldgradient entlang der Ionenkette führt dazu, dass die Übergangsfrequenz eines Qubits linear abhängig von der Ionenposition ist. Die räumliche Separation der Ionen entlang der Fallachse führt somit direkt zu unterschiedlichen Übergangs-

## 2.7. Adressierung und Kopplung (MAGIC)

frequenzen der einzelnen Qubits und erlaubt die Adressierung im Frequenzraum. Für einen konstanten Magnetfeldgradienten von etwa 20 T/m wurde in einer linearen Ionenfalle bei einem Abstand benachbarter Ionen von etwa 12  $\mu\text{m}$ ,  $m_F = \pm 1$  und  $g_F \approx 1$  ein Unterschied in der Adressierungsfrequenz von etwa 3 MHz erreicht [102].

### 2.7.2. Kopplung mit MAGIC

Neben der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Möglichkeit die einzelnen Qubits im Frequenzraum zu adressieren, bietet das MAGIC-Schema die Möglichkeit, die durch den Magnetfeldgradienten von der Position des Ions abhängige Zeemanaufspaltung, für eine Kopplung der internen Dynamik eines Ions an die Dynamik benachbarter Ionen und an den Bewegungszustand der gesamten Ionenkette im Fallenpotential zu nutzen. Die Kopplung beruht auf der Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Qubits unter Berücksichtigung eines externen Magnetfeldes [100]. Zur Beschreibung der Spin-Spin Wechselwirkungen zwischen den Ionen wird der angeregte Qubitzustand als *spin-up* und der elektronisch abgeregte Zustand als *spin-down* interpretiert, also als effektives Spin-1/2 System in einem externen Magnetfeld [101]. In einer linearen Falle besitzt das harmonische Pseudopotential, für ein Ion der Masse  $m$  und einer Fallenfrequenz  $\omega_z$ , in axialer Richtung die Form  $\Phi(z) = \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2$ . Die Gleichgewichtspositionen der gespeicherten Ionen werden dabei durch die Kraft, die das Fallenpotential auf die Ionen ausübt und die Coulomb-Kraft zwischen den Ionen bestimmt. Die innere Energie ist durch das magnetische Moment  $\vec{\mu}$  und das externe Magnetfeld gegeben. Die potentielle Energie der Qubitzustände  $E_g(z)$  und  $E_e(z)$  ist zustands- und ortsabhängig. Durch die unterschiedliche Magnetfeldabhängigkeit der internen Zustände (Zeemanzustände mit  $m_F$ ) und der Position im Magnetfeldgradienten folgt für geeignete Qubit-Zustände  $\partial_z E_e(z) \neq \partial_z E_g(z)$ . Aufgrund des Magnetfeldgradienten resultiert daraus eine Kraft, die abhängig vom internen Zustand des Ions ist und für einen internen Übergang von  $|g\rangle$  nach  $|e\rangle$  eine geringe Verschiebung der Position des Ions bewirkt. Das Ion oszilliert daraufhin im Fallenpotential (siehe Kapitel 3.7) um seine neue Gleichgewichtsposition und beeinflusst über die Coulomb-Wechselwirkung die Schwingungsfreiheitsgrade der gesamten Ionenkette in axialer Richtung [48]. Dadurch ist eine Kopplung der internen Freiheitsgrade und der Schwingungsfreiheitsgrade implementiert worden. Der Hamiltonoperator, eines in einer linearen Paul-Falle mit Magnetfeldgradient gespeicherten und mit einem elektromagnetischen Feld der Frequenz  $\omega_{ge}$  wechselwirkenden Ions, lautet [48]:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{H}_{\text{Int}} + \hat{H}_{\text{F}} + \hat{H}_{\text{WW}} \\ &= \frac{\hbar}{2}\omega(\hat{z})\hat{\sigma}_z + \hbar\omega_z\hat{a}_z^\dagger\hat{a}_z + \hbar\Omega\hat{\sigma}_x \left( e^{i(k_{ge}\hat{z} - \omega_{ge}t)} + h.c. \right) . \end{aligned} \quad (2.121)$$

Darin beschreibt  $\hat{H}_{\text{Int}}$  die interne Energie des Ions mit der Lamor-Frequenz  $\omega(\hat{z})$  und dem Ortsoperator des Ions  $\hat{z}$ .  $\hat{H}_{\text{F}}$  stellt den Hamiltonoperator des Fallenpotentials mit den zugehörigen Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren  $\hat{a}^\dagger$  und  $\hat{a}$  dar. Die Wechsel-

## 2. Theoretische Grundlagen

wirkung mit dem elektromagnetischen Feld, mit der Frequenz  $\omega_{ge}$  und der Wellenzahl  $k_{ge}$  gibt  $\hat{H}_{\text{WW}}$  an. Dabei ist  $\Omega = (\vec{\mu} \cdot \vec{B})/\hbar$  die resultierende Rabi-Frequenz des angeregten Übergangs und  $\hat{\sigma}_{x,z}$  sind die zugehörigen Pauli-Spin-Matrizen. Wird der Ortsoperator  $\hat{z}$  mit Hilfe der Phononen Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren ausgedrückt  $\hat{z} = \Delta z (\hat{a}_z^\dagger + \hat{a}_z)$  und der Hamiltonoperator für die interne Energie in erster Ordnung um den Gleichgewichtszustand  $z = 0$  entwickelt, folgt [48]:

$$\hat{H}_{\text{Int}} = \frac{\hbar}{2} \omega_0 \hat{\sigma}_z + \frac{\hbar}{2} \omega_z \kappa (\hat{a}_z^\dagger + \hat{a}_z) \hat{\sigma}_z. \quad (2.122)$$

Darin steht  $\kappa$  für:

$$\kappa = \Delta z \frac{g_F \mu_B}{\hbar \omega_z} \partial_z B. \quad (2.123)$$

$\Delta z$  gibt dabei die räumliche Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion des Ions an. Analog kann die Wechselwirkung des Ions mit dem elektromagnetischen Feld als Funktion der Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren und der internen Zustände ausgedrückt werden [48]:

$$\hat{H}_{\text{WW}} = \hbar \Omega \left( \hat{\sigma}_+ e^{-i(2\eta\kappa - \delta t)} e^{i(\hat{a}_z(\eta + i\kappa) + \hat{a}_z^\dagger(\eta - i\kappa))} + h.c. \right). \quad (2.124)$$

Die komplexen Exponenten  $\eta \pm i\kappa$  können in einen Absolutwert  $\eta_{\text{eff}} = \eta \pm i\kappa = \sqrt{\eta^2 + \kappa^2}$ , den **effektiven** Lamb-Dicke-Parameter und eine Phase zerlegt werden, die in die Anfangsbedingungen integriert werden kann. Für das elektromagnetische Feld im Mikrowellenbereich gilt  $\eta_{\text{eff}} \approx \kappa$ , weil  $\eta$  vernachlässigbar klein ist. Der effektive Lamb-Dicke-Parameter  $\eta_{\text{eff}}$  ist somit umgekehrt proportional zur axialen Fallenfrequenz  $\omega_z$  (siehe Gleichung 2.123). Für einen möglichst großen effektiven Lamb-Dicke-Parameter sollte eine recht kleine Fallenfrequenz  $\omega_z$  gewählt werden.

Infolge des Magnetfeldgradienten und des, wie hier beschriebenen, effektiven Lamb-Dicke-Parameters ist es möglich, Mikrowellenqubits in der Quanteninformationsverarbeitung zu nutzen und auf die technisch deutlich anspruchsvollere Verwendung von Lasern zur Adressierung zu verzichten. In Abwesenheit eines Magnetfeldgradienten ist  $\eta_{\text{eff}} = \eta$  und infolge des zu kleinen Lamb-Dicke-Parameters findet keine Kopplung der internen und externen Dynamik statt (siehe Kapitel 2.6).

Für  $^{171}\text{Yb}^+$  folgt bei Fallenfrequenzen zwischen 1 MHz und 100 kHz im Falle eines Magnetfeldgradienten von 20 T/m ein effektiver Lamb-Dicke-Parameter von [102]:

$$\eta_{\text{eff}} \approx \kappa \approx 2 \cdot 10^{-3} \dots 5 \cdot 10^{-2}. \quad (2.125)$$

Werden anstatt eines Ions mehrere Ionen betrachtet, skaliert der effektive Lamb-Dicke-Parameter in etwa invers zur Wurzel der Anzahl der Ionen  $\frac{1}{\sqrt{N}}$  [48]. Zudem entsteht, hervorgerufen durch die Zustandsabhängigkeit der Gleichgewichtspositionen der Ionen im Magnetfeldgradienten, eine zusätzliche Kopplung.

Diese geht aus einer Entwicklung des Hamiltonoperators nach den Gleichgewichtspositionen der einzelnen Ionen, unter Berücksichtigung der Coulombabstoßung zwischen

ihnen, hervor [103]. Der Hamiltonoperator einer Kette von  $N$  Ionen lautet [103]:

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \sum_{k=1}^N \omega_k(z_k) \hat{\sigma}_{z,k} + \hbar \sum_{k=1}^N \omega_{z,k} \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k - \frac{\hbar}{2} \sum_{i<j}^N J_{ij} \hat{\sigma}_{z,i} \hat{\sigma}_{z,j}. \quad (2.126)$$

Die Übergangsfrequenz von Ion  $k$  mit der Gleichgewichtsposition  $z_k$  ist  $\omega_k$  und  $\hat{\sigma}_{z,k}$  ist die auf den Zustand von Ion  $k$  wirkende Paulimatrix.  $\omega_{z,k}$  sind die zur Fallenfrequenz  $\omega_z$  proportionalen Frequenzen der Vielteilchenschwingungsmoden und  $\hat{a}_k^\dagger$  und  $\hat{a}_k$  sind der Erzeugungs- und Vernichtungsoperator der Photonen der jeweiligen Schwingungsmode. Im letzten Term des Hamiltonoperators wird die paarweise zustandsabhängige Kopplung zwischen den Ionen beschrieben, deren Stärke durch [103]

$$J_{ij} = \sum_{k=1}^N \omega_{z,k} \kappa_{ki} \kappa_{kj} \quad (2.127)$$

gegeben ist. Darin beschreibt  $\kappa_{kj} = \Delta z_k \frac{g\mu_B}{\hbar\omega_{z,k}} \partial_z B|_{z=z_k} S_{kj}$  die Kopplung von Ion  $j$  an die Schwingungsmode  $k$ ,  $\Delta z_k$  die räumliche Ausdehnung des Grundzustands in einem Potential der Frequenz  $\omega_{z,k}$  und  $S_{kj}$  die skalierte Änderung der Gleichgewichtsposition von Ion  $j$  in der Schwingungsmode  $k$ . Die Kopplung bewirkt somit, dass der interne Zustand eines Ions die Gleichgewichtsposition aller Ionen in der Kette verändert und dadurch die Übergangsfrequenzen zwischen den Zeemanzuständen  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$ .

Für zwei Ionen in einem Magnetfeldgradienten von etwa 20 T/m und einer axialen Fallenfrequenz im Bereich von etwa 100 kHz wurde eine Kopplung von  $J_{12} \approx 2\pi \cdot 50$  Hz erreicht [102].

## 2.8. Dekohärenz

Reale Quantensysteme koppeln an ihre *Umgebung*, die in der Regel nicht in die quantenmechanische Betrachtung aufgenommen werden kann. Wenn man ein Quantensystem betrachtet, das in Wirklichkeit nur Teil eines großen Systems ist, sind die Zustände keine reinen Zustände mehr. Die Wechselwirkung eines Quantensystems mit seiner Umgebung führt letztendlich zu einer Reduktion der Kohärenz des Quantensystems. Das bedeutet, die Kenntnis über den Quantenzustand, in dem sich das System befindet, geht verloren. Man spricht dabei von Dekohärenz, wenn es sich bei den durch die unkontrollierten Effekte der Umgebung erzeugten Störungen um nicht unitäre Prozesse handelt, die dabei an den Zustand des Systems koppeln. Die in dieser Arbeit auftretenden Ursachen für Dekohärenz des Quantenzustands sind Dissipation und Dephasierung.

Die Dephasierung eines Zustands wird, bei einem in dieser Arbeit genutzten Ion, durch ein sich zeitlich veränderndes Magnetfeld  $B(t)$  hervorgerufen. Dadurch präzidiert die Phase des Zustands unterschiedlich schnell. Dies führt dazu, dass sich aus einer wiederholt durchgeführten Zustandsmessung verschiedene Resultate ergeben und führt zu

## 2. Theoretische Grundlagen

einem Verlust der Zustandsinformation (Kontrast).

### 2.8.1. Dissipation und Dekohärenz

Dissipation wird durch die Zerfallszeit  $T_1$  charakterisiert und tritt in atomaren Systemen typischerweise aufgrund von spontanem Zerfall auf [104]. Der spontane Zerfall der Mikrowellenqubits von  $^{171}\text{Yb}^+$  ist so selten, dass er für die hier durchgeführten Experimente vernachlässigbar ist [105]. Wie in [106] beschrieben ist, kann es durch wenige Photonen des 369 nm Lasers, beispielsweise im Falle eines nicht vollständig blockierten 369 nm Lasers, dazu kommen, dass der  $|^2\text{S}_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2\text{P}_{1/2}, F = 1\rangle$  Übergang angeregt wird, was zu einem effektiven Zerfall in den Zustand  $|^2\text{S}_{1/2}, F = 0\rangle$  führen kann. Dekohärenz aufgrund von Dephasierung wird durch die Zerfallszeit  $T_2$  charakterisiert [107]. Dephasierung führt dazu, dass die Phase zwischen den Qubit Zuständen „verschmiert“. In den hier beschriebenen Experimenten mit Mikrowellen-Qubits werden dabei die verwendeten magnetfeldabhängigen Zustände durch zufällig schwankende elektromagnetische Felder gestört. Dies hat zur Folge, dass ein zufälliger Phasenunterschied zwischen dem den Übergang treibenden elektromagnetischen Feld und dem Zwei-Niveau-System entsteht. Dadurch ist es nicht möglich, die Phaseninformation des Quantensystems wiederherzustellen. Dies wird in Kapitel 4.3 gezeigt.

Für Dephasierung als dominierende Dekohärenz-Quelle ist es beispielsweise durch die Anwendung der *Dynamical Decoupling* Technik (Kapitel 2.8.2) möglich, die  $T_2$  Kohärenzzeit zu verlängern.

Eine andere Möglichkeit ist, den nur in zweiter Ordnung magnetfeldabhängigen Übergang  $|^2\text{S}_{1/2}, F = 0\rangle \leftrightarrow |^2\text{S}_{1/2}, F = 1, m_F = 0\rangle$  zu nutzen, auf den zufällig auftretende externe Felder dadurch nur einen reduzierten Einfluss haben. Experimente mit mehreren Ionen werden durch die nicht nach dem gängigen Schema (Kapitel 2.7) mögliche einzelne Adressierung der Ionen erschwert. Dabei findet die einzelne Adressierung der Ionen mittels ihrer unterschiedlichen Resonanzfrequenzen durch die Erzeugung eines Magnetfeldgradienten entlang der Speicherachse der Ionen statt. Für die nur in zweiter Ordnung magnetfeldabhängigen Zustände ruft ein üblicher Magnetfeldgradient von etwa 20 T/m einen für die Adressierung nicht nutzbaren Unterschied in der Aufspaltungsfrequenz hervor [102].

### 2.8.2. *Dynamical Decoupling* oder *Bang Bang*

Viele Methoden zur Implementierung von Quanteninformationsprozessen (QIP) mit gespeicherten atomaren Ionen basieren auf Zuständen mit einem magnetischem Moment. Die Verwendung von magnetfeldsensitiven Zuständen führt dazu, dass die Qubit Zustände aufgrund von schwankenden magnetischen Feldern dephasieren (Abschnitt 2.8.1). Zufällige Magnetfeldfluktuationen der umgebenden Felder sind dabei die Hauptursache [50]. Für die Adressierung der Ionen (wie im *MAGIC*-Schema) ist es notwendig, dass die

Zustände ein unterschiedliches magnetisches Moment besitzen. Daher stellt die Verwendung eines vom Magnetfeld unabhängigen Qubits keine Alternative dar.

Eine Lösung, um die Kohärenzzeit eines Systems zu verlängern, ist die Entkopplung von der Umgebung durch eine schnelle Folge von eingestrahlten Pulsen. Diese sogenannte *Bang Bang*- oder *Dynamical Decoupling*-Technik [107–115] und die kontinuierliche Version [50, 116–120] können bei einer Vielzahl von Systemen die Kohärenzzeit deutlich verlängern [121, 122]. Dabei wird, um das jeweilige Zwei-Zustand-System unempfindlich gegen Magnetfeldrauschen bei einer beschränkten Bandbreite zu machen, eine Abfolge von Pulsen auf dem Übergang eingestrahlt, um ihn von der Umgebung zu entkoppeln und dadurch die Kohärenzzeit zu verlängern. Die Amplitude, Länge, Frequenz und der zeitliche Abstand zwischen den Pulsen ist von der Art des Rauschens und des genutzten Qubit-Systems abhängig. Durch optimierte Puls-Sequenzen kann somit die Dekohärenz des Qubits unterdrückt werden [112][121].

Die in dieser Arbeit verwendete Methode nutzt kontinuierlich eingestrahlte MW-Felder, um das System gegen Magnetfeldrauschen unempfindlich zu machen und ist in Kapitel 2.9 beschrieben.

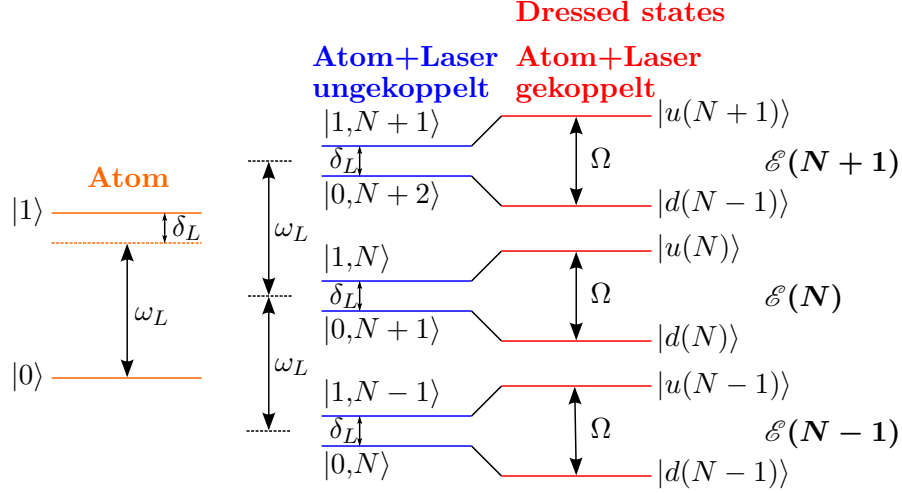
## 2.9. *Dressed States*

Der folgende Abschnitt befasst sich damit, wie man die Vorteile von magnetfeldabhängigen Hyperfeinzuständen und deren einfache und stabile Adressierung mit Mikrowellenfeldern nutzen kann, ohne durch die kurzen Kohärenzzeiten von wenigen ms (im Falle von  $^{171}\text{Yb}^+$ ) zeitlich für Quanteninformationsverarbeitung beschränkt zu sein. Der Vorteil von magnetfeldabhängigen Hyperfeinzuständen ist, dass einfach zu kontrollierende und stabile Mikrowellenfelder mit einer sehr hohen Frequenzstabilität zur Zustandsmanipulation genutzt werden können. Als Referenz dienen kompakte kommerzielle Atomuhren, die eine relative Frequenzstabilität von  $\Delta\nu/\nu \approx 10^{-12}$  besitzen [123].

Durch die Verwendung von sogenannten *Dressed States* [124] ist es möglich, magnetfeldabhängige Hyperfeinzustände als Basis für Zustände, die relativ robust gegen Magnetfeldschwankungen sind, zu nutzen. Dadurch kann einerseits die Magnetfeldabhängigkeit für die Adressierung von mehreren Ionen, wie im *MAGIC*-Schema, genutzt werden und andererseits von den, durch die Stabilität bedingten, langen Kohärenzzeiten profitiert werden. Die Theorie der *Dressed States* sowie deren besondere Eigenschaften werden im Folgenden genauer erläutert (vergleiche [124, 125, 127]).

Betrachtet man die Wechselwirkung von Licht oder elektromagnetischen Wellen mit einem Atom als quantisiert, können die Zustände von Atom und Feld nicht mehr unabhängig voneinander betrachtet werden. Die Wechselwirkung der Photonen des elektromagnetischen Feldes mit dem Atom führt zu einer Aufspaltung der Energieniveaus, den *Dressed States*. Der Hamiltonoperator  $\hat{H}_0$  des ungestörten Zwei-Niveau-Atoms mit den

## 2. Theoretische Grundlagen



**Abbildung 2.9.:** Die Abbildung veranschaulicht die Erzeugung der *Dressed States* für ein Zwei-Niveau-System und ein monochromatisches Feld nach [125]. Im linken Teil der Abbildung sind die atomaren Zustände in orange dargestellt. Wenn Licht der Wellenlänge  $\omega_L$  mit einer Verstimmung  $\delta_L$  von der Resonanz des Übergangs eingestrahlt wird, führt dies unter Vernachlässigung der Kopplung von Atom und elektromagnetischem Feld, zu den in der Mitte des Bilds blau gezeigten Zuständen (*Bare States*). Die drei abgebildeten Mannigfaltigkeiten  $\mathcal{E}(N-1)$ ,  $\mathcal{E}(N)$  und  $\mathcal{E}(N+1)$  sind um die Energie  $\hbar\omega_L$  voneinander getrennt. Aufgrund der Verstimmung  $\delta_L$  ist die Entartung der Zustände innerhalb der Mannigfaltigkeiten aufgehoben. Im rechten Teil der Abbildung sind die *Dressed States* gezeigt, die durch die Kopplung des Atoms mit dem elektromagnetischen Feld entstehen. Dabei findet die Kopplung nur innerhalb der jeweiligen Mannigfaltigkeit statt, wodurch die Aufspaltung der Zustände verändert wird. [126]

Niveaus  $i$  und den Energien  $\omega_i$  lautet:

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_i|i\rangle\langle i|. \quad (2.128)$$

Der Hamiltonoperator des Systems lautet für den Fall, dass keine Wechselwirkung zwischen Atom und dem quantisierten Lichtfeld mit der Frequenz  $\omega_L$  auftritt:

$$\hat{H}_{uc} = \hat{H}_0 + \hat{H}_L \quad (2.129)$$

$$= \hbar\omega_i|i\rangle\langle i| + \hbar\omega_L\hat{a}^\dagger\hat{a}. \quad (2.130)$$

Darin stellen  $\hat{a}^\dagger$  bzw.  $\hat{a}$  die Erzeugungs- bzw. Vernichtungsoperatoren des elektromagnetischen Feldes dar. Der Hamiltonoperator des Lichtfeldes  $\hat{H}_L$  hat die Form eines harmonischen Oszillators und die gleichen Eigenwerte.  $N$  ist die Anzahl der Photonen des quantisierten Feldes. Die Eigenzustände des ungekoppelten Systems sind durch die Mannigfaltigkeit der Energie  $\mathcal{E}(N) = \{|0, N+1\rangle, |1, N\rangle\}$  gegeben und werden als *Bare States* bezeichnet [128]. Dabei unterscheiden sich die beiden Zustände einer Mannigfaltigkeit durch die Energie  $\hbar\delta_L = \hbar(\omega_L - \omega_0)$ . Wie in Abbildung 2.9 zu sehen ist, sind die

verschiedenen Mannigfaltigkeiten durch die Energie  $\hbar\omega_L$  ( $\omega_L$  Frequenz des Lichtfeldes) voneinander getrennt. Die Zustände sind im Resonanzfall entartet. Die Wechselwirkung zwischen Atom und quantisiertem Lichtfeld (elektromagnetischem Feld) hat einen Einfluss auf das System. In der Drehwellen-Näherung (siehe Gleichung 2.21), werden zwei Terme des Wechselwirkungsanteils  $\hat{H}_{\text{WW}}$  vernachlässigt und der Hamiltonoperator für das *Dressed State* Zwei-Niveau-System lautet [127]:

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \hat{H}_0 + \hat{H}_L + \hat{H}_{\text{WW}} \\ &= \frac{\hbar\omega_0}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar\omega_L\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\lambda(\hat{a}\hat{\sigma}_+ + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_-).\end{aligned}\quad (2.131)$$

In dem analytisch lösbaren Jaynes-Cummings Hamiltonoperator beschreibt  $\hat{H}_{\text{WW}}$  die Wechselwirkung zwischen Atom und dem elektromagnetischem Feld. Im klassischen Bild ist die Dipolwechselwirkung  $\vec{\mu} \cdot \vec{E}$ .  $\lambda$  ist abhängig von der klassischen Rabifrequenz  $\Omega$  und ist über  $\lambda = \frac{\Omega\hbar}{2\sqrt{N+1}}$  gegeben [125].  $\hat{\sigma}_z$  beschreibt eine Pauli-Spin-Matrix,  $\hat{\sigma}_+$  und  $\hat{\sigma}_-$  sind die Auf- und Absteigeoperatoren des Atoms und setzen sich aus den Pauli-Spin-Matrizen  $\hat{\sigma}_\pm = \hat{\sigma}_x \pm i\hat{\sigma}_y$  zusammen. Wie in Gleichung 2.131 und in Abbildung 2.9 verdeutlicht wird, findet die Kopplung zwischen Atom und Photon nur innerhalb der jeweiligen Mannigfaltigkeit statt. Die Starkverschiebung führt zu einer Aufspaltung der im Resonanzfall entarteten ungekoppelten Zustände der Mannigfaltigkeit [66]. Die Eigenenergien spalten sich dabei symmetrisch um die Mitte der Energielücke der ungekoppelten *Bare States* auf und liegen um  $\Omega$  auseinander, wie in Abbildung 2.9 veranschaulicht ist.

Die Eigenzustände des Atoms ändern sich insofern, dass sie sich nun als Linearkombination der ursprünglichen atomaren Zustände ausdrücken lassen. Die *Dressed States* sind die Eigenzustände des Hamiltonoperators  $\hat{H}$  aus Gleichung 2.131. Nach [125] folgt unter Verwendung der Beziehung (Mischungswinkel)  $2\theta = \arctan(-\frac{\Omega}{\delta_L})$ :

$$\begin{aligned}|u(N)\rangle &= \sin\theta|0, N+1\rangle + \cos\theta|1, N\rangle \\ |d(N)\rangle &= \cos\theta|0, N+1\rangle - \sin\theta|1, N\rangle.\end{aligned}\quad (2.132)$$

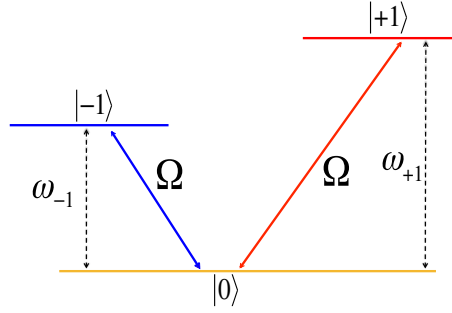
In Abhängigkeit der Rabifrequenz  $\Omega$  des elektromagnetischen Feldes und der Verstärkung  $\delta_L$  wird das Besetzungsverhältnis der *Dressed States* aus den atomaren Zuständen festgelegt. Die Energieeigenzustände sind damit [128]:

$$\begin{aligned}E_{u(N)} &= (N+1)\hbar\omega_L - \frac{\hbar\delta_L}{2} + \frac{\hbar\sqrt{\Omega^2 + \delta_L^2}}{2} \text{ und} \\ E_{d(N)} &= (N+1)\hbar\omega_L - \frac{\hbar\delta_L}{2} - \frac{\hbar\sqrt{\Omega^2 + \delta_L^2}}{2}.\end{aligned}\quad (2.133)$$

Für die in dieser Arbeit genutzten Experimente wird das Schema auf ein Drei-Niveau-System erweitert. Wie in Abbildung 2.10 skizziert ist, sind die drei Zustände dazu in „V“-Form angeordnet. Das Drei-Niveau-System hat den Vorteil gegenüber dem Zwei-Niveau-System, dass die Besetzung zwischen den beiden *Dressed States* nicht in Ab-



## 2. Theoretische Grundlagen



**Abbildung 2.10.:** Die Abbildung skizziert ein in „V“-Form angeordnetes Drei-Niveau-System, das für die Erzeugung der *Dressed States* verwendet wird. Darin gibt  $\omega_{\pm 1}$  den Frequenzabstand zwischen den Zuständen an. Das Farbschema der Zustände und Felder entspricht dem in den mit Acht-Niveau-Blochgleichungen durchgeführten Simulationen. Die beiden elektromagnetischen Felder koppeln den Zustand  $|0\rangle$  an die Zustände  $|−1\rangle$  und  $|+1\rangle$ . Die Felder sind so gewählt, dass die erreichte Rabi-Frequenz  $\Omega$  auf beiden Übergängen den gleichen Wert besitzt.

hängigkeit von  $\Omega$  oszilliert oder es zu einem Zusammenbruch und Wiederaufleben der Besetzung kommt. In den durchgeführten Experimenten werden die *Dressed States* in den Hyperfeinzuständen des Grundzustands von  $^{171}\text{Yb}^+$  erzeugt. Als Basis dienen die zwei Zeemanniveaus des Hyperfeinzustands  $^2\text{S}_{1/2}, F = 1, m_F = -1$  und  $^2\text{S}_{1/2}, F = 1, m_F = +1$ , die im folgenden als  $|−1\rangle$  und  $|+1\rangle$  bezeichnet werden. Als drittes Niveau  $|0\rangle$  dient der Zustand  $^2\text{S}_{1/2}, F = 0$ . Für den Fall, dass im V-System die elektromagnetischen Felder die gleiche Verstimmung  $\Delta$  und Rabi-Frequenz  $\Omega$  besitzen, ergeben sich die folgenden *Dressed States* [105]:

$$|D(N_1, N_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|−1, (N_1, N_2 + 1)\rangle - |+1, (N_1 + 1, N_2)\rangle) , \quad (2.134)$$

$$|u(N_1, N_2)\rangle = \frac{\cos \theta}{\sqrt{2}} (|−1, (N_1, N_2 + 1)\rangle + |+1, (N_1 + 1, N_2)\rangle) \quad \text{und} \quad (2.135)$$

$$+ \sin \theta |0, (N_1 + 1, N_2 + 1)\rangle$$

$$|d(N_1, N_2)\rangle = -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} (|−1, (N_1, N_2 + 1)\rangle + |+1, (N_1 + 1, N_2)\rangle) \quad (2.136)$$

$$+ \cos \theta |0, (N_1 + 1, N_2 + 1)\rangle$$

$\theta$  ist gegeben als  $\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(-\frac{\sqrt{2}\Omega}{\Delta}\right)$ . Mit steigender Anzahl der Photonen nimmt die Abhängigkeit der beiden Übergänge von  $N_1$  bzw.  $N_2$  ab und für hohe Photonenzahlen, wie sie in den hier vorgestellten Messungen typisch sind, folgen die Energieeigenwerte

einer Mannigfaltigkeit  $\mathcal{E}(N)$ :

$$E_D = \hbar\Delta , \quad (2.137)$$

$$E_u = \hbar \frac{\Delta + \sqrt{\Delta^2 + \Omega^2}}{2} \text{ und} \quad (2.138)$$

$$E_d = \hbar \frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 + \Omega^2}}{2} . \quad (2.139)$$

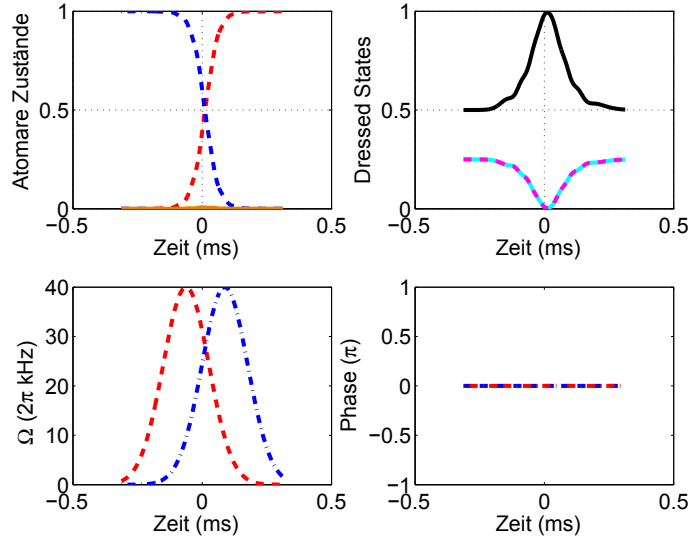
Dabei bezeichnen  $D$ ,  $u$  und  $d$  die unterschiedlichen *Dressed States*. Während der sogenannte „dunkel-Zustand“  $|D\rangle$  im resonanten Fall energetisch unverschoben bleibt, werden die beiden anderen *Dressed States*  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  energetisch auf und ab verschoben. Der  $|D\rangle$  Zustand besitzt keine Komponente des atomaren  $|0\rangle$ -Zustands und daher ist daraus kein direkter Übergang nach  $|0\rangle$  möglich.

Beim Drei-Niveau-System können kohärente Überlagerungen zu deutlichen Unterschieden bei der Absorption von Photonen des elektromagnetischen Feldes führen. Die Initialisierung der jeweiligen *Dressed States* mit einer sehr hohen Besetzungswahrscheinlichkeit ist im allgemeinen nicht durch einfaches Einschalten der Felder zu erreichen. Um eine kohärente Besetzung der *Dressed States* sicherzustellen, wird oft eine adiabatische Entwicklung der beiden elektromagnetischen Felder durchgeführt [129]. In [105] wurde gezeigt, dass ein einfaches Einschalten der elektromagnetischen Felder nicht zu einer erfolgreichen Präparation der *Dressed States* führt. Die Verwendung einer in Abschnitt 2.9.1 beschriebenen *STIRAP*-Sequenz hat sich als gut funktionierendes Verfahren zur Erzeugung der *Dressed States* bewährt [50]. Diese Technik findet oft Verwendung in „ $\Lambda$ “-Systemen, wo sie zum Populationstransfer zwischen zwei Zuständen genutzt wird, die nicht durch einen direkten Übergang verbunden sind, ohne das dritte Niveau dabei signifikant zu besetzen [130].

### 2.9.1. Stimulated Raman Adiabatic Passage

Eine **STIRAP**-Sequenz (**STI**mulated **R**aman **A**diabatic **P**assage) nutzt gegenintuitive adiabatische Pulse in einem „ $\Lambda$ “ oder „ $V$ “ förmig angeordneten System von Zuständen, um die Besetzung zwischen zwei Zuständen zu transferieren, zwischen denen ein direkter Übergang verboten ist, ohne einen dritten Zustand zu besetzen [130–132]. Wie in Abbildung 2.11 verdeutlicht ist, werden die gaußförmigen Mikrowellenpulse dazu zeitversetzt eingeschaltet und beendet. Die Reihenfolge der Felder ist dabei Entgegengesetzt zur vorhandenen Besetzung der Zustände. Mit der *STIRAP*-Sequenz soll die Besetzung vom Zustand  $|-1\rangle$  nach  $|+1\rangle$  überführt werden, ohne den  $|0\rangle$  Zustand zu besetzen. Demzufolge muss zuerst das Feld auf dem  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang eingeschaltet werden und kurz danach das Feld zwischen  $|-1\rangle$  und  $|0\rangle$ . Damit wird erreicht, dass mit dem ersten adiabatischen Puls zwischen  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  eine kohärente Überlagerung von  $|0\rangle$  und  $|+1\rangle$  erzeugt wird. Wenn das gaußförmige Feld auf dem  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang eingestrahlt wird, findet eine Kopplung der drei Zustände statt. In der Mitte der Sequenz wird da-

## 2. Theoretische Grundlagen



**Abbildung 2.11.:** Die in vier Teile unterteilte Abbildung zeigt die Präparation des *Dressed State*  $|D\rangle = (|-1\rangle - |+1\rangle)/\sqrt{2}$  mit einer *STIRAP*-Sequenz. Links oben in der Abbildung sieht man die Besetzung der atomaren Zustände entsprechend der Farbkodierung von Abbildung 2.10. Zu Beginn ist die atomare Population vollständig im Zustand  $|-1\rangle$  (blau), am Ende komplett im Zustand  $|+1\rangle$  (rot) und der Zustand  $|0\rangle$  (orange) wird nicht besetzt. Die atomaren Zustände können durch die Kopplung mit zwei Mikrowellenfeldern mit der Rabi-Frequenz  $\Omega$  in die *Dressed States*-Basis gebracht werden. Unten links ist der gaußförmige Verlauf der Amplituden der beiden elektromagnetischen Felder in Einheiten der Rabi-Frequenz  $\Omega$  während der *STIRAP*-Sequenz aufgetragen. Dabei stellt die rot gestrichelte Linie die Amplitude des Feldes auf dem Übergang von  $|0\rangle$  nach  $|+1\rangle$  dar und die blau gestrichelte Linie die Amplitude des Feldes auf dem Übergang von  $|0\rangle$  nach  $|-1\rangle$ . Rechts oben in der Abbildung ist die Besetzung der *Dressed States* gezeigt. Der *Dressed State*  $|D\rangle$  (schwarz) wird während der Sequenz präpariert. In der Mitte der Sequenz, wenn die Amplituden der beiden MW-Felder den gleichen Wert haben, wird der *Dressed State*  $|D\rangle$  vollständig besetzt. Die Besetzung der *Dressed States*  $|u\rangle = (|B\rangle + |0\rangle)/\sqrt{2}$  ist magenta gestrichelt und von  $|d\rangle = (|B\rangle - |0\rangle)/\sqrt{2}$  cyan gestrichelt dargestellt. Rechts unten ist die unveränderte Phase der beiden MW-Felder während der Sequenz abgebildet.

bei der in Gleichung 2.134 definierte *Dressed State*  $|D\rangle = (|-1\rangle - |+1\rangle)/\sqrt{2}$  vollständig präpariert. Um die *STIRAP*-Sequenz für die Überführung des Systems in die *Dressed States*-Basis und nicht zum Besetzungstransfer zu nutzen, wird die Sequenz in der Mitte angehalten, wenn die Amplituden der Felder gleich groß sind und die Besetzung im *Dressed State* maximal ist. Anschließend wird die *STIRAP*-Sequenz fortgeführt.

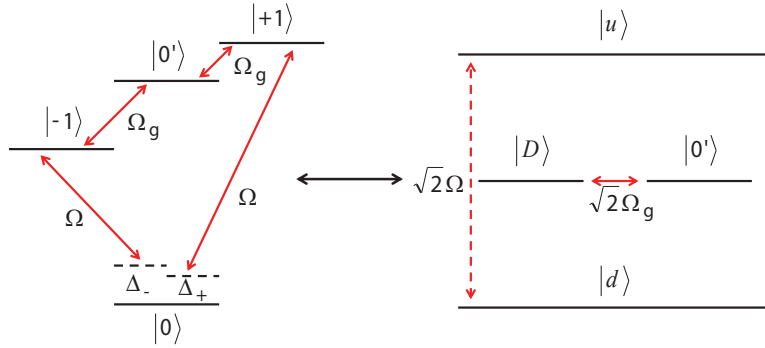
Weiterhin ist es möglich, den *Dressed State*  $|B\rangle = (|-1\rangle + |+1\rangle)/\sqrt{2}$  zu präparieren. Dazu ist anfangs die atomare Besetzung in  $|+1\rangle$  notwendig. Der erste Puls der *STIRAP*-Sequenz, wird dazu in Gegenrichtung der vorhandenen Besetzung beginnend durchgeführt und treibt dementsprechend den Übergang zwischen  $|-1\rangle$  und  $|0\rangle$  und das zweite Feld den Übergang zwischen  $|+1\rangle$  und  $|0\rangle$ . Um die atomare Besetzung in den *Dressed State*  $|B\rangle = (|-1\rangle + |+1\rangle)/\sqrt{2} = (|u\rangle + |d\rangle)/\sqrt{2}$  zu transferieren, ist zu beachten, dass zwischen den beiden elektromagnetischen Feldern eine Phasendifferenz von  $\pi$  bestehen

muss [120]. Entsprechend ändern sich, je nachdem ob man den *Dressed State*  $|D\rangle$  oder  $|B\rangle$  präpariert, der  $|u\rangle$ - und  $|d\rangle$ -Zustand zu:

$$\begin{aligned} |D\rangle &= (|-1\rangle - |+1\rangle)/\sqrt{2} & |B\rangle &= (|-1\rangle + |+1\rangle)/\sqrt{2} \\ |u\rangle &= (|B\rangle + |0\rangle)/\sqrt{2} & |u\rangle &= (|D\rangle + |0\rangle)/\sqrt{2} \\ |d\rangle &= (|B\rangle - |0\rangle)/\sqrt{2} & |d\rangle &= (|D\rangle - |0\rangle)/\sqrt{2}. \end{aligned} \quad (2.140)$$

Die Präparation der *Dressed States* und der vollständige Besetzungstransfer zurück in die atomare Basis mit *STIRAP*-Verfahren wird experimentell in Kapitel 6.2 untersucht.

### 2.9.2. Dressed States-Qubit



**Abbildung 2.12.:** Schematische Darstellung der Erzeugung eines Qubits in der *Dressed States*-Basis mit einem Radiofrequenzfeld bei einer Frequenz  $\omega_{\text{RF}}$ . Im linken Teil der Abbildung sind die atomaren Zustände dargestellt. Dabei sind die Zustände  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$  magnetfeldsensitiv,  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$  sind um  $\vec{B} = 0$  in erster Ordnung unabhängig von äußeren Magnetfeldänderungen. Im Fall von  $^{171}\text{Yb}^+$  können der Grundzustand  $|^2\text{S}_{1/2}, F = 0\rangle$  und die drei zeemanaufgespaltenen Zustände des  $|^2\text{S}_{1/2}, F = 1\rangle$  Niveaus genutzt werden. Diese atomaren Zustände können mit Hilfe von zwei Mikrowellenfeldern mit der zugehörigen Rabi-Frequenz  $\Omega$  und der absoluten Verstimmungen  $\Delta_-$  und  $\Delta_+$  vom Niveau  $|0\rangle$  in die *Dressed States*-Basis gebracht werden, die im rechten Teil der Abbildung gezeigt ist. Der *Dressed State*  $|D\rangle$  und der atomare Zustand  $|0'\rangle$  sind durch eine Energielücke der Größe  $\Omega/\sqrt{2}$  von den anderen *Dressed States*  $|u\rangle = (|B\rangle + |0\rangle)/\sqrt{2}$  und  $|d\rangle = (|B\rangle - |0\rangle)/\sqrt{2}$  getrennt. Die von der Rabi-Frequenz  $\Omega$  der Mikrowellenfelder abhängige Energielücke stabilisiert den *Dressed State*  $|D\rangle$  gegenüber Fluktuationen im Magnetfeld oder Schwankungen in den Mikrowellenfeldern. Mit einem Radiofrequenzfeld zwischen den Zuständen  $|-1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  oder  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  mit einer Rabi-Frequenz  $\Omega_{\text{g}}$  können die beiden Qubit-Zustände  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$  in der *Dressed States*-Basis gekoppelt oder allgemein ein Qubit Quantengatter implementiert werden. Ebenso ist es möglich zwei RF-Felder auf beiden Übergängen für das Verfahren zu nutzen. Die Übergangsfrequenzen  $\omega_{\pm}(B)$  zwischen den zeemanaufgespaltenen Zuständen  $|0'\rangle \leftrightarrow |\pm 1\rangle$  sind abhängig vom existierenden Magnetfeld  $B$ . Die Verstimmungen der Mikrowellenfelder bei  $\omega_{\text{MW}\pm}$  von den Resonanzen der Übergänge ergeben sich aus  $\Delta_+ = \omega_{+1} - \omega_{\text{MW}+}$  und  $\Delta_- = \omega_{-1} - \omega_{\text{MW}-}$ .

Die mit der *STIRAP*-Methode erzeugten *Dressed States*  $|D\rangle$  oder  $|B\rangle$  können zusammen

## 2. Theoretische Grundlagen

mit dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$  ein Qubit bilden. Mit einem Radiofrequenzfeld auf dem  $|0'\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  Übergang und einem auf dem  $|0'\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergang können während der Zeit, in der der jeweilige *Dressed State* erzeugt ist, Qubit-Operationen mit einer Rabi-frequenz  $\Omega_g$  durchgeführt werden (Vergleiche Abbildung 2.12). Die erzeugten *Dressed States* sind, ebenso wie die für ihre Erzeugung genutzten atomaren Zustände, magnetfeldsensitiv. Der *Dressed State*- $|D\rangle$  ist durch eine Energielücke der Größe  $\sqrt{2}\Omega$  zwischen den Zuständen  $|u\rangle = (|B\rangle + |0\rangle)/\sqrt{2}$  und  $|d\rangle = (|B\rangle - |0\rangle)/\sqrt{2}$  von diesen getrennt. Die von der Rabi-frequenz  $\Omega$  der Mikrowellenfelder abhängige Energielücke stabilisiert den  $|D\rangle$  Zustand gegenüber Fluktuationen im Magnetfeld oder Schwankungen in den Mikrowellenfeldern. So lange die umgebenden Magnetfeldschwankungen kleiner als die Energielücke zwischen den *Dressed States* sind ( $\mu\Delta B < \hbar\Omega/\sqrt{2}$ ), wird die Qubitphase nicht beeinflusst. Die Kohärenzzeit wird dabei durch Effekte zweiter Ordnung der umgebenden Magnetfeldschwankungen und der daraus resultierenden Verschiebung der Niveaus begrenzt. Fluktuationen in der Energie des Zustands  $|0'\rangle$  führen zur Dephasierung des Qubits und reduzieren entsprechend die realisierbare Kohärenzzeit [50]. Bei einer Verschiebung der atomaren Zustände  $|\pm 1\rangle$  um  $\delta$ , durch rauschende umgebende Magnetfelder, führt dies zu einer Verschiebung der Größenordnung  $\pm \frac{\delta^2}{\Omega/\sqrt{2}}$  der Niveaus in der *Dressed States*-Basis. Dabei heben sich die resultierenden Verschiebungen durch die Kopplung an die rauschenden umgebenden Magnetfelder zwischen  $|D\rangle \leftrightarrow |u\rangle$  und  $|D\rangle \leftrightarrow |d\rangle$  aufgrund der unterschiedlichen Vorzeichen auf (analog für  $|B\rangle$ ). Dies ermöglicht dem  $|D\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Qubit eine lange Kohärenzzeit (Abschnitt 6.5). Alternativ kann das in Abbildung 6.20b genutzte  $|B\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Qubit verwendet werden. Im Wechselwirkungsbild lautet der Hamiltonoperator für das von den beiden Mikrowellenfeldern hervorgerufene *Dressed State*-System [120]:

$$\hat{H}_I = \frac{\Omega}{2} (|+1\rangle \langle 0| + |-1\rangle \langle 0| + h.c.) \quad (2.141)$$

$$= \frac{\Omega}{\sqrt{2}} (|u\rangle \langle u| - |d\rangle \langle d|). \quad (2.142)$$

Mit zwei Radiofrequenzfeldern auf den Übergängen  $|0'\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  und  $|0'\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  folgt für die Kopplung zwischen dem  $|D\rangle$  Zustand und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$  der Hamiltonoperator für das Ein-Qubit-Gatter  $\hat{H}_{sqg}$  [51]:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{sqg} = & \omega_0 |0\rangle \langle 0| + \omega_+ |+1\rangle \langle +1| - \omega_- |-1\rangle \langle -1| + \\ & \Omega \left( |-1\rangle \langle 0| e^{-it\omega_{MW-}} + e^{i\theta} |+1\rangle \langle 0| e^{-it\omega_{MW+}} + h.c. \right) + \\ & \Omega_g \cos(\omega_- t) (|-1\rangle \langle 0'| + h.c.) + \Omega_g \cos(\omega_+ t + \phi) (|+1\rangle \langle 0'| + h.c.). \end{aligned} \quad (2.143)$$

Darin ist  $\omega_0$  der Frequenzunterschied zwischen  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$  und  $\omega_{\pm}$  der Frequenzunterschied zwischen  $|\pm 1\rangle$  und  $|0\rangle$ .  $\omega_{\pm}(B)$  sind die, vom äußeren Magnetfeld  $B$  abhängigen, Zeemanaufspaltungsfrequenzen zwischen  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  und  $|-1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$ . Dabei sind die Phasen  $\theta = 0$  und  $\phi = \pi$  für das  $\{|0'\rangle, |D\rangle\}$  Qubit und für das  $\{|0'\rangle, |B\rangle\}$  Qubit  $\theta = \pi$  und  $\phi = 0$ . Die Verstimmungen  $\Delta_+ = \omega_{+1} - \omega_{MW+}$  und  $\Delta_- = \omega_{-1} - \omega_{MW-}$  der beiden

MW-Felder  $\omega_{\text{MW}\pm}$  von den Resonanzen der Übergänge sind gegeben durch die Zeemanaufspaltung  $\omega_{\pm 1} = \omega_0 \pm \omega_{\pm}(B)$ . Für  $\Delta_{\pm} = 0$  folgt im Wechselwirkungsbild für das  $|0'\rangle \leftrightarrow |D\rangle$  Qubit mit Drehwellennäherung:

$$\begin{aligned}\hat{H}_{I,sgg} &= \sqrt{2}\Omega (|B\rangle \langle 0| + h.c.) + \sqrt{2}\Omega_g (|D\rangle \langle 0'| + h.c.) \\ &= \frac{\Omega}{\sqrt{2}} |u\rangle \langle u| - \frac{\Omega}{\sqrt{2}} |d\rangle \langle d| + \sqrt{2}\Omega_g (|D\rangle \langle 0'| + h.c.).\end{aligned}\quad (2.144)$$

Die ersten beiden Terme trennen die Zustände  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  (aus Formel 2.141) von  $|D\rangle$  aufgrund der Wechselwirkung mit den Mikrowellenfeldern mit Rabifrequenz  $\Omega$ . Der letzte Term implementiert das Qubit zwischen den Zuständen  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$  mit den Radiofrequenzfeldern mit der Rabifrequenz  $\Omega_g$  [50]. Für die Kopplung zwischen den Zuständen  $|0'\rangle$  und  $|D\rangle$  muss eine relative Phase von  $\pi$  zwischen den beiden Radiofrequenzfeldern bestehen. Wählt man die gleiche Phase für die beiden RF-Felder, erzeugt man das Qubit zwischen  $|0'\rangle$  und  $|B\rangle$  mit dem Hamiltonoperator:

$$\begin{aligned}\hat{H}_{I,sgg} &= \sqrt{2}\Omega (|D\rangle \langle 0| + h.c.) + \sqrt{2}\Omega_g (|B\rangle \langle 0'| + h.c.) \\ &= \frac{\Omega}{\sqrt{2}} |u\rangle \langle u| - \frac{\Omega}{\sqrt{2}} |d\rangle \langle d| + \sqrt{2}\Omega_g (|B\rangle \langle 0'| + h.c.).\end{aligned}\quad (2.145)$$

In [120] wird eine experimentell einfacher zu implementierende Methode der Manipulation des *Dressed States*-Qubits gezeigt. Der Vorteil liegt darin, dass die Methode ohne die notwendige Phasenbeziehung zwischen den beiden Radiofrequenzfeldern auskommt, die in [50] benötigt wird. Dadurch ist ein einzelnes RF-Feld für die Implementierung des  $|0'\rangle \leftrightarrow |B\rangle$  Qubits ausreichend. Die Übergangsfrequenzen zwischen  $|-1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  und  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  können aus der Breit-Rabi-Formel bestimmt werden [133]. Die Hyperfeinstrukturkonstante des  $S_{1/2}$  Grundzustands von  $^{171}\text{Yb}^+$  beträgt  $A = 12,642812118471(9)$  GHz. Aufgrund der Tatsache, dass das Kern-Magneton  $\mu_K = 5,050784 \cdot 10^{-27}$  J/T viel kleiner ist als das Bohrsche-Magneton  $\mu_B = 9,274078 \cdot 10^{-24}$  J/T, wird der Beitrag des nuklearen Spins vernachlässigt [134]. Für das anliegende magnetische Feld  $B$  und dem g-Faktor des Elektrons  $g_J = 2,0023$  folgt mit der Abkürzung  $\chi = g_J \mu_B / (\hbar \omega_0) B$  für die Übergangsfrequenzen [135]:

$$\begin{aligned}\omega_+(B) &= \frac{A}{2} \left( 1 + \chi - \sqrt{1 + \chi^2} \right) \\ \omega_-(B) &= -\frac{A}{2} \left( 1 - \chi - \sqrt{1 + \chi^2} \right) \\ \omega_0(B) &= \sqrt{1 + \chi^2} \omega_0.\end{aligned}\quad (2.146)$$

Für ein entsprechend großes externes Magnetfeld ist die Entartung der Aufspaltung zwischen den Zuständen  $|-1\rangle$ ,  $|0'\rangle$  und  $|+1\rangle$  aufgrund des Zeemaneffekts zweiter Ordnung

## 2. Theoretische Grundlagen

aufgehoben. Der Frequenzunterschied  $\delta\omega$  ergibt sich aus [136]:

$$\delta\omega = \omega_+ - \omega_- = -\frac{[2g_J\mu_B B/(2I+1)]^2}{2\hbar^2\omega_0}. \quad (2.147)$$

Darin ist  $I$  die Quantenzahl des Drehimpulses des Atomkerns. Der Frequenzunterschied kann bei  $^{171}\text{Yb}^+$  für eine Magnetfeldänderung ausgedrückt werden als  $\delta\omega \approx 28 \cdot \frac{\text{GHz}}{\text{T}} \cdot B$  (mit  $B$  in T). Infolge des Zeemaneffekts zweiter Ordnung ist die Frequenzänderung des  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergangs  $\delta\omega_0(B) \approx 31,9 \frac{\text{GHz}}{\text{T}^2} B^2$  (mit  $B$  in T).

Unter der Bedingung, dass die Rabifrequenz viel kleiner ist als der Frequenzunterschied zwischen den Zeemanniveaus  $\Omega_g \ll |\delta\omega|$ , können direkte Übergänge zwischen den Zuständen  $|-1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  als nicht resonant betrachtet werden und nur die Übergänge zwischen  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  berücksichtigt werden.

Es wird ein einzelnes Radiofrequenzfeld in der Nähe der Resonanz des  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergangs oder des  $|-1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergangs eingestrahlt. Die Verstimmungen von den Resonanzen der Übergänge ergeben sich aus  $\Delta_{RF+} = \omega_+ - \omega_{RF}$  und  $\Delta_{RF-} = \omega_- - \omega_{RF}$ . Im Wechselwirkungsbild mit Drehwellennäherung folgt in der atomaren Basis der Hamiltonoperator für das RF-Feld [137]:

$$\hat{H}_{RF} = \Omega_g \left( e^{-i\phi t \Delta_{RF+}} | +1 \rangle \langle 0' | + e^{i\phi t \Delta_{RF-}} | -1 \rangle \langle 0' | + h.c. \right). \quad (2.148)$$

In der *Dressed States*-Basis lautet der Hamiltonoperator entsprechend:

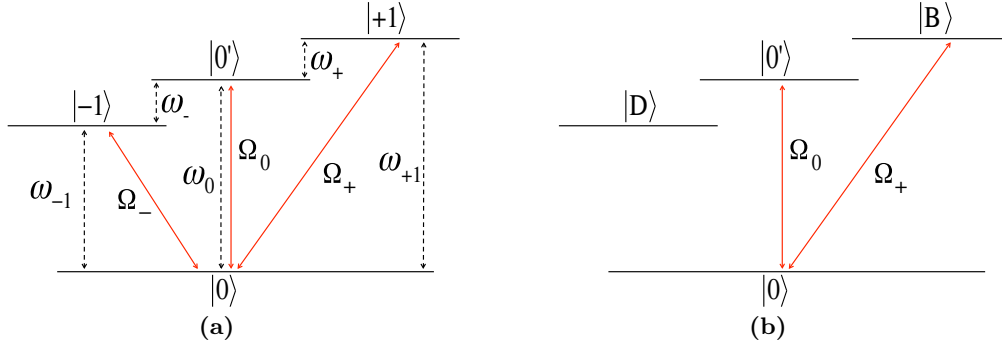
$$\begin{aligned} \hat{H}_{RF} = & \frac{\Omega_g}{\sqrt{2}} \left( |D\rangle \langle 0' | (e^{-i\phi t \Delta_{RF+}} - e^{i\phi t \Delta_{RF-}}) + h.c. \right) \\ & + \left( (|u\rangle + |d\rangle) \langle 0' | (e^{-i\phi t \Delta_{RF+}} + e^{i\phi t \Delta_{RF-}}) + h.c. \right). \end{aligned} \quad (2.149)$$

Die resultierende Rabifrequenz ( $\frac{\Omega_g}{\sqrt{2}}$ ) in der *Dressed States*-Basis zwischen den Zuständen  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$  ist bei dieser Methode, mit einem Radiofrequenzfeld, um den Faktor zwei geringer als bei der Methode mit zwei Radiofrequenzfeldern ( $\sqrt{2}\Omega_g$ ) [120]. Für schnelle Operationen zwischen den beiden Zuständen bietet es sich daher an, die Methode mit zwei Radiofrequenzfeldern auf den Resonanzen der Übergänge  $|0'\rangle \leftrightarrow |\pm 1\rangle$  zu nutzen.

Unter anderem wird die Methode mit einem Radiofrequenzfeld experimentell in den Abschnitten 6.6.2 und 6.6.3 umgesetzt, um Rabi- und Ramsey-Spektroskopieexperimente zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  durchzuführen.

### 2.9.3. *Dressed States*-MW-Qubit

Eine alternative Möglichkeit, ein Qubit zwischen dem *Dressed State*  $|D\rangle$  oder  $|B\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$  zu realisieren, ist durch die Verwendung eines zusätzlichen Mikrowellenfeldes auf dem Übergang zwischen den Zuständen  $|0'\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  gegeben. Die Erzeugung des  $|0'\rangle \leftrightarrow |B\rangle$  Mikrowellen-Qubits erfolgt nach der in Abbildung 2.13a skiz-



**Abbildung 2.13.:** Die Abbildung veranschaulicht die Erzeugung eines rein auf Mikrowellenfeldern basierenden Qubits. In Teil (a) ist das atomare System dargestellt, um ein *Dressed States*-MW-Qubit zu erzeugen. Die Zustände  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$  sind in erster Ordnung magnetfeldunabhängig,  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$  sind magnetfeldabhängig. Jeder der oberen drei Zustände wird durch ein Mikrowellenfeld mit einer bestimmten Frequenz, Phase und Amplitude an den unteren Zustand  $|0\rangle$  gekoppelt. Die Übergangsfrequenzen sind  $\omega_0$ ,  $\omega_{+1}$  und  $\omega_{-1}$  sowie  $\omega_+$  und  $\omega_-$ . In Teil (b) ist das System aus Teil (a) in der  $[|B\rangle, |D\rangle]$  *Dressed States*-Basis dargestellt. Darin sind die Zustände  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$  durch die symmetrische Superposition  $|B\rangle$  und antisymmetrische Superposition  $|D\rangle$  ersetzt. Mit den beiden MW-Feldern mit der Rabifrequenz  $\Omega_+ = \Omega_-$  und dem zusätzlichen MW-Feld mit der Rabifrequenz  $\Omega_0$  können, abhängig von der Phasenbeziehung zwischen den MW-Feldern, Übergänge zwischen einem der *Dressed States* und dem Zustand  $|0\rangle$  getrieben werden.

zierten Anordnung. Der Hamiltonoperator für drei resonant eingestrahlte Mikrowellenfelder lautet im Wechselwirkungsbild mit Drehwellennäherung:

$$\hat{H} = \frac{1}{2}\Omega_- e^{i\phi_-} |-1\rangle \langle 0| + \frac{1}{2}\Omega_+ e^{i\phi_+} |+1\rangle \langle 0| + \frac{1}{2}\Omega_0 e^{i\phi_0} |0'\rangle \langle 0| + h.c.. \quad (2.150)$$

Dabei sind  $\Omega_-$ ,  $\Omega_0$  und  $\Omega_+$  die Rabifrequenzen auf dem  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang, auf dem  $|0'\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang und auf dem  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang. Entsprechend sind  $\phi_-$ ,  $\phi_0$  und  $\phi_+$  die Phasen der jeweiligen Felder. Mit  $\Omega_+ = \Omega_- = \Omega$  folgt unter Berücksichtigung von  $\Omega_B = \sqrt{\Omega_-^2 + \Omega_+^2} = \sqrt{2}\Omega$  und  $\phi_+ = \phi_- = \phi_B$  der Hamiltonoperator für das mögliche Mikrowellen Qubit  $|B\rangle, |0'\rangle$ :

$$\hat{H} = \frac{1}{2}\Omega_B e^{i\phi_B} |B\rangle \langle 0'| + \frac{1}{2}\Omega_0 e^{i\phi_0} |0'\rangle \langle 0| + h.c. \quad (2.151)$$

Alternativ kann auch das  $|0'\rangle \leftrightarrow |D\rangle$  Qubit genutzt werden. Dafür muss lediglich die Phasenbeziehung  $\phi_+ = \phi_- + \pi$  erfüllt sein. Zudem können die Rabifrequenzen  $\Omega_B$  und  $\Omega_0$  unabhängig von einander variiert werden [138]. Das sich durch die Verwendung von drei Mikrowellenfeldern ergebende „V“-Förmige System in der *Dressed States*-Basis ist in Abbildung 2.13b gezeigt. Dieses System bietet den Vorteil, dass es ohne zusätzliche Radiofrequenzfelder auskommt und allein auf der Verwendung von Mikrowellenfeldern basiert, wodurch die technische Umsetzung vereinfacht wird (siehe Kapitel 6.6.4). Mit



## 2. Theoretische Grundlagen

beispielsweise einem Arbiträrgenerator (*Arbitrary Waveform Generator*) (AWG), wie unter anderem in Anhang D genutzt, ist es unkompliziert mehrere MW-Signale bei unterschiedlichen Frequenzen gleichzeitig zu erzeugen.

### 2.9.4. Quantengatter mit *Dressed States*

Für die Durchführung von Rechenoperationen mit einem Quantenprozessor werden Quantengatter benötigt. Sie stellen das Analogon zu klassischen logischen Gattern dar. Quantengatter können durch die Kopplung des elektronischen Qubits an die Bewegung des Ions implementiert werden [30, 76, 139]. Für die Realisierung eines Quantengatters mit den *Dressed States* bieten sich verschiedene Möglichkeiten. In [50] wird die mögliche Implementierung von kontrollierten Quantengattern mit mehreren Ionen durch die Kopplung des Qubits an die Vibrationsmoden einer Ionenkette ermöglicht. Dies wird durch die Verwendung eines RF-Feldes auf dem  $|0'\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  Übergang oder  $|0'\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergang erreicht. Die Frequenz des RF-Feldes ist um den Wert der Vibrationsmodenfrequenz  $\nu$  von der Übergangsfrequenz verstimmt und somit auf der Resonanz des ersten Bewegungsseitenbands. Im geschützten Unterraum der *Dressed States*-Basis wird dadurch die  $|D\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  (oder  $|B\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$ ) Qubit Resonanz an die Vibrationsmode der Ionenkette gekoppelt. Aufgrund der um  $\Omega$  höheren Energie von  $|D\rangle$  (beziehungsweise  $|B\rangle$ ) wird in der Drehwellnäherung die Kopplung von  $|D\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  (oder  $|B\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$ ) in nullter Ordnung des Lamb-Dicke-Parameters  $\eta$  (siehe Abschnitt 2.7.2) aufgehoben. Für die nur in erster Ordnung des Lamb-Dicke-Parameters gekoppelten Zustände  $|D\rangle$  (oder  $|B\rangle$ ) lautet der Hamiltonoperator [50]:

$$\hat{H} = \sqrt{2}\eta\Omega_g \left( |D\rangle \langle 0'| e^{i\delta t} + h.c. \right) (b^\dagger - b). \quad (2.152)$$

Unter Berücksichtigung der Bedingung  $\eta\Omega_g \ll \nu$  kann durch Erhöhung der RF-Leistung der kleine Lamb-Dicke-Parameter  $\eta$  (siehe Kapitel 2.7) kompensiert werden, da das Quantengatter keinen Trägeranteil besitzt [50]. Dies erlaubt die Durchführung des Quantengatters mit kleinen statischen Magnetfeldgradienten, wie in [48, 100, 103] beschrieben oder mit oszillierenden Magnetfeldgradienten [140].

### 2.9.5. Umsetzung von Multiqubit Gattern

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie das *Dressed States*-Schema für QIP mit mehreren Ionen genutzt werden kann. Mit Hilfe eines ortsabhängigen statischen Magnetfeldes können die einzelnen Ionen im Frequenzraum adressiert werden. Dies schafft die Voraussetzung für Quantengatter mit Mikrowellen- oder Radiofrequenzfeldern. Für die Kopplung zwischen den elektronischen Freiheitsgraden und den Bewegungs-Freiheitsgraden wird ein Gradient im statischen oder oszillierenden Magnetfeld benötigt [50].

Die Adressierung der einzelnen Ionen erfolgt mit einer Art Mikrowellenfrequenzkamm.

Dabei stimmt der Abstand zwischen den einzelnen Frequenzen des Frequenzkamms mit dem Frequenzunterschied in der Zeemanaufspaltung benachbarter Ionen überein, der aufgrund des Magnetfeldgradienten entsteht (siehe Kapitel 2.7). Die Ionen können einzeln adressiert werden, so lange die Bedingung  $\Omega_g \ll \Delta E_Z/\hbar$  für den Frequenzunterschied in der Zeemanaufspaltung benachbarter Ionen  $\Delta E_Z$  und die Rabifrequenz  $\Omega_g$  für das für die Adressierung genutzte Radiofrequenzfeld erfüllt ist. Effekte der zweiten Ordnung von magnetischen Feldfluktuationen auf die Energien der atomaren Zustände werden im folgenden vernachlässigt. Die Schwankungen zweiter Ordnung werden nicht durch MW-Felder entkoppelt, aber der Effekt ist klein für  $\chi \ll 1$  und begrenzt die mögliche Kohärenzzeit [137]. Unter Vernachlässigung des Zeemaneffekts zweiter Ordnung folgt der Hamiltonoperator im Wechselwirkungsbild:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{mqg} = & \omega_0 |0\rangle \langle 0| + \lambda_0 (|+1\rangle \langle +1| - |-1\rangle \langle -1|) \\ & + \Omega \left( |-1\rangle \langle 0| e^{-i\omega_{-1}t} + e^{i\theta} |+1\rangle \langle 0| e^{-i\omega_{+1}t} + h.c. \right) \\ & + \Omega_g \cos(\lambda_0 - \delta)t (|-1\rangle \langle 0'| + h.c.) + \Omega_g \cos(\lambda_0 - \delta + \theta)t (|+1\rangle \langle 0'| + h.c.) \\ & + \nu b^\dagger b |+1\rangle \langle +1| + \lambda (b + b^\dagger) (|-1\rangle \langle -1| - |+1\rangle \langle +1|) \end{aligned} \quad (2.153)$$

für die einzelnen Ionen mit  $\theta = 0$  für das  $[|D\rangle, |0'\rangle]$  Qubit und mit  $\theta = \pi$  das  $[|B\rangle, |0'\rangle]$  Qubit. Darin sind  $b^\dagger$  und  $b$  die Erzeugungs- bzw. Vernichtungsoperatoren des harmonischen oszillierenden Fallenpotentials.  $\lambda_0$  gibt die Frequenz des RF-Feldes an und  $\delta$  ist die Verstimmung des RF-Feldes von der Resonanz. Die Frequenz  $\lambda$  ist wie in [48] beschrieben, proportional zum magnetischen Gradienten. Mit der Drehwellennäherung folgt:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{mqg} = & \omega_0 |0\rangle \langle 0| + \lambda_0 (|+1\rangle \langle +1| - |-1\rangle \langle -1|) \\ & + \Omega \left( |-1\rangle \langle 0| e^{-i\omega_{-1}t} + e^{i\theta} |+1\rangle \langle 0| e^{-i\omega_{+1}t} + h.c. \right) + \\ & + \Omega_g \left( |-1\rangle \langle 0'| e^{-i(\lambda_0 - \delta)t} + e^{i\theta} |+1\rangle \langle 0'| e^{i(\lambda_0 - \delta)t} + h.c. \right) + \\ & + \nu b^\dagger b |+1\rangle \langle +1| + \lambda (|-1\rangle \langle -1| - |+1\rangle \langle +1|) (b + b^\dagger). \end{aligned} \quad (2.154)$$

Im Wechselwirkungsbild der Mikrowellenfelder erhält man nach anwenden der Polaron-Transformation [50]:

$$U = e^{\eta |+1\rangle \langle +1| (b^\dagger - b)} e^{-\eta |-1\rangle \langle -1| (b^\dagger - b)} \quad (2.155)$$

für den RF-Anteil des Hamiltonoperators:

$$U H U^\dagger = \Omega_g \left( |-1\rangle \langle 0'| e^{-\eta (b^\dagger - b)} e^{i\delta t} + e^{i\theta} |+1\rangle \langle 0'| e^{\eta (b^\dagger - b)} e^{i\delta t} + h.c. \right). \quad (2.156)$$

## 2. Theoretische Grundlagen

In erster Ordnung des Lamb-Dicke-Parameter ergibt sich für das  $|D\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Qubit:

$$\hat{H} = \sqrt{2}\eta\Omega_g \left( |D\rangle \langle 0'| e^{i\delta t} + h.c. \right) (b^\dagger - b). \quad (2.157)$$

In nullter Ordnung ergibt sich eine Kopplung zwischen den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Dieser Term kann vernachlässigt werden, da die Kopplung mit  $\Omega_g$  viel kleiner ist als die Energielücke, die von der Größenordnung  $\Omega$  ist. Das Schema ermöglicht schnelle Gatter mit vielen Ionen, das begrenzt wird durch  $\eta\Omega_g \ll \nu$ . Diese Bedingung ist für den kleinen (effektiven) Lamb-Dicke-Parameter  $\eta$  (siehe Abschnitt 2.7.2) relativ leicht zu erfüllen [50]. Für das  $|B\rangle, |0'\rangle$ -Qubit folgt analog:

$$\hat{H} = \sqrt{2}\eta\Omega_g \left( |B\rangle \langle 0'| e^{i\delta t} + h.c. \right) (b^\dagger - b). \quad (2.158)$$

# 3

## Experimenteller Aufbau

Die in dieser Arbeit beschriebenen Experimente werden an einfach ionisierten Ytterbium-Atomen durchgeführt, die in einer elektrodynamischen miniaturisierten Paul-Falle (Abschnitt 3.7) im Ultra-Hochvakuum gefangen sind. Die elektromagnetische Strahlung, die für die Zwei-Photonen-Ionisierung der Atome, die Laserkühlung oder die Zustandsmanipulation und Zustandsidentifikation der Ionen benötigt wird, wird von mehreren Lasersystemen bei Wellenlängen von 369 nm, 399 nm, 638 nm und 935 nm erzeugt. Zudem werden Mikrowellenfelder und Radiofrequenzfelder benötigt, die im folgenden Kapitel beschrieben sind.

Übergang	$\lambda$ [nm]	$\lambda_0$ [nm]	Lebensdauer	Linienbreite
$^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$	369,4248	369,4198 [74]	8,1 ns	19,6 MHz [75]
$^2F_{7/2} \leftrightarrow ^3[5/2]_{5/2}$	638,4404	<i>unbekannt</i>	< 50 ms	< 3 Hz [73]
$^2D_{3/2} \leftrightarrow ^3[3/2]_{1/2}$	934,9326	934,9289 [74]	6 $\mu$ s	< 2,7 MHz [141]

**Tabelle 3.1.:** Die Tabelle listet die für die in dieser Arbeit durchgeführten Experiment wichtigen Linienbreiten im optischen Bereich von Ytterbium auf. Die aufgeführten Literaturwerte  $\lambda_0$  und die im Experiment verwendeten Wellenlängen  $\lambda$  sind für Luft als Medium angegeben. Die Umrechnung von Luft in Vakuum ist wie in [142] beschrieben durchgeführt. Die in den Experimenten genutzten Wellenlängen werden mit einem fahrenden Michelson-Interferometer gemessen, das einen Helium-Neon-Laser als Referenz nutzt (Abschnitt 3.6).

### 3.1. Lasersystem bei 369 nm

Laserlicht bei 369 nm ist für die Experimente von grundlegender Bedeutung, da ein Lasersystem in diesem Wellenlängenbereich für mehrere Teile einer Messsequenz eine entscheidende Rolle spielt. Das Lichtfeld bei 369 nm wird sowohl als zweites Lichtfeld für die Zwei-Photonen-Ionisierung der Ytterbium-Atome genutzt als auch für die Doppelerkühlung der Ionen verwendet. Dazu wird das Lichtfeld mit einem akustooptischen

### 3. Experimenteller Aufbau

Modulator um etwa 13 MHz zum roten Frequenzbereich hin verstimmt (siehe Abschnitt 2.6.1).

Des Weiteren dient die detektierte Resonanzfluoreszenz des Übergangs  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  nach  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  zum zustandsselektiven Nachweis (Abschnitt 2.5). Ein Photomultiplier registriert dafür die vom Ion emittierten Photonen.

Für die im Kapitel 5 beschriebenen Ramanübergänge und die damit durchgeführte Raman-Seitenbandkühlung werden gleichzeitig zwei Lichtfelder bei 369 nm benötigt.

Für die in dieser Arbeit beschriebenen Experimenten werden zwei unterschiedliche Lasersysteme bei 369 nm genutzt. Das eine System basiert Laser<sup>1</sup> mit 10 W Ausgangsleistung. Dieser strahlt Licht bei 532 nm aus und wird zum optischen Pumpen eines Coherent Titan-Saphir Lasers<sup>2</sup> verwendet (Abschnitt 3.1.1). Der kommerziell erwerbbarer Laser ist serienmäßig mit zwei Frequenzstabilisierungsregelungen ausgestattet. Das Licht des Titan-Saphir Lasers bei 738,85 nm mit etwa 750 mW wird genutzt, um einen in der Arbeitsgruppe entwickelten Frequenzverdopplungsresonator (Abschnitt 3.1.1) optisch zu pumpen. Die so erzeugte Laserstrahlung bei 369 nm erreicht eine Leistung von bis zu 100 mW.

Bei dem anderen Lasersystem bei 369 nm handelt es sich um ein kommerzielles Lasersystem<sup>3</sup> (siehe Abschnitt 3.1.2). Die Laserfrequenz der beiden Lasersysteme bei 369 nm kann rechnergesteuert<sup>4</sup> durchgestimmt werden. Dadurch kann schnell auf eine Temperaturerhöhung des Ions (Aufheizen) reagiert werden und die Frequenz des Lasers zum roten Frequenzbereich hin verstimmt werden. Zudem können so geringe Frequenzschwankungen der Laser computergesteuert kompensiert werden, damit während der gesamten Messung die Laserfelder auf der Resonanz des gewünschten Übergangs auf das Ion eingestrahlt werden können. Dazu werden die Laser zunächst auf den externen, temperaturstabilisierten, konfokalen Referenzresonator (Fabry-Pérot-Interferometer) geregelt. Der Piezo-Aktuator wird unter Zuhilfenahme eines Hochspannungsverstärkers<sup>5</sup> mit dem ADwin-System verbunden. Bei einer Änderung der angelegten Spannung verändert der Piezo-Aktuator seine Länge. Spannungsänderungen führen daher zu einer Änderung des Spiegelabstandes im Resonator und damit zu einer Verschiebung der Airy-Spitzen. Weil der Laser aber auf die Spitzen geregelt ist, muss sich dessen Frequenz entsprechend der Translation der Spitzen verändern.

#### 3.1.1. Titan:Saphir Ringlaser

Eine Möglichkeit Laserlicht bei einer Wellenlänge von 369 nm zu erzeugen, ist die Frequenzverdopplung eines kommerziellen Titan:Saphir Ringlasers<sup>1</sup> (Ti:Sa). Dieser Laser wird wiederum durch einen frequenzverdoppelten, diodengepumpten Laser<sup>2</sup> optisch ge-

---

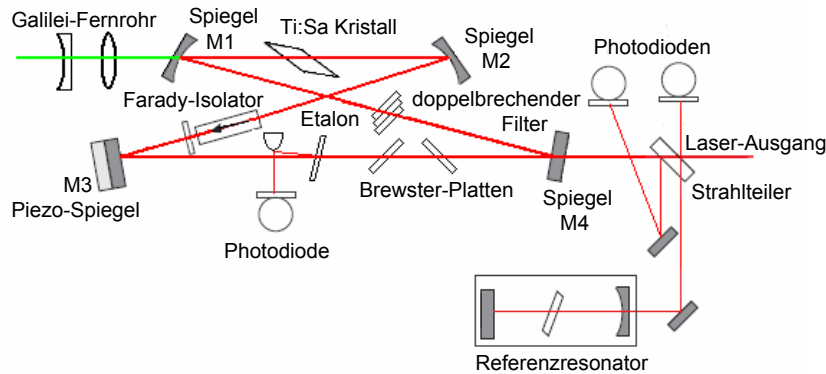
<sup>1</sup>Coherent, Verdi V10

<sup>2</sup>Coherent, MBR110

<sup>3</sup>Toptica Photonics, SHG-110

<sup>4</sup>ADwin, Jäger

<sup>5</sup>V75



**Abbildung 3.1.:** Schematischer Strahlverlauf im Ti:Sa-Laser. Der optische Ringresonator garantiert eine hohe Frequenzkonversion des Lichtes. Der in (Bow-Tie) Ringkonfiguration angeordnete Resonator besteht aus einem Ti:Sa-Kristall und vier Spiegeln (M1-M4), von denen ein Spiegel von einem Piezo-Aktuator verstellt werden kann. Mit einem dünnen Etalon (Fabry-Pérot-Interferometer) und einem doppelbrechenden Filter (Lyot-Filter) kann die Frequenz des emittierten Lichtes sehr präzise variiert werden.

pumpt. Der Laser<sup>6</sup> ist ein Neodym:Vanadat ( $\text{Nd:YVO}_4$ ) Laser, der einmodiges Licht bei einer Wellenlänge von 532 nm emittiert. Im Ti:Sa-Laser (Abbildung 3.1) emittiert ein Ti:Sa-Kristall Licht bei der gewünschten Wellenlänge von 738 nm. Um eine hohe Konversionseffizienz des Ti:Sa-Kristalls zu erreichen, befindet sich der Ti:Sa-Kristall in einem, in Ringkonfiguration (Bow-Tie Konfiguration) angeordneten, optischen Resonator. Der gesamte Laserresonator des Ti:Sa-Lasers befindet sich in einem monolithischen, wassergekühlten Aluminiumblock. Dadurch wird eine hohe passive Stabilität des emittierten Lichtes gewährleistet [143].

Das breite Emissionsspektrum des Ti:Sa-Lasers kann aktiv durch zwei optisch durchstimmbare Filter mit einem sehr schmalen Transmissionsbereich verändert werden. Große Verstimmungen der emittierten Frequenz können durch einen doppelbrechenden Filter (Lyot-Filter) erreicht werden. Mit einem Etalon (Fabry-Pérot-Interferometer) können feine Veränderungen des transmittierten Lichtes vorgenommen werden. Das Etalon garantiert dabei gleichzeitig den Ein-Modenbetrieb und verhindert das Auftreten von Modensprüngen. Eine Vergrößerung der Frequenzstabilität erreicht man, indem das emittierte Licht des Lasers auf die Flanke der Transmission (Airy-Funktion) eines temperaturgeregelten Referenzresonators stabilisiert wird. Dadurch kann die Bandbreite der emittierten Strahlung auf weniger als  $\Delta\nu = 100$  kHz gesenkt werden [143]. Zudem wird das System um eine zusätzlichen externen Referenzresonator erweitert. Die Finesse dieses Resonators ist  $F = 10$  [105].

<sup>6</sup>Coherent, Verdi V10

### 3. Experimenteller Aufbau

#### Frequenzverdopplungsresonator

Der in einem monolithischen Gussblock angeordnete Frequenzverdopplungsresonator mit vier Spiegeln in *Bow-Tie*-Konfiguration erreicht mit einem BBO-Kristall ( $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub>) eine maximale Ausgangsleistung von etwa 160 mW bei einer Pumpleistung von 700 mW [144]. Die Frequenzverdopplung im Kristall beruht auf dem Prinzip der *Second Harmonic Generation*. Als Stabilisierungsmethode des Frequenzverdopplungsresonators wird nach dem von Hänsch und Couillaud vorgeschlagenen Verfahren vorgegangen [145].

In Anhang A wird die Stabilisierung der Ausgangsleistung des Frequenzverdopplungsresonators bei 369 nm untersucht.

#### 3.1.2. Toptica SHG-110

Die „Master“ Laserdiode<sup>7</sup> mit der Seriennummer 66 des Lasers<sup>8</sup> wurde mehrmals gewechselt und letztendlich durch die Laserdiode<sup>9</sup> ersetzt (siehe Anhang A). Diese erreicht bei einem Strom von 144 mA eine Ausgangsleistung von 16 mW bei einer Wellenlänge von 738,9 nm.

Um die Laserfrequenz zu verändern, kann die Temperatur der Laserdiode gesteuert und mit einer Regelelektronik stabilisieren werden. Um die Linienbreite (MHz-Bereich), die durch die temperaturabhängige Bandlücke der Laserdiode emittiert wird, zu verkleinern, wird ein so genannter externer Resonator in Littrow-Anordnung genutzt [146]. Durch die teilweise Rückkopplung an einem Gitter der emittierten Laserleistung mit einer bestimmten Wellenlänge kann die stimulierte Emission verändert werden. Nachteilig kann sich eine Änderung der Gitterposition auf die Positionsänderung des ausgekoppelten Strahls auswirken.

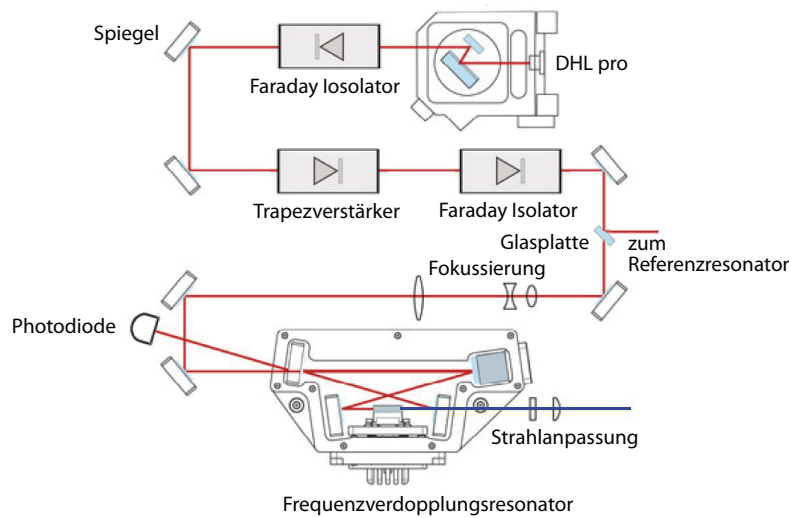
Das Strahlprofil der Laserdiode<sup>9</sup> besitzt eine geringfügig andere Form als das der ursprünglich genutzten. Nach der Frequenzverdopplungseinheit durchläuft das Lichtfeld ein Linsensystem, das den Laserstrahl bei 369 nm kollimieren soll. Darin musste eine Linse des Linsensystems gegen eine Zylinderlinse mit einer Brennweite von 80 mm ausgetauscht werden, damit der Laserstrahl nicht zu divergent in der horizontalen Achse wird. Der Frequenzverdopplungskristall wurde durch einen LBO Kristall (Typ 1,  $\theta = 90^\circ$ ,  $\phi = 38,4^\circ$ ) der Firma TOPAG Lasertechnik ausgetauscht. Der frequenzverdoppelte Laserstrahl aus dem Resonator ist stark divergent und das Strahlprofil besitzt ein stark elliptisches Aspektverhältnis in horizontaler Richtung. Daher muss der Laserstrahl in horizontaler und vertikaler Richtung unterschiedlich stark kollimiert werden. Die Ursache für das elliptische Strahlprofil ist eine räumliche Verschiebung (*walk off*) des außerordentlichen, frequenzverdoppelten Strahles und die unterschiedlichen Brechungsindizes und daher verschiedenen Phasengeschwindigkeiten in x- und y-Richtung. Das Laserlicht bei 369 nm wird in einen akustooptischen Modulator (AOM) fokussiert. In diesem befin-

<sup>7</sup>Toptica Photonics, #LD – 0745 – 0020 – AR – 1

<sup>8</sup>Toptica Photonics, SHG-110

<sup>9</sup>Eagleyard Photonics, EYP – RWE – 0740

### 3.1. Lasersystem bei 369 nm



**Abbildung 3.2.:** Schematischer Strahlverlauf im Lasersystem (Toptica Photonics, SHG-110). Der gitterstabilisierte Diodenlaser DL 100 emittiert Licht der Wellenlänge 738 nm und einer Ausgangsleistung von etwa 12 mW. Das Licht passiert anschließend einen Faraday-Isolator und wird in den Trapezverstärker fokussiert. Dieser verstärkt die Lichtleistung von 12 mW auf 320 mW. Es folgt ein weiterer Faraday-Isolator. Mit einer Glasplatte wird ein Reflex ausgekoppelt und für die Frequenzstabilisierung in einem Referenzresonator genutzt. Das Laserlicht wird durch drei hintereinander angeordnete Linsen an die Strahlgröße und die Mode des Verdopplungskristalls angepasst. Dadurch wird eine hohe Frequenzverdopplungseffizienz erzielt. Der Ringresonator besteht aus vier Spiegeln, von denen ein Spiegel von einem Piezo-Aktuator verstellt werden kann, und dem Frequenzverdopplungskristall (LBO).

det sich ein Kristall, der von einem Piezo-Aktuator mit einer Radiofrequenz (RF) zum Schwingen angeregt wird. Das Licht, das durch den Kristall transmittiert, wird von den Dichteschwingungen der Radiofrequenzwelle im Kristall wie an einem Gitter gestreut oder abgelenkt. Trifft das Licht im Bragg Winkel auf den AOM wird die Frequenz des Lichtes in der ersten Beugungsordnung um den Betrag der Radiofrequenz vergrößert und entsprechend in der minus ersten Beugungsordnung verkleinert. Als akustooptischer Modulator diente zunächst das Modell<sup>10</sup> mit einer maximalen Beugungseffizienz des linear vertikal polarisierten Lichtes von 80 %, bei einer Radiofrequenz von 200 MHz. Später wurde dieser durch den AOM<sup>11</sup> ausgetauscht, der seine maximale Ablenkungseffizienz bei einer Radiofrequenz von 70 MHz besitzt. Der Nachteil der akustooptischen Modulatoren ist, dass die Kristalle aus Quarz sind und dadurch nur für Licht mit linear vertikaler Polarisation hohe Beugungseffizienzen erreichen.

Dies hat den Nachteil, dass ein Doppeldurchgang durch den akustooptischen Modulator nur mittels eines komplexen Aufbaus realisiert werden kann (Anhang A). Der den frequenzverdoppelnden Kristall verlassende Laserstrahl wird von einer Linse mit einer Brennweite von 300 mm in den akustooptischen Modulator fokussiert. Nach dem Doppel-

<sup>10</sup>IntraAction, ASM-2002B8M

<sup>11</sup>IntraAction Corp., ASM-702B8



### 3. Experimenteller Aufbau

durchgang wird das Stahlprofil des Laserstrahls in einem Teleskop mit zwei Linsen und einer Lochblende mit einem Durchmesser von  $30\ \mu\text{m}$  zu einem kollimierten Gausstrahl angepasst. Um ein oder mehrere Ionen schnell in den Zustand  $|^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  zu präparieren, muss die Frequenz des Laserlichtes, das den Übergang  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  für den zustandsselektiven Nachweis anregt, um  $2,1\ \text{GHz}$  zur größeren Frequenz hin verschoben werden. So ist resonantes Anregen des Übergangs  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F = 1\rangle$  möglich und zu einer schnellen Anreicherung der Besetzung im Zustand  $|^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  führt [78]. Das für die Dopplerkühlung und für den zustandsselektiven Nachweis genutzte Laserfeld wird durch einen Doppeldurchgang durch einen akustooptischen Modulator um  $-140\ \text{MHz}$  verstimmt. Die nullte Beugungsordnung wird nach dem ersten Transmittieren durch den akustooptischen Modulator mit einem Spiegel abgelenkt und sechsmal in einen akustooptischen Modulator<sup>12</sup> eingekoppelt, der mit einer Radiofrequenz von  $326,66\ \text{MHz}$  betrieben wird (Abschnitt 3.1.3). So wird nach sechs Durchgängen durch den akustooptischen Modulator eine Frequenzverschiebung um  $1,96\ \text{GHz}$  erzielt. Da das zum Auslesen genutzte Lichtfeld um  $-140\ \text{MHz}$  verstimmt ist, wird insgesamt die notwendige Frequenzverstimmung von  $2,1\ \text{GHz}$  erreicht, um den Übergang  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F = 1\rangle$  resonant anzuregen.

Das die Ablenkung im akustooptischen Modulator hervorruhende Gitter wird durch ein Radiofrequenzsignal erzeugt. Durch Verstärken oder Abschwächen des RF-Signals lässt sich die Ablenkung in die erste Beugungsordnung variieren und durch eine Änderung der Radiofrequenz wird die Frequenz des abgelenkten Lichtes verändert.

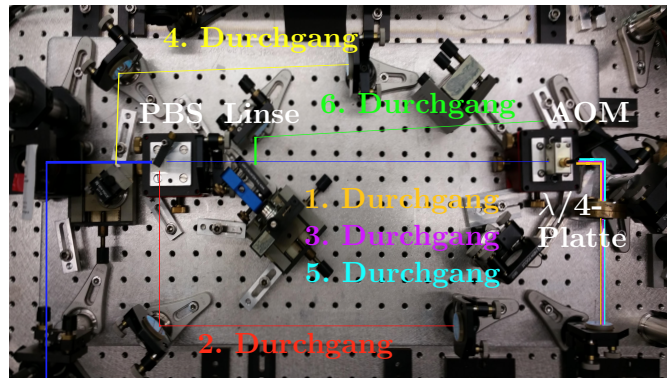
#### 3.1.3. Frequenzverschiebung um $2,1\ \text{GHz}$

Eine Besonderheit in diesem Experiment ist die Erzeugung von um  $1,94\ \text{GHz}$  frequenzverschobenem Laserlicht bei einer Wellenlänge bei  $369\ \text{nm}$  in einem Sechsfachdurchgang durch einen akustooptischen Modulator (AOM). Der folgende Abschnitt erklärt, wie Licht der Wellenlänge von  $369\ \text{nm}$  mit Hilfe von zwei akustooptischen Modulatoren um  $2,1\ \text{GHz}$  frequenzverschoben wird. Die Methode basiert weitestgehend auf dem in Anhang A beschriebenen Verfahren eines Doppeldurchgangs durch einen AOM.

Der erste akustooptische Modulator verschiebt die Frequenz des Lichtes in einem Doppeldurchgang um  $-140\ \text{MHz}$ . Dieser Anteil des Laserlichtes wird für die Resonanzspektroskopie und mit einer geringen Frequenzverstimmung von etwa  $10\ \text{MHz}$  für die Dopplerkühlung genutzt. Die nullte Beugungsordnung des ersten Durchgangs durch den AOM wird durch sechsmalige Ablenkung im zweiten akustooptischen Modulator um je  $326,66\ \text{MHz}$  frequenzverschoben und somit wird insgesamt eine Frequenzverschiebung um  $+1,96\ \text{GHz}$  erreicht. Nach dem ersten Doppeldurchgang wird die um zwei mal  $326,66\ \text{MHz}$  frequenzverschobene Lichtkomponente aufgrund des zweimaligen Transmittierens durch eine  $\lambda/4$  Platte und der dadurch gedrehten Polarisation im Polarisationsstrahlteiler (*PBS*) abgelenkt und vom ursprünglichen Strahl getrennt. Daraufhin wird der

---

<sup>12</sup>Brimrose Corporation, *TEF* – 316 – 50 – .369



**Abbildung 3.3.:** Die Abbildung zeigt den Aufbau für einen Sechsfachdurchgang durch einen akustooptischen Modulator (AOM) mit den zugehörigen Komponenten. Farblich hervorgehoben sind die Strahlverläufe für die sechs Durchgänge durch den AOM. Eine Linse fokussiert das Laserfeld in den AOM. Die in die erste Beugungsordnung abgelenkte, linear senkrecht polarisierte Lichtkomponente passiert eine  $\lambda/4$ -Platte, dabei wird das Laserfeld zirkular polarisiert. Von einem Spiegel wird das Lichtfeld in sich zurück reflektiert. Beim erneuten Passieren der  $\lambda/4$ -Platte ist der Laserstrahl nun linear parallel polarisiert. Nach dem zweiten Ablenken des Lichtfeldes im AOM kann die zwei mal 326,66 MHz frequenzverschobene Lichtkomponente, aufgrund der gedrehten Polarisation, in einem Polarisationsstrahlteiler (*PBS*) abgelenkt werden. Das Lichtfeld wird mit einem Siegel zu einem weiteren Doppeldurchgang in den AOM fokussiert. Die um vier mal 326,66 MHz frequenzverschobene Lichtkomponente wie auch die um sechs mal 326,66 MHz frequenzverschobene Lichtkomponente können, aufgrund eines geringen räumlichen Versatzes zu den vorherigen Laserstrahlen, im Randbereich zweier Spiegel getrennt werden.

Laserstrahl zu einem weiteren Doppeldurchgang (drei und vier) in den AOM fokussiert. Die um vier mal 326,66 MHz frequenzverschobene Lichtkomponente kann aufgrund eines geringen räumlichen Versatzes zum ursprünglichen Strahl im Randbereich eines Spiegels getrennt werden und für den nächsten Doppeldurchgang in den AOM reflektiert. Der um sechs mal 326,66 MHz zum ursprünglichen Strahl frequenzverschobene Lichtstrahl wird mit einem Spiegel im Randbereich so abgelenkt, dass die vorherigen Laserstrahlen nicht behindert werden. Mit zwei Linsen wird der Laserstrahl kollimiert und mit einer Lochblende räumlich gefiltert. In der Überlagerungseinheit wird der Strahl in einem 50/50-Strahlteiler (*BS*) mit dem im ersten AOM um  $-160$  MHz frequenzverschobenen Lichtfeld überlagert.

Der Versatz, mit dem die Lichtstrahlen zurück in den AOM reflektiert werden, ist gerade so gewählt, dass zum einen eine möglichst hohe Ablenkungseffizienz von den maximal realisierbaren 80 % in die erste Beugungsordnung für jeden der sechs Durchgänge erreicht wird. Zum anderen muss gewährleistet sein, dass sich die Lichtstrahlen nach dem Durchlaufen des akustooptischen Modulators in möglichst geringer Entfernung weit genug separieren, um sie einzeln mit Spiegeln ablenken zu können, ohne den Verlauf der andern Strahlen zu behindern. Eine detaillierte Beschreibung des Aufbaus und der erreichten Ablenkungseffizienzen ist in [78] zu finden.

Für den Präparationsprozess sind weniger als  $1 \mu\text{W}$ , des auf die Position des Ions mit

### 3. Experimenteller Aufbau

einem Achromaten mit einer Brennweite von  $f = 200$  mm fokussierten Lichtes, ausreichend.

## 3.2. Ramanlaserfelder

Zum Treiben von Ramanübergängen und der Raman-Seitenbandkühlung standen zwei akustooptische Modulatoren (AOM) zur Verfügung. Der erste AOM<sup>13</sup> besitzt bei einer Frequenz von 200 MHz die größte Ablenkungseffizienz in die erste Beugungsordnung. Die Bandbreite ( $-3$ dB) beträgt  $\pm 40$  MHz. Der zweite AOM<sup>14</sup> erreicht die höchste Ablenkungseffizienz bei einer Frequenz von 260 MHz, die Bandbreite beträgt  $\pm 50$  MHz. Zum Erzeugen der beiden Ramanlichtfelder mit einem Frequenzunterschied von etwa 10 MHz werden zwei Frequenzgeneratoren<sup>15</sup> genutzt. Diese Frequenzgeneratoren sind auf eine Maximalfrequenz von 150 MHz beschränkt. Um die benötigten Frequenzen erzeugen zu können, werden deren Ausgangssignale mit zwei Frequenzverdopplern<sup>16</sup> verdoppelt.

In [126] ist die Option der Verwendung einer anderen Art der Frequenzerzeugung mit Hilfe von spannungskontrollierten Oszillatoren (*VCOs*) analysiert worden. Dabei traten starke Frequenzschwankungen und störende Seitenbänder auf. Die Spektren der beiden in dieser Arbeit genutzten RF-Signale sind nach den Frequenzverdopplern in Abbildung 3.4a und 3.4b dargestellt. Die Spektren zeigen keine störenden Seitenbänder und eine gute Unterdrückung des Untergrundes, wodurch die RF-Signale sich gut zur Erzeugung der beiden Ramanlichtfelder eignen.

Zum Erzeugen der gewünschten Signale wird ein Frequenzgenerator<sup>15</sup> bei einer Frequenz von 110 MHz und einer Amplitude von etwa  $-6,9$  dBm betrieben. Das Signal wird nach der Frequenzverdoppelung in einer Verstärkerkette<sup>17,18</sup> auf eine Amplitude von 31,4 dBm verstärkt und auf den AOM<sup>13</sup> gegeben. Der andere Frequenzgenerator<sup>15</sup> wird bei einer Frequenz von etwa 120 MHz und einer Amplitude von etwa  $-14$  dBm betrieben. Dieses Signal wird, bevor es frequenzverdoppelt wird, in einem Verstärker<sup>18</sup> verstärkt. Nach der Frequenzverdopplung<sup>16</sup> folgen zwei weitere Verstärker<sup>19</sup>, die das Signal auf ein Leistungsniveau von 27,9 dBm (400 mW) verstärken, bevor es den AOM<sup>14</sup> erreicht. Die Erzeugung der Signale zum Betreiben der beiden AOMs ist in Abbildung 3.5a und 3.5b schematisch dargestellt.

Die Frequenzverdopplung hat im Vergleich zu einem Frequenzmischer den Vorteil, dass dadurch keine störenden Seitenbänder auftreten. Der Frequenzgenerator<sup>15</sup> kann auf eine Atomuhr<sup>20</sup> stabilisiert werden und erlaubt so eine hohe Langzeitfrequenzstabilität.

---

<sup>13</sup>Polytec, ASM-200B8

<sup>14</sup>Isomet, 1250C-829A

<sup>15</sup>Toptica Photonics, VFG150

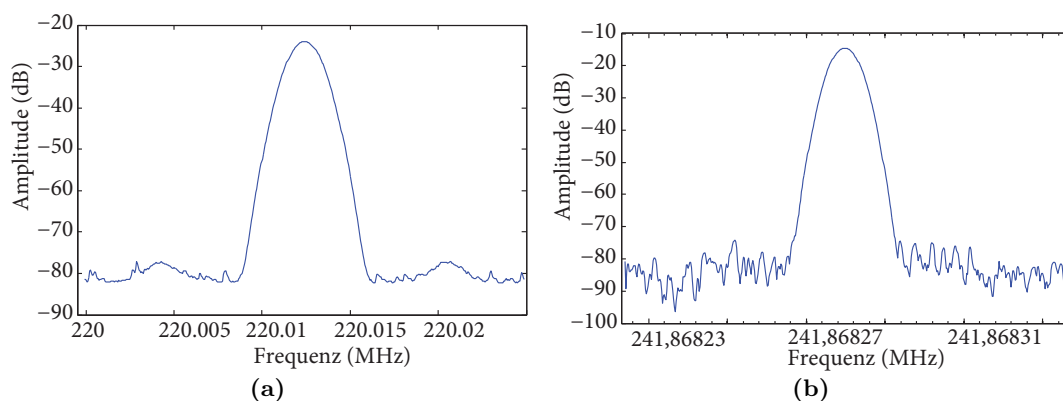
<sup>16</sup>Mini-Circuits, MK-3

<sup>17</sup>Mini-Circuits, ZFL-500LN

<sup>18</sup>Mini-Circuits, ZHL-1-2W

<sup>19</sup>Mini-Circuits, ZFL-1000G und ZHL-1A

<sup>20</sup>Stanford Research Systems, FS725



**Abbildung 3.4.:** Für die Frequenzmodulation der beiden Ramanfelder werden die RF-Signale von zwei Frequenzgeneratoren (Toptica Photonics, VFG150) erzeugt, verstärkt und frequenzverdoppelt, bevor die Signale die beiden akustooptischen Modulatoren erreichen. Die Abbildungen zeigen Spektren der frequenzverdoppelten RF-Signale, bevor sie die Leistungsverstärker erreichen. Teil (a) der Abbildung zeigt das Spektrum des RF-Feldes, das zur Erzeugung des frequenzverschobenen Lichtfeldes bei 220 MHz genutzt wird. Teil (b) zeigt das Spektrum des RF-Feldes, das zur Erzeugung des frequenzverschobenen Lichtfeldes bei 241,9 MHz verwendet wird. Die beiden Spektren zeigen keine störenden Seitenbänder und die RF-Signale eignen sich daher gut zur Frequenzmodulation der beiden Ramanlichtfelder mit den akustooptischen Modulatoren.

Nützlich ist, dass Amplitude, Frequenz und Phase des Frequenzgenerators<sup>21</sup> direkt über den Computer gesteuert werden können. Dies ermöglicht es, die beiden Ramanlichtfelder während der Messung mit hoher Präzision für kurze Pulse einzuschalten und die Frequenz schnell und mit hoher Genauigkeit zu verändern. Durch die Kombination von zwei akustooptischen Modulatoren (AOM) wird erreicht, dass der Großteil des zur Verfügung stehenden Laserlichtes für die beiden Ramanfelder genutzt werden kann.

Eine konstante Phasenbeziehung der beiden Laserfelder ist Voraussetzung für die kohärente Manipulation der Zustände des Ions und wird damit erfüllt (siehe Kapitel 2.6.3). Dabei entspricht der Frequenzunterschied der beiden Ramanfelder der Zeemanaufspaltung zwischen den beiden Zuständen  $|+1\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Als Laser dient das in Abschnitt 3.1.1 beschriebene Lasersystem bei 369 nm. Der Strahlengang für die Erzeugung der beiden Ramanlichtfelder ist zur Veranschaulichung in Abbildung 3.6 dargestellt.

Der erste akustooptische Modulator<sup>22</sup> wird so in den Strahlengang positioniert, dass das Lichtfeld im Bragg-Winkel auf den AOM trifft und etwa die Hälfte des Lichtes an den Dichtemodulationen im akustooptischen Modulator in die, um die Schallfrequenz  $\nu_{AOM1}$  verschobene, erste Beugungsordnung abgelenkt wird. Nachfolgend wird nur die 0. Beugungsordnung analog mittels eines Spiegels in den zweiten AOM<sup>23</sup> eingekoppelt.

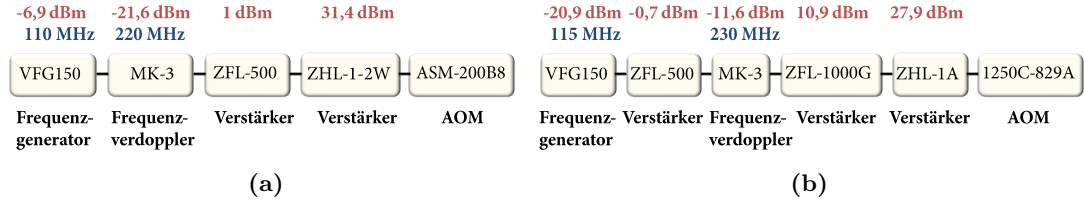
Im zweiten AOM wird der überwiegende Teil des Lichtes in die um  $\nu_{AOM2}$  frequenzverschobene erste Beugungsordnung abgelenkt. Der Frequenzunterschied des Teils des Lich-

<sup>21</sup>Toptica Photonics, VFG150

<sup>22</sup>Polytec, ASM-200B8

<sup>23</sup>Isomet, 1250C-829A

### 3. Experimenteller Aufbau



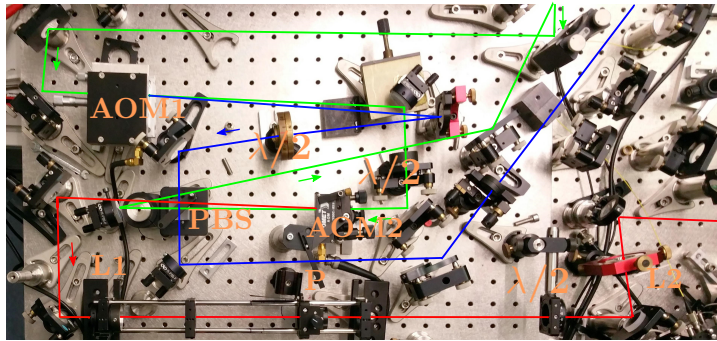
**Abbildung 3.5.:** Schematische Darstellung der Generierung der RF-Signale für den Betrieb der akustooptischen Modulatoren (AOM), die zum Erzeugen der Ramanlaserfelder verwendet werden. In rot ist die Amplitude und in blau die Frequenz des RF-Signals angegeben. In Teil (a) der Abbildung wird für den Betrieb des AOMs (Polytec, ASM-200B8), der bei einer Frequenz von 230 MHz eingesetzt wird, ein Frequenzgenerator bei einer Frequenz von 115 MHz und einer Amplitude von  $-6,9$  dBm genutzt. Dessen Frequenz wird mit einem Frequenzverdoppler auf 230 MHz erhöht, aber die Amplitude wird bei der Frequenzverdopplung reduziert. Über zwei Verstärker wird das Signal auf einen Wert von  $31,4$  dBm verstärkt. In Teil (b) liefert ein Frequenzgenerator ein RF-Signal bei einer Frequenz von etwa 120 MHz und einer Leistung von etwa  $-14$  dBm. Ein Verstärker erhöht die Amplitude des RF-Signals auf  $-0,7$  dBm bevor das Signal auf etwa 240 MHz frequenzverdoppelt wird. Zwei weitere Verstärker bringen die Amplitude des Signals auf  $27,9$  dBm bevor das Signal den AOM (Isomet, 1250C-829A) erreicht.

tes, das im ersten AOM in die erste Beugungsordnung abgelenkt wird und des im zweiten AOM in die erste Beugungsordnung abgelenkten Lichtstrahls beträgt  $\nu_{AOM2} - \nu_{AOM1}$ . Nun kann der Frequenzunterschied durch Verändern der Schallfrequenz der beiden akustooptischen Modulatoren so eingestellt werden, dass dieser mit dem Frequenzunterschied zwischen den beiden Zeemanniveaus  $|+1\rangle$  und  $|0'\rangle$  übereinstimmt, zwischen denen die Ramanübergänge induziert werden sollen. Als Hilfsniveau dient der Zustand  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$ . Dabei werden beide Lichtfelder um  $\Delta$  zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  verstimmt. Auf dem Übergang von  $|0'\rangle$  nach  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  muss die Polarisationsrichtung des Laserstrahls so gewählt werden, dass das elektrische Feld eine nicht verschwindende Komponente parallel zur Quantisierungsachse hat. Auf dem  $|+1\rangle$  nach  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  Übergang muss die Polarisationsrichtung des Laserfeldes so gewählt werden, dass das elektrische Feld eine nicht verschwindende Komponente senkrecht zur Quantisierungsachse besitzt (siehe Abschnitt 2.6.3).

### 3.3. 935 nm Laser

Das Diodenlasersystem bei 935 nm wird zum Rückpumpen der Besetzung des Ions benötigt, wie in Abschnitt 4.5 beschrieben wird. Zum Regeln und Stabilisieren der Wellenlänge befindet sich die temperaturstabilisierte Laserdiode in einem Aluminiumgehäuse. Zudem ist ein Gitter in Littrow-Konfiguration zur Laserdiode angeordnet [147].

An die Laserbox schließt sich ein Faraday-Isolator an, der verhindern soll, dass störende Reflexe in die Laserdiode reflektiert werden können und die Diode beschädigen könnten. Ein Anamorphes Prismenpaar dient zur Strahlkorrektur des elliptischen Strahlprofils.



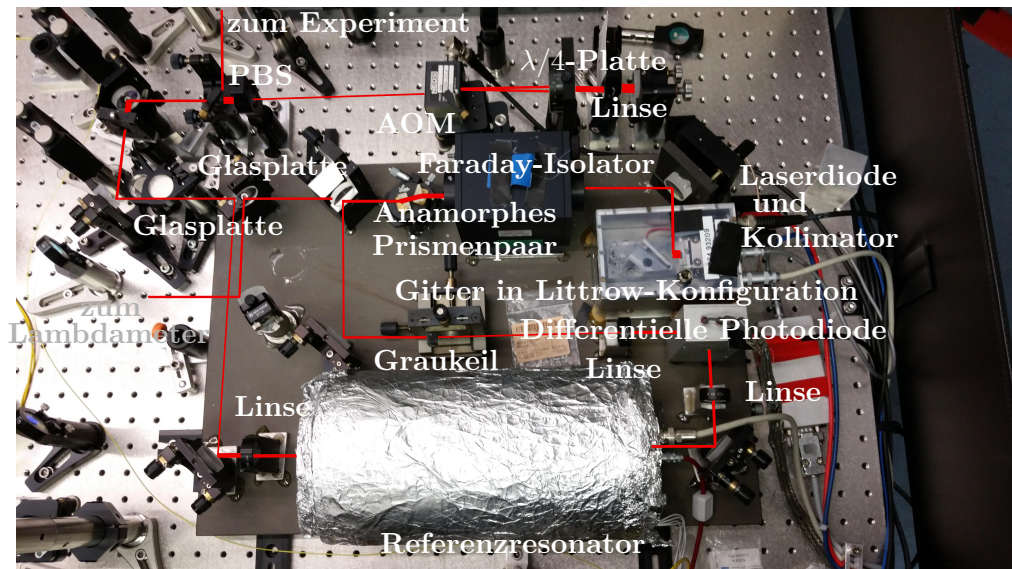
**Abbildung 3.6.:** Das Foto zeigt den Strahlenverlauf durch die beiden Raman-AOMs. Der vom Ti:Sa-Laser kommende Laserstrahl bei 369 nm (grüne Linie) wird von drei Spiegeln zu dem mit einer Frequenz von 220 MHz betriebenen AOM1 reflektiert. Die um  $-220$  MHz frequenzverschobene minus erste Ordnung (blaue Linie) wird von einem Spiegel durch eine  $\lambda/2$ -Platte reflektiert, dabei wird die Polarisationsrichtung so gedreht, dass der Laserstrahl nach der Reflektion an einem weiteren Spiegel durch einen Polarisationsstrahlteiler transmittiert. Zwei weitere Spiegel reflektieren den Laserstrahl zur nicht abgebildeten anderen Seite des optischen Tisches, wo zwei Linsen und eine sich dazwischen befindenden Lochblende das Strahlprofil in Gaußform bringen. Die 0. Ordnung wird im Randbereich eines Spiegels abgelenkt und durchquert eine  $\lambda/2$ -Platte, die die Polarisationsrichtung dreht. Ein Spiegel reflektiert den Laserstrahl in den zweiten AOM (AOM2). Die um  $-230$  MHz frequenzverschobene minus erste Beugungsordnung von AOM2 (rote Linie) transmittiert durch den PBS. Zwei Spiegel reflektieren den Laserstrahl anschließend durch die Linse (L1), das Pinhole (P) und die Linse (L2), um das Strahlprofil auf Gaußform zu bringen.

Ein geringer Teil des Lichtes wird mit einer Glasplatte ausgekoppelt und zur Bestimmung der Wellenlänge des Lasers im Michelson-Lambdameter genutzt (siehe Abschnitt 3.6). Das von der Rückseite der Glasplatte reflektiert Licht wird in einen temperaturstabilisierten, konfokalen Fabry-Pérot-Resonator eingekoppelt. Die Länge des Referenzresonators kann mit einem Piezo-Aktuator, der an einem der beiden Resonatorspiegel befestigt ist, verändert werden. Das durch den Resonator transmittierte Licht wird anschließend auf einen Photodetektor einer differentiellen Photodiode fokussiert. Der von der Vorderseite einer weiteren Glasplatte reflektierte Teil des Laserlichtes wird mit einem Graukeil abgeschwächt und auf den zweiten der beiden Detektoren einer differentiellen Photodiode mit einer Linse fokussiert. Der Graukeil ermöglicht, dass die Intensität des Lichtes der Intensität auf dem zweiten Detektor der differentiellen Photodiode entspricht.

Bei einer differentiellen Photodiode wird der Spannungswert des ersten Photodetektors als Untergrund vom Spannungswert des zweiten Photodetektors abgezogen. Das Ausgangssignal kann als Fehlersignal zur Korrektur von unerwünschten Frequenzänderungen genutzt werden. Mit Hilfe einer Regelelektronik [53] ist es möglich, die Laserfrequenz auf die Flanke eines Transmissionsmaximums des den Resonator durchdringenden Teil des Laserlichtes zu stabilisieren [148].

In den Strahlengang des 935 nm Diodenlasers ist ein akustooptischer Modulator installiert, der mit einer Frequenz von 100 MHz betrieben wird. Die Effizienz des AOM liegt bei etwa 50 % für den Doppeldurchgang. Aus der Eingangsleistung von etwa 1,1 mW wer-

### 3. Experimenteller Aufbau



**Abbildung 3.7.:** Die Abbildung zeigt den Strahlverlauf des 935 nm Laserfeldes beginnend von der Laserbox mit der Laserdiode bis das Laserfeld in Richtung Experiment (Ionenfalle) gesendet wird. Abgebildet ist der Strahlverlauf durch den Faraday-Isolator, das Anamorphe Prismenpaar. Mit zwei Glasplatten werden Reflexe zum Teil zur Frequenzstabilisierung in einen temperaturstabilisierten, konfokalen Fabry-Pérot-Resonator eingekoppelt und anschließend auf eine differentielle Photodiode reflektiert, um den Laser auf die Flanke eines Transmissionsmaximums zu stabilisieren. Ein weiterer Reflex wird zum Michelson-Lambdameter zur Wellenlängenbestimmung gesendet. Ein Polarisationsstrahlteiler trennt die überlagerten Lichtfelder nach einem Doppeldurchgang durch einen AOM.

den etwa  $500 \mu\text{W}$  in die erste Beugungsordnung abgelenkt. Wie auch bei den AOMs für 369 nm kann auch bei diesem die Frequenz und die Radiofrequenzleistung vom Computer aus kontrolliert werden. Ein temperaturstabilisierter konfokaler Resonator stabilisiert den Laser auf die Flanke der Transmissionspeaks [69]. Mit einer optischen Faser wird der Laserstrahl zur Überlagerungseinheit gebracht und dort mit den Laserstrahlen der anderen Wellenlängen überlagert. Die optische Faser stellt sicher, dass das Strahlprofil des Lasers ein Gausstrahlprofil ist. In dieser Faser befindet sich zudem ein Elektrooptischer Modulator<sup>24</sup> (EOM). Ein spannungsgesteuerter Oszillator<sup>25</sup> wird zum Erzeugen der benötigten Frequenzverschiebung um 3,08 GHz gegenüber der Resonanz des Übergangs genutzt. Der VCO liefert eine Ausgangsleistung von 9 dBm und der EOM benötigt zum Betrieb eine Signal-Leistung von bis zu 28 dBm. Um die gewünschte Leistung zu erreichen, werden zwei Verstärker mit einer Verstärkung von 14 dB<sup>26</sup> und einer Verstärkung von ca. 17 dB bei einer maximalen Ausgangsleistung von 24 dBm<sup>27</sup> genutzt. Zudem

<sup>24</sup>Photline Technologies, NIR-MPX800-LN-05

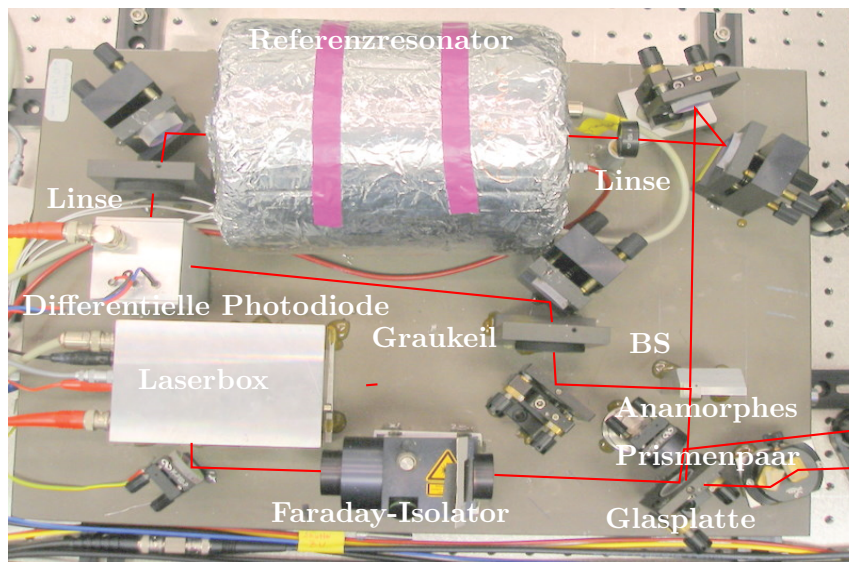
<sup>25</sup>Mini-Circuits, ZX95-3100+

<sup>26</sup>Mini-Circuits, ZX60-6013E+

<sup>27</sup>Mini-Circuits, ZRL-3500+

wird nach dem *VCO* ein Schalter<sup>28</sup> in den Signalverlauf eingesetzt. Dieser erlaubt es, mit einem TTL-Signal des ADwin-Systems das Signal des *VCOs* ein- bzw. auszuschalten.

### 3.4. 638 nm Laser



**Abbildung 3.8.:** Die Abbildung veranschaulicht den Strahlengang zwischen der 638 nm Laserdiode, die sich in der Laserbox befindet, dem Faraday-Isolator und dem Frequenzstabilisierungs-Resonator mit der sich anschließenden differentiellen Photodiode. In der Aluminiumbox befindet sich die temperaturstabilisierte und in Littrow-Konfiguration angeordnete Laserdiode. Das die Box verlassende Laserlicht transmittiert zuerst durch den Faraday-Isolator, bevor ein Teil des Lichtes zur Frequenzstabilisierung der Diode ausgekoppelt wird. Dazu wird ein Teil des Lichtes in den temperaturstabilisierten, konfokalen Fabry-Pérot-Resonator eingekoppelt und anschließend auf die differentielle Photodiode reflektiert, um den Laser auf die Flanke eines Transmissionsmaximums zu stabilisieren.

Das Diodenlasersystem bei 638 nm wird wie der Diodenlaser bei 935 nm zum Zurückpumpen der Besetzung in den Kühlkreislauf (siehe Abschnitt 2.3) benötigt. Die Laserdiode ist in einem temperaturstabilisierten Aluminiumgehäuse in Littrow-Konfiguration mit einem Gitter angeordnet (siehe Abbildung 3.8). Die Langzeittemperaturstabilität ist besser als 34 mK [105]. An die Laserbox schließt sich zum Schutz der Laserdiode vor Rückreflexen ein Faraday-Isolator an. Bevor ein Anamorphes Prismenpaar das Strahlprofil des elliptischen Laserstrahls korrigiert, wird ein Teil des Lichtes mit einer Glasplatte ausgekoppelt. Der an der Vorderseite der Glasplatte reflektierte Anteil wird zur Fre-

<sup>28</sup>Mini-Circuits, ZASW-2-50DR+



### 3. Experimenteller Aufbau

quenzstabilisierung des Lasers genutzt. Der an der Rückseite der Glasplatte reflektierte Anteil des Lichtes wird zur Ermittlung der Wellenlänge des Lasers zum Lambdameter abgelenkt. Ein Strahlteiler teilt den an der Vorderseite der Glasplatte ausgekoppelten Laserstrahl in einen reflektierten und einen transmittierten Anteil auf. Das transmittierte Licht wird in einen temperaturstabilisierten, konfokalen Fabry-Pérot-Resonator eingekoppelt. Das durch den Fabry-Pérot-Resonator transmittierte Licht wird auf einen der beiden Photodetektoren einer differentiellen Photodiode fokussiert. Die Intensität des am *BS* reflektierten Teil des Lichtes wird mit einem Graukeil abgeschwächt und auf den zweiten Photodetektor der differentiellen Photodiode reflektiert.

#### 3.5. 399 nm Laser

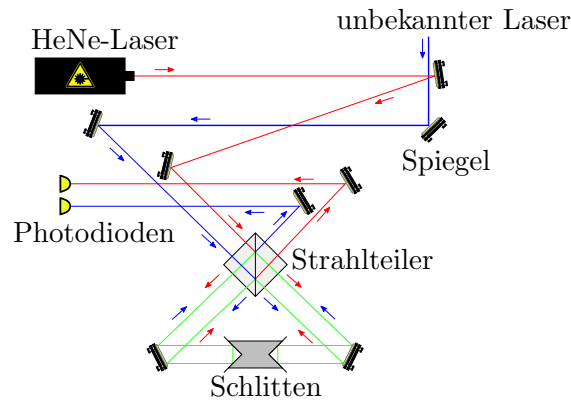
Ein kommerzielles Diodenlasersystem von Toptica (DL100) bei 399 nm wird für die Zwei-Photonen-Photoionisation der Atome genutzt [76]. Die aus einem Verdampfungssofen freigesetzten Ytterbium-Atome werden mittels eines Zwei-Photonen-Prozesses ionisiert. Aus dem Grundzustand  $^1S_0$  werden die Atome zuerst mit dem Lichtfeld bei 399 nm in das Niveau  $^1P_0$  angeregt. Bei den verschiedenen Isotopen von Ytterbium unterscheidet sich die benötigte Energie und erlaubt dadurch ein selektives Laden der einzelnen Isotope in die Falle. Mit einem weiteren Laser mit einer Wellenlänge  $< 394$  nm werden die Atome aus dem Niveau  $^1P_0$  ionisiert. Dazu wird der für die Dopplerkühlung und Zustandsidentifikation der Ionen genutzte Laser bei 369 nm genutzt (siehe Abschnitt 3.1).

Der Laser bei 399 nm wird auf eine Temperatur von etwa  $19^\circ\text{C}$  stabilisiert. Für die Photoionisation von  $^{171}\text{Yb}$  liegt die gemessene Wellenlänge des Lasers in Luft bei  $\lambda = 398,7991$  nm. Die spezifizierte Temperaturstabilität ist  $< 1$  mK bei einer Stromstabilität von  $< 3 \mu\text{A}$  [149]. Die Frequenzstabilität des Lasers ist ausreichend hoch, so dass die Photoionisation ohne ein zusätzliches Stabilisierungssystem erfolgen kann. Die emittierte Leistung des Lasers liegt bei annähernd  $P_{399} = 1$  mW.

#### 3.6. Michelson-Lambdameter

Das gezielte Anregen eines Übergangs zwischen zwei Niveaus des im harmonischen Potential der Paul-Falle gespeicherten Ions mit einem Laserfeld bedarf einer möglichst präzisen Kenntnis der momentanen Laserfrequenz. Um die Laserfrequenz zu bestimmen, wird ein hochauflösendes Michelson-Interferometer (Michelson-Lambdameter) (Abbildung 3.9) genutzt, das im folgenden Abschnitt näher beschrieben werden soll. Die Methode ermöglicht die relativ schnelle und präzise Bestimmung der Wellenlängen der im Experiment genutzten Laser mit einer für die Messungen ausreichenden Genauigkeit von  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 0,536 \cdot 10^{-7}$  [150].

Die Messung basiert auf dem Verhältnis der Wellenlängen zwischen der des zu bestim-



**Abbildung 3.9.:** Das Schema illustriert den Strahlengang im Michelson-Lambdameter. Der HeNe-Referenzlaserstrahl (rot) und der blau dargestellte unbekannte Laserstrahl werden in einem Strahlteiler aufgespalten und treffen auf die zwei Tripelspiegel, die auf einem sich bewegenden Schlitten montierten sind. Diese reflektieren die Laserstrahlen zurück zum Strahlteiler, wo sie wieder überlagert werden. Danach treffen die Strahlen der beiden Laserquellen auf zwei Photodioden, die mit einem Zähler verbunden sind. Die Schlittenbewegung und die damit verbundene Weglängenänderung in den beiden Armen des Interferometers führen zu einer sich ändernden Phasenbeziehung und dadurch zu einem zeitabhängigen Interferenzsignal. Anhand der Anzahl der Nulldurchgänge in den Interferenzmustern bestimmt der Zähler die Wellenlänge des unbekannten Lasers.[126]

menden Lasers unbekannter Wellenlänge und dem als Referenzlaser dienenden Helium-Neon-Laser<sup>29</sup>. Die Laserfrequenz des temperaturstabilisierten Helium-Neon-Lasers ist auf  $\pm 5$  MHz stabilisiert [150]. Die beiden Laserstrahlen, die des Lasers mit unbekannter Wellenlänge und die des Helium-Neon-Lasers, durchlaufen in entgegengesetzter Richtung das Michelson-Interferometer. Dafür werden die Laserstrahlen zunächst über einen Strahlteiler aufgespalten. Ein auf einer Schiene kontinuierlich hin und herbewegter Luftkissenschlitten, auf dem zwei Tripelspiegel montiert sind, ändert kontinuierlich die Länge der beiden Arme des Interferometers relativ zueinander. Der Schlitten gleitet auf einem Luftkissen nahezu reibungslos zwischen den beiden Umkehrpunkten hin und her. Die dennoch auftretenden Reibungsverluste werden kompensiert, indem ein Elektromagnet an einem Umkehrpunkt eine periodische Kraft auf den Schlitten ausübt. Die Laserstrahlen des Referenz-Lasers und des unbekannten Lasers treffen auf die beiden auf dem Schlitten befestigten Tripelspiegel und werden zurück in den Strahlteiler reflektiert. Der Strahlteiler reflektiert und separiert dabei den Laserstrahl des unbekannten Lasers und des Referenzlasers auf zwei getrennte Photodioden. Die beiden Photodioden registrieren dabei einen ständigen Wechsel zwischen Interferenzminima und Interferenzmaxima. Dieser entsteht durch die Bewegung des Schlittens, der die zurückgelegte Weglänge der im Strahlteiler getrennten Strahlen verändert, wodurch es zu einer Phasenänderung kommt, die sich als Interferenzmuster auf den Photodioden zeigt. Die Signale der beiden

<sup>29</sup>SIOS, SL03

### 3. Experimenteller Aufbau

Photodioden werden von einem Zähler<sup>30</sup> elektronisch erfasst. Zwei kurz vor den Enden der Schiene und somit den Umkehrpunkten des Schlittens befestigte Lichtschranken, stellen sicher, dass nur der Bereich erfasst wird, in dem sich der Schlitten mit konstanter Geschwindigkeit bewegt.

Die Frequenz des Signals der Photodiode wird in TTL-Signal umgewandelt und von einer Phasenregelschleife (*Phase-Locked Loop, PLL*) mit dem Faktor 12 multipliziert, bevor es an den Zähler weitergeleitet wird. Die Phasenregelschleife reduziert mögliche Messfehler und erhöht die Stabilität der Messmethode. Die unbekannte Wellenlänge kann aus dem Verhältnis der für jedes Laserfeld unterschiedlichen Anzahl von Interferenzordnungen berechnet werden. Dafür bestimmt der Zähler die Anzahl der Nulldurchgänge im Interferenzmuster der beiden Laserquellen. Wenn die Strecke von einer Lichtschranke zur anderen Lichtschranke  $L$  beträgt, ist die Wegdifferenz zwischen den beiden Armen im Lambdameter  $4L$ . Es folgt [151]:

$$4L = \frac{\lambda_{\text{Ref}}}{n_{\text{Luft}}} \cdot N_{\text{Ref}} = \frac{\lambda_{\text{unb}}}{n_{\text{Luft}}} \cdot N_{\text{unb}} . \quad (3.1)$$

Mit dem Brechungsindex im Medium der Messung (hier: Luft)  $n_{\text{Luft}}$ ,  $N_{\text{Ref}}$  und  $N_{\text{unb}}$  stellen die Anzahl der Nulldurchgänge und  $\lambda_{\text{Ref}}$  sowie  $\lambda_{\text{unb}}$  die Wellenlängen in Luft dar. Da  $\lambda_{\text{unb}}$  im Prinzip die einzige Unbekannte in der Gleichung ist, lässt sich die Wellenlänge des unbekanntes Lasers bestimmen. Die Genauigkeit der Messung wird von Schwankungen von Luftdruck, Temperatur, Luftfeuchtigkeit oder  $\text{CO}_2$  Anteil der Luft beeinflusst. Zudem sind die exakte Wellenlänge des Lasers und der exakte Brechungsindex nicht bekannt.

### 3.7. Paul-Fallen-System

Die zur Speicherung der Ionen dienende Paul-Falle (Kapitel 2.1) besteht aus einer aus Molybdändraht gefertigten Ringelektrode und zwei Endkappenelektroden. Der innere Durchmesser der Ringelektrode beträgt  $2r_0 = 2\sqrt{2}$  mm. Die Ringelektrode ist aus einem Draht mit einem Durchmesser von 0,6 mm gefertigt. Der Abstand zwischen den beiden Endkappenelektroden beträgt  $2z_0 = 2$  mm. Bei einer Spannung  $V_{AC} = 700V$  und einer Frequenz von etwa  $\Omega/(2\pi) = 9,5$  MHz sind die Lösungen für stabile Fallenparameter  $q_z = 0,44$  und  $a_z = 0$  gegeben [69]. Als Signalgenerator der Fallenantriebsfrequenz dient ein Frequenzgenerator<sup>31</sup>, der auf das 10 MHz Signal der Rubidium Atomuhr stabilisiert ist. Das Ausgangssignal wird von einem Verstärker<sup>32</sup> verstärkt und auf einen Helix-Resonator gegeben. Der zur Verstärkung genutzte Helix-Resonator besitzt einen Q-Faktor von 166 [105].

Um die durch Streufelder hervorgerufenen Asymmetrien im Fallenpotential zu reduzie-

---

<sup>30</sup>Fluke, PM 6681B

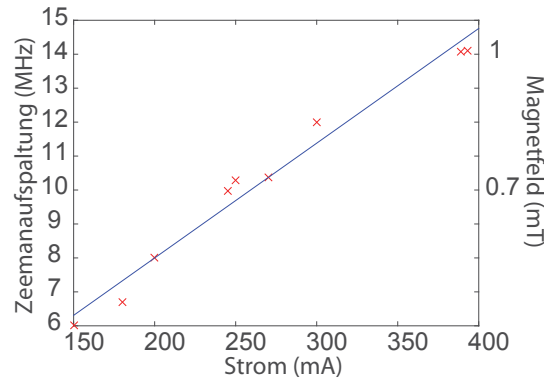
<sup>31</sup>Rhode & Schwarz, SMG

<sup>32</sup>Kalmus, 110C

ren, befinden sich in der Ringebene senkrecht zueinander 1 mm dicke Korrektorelektrodenpaare, 5 mm vom Fallenzentrum entfernt. In der Vakuumapparatur befinden sich drei Ytterbiumöfen [152]. Die Öfen bestehen aus einem 3 cm langen Stahlröhrchen mit einem Durchmesser von 1,5 mm. Zwei Öfen enthalten jeweils überwiegend  $^{172}\text{Yb}$  und einer  $^{171}\text{Yb}$ . Durch Anlegen eines Stroms an einen der Öfen kann ein Atomstrahl von Ytterbiumatomen in Richtung des Fallenzentrums verdampft werden. Dort können die Ytterbiumatome mit Hilfe des Photoionisationslasers bei 399 nm ionisiert werden [76]. Der Druck im Vakuumrezipienten der Falle wird von einer Ionengetterpumpe (VacIon 8[l/s]) bei ungefähr  $10^{-10}$  mbar gehalten [152].

### 3.7.1. Magnetfeld

In Abbildung 3.10 ist das mit dem Helmholtzspulenpaar an der Position des Ions erzeugte Magnetfeld dargestellt und die durch den Zeemaneffekt entstehende Aufspaltung

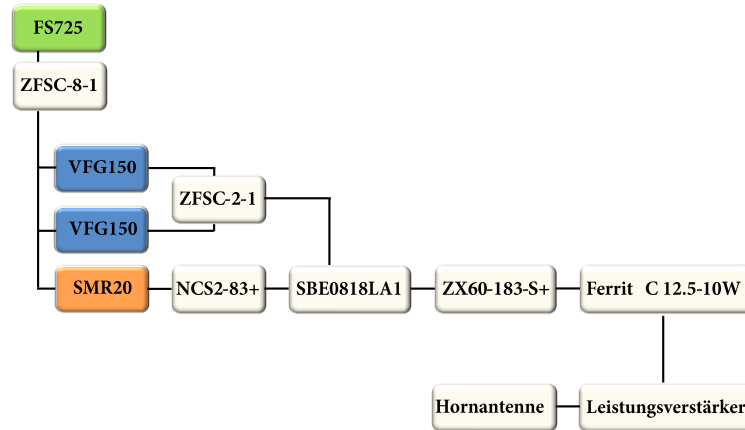


**Abbildung 3.10.:** Die Abbildung zeigt den durch das Helmholtzspulenpaar fließenden Strom gegen die Zeemanaufspaltung des Niveaus  $^2\text{S}_{1/2}$ ,  $F=1$  und das hervorgerufene Magnetfeld an der Position des Ions aufgetragen. Blau dargestellt ist eine Anpassung an die Werte. Mit Hilfe der Anpassung können bei einem veränderten durch das Helmholtzspulenpaar fließenden Strom die Übergangsfrequenzen der zeemanaufgespaltenen Niveaus ungefähr berechnet werden.

des Zustands  $|^2\text{S}_{1/2}, F=1\rangle$ . Aufgrund des Frequenzunterschiedes in der Aufspaltungsfrequenz für  $|^2\text{S}_{1/2}, F=1, m_F=\pm 1\rangle$  durch den Zeemaneffekt zweiter Ordnung wird auf die Angabe eines Fehlers verzichtet. Um den Frequenzunterschied zwischen den Zuständen  $|^2\text{S}_{1/2}, F=1, m_F=0\rangle \leftrightarrow |^2\text{S}_{1/2}, F=1, m_F=\pm 1\rangle$  zu bestimmen, werden Ramsey-Spektroskopieexperimente (siehe Kapitel 4.3) zwischen den einzelnen Übergängen von  $|^2\text{S}_{1/2}, F=1\rangle$  und  $|^2\text{S}_{1/2}, F=0\rangle$  durchgeführt und daraus die Resonanzfrequenzen bestimmt. Das Magnetfeld wird dafür anhand des Unterschiedes in der Aufspaltungsfrequenz für die beiden  $m_F = \pm 1$  Zustände aus der Breit-Rabi-Formel [135] folgenden Formel 2.147 berechnet. Das Helmholtzspulenpaar befindet sich außen um den Vakuumrezipienten. Das Magnetfeld dient als Quantisierungsachse der Falle. Die Richtung liegt auf der Achse von Mikrowellenantenne und Photomultiplier.

## 3.8. Mikrowellen- und Radiofrequenzfelder

### 3.8.1. Mikrowellenfelder



**Abbildung 3.11.:** Schematische Anordnung der einzelnen Komponenten zur Erzeugung der Mikrowellenfelder. Die zwei Frequenzgeneratoren (Toptica Photonics, VFG150), die Signale zwischen etwa 30 MHz und 50 MHz liefern und der Signalgenerator (Rhode & Schwarz, SMR20) bei einer Frequenz von 6,3 GHz sind auf das Signal der Atomuhr (Stanford Research Systems, FS725) stabilisiert. Die Atomuhr liefert ein sinusförmiges 10 MHz Signal, das von einem Verteiler (Mini-Circuits, ZFSC-8-1+) (*Splitter*) an die unterschiedlichen Geräte verteilt wird. Die Signale der beiden Frequenzgeneratoren (Toptica Photonics, VFG150) werden mit einem *Splitter* (Mini-Circuits, ZFSC-2-1) kombiniert und mit dem Signal des Signalgenerators (Rhode & Schwarz, SMR20) im Mischer und Frequenzverdoppler (Miteq, SBE0818LA1) gemischt. Bevor das Signal des Signalgenerators (Rhode & Schwarz, SMR20) im Mischer frequenzverdoppelt wird, findet die Potentialtrennung in einem *Balun* (Mini-Circuits, NCS2-83+) statt. Die Amplitude des gemischten Signals bei 12,6 GHz wird in einem Vorverstärker (Narda, DBS 0218 N 415) erhöht und in einem Ferrit (TKI, IC12.5-10W) gefiltert. Nach dem Leistungsverstärker (Spezialanfertigung, Works) folgt die Hornantenne.

Um mit Mikrowellenfeldern bei 12,6 GHz Übergänge zwischen den atomaren Hyperfeinzuständen des elektronischen Grundzustands hervorzurufen, wird das Signal einer Radiofrequenzquelle<sup>33</sup> mit einem zweiten Signal bei einer festen Frequenz von 6,3 GHz gemischt. Die Anordnung und Hintereinanderschaltung der genutzten Geräte ist in Abbildung 3.11 dargestellt. Ein Frequenzgenerator<sup>34</sup> wird bei einer Frequenz von 6,3 GHz betrieben. Zur Potentialtrennung des Signals folgt am Ausgang des Signalgenerators<sup>34</sup> ein RF-Transformer<sup>35</sup> (*Balun*). Die niedrigere Frequenz des anderen Frequenzgenerators<sup>33</sup> kann mit dem Computer kontrolliert werden und liegt, in Abhängigkeit vom anliegenden externen Magnetfeld (Kapitel 3.7.1) und dem jeweiligen gewünschten (magnetfeldabhän-

<sup>33</sup>Toptica Photonics, VFG150

<sup>34</sup>Rhode & Schwarz, SMR20

<sup>35</sup>Mini-Circuits, NCS2-83+

gigen) Übergang, der angeregt werden soll, zwischen 30 MHz und 50 MHz.

Die Charakterisierung des Frequenzspektrums des Frequenzgenerators<sup>33</sup> ist im Anhang B beschrieben.

Die beiden Frequenzgeneratoren sind auf eine Atomuhr<sup>36</sup> stabilisiert, die ein Referenzsignal bei 10 MHz liefert. Die Rubidium Atomuhr besitzt eine Kurzzeitstabilität (1 s) von  $2 \cdot 10^{-11}$  und einer Langzeitstabilität (in einem Monat) von  $5 \cdot 10^{-11}$ . Zuvor wurde als Frequenzstabilisierungsquelle für das Mikrowellensignal ein temperatureregelter 5 MHz Quarzoszillator mit einer angegebenen Stabilität von  $5 \cdot 10^{-10}$  pro Monat und einer Kurzzeitstabilität über einen Tag von  $5 \cdot 10^{-11}$  [153] genutzt.

Ein Mischer<sup>37</sup> verdoppelt das Signal bei 6,3 GHz und addiert die niedrigere Frequenz des Frequenzgenerators<sup>33</sup> hinzu. Die durch den Mischer erzeugten Seitenbänder bei der Frequenz des Signalgenerators<sup>33</sup> sind in ihrer Amplitude etwa gleich groß. Um die maximale Eingangsleistung der nachfolgenden Verstärker nicht zu überschreiten, wird das Signal um 10 dB abgeschwächt. Anschließend wird das Signal von einem Vorverstärker (<sup>38</sup> oder <sup>39</sup>) verstärkt (vergleiche Abbildung B.6a und B.6b im Anhang). Im weiteren Verlauf folgt ein Ferrit<sup>40</sup>. In einer Hintereinanderschaltung von zwei Verstärkern (Spezialanfertigung, Works) wird das Mikrowellensignal auf etwa 36 dBm verstärkt, bevor es zur Hornantenne gelangt, die das Mikrowellenfeld in die Vakuumkammer einstrahlt.

Für die in Kapitel 6 beschriebenen Messungen, in denen die gegen Magnetfeldschwankungen robusteren Zustände (*Dressed States*) erzeugt werden, sind zwei Frequenzgeneratoren<sup>41</sup> notwendig. Die Ausgangssignale der beiden Frequenzgeneratoren werden mit einem *Splitter*<sup>42</sup> überlagert, bevor das Signal zur Signalmischung und Frequenzverdopplung<sup>37</sup> gelangt. So ist es möglich, gleichzeitig zwei Mikrowellenfelder auf den Resonanzen der gewünschten Übergänge einzustrahlen. Dadurch, dass nun zwei Signale bei Frequenzen, die nur etwa 20 MHz auseinander liegen, am Mischer angelegt sind, werden harmonische Seitenbänder im Mischer hervorgerufen (siehe Anhang B). In einigen in Kapitel 6 beschriebenen Experimenten werden gleichzeitig drei Mikrowellenfelder benötigt. Dazu werden die Signale von drei Frequenzgeneratoren<sup>41</sup> mit zwei *Splittern*<sup>42</sup> kombiniert und mit dem frequenzverdoppelten Signal des Frequenzgenerators<sup>43</sup> bei 6,3 GHz gemischt. Als alternative Signalquelle bei 6,3 GHz wird der Frequenzoszillator<sup>44</sup> (Phasenstabilisierteroszillator) genutzt. Dieser kann ebenso wie der Frequenzgenerator auf das Referenzsignal der Atomuhr bei 10 MHz stabilisiert werden.

---

<sup>36</sup>Stanford Research Systems, FS725

<sup>37</sup>Miteq, SBE 0818LA1

<sup>38</sup>Narda, DBS 0218 N 415

<sup>39</sup>Mini-Circuits, ZX60-183-S+

<sup>40</sup>TKI, IC 12.5-10W

<sup>41</sup>Toptica Photonics, VFG150

<sup>42</sup>Mini-Circuits, ZFSC-2-1

<sup>43</sup>Rhode&Schwarz, SMR20

<sup>44</sup>Raditek, RPLO-A-M7

### 3.8.2. Radiofrequenzfelder

Um Übergänge zwischen einem der *Dressed States*  $|D\rangle$  oder  $|B\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$  zu treiben (siehe Kapitel 6), können zwei RF-Felder bei der Zeemanaufspaltungsfrequenz zwischen den Zuständen  $|^2S_{1/2}, F = 1, m_F = -1\rangle \leftrightarrow |^2S_{1/2}, F = 1, m_F = 0\rangle$  und  $|^2S_{1/2}, F = 1, m_F = +1\rangle \leftrightarrow |^2S_{1/2}, F = 1, m_F = 0\rangle$  genutzt werden.

Die Zeemanaufspaltung zwischen den Zuständen wird durch ein externes Magnetfeld eines Helmholtzspulenpaares hervorgerufen und kann über den durch die Spulen fließenden Strom verändert werden (siehe Abschnitt 3.7.1). Um ein Radiofrequenzfeld bei etwa 10 MHz einzustrahlen, wird eine Spule mit einem Durchmesser von etwa 3,5 cm und 2,5 Wicklungen aus einem Kupferdraht mit einem Durchmesser von 1,1 mm genutzt. Die Impedanz der Spule ist für eine Resonanzfrequenz von 9,8 MHz angepasst. Die Ausgangssignale der zwei Frequenzgeneratoren<sup>45</sup> werden mit einem *Splitter*<sup>46</sup> überlagert und anschließend mit einem Verstärker<sup>47</sup>, der eine maximale Ausgangsleistung von 10 W besitzt, verstärkt. Die Spule ist um einen der Flansche am Vakuumrezipienten gewickelt, an dem sich das Austrittsfenster der Laserstrahlen aus der Vakuumkammer befindet. Die Achse der Spule ist senkrecht zur Quantisierungsachse ausgerichtet, die durch das Helmholtzspulenpaar gegeben ist.

Eine weitere Spule mit einem Durchmesser von 6,5 cm ist aus einem Kupferdraht mit einem Durchmesser von 2,1 mm und 2,5 Wicklungen gefertigt. Die Impedanz der Spule ist auf eine Resonanzfrequenz von etwa 14 MHz angepasst. Die Achse der Spule ist in der Quantisierungsachse des Feldes der Helmholtzspulen ausgerichtet und vor dem Fenster der Vakuumkammer befestigt, vor dem sich ebenfalls die MW-Hornantenne befindet, dadurch ist die Spule etwa 3 cm von den gespeicherten Ionen entfernt.

---

<sup>45</sup>Toptica Photonics, VFG150

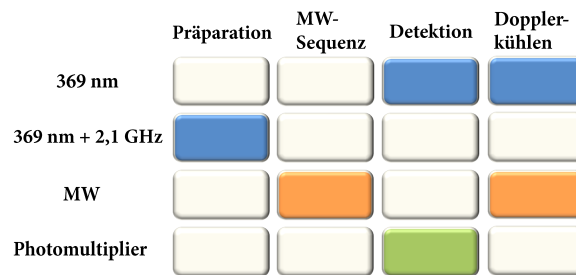
<sup>46</sup>Mini-Circuits, ZFSC-2-1

<sup>47</sup>Kalmus, 110C

# 4

## Ergebnisse der Voruntersuchungen

In diesem Kapitel werden Rabi- und Ramsey-Spektroskopieexperimente präsentiert, die an einem einzelnen, in einer Paulfalle gespeicherten  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion erzielt werden. Diese Messungen werden durchgeführt, bevor mit komplexeren Experimenten, wie der Qubitmanipulation zwischen einem *Dressed State*-Zustand und einem atomaren Zustand, begonnen werden kann (siehe Kapitel 6). Die Auswertung dieser Experimente liefert die für spätere Experimente nötigen Informationen über Resonanz- und Rabi-Frequenzen der verwendeten Übergänge. Die Basiselemente des zeitlichen Ablaufs während einer Messung



**Abbildung 4.1.:** Schematische Darstellung der unterschiedlichen Prozesse während eines Experimentes an einem gespeicherten Ion. In der ersten Spalte findet die Präparation des Qubitanzustands  $|^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  statt und ein um 2,1 GHz verstimmt Lichtfeld bei 369 nm wird eingestrahlt. Die nächste Spalte zeigt die Qubitmanipulationssequenz mit einem Mikrowellenfeld bei 12,6 GHz. Bei der anschließenden Bestimmung des Qubitzustands mit dem Photomultiplier wird nur das Lichtfeld bei 369 nm eingestrahlt. Während der Laserkühlung ist das Lichtfeld bei 369 nm zu kleineren Frequenz hin verstimmt und das Mikrowellenfeld permanent eingeschaltet. Nicht dargestellt ist die Synchronisation des Systems auf die 50 Hz Netzfrequenz des Stromnetzes im Labor.

sind in Abbildung 4.1 skizziert. Die Synchronisation und die Kontrolle des zeitlichen Ablaufs der durchgeführten einzelnen Prozesse werden durch das ADwin-System<sup>1</sup> gesteuert. Dieses kann die vorgegebenen Befehle mit einer Zeitauflösung von 10 ns sowie einer Schaltintervalllänge von  $7 \mu\text{s}$  ausgeben und koordinieren [101]. Zu Beginn einer Messung wird über einen TTL-Puls das ADwin-System<sup>1</sup> mit den für die Mikrowellen-

<sup>1</sup>Jäger, ADwin-Pro CPU T9



#### 4. Ergebnisse der Voruntersuchungen

pulse benötigten Frequenzgeneratoren<sup>2</sup> und die Netzfrequenz des Stromnetzes im Labor (Anhang C) synchronisiert. Dann wird die Besetzung des Ions in den  $|^2S_{1/2}, F=0\rangle$  Zustand präpariert. Für die Präparationszeit wird nur das um 2,1 GHz verstimmte Lichtfeld (Abschnitt 3.1.3) genutzt.

Das Ion wird für ein Rabi- oder Ramseyspektroskopieexperiment mit einem Mikrowellenfeld manipuliert. Während der nachfolgenden Detektion, um den nach der Manipulation mit dem Mikrowellenfeld besetzten Zustand zu bestimmen, wird nur der 369 nm Laser auf dem  $|^2S_{1/2}, F=1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F=0\rangle$  Übergang eingestrahlt (siehe Abbildung 2.5). Die Resonanzfluoreszenz des zerfallenden  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  Zustands wird mit dem Photomultiplier gemessen. Der mögliche Übergang  $|^2S_{1/2}, F=0\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F=1\rangle$  ist 14,7 GHz von der Resonanz des  $|^2S_{1/2}, F=1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F=0\rangle$  Übergangs entfernt. Dadurch ist eine ungewollte Anregung stark unterdrückt.

Anschließend wird das Ion mittels Laserstrahlung gekühlt (Kapitel 2.6.1). Neben dem um etwa 13 MHz rot verstimmtten Laser bei 369 nm wird auch ein Mikrowellenfeld auf Resonanz eines der drei Hyperfeinübergänge eingestrahlt. Das dabei vom Ion emittierte Fluoreszenzlicht (Kühlfluoreszenz) wird mit einem Photomultiplier detektiert. Nun werden bestimmte Parameter wie Wechselwirkungszeit, Phase oder Frequenz des Mikrowellenfeldes variiert. Der gesamte Ablauf der einzelnen Prozesse wird, entsprechend der gewünschten Anzahl von Wiederholungen für ein statistisch aussagekräftiges Ergebnis, mehrfach wiederholt.

### 4.1. Kohärente Mikrowellenspektroskopie

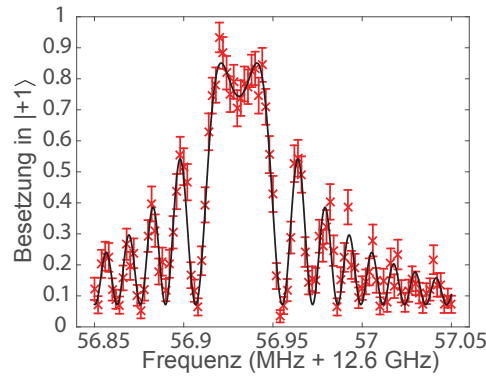
Der hyperfeinaufgespaltene Grundzustand  $|^2S_{1/2}\rangle$  besteht aus einem  $F=0$  Niveau ( $|0\rangle$ ) und drei Zuständen mit  $F=1$  ( $|-1\rangle$ ,  $|0'\rangle$  und  $|+1\rangle$ ), die Kennzeichnung erfolgt dabei entsprechend der magnetischen Quantenzahlen  $m_F$ . Die Aufspaltung der Zeemanniveaus wird dafür durch ein statisches, externes Magnetfeld (siehe Abschnitt 3.7.1) hervorgerufen. Abbildung 4.2 zeigt die Oszillation der Besetzung auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergang in Abhängigkeit von der Verstimmung des anregenden MW-Feldes. Dabei wird nicht, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, die Pulslänge des MW-Feldes variiert, sondern für eine feste Pulslänge (hier 90  $\mu$ s) wird die Frequenz des MW-Feldes verändert. Dadurch kann mit einer Genauigkeit, bedingt durch eine Verbreiterung des Übergangs durch das eingestrahlte MW-Feld, die Resonanzfrequenz des Übergangs bestimmt werden. In der Abbildung ist zusätzlich eine Anpassung nach der in Gleichung 2.30 angegebenen Form

$$f = p_0 + |p_1| \cdot \frac{\left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)^2}{\left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)^2 + (\nu - \nu_0)^2} \cdot \sin^2(\pi \cdot t \cdot \sqrt{\left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)^2 + (\nu - \nu_0)^2}) \quad (4.1)$$

gezeigt (schwarze Kurve). Dabei stellen  $p_0$ ,  $p_1$ ,  $\Omega$ ,  $\nu_0$  die freien Parameter der Anpassung,  $\nu$  die variierte Anregungsfrequenz und  $t$  die MW-Pulslänge dar. Darin stehen die

---

<sup>2</sup>Toptica Photonics, VFG150



**Abbildung 4.2.:** Die Abbildung zeigt ein auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergang aufgenommenes Mikrowellenresonanzspektrum. Aufgetragen ist die Besetzungswahrscheinlichkeit im Zustand  $|+1\rangle$  gegen die Anregungsfrequenz des Übergangs. Dazu wird die Frequenz des MW-Feldes in 101 Schritten zwischen 12,65685 GHz und 12,65705 GHz bei einer festen MW-Pulslänge von  $90 \mu\text{s}$  verändert. Jeder Datenpunkt setzt sich aus 70 Wiederholungen zusammen. Schwarz dargestellt ist eine Anpassung an die Messwerte, aus der sich eine Resonanzfrequenz des Übergangs von  $(12656931,0 \pm 0,3) \text{ kHz}$  und eine Rabi-Frequenz von  $2\pi \cdot (37,24 \pm 0,22) \text{ kHz}$  ergeben. Die angegebenen Fehler geben die statistische Abweichung an.

Parameter  $p_0$  für einen Untergrund,  $p_1$  für einen Faktor für die Amplitude der Anpassung,  $\Omega$  für die MW-Rabi-Frequenz und  $\nu_0$  für die Resonanzfrequenz des Übergangs. Aus der Anpassung folgen eine Resonanzfrequenz von  $(12656931,0 \pm 0,3) \text{ kHz}$  und eine Rabi-Frequenz von  $2\pi \cdot (37,24 \pm 0,22) \text{ kHz}$ . In Abhängigkeit der gewählten Parameter wie Rabi-Frequenz  $\Omega$ , Pulslänge und Frequenzbereich des gemessenen Spektrums kann eine Anpassung mehr oder weniger präzise durchgeführt werden.

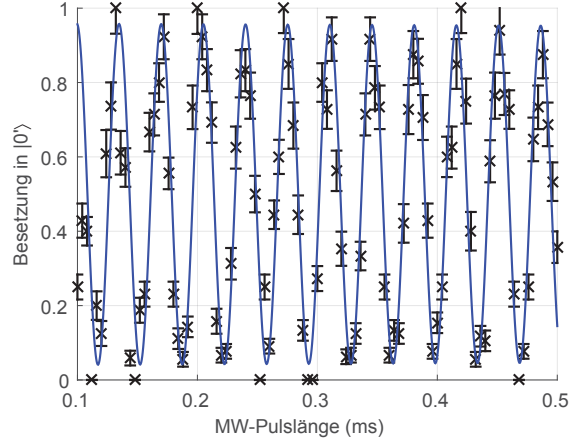
Mit der in Abschnitt 4.3 beschriebenen Methode der Ramsey-Spektroskopie wird ein empfindliches Verfahren für die Bestimmung der Resonanzfrequenz des atomaren Übergangs vorgestellt.

## 4.2. Rabi-Spektroskopieexperimente

Das kontinuierliche Anregen von Übergängen zwischen zwei Zuständen, um daraus die Oszillationsfrequenz des Populationstransfers (die Rabi-Frequenz  $\Omega$ ) zwischen den Zuständen zu bestimmen, ist eine grundlegende Messung, um z.B. die Pulslänge für „ $\pi$ -“ und „ $\pi/2$ -Pulse“ bestimmen zu können (siehe Kapitel 2.2). Der genaue Wert der Rabi-Frequenz hat daher für die Durchführung komplexerer Experimente (wie in Kapitel 4.4), eine große Bedeutung.

Für die Bestimmung der Rabi-Frequenz wird das Ion zuerst in einen der beiden Zustände des gewünschten Übergangs initialisiert. Dann wird das den Übergang treibende Feld für eine bestimmte Zeit eingestrahlt und die Besetzung in den Zuständen gemessen. Durch Variation der Einstrahldauer des Feldes kann man die sogenannten Rabioszillationen

#### 4. Ergebnisse der Voruntersuchungen



**Abbildung 4.3.:** Dargestellt sind Rabioszillationen zwischen den Zuständen  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  bei einer Anregungsfrequenz von 12,642843592 GHz. Aufgetragen ist die Besetzung im Zustand  $|0'\rangle$  gegen die Wechselwirkungszeit mit dem MW-Feld. Aus der blau gezeigten Anpassung an die 101 Datenpunkte zwischen 0,1 ms und 0,5 ms ergibt sich eine Rabifrequenz von  $f_\Omega = \Omega/(2\pi) = (28,450 \pm 0,004)$  kHz. Jeder der präsentierten Datenpunkte setzt sich aus 50 Wiederholungen zusammen. Die angegebenen Fehler geben die statistische Abweichung an.

beobachten. Wenn das treibende Feld nicht auf die Resonanz des Übergangs eingestellt ist, erhält man die in Abschnitt 2.2 definierte verallgemeinerte Rabifrequenz. In diesem Fall muss zusätzlich die Verstimmung zur Resonanzfrequenz ermittelt werden, um die Rabifrequenz möglichst exakt angeben zu können.

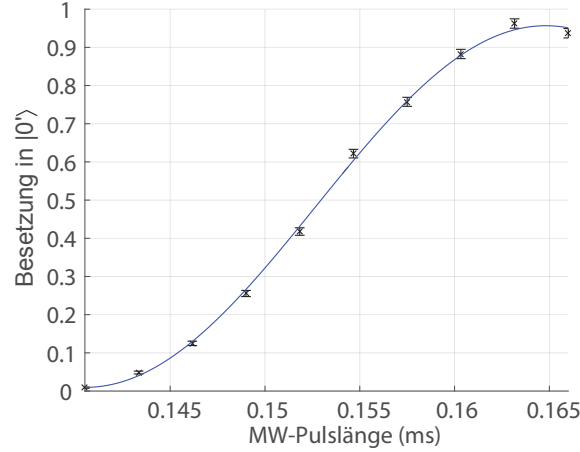
Abbildung 4.3 zeigt die Besetzung im Zustand  $|0'\rangle$  für ein Rabi-Spektroskopieexperiment zwischen den Zuständen  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  bei einer Anregungsfrequenz des MW-Feldes von 12,642843592 GHz mit einer Rabifrequenz von  $f_\Omega = \Omega/(2\pi) = (28,450 \pm 0,004)$  kHz für Wechselwirkungszeiten bis zu 0,5 ms. Vor dem Einstrahlen des Mikrowellenfeldes auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang wird das Ion in den  $|0\rangle$  Zustand mit dem um 2,1 GHz verstimmten Laserfeld bei 369 nm initialisiert (Abschnitt 2.4). Die blau dargestellte Anpassung an die Messwerte in Abbildung 4.3 folgt dem Modell:

$$f = p_0 + |p_1| \cdot (1 + e^{-\gamma \cdot t}) \cdot \sin(\Omega \cdot t - \phi_0) \quad (4.2)$$

Darin geben die Parameter  $p_0$  einen Hintergrund,  $p_1$  einen Faktor für die Anpassung der Amplitude und  $\gamma$  die Dämpfung der Oszillation an.  $\Omega$  steht für die Rabifrequenz und  $\phi_0$  für eine Phase. Die Zeit  $t$  entspricht der auf der  $x$ -Achse aufgetragenen Einstrahldauer des MW-Feldes.

Anhand des Kontrastes der Rabioszillation zwischen den beiden Qubit-Zuständen  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$  und der Nachweiswahrscheinlichkeit für ein Hell- und Dunkelereignis (siehe Abschnitt 2.5) kann die Präparationseffizienz in den Zustand  $|0\rangle$  mit dem um 2,1 GHz verstimmten Laserfeld bei 369 nm ermittelt werden. Die Rabioszillation, eines mit einer hohen Anzahl an Schritten durchgeführten Rabi-Spektroskopieexperiments, sind in Abbildung

4.4 dargestellt. Die MW-Frequenz des treibenden Feldes war dabei 12,642828360 GHz. In Abbildung 4.4 wird die MW-Pulslänge zwischen 140,5  $\mu\text{s}$  und 166  $\mu\text{s}$  in 10 Schritten variiert. Dabei wird jede Messung 1650 mal wiederholt. Es fällt auf, dass die Messwerte



**Abbildung 4.4.:** Die Abbildung stellt für ein Rabi-Spektroskopieexperiment die Anregung des Zustands  $|0'\rangle$  aus dem Zustand  $|0\rangle$  gegen die Einstrahldauer des MW-Feldes bei 12,642828360 GHz dar. Die Datenpunkte setzen sich jeweils aus 1650 Messwerten zusammen. Blau dargestellt ist eine Anpassung an die Datenpunkte. Der angegebene Fehler gibt die statistische Abweichung an. Aus dem Maximum und Minimum der gemessenen Besetzungswahrscheinlichkeit von  $(95,99 \pm 1,23)\%$  und  $(0,64 \pm 0,14)\%$ , sowie der Nachweiswahrscheinlichkeit für ein Dunkel- und Hell-Ereignis, ergibt sich eine Präparationswahrscheinlichkeit in den Zustand  $|0\rangle$  von  $\eta_P = (97,6 \pm 0,2)\%$ . Eine vollständige Besetzung des  $|0\rangle$  Zustands wird annähernd erreicht, während die Messwerte den  $|0'\rangle$  nicht ganz erreichen. Die statistischen Fehler sind für Werte um 0 % der Besetzung in  $|0'\rangle$  kleiner als bei Messwerten um 90 %. Dieser Effekt resultiert aus der Methode des zustandsselektiven Nachweises.

der Oszillation näher an einer vollständigen Besetzung in  $|0\rangle$  als in  $|0'\rangle$  liegen. Die abgebildeten statistischen Fehler sind für Werte um 0 % Besetzung in  $|0'\rangle$  kleiner als bei Messwerten um 90 %.

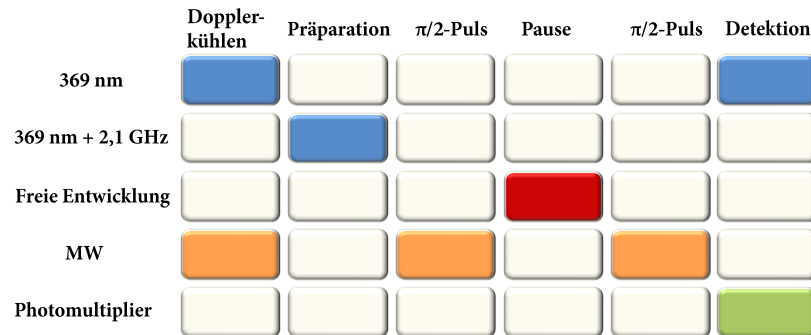
Die erzielte Präparationswahrscheinlichkeit  $\eta_P$  (siehe Kapitel 2.4) mit dem um 2,1 GHz verstimmtten Lichtfeld in den Zustand  ${}^2S_{1/2}, F = 0$  wird aus den Ergebnissen des in Abbildung 4.4 präsentierten Experimentes zu  $\eta_P = (97,6 \pm 0,2)\%$  bestimmt. Das Maximum und Minimum der gemessenen Besetzungswahrscheinlichkeit liegt bei  $(95,99 \pm 1,23)\%$  und  $(0,64 \pm 0,14)\%$ . Die Nachweiswahrscheinlichkeit für ein Dunkel- und Hell-Ereignis liegt bei  $\eta_0 = 0,9934$  und  $\eta_1 = 0,9938$ .

Somit wird der in [78] maximal bestimmte Wert für die Präparationseffizienz von 98 % annähernd erreicht. In [78] wird gezeigt, dass die Präparationseffizienz abhängig von der Polarisation, der Leistung und der Einstrahlzeit des um 2,1 GHz verstimmtten Laserfeldes ist. Ein möglicher Grund für ein geringeres Partizipationspotenzial ist eine fehlerhafte Detektion des „richtig“ präparierten Zustands. Dafür spricht der unterschiedlich große Fehler für Hell- und Dunkelereignisse in Abbildung 4.4. Die Präparation sollte in beiden Fällen gleich effizient sein.

#### 4. Ergebnisse der Voruntersuchungen

### 4.3. Ramsey-Spektroskopieexperimente

Um die Rabi-Frequenz, der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Rabi-Oszillationen möglichst exakt zu bestimmen, muss die Resonanzfrequenz des gewünschten Übergangs bekannt sein. Mit einem Ramsey-Spektroskopieexperiment kann die Resonanzfrequenz eines ausgewählten Übergangs präzise ermittelt werden [154]. Anhand eines Ramsey-



**Abbildung 4.5.:** Die Abbildung zeigt schematisch den Ablauf eines Ramsey-Spektroskopieexperimentes. Nach dem Dopplerkühlen des Ions wird die Besetzung in den Zustand  $|^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  mit dem um 2,1 GHz verstimmt Lichtfeld präpariert. Ein erster „MW- $\pi/2$ -Puls“ präpariert eine Überlagerung der beiden Qubit-Zustände. Nach einer Zeit der freien Entwicklung, in der alle Felder ausgeschaltet sind, folgt ein weiterer „MW- $\pi/2$ -Puls“. Anschließend wird die Besetzung in einem der beiden Qubit-Zustände als Funktion der freien Präzessionszeit anhand der detektierten Resonanzfluoreszenz bestimmt. Dafür wird der Laser bei 369 nm eingestrahlt. Nicht dargestellt ist die Synchronisation des Systems auf die 50 Hz Netzfrequenz des Stromnetzes im Labor.

Spektroskopieexperimente auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang soll der Ablauf der einzelnen Abschnitte während einer Messung erklärt werden und dies ist in Abbildung 4.5 skizziert. Experimentell erzielte Resultate sind in den Abbildungen 4.6a bis 4.6b präsentiert. Zu Beginn eines Experiments befindet sich das System im Zustand  $|0\rangle$ . Ein auf dem Übergang eingestrahelter „MW- $\pi/2$ -Puls“ präpariert eine kohärente Überlagerung der beiden Zustände. Wie in Kapitel 2.2 beschrieben ist, dreht ein „ $\pi/2$ -Puls“ die Besetzung genau bis zum Äquator der Bloch-Kugel (Abbildung 2.4). Nachdem das System sich für eine bestimmte Zeit frei entwickeln konnte, wird ein weiterer „ $\pi/2$ -Puls“ eingestrahlt und die Besetzung in den Zuständen gemessen. Wird die freie Entwicklungszeit zwischen den beiden „ $\pi/2$ -Pulsen“ variiert, kommt es für den Fall, dass die beiden „ $\pi/2$ -Pulse“ nicht auf der Resonanzfrequenz des Übergangs eingestrahlt werden, zu Oszillationen der Besetzung der beiden Zustände. Der in Abbildung 2.4 gezeigte Zustandsvektor des überlagerten Zustands präzediert während der Zeit der freien Entwicklung mit der Frequenz der Verstimmung des eingestrahelten Mikrowellenpulses von der Resonanz des Übergangs

### 4.3. Ramsey-Spektroskopieexperimente

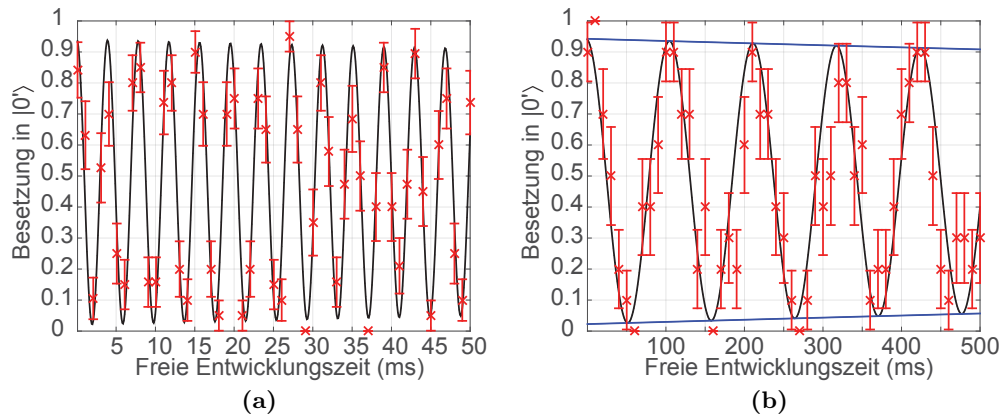
um die  $z$ -Achse der Blochkugel [69]. Wenn die Frequenzen der Felder für die beiden „ $\pi/2$ -Pulse“ auf der Resonanz des Übergangs liegt, findet keine Präzessionsbewegung des Vektors statt und die gemessene Population in den beiden Zuständen am Ende der Messung ist, unabhängig von der freien Entwicklungszeit, immer die selbe.

Wie in Abschnitt 4.3.1 gezeigt wird, kann durch Verändern des Phasenunterschiedes zwischen den beiden „ $\pi/2$ -Pulsen“ das Besetzungsverhältnis am Ende der Messung kontrolliert werden.

In Abbildung 4.6b kann aus der schwarz dargestellten Anpassung an die gemessenen Werte die Resonanzfrequenz zu  $(12642819059,404 \pm 0,076)$  Hz bestimmt werden. Die Funktion der Anpassung lautet:

$$f = p_0 + |p_1| \cdot (1 + e^{-\gamma \cdot t}) \cdot \sin(\Omega_r \cdot t - \phi_0) \quad (4.3)$$

Der Parameter  $p_0$  gibt einen Hintergrund an. Die Parameter  $p_1$  und  $\gamma$  geben einen Amplitudenfaktor für die Anpassung und die Dämpfung der Oszillation an.  $\Omega_r$  beschreibt die Oszillationsfrequenz (Kreisfrequenz) und  $\phi_0$  gibt eine Phase an. Die Zeit  $t$  entspricht der auf der  $x$ -Achse aufgetragenen freien Entwicklungszeit des Experiments. Mit einem



**Abbildung 4.6.:** Die Abbildungen zeigen die Ergebnisse von durchgeführten Ramsey-Spektroskopieexperimenten auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang mit einer freien Entwicklungszeit des Systems von bis zu 500 ms. In (a) beträgt die Frequenz 12,6428193 GHz des eingestrahnten MW-Feldes für die beiden „ $\pi/2$ -Pulse“ auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang. Die freie Entwicklungszeit des Systems zwischen den beiden „ $\pi/2$ -Pulsen“ wird in 51 Schritten zwischen 0,1 ms und 50 ms variiert. Jeder dargestellte Datenpunkt setzt sich aus 20 Wiederholungen zusammen. Teil (b) stellt die Ergebnisse für eine freie Entwicklungszeit zwischen 0,1 ms und 500 ms dar. Die Frequenz des MW-Signals war dabei 12,64281905 GHz. Jeder der 51 abgebildeten Datenpunkte setzt sich aus 10 Wiederholungen zusammen. Die schwarz dargestellten Anpassungen an die Daten dienen dazu, den Verlauf der Oszillationen zu verdeutlichen. In Teil (b) folgt aus der Anpassung an die gemessene Werte die Resonanzfrequenz des Übergangs zu  $(12642819059,404 \pm 0,076)$  Hz. Um den Zerfall der Oszillation zu zeigen, ist zusätzlich in Teil (b) der Abbildung eine exponentielle Anpassung an die Oszillation blau eingezeichnet. Die Fehlerbalken geben in allen Teilen der Abbildung die Standardabweichung an. Die Experimente zeigen, dass die Zustandsinformation auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang fast vollständig über den Messzeitraum von 500 ms erhalten bleibt.

#### 4. Ergebnisse der Voruntersuchungen

Ramsey-Spektroskopieexperiment lässt sich nicht nur die Resonanzfrequenz eines Übergangs präzise bestimmen, sondern es kann auch dazu genutzt werden die Kohärenzzeit des Übergangs zu ermitteln. Die Kohärenzzeit des  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergangs liegt im Bereich von Sekunden. Der Übergang kann als „Uhrenübergang“ bezeichnet werden, da er nur in zweiter Ordnung abhängig von Magnetfeldschwankungen ist. Für kleine Magnetfeldänderungen kann der Übergang daher als magnetfeldunabhängig betrachtet werden.

Die im Labor beobachteten Resonanzverschiebungen der magnetfeldabhängigen Zustände  $|\pm 1\rangle$  durch externe Felder betragen etwa 2,5 kHz. 0,178  $\mu\text{T}$  entsprechen einer Änderung der Resonanzfrequenz um 2,5 kHz. Für eine Magnetfeldschwankung von 0,2  $\mu\text{T}$  bei einem durch das Helmholtzspulenpaar hervorgerufenen Magnetfeld von etwa 0,7 mT (siehe Abbildung 3.10) folgt nach der Breit-Rabi Formel [133] eine Frequenzänderung von etwa 9 Hz für den  $|0'\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang (siehe Abschnitt 2.9.2).

Durch die Synchronisation der Experimente auf die Netzfrequenz des Stromnetzes im Labor konnte eine deutliche Verbesserung der Kohärenzzeit erreicht werden [105]. Im Rahmen dieser Arbeit ist die Synchronisation der Experimente auf die 50 Hz Netzfrequenz des Stromnetzes kontinuierlich weiter verbessert worden (siehe Anhang C) und bei den im Folgenden gezeigten Experimenten genutzt.

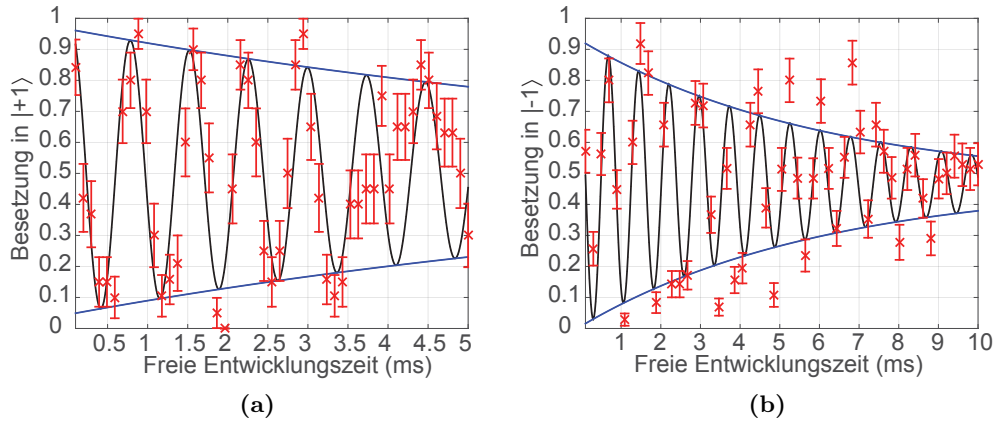
Mit einem Ramsey-Spektroskopieexperiment soll die Kohärenzzeit zwischen den hyperfeinaufgespaltenen Zuständen des Grundzustands von  $^{171}\text{Yb}^+$  untersucht werden. Aufgrund von schwankenden magnetischen Feldern führt die Speicherung von Quanteninformationen in den beiden magnetfeldabhängigen Zuständen  $m_F = \pm 1$  ( $|-1\rangle, |+1\rangle$ ) schnell zu Dekohärenz. Der Mikrowellenübergang  $|0\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  besitzt dadurch eine Kohärenzzeit von etwa 5 ms (siehe Abbildung 4.7b).

Für die Initialisierung des Grundzustands  $|0\rangle$  wird das Lichtfeld bei 369 nm auf der Resonanz des Übergangs  $|^2\text{S}_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2\text{P}_{1/2}, F = 1\rangle$  für etwa 0,5 ms eingestrahlt (siehe Abschnitt 2.4). Mit einem Mikrowellen „ $\pi/2$ -Puls“ wird eine kohärente Überlagerung der Zustände  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$  erzeugt. Nach der freien Entwicklungszeit des Systems  $T_R$  wird ein weiterer „ $\pi/2$ -Puls“ eingestrahlt und die Besetzung durch Detektieren der Resonanzfluoreszenz mit einem Photomultiplier auf dem  $|^2\text{S}_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2\text{P}_{1/2}, F = 0\rangle$  Übergang gemessen. Aufgrund einer geringen Verstimmung des RF-Feldes für die „ $\pi/2$ -Pulse“ von der Resonanz des Übergangs kommt es zu Ramseyoszillationen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.6a bis 4.6b dargestellt und zeigen, dass die Kohärenz erfolgreich über mehr als 500 ms erhalten bleibt. In Abbildung 4.6b verdeutlichen die beiden blauen Kurven die geringe Reduktion des Kontrastes aufgrund von Dekohärenz. Der Kontrast der durchgeführten Ramsey-Spektroskopieexperimente hat nach 500 ms (Abbildung 4.6b) um etwa 0,05 abgenommen.

Dies ist eine deutliche Verbesserung zu den in [105] gezeigten Resultaten. Nach 500 ms war der Kontrast bereits auf ein  $1/e$  Niveau gesunken und die Kohärenzzeit des  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergangs wurde auf 500 ms bestimmt.

In den Abbildungen 4.7a und 4.7b sind Ramsey-Experimente auf den magnetfeldabhängigen Übergängen  $|0\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  und  $|0\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  gezeigt. Die Kohärenzzeit beträgt trotz der genutzten Synchronisation der Experimente auf die Netzfrequenz des Stromnetzes im Labor nur etwa 5 ms.

### 4.3. Ramsey-Spektroskopieexperimente



**Abbildung 4.7.:** Die Abbildungen zeigen die Ergebnisse von durchgeführten Ramsey-Spektroskopieexperimenten auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergang in Teil (a) und auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  Übergang in Teil (b), mit einer freien Entwicklungszeit des Systems von bis zu 10 ms. In (a) ist die Frequenz des eingestrahlten MW-Feldes für die beiden „ $\pi/2$ -Pulse“ 12,65692650 GHz. Die freie Entwicklungszeit des Systems zwischen den beiden „ $\pi/2$ -Pulsen“ wird in 51 Schritten zwischen 0,1 ms und 5 ms variiert und ist gegen die Besetzung im Zustand  $|+\rangle$  1 dargestellt. Jeder Datenpunkt setzt sich dabei aus 20 Wiederholungen zusammen. Teil (b) der Abbildung zeigt ein, auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  Übergang bei 12,63280025 GHz, durchgeführtes Ramsey-Spektroskopieexperiment. Die 51 Datenpunkte zwischen 0,1 ms und 10 ms setzen sich aus 50 Wiederholungen zusammen. Die Fehlerbalken geben in beiden Abbildungen die Standardabweichung an. Die schwarz dargestellte Anpassung an die Daten und der blau abgebildete exponentielle Zerfall dienen dazu, den Verlauf der Oszillationen zu verdeutlichen und Parameter wie die Resonanzfrequenz und die Kohärenzzeit zu ermitteln. Für Teil (b) folgt eine Kohärenzzeit von 5,3 ms.

Durch die Verwendung von Methoden wie *Dynamical Decoupling* oder „Bang Bang“ (Kapitel 2.8.2) kann Entkopplung von der Umgebung erreicht werden und die Kohärenzzeit zusätzlich verlängert werden. Wie in [115] gezeigt wird, kann mit Hilfe von *Dynamical Decoupling* die Zeit für Quantengatter um eine Größenordnung im Vergleich zur eigentlichen Kohärenzzeit verlängert werden.

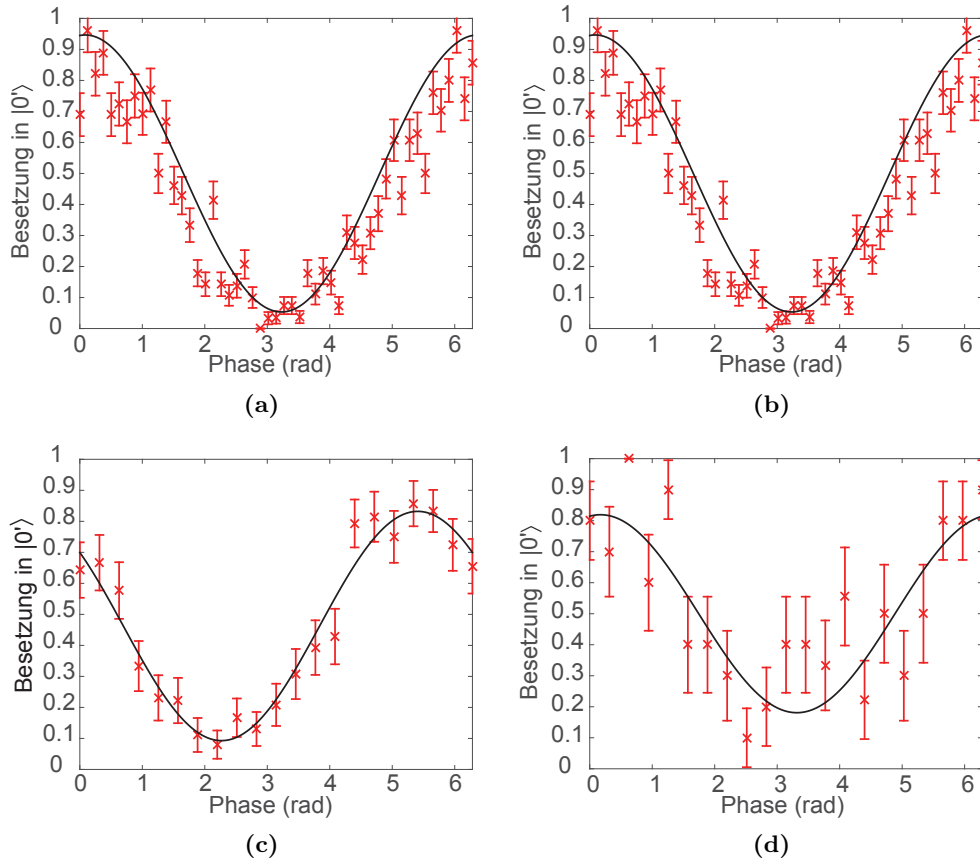
Eine andere Methode ist die Verwendung von sogenannten *Dressed States*. Wie in Kapitel 6 gezeigt ist, wird mit magnetfeldabhängigen Qubits mit dieser Methode eine fast drei Größenordnungen längere Kohärenzzeit erreicht.

#### 4.3.1. Ramsey-Spektroskopieexperimente mit Variation der Phase

Im Folgenden werden Ramsey-Experimente umgesetzt, wie sie schon in Abschnitt 4.3 beschrieben sind. Wie in Abbildung 4.8a zu sehen ist, wird dabei jedoch die freie Entwicklungszeit zwischen den beiden „ $\pi/2$ -Pulsen“ konstant gehalten und stattdessen die Phase zwischen den beiden „ $\pi/2$ -Pulsen“ variiert. Wenn in Abbildung 4.8a der Phasenunterschied 0 oder  $2\pi$  beträgt, wird die Besetzung mithilfe der zwei „ $\pi/2$ -Pulse“ vom



#### 4. Ergebnisse der Voruntersuchungen



**Abbildung 4.8.:** Die Abbildung zeigt ein Ramsey-Experimente mit Variation der Phase des MW-Feldes zwischen den Zuständen  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$ . Dargestellt ist die Besetzung im Zustand  $|0'\rangle$  gegen die variierte Phase des zweiten „ $\pi/2$ -Pulses“. In (a) wird die Phase des zweiten „ $\pi/2$ -Pulses“ in 51 Schritten zwischen 0 und  $2\pi$  variiert. Die freie Entwicklungszeit zwischen den beiden „ $\pi/2$ -Pulsen“ ist konstant bei 0,5 ms. Jeder der 51 Datenpunkte setzt sich aus 50 Wiederholungen zusammen. Die freie Entwicklungszeit beträgt in Teil (b) der Abbildung 10 ms, in (c) 100 ms und in d) 200 ms. Die Phase zwischen den beiden MW-Pulsen wird in (b) bis (d) in 21 Schritten variiert. Die Anzahl der durchgeführten Wiederholungen ist in (b) 40, (c) 30 und (d) 10. Die Fehlerbalken geben in allen Teilen der Abbildung die Standardabweichung an. Schwarz dargestellt ist eine Anpassung an die experimentell ermittelten Werte. Die Dephasierung ist nach 100 ms gering, wie die Anpassung an die Daten in Teil (c) zeigt. Aus der Anpassung in Teil (c) folgt eine Phasenverschiebung von  $(-2,45 \pm 0,12)$  rad, die aus einer Verstimmung der Frequenz des MW-Feldes von der Resonanz des Übergangs resultiert. In Teil (d) ist die Wiederholungsanzahl der Messung zu gering, um aussagekräftige Rückschlüsse aus der Messung ziehen zu können.

### 4.3. Ramsey-Spektroskopieexperimente

Zustand  $|0\rangle$  nach  $|0'\rangle$  überführt. Bei einem Phasenunterschied von  $\pi$  wird die Population mit dem zweiten „ $\pi/2$ -Puls“ zurück in den Ausgangszustand  $|0\rangle$  gepumpt. In den Abbildungen 4.8b bis 4.8d ist die freie Entwicklungszeit von 10 ms über 100 ms bis zu 200 ms erhöht worden. Dabei reduziert sich der Kontrast der Messung nur wenig. Die MW-Frequenz bei den eingestrahlten „ $\pi/2$ -Pulsen“ scheint gut mit der Resonanzfrequenz des Übergangs übereinzustimmen, da die Dephasierung nach 100 ms gering ist, wie die schwarze Anpassung an die Daten in Abbildung 4.8c verdeutlicht. Die Funktion der Anpassung lautet:

$$f = p_0 + |p_1| \cdot (1 + e^{-\gamma \cdot \phi}) \cdot \sin(\phi + \phi_0) \quad (4.4)$$

Der Parameter  $p_0$  gibt einen Hintergrund an. Der Parameter  $p_1$  beschreibt einen Amplitudenfaktor für die Anpassung. Die Parameter  $\gamma$  und  $\phi_0$  beschreiben die Dämpfung der Oszillation und eine Phasenverschiebung.  $\phi$  entspricht der auf der  $x$ -Achse aufgetragenen Phase zwischen den „ $\pi/2$ -Pulsen“ des Experiments. Aus der Anpassung in Abbildung 4.8c folgt eine Phasenverschiebung von  $(-2,45 \pm 0,12)$  rad. Wäre die Frequenz des MW-Feldes resonant, dann würde das treibende Feld genau mit dem oszillierenden atomaren Dipolmoment mitdrehen und im *rotating Frame* würde der Blochvektor still stehen. Ist die Frequenz falsch gewählt, also die Verstimmung des MW-Feldes nicht mit der Übergangsfrequenz identisch, sind atomares Dipolmoment und treibendes Feld nicht synchronisiert und der Blochvektor präzidiert zwischen den „ $\pi/2$ -Pulsen“ und hat am Ende der Sequenz nach der Zeit  $t$  eine Phase  $\phi_0 = \delta t$  akkumuliert, wobei  $\delta$  die Verstimmung von der Resonanz ist.

Die Resultate zeigen, dass es mit dem verwendeten Frequenzgenerator<sup>3</sup> möglich ist, die Phase über lange Messungen von mehreren hundert Millisekunden exakt zu kontrollieren.

---

<sup>3</sup>Toptica Photonics, VFG150

## 4.4. Randomized Benchmarking

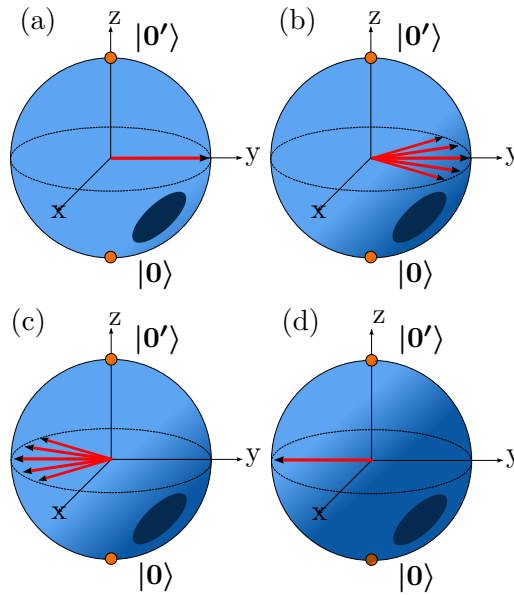
Die *Randomized Benchmarking*-Methode [155] wird für die Charakterisierung von Fehlern in der experimentellen Realisierung von Quantensystemen genutzt. In dem vorgestellten Experiment dient die Methode dazu, den Fehler der genutzten Mikrowellen-Pulse bei der Qubitmanipulation zu bestimmen. Die in diesem Experiment an einem einzelnen  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion ermittelte Qualität der Mikrowellengatter kann dadurch mit anderen Experimenten und unterschiedlichen Systemen, die beispielsweise auf Laserfeldern oder Radiofrequenzfeldern basieren, verglichen werden. Zudem kann festgestellt werden, ob der Fehler pro zufälligem Ein-Qubit-Gatter unter der Grenze von  $10^{-4}$  liegt, die allgemein als Schwellenwert für die Realisierung eines fehlertoleranten Quantencomputers betrachtet wird [156].

Die *Randomized Benchmarking*-Sequenz setzt sich aus einer Abfolge von „ $\pi$ -“ und „ $\pi/2$ -Pulsen“ zusammen. Dabei beschreiben die „ $\pi$ -Pulse“ (Pauli-Pulse) eine halbe Drehung um eine Achse der Blochkugel (Abbildung 2.4). Wie in Abschnitt 2.8.1 erläutert, führt die permanente Addition einer Phase in einer Richtung zu einer Dephasierung des Systems. Die „ $\pi$ -Pulse“ dienen der Rephasierung des Qubits, wodurch der Dephasierung des Systems entgegengewirkt wird. Dies ermöglicht es, dass während des Experiments überwiegend nur aufgrund von Rauschen umgebender elektromagnetischer Felder bedingte Fehler auftreten [157]. Eine Rephasierung des Systems nach einem „ $\pi$ -Puls“ erfolgt, da das System anschließend gedreht ist und es nicht zu einer permanenten Addition einer Phase in einer Richtung kommt, wie in Abbildung 4.9 gezeigt ist. Die Rotationsachsen der Rechengatter („ $\pi/2$ -Pulse“) werden bis auf den letzten „ $\pi/2$ -Puls“ vollkommen zufällig gewählt [155]. Der letzte „ $\pi/2$ -Puls“ wird entsprechend so ausgesucht, dass das Qubit nach der Sequenz parallel zu  $z$ -Achse auf der Blochkugel ausgerichtet ist und sich entweder in  $|0\rangle$  oder  $|0'\rangle$  befindet. Die Rechengatter erzeugen die experimentell einfach zu realisierende Clifford-Gruppe. Dadurch, dass die „ $\pi$ -“ und „ $\pi/2$ -“ Rotationen um die Hauptachsen in der Clifford-Gruppe stattfinden, ist der Zustand während der Sequenz immer ein Eigenzustand des Pauli-Operators [155].

Entsprechend können mögliche Drehungen um die  $x$ -,  $y$ - oder  $z$ -Achse oder keine Drehung im selben Zeitintervall stattfinden. So kann eine Drehung um die  $x$ -Achse während eines Rechengatters („ $\pi/2$ -Pulses“)  $\hat{X}_c^+ = e^{\frac{i\pi}{4}\hat{\sigma}_x}$  in Matrixform als  $\hat{X}_c^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbb{1} + i\hat{\sigma}_x)$  ausgedrückt werden und da unterschiedliche globale Phasen denselben Zustand beschreiben können, kann entsprechend  $\hat{X}_c^- = \hat{X}_c^+ \hat{X}_c^+ \hat{X}_c^+$  als  $\hat{X}_c^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\mathbb{1} + i\hat{\sigma}_x)$  dargestellt werden [157].

Die Pauli-Pulse („ $\pi$ -Pulse“) können als Abfolge von zwei „ $\pi/2$ -Pulsen“ gesehen werden und können daher durch die in Abschnitt 2 eingeführten Pauli-Spin-Matrizen dargestellt werden.

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{1} = \hat{\sigma}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$



**Abbildung 4.9.:** Veranschaulichung der Rephasierung des Qubits zwischen den Zuständen  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Zu Beginn ist der Zustand  $|0\rangle$  besetzt. In (a) sorgt ein „ $\pi/2$ -Puls“ um die x-Achse für eine kohärente Überlagerung der beiden Zustände  $|0'\rangle$  und  $|0\rangle$ . In Teil (b) findet, aufgrund von Schwankungen umgebender elektromagnetischer Felder, im Laufe der Zeit die zunehmende Dephasierung des Systems statt. (c) Nachdem die Hälfte der freien Entwicklungszeit verstrichen ist, implementiert ein „ $\pi$ -Puls“ eine Drehung um die x-Achse. Woraufhin in der zweiten Hälfte der freien Entwicklungszeit eine Rephasierung stattfindet und im Idealfall, wie in Teil (d) dargestellt, eine vollständige Kohärenz wieder erreicht wird.

Die unitären Operationen der Pauli-Pulse haben idealerweise die Form  $e^{\pm i\pi/2\hat{\sigma}_k}$  mit  $k = 0,x,y,z$  [155]. Dabei wird zufällig das Vorzeichen und  $k = 0,x,y,z$  ausgewählt und der Einheitsoperator wird als  $\sigma_0$  definiert.

Für die *Randomized Benchmarking*-Sequenz werden nur Gatter aus der Clifford-Gruppe genutzt [158]. Wodurch die Elemente aus der Pauli-Gruppe von den Operatoren wieder auf die Elemente dieser Gruppe abgebildet werden. Dies hat den Vorteil, dass die Resultate der Sequenzen sehr schnell mit einem klassischen Computer berechnet werden können. Zudem genügt es, den letzten Puls und nicht die gesamte Sequenz zu invertieren, um als Endzustand einen der beiden Qubitzustände zu erhalten [155].

Bei der Implementierung der durchgeführten Methode des *Randomized Benchmarking* wird das Qubit, aus den Zuständen  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$ , einer zufälligen Folge bestimmter Mikrowellen-Pulsen ausgesetzt. Dafür wird das Ion zunächst mit einem rot verstimmtten Laserfeld dopplergekühlt (siehe Kapitel 2.6.1) und danach, wie in Abschnitt 2.4 beschrieben ist, in den Zustand  $|^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  ( $|0\rangle$ ) präpariert. Nun wird eine zuvor berechnete *Randomized Benchmarking*-Sequenz durchgeführt, die sich teilweise aus zufällig generierten MW-Pulsen zusammensetzt. Anschließend wird bei der Zustandsselektiven Detektion (siehe Abschnitt 2.5) unterschieden, ob sich das Ion im Hell-Zustand  $|0'\rangle$  oder im Dunkel-Zustand  $|0\rangle$  befindet.

#### 4. Ergebnisse der Voruntersuchungen

Bei den Mikrowellen-Pulsen bestimmt die Phase  $\phi$  des Feldes, um welche Achse die Drehung durchgeführt wird. Eine Drehung um die  $x$ -Achse findet statt bei Werten von  $\phi = 0$  oder  $\phi = \pi$ . Eine Drehung um die  $y$ -Achse findet für  $\phi = \pi/2$  oder  $\phi = 3\pi/2$  statt. Aus der Rabi-Frequenz  $\Omega$  des Mikrowellenfeldes kann die Pulslänge  $t$  für einen  $\pi$ - oder „ $\pi/2$ -Puls“ bestimmt werden. Für eine feste Wechselwirkungszeit  $t$  kann, je nachdem ob das Mikrowellenfeld eingeschaltet oder ausgeschaltet ist, zwischen  $x$ - und  $y$ -Pulsen (Feld an) und  $1$ - und  $z$ -Pulsen (Feld aus) unterschieden werden. Die Ausführung des Einheitsoperators  $\mathbb{1}$  ( $\hat{\sigma}_0$ ) und einer Pulsfolge beschreibt denselben Prozess wie eine virtuelle Drehung um die  $z$ -Achse und eine umgekehrte Pulsfolge von  $x$ - und  $y$ -Pulsen. Die Sequenzen werden zufällig generiert und deshalb können alle Formen der „ $\pi$ -Pulse“ mit der selben Wahrscheinlichkeit auftreten. Daher kann die Drehung um die  $z$ -Achse ebenfalls als Einheitsoperation eingefügt werden, ohne in Folge dessen das Resultat des *Randomized Benchmarking*-Tests zu verändern [157].

Die Länge  $l$  einer Sequenz bezieht sich nur auf die Anzahl der Rechengatter („ $\pi/2$ -Pulse“). Es werden  $N$  (in diesem Experiment vier) Sequenzen mit rein zufälliger Anordnung der Rechengatter mit 5500 Pulsen erzeugt. Diese werden alle an den gleichen beliebigen Stellen der Anzahl  $L$  abgebrochen [157]. Der theoretische Zustand, in dem sich das Qubit nach  $L \cdot \pi/2$ -Drehungen befinden soll, wird ermittelt und in Abhängigkeit des Ergebnisses ein passender „ $\pi/2$ -Puls“ gewählt und an die Sequenz angefügt, um das Qubit in einen Eigenzustand von  $\hat{\sigma}_z$  zu bringen.

Am Anfang der Sequenz, zwischen den einzelnen Rechengattern („ $\pi/2$ -Pulse“) und am Ende der Sequenz wird ein zufälliger Pauli-Puls („ $\pi$ -Puls“) eingefügt, von denen somit insgesamt  $L + 2$  Pulse gebraucht werden. Von den Pauli-Puls-Sequenzen werden  $P$  unterschiedliche Versionen erzeugt. Das Berechnen der Endzustände nach den gesamten Sequenzen erlaubt es, die Resultate mit den experimentell erzielten Ergebnissen zu vergleichen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass die gemessene Besetzung nach einer Teilsequenz der Länge  $L$  mit dem theoretisch berechneten Wert übereinstimmt, ist [157]:

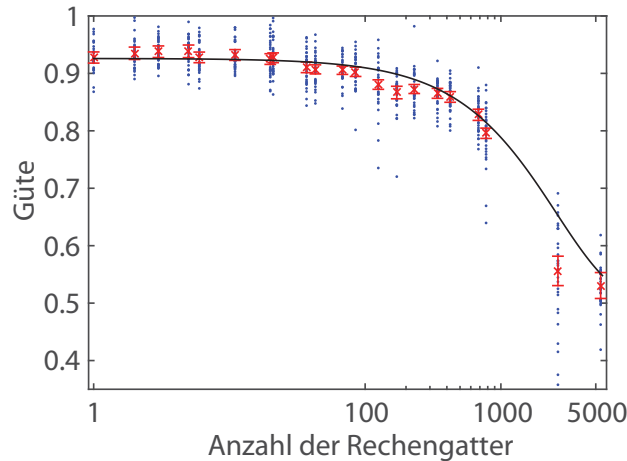
$$G(L) = \frac{a}{2} (1 - e)^L + 0,5 . \quad (4.6)$$

Darin ist  $e$  der Fehler der einzelnen Gatter, die zu einer Dephasierung des Qubits während der Sequenz und im Endeffekt zu einem zufälligen Ergebnis der Messung führt. Die Detektions- und Präparationsfehler des Qubit Zustands verhindern den gewünschten Wert zu erhalten und werden durch den Parameter  $a$  ausgedrückt.

Zur besseren Vergleichbarkeit mit den Resultaten von [155] wird die Anzahl der Schritte in den Rechengattern nach dem gleichen Verfahren erhöht. Dazu werden zwei abgewandelte Formen der Fibonacci-Folge genutzt:  $f_{n+1} = f_n + 2 \cdot f_{n-1}$  und  $f_{n+1} = f_n + f_{n-1} + f_{n-2}$  mit den vorgegebenen Werten  $f_1 = 1$ ,  $f_2 = 2$  und  $f_3 = 3$  [155]. Dies bietet für das *Randomized Benchmarking* den Vorteil, dass mit steigender Anzahl der Rechengatter immer weniger Messungen durchgeführt werden müssen, die entsprechend viel Zeit benötigen. In Abbildung 4.10 ist die Güte für unterschiedliche Anzahlen der Rechengatter aufgetragen. Die Güte ist gegeben durch eins minus der Fehlerwahrscheinlichkeit der jeweiligen

Sequenz. Entsprechend der acht unterschiedlichen Pauli-Sequenzen und vier verschiedenen Rechengatter-Sequenzen sind für jede Sequenzlänge insgesamt 32 Messpunkte dargestellt. Bis zu einer Anzahl von 778 Rechengattern setzt sich jeder Datenpunkt aus 2000 bis 3000 Wiederholungen zusammen. Die Standardabweichung der einzelnen Datenpunkte liegt dadurch zwischen 0,005 und 0,013. Für die beiden Messwerte bei 2632 Gattern und 5461 Rechengatter ist die Anzahl der Wiederholungen auf 150 reduziert worden, wodurch der statistische Fehler eines Datenpunktes auf Werte zwischen 0,02 und 0,04 steigt.

Mit steigender Anzahl der Rechengatter erhöht sich die Dauer einer einzelnen Wiederholung der Messsequenz. Um die Erwärmung des Ions nach dieser Zeit wieder rückgängig zu machen, wird die Dauer der Dopplerkühlung für 2632 Rechengatter von 11 ms auf 30 ms erhöht und für 5461 Rechengatter auf 50 ms. Je kälter der Schwingungszustand des Ions ist, um so geringer ist der Effekt der Dephasierung des Qubitzustands [55]. Je höher



**Abbildung 4.10.:** Abgebildet ist die Güte der durchgeführten Sequenzen gegen die logarithmisch dargestellte Anzahl der Rechengatter. Die Güte ist definiert als eins minus die Fehlerwahrscheinlichkeit der Sequenz. Dementsprechend erwartet man nach einer Anzahl von  $n$ -Gattern eine Güte von  $\approx 0,5 \cdot (1 + F^n)$ . Dabei ist  $F$  (mit dem Idealwert 1) definiert als eins minus die Abweichung des gemessenen Endzustands vom theoretisch bestimmten Zustand nach der jeweiligen Anzahl von Rechengattern. Entsprechend der Variation der acht unterschiedlichen Pauli-Sequenzen und der vier verschiedenen Rechengatter-Sequenzen sind für jede gemessene Anzahl von Rechengattern insgesamt 32 blau gefärbte Messpunkte aufgetragen. Bis zu einer Anzahl von 778 Rechengattern setzt sich jeder abgebildete Datenpunkt aus 2000 bis 3000 Wiederholungen der Messung zusammen. Für die beiden Messwerte bei 2632 und 5461 Rechengattern ist die Anzahl der Wiederholungen auf 150 reduziert worden. Rot ist der über die 32 Messpunkte gebildete Mittelwert und der statistische Fehler der jeweiligen Anzahl von Rechengattern eingezeichnet. Nach 5461 Rechengattern wird ein Wert von  $(0,531 \pm 0,007)$  erzielt. Die an die gemittelten Daten angepasste Funktion  $G(L)$  (schwarz) ergibt einen Fehler pro Gatter von  $e = (0,00039 \pm 0,00008)$ .

der Schwingungszustand des Ions ist, um so weniger Photonen können beim Nachweis der Resonanzfluoreszenz detektiert werden und es kommt zu einem weiteren Aufheizen des Ions. Dabei kann es im schlimmsten Fall sogar dem Fallenpotential entweichen.

#### 4. Ergebnisse der Voruntersuchungen

Der Fehler eines einzelnen Rechengatters ergibt sich zu  $e = (0,00039 \pm 0,00008)$ . Der Fehler folgt aus einer Anpassung von  $G(L) = \frac{a}{2} (1 - e)^L + 0,5$  der Gleichung 4.6 an die erzielten gemittelten Messwerte und für ein  $a = (0,852 \pm 0,012)$ . Der mit dieser Methode bestimmte Fehler pro Rechengatter erreicht annähernd den angestrebten Fehler pro Rechengatter von  $10^{-4}$ . Dies stellt ein sehr zufriedenstellendes Resultat dar, weil die Rabifrequenz nur mit einer gewissen Ungenauigkeit bestimmt werden konnte.

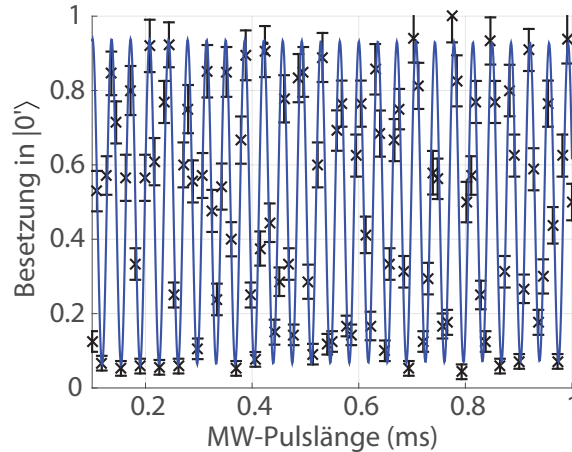
Die Rabifrequenz  $\Omega$  wird anhand von durchgeführten Rabi-Spektroskopieexperimenten ermittelt. Die Experimente werden nach dem in Abschnitt 4.2 geschilderten Prinzip durchgeführt. Nach dem in Gleichung 4.2 beschriebenen Modell wird eine Anpassung an die Messwerte vorgenommen. In Abbildung 4.11 ist exemplarisch ein zur Bestimmung der Rabifrequenz  $\Omega$  durchgeführtes Rabi-Spektroskopieexperiment dargestellt. Die sich aus der blau dargestellten Anpassung ergebende Rabifrequenz ist  $\Omega = 2\pi \cdot (28,029 \pm 0,014)$  kHz und liegt dicht bei den oben angenommenen Werten. Bei einer Rabifrequenz von  $\Omega \approx 2\pi \cdot 28$  kHz und einem Fehler von  $\Delta\Omega \approx 2\pi \cdot 11$  Hz würde das Verhältnis gerade dem bestimmten Fehler pro Rechengatter  $\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = 4 \cdot 10^{-4} \doteq e$  entsprechen.

Ebenso entspricht das Verhältnis von  $\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = 4 \cdot 10^{-4}$  etwa einer Leistungsschwankung des MW-Signals von 0,002 dB. Leistungsschwankungen des MW-Signals in dieser Größenordnung stellen durchaus einen realistischen Wert dar und können, wie die Charakterisierung der Mikrowellensignale in Anhang B gezeigt hat, nicht vollkommen ausgeschlossen werden.

Wie in Abschnitt 4.3 diskutiert, führen die üblichen im Labor beobachteten Magnetfeldschwankungen zu einer Frequenzänderung des  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergangs von  $\delta \approx 9$  Hz und sollten daher nur einen geringen Einfluss auf die Änderung der Rabifrequenz (Gleichung 2.24) haben.

Eine mögliche Ursache für fehlerhafte Rechengatter könnten Schwankungen des von der Hornantenne eingestrahlten MW-Feldes sein. Aufgrund der recht schnellen Abfolge von „ $\pi$ -“ und „ $\pi/2$ -Pulsen“ während einer Sequenz, zwischen denen keine zusätzlichen Pausen eingefügt sind, könnten in einem der genutzten Verstärkern für die Erzeugung des Mikrowellen-Signals Schwankungen des Verstärkungsfaktors (*Gain*) auftreten. Dieser Effekt konnte bisher nicht genauer analysiert werden, allerdings ist nicht auszuschließen, dass schnelles Schalten der Amplitude zu Amplitudenfluktuationen führt.

Die in Frage kommenden Fehlerquellen stimmen mit der in [159] durchgeführten Fehleranalyse überein. Darin werden als die dominierenden Fehler für einen Ein-Qubit *Randomized Benchmarking*-Test mit Mikrowellenfeldern die Verstimmung des Mikrowellenfeldes vom Qubitübergang und die inkorrekte „MW- $\pi/2$ -Pulsfläche“ genannt. Als weitere Fehlerquellen werden dort die Dephasierung des Qubits, MW-Phasen- und Amplitudenrauschen, Pulslängenschwankungen und Aufheizen des Ions aufgeführt. Die Ergebnisse dieses ersten *Randomized Benchmarking*-Tests mit einem Mikrowellenfeld zwischen den zeemanaufgespaltenen Hyperfeinzuständen des Grundzustands von  $^{171}\text{Yb}^+$  zeigen, dass es mit einem Fehler von  $(3,9 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$  pro „ $\pi/2$ -Puls“ möglich sein könnte, einen fehlertoleranten Quantencomputer auf der Basis von Mikrowellengattern zu erzeugen. Bei einer maximalen Sequenzlänge von 96 Pulsen erreichen Knill et al. [155] für einen Zwei-Photonen-Ramanübergang mit Laserfeldern bei  $^9\text{Be}^+$  einen Fehler von



**Abbildung 4.11.:** Dargestellt sind Rabioszillationen zwischen den Zuständen  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  bei einer Übergangsfrequenz von 12,642843592 GHz. Aufgetragen ist die Besetzung im Zustand  $|0'\rangle$  gegen die Wechselwirkungszeit mit dem MW-Feld. Aus der Anpassung der blau gezeigten Kurve an die 101 Datenpunkte zwischen 0,1 ms und 1 ms folgt eine Rabifrequenz von  $f_\Omega = \Omega/(2\pi) = (28029 \pm 14)$  Hz. Jeder Datenpunkt setzt sich aus 50 Wiederholungen zusammen. Die dargestellten Fehlerbalken geben den rein statistischen Fehler an.

$(0,00482 \pm 0,00017)$  pro „ $\pi/2$ -Puls“. Mit Mikrowellen-Pulsen wird bei einem  ${}^9\text{Be}^+$  Ion ein Fehler pro „ $\pi/2$ -Puls“ von  $2,0 \cdot 10^{-5}$  erzielt [160]. Die maximale Sequenzlänge war dabei 987 Pulse. In einem Kernspinresonanzexperiment (*NMR*) wird für eine maximale Sequenzlänge von 100 zusammengesetzten gaußförmigen robusten Pulsen (*composite BB1 pulse*) [161] ein Fehler pro Gatter von  $(2,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-4}$  erreicht. Um den erwarteten großen Einfluss von Amplitudenungleichheiten zu reduzieren, wird das Experiment mit einer „RF Auswahl-Sequenz“ für eine maximale Sequenzlänge von 200 „ $\pi/2$ -Pulsen“ wiederholt und ein Fehler von  $(1,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-4}$  erzielt [162], ohne den Einfluss der sich erhöhenden Dekohärenz aufgrund der längeren Experimente zu berücksichtigen.

Der im Rahmen dieser Arbeit bei einem ersten Test erreichte Fehler belegt, dass für einfach zu kontrollierende MW-Felder die Wahrscheinlichkeit der nicht-resonanten Anregung in andere Zustände reduziert ist. Mit Mikrowellen-Feldern können Gatter mit hoher Güte für längere Zeiten durchgeführt werden als mit Laserfeldern [160]. Mit zusammengesetzten, gegen Amplitudenschwankungen widerstandsfähigen Pulsen (*Composite Pulse*) könnte der erreichte Fehler weiter verringert werden. Eine weitere technisch recht einfach umzusetzende Verbesserung wäre, die Phase des genutzten Frequenzgenerators<sup>4</sup> vor jedem „MW- $\pi/2$ -Puls“ neu zu initialisieren und dadurch den möglichen Fehler durch eine inkorrekte „MW- $\pi/2$ -Pulsfläche“ zu reduzieren.

Eine erneute Durchführung des *Randomized Benchmarking*-Tests mit den oben genannten Verbesserungen wäre besonders vor dem Hintergrund interessant, dass in den anderen Experimenten bisher eine maximale Sequenzlänge von etwa 1000 „ $\pi/2$ -Pulsen“ umgesetzt

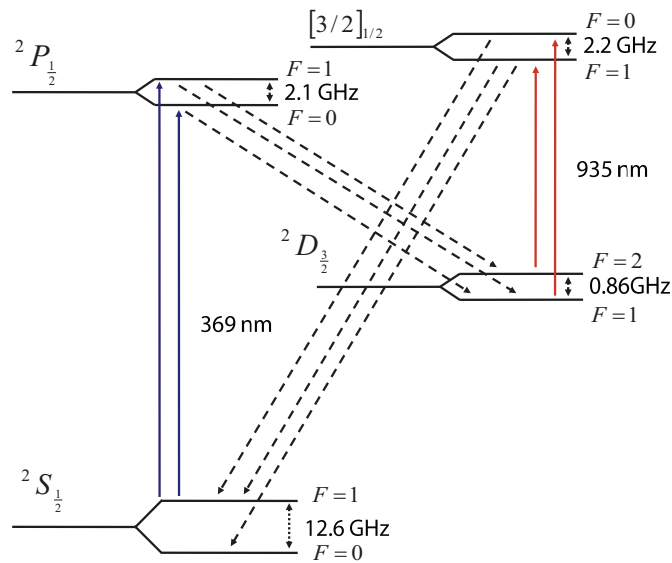
<sup>4</sup>Toptica Photonics, VFG150



#### 4. Ergebnisse der Voruntersuchungen

wurde und nicht von 5500 „ $\pi/2$ -Pulsen“ wie hier bereits bei einem ersten Test. Dabei stellen die durchgeführten 5500 „ $\pi/2$ -Pulse“ technisch noch keine limitierende Grenze dar. Aufgrund der zunehmenden Temperatur des Ions könnte die mit steigender Anzahl der „ $\pi/2$ -Pulse“ größer werdende Streuung der Ergebnisse auf die steigende Dephasierung und die reduzierte Fluoreszenz während der Zustandsdetektion zurückzuführen sein. Das Streuen der Messwerte könnte durch das Erreichen eines niedrigeren thermischen Zustands verringert werden, wie es mit der in Kapitel 5 beschriebenen Methode der Raman-Seitenbandkühlung möglich ist.

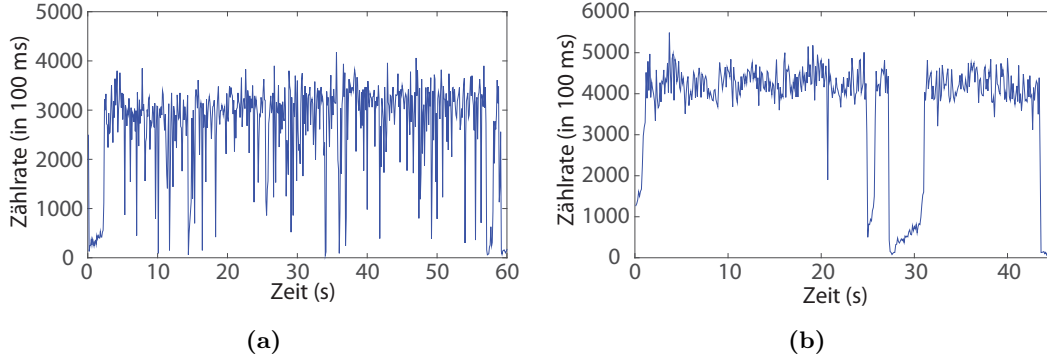
#### 4.5. Rückpumpen aus $D_{3/2}$



**Abbildung 4.12.:** Das Schema veranschaulicht (nicht maßstabsgetreu) die Hyperfeinaufspaltung der Niveaus bei  $^{171}\text{Yb}^+$ . Dargestellt sind die möglichen Zerfallskanäle (gestrichelte Linien) aus den Niveaus  $|^2P_{1/2}\rangle$  und  $|[3/2]_{1/2}\rangle$ . Zudem eingezeichnet sind ein Lichtfeld bei 369 nm (blau) und die zwei um 3,08 GHz frequenzverschobenen Lichtfelder bei 935 nm (rot). Die Frequenzunterschiede zwischen den hyperfeinaufgespaltenen Zuständen sind angegeben. Übergänge zwischen den Niveaus  $F = 0$  und  $F = 1$  des hyperfeinaufgespaltenen Grundzustands  $^2S_{1/2}$  können mit einem MW-Feld bei 12,6 GHz durchgeführt werden.

Bei der Zustandsmanipulation des Ions wird unter anderem während der Laserkühlung und der Resonanzfluoreszenzspektroskopie das Niveau  $|^2P_{1/2}\rangle$  angeregt, aus dem eine Zerfallsmöglichkeit von 0,5 % in das metastabile Niveau  $|D_{3/2}\rangle$  besteht [53, 72]. Die beiden Hyperfeinniveaus  $|D_{3/2}, F = 1\rangle$  und  $|D_{3/2}, F = 2\rangle$  sind um 0,86 GHz energetisch voneinander getrennt und besitzen eine Lebensdauer von 52 ms [163]. Während der resonanten Anregung bei der Präparation (Kapitel 2.4), durch nicht resonante Anregung bei der Kühlung und der Resonanzfluoreszenzspektroskopie des Niveaus  $|^2P_{1/2}, F = 1\rangle$  sind

Zerfälle in den Zustand  $|D_{3/2}\rangle$  möglich, wie es schematisch in Abbildung 4.12 dargestellt ist. Die Lebensdauer des Niveaus  $|D_{3/2}\rangle$  beträgt 52 ms [163]. Dadurch ist der Kühlzy-



**Abbildung 4.13.:** Die Messungen zeigen die vom Photomultiplier detektierte Fluoreszenz in Zeitintervallen von 100 ms. In Teil (a) wird während des Experiments ein Lichtfeld bei 935 nm eingestrahlt, dessen Wellenlänge resonant auf den Übergang  $|D_{3/2}, F = 1\rangle$  nach  $|[3/2]_{1/2}, F = 0\rangle$  eingestellt ist. Bei einem Zerfall in den Zustand  $|D_{3/2}, F = 1\rangle$ , der eine Lebensdauer von 52 ms besitzt, wird der Kühlkreislauf unterbrochen. Dieser Effekt ist an den vielen tiefen Einbrüchen der Zählrate zu erkennen. In Teil (b) der Abbildung ist während des Experiments ein faserelektrooptische Modulator eingeschaltet, der ein Seitenband bei einer Frequenz von 3,08 GHz bei dem Lichtfeld bei 935 nm erzeugt und somit Übergänge zwischen den Zuständen  $|D_{3/2}, F = 2\rangle$  und  $|[3/2]_{1/2}, F = 1\rangle$  anregt. Deutlich zu erkennen ist die höhere Kühlfluoreszenzrate mit einer viel geringeren Anzahl an tiefen Einbrüchen. Der Zerfall von  $|[3/2]_{1/2}, F = 1\rangle$  nach  $|S_{1/2}, F = 0\rangle$  hat während des Laserkühlens keinen negativen Effekt, da durch das permanent eingestrahlte MW-Feld bei 12,6 GHz der Übergang von  $|S_{1/2}, F = 0\rangle$  nach  $|S_{1/2}, F = 1\rangle$  angeregt wird. Aufgrund des Seitenbandes bei einer Frequenz von 3,08 GHz bei dem Lichtfeld bei 935 nm kann die Besetzung aus  $|D_{3/2}\rangle$  schneller in den Kühlkreislauf zurück befördert werden.

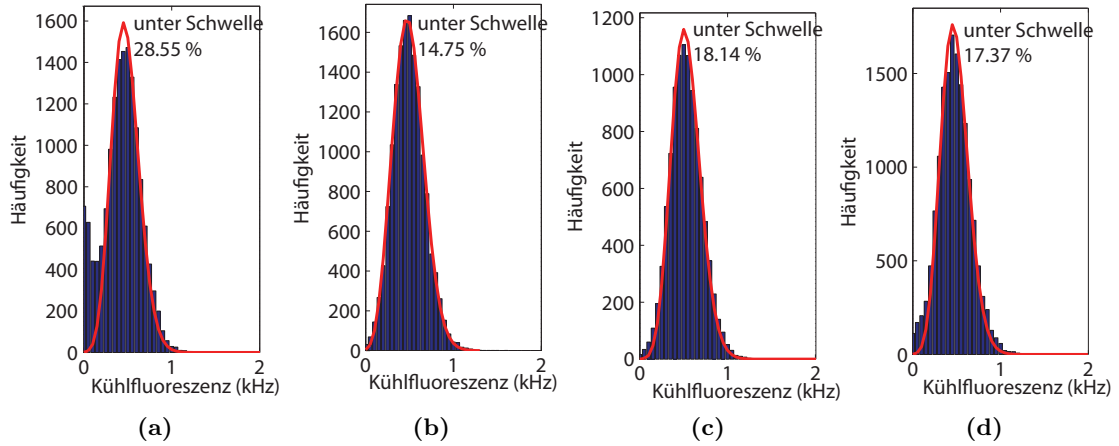
klus und deshalb die Kühlung kurzzeitig unterbrochen. Im Verlauf der Detektion der Resonanzfluoreszenz (siehe Kapitel 2.5) wird, durch einen Zerfall in das Niveau  $|D_{3/2}\rangle$ , die Zahl der möglichen nachweisbaren Photonen in einem bestimmten Zeitintervall reduziert. Während der gewünschten Präparation in den Zustand  $|^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  kann durch einen Zerfall in das Niveau  $|D_{3/2}\rangle$  die Präparationseffizienz vermindert werden.

Das Laserlicht bei 935 nm wird normalerweise auf die Resonanz des Übergangs von  $|D_{3/2}, F = 1\rangle$  nach  $|[3/2]_{1/2}, F = 0\rangle$  eingestellt. Um möglichst schnell die beiden hyperfeinaufgespalteten Niveaus  $|D_{3/2}, F = 1\rangle$  und  $F = 2$  zu entleeren, wird ein faserelektrooptischer Modulator (EOM)<sup>5</sup> genutzt, der bei 3,08 GHz ein Seitenband des Laserlichtes bei 935 nm hervorruft (siehe Kapitel 3.3). Der Abstand der beiden Niveaus kann mit der in [142] beschriebenen Formel berechnet werden.

Experimentell kann die Rechnung durch das verminderte Rauschen der Fluoreszenz des  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ions bestätigt werden. Der Unterschied des Fluoreszenzsignals ist in den Abbildungen 4.13a und 4.13b zu erkennen. Für die Messung wird die Kühlfluoreszenz eines

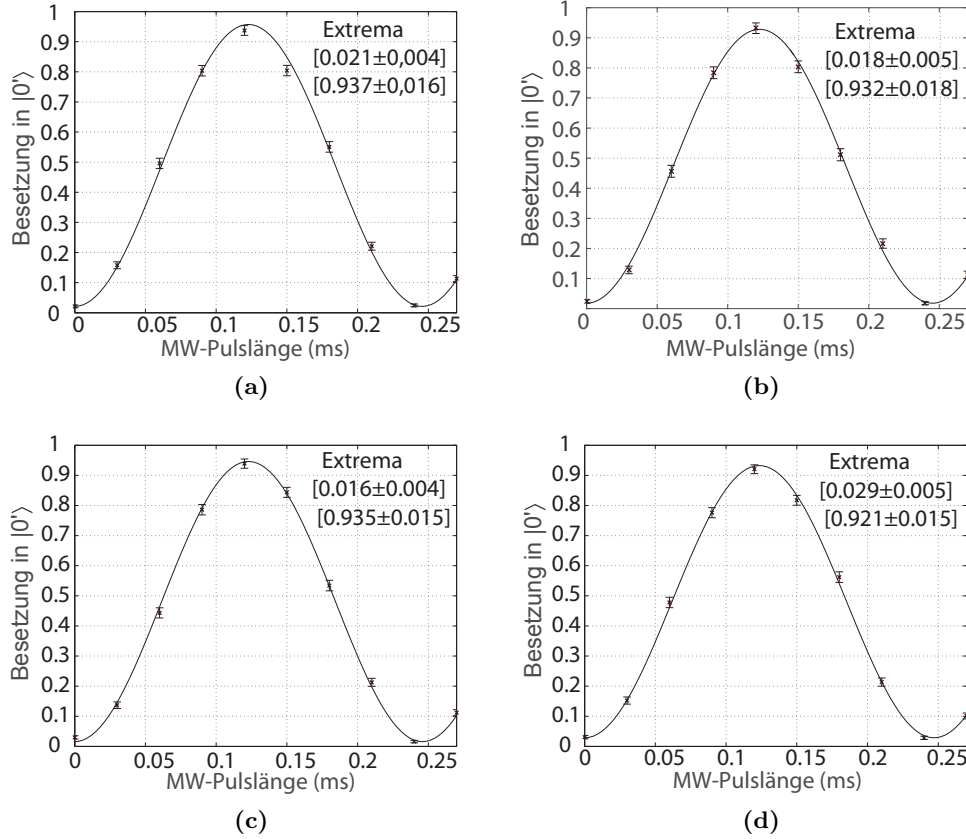
<sup>5</sup>Modell Photline, NIR-MPX800-LN-05-P-P-FA-FC

#### 4. Ergebnisse der Voruntersuchungen



**Abbildung 4.14.:** In der Abbildung ist die Kühlfluoreszenz von Rabi-Spektroskopieexperimenten mit 1000 Wiederholungen der einzelnen Schritte gegen die Häufigkeit der Fluoreszenzwerte dargestellt. Die Schwelle zum Ausselektieren der Messwerte liegt bei 500 Hz. In Teil (a) der Abbildung sind die Ergebnisse gezeigt, bei denen der 935 nm faserelektrooptische Modulator bei 3,08 GHz nicht verwendet wird und dementsprechend kein Seitenband bei 3,08 GHz erzeugt wird. In Teil (b) war der 935 nm EOM bei 3,08 GHz bei allen einzelnen Schritten der Messung eingeschaltet. In Teil (c) der Abbildung ist der 935 nm EOM, der ein Seitenband bei einer Frequenz von 3,08 GHz erzeugt, während der Präparation des Anfangszustands ausgeschaltet und beim Auslesen der Besetzung sowie bei der Laserkühlung eingeschaltet. In Teil (d) war der 935 nm EOM bei einer Frequenz von 3,08 GHz während des Auslesens des Zustands ausgeschaltet und bei der restlichen Messsequenz eingeschaltet. Wenn der EOM bei 3,08 GHz nicht verwendet wird, liegen etwa 30% der Messwerte unterhalb der gesetzten Schwelle. Durch das Seitenband bei 3,08 GHz ist es möglich, die Besetzung schneller in den Kühlkreislauf zurückzuführen, wodurch sich die Anzahl der aussortierten Messungen auf unter 20% verringert.

$^{171}\text{Yb}^+$ -Ions in Zeitintervallen von je 100 ms über einen Zeitraum von 60 s mit dem Photomultiplier aufgezeichnet. Die in Abbildung 4.13a dargestellte Messung ist ohne den 3,08 GHz EOM des 935 nm Lasers durchgeführt. Dabei wird nur der 935 nm Diodenlaser in die Falle eingestrahlt, dessen Wellenlänge resonant auf den Übergang  $|D_{3/2}, F = 1\rangle$  nach  $|[3/2]_{1/2}, F = 0\rangle$  eingestellt ist. Bei einem Zerfall in den Zustand  $|D_{3/2}, F = 1\rangle$ , der eine Lebensdauer von 52 ms besitzt, wird der Kühlkreislauf kurzzeitig unterbrochen. Man erkennt dies an den zahlreichen tiefen Einbrüchen der gemessenen Zählrate. In Abbildung 4.13b ist zusätzlich während der Messung der 935 nm elektrooptische Modulator eingeschaltet, der ein Seitenband bei einer Frequenz von 3,08 GHz erzeugt und es ermöglicht, Übergänge zwischen den Zuständen  $|D_{3/2}, F = 2\rangle$  und  $|[3/2]_{1/2}, F = 1\rangle$  anzuregen. Deutlich zu erkennen ist die konstant hohe Zählrate ohne die hohe Anzahl an Einbrüchen, wie sie in Abbildung 4.13a zu sehen sind. Wie die Ergebnisse der 800 mal wiederholten Rabi-Spektroskopieexperimente in Abbildung 4.15a mit EOM und in Abbildung 4.15b ohne EOM zeigen, ist die Verbesserung des Kontrastes der Rabioszillationen, aufgrund des 935 nm EOMs bei 3,08 GHz, innerhalb des statistischen Fehlers. Anhand der in Ab-



**Abbildung 4.15.:** Teil (a) der Abbildung zeigt das Ergebnis eines Rabi-Spektroskopieexperiments bei der der 935 nm faserelektrooptische Modulator, der ein (rot verstimmt) Seitenband bei einer Frequenz von 3,08 GHz erzeugt, während der gesamten Messung ausgeschaltet ist. In Teil (b) ist der EOM während des gesamten Rabi-Spektroskopieexperiments eingeschaltet. Teil (c) stellt die Ergebnisse eines Experiments dar, bei der der 935 nm EOM bei 3,08 GHz für die Zeit während der Resonanzfluoreszenzspektroskopie ausgeschaltet ist, für die Präparation, die Kühlung und während des MW-Pulses aber eingeschaltet ist. Teil (d) der Abbildung zeigt ein Rabi-Spektroskopieexperiment, bei dem der 935 nm EOM bei 3,08 GHz während der Präparation des Anfangszustands ausgeschaltet ist, sonst aber immer angeschaltet ist. Die Datenpunkte in allen Teilen der Abbildung setzen sich aus 800 Wiederholungen zusammen und der eingezeichnete Fehler gibt die rein statistische Abweichung an. Die vier unterschiedlichen Experimente zeigen, dass der mit einer gewissen Häufigkeit auftretende Zerfall von  $|[3/2]_{1/2}, F = 1\rangle$  nach  $|S_{1/2}, F = 0\rangle$  auf die verschiedenen Teilsequenzen einen deutlichen Einfluss hat. Danach wird der größte Kontrast bei einer Rabioszillation erzielt, wenn das Seitenband bei 3,08 GHz außer während der Resonanzfluoreszenzspektroskopie angeschaltet ist.

#### 4. Ergebnisse der Voruntersuchungen

bildung 4.15c gezeigten Rabioszillationen, bei denen während der Präparation der EOM bei 3,08 GHz eingeschaltet ist, sonst aber ausgeschaltet ist und den in Abbildung 4.15a gezeigten Rabioszillationen, die ohne den EOM durchgeführt werden, ist eine geringe Verbesserung der minimalen Besetzung mit dem bei der Präparation eingeschalteten EOM zu erkennen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass während der Präparation, nach einem Zerfall in das Niveau  $|D_{3/2}, F = 2\rangle$ , die Population schneller zurück gepumpt werden kann und dadurch eine höhere Präparationswahrscheinlichkeit erreicht wird.

Die in [105] beschriebene Methode der Vorselektion durch Analysieren der Fluoreszenz während der Laserkühlung zeigt, dass durch das mit dem EOM erzeugte rote Seitenband bei 3,08 GHz in Abbildung 4.14b 14,75 % der Messwerte aussortiert werden. Ein Messwert wird verworfen, wenn die Kühlfluoreszenz niedriger als die Schwelle bei 500 Hz ist. Hingegen werden ohne den EOM in Abbildung 4.14a 28,55 % der Messwerte nicht genutzt, wodurch mit dem EOM in einer kürzeren Messzeit mehr brauchbare Daten aufgenommen werden können und so schneller eine aussagekräftigere Statistik erreicht wird. Die Vorselektion entscheidet bei der Auswertung der Messdaten, ob während der Kühlung ein Fluoreszenzsignal über einem bestimmten Niveau detektiert wird. Falls ja, werden die bei der Detektion aufgenommenen Daten genutzt, sonst nicht.

Einen negativen Effekt kann das rote Seitenband bei 3,08 GHz während der Resonanzfluoreszenzspektroskopie haben, denn aus dem dadurch angeregten Übergang in den Zustand  $|[3/2]_{1/2}, F = 1\rangle$  ist mit einer Wahrscheinlichkeit von einem Drittel auch ein Zerfall in den Zustand  $|^2S_{1/2}, F = 0\rangle$  möglich, aus dem keine weiteren Photonen mehr detektiert werden können. Dadurch kann es zu einer falschen Schlussfolgerung auf den vorherigen Zustand kommen und so fälschlicherweise ein Hell-Zustand als Dunkel-Zustand fehlinterpretiert werden.

Der mögliche Zerfall von  $|[3/2]_{1/2}, F = 1\rangle$  nach  $|S_{1/2}, F = 0\rangle$  hat während des Laserkühlens keinen negativen Effekt, da hierbei das MW-Feld bei 12,6 GHz den Übergang von  $|S_{1/2}, F = 0\rangle$  nach  $|S_{1/2}, F = 1\rangle$  anregt und die Besetzung zurück in den Kühlkreislauf pumpt.

Der Einfluss auf die Kühlfluoreszenz wurde untersucht, wenn der EOM bei 3,08 GHz nicht während der gesamten Messsequenz angeschaltet ist. Wenn das Seitenband bei 3,08 GHz nicht kontinuierlich eingestrahlt wird, sondern während der Resonanzfluoreszenzspektroskopie und während der Präparation des Anfangszustands ausgeschaltet ist, wie in den Abbildungen 4.14c und 4.14d gezeigt ist. Bei beiden Messungen liegen geringfügig mehr Messwerte unterhalb der Schwelle, als wenn der EOM permanent eingeschaltet ist.

# 5

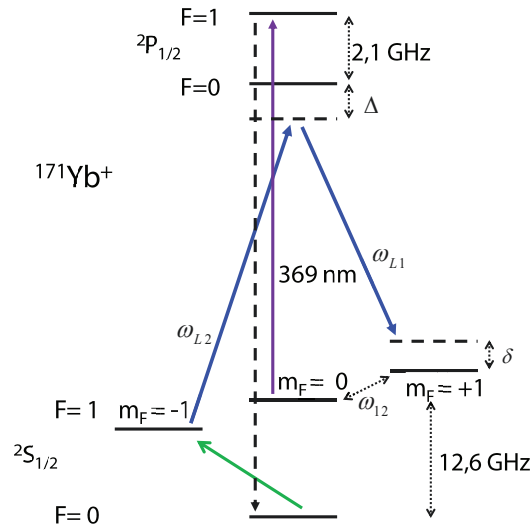
## Raman-Seitenbandkühlung

Die Grundzustandskühlung ist eine grundlegende Voraussetzung und somit der Ausgangspunkt für viele Quanteninformationsprozesse, da sie den Quantenzustand der Bewegung in einen bekannten und reinen Zustand präpariert. Ebenso profitieren in erster Ordnung bewegungsinsensitive Quanteninformationsverfahren von der Grundzustandskühlung. Durch die Initialisierung in den Bewegungsgrundzustand  $n = 0$  ist es beispielsweise möglich, die Bewegungszustände  $n = 0$  und  $n = 1$  als Qubit Zustände zu nutzen, um Quanteninformationen abzuspeichern. Die experimentelle Umsetzung ist durch unterschiedliche Verfahren zu erreichen [82, 95, 164, 165].

Typischerweise reicht die Methode der Dopplerkühlung nicht aus, um die nötige Bedingung  $\hbar\omega (\sim \text{MHz}) \gg \frac{\hbar\Gamma}{2} (\sim 10 \text{ MHz})$ , für Fallenfrequenz  $\omega$  und Zerfallsrate des Übergangs  $\Gamma$  zu erfüllen. Die mit der Methode der Raman-Seitenbandkühlung erzielten Ergebnisse an einem einzelnen gespeicherten  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion werden in diesem Kapitel beschrieben.

## 5. Raman-Seitenbandkühlung

### 5.1. Ramanübergänge



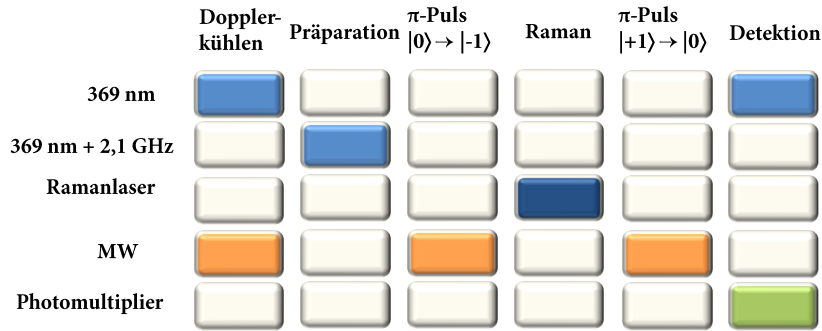
**Abbildung 5.1.:** Die Abbildung veranschaulicht die Methode eines Ramanübergangs bei  $^{171}\text{Yb}^+$  zwischen den Zuständen  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$ . Dargestellt sind die beteiligten Felder bei 369 nm (blau) und Übergänge für die Implementierung der Ramanübergangs. Das um 2,1 GHz verstimmt 369 nm Laserfeld (violett) pumpt die Besetzung in den Zustand  $|^2P_{1/2}, F=1\rangle$ . Daraufhin findet mit hoher Wahrscheinlichkeit ein Zerfall (gestrichelte Linie) in den Grundzustand  $|0\rangle$  statt. Das Mikrowellenfeld bei 12,6 GHz bringt die Besetzung anschließend nach  $|-1\rangle$ . Die beiden Ramanlichtfelder, die den Zwei-Photonen-Übergang zwischen  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$  anregen, sind um  $\Delta$  vom Niveau  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  verstimmt. Zusätzlich ist eine Zwei-Photonen-Verstimmung  $\delta$  eingezeichnet.

Eine mögliche Methode eines Ramanübergangs bei  $^{171}\text{Yb}^+$  zwischen den Zuständen  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$  ist in Abbildung 5.1 dargestellt und die zugehörige Pulssequenz ist in Abbildung 5.2 gezeigt. Ausgehend vom Anfangszustand  $|0\rangle$ , der nach der im Abschnitt 2.4 beschriebenen Methode besetzt wird, befördert ein Mikrowellenfeld bei 12,6 GHz die Besetzung nach  $|-1\rangle$ . Die beiden Ramanlichtfelder regen den Zwei-Photonen-Übergang zwischen den beiden Zuständen  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$  an und sind dabei um  $\Delta$  vom Niveau  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  verstimmt. Die erreichte Rabi-Frequenz ist dabei abhängig von der Zwei-Photonen-Verstimmung  $\delta$ . Ein weiterer „MW- $\pi$ -Puls“ bildet die Besetzung in  $|0\rangle$  ab. Der Teil der Besetzung, der sich aufgrund von unvollständigem Populationstransfer während des Ramanübergangs oder den beiden „MW- $\pi$ -Pulsen“ noch in den drei Zeemanniveaus von  $|^2S_{1/2}, F=1\rangle$  befindet, kann mittels Resonanzspektroskopie mit Laserlicht bei 369 nm nachgewiesen werden.

In den Abbildungen 5.3a und 5.3b sind Rabioszillationen auf einem Ramanübergang zwischen den beiden Niveaus  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$  zu sehen. Die in den Grundzustand  $|0\rangle$  abgebildete Besetzung ist darin gegen die Einstrahldauer der beiden Ramanfelder aufgetragen.

## 5.1. Ramanübergänge

In Abbildung 5.3a wird bei einer Verstimmung zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  von  $\Delta = 6040,9 \text{ MHz}$  eine Rabifrequenz des Zwei-Photonen-Übergangs von  $\Omega_R = 2\pi \cdot (74,6 \pm 3,6) \text{ kHz}$  erreicht. Die Rabifrequenz folgt aus einer Anpassung, die der in Gleichung 4.2 beschriebenen Funktion entspricht. In Abbildung 5.3b ist zu erkennen, dass kein kohä-



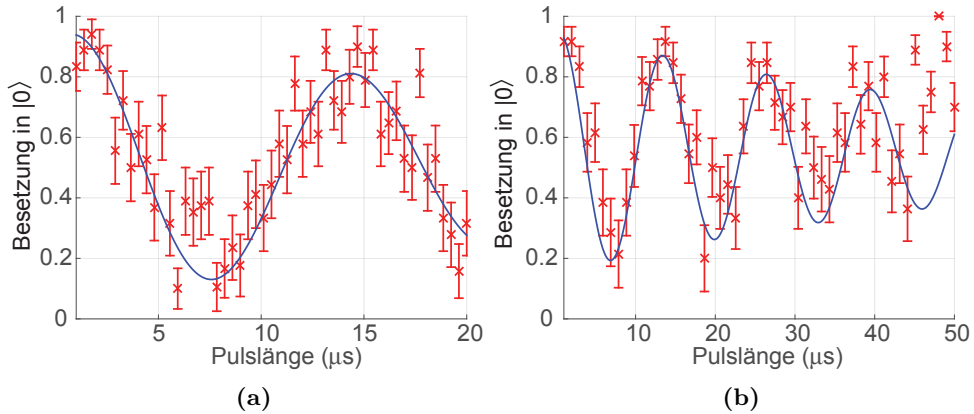
**Abbildung 5.2.:** Die Abbildung zeigt eine Abfolge der einzelnen Schritte, die benötigt werden, um ein Absorptionsspektrum eines Ramanübergangs zwischen den Zuständen  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$  aufzunehmen. Die Temperatur des Ions wird zunächst mit der Methode der Dopplerkühlung reduziert. Dazu werden das Lichtfeld bei 369 nm und das MW-Feld bei 12,6 GHz eingestrahlt. Dann wird durch die Wechselwirkung mit einem um 2,1 GHz verstimmtten Lichtfeld bei 369 nm die Besetzung in den Zustand  $|0\rangle$  initialisiert. Ein „MW- $\pi$ -Puls“ pumpt die Besetzung in den Zustand  $|-1\rangle$ . Die zwei um  $\Delta$  von der Resonanz zum Zustand  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  verstimmtten Laserfelder rufen einen Ramanübergang zwischen  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$  hervor. Den Teil der Besetzung, der sich daraufhin im Zustand  $|+1\rangle$  befindet, bringt ein zweiter „MW- $\pi$ -Puls“ nach  $|0\rangle$ . Mittels Resonanzspektroskopie mit Laserlicht bei 369 nm kann der Teil der Besetzung, der sich in den drei Zeemanniveaus von  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  befindet, mit dem Photomultiplier nachgewiesen werden.

rentes Treiben des Ramanübergangs möglich ist. Dies wird durch die blau dargestellte Anpassung an die Messwerte verdeutlicht. Ein möglicher Grund für einen unvollständigen Besetzungstransfer während des Ramanübergangs ist die instabile Ausgangsleistung des Lasersystems, mit dem die beiden Ramanlaserfelder erzeugt werden und welcher in Anhang A analysiert ist.

Aus der Anpassung an die Messwerte in Abbildung 5.3b folgt eine Rabifrequenz von  $\Omega_R = 2\pi \cdot (73,6 \pm 2,9) \text{ kHz}$ . Die Verstimmung  $\Delta = 6040,9 \text{ MHz}$  der Ramanfelder in Abbildung 5.3b scheint gegenüber der erreichten Rabifrequenz von  $\Omega_R = 2\pi \cdot (74,6 \pm 3,6) \text{ kHz}$  zu gering gewählt zu sein, wodurch es zu nichtresonanter Anregung des Zustands  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  kommt.

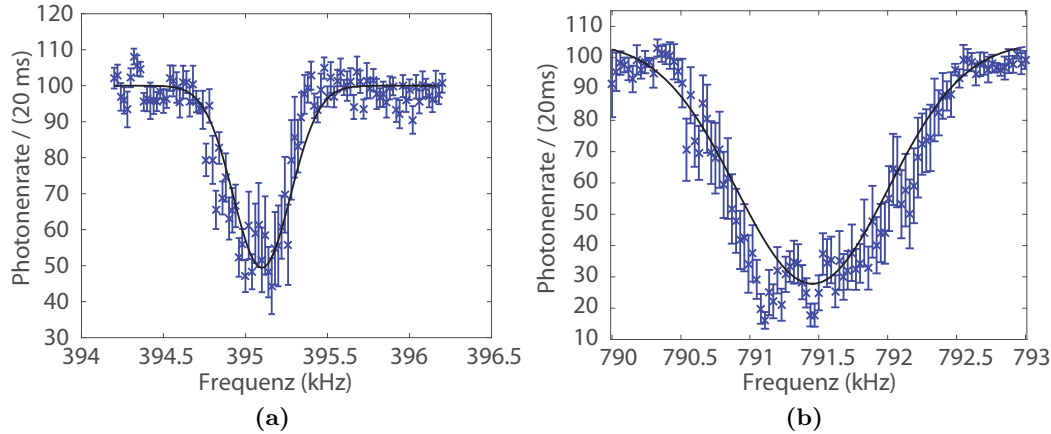


## 5. Raman-Seitenbandkühlung



**Abbildung 5.3.:** Die Abbildung zeigt zwei Rabi-Spektroskopieexperimente, bei denen die in den Grundzustand  $|0\rangle$  abgebildete Besetzung gegen die Länge der Einstrahlzeit der beiden Ramanfelder aufgetragen ist. Der Ramanübergang koppelt bei den gezeigten Messungen die Zustände  $|{-1}\rangle$  und  $|{+1}\rangle$ . Zudem ist eine Anpassung an die Datenpunkte abgebildet (blaue Kurve), aus der die Rabi-Frequenz  $\Omega_R$  des Zwei-Photonen-Übergangs bestimmt wird. In Teil (a) der Abbildung ist das Experiment zwischen  $1\ \mu\text{s}$  und  $20\ \mu\text{s}$  bei einer Verstimmung von  $\Delta = 6040,9\ \text{MHz}$  zum Niveau  ${}^2\text{P}_{1/2}, F = 0$  durchgeführt worden. Die Anpassung an die experimentell ermittelten Punkte ergibt eine Rabi-Frequenz von  $\Omega_R = 2\pi \cdot (73,6 \pm 2,9)\ \text{kHz}$ . In Teil (b) der Abbildung wird die Einstrahldauer zwischen  $1\ \mu\text{s}$  und  $50\ \mu\text{s}$  bei einer Verstimmung von  $\Delta = 6040,9\ \text{MHz}$  variiert. Die Anpassung an die experimentell ermittelten Punkte ergibt eine Rabi-Frequenz von  $\Omega_R = 2\pi \cdot (74,6 \pm 3,6)\ \text{kHz}$ . Die Messungen setzen sich aus 51 Datenpunkten und 20 Wiederholungen je Datenpunkt zusammen. Der angegebene Fehler gibt die statistische Abweichung an. Anhand der Anpassung in Teil (b) ist gut zu erkennen, dass kein kohärentes Treiben des Ramanübergangs möglich ist. Dies ist mit hoher Wahrscheinlichkeit auf die instabile Ausgangsleistung des Lasersystems, mit dem die beiden Ramanlaserfelder erzeugt werden, zurückzuführen und es somit zu einem unvollständigen Besetzungstransfer während des Ramanübergangs kommt.

## 5.2. Fallenfrequenzen



**Abbildung 5.4.:** In der Abbildung sind die vom Photomultiplier nachgewiesenen Photonen in einem Zeitintervall von 20 ms gegen die Frequenz eines Radiofrequenz-Signals, das mit den Endkappen der Paul-Falle verbunden ist, aufgetragen. Das Radiofrequenz-Signal wird dazu in 101 Schritten von 20 Hz alle 20 ms variiert und das gesamte Experiment 10 mal wiederholt. In Teil (a) der Abbildung ist ein Einbruch der Photonennrate gezeigt, mit einem Minimum bei einer Frequenz von etwa  $\omega_r = (395,06 \pm 0,03)$  kHz. Teil (b) zeigt das Spektrum mit einem Minimum bei einer Frequenz von etwa  $\omega_z = (791,43 \pm 0,02)$  kHz. Jeder Datenpunkt setzt sich aus je 10 Wiederholungen zusammen und der angegebene Fehler gibt die statistische Abweichung an. Um die Resonanzfrequenzen zu bestimmen, ist eine an die Messwerte angepasste Normalverteilung schwarz dargestellt. Das Abweichen der experimentell genutzten Fallengeometrie vom theoretischen Ideal kann die geringe Differenz zum Faktor zwei zwischen den radialen Fallenfrequenzen  $\omega_r = (395,06 \pm 0,02)$  kHz und der axialen Fallenfrequenz  $\omega_z = (791,43 \pm 0,02)$  kHz, wie in Kapitel 2.1 hergeleitet ist, erklären.

Um die Methode der Raman-Seitenbandkühlung an einem einzelnen Ion, das im harmonischen Potential einer Paul-Falle gespeichert ist, umzusetzen, muss zuvor bekannt sein, bei welcher Frequenz sich die axiale und die beiden radialen Fallenfrequenzen befinden. Um die Fallenfrequenzen zu bestimmen, wird ein Frequenzgenerator<sup>1</sup> mit den Endkappen der Paul-Falle verbunden. Die angelegte Frequenz wird alle 20 ms in Schritten von 20 Hz verändert und dabei die Kühlfluoreszenz des Ions während des Dopplerkühlens (siehe Abschnitt 2.6.1) mit dem Photomultiplier detektiert.

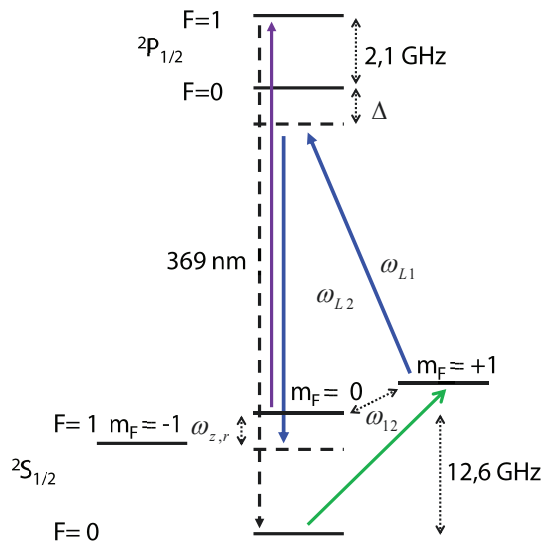
Wenn das angelegte RF-Signal mit einer Fallenfrequenzen nahezu in Resonanz ist, führt dies zum Aufheizen des Ions in der Falle, in Abhängigkeit der Amplitude des RF-Signals. Dies ist erkennbar an einem Einbruch der nachgewiesenen Photonennrate, wie in Abbildung 5.4a für die beiden nicht auflösbaren radialen Fallenfrequenzen dargestellt ist und in Abbildung 5.4b für die axiale Fallenfrequenz gezeigt ist. In Abbildung 5.4a ist zusätzlich eine an die Messwerte angepasste Normalverteilung abgebildet, um die Resonanz der Fallenfrequenz zu bestimmen. Der Unterschied des gemessenen Spektrums zu einem

<sup>1</sup>Toptica Photonics, VFG150

## 5. Raman-Seitenbandkühlung

Gaussverteilten Spektrum entsteht zum einen durch die von Null abweichende gewählte Leistung des für die Messung genutzten RF-Signals, das zu einem Aufheizen des Ions führt und zum anderen durch Verluste bei der genutzte Abbildungsoptik. Die Diskrepanz des Faktors zwei zwischen den radialen Fallenfrequenzen  $\omega_r = (395,06 \pm 0,02)$  kHz und der axialen Fallenfrequenz  $\omega_z = (791,43 \pm 0,02)$  kHz wie in Kapitel 2.1 angenommen, lässt sich durch geringe Abweichungen der experimentell genutzten Fallengeometrie vom theoretischen Ideal erklären. Der Unterschied kann auch aus Spannungs- oder Frequenzschwankungen zwischen den beiden zeitlich separierten Messungen der Fallenfrequenzen resultieren.

### 5.3. Raman-Seitenbandkühlung



**Abbildung 5.5.:** Das Schema zeigt die beteiligten Übergänge für die Implementierung der Raman-Seitenbandkühlung. Der um 2,1 GHz verstimmt 369 nm Laser (violett) pumpt das Ion in den Zustand  $|^2P_{1/2}, F = 1\rangle$ , worauf es mit hoher Wahrscheinlichkeit in den Grundzustand  $|0\rangle$  zerfällt. Das Mikrowellenfeld bei 12,6 GHz bringt die Besetzung anschließend nach  $|+1\rangle$ . Die beiden Ramanlichtfelder, die den Zwei-Photonen-Übergang zwischen  $|+1\rangle$  und  $|0'\rangle$  anregen, sind um  $\Delta$  vom Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  verstimmt. Zusätzlich ist der Zwei-Photonen-Übergang noch um eine Schwingungsfrequenz des Ions im harmonischen Potential der Falle  $\omega_{z,r}$  verstimmt. Dann beginnt der Kühlzyklus von vorne mit Einstrahlen des um 2,1 GHz verschobenen Lichtfeldes bei 369 nm.

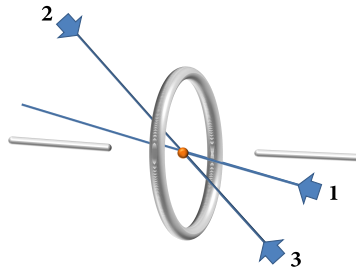
In diesem Abschnitt soll ein einzelnes in einer miniaturisierten Paul-Falle gespeichertes  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion mit Hilfe der Methode der Raman-Seitenbandkühlung optisch gekühlt werden. Dabei wird die Zahl der Schwingungsquanten des in der Ionenfalle gespeicherten Ions (harmonischer Oszillator) reduziert. Bei der Methode der Raman-Seitenbandkühlung wechselwirkt das  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion mit zwei Lichtfeldern, die zwei um  $\Delta$  verstimmt elektrische

### 5.3. Raman-Seitenbandkühlung

Dipolübergänge zwischen den  $\Lambda$ -förmig angeordneten Niveaus  $|+1\rangle$  und  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  und zwischen  $|0'\rangle$  und  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  treiben. Die Zwei-Photonen-Resonanz der beiden Laserfelder ist um die axiale Fallenfrequenz verstimmt, damit pro Kühlzyklus die Schwingungsenergie um ein Bewegungs-Phonon reduziert wird (wie ausführlich in Abschnitt 2.6.3 diskutiert).

Anhand des emittierten Spektrums, das das Ion emittiert, kann der thermische Bewegungszustand bestimmt werden. Aus dem Bezugssystem des Ions betrachtet, sind die Lichtfelder angesichts des Doppler-Effektes mit der periodischen Schwerpunktbewegung des Ions frequenzmoduliert. In diesem Bezugssystem besitzen die Lichtfelder daher Seitenbänder, deren Abstände ganzzahlige Vielfache der Schwingungsfrequenzen  $\omega_{r,z}$  sind. Die spektrale Verteilung ist durch die Schwingungsamplitude der Schwerpunktbewegung bestimmt. Ist diese klein gegenüber der Wellenlänge, so reduziert sich die spektrale Verteilung auf den Träger mit den Seitenbändern 1. Ordnung.

Um im Anregungsspektrum des Ions die Bewegungsseitenbänder 1. Ordnung zu beobachten, muss die Linienbreite des angeregten Übergangs kleiner sein als die Schwingungsfrequenz  $\omega_{r,z}$ . Die Analyse der Bewegungsseitenbänder erlaubt es, den Bewegungszustand zu charakterisieren. Die Stärke der Bewegungsseitenbänder gibt Aufschluss über den Bewegungszustand des Ions. Bei einem Ramanübergang handelt es sich um einen Zwei-



**Abbildung 5.6.:** Die Abbildung zeigt die möglichen Richtungen, aus denen Laserstrahlen auf das Ion gerichtet werden können. Die anderen Fenster des genutzten Vakuum-Rezipienten sind für den optischen Zugang nicht verwendbar oder schon durch Photomultiplier oder Mikrowellen-Hornantenne belegt. Das externe Magnetfeld, das die Quantisierungsachse festlegt, zeigt in Richtung von 2 nach 3.

Photonen-Übergang, der aus einer Anregung und einer stimulierten Emission besteht. Bei einer großen Verstimmung  $\Delta$  findet keine Anregung statt und es kommt zu einer kohärenten Streuung. Die Kopplung der zeemanaufgespaltenen Hyperfeinzustände  $|+1\rangle$  und  $|0'\rangle$  mit dem um  $\Delta$  zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  verstimmten virtuellen Zustand findet durch die beiden Ramanlichtfelder statt.

Entscheidend ist dabei die Wahl der Verstimmungen  $\Delta$  und  $\delta$ , die den Ramanübergang charakterisieren.  $\Delta$  gibt die Verstimmung der Lichtfelder zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  an und  $\delta$  die Verstimmung des einen Lichtfeldes vom Niveau  $|0'\rangle$  des Lambda-Systems. Die effektive Rabi-Frequenz des Zwei-Photonen-Übergangs  $\Omega_R = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta}$  ist durch die Verstimmung  $\Delta$  und die Rabi-Frequenzen der beiden einzelnen Übergänge gegeben. Um möglichst schnelle Quantenoperationen durchzuführen, wählt man eine geringe Verstimmung  $\Delta$ .

## 5. Raman-Seitenbandkühlung

Dabei darf  $\Delta$  nicht zu klein gewählt werden, weil sonst das Niveau  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  bevölkert werden könnte (siehe Kapitel 2.6.3) und zu Dekohärenz führt. Die Rabifrequenz zwischen zwei Schwingungszuständen ist  $\Omega_{n,n'} = \Omega_{n',n}$ . Mit dem Lamb-Dicke-Parameter  $\eta = \Delta k z_0$  folgt die in Gleichung 2.75 hergeleitete Rabifrequenz:

$$\Omega_{n,n'} = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta} \langle n | e^{i\eta(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)} | n' \rangle . \quad (5.1)$$

Die Richtung des effektiven Wellenvektors  $\vec{k}$  kann durch die geometrische Anordnung zwischen den beiden Ramanlichtfeldern und den Schwingungsachsen des im Fallenpotential gespeicherten Ions bestimmt werden. Um die größte Kopplung an die Bewegung zu erzielen, muss  $\Delta\vec{k} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$  maximal sein. Dies ist für gegenläufige Laserstrahlen der Fall, dann ist  $\Delta k \approx 2k_1$ . Für den Fall, dass die beiden Ramanlaserstrahlen im selben Winkel auf das Ion treffen, ist der effektive k-Vektor  $\Delta k = 0$  und es sind keine Bewegungsmoden im Absorptionsspektrum sichtbar.

In den durchgeführten Experimenten für die Raman-Seitenbandkühlung treffen beide Laserfelder in einem Winkel von  $45^\circ$  zur z-Achse auf das Ion. Der Winkel zwischen den beiden Laserfeldern beträgt aufgrund der experimentellen Einschränkungen  $135^\circ$ . Für die in Abbildung 5.6 veranschaulichte Konfiguration werden die Laserfelder aus den Richtungen 1 und 2 auf das Ion eingestrahlt. Die beiden Laserstrahlen treffen in einem schiefen Winkel zu den Fallen-Hauptachsen auf das Ion und sind daher bewegungssensitiv in allen Dimensionen. Der um die Frequenz des AOM2 verschobene Laserstrahl soll den um  $\Delta$  verstimmtten Übergang zwischen  $|0'\rangle$  und dem Niveau  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  anregen und muss daher  $\pi$ -polarisiert sein.

Die Quantisierungsachse des Magnetfeldes zeigt, wie in Abbildung 5.6 veranschaulicht ist, in Richtung von 2 nach 3. Daher wird der um die Frequenz des AOM2 frequenzverschobene Laserstrahl aus Richtung 1 auf das Ion eingestrahlt. Die Polarisation des Lichtfeldes mit einer  $\lambda/2$ -Platte wird so angepasst, dass sie zum überwiegenden Anteil  $\pi$ -polarisiert ist.

Anhand des Unterschieds der Kühlfluoreszenz auf dem  $|^2S_{1/2}, F=1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F=0\rangle$  Übergang wird die Polarisationsrichtung angepasst. Dazu wird abwechselnd das MW-Feld auf der Resonanz des Übergangs  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  und  $|0\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  eingestrahlt und die  $\lambda/2$ -Platte gedreht. Die  $\lambda/2$ -Platte wird so positioniert, dass für das MW-Feld auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang die Kühlfluoreszenz maximal ist und wenn das MW-Feld auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  Übergang eingestrahlt wird, die Fluoreszenz minimal ist.

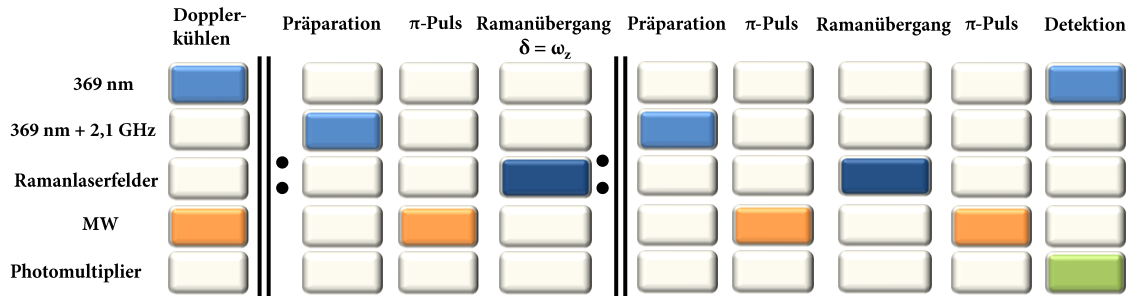
Das  $\sigma$ -polarisierte Lichtfeld, das den um  $\Delta$  verstimmtten Übergang zwischen  $|+1\rangle$  und  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  anregt, wird aus Richtung 2 auf das Ion eingestrahlt. Alternativ wäre auch das Einstrahlen aus Richtung 3 möglich. Nur aus diesen beiden Richtungen, in oder entgegen der Richtung des Magnetfeldes, kann die Polarisation des Laserfeldes so angepasst werden, dass sie vollständig  $\sigma$ -polarisiert ist.

Die Raman-Seitenbandkühlung bei  $^{171}\text{Yb}^+$  findet, wie in Kapitel 2.6.3 hergeleitet, an einem effektiven Zwei-Niveau-System mit einer effektiven Rabifrequenz  $\Omega_R$  statt, in der das dritte Niveau nicht bevölkert wird. Der Nachteil der beiden genutzten Hyperfeinzustände des Grundzustands ist, dass es aus ihnen keine natürlichen spontanen Zerfälle

### 5.3. Raman-Seitenbandkühlung

gibt. Um die Besetzung zurück in den Anfangszustand zu befördern, muss ein Übergang über ein Hilfsniveau  $|^2P_{1/2}, F = 1\rangle$  gewählt werden.

Abbildung 5.7 veranschaulicht, wie sich eine Messsequenz für die Umsetzung der Methode der Raman-Seitenbandkühlung aus mehreren Teilbereichen zusammensetzt. Wie bei allen in dieser Arbeit beschriebenen Experimenten wird vor jeder Messung und vor jeder weiteren Wiederholung das ADwin-System mit der 50 Hz-Frequenz des Stromnetzes im Labor synchronisiert. Anschließend wird das Ion für etwa 10 ms Dopplergekühlt. Dazu



**Abbildung 5.7.:** Die Abbildung zeigt eine Abfolge der einzelnen Schritte, um ein Absorptionsspektrum eines Ramanübergangs zwischen den Zuständen  $|+1\rangle$  und  $|0'\rangle$  aufzunehmen. Die Temperatur des Ions wird zunächst mit der Methode der Dopplerkühlung reduziert. Nun folgt in der Messsequenz der mehrmals in der Abfolge wiederholbare Teil der Raman-Seitenbandkühlung. Dazu wird durch Einstrahlen von um 2,1 GHz verstimmt Lichtes bei 369 nm die Besetzung in den Zustand  $|0\rangle$  initialisiert. Ein „MW- $\pi$ -Puls“ pumpt die Besetzung in den Zustand  $|+1\rangle$ . Die zwei um  $\Delta$  von der Resonanz zum Zustand  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  verstimmt Laserfelder rufen einen Ramanübergang zwischen  $|+1\rangle$  und  $|0'\rangle$  hervor. Dabei ist das Lichtfeld  $\omega_{L2}$  um die Fallenfrequenz  $\omega_i$  rot verstimmt. Um einen möglichst kleinen Bewegungszustand zu erreichen, kann die Teilsequenz entsprechend der Anzahl der gewünschten Übergänge auf einem roten Seitenbad mit der Fallenfrequenz  $\omega_i$  wiederholt werden. Anschließend wird mit der Präparation in den Zustand  $|0\rangle$ , durch Einstrahlen des um 2,1 GHz verstimmt Lichtfeldes bei 369 nm fortgesetzt. Für den nun folgenden Ramanübergang zwischen  $|+1\rangle$  und  $|0'\rangle$  werden die zwei um  $\Delta$  von der Resonanz zum Zustand  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  verstimmt Ramanlaserfelder genutzt. Ein „MW- $\pi$ -Puls“ bringt den Teil der Besetzung, der sich noch oder erneut im Zustand  $|+1\rangle$  befindet, nach  $|0\rangle$ . Durch Einstrahlen von Laserlicht bei 369 nm kann der Teil der Besetzung, der sich in den drei Zeemanniveaus von  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  befindet, mit dem Photomultiplier nachgewiesen werden.

wird ein Laser bei 369 nm von der Resonanz des  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  Übergangs um etwa 13 MHz rot verstimmt. Da während dieser Zeit auch die nicht resonante Anregung des Übergangs  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F = 1\rangle$  mit anschließendem Zerfall in den Zustand  $|0\rangle$  möglich ist, wird gleichzeitig das Mikrowellenfeld zwischen  $|0\rangle$  und einem der drei Zustände von  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  eingestrahlt.

Damit das Ion mit hoher Wahrscheinlichkeit in den Schwingungsgrundzustand mit der Methode der Raman-Seitenbandkühlung gebracht wird, werden nach der Dopplerkühlung drei weitere Schritte in die Sequenz eingefügt, die entsprechend oft wiederholt werden können und in Abbildung 5.7 skizziert sind. Dabei wird das Ion mit dem um 2,1 GHz

## 5. Raman-Seitenbandkühlung

Abbildung	$T_{Doppler}$ (ms)	$T_{Prep}$ (ms)	$T_{R-Cool}$ ( $\mu$ s)	$\Delta$ (GHz)	$\delta$ (kHz)	$N_{R-Cool}$	$T_R$ ( $\mu$ s)	$\bar{n}$
5.8	11	0,2	0	3,95	0	0	10	$171^{+351}_{-171}$
5.9	8	0,2	10	7,40	500	10	15	$1,5 \pm 0,3$
5.10	6	0,1	25	7,40	704	150	25	$0,05^{+0,12}_{-0,05}$
5.11	6	0,1	25	7,40	704	150	25	$0,0 + 0,2$

**Tabelle 5.1.:** Die Tabelle verdeutlicht den Zusammenhang zwischen den gewählten experimentellen Parametern und den mit der Methode der Raman-Seitenbandkühlung erzielten mittleren Phononenzahl  $\bar{n}$  des Bewegungszustands. Die erste Spalte verweist auf die jeweilige Abbildung, in der die Anregungsspektren dargestellt sind.  $T_{Doppler}$  gibt die Dauer der Dopplerkühlung an und  $T_{Prep}$  die Präparationszeit in den Zustand  $|0\rangle$ . Die Verstimmung der beiden Ramanlaserfelder zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  ist  $\Delta$  und  $T_{R-Cool}$  kennzeichnet die Einstrahlzeit der Ramanpulse während dem  $N_{R-Cool}$  mal wiederholten Raman-Seitenbandkühlzyklus auf dem ersten roten Seitenband bei  $\delta = \omega_z$ . Die Einstrahlzeit der Ramanpulse für die Messung der Anregungsspektroskopie gibt  $T_R$  an.

verstimmten Lichtfeld bei 369 nm auf dem  $|^2S_{1/2}, F=1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F=1\rangle$  Übergang resonant angeregt und dadurch in den Zustand  $|0\rangle$  präpariert. Welche Übergänge zwischen den zeemanaufgespaltenen Zuständen erlaubt sind und wie die entsprechenden Übergangsraten sind, ist in Kapitel 2.4 zu finden und wird in [78] ausführlich diskutiert. Die Dauer dieses Prozesses ist abhängig von der Laserleistung, Fokussierung auf das Ion und der Polarisation des Lichtfeldes. Für die in diesem Kapitel durchgeführten Messungen liegt sie zwischen 0,1 ms und 0,2 ms.

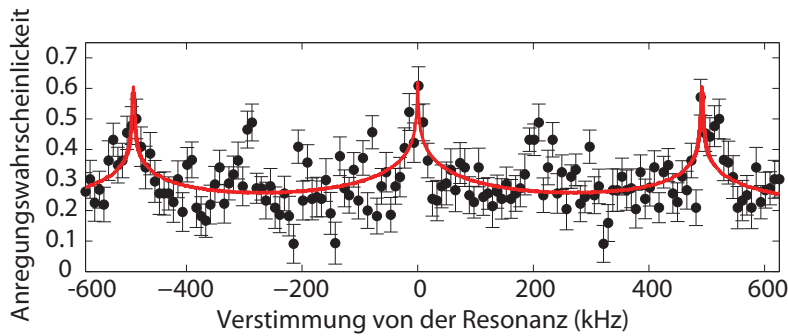
Während der Durchführung der Experimente zeigt sich die Präparationszeit besonders von der maximalen Leistung des für die Präparation genutzten Lasersystems bei 369 nm der Firma Toptica abhängig. Einen großen Einfluss hat dabei die driftende Leistung des Laserfeldes aufgrund von Schwankungen in der Amplitudenstabilisierung des Frequenzverdopplungskristalls von 738 nm nach 369 nm (siehe Abschnitt 3.1.1). Größere Veränderungen des Gitterwinkels in der Littrow-Konfiguration der Laserdiode führen zu einer unterschiedlichen Beugungseffizienz im AOM, der das Laserfeld um 2,1 GHz verstimmt, während der sechs Durchgänge des Lichtes durch den AOM.

Mit einem „MW- $\pi$ -Puls“ bei einer Rabi-Frequenz von etwa  $2\pi \cdot 37$  kHz wird nun die Besetzung aus Zustand  $|0\rangle$  nach  $|+1\rangle$  überführt.

Anschließend werden die beiden Ramanfelder für einen kurzen Puls im  $\mu$ s-Bereich eingestrahlt. Die beiden Ramanlichtfelder werden aus unterschiedlichen Richtungen auf das Ion eingestrahlt. Die Felder sind um  $\Delta$  von der Resonanz des Übergangs  $|+1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F=0\rangle$  und um  $\Delta \pm \delta$  von der Resonanz des Übergangs  $|0'\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F=0\rangle$  verstimmt. Die Frequenz des ersten AOM<sup>2</sup> wird während der Messung konstant bei 115 MHz gehalten.

Zum Aufnehmen der Anregungsspektren und bei der Raman-Seitenbandkühlung wird

<sup>2</sup>Polytec, ASM-200B8



**Abbildung 5.8.:** Dargestellt ist ein Anregungsspektrum auf dem Träger und dem ersten roten und blauen Seitenband der axialen Schwingungsbewegung ( $\omega_z$ ) nach der Dopplerkühlung. Die Länge der Einstrahldauer der um  $\Delta = 3,95$  GHz verstimmten Ramanfelder beträgt  $100 \mu\text{s}$ . Zusätzlich ist, um die Positionen der beiden ersten axialen Bewegungsseitenbänder bei  $\omega_z = 500$  kHz zu verdeutlichen, eine Anpassung an das Spektrum abgebildet (rote Linie). Die 151 Messpunkte setzen sich aus  $N = 50$  Wiederholungen zusammen. Die angegebenen Fehlerbalken geben den rein statistischen Fehler an. Aus der Anpassung (siehe Formel 5.8) an das Spektrum kann kein aussagekräftiger Wert für die mittlere axiale Phononenzahl  $\bar{n} = (171_{-171}^{+351})$  bestimmt werden, da die beiden ersten axialen Seitenbänder ( $\pm\omega_z$ ) und der Träger in etwa dieselbe Anregungswahrscheinlichkeit besitzen. Die Positionen der Bewegungsseitenbänder in radialer Richtung ( $\omega_x$  und  $\omega_y$ ) sind anhand des Spektrums schwer zu bestimmen und könnten sich bei  $\pm 200$  kHz und  $\pm 300$  kHz befinden. Um eine deutlichere Trennung der axialen und radialen Seitenbänder zu erreichen, wurde die Tiefe des Fallenpotentials verändert.

nur die Frequenz des zweiten AOMs <sup>3</sup> um  $\delta$  variiert. Zum Kühlen auf dem ersten roten Seitenband ist die Frequenz des  $\pi$ -polarisierten Lichtfeldes (AOM2) um den Wert der axialen Fallenfrequenz  $\omega_z$  von der Resonanz des Zwei-Photonen-Übergangs zu kleineren Frequenzen hin verstimmt. Bei erfolgreichem Übergang auf dem ersten roten Seitenband aus dem Zustand  $|+1\rangle$  nach  $|0'\rangle$  ist die Anzahl der axialen Schwingungsquanten um ein Phonon reduziert worden. Für den Raman-Seitenbandkühlzyklus wird wiederholt eine Abfolge von Zustandspräparation in  $|0\rangle$ , einen „MW- $\pi$ -Puls“ nach  $|+1\rangle$  und einen Raman-Übergang auf dem ersten roten axialen Seitenband  $\omega_z$  durchgeführt, bis möglichst der Schwingungsgrundzustand erreicht ist.

Um anschließend die Anregungswahrscheinlichkeit auf dem Ramanübergang für eine gewählte Verstimmung  $\delta$  des Ramanlichtfeldes  $\omega_{L2}$  zu bestimmen, wird erneut der Zustand  $|0\rangle$  mit dem um 2,1 GHz verstimmten Lichtfeld bei 369 nm präpariert und die Besetzung mit einem „MW- $\pi$ -Puls“ nach  $|+1\rangle$  gepumpt. Dann wird ein Raman-Übergang bei einer bestimmten Verstimmung  $\delta$  des Lichtfeldes  $\omega_{L2}$  durchgeführt.

In Abhängigkeit von Rabi-Frequenz  $\Omega_R$  und Pulsdauer der beiden Ramanfelder befindet sich der Bloch-Vektor irgendwo zwischen Zustand  $|+1\rangle$  und Zustand  $|0'\rangle$  auf der Bloch-Kugel. Mit einem weiteren „MW- $\pi$ -Puls“ wird die Besetzung, die sich in Zustand  $|+1\rangle$  befindet, nach  $|0\rangle$  überführt. Wenn jetzt das Laserfeld bei 369 nm auf den Übergang  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  eingestrahlt wird, kann die Resonanzfluoreszenz mit dem

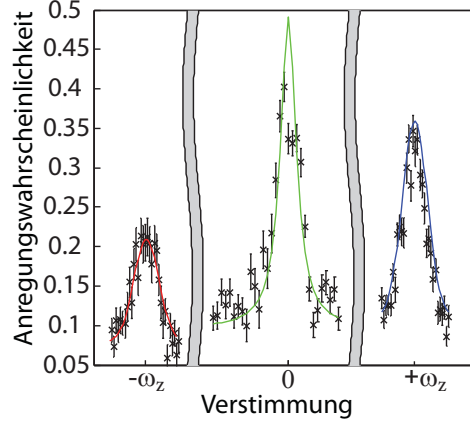
<sup>3</sup>Isomet, 1250C-829A



## 5. Raman-Seitenbandkühlung

Photomultiplier nachgewiesen werden. Innerhalb der Detektionszeit von etwa 3 ms kann nun entschieden werden, ob sich das Ion in einem der drei Zeemanniveaus des Zustands  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  oder im Zustand  $|0\rangle$  befunden hat.

Um das Anregungsspektrum des Raman-Übergangs zu bestimmen, wird anschließend mehrmals die gesamte Messsequenz, beginnend bei der Dopplerkühlung wiederholt und die Verstimmung  $\delta$  des Ramanlichtfeldes  $\omega_{L2}$  variiert. Für eine aussagekräftigere Statistik wird die gesamte Abfolge mehrmals wiederholt. Die verschiedenen gewählten experimen-



**Abbildung 5.9.:** Dargestellt ist das Raman-Absorptionsspektrum der Resonanz und des ersten roten und blauen Seitenbandes der axialen Schwingungsbewegung ( $\omega_z$ ) nach zuvor 10 durchgeführten Raman-Seitenbandkühlzyklen auf dem ersten roten axialen Seitenband bei 704 kHz. Die Pulslänge beträgt konstant  $10 \mu\text{s}$ . Die beiden Ramanlaserfelder sind um  $\Delta = 7,4 \text{ GHz}$  zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  verstimmt. Jeder der 93 Messpunkte setzt sich aus  $N = 350$  Wiederholungen zusammen. Die angegebenen Fehlerbalken geben den statistischen Fehler an. Zusätzlich ist eine Anpassung, wie in Kapitel 2.6.5 hergeleitet, an das Spektrum abgebildet, aus der sich eine mittlere Phononenzahl von  $\bar{n} = (1,5 \pm 0,3)$  ergibt. Daher lässt sich folgern, dass die mittlere Phononenzahl nach der Dopplerkühlung und vor der Raman-Seitenbandkühlung bei etwa bei  $\bar{n} \approx 12$  lag.

tellen Parameter für die Durchführung der Methode der Raman-Seitenbandkühlung und die bestimmten mittleren Bewegungszustände sind in Tabelle 5.1 aufgelistet. In Abbildung 5.8 ist ein Anregungsspektrum auf dem Ramanübergang zwischen  $|+1\rangle$  und  $|0'\rangle$  eines dopplergekühlten Ions dargestellt, ohne eine im Vorfeld durchgeführte Raman-Seitenbandkühlung. Die beiden Ramanfelder sind dafür um  $\Delta = 3,95 \text{ GHz}$  zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  verstimmt. Dazu wird die Frequenz des  $\pi$ -polarisierten Lichtfeldes des zweiten AOMs<sup>4</sup> in 151 Schritten variiert. Jeder dargestellte Datenpunkt setzt sich aus  $N = 50$  Wiederholungen zusammen. Die Einstrahldauer der beiden Ramanfelder beträgt  $10 \mu\text{s}$ . Aus der rot dargestellten Anpassung an das Spektrum, die in Formel 5.8 beschrieben ist, kann kein aussagekräftiger Wert für die mittlere axiale Phononenzahl  $\bar{n} = (171_{-171}^{+351})$  gewonnen werden, wie man an dem großen Fehler erkennen kann. Die Positionen der beiden ersten axialen Bewegungsseitenbänder bei  $\pm\omega_z$  im Spektrum werden

<sup>4</sup>Isomet, 1250C-829A

durch die Anpassung verdeutlicht.

Die tatsächliche Temperatur nach der Dopplerkühlung und ohne Seitenbandkühlung sollte im Bereich von  $\bar{n} \approx 10$  oder niedriger liegen, wie das Ergebnis der in Abbildung 5.9 dargestellten Messung zeigt. Dabei werden vor jeder Bestimmung des Absorptionsspektrums 10 Raman-Seitenbandkühlzyklen auf dem ersten roten axialen Seitenband, mit einer Einstrahldauer der beiden um  $\Delta = 7,4$  GHz zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  verstimmt Ramanfelder von  $10 \mu\text{s}$ , durchgeführt. Für das abgebildete Anregungsspektrum betragen die Pulslängen der Ramanfelder  $15 \mu\text{s}$ . Für die Präparation des Zustands  $|0\rangle$  bei der Teilsequenz der Raman-Seitenbandkühlung wird das um  $2,1$  GHz verstimmt Lichtfeld für  $200 \mu\text{s}$  eingestrahlt.

Aus der in Kapitel 2.6.5 hergeleiteten Anpassung an das Spektrum folgt eine mittlere Phononenzahl von  $\bar{n} = (1,5 \pm 0,3)$ . Demzufolge kann die mittlere Phononenzahl nach der Dopplerkühlung und vor der Raman-Seitenbandkühlung nicht höher als  $\bar{n} \approx 12$  gewesen sein, da pro Ramanübergang auf dem roten Seitenband bei  $\omega_z$  die Phononenzahl um maximal ein Phonon verringert werden kann. Durch eine zu kurz gewählte Pulslänge der Ramanfelder während der Raman-Seitenbandkühlung findet kein Übergang auf dem ersten roten Seitenband statt. Ist die Wechselwirkungszeit wiederum zu lang, so dass der Zustand von  $|+1(n)\rangle$  nach  $|0'(n-1)\rangle$  und zurück nach  $|+1(n)\rangle$  gepumpt wird, findet keine Kühlung statt.

In den Abbildungen 5.10 und 5.11 sind zwei unterschiedliche Anpassungen an ein Raman-Absorptionsspektrum eingezeichnet. Die Anpassung in Abbildung 5.10 entspricht dem in Kapitel 2.6.5 hergeleiteten Modell. Mit der Wahrscheinlichkeit  $P$  findet durch das Einstrahlen der Ramanfelder ein Übergang auf dem Träger- oder Seitenband in den angeregten Zustand statt. Für den Träger folgt mit den freien Parametern mit Rabifrequenz  $\Omega$  und Linienbreite des Lasers  $\Gamma_L$  [86]:

$$P_C = \frac{A}{2 \cdot (A + B)} \cdot (1 - e^{(-t \cdot \Gamma \cdot (1 + A/B))}). \quad (5.2)$$

Darin ist  $A = \Omega^2 / (\Gamma_L \cdot \Gamma)$  mit der Zerfallsrate des Übergangs  $\Gamma$ .  $B$  steht für  $B = 1 + \frac{(\nu - \nu_0)^2}{\Gamma_L^2}$ , mit der Verstimmung  $\nu - \nu_0$  des Ramanpulses von der Resonanz des Ramanübergangs und  $t$  der Pulslänge der Ramanpulses. Die Besetzung im blauen und roten Seitenband kann mit dem freien Parameter  $\bar{n}$  für den mittleren Schwingungszustand angepasst werden [86]:

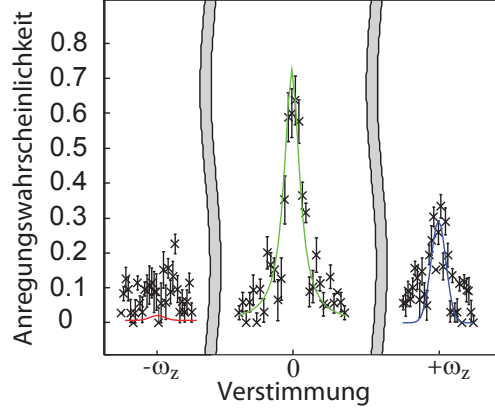
$$P_B = \frac{A\Gamma t\eta}{2\omega_z} \cdot (1 + \bar{n}) \cdot e^{-(\nu - \nu_0 + \omega_z)^2 / \Gamma_B^2 \cdot \log 2 / \sqrt{\pi \log 2}}. \quad (5.3)$$

Darin ist  $\omega_z$  die Frequenz des ersten axialen Seitenbands und  $\Gamma_B$  die Breite des blauen Seitenbands. Die Besetzung im roten Seitenband ist:

$$P_R = \frac{A\Gamma t\eta}{2\omega_z} \cdot \bar{n} \cdot e^{-(\nu - \nu_0 - \omega_z)^2 / \Gamma_B^2 \cdot \log 2 / \sqrt{\pi \log 2}}. \quad (5.4)$$

Die Anpassung in Abbildung 5.11 findet nach dem in [55] hergeleiteten Modell statt. Für

## 5. Raman-Seitenbandkühlung



**Abbildung 5.10.:** Die Abbildung zeigt das Frequenzspektrum auf dem Träger, sowie dem ersten roten und blauen Seitenband der axialen Schwingungsbewegung ( $\omega_z$ ) nach zuvor zur Kühlung durchgeführten 150 Ramanpulsen auf dem ersten roten Seitenband bei 704 kHz. Die Pulslänge der Ramanpulse beträgt  $25 \mu\text{s}$ . Die beiden Ramanfelder sind dafür um  $\Delta = 7,4 \text{ GHz}$  zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  verstimmt. Die angegebenen Fehlerbalken geben den rein statistischen Fehler an. Zusätzlich zum Spektrum ist die Simulation des Übergangs dargestellt, aus der eine mittlere Phononenzahl von  $\bar{n} = 0,05^{+0,12}_{-0,05}$  folgt. Die Farbkodierung ist grün für den Träger, rot für das rote Seitenband und blau für das blaue Seitenband. Die 93 Messpunkte setzen sich aus jeweils  $N = 50$  Wiederholungen zusammen. Das rote Seitenband ist anhand der Messwerte nicht gegenüber dem Rauschen der Werte mit einer Anregungswahrscheinlichkeit unter 0,1 aufzulösen. Die Simulation stimmt gut mit den experimentell erzielten Ergebnissen für den Träger und das blaue Seitenband bei 704 kHz überein.

$\Omega \ll \omega_z$  ist  $P$  die Summe aller Wahrscheinlichkeiten für einen Übergang auf dem Träger  $P_C$ , den roten Seitenbändern  $P_R^i$  oder den blauen Seitenbändern  $P_B^i$ . Für die hier durchgeführten Experimente ist es hinreichend, die ersten Ordnungen in  $i$  zu berücksichtigen, da höhere Ordnungen im Spektrum nicht aufgenommen werden. Die freien Parameter sind die Resonanzfrequenz des Trägerübergangs sowie die mittlere Schwingungszahl  $\bar{n}$  und die axiale Fallenfrequenz. Die Rabifrequenz des Ramanübergangs  $\Omega_R$  wurde in der zuvor durchgeführten Anpassung in Abbildung 5.10 bestimmt. Mit Gleichung 2.108 und 2.109 folgt daraus die Rabifrequenz für den Träger und die ersten Seitenbänder. Für den Trägerübergang von  $n$  nach  $n$  kann die Besetzung somit geschrieben werden als:

$$P_C(\delta, T) = \sum_n p_n(T) \frac{\Omega_{n,n}^2}{\Omega_{n,n}^2 + \delta^2} \sin^2 \left( \frac{t \sqrt{\Omega_{n,n}^2 + \delta^2}}{2} \right). \quad (5.5)$$

Darin ist die Rabifrequenz durch die Frequenz bei der Resonanz  $\Omega_{n,n}$  gegeben und die Anregungswahrscheinlichkeit ist mit der thermischen Besetzungswahrscheinlichkeit gewichtet. Analog folgt für das erste blaue Seitenband mit der Rabifrequenz  $\Omega_{n+1,n}$  und

der Verstimmung von der Resonanz  $\omega_z$ :

$$P_B(\delta, T) = \sum_n p_n(T) \frac{\Omega_{n+1,n}^2}{\Omega_{n+1,n}^2 + (\delta - \omega_z)^2} \sin^2 \left( \frac{t \sqrt{\Omega_{n+1,n}^2 + (\delta - \omega_z)^2}}{2} \right). \quad (5.6)$$

Die Besetzung nach einem Übergang auf dem vom Schwingungszustand abhängigen roten Seitenband lautet:

$$P_R(\delta, T) = \left( \frac{\bar{n}}{1 + \bar{n}} \right) P_B(-\delta, T). \quad (5.7)$$

Um aus der Anpassung an das Spektrum den mittleren Schwingungszustand zu bestimmen, werden die einzelnen Beiträge aus Träger und ersten Seitenbändern aufsummiert:

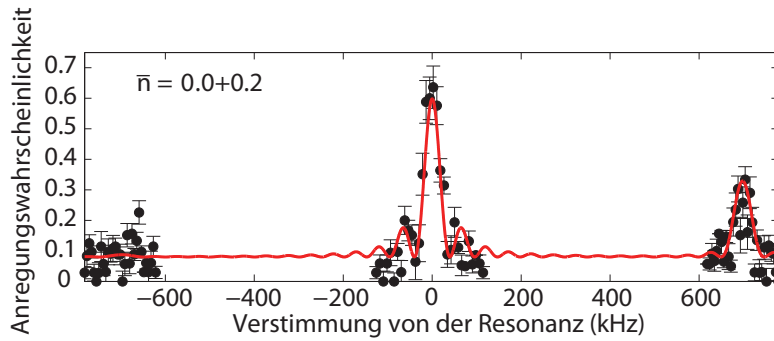
$$P(\delta, T) = P_C(\delta, T) + P_R(\delta, T) + P_B(\delta, T). \quad (5.8)$$

Für das in den Abbildungen 5.10 und 5.11 dargestellte Experiment sind die Ramanfelder um  $\Delta = 7,4$  GHz zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  verstimmt und werden für  $t = 25 \mu\text{s}$  eingestrahlt. Zuvor werden 150 Raman-Seitenbandkühlzyklen mit einer Pulslänge von  $25 \mu\text{s}$  auf dem ersten axialen Seitenband durchgeführt. Für die Präparation des Zustands  $|0\rangle$  bei der Raman-Seitenbandkühl-Sequenz wird das um  $2,1$  GHz verstimmte Lichtfeld für  $100 \mu\text{s}$  eingestrahlt. Aus den beiden unterschiedlichen Anpassungen an das Absorptionsspektrum ergeben sich mittlere axiale Schwingungsphononenzahlen von  $\bar{n} = 0,05_{-0,05}^{+0,12}$  und  $\bar{n} = (0,0 + 0,2)$ . Diese sind mit einander innerhalb des Fehlers vereinbar. Die zu großen Fehler lassen darauf schließen, dass beide Modelle nicht vollständig mit dem aufgenommenen Spektrum übereinstimmen.

Das Ergebnis dieser Messung zeigt, dass 150 Raman-Seitenbandkühlzyklen notwendig sind, um die axiale Schwingungsmode bis (annähernd) in den Grundzustand zu kühlen. Der offensichtlichste Grund für die hohe Anzahl an Schritten, um die Schwingungsphononenzahl von  $\bar{n} = (1,5 \pm 0,3)$  (10 Raman-Seitenbandkühlzyklen) nach  $\bar{n} = (0,0 + 0,2)$  (150 Raman-Seitenbandkühlzyklen) zu reduzieren, ist die instabile Leistung der beiden Ramanfelder, wie in Kapitel 3.1.1 ausführlich untersucht ist. Mit der in diesem Abschnitt vorgestellten Methode des gepulsten Raman-Seitenbandkühlens konnte ein einzelnes in einer miniaturisierten Paul-Falle gespeichertes  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion erfolgreich bis in den Schwingungsgrundzustand  $\bar{n} = (0,0 + 0,2)$  der axialen Schwingungsmode (z-Richtung) gekühlt werden (Abbildung 5.11). Für eine Kühlung in den Bewegungsgrundzustand in allen drei Raumrichtungen müsste die radiale Schwingungsrichtung (r-Richtung), bei der zugehörigen Fallenfrequenz, auch gekühlt werden. Dazu müssten lediglich die in Abbildung 5.7 veranschaulichten Kühlsequenz auf dem ersten roten Seitenband der radialen Fallenfrequenz mehrmals durchgeführt werden. Entsprechend müssten bei einer linearen Falle die beiden anderen Schwingungsrichtungen in x- und y-Richtung, bei den zugehörigen Fallenfrequenzen, gekühlt werden.

Die erreichte Grundzustandskühlung kann die Durchführung von zukünftigen Experimenten verbessern. Beispielsweise kann es dadurch möglich sein, dass in einer Messsequenz, wie beispielsweise in Abbildung 5.7 veranschaulicht, nicht bei jeder Wiederho-

## 5. Raman-Seitenbandkühlung



**Abbildung 5.11.:** Die Abbildung zeigt das Frequenzspektrum auf dem Träger, sowie auf den beiden ersten Seitenbändern der axialen Schwingungsbewegung nach zuvor 150 durchgeführten Raman-Kühlpulsen auf dem ersten roten Seitenband. Die Pulslänge beträgt immer  $25 \mu\text{s}$ . Die beiden Ramanfelder sind dafür um  $\Delta = 7,4 \text{ GHz}$  zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  verstimmt. Zusätzlich ist eine Anpassung an das Spektrum abgebildet, aus der sich eine mittlere Schwingungsphotonenzahl in axialer Richtung ( $\omega_z$ ) von  $\bar{n} = (0,0 + 0,2)$  ergibt. Jeder der 93 Messpunkte setzt sich aus jeweils  $N = 50$  Wiederholungen zusammen. Die angegebenen Fehlerbalken geben den statistischen Fehler an. Die Anpassung stimmt mit den experimentell erzielten Ergebnissen für den Träger und das blaue Seitenband bei  $704 \text{ kHz}$  recht gut überein und ist innerhalb des Fehlers mit dem in Abbildung 5.10 genutzten Modell vereinbar. Das Experiment zeigt, dass 150 Raman-Seitenbandkühlzyklen notwendig sind, um die axiale Schwingungsmode bis annähernd in den Grundzustand zu kühlen.

lung gekühlt werden muss. Dadurch kann die Ausführung deutlich zeitsparender erfolgen, da die benötigte Zeit für die Umsetzung der Dopplerkühlung in der Größenordnung von  $10 \text{ ms}$  liegt. Ebenso sind Verbesserungen bei lange andauernden Experimenten, wie bei der Magnetfeldsensitivitätsbestimmung mit Hilfe der *Dressed States* (Kapitel 7), zu erwarten. Dabei muss für Operationen von einer Dauer über einer Sekunde die Dopplerkühlzeit auf etwa  $50 \text{ ms}$  erhöht werden, weil sich sonst der Kontrast bei der Zustandsbestimmung zu stark verringert.

Die anfangs versuchte Methode der Raman-Seitenbandkühlung zwischen den Zuständen  $| -1\rangle$  und  $| +1\rangle$  konnte nicht erfolgreich umgesetzt werden, obwohl für diese Konfiguration eine deutlich höhere Zwei-Photonen-Rabifrequenz auf der Resonanz des Übergangs erzielt wird, wie Abbildung 5.3a zeigt, als zwischen den Zuständen  $| +1\rangle$  und  $| 0'\rangle$ .

Ein wahrscheinlicher Grund dafür, dass die Umsetzung der Raman-Seitenbandkühlung auf diesem Übergang experimentell nicht erfolgreich umgesetzt werden konnte, ist der zu diesem Zeitpunkt genutzte und fehlerhafte Fallenantriebsverstärker<sup>5</sup>, der starke Störungen verursachte. Während der Experimente kann es so vereinzelt zu einer sehr hohen Heizrate des Ions im Fallenpotential gekommen sein. Die Störungen wurde anschließend festgestellt und das Gerät gegen ein baugleiches ausgetauscht.

Eine weitere Ursache könnte auch das Wechseln der primären Laserdiode des Toptica-Systems bei  $369 \text{ nm}$  gewesen sein. Mit der neuen Laserdiode<sup>6</sup> wird eine höhere Aus-

<sup>5</sup>Kalmus 110C

<sup>6</sup>Eagleyard Photonics

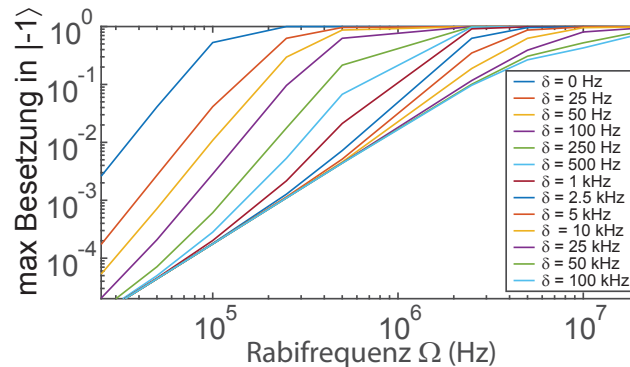
#### 5.4. Simulation der durchgeführten Ramanübergänge

gangsleistung erzielt und dadurch konnte die Präparationszeit in den Zustand  $|0\rangle$  von 0,5 ms auf bis zu 0,05 ms reduziert werden. Dies verkürzt deutlich die Zeit, die benötigt wird, um mit der in Abbildung 5.7 illustrierten Kühlsequenz den Schwingungszustand um ein Phonon zu verringern.

Zudem wirken sich Magnetfeldschwankungen auf diesen Ramanübergang doppelt so stark aus wie auf den Übergang zwischen  $|+1\rangle$  und  $|0'\rangle$ , da beide Zustände magnetfeldsensitiv sind und durch störende externe Felder in entgegengesetzte Richtungen verschoben werden. Simulationen wie im folgenden Kapitel 5.4 zeigen, dass schon eine Verstimmung des Zwei-Photonen-Übergangs von  $\delta = 1$  kHz ausreicht, um die Absorptionswahrscheinlichkeit auf etwa die Hälfte zu reduzieren.

Um den Einfluss von nicht resonanter Anregung zu reduzieren, könnte in zukünftigen Experimenten eine spezielle Pulsform für die Ramanlaserpulse gewählt werden, wie die „Blackman-Pulsform“ [164]. Mit einem stabileren Lasersystem für die Ramanpulse wäre im Prinzip die mögliche erreichbare Temperatur nur durch die Linienbreite des Zwei-Photonen-Übergangs begrenzt. Die Linienbreite kann durch Erhöhen der Verstimmung  $\Delta$  beliebig verringert werden. Allerdings verlängert sich die Übergangsrate mit schmalerer Linienbreite und limitiert so die mögliche erreichbare Temperatur im Experiment.

#### 5.4. Simulation der durchgeführten Ramanübergänge

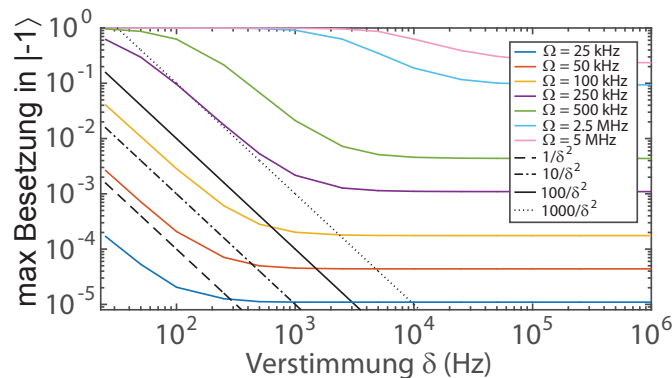


**Abbildung 5.12.:** Mit Acht-Niveau-Blochgleichungen wird ein Ramanübergang zwischen den Zuständen  $|+1\rangle$  und  $|−1\rangle$  simuliert. Dargestellt ist die mit den beiden Ramanfeldern maximal in den Zustand  $|−1\rangle$  transferierte Besetzung für Wechselwirkungszeiten zwischen 0 ms und 50 ms gegen die Rabi-Frequenz  $\Omega$  der Ramanfelder. Die Verstimmung der beiden Ramanfelder zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  beträgt  $\Delta = 6,8$  GHz. Für unterschiedliche Zwei-Photonen-Verstimmungen  $\delta$  der beiden Ramanfelder ist die Entwicklung in verschiedenen Farben hervorgehoben. Die Simulation verdeutlicht den Einfluss der Verstimmung  $\delta$  auf den Besetzungstransfer.

Dieser Abschnitt beschreibt die Computersimulation eines Ramanübergangs zwischen den Zuständen  $|+1\rangle$  und  $|−1\rangle$  mit Acht-Niveau-Blochgleichungen. Das Energieschema der in der Dichtematrix-Simulation verwendeten Energieniveaus ist in Anhang E beschrieben. Dabei wird anhand des Besetzungstrfers der Zusammenhang zwischen der

## 5. Raman-Seitenbandkühlung

(absoluten) Verstimmung  $\Delta$  der beiden Ramanlaser und der Rabifrequenz  $\Omega$  (für den Fall resonant eingestrahelter Felder) untersucht. Desweiteren wird die Auswirkung einer Zwei-Photonen-Verstimmung  $\delta$  der beiden Ramanfelder auf die Übergangswahrscheinlichkeit für unterschiedliche Leistungen der beiden Ramanfelder simuliert. Bei den Simulationen mit Acht-Niveau-Blochgleichungen (siehe Anhang E) werden alle Zeemanunterniveaus von  $|^2S_{1/2}\rangle$  und  $|^2P_{1/2}\rangle$  hinzugezogen, in die durch nicht resonante Anregung oder mögliche Zerfälle eine Besetzung während des Ramanprozesses möglich ist. Abbildung 5.12 zeigt das Ergebnis einer Simulation eines Ramanübergangs zwischen den Zuständen  $|+1\rangle$  und  $|-1\rangle$ . Die beiden Ramanfelder haben eine Verstimmung von  $\Delta = 6,8$  GHz zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$ . Für Wechselwirkungszeiten zwischen 0 ms und 50 ms ist die maximal in den Zustand  $|-1\rangle$  transferierte Besetzung gegen die Rabifrequenz  $\Omega$  der Ramanfelder dargestellt. Die Simulation in Abbildung 5.13 zeigt, dass für einen möglichst vollständi-



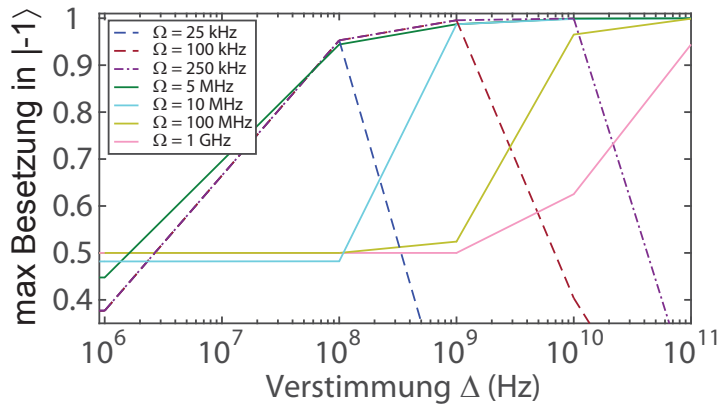
**Abbildung 5.13.:** Mit Acht-Niveau-Blochgleichungen wird ein Ramanübergang zwischen den Zuständen  $|+1\rangle$  und  $|-1\rangle$  simuliert. Dargestellt ist die maximal in den Zustand  $|-1\rangle$  transferierte Besetzung für Wechselwirkungszeiten zwischen 0 ms und 50 ms gegen die Zwei-Photonen-Verstimmung  $\delta$ . Für unterschiedliche Rabifrequenzen der beiden Ramanfelder ist die Entwicklung in verschiedenen Farben hervorgehoben. Die Verstimmung der beiden Ramanfelder zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$  beträgt  $\Delta = 6,8$  GHz. Schwarz dargestellt sind vier Funktionen der Form  $A/\delta^2$  (für  $A = 1, 10, 100$  und  $1000$ ), die den Verlauf des Besetzungstrfers für unterschiedliche Verstimmungen  $\delta$  verdeutlichen.

gen Besetzungstrfer auf dem Zwei-Photonen-Übergang die Rabifrequenz  $\Omega$  der beiden Ramanfelder sehr viel größer sein muss als die Zwei-Photonen-Verstimmung  $\delta$  ( $\Omega \gg \delta$ ). Für größere Zwei-Photonen-Verstimmungen  $\delta$  nimmt der Besetzungstrfer ab. Das Niveau auf das der Besetzungstrfer zurück geht, liegt um so höher, je größer die Rabifrequenz  $\Omega$  ist. In der logarithmischen Darstellung nimmt der Besetzungstrfer mit  $1/\delta^2$  ab, wie die schwarz dargestellten Anpassungen der Form  $A/\delta^2$  (für  $A = 1, 10, 100$  und  $1000$ ) verdeutlichen. Die Simulation in Abbildung 5.14 stellt den Besetzungstrfer mit einem Ramanübergang in den Zustand  $|-1\rangle$  gegen die Verstimmung  $\Delta$  dar. Die für unterschiedliche Rabifrequenzen  $\Omega$  der Ramanfelder durchgeführte Simulation zeigt, dass mit wachsendem Unterschied zwischen der Verstimmung und der Rabifrequenz die maximale Besetzung im Zustand ansteigt. Wenn der Unterschied zwischen Verstimmung  $\Delta$  und Rabifrequenz  $\Omega$  ein bestimmtes Verhältnis überschreitet, nimmt die maximal

#### 5.4. Simulation der durchgeführten Ramanübergänge

transferierte Besetzung ab. Je höher sowohl die gewählte Rabi-Frequenz  $\Omega$  der beiden Ramanfelder als auch die Verstimmung  $\Delta$  sind, um so höher liegt der erreichbare maximale Populationstransfer in den Zustand  $|0'\rangle$ .

Die Simulationen belegen, dass die Zwei-Photonen-Verstimmung der beiden Laserfelder



**Abbildung 5.14.:** Die Abbildung zeigt das Resultat einer Simulation eines Ramanübergangs zwischen den Zuständen  $|+1\rangle$  und  $|-1\rangle$  für Wechselwirkungszeiten zwischen 0 ms und 50 ms. Dargestellt ist die mit dem Zwei-Photonen-Übergang überführte Besetzung in den Zustand  $|-1\rangle$  gegen die Verstimmung  $\Delta$  der beiden Ramanfelder zum Niveau  $|^2P_{1/2}, F = 0\rangle$ . Für unterschiedliche Rabi-Frequenzen  $\Omega$  der beiden Ramanfelder ist die Entwicklung in verschiedenen Farben hervorgehoben. Die Simulation verdeutlicht den Zusammenhang zwischen Verstimmung  $\Delta$  und Rabi-Frequenz  $\Omega$  auf den Besetzungstransfer.

$\delta$  und das Verhältnis zwischen der Rabi-Frequenz  $\Omega$  der beiden Felder zur Verstimmung zum Hilfsniveau  $\Delta$  großen Einfluss auf einen effizienten Bevölkerungstransfer zwischen den beiden Zuständen haben.





# 6

## Dressed States

In Ionenfallen werden Laser zur kohärenten Manipulation der Qubits genutzt. Das Auftreten von nicht vermeidbarer spontaner Emission zerstört dabei die Kohärenz [166]. Schwierigkeiten bereitet auch die Kontrolle und Stabilität von Frequenz und Leistung der Laser [167].

Anstatt gespeicherte Ionen mit komplexen und nur mit viel Aufwand zu stabilisierenden Lasersystemen zu manipulieren, kann es vorteilhaft sein, einfacher zu kontrollierende und stabile Mikrowellenfelder zu nutzen [48, 140]. Bei diesen Verfahren ist die Anregung von Bewegungsmoden durch den deutlich kleineren Lamb-Dicke-Parameter, im Vergleich zu auf Lasern basierenden Systemen, stark unterdrückt. *Magnetic Gradient Induced Coupling (MAGIC)* (siehe Kapitel 2.7) erlaubt es, mittels Mikrowellenstrahlung Quantengatter zwischen Spinzuständen von gespeicherten Ionen zu realisieren [48, 100, 103, 140, 168, 169].

Ein Nachteil ist, dass die genutzten magnetfeldabhängigen Zustände (meist Zeemanniveaus) sehr leicht durch Magnetfeldrauschen und andere Störfelder beeinflusst werden, was zu Dekohärenz führt (siehe Kapitel 2.8). Eine der Hauptursachen dafür sind Rauschen bei der 50 Hz-Oszillationsfrequenz des Stromnetzes und die harmonischen Frequenzen bei 100 Hz, 150 Hz und 200 Hz [43]. Schwankungen un abgeschirmter elektromagnetischer Felder können ebenso zu einer Verkürzung der Kohärenzzeit führen.

Im Falle von  $^{171}\text{Yb}^+$  liegt die Kohärenzzeit der Mikrowellenübergänge  $|0\rangle \leftrightarrow |\pm 1\rangle$  bei etwa 5 ms (Siehe Abbildung 4.7b). Sie liegt damit im Bereich von einigen ms, wie sie auch in Ionenfallen mit optischen Methoden für QIP erreicht werden [170].

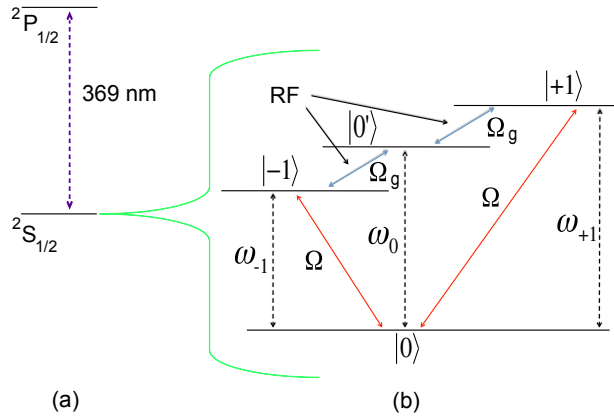
Eine mögliche Lösung, um den Einfluss von Magnetfeldfluktuationen zu reduzieren, ist die sogenannte *Bang Bang*-Technik oder gepulstes *Dynamical Decoupling* [107–115, 171] (siehe Kapitel 2.8.2). Eine andere Möglichkeit ist das permanente Einstrahlen von Feldern, um damit zu bewirken, dass das System unempfindlich gegen Magnetfeldrauschen wird [116–118, 172, 173].

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse einer Methode gezeigt, bei der durch adiabatisch eingeschaltete und daraufhin kontinuierlich eingestrahlte Mikrowellenfelder zwischen magnetfeldabhängigen Zuständen sogenannte *Dressed States* (siehe Kapitel 2.9) erzeugt werden. Die durchgeführten Messungen belegen, dass die *Dressed States* eine mehr als drei Größenordnungen längere Kohärenzzeit erreichen als die atomaren Zeemanzustände und gleichzeitig die Möglichkeit bieten, schnelle Quantenlogik durchzuführen.

## 6. Dressed States

Während der Zeit, in der ein *Dressed States*-Qubit erzeugt wird, können mit zusätzlichen Radiofrequenzfeldern oder weiteren Mikrowellenfeldern schnelle Quantenoperationen durchgeführt werden. Dies ist sogar für kleine Lamb-Dicke-Parameter möglich, da hierfür keine riesigen Magnetfeldgradienten benötigt werden [50]. In planaren Ionenfallen können die für die Mikrowellenfelder genutzten Mikrowellenantennen direkt integriert werden, so dass praktisch die gesamte QIP auf dem Ionen Chip durchgeführt werden kann [6, 140, 174].

### 6.1. Präparation der *Dressed States*



**Abbildung 6.1.:** In Teil (a) der Abbildung sind die atomaren Zustände von  $^{171}\text{Yb}^+$  zu sehen. Laserlicht bei 369 nm auf dem Übergang  $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle \leftrightarrow |^2P_{1/2}, F = 1\rangle$  wird resonant eingestrahlt, zur Zustandsbestimmung genutzt und verstimmt zum Dopplerkühlen des Ions verwendet. In Teil (b) der Abbildung ist die Aufspaltung des hyperfein- und zeemanaufgespaltenen Niveaus  $|^2S_{1/2}\rangle$  gezeigt. Die Zeemanaufspaltung wird durch ein statisches, externes Magnetfeld hervorgerufen. Die atomaren Zustände des Niveaus werden als  $|0\rangle$ ,  $|-1\rangle$ ,  $|+1\rangle$  und  $|0'\rangle$  bezeichnet. Die eingestrahelten Mikrowellenfelder mit den Frequenzen  $\omega_{-1}$  und  $\omega_{+1}$  und der zugehörigen Rabifrequenz  $\Omega$  erzeugen die unterschiedlichen *Dressed States*. Mit Radiofrequenzfeldern bei einer Frequenz von  $\omega_0 - \omega_{-1}$  oder  $\omega_{+1} - \omega_0$  können Übergänge zwischen den *Dressed States* ( $|D\rangle$  oder  $|B\rangle$ ) und  $|0'\rangle$  angeregt werden. Die zugehörige Rabifrequenz der Radiofrequenzfelder ist  $\Omega_g$ .

Zwischen den atomaren Hyperfeinzuständen des elektronischen Grundzustands werden mit Mikrowellenfeldern (bei 12,6 GHz) Übergänge hervorgerufen. Die Mikrowellenfelder werden mit zwei Radiofrequenzquellen<sup>1</sup> erzeugt, bei denen die Frequenz, die Amplitude und die Phase kontrollierbar sind. Die beiden Ausgangssignale werden in einem Splitter<sup>2</sup> kombiniert und mit einem dritten Signal, mit einer festen Frequenz von 6,3 GHz, das frequenzverdoppelt wird, gemischt, um die gewünschten Frequenzen bei 12,6 GHz zu erreichen. Das so erzeugte Signal wird verstärkt und von einer Hornantenne abgestrahlt.

<sup>1</sup>Toptica Photonics, VFG150

<sup>2</sup>Mini Circuits, ZFSC-2-1

In dem in Abbildung 6.2 illustrierten Schema treiben zwei Mikrowellenfelder die Magnetfeldabhängigen Übergänge zwischen  $|-1\rangle$ ,  $|+1\rangle$  und  $|0\rangle$ . Die beiden MW-Felder besitzen die gleichgroße Rabi-Frequenz ( $\Omega$ ) und die gleiche absolute Verstimmung  $\Delta = \Delta_- = \Delta_+$  vom Niveau  $|0\rangle$ . Der in der Mikrowellen *Dressed States*-Basis aufgespannte Unterraum zwischen den beiden Zuständen  $|D\rangle = (|-1\rangle - |+1\rangle)/\sqrt{2}$  und  $|0'\rangle$  ist von den anderen beiden Zuständen  $|u\rangle = (|B\rangle + |0\rangle)/\sqrt{2}$  und  $|d\rangle = (|B\rangle - |0\rangle)/\sqrt{2}$  des Systems energetisch verschoben. Zwischen den energetisch entkoppelten Zuständen  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$  findet keine Kopplung durch magnetische Fluktuationen statt. Solange die spektrale Energiedichte der Magnetfeldfluktuationen keine Frequenzkomponente besitzt, die der Energieaufspaltung von  $\Omega/\sqrt{2}$  nach  $|u\rangle$  oder  $|d\rangle$  entspricht, ist die Dephasierung stark unterdrückt. Der so geschützte Unterraum ist abhängig von der relativen Phase zwischen den beiden Mikrowellenfeldern mit der Rabi-Frequenz  $\Omega$ , die die beiden Übergänge  $|0\rangle \leftrightarrow |\pm 1\rangle$  treiben. Für eine relative Phase von 0 zwischen den beiden Feldern wird der *Dressed States* Zustand  $|D\rangle = (|-1\rangle - |+1\rangle)/\sqrt{2}$  erzeugt und für eine relative Phase von  $\pi$  wird der Zustand  $|B\rangle = (|-1\rangle + |+1\rangle)/\sqrt{2}$  erzeugt.

Das Einstrahlen eines zusätzlichen Radiofrequenzfeldes zwischen den Zuständen  $|0'\rangle \leftrightarrow |\pm 1\rangle$  mit der Rabi-Frequenz  $\Omega_g$  und einer möglichen Verstimmung  $\Delta_{RF\pm}$  erlaubt es, in der *Dressed States*-Basis allgemeine Ein-Qubit-Rotationen zwischen den Zuständen  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$  zu treiben. Der Verfahrensablauf von Ein-Qubit Operationen, wie Ramsey- oder Rabi-Spektroskopieexperimenten in der *Dressed States*-Basis kann in drei Abschnitte unterteilt werden. Mittels einer unvollständigen **ST**Imulated **R**aman **A**diabatic **P**assage (*STIRAP*) Sequenz mit zwei MW-Feldern wird das System adiabatisch von der atomaren Basis in die *Dressed States*-Basis überführt (siehe Abschnitt 6.2) [130–132]. Mit der *STIRAP*-Sequenz ist ein adiabatischer Transport der Besetzung zwischen zwei Zuständen möglich. Hier sollen mit der *STIRAP*-Sequenz nur die jeweiligen *Dressed States* Zustände erzeugt werden.

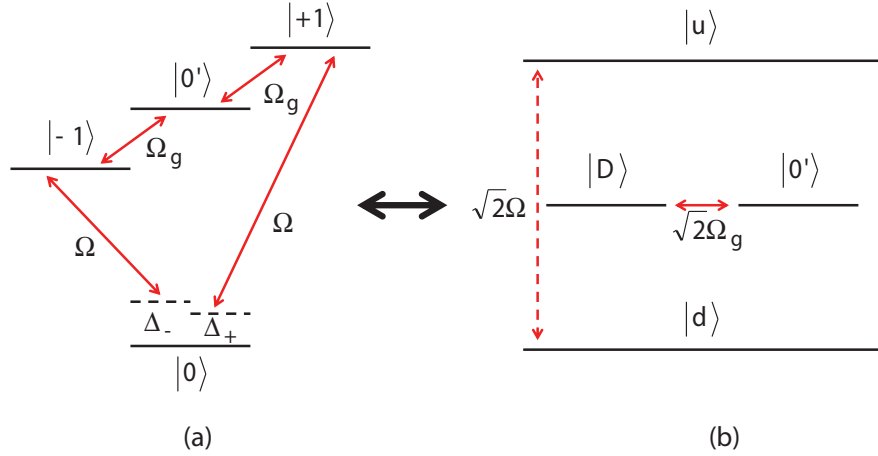
Im zweiten Abschnitt werden die Amplituden und Phasen der beiden MW-Felder für eine bestimmte Zeit  $T$  konstant gehalten. Während dieser Zeit  $T$  können nun Quantenoperationen mit Radiofrequenzfeldern zwischen den Zuständen  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$  oder  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  durchgeführt werden.

In Teil drei wird die *STIRAP*-Sequenz beendet und die Besetzung zurück aus der *Dressed States*-Basis in die atomaren Zustände überführt. In Schritt drei würde jede Dephasierung der *Dressed States* in der Zeit  $T$  oder jeder mögliche Übergang in einen anderen Zustand zu einem unvollständigen Besetzungstransfer führen.

## 6.2. *STIRAP-Verfahren*

In dieser Arbeit wird das *STIRAP*-Verfahren genutzt, um die Besetzung des Ions in die *Dressed States*-Basis zu überführen und die verschiedenen *Dressed States* Zustände zu erzeugen (siehe Kapitel 2.9.1) [130–132]. Bevor der *Dressed State*  $|D\rangle$  präpariert werden kann, müssen vorher die Resonanzfrequenzen der beiden genutzten MW-Übergänge

## 6. Dressed States



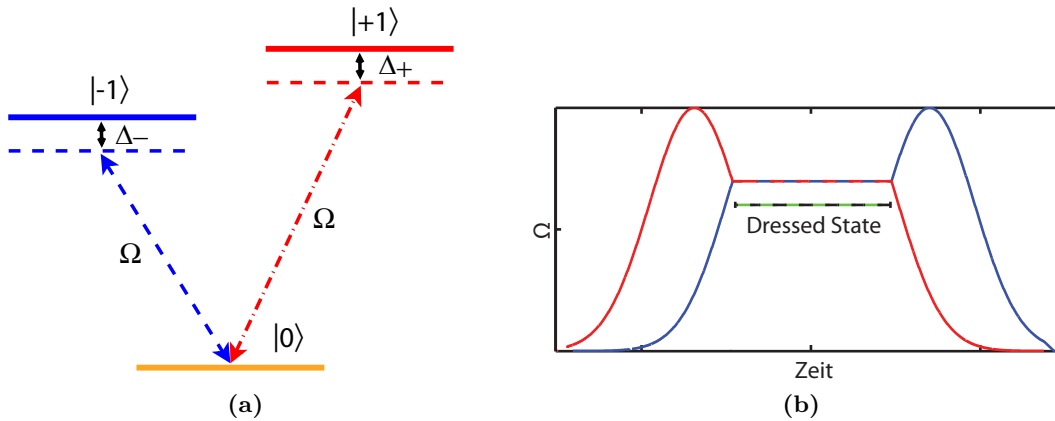
**Abbildung 6.2.:** Das abgebildete Schema verdeutlicht, wie die genutzten *Dressed States* erzeugt werden und wie Übergänge zwischen den Zuständen  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$  realisiert werden. In Teil (a) sind die atomaren Zustände von  $^{171}\text{Yb}^+$  zu sehen. Die Zustände  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$  repräsentieren die beiden magnetfeldabhängigen Zustände. Die beiden Zustände  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$  stellen zwei weitere magnetfeldunabhängige Zustände dar. Die zwei eingestrahelten Mikrowellenfelder mit der zugehörigen Rabi-Frequenz  $\Omega$  und den absoluten Verstimmungen  $\Delta_-$  und  $\Delta_+$  vom Niveau  $|0\rangle$  erzeugen die *Dressed States*-Basis, die in Teil (b) der Abbildung zu sehen ist. In der *Dressed States*-Basis sind die beiden Zustände  $|D\rangle = (|-1\rangle - |+1\rangle)/\sqrt{2}$  und  $|B\rangle = (|-1\rangle + |+1\rangle)/\sqrt{2}$  energetisch von den beiden anderen Zuständen  $|u\rangle = (|B\rangle + |0\rangle)/\sqrt{2}$  und  $|d\rangle = (|B\rangle - |0\rangle)/\sqrt{2}$  separiert. Aufgrund der energetischen Separation der Niveaus  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  um  $\Omega/\sqrt{2}$  von  $|D\rangle$  ist ein zwischen den beiden Zuständen  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$  erzeugtes Qubit recht widerstandsfähig gegen Magnetfeldfluktuationen. Phasenschwankungen sind durch die Energielücke zwischen den Zuständen unterdrückt und Leistungsschwankungen der Mikrowelle haben keinen Einfluss auf den energetischen Abstand zwischen den beiden Qubit-Zuständen  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Mit einem Radiofrequenzfeld zwischen  $|-1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  oder  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  können die beiden Qubit-Zustände  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$  in der *Dressed States*-Basis gekoppelt oder allgemein ein Qubit Quantengatter implementiert werden. Die zugehörige Rabi-Frequenz des Radiofrequenzfeldes ist  $\Omega_g$ .

gesucht werden und das MW-System kalibriert werden, um die beiden Übergänge simultan mit der gleichen Rabi-Frequenz  $\Omega$  treiben zu können. Der Verfahrensablauf der dazu durchgeführten Rabi- und Ramsey-Spektroskopieexperimente ist in Kapitel 4 erklärt. Um den *Dressed State*  $|D\rangle$  zu präparieren, wird zunächst das Ion mittels des um 2,1 GHz verstimmt Laser bei 369 nm in den atomaren Zustand  $|0\rangle$  initialisiert. Ein Mikrowellen „ $\pi$ -Puls“ bringt die Besetzung in den Zustand  $|-1\rangle$ . Die Mikrowellenfelder werden mit zwei Radiofrequenzgeneratoren<sup>3</sup>, die mit einem *Splitter*<sup>4</sup> zusammengeführt sind (Kapitel 3.8.1), erzeugt. Mit Hilfe der ersten Hälfte der *STIRAP*-Sequenz wird der *Dressed State*  $|D\rangle$  besetzt.

In Abbildung 6.3b ist der gaußförmige Verlauf der Rabi-Frequenz der beiden *STIRAP*-Felder in Einheiten der Rabi-Frequenz  $\Omega$  aufgetragen. An dem Zeitpunkt, wenn sich die

<sup>3</sup>Toptica, VFG150

<sup>4</sup>Mini-Circuits, ZFSC-2-1+



**Abbildung 6.3.:** In Teil (a) ist die Niveauanordnung der atomaren Zustände mit den um  $\Delta_+$  und  $\Delta_-$  verstimmt Mikrowellenfeldern mit der Rabi-Frequenz  $\Omega$  dargestellt. Das für die Experimente mit den *Dressed States* genutzte Lambdasystem befindet sich im Grundzustand von  $^{171}\text{Yb}^+$ . Die Farbkodierung der Zustände und Felder entspricht dem in den mit Acht-Niveau-Blochgleichungen durchgeführten Computersimulationen. In Teil (b) der Abbildung ist der gaußförmige Verlauf der Amplituden der beiden *STIRAP*-Felder in Einheiten der Rabi-Frequenz  $\Omega$  während der Sequenz veranschaulicht. Die Amplituden der zeitlich versetzten Felder sind dazu in Einheiten der Rabi-Frequenz  $\Omega$  gegen die Zeit aufgetragen. Sobald die *Dressed States* vollkommen besetzt sind, werden die Amplituden der MW-Felder für eine bestimmte Zeit  $T$  konstant gehalten. Das Beenden der Sequenz führt die Besetzung adiabatisch zurück in die atomare Basis.

beiden Einhüllenden der Amplituden der beiden Mikrowellenfelder kreuzen und die maximale Besetzung im gewünschten *Dressed States* Zustand erreicht ist, wird die zeitliche Entwicklung der *STIRAP*-Sequenz angehalten und anschließend die Amplitude und die Phase der beiden Mikrowellenfelder für eine bestimmte Zeit konstant gehalten. Wie in Abbildung 6.3b veranschaulicht ist, wird (in diesem Fall) der *Dressed State*  $|D\rangle$  erzeugt und dieser existiert solange, bis Dephasierung auftritt oder die adiabatische Entwicklung der *STIRAP*-Sequenz fortgesetzt wird. Die Lebensdauer des *Dressed State*  $|D\rangle$  wird in Abschnitt 6.5.2 untersucht.

Die zweite Hälfte der *STIRAP*-Sequenz führt die Besetzung aus der *Dressed States*-Basis zurück in den atomaren Zustand  $|+1\rangle$ . Dabei würde jede mögliche Dephasierung während der Haltezeit  $T$  zu einem unvollständigen Besetzungstransfer zurück in den atomaren Zustand  $|+1\rangle$  führen. Befindet sich die Besetzung im atomaren Zustand  $|+1\rangle$ , ist es jedoch nicht möglich während des zustandsselektiven Nachweises durch Einstrahlen von Laserlicht bei 369 nm und der Detektion der Resonanzfluoreszenz zu entscheiden, ob sich das Ion im Zustand  $|+1\rangle$ ,  $|-1\rangle$  oder  $|0\rangle$  befindet. Ein Mikrowellen „ $\pi$ -Puls“, der die Besetzung aus dem Zustand  $|+1\rangle$  nach  $|0\rangle$  pumpt, löst dieses Problem.

Nun werden, vorausgesetzt die *STIRAP*-Sequenz und der anschließende „ $\pi$ -Puls“ haben effizient und fehlerfrei funktioniert, keine Photonen während des zustandsselektiven Nachweises detektiert. Ein weiterer Vorteil des „ $\pi$ -Pulses“ ist, dass die durch fehlerhafte Pulse oder Dekohärenz angereicherte unerwünschte Besetzung in  $|0\rangle$  identifiziert werden kann. Der sich in  $|0\rangle$  vor dem „ $\pi$ -Puls“ befindende Anteil der Besetzung wird durch den

## 6. Dressed States

„ $\pi$ -Puls“ nach  $|+1\rangle$  gepumpt und führt beim Auslesen zu einem Hell-Ereignis (siehe Abschnitt 2.5).

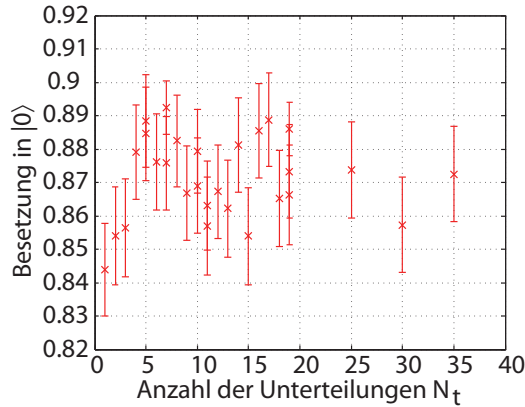
Die Effektivität der adiabatischen Überführung zurück in die atomare Basis kann als eine Funktion der die Mikrowellen-Pulse charakterisierenden Parameter analysiert werden. Das ist vergleichbar zu der in [132] durchgeführten Charakterisierung für eine *STIRAP*-Sequenz mit Laserfeldern:

$$\begin{aligned} A_{\text{R}} &= A_{\text{R}}^{\text{Max}} e^{-\left(\frac{2f_{\Omega}t}{N} - b\right)^2} \\ A_{\text{B}} &= A_{\text{B}}^{\text{Max}} e^{-\left(\frac{2f_{\Omega}t}{N} - db\right)^2}. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Die Form der gaußförmigen *STIRAP*-Pulse in den durchgeführten Simulationen und Experimenten können mit den in Formel 6.1 angegebenen Gleichungen beschrieben werden.  $A_{\text{R}}$  und  $A_{\text{B}}$  beziehen sich dabei auf die sich mit der Zeit  $t$  ändernde Amplitude der in den Simulationen (wie in Abbildung 6.5b) rot und blau dargestellten *STIRAP*-Felder. Der Parameter  $N$  bestimmt die Breite der beiden *STIRAP*-Pulse. Für die Simulation des  $|D\rangle$ -Zustands bestimmt  $b$  das Zentrum (Mitte) des rot dargestellten Feldes und  $db$  das Zentrum des blau dargestellten Pulses. Für den Fall, dass die *STIRAP*-Sequenz den  $|B\rangle$  Zustand präparieren soll, müssen die Parameter  $b$  und  $db$  in den Feldern  $A_{\text{R}}$  und  $A_{\text{B}}$  vertauscht werden, wie in Abbildung 6.5a gezeigt.

Die Ergebnisse der durchgeführten Messungen sind in Einheiten von  $1/f_{\Omega}$  angegeben (außer bei Messungen mit einer Frequenzabhängigkeit).  $f_{\Omega} = \Omega/(2\pi)$  gibt die maximale Rabifrequenz der beiden Mikrowellenfelder im Maximum des Gaußpulses, geteilt durch  $2\pi$ , an. Der Vorteil dieser Unterteilung ist, dass die Ergebnisse unabhängig von der Rabifrequenz der Mikrowellenfelder verallgemeinert sind. Die gaußförmigen *STIRAP* Mikrowellenpulse sind unterteilt in diskrete Zeitabstufungen  $\Delta t = 1/(f_{\Omega}N_t)$  mit ganzzahligen positiven Zahlen für Schrittzahl  $N_t$  und Rabifrequenz  $f_{\Omega} = \Omega/(2\pi)$ , wobei  $\Omega$  die maximale Rabifrequenz der beiden Mikrowellenfelder ist. Die Breite der Pulse ist gegeben durch  $N/f_{\Omega}$  mit ganzzahligem  $N$ . Im Experiment wird die *STIRAP*-Sequenz nicht nach der kontinuierlichen Funktion 6.1 beschrieben, sondern in bestimmten diskreten Schritten. Um zu überprüfen, ob die Schrittweite  $\Delta t = 1/(f_{\Omega}N_t)$  nicht zu groß ist und dadurch die genutzte *STIRAP*-Sequenz keinen adiabatischen Besetzungstransfer mehr ermöglicht, wird der Einfluss der Schrittweite auf den Besetzungstransfer untersucht.

Im ungünstigsten Fall, von nur einem Schritt, besteht die *STIRAP*-Sequenz aus zwei Rechteckpulsen, wodurch kein adiabatischer Transfer mehr möglich ist. Die durchgeführten Messungen ergaben, dass die *STIRAP*-Sequenz unempfindlich gegen Variationen der Schrittweite über einen großen Bereich ist. Wie schon in [50] gezeigt wird, konnten für den Bereich zwischen  $10 \leq N_t \leq 40$  mit einem festem  $N = 10$  keine Auswirkungen auf die Effektivität der Sequenz festgestellt werden. Dabei wird die Schrittweite zwischen  $\Delta t = 5,7 \mu\text{s}$  und  $\Delta t = 1,4 \mu\text{s}$  verändert. Die Gesamtzahl der einzelnen Schritte, die für einen Gaußpuls genutzt wird, ist dabei zwischen 400 und 1600 verändert worden. Die Gesamtzahl der Schritte, in die eine *STIRAP*-Sequenz unterteilt ist, wird durch  $5N \cdot N_t$



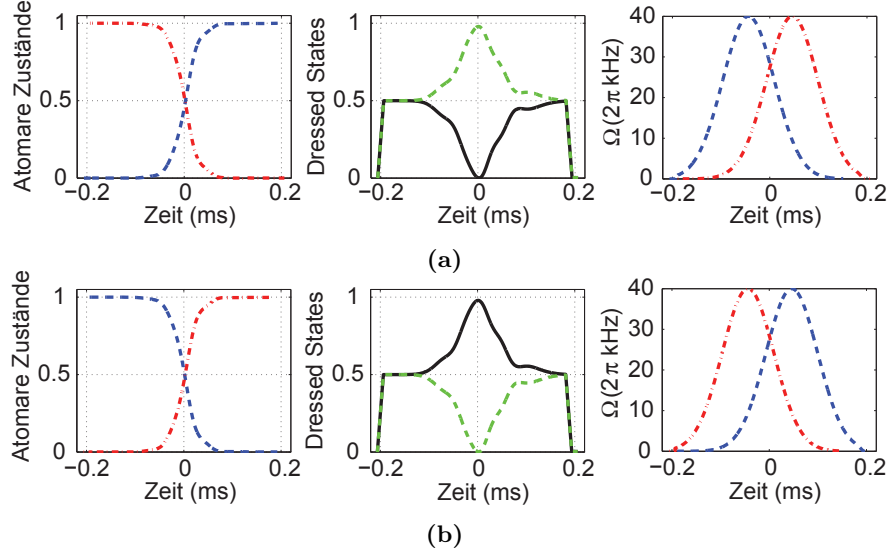
**Abbildung 6.4.:** Die Abbildung zeigt die in den Zustand  $|0\rangle$  abgebildete Besetzung, nachdem die Population mittels einer *STIRAP*-Sequenz vom Zustand  $|-1\rangle$  nach  $|+1\rangle$  überführt wurde. In den Messungen wird der Einfluss der diskreten Zeitabstufungen  $\Delta t = 1/(f_\Omega N_t)$  der *STIRAP*-Sequenz für variierte Werte des Parameters  $N_t$  untersucht. Der Parameter  $N_t$  wird dabei zwischen 1 und 35 verändert und dementsprechend die Zeitabstufungen  $\Delta t$  zwischen  $31,9 \mu\text{s}$  und  $0,9 \mu\text{s}$ . Die maximale Rabi-Frequenz beträgt  $f_\Omega = \Omega/(2\pi) = 31,3 \text{ kHz}$ . Die Halbwertsbreite (*FWHM*) der Gaußpulse liegt in allen Messungen bei  $N/f_\Omega = 159,7 \mu\text{s}$  mit  $N = 5$ . Die beiden Mikrowellenfelder besitzen 0 Hz absolute ( $\Delta$ ) und relative ( $\delta$ ) Verstimmung zu den Resonanzen. Jeder dargestellte Datenpunkt setzt sich aus 800 Wiederholungen zusammen. Die Frequenz der Mikrowellenfelder beträgt für den  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang  $12,6534959 \text{ GHz}$  und für den  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang  $12,6321464 \text{ GHz}$ . Die gezeigten Fehler geben die statistische Abweichung an. Der Parameter  $N_t$  für die Unterteilung der diskreten Zeitabstufungen  $\Delta t$  scheint im untersuchten Bereich nur einen geringen Einfluss auf den Besetzungstransfer zu besitzen. Innerhalb des statistischen Fehlers wird der höchste Populationstransfer für  $N_t$  zwischen fünf und sieben erreicht.

beschrieben. Die Anzahl der für einen Puls genutzten Schritte ist somit  $4N \cdot N_t$ , da die beiden *STIRAP* Pulse  $N \cdot N_t$  Schritte zeitlich versetzt sind. In Abbildung 6.4 wird der Bereich zwischen  $1 \leq N_t \leq 35$  mit einem festem  $N = 5$  analysiert. Die Messungen werden mit einer maximalen Rabi-Frequenz der Gaußpulse von  $f_\Omega = \Omega/(2\pi) = 31,3 \text{ kHz}$  und einer Halbwertsbreite (*FWHM*) der Gaußpulse von  $N/f_\Omega = 159,7 \mu\text{s}$  durchgeführt.  $\Delta t$  wird daher zwischen  $31,9 \mu\text{s}$  und  $0,9 \mu\text{s}$  verändert. Die absolute ( $\Delta$ ) und relative ( $\delta$ ) Verstimmung der Mikrowellenfelder beträgt 0 Hz. Dabei wird die Schrittweite zwischen  $\Delta t = 32 \mu\text{s}$  und  $\Delta t = 0,8 \mu\text{s}$  verändert.

Es konnte dabei festgestellt werden, dass ab einem  $N_t = 4$ , entsprechend einer Unterteilung eines Gaußpulses in 80 Schritte, eine hohe Effektivität des Besetzungstrfers mit der *STIRAP*-Sequenz erzielt werden kann. Für eine sehr große Schrittzahl  $N_t$  sinkt die Effektivität tendenziell leicht (innerhalb des statistischen Fehlers). Sogar für eine geringe Anzahl von Schritten konnte nur ein geringer Einfluss auf die Effizienz bestimmt werden. Für  $N_t = 1$  folgt eine Unterteilung von 20 Abstufungen (Schritte) für einen Gaußpuls.



## 6. Dressed States



**Abbildung 6.5.:** Im oberen Teil (a) der Abbildung ist mit Hilfe der zeitlichen Entwicklung der Dichtematrix die Besetzung des *Dressed State*  $|B\rangle$  simuliert. Der zeitliche Verlauf der Besetzung in den atomaren Zuständen und in den *Dressed States* ist abgebildet. Zudem sind der gaußförmige Verlauf der Amplituden der Mikrowellenfelder in Einheiten der Rabi-Frequenz  $\Omega$  dargestellt. Zu Beginn der Simulation befindet sich die atomare Population vollständig im Zustand  $|+1\rangle$  (rot gestrichelt-punktiert). Die Farbkodierung für den  $|-1\rangle$ -Zustand ist blau gestrichelt. Die folgenden adiabatischen, zeitversetzten Gaußpulse der *STIRAP*-Sequenz führen in der Mitte der Sequenz zur vollständigen Besetzung des *Dressed State*  $|B\rangle$  (grün gestrichelte Linie). Die Besetzung des  $|D\rangle$ -Zustands zeigt die schwarze Linie. Während der *STIRAP*-Sequenz besitzen die beiden Mikrowellenfelder einen Phasenunterschied von  $\pi$ . In der durchgeführten Simulation sind die Mikrowellenfelder resonant mit den atomaren Übergängen  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  und  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$ . Die *STIRAP*-Sequenz wird, wie in Formel 6.1 beschrieben ist, durch die folgenden Parameter charakterisiert: Pulsabstand der MW-Pulse  $3,6/f_\Omega = 90 \mu\text{s}$ , Halbwertsbreite (*FWHM*) der Gaußpulse von  $5/f_\Omega = 125 \mu\text{s}$  und  $\Delta t = \frac{1}{80f_\Omega} = 0,31 \mu\text{s}$ , mit  $f_\Omega = 40 \text{ kHz}$ . Im unteren Teil (b) der Abbildung wird eine Simulation der Dichtematrix-Entwicklung des Systems durchgeführt, mit dem Ziel den  $|D\rangle$ -Zustand zu besetzen. Der Unterschied zu Teil (a) besteht darin, dass der Anfangszustand der  $|-1\rangle$ -Zustand ist. In der nun folgenden *STIRAP*-Sequenz ist die Reihenfolge der sich in Phase befindenden MW-Felder im Vergleich zu Teil (a) vertauscht. Die Farbkodierung und Parameter der *STIRAP*-Sequenz entsprechen Teil (a). Die Simulationen zeigen, dass mit den gewählten Parametern eine vollständigen Besetzung der *Dressed States* erreicht wird.

### 6.3. Einfluss einer absoluten Verstimmung der MW-Felder

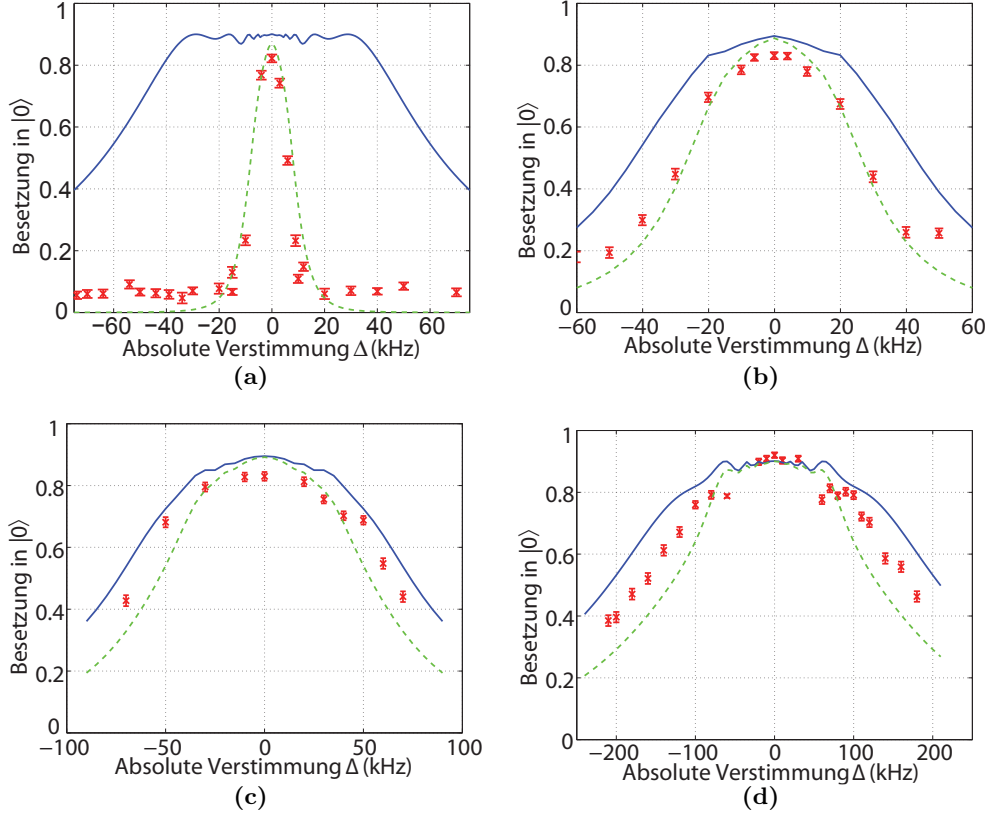
In diesem Abschnitt wird der Einfluss einer absoluten Verstimmung  $\Delta$  der beiden Mikrowellenfelder auf die Präparationseffizienz der *Dressed States* Zustände untersucht. Dazu wird der Besetzungstransfer mit der *STIRAP*-Sequenz in die *Dressed States*-Basis und zurück in die atomare Basis analysiert. Die Untersuchung zeigt, dass eine sehr gute Effizienz für identische absolute Verstimmungen  $\Delta_+ = \Delta_-$  der beiden MW-Felder erzielt wird. Die besten Werte werden für resonante Bedingungen  $\Delta_+ = 0 = \Delta_-$  und eine geringfügige relative Verstimmung  $\delta$  erreicht. Wie in Abbildung 6.6d gezeigt wird, führen geringe, gleichmäßige Abweichungen  $\Delta_+ = \Delta_-$  von der Resonanz zu einer kleinen Reduktion der Effizienz. Wenn man die Auswirkung der absoluten Verstimmung  $\Delta$  im Zusammenhang mit der maximalen Rabi-Frequenz  $\Omega$  betrachtet, wie in Abbildung 6.6a und Abbildung 6.6d zu sehen ist, fällt auf, dass mit steigender Rabi-Frequenz  $\Omega$  der Einfluss der absoluten Verstimmung  $\Delta$  abnimmt. In Abbildung 6.6a beträgt die maximale Rabi-Frequenz der *STIRAP*-Felder  $\Omega = 2\pi \cdot 9,35$  kHz und in Abbildung 6.6d ist die Rabi-Frequenz  $\Omega = 2\pi \cdot 36,9$  kHz.

Vergleicht man die aufgenommenen Daten mit einer Dichtematrix-Simulation des Systems, hat es den Anschein, dass während der Messungen zusätzlich zur absoluten Verstimmung  $\Delta$  auch eine relative Verstimmung  $\delta = \Delta_+ - \Delta_-$  existiert haben muss. Ein möglicher Grund könnte eine Änderung des externen Magnetfeldes zwischen der Kalibrierung des Systems und den durchgeführten Messungen sein. Eine relative Verstimmung von  $\delta \approx 2$  kHz führt, wie in der Simulation 6.6d zu sehen ist, mit zunehmender Verstimmung  $\Delta$  zu einer Reduzierung der Effizienz. Aus den Simulationen der Effektivität des Besetzungstransfers für unterschiedliche maximale Rabi-Frequenzen  $\Omega$ , dargestellt in Abbildung 6.6a bis 6.6d, ist zu erkennen, dass je kleiner die relative Verstimmung  $\delta$  ist, um so widerstandsfähiger ist der *STIRAP*-Prozess für eine absolute Verstimmung  $\Delta$ . Die Simulationen zeigen, dass sich sogar bei einer geringen Rabi-Frequenz von  $\Omega = 2\pi \cdot 9,35$  kHz und einer absoluten Verstimmung von  $\Delta = 4$  kHz nach der *STIRAP*-Sequenz eine Besetzung von 0,76 im gewünschten Zustand befindet (Abbildung 6.6a).

### 6.4. Einfluss einer relativen Verstimmung der MW-Felder

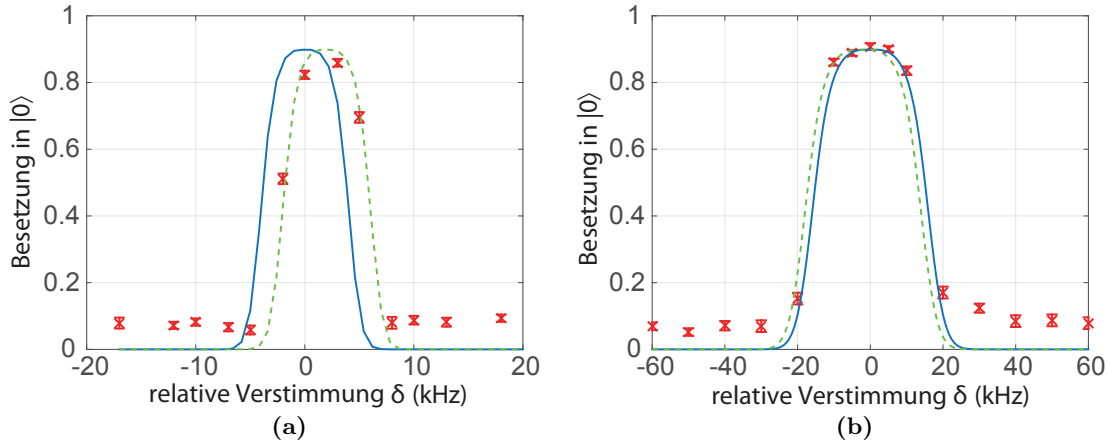
Der Effekt, dass die Frequenzverstimmung der beiden Mikrowellen *STIRAP*-Felder zu der Resonanz der Übergänge nicht den gleichen Wert besitzt, soll in diesem Abschnitt behandelt werden. Der Einfluss einer relativen Verstimmung  $\delta = \Delta_+ - \Delta_-$  wird untersucht, indem die Frequenz eines Mikrowellenfeldes auf der Resonanz des gewünschten Übergangs eingestellt bleibt und die Frequenz des anderen Feldes verändert wird. Die Effektivität der Besetzungsüberführung einer *STIRAP*-Sequenz wird dazu für unterschiedliche Verstimmungen  $\delta$  und unterschiedliche maximale Rabi-Frequenzen  $\Omega$  betrachtet (Abbildung 6.7a und 6.7b). In den Abbildungen ist zudem eine Dichtematrix-Simulation des Systems gezeigt. Während der Messungen können Änderungen des äußeren Magnetfeldes

## 6. Dressed States



**Abbildung 6.6.:** Die in der Abbildung vorgestellten Ergebnisse zeigen den Einfluss von unterschiedlichen absoluten Verstimmungen  $\Delta = \Delta_+ = \Delta_-$  auf den Besetzungstransfer einer *STIRAP*-Sequenz mit einer relativen Verstimmung  $\delta = 0$  Hz. (a) Die maximale Rabi-Frequenz der beiden Mikrowellenfelder beträgt  $f_\Omega = \Omega/2\pi = 9,35$  kHz. Der zeitliche Abstand der Mikrowellenpulse ist  $0,42$  ms. Die Gaußpulse besitzen eine Halbwertsbreite (*FWHM*) von  $534,5 \mu\text{s}$ , mit  $N_t = 10$  Unterteilungen. Außerdem ist eine mit der zeitlichen Entwicklung der Dichtematrix durchgeführte Simulation in der Abbildung zu sehen, wodurch die experimentellen Ergebnisse überprüft werden können. Die blauen und grünen Linien zeigen jeweils die Resultate der Computersimulation für eine relative Verstimmung von  $\delta = 0$  kHz und  $2$  kHz. Teil (b) zeigt die Ergebnisse für eine maximale Rabi-Frequenz der Mikrowellenfelder von  $f_\Omega = 19,5$  kHz. Die relative Verstimmung während der Messung ist  $\delta = 0$  Hz. Der zeitliche Versatz der beiden Mikrowellenfelder beträgt  $0,15$  ms und die Breite ist  $256,4 \mu\text{s}$ . Die Dichtematrix-Simulation ist für eine relative Verstimmung von  $\delta = 2$  kHz blau und für  $\delta = 3$  kHz grün dargestellt. Für die in (c) abgebildeten Resultate beträgt die maximale Mikrowellen Rabi-Frequenz  $f_\Omega = 31,5$  kHz. Die  $158,7 \mu\text{s}$  breiten (*FWHM*) Gaußpulse sind um  $0,06$  ms zeitlich versetzt. Die Simulation des Systems ist blau resonant eingezeichnet und grün für eine relative Verstimmung von  $\delta = 4$  kHz. Teil (d) zeigt die Resultate für eine maximale Rabi-Frequenz von  $f_\Omega = 36,9$  kHz, einen zeitlichen Versatz von  $0,03$  ms und einer Breite der beiden *STIRAP*-Pulse von  $135,5 \mu\text{s}$ . Eine Dichtematrix-Simulation ist blau für einer relativen Verstimmung  $\delta = 1$  kHz und grün für  $\delta = 2$  kHz dargestellt. Die Messpunkte setzen sich in allen Teilen (von (a) bis (d)) aus  $800$  Wiederholungen zusammen und die Fehlerbalken geben die Standardabweichung an. In den Dichtematrix-Simulationen ist die maximal mögliche Besetzung auf  $0,9$  reduziert worden. Die Simulationen zeigen, dass die durchgeführten Experimente mit der Theorie vereinbar sind und während der Messungen eine relative Verstimmung  $\delta \neq 0$  kHz existiert haben muss. Die Experimente zeigen, dass je größer die Rabi-Frequenz der MW-Felder ist, umso geringer ist der negative Einfluss einer absoluten Verstimmung  $\Delta$  der MW-Felder auf den Besetzungstransfer während einer *STIRAP*-Sequenz.

#### 6.4. Einfluss einer relativen Verstimmung der MW-Felder



**Abbildung 6.7.:** Die Abbildung zeigt den Einfluss einer relativen Verstimmung ( $\delta = \Delta_+ - \Delta_-$ ) der beiden Mikrowellenfelder auf den *STIRAP*-Bevölkerungstransfer zwischen den atomaren Zuständen. Dafür wird das Mikrowellenfeld auf dem  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang resonant eingestrahlt ( $\Delta_+ = 0$ ). Für die in (a) dargestellten Resultate beträgt die maximale Rabifrequenz  $f_\Omega = \Omega/2\pi = 9,35$  kHz und die Mikrowellenfelder sind  $520 \mu\text{s}$  zeitlich versetzt. Die mit  $N = 5$  und  $N_t = 10$  Schritten unterteilten Gaußpulse besitzen eine Breite von  $534,8 \mu\text{s}$ . Die zugehörige Dichtematrix-Simulation der Entwicklung des Systems ist blau dargestellt und grün gestrichelt für eine zusätzliche relative Verstimmung von  $-2$  kHz. In Teil (b) ist die Abhängigkeit der relativen Verstimmung für eine maximale Rabifrequenz von  $f_\Omega = 36,9$  kHz zu sehen. Das Mikrowellenfeld auf dem  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang wird wie in (a) resonant eingestrahlt ( $\Delta_+ = 0$ ). Die Mikrowellenpulse sind zeitlich um  $132 \mu\text{s}$  separiert und die in  $N_t = 10$  Schritten erzeugten Gaußpulse sind  $135,5 \mu\text{s}$  breit. Die blaue Linie zeigt die Entwicklung der Dichtematrix-Simulation für die experimentell durchgeführten Parameter. Für die grüne Linie ist in der Simulation eine zusätzliche relative Verstimmung von  $+2$  kHz angenommen. In Teil (a) und (b) ist die Resonanzfrequenz auf dem  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang  $12,653114$  GHz und auf dem  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang  $12,632527$  GHz. Jeder abgebildete Datenpunkt setzt sich aus 800 Wiederholungen zusammen. Die Fehlerbalken der Messwerte geben den statistischen Fehler an. In den Dichtematrix-Simulationen wird eine maximal mögliche Besetzung von  $0,9$  angenommen. Die beiden Experimente zeigen, dass die Widerstandsfähigkeit des *STIRAP*-Bevölkerungstrfers gegenüber einer relativen Verstimmung  $\delta$  der beiden Mikrowellenfelder stark abhängig von der Rabifrequenz  $\Omega$  ist. Die Simulationen belegen, dass die durchgeführten Experimente mit der Theorie vereinbar sind und während den Messungen in Teil (a) eine zusätzliche relative Verstimmung  $\delta \approx -2$  kHz existiert haben muss.

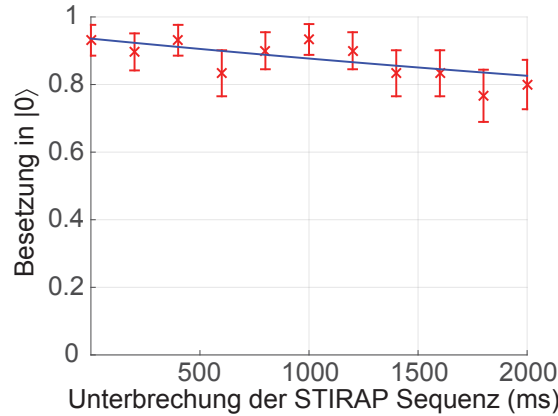
## 6. *Dressed States*

die relative Verstimmung  $\delta$  beeinflussen. Dies scheint in Abbildung 6.7a aufgetreten zu sein, da die simulierte Kurve (grün dargestellt) mit einer zusätzlichen Verstimmung von  $-2$  kHz eine höhere Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Datenpunkten ergibt. Die Experimente zeigen, dass die aufgenommenen Daten mit der Vorhersage der Simulationen übereinstimmen. Der effiziente Besetzungstransfer der *STIRAP*-Sequenz zeigt eine hohe Empfindlichkeit auf eine relative Verstimmung  $\delta$  der Mikrowellenfelder. Die Widerstandsfähigkeit der *STIRAP*-Sequenz steigt mit einer höheren maximalen Rabifrequenz  $\Omega$  der beiden Mikrowellenfelder. Wie in Abbildung 6.7b zu sehen ist, scheint für eine maximale Rabifrequenz von  $2\pi \cdot 36,9$  kHz eine relative Verstimmung von  $\pm 10$  kHz die Effektivität der *STIRAP*-Sequenz nicht zu beeinflussen. Während in Abbildung 6.7a, wo die maximale Rabifrequenz der Mikrowellenfelder  $2\pi \cdot 9,35$  kHz ist, die mögliche Verstimmung  $\delta$ , die keine Reduktion der Effizienz verursacht, nur etwa 2 kHz beträgt. Demzufolge zeigt sich der Einfluss einer relativen Verstimmung der beiden MW-Felder während der *STIRAP*-Sequenz stark abhängig von der Rabifrequenz  $\Omega$  der beiden Felder. Die Ergebnisse belegen, je höher die Rabifrequenz  $\Omega$  ist, um so unempfindlicher zeigt sich die *STIRAP*-Sequenz gegen eine relative Verstimmung der beiden Felder.

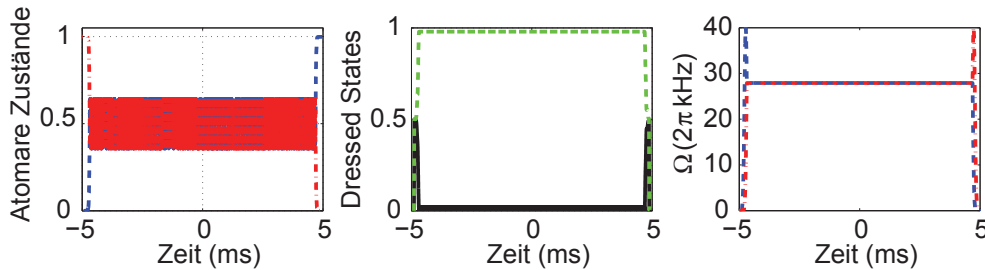
## 6.5. Lebensdauer der *Dressed States*

### 6.5.1. Lebensdauer des *Dressed State* $|B\rangle$

Dieser Abschnitt untersucht die Effektivität der Präparation und den Nachweis des *Dressed State*  $|B\rangle = (|-1\rangle + |+1\rangle)/\sqrt{2}$  als Funktion der Haltezeit  $T$  in der Entwicklung der *STIRAP*-Sequenz. Wie in Abbildung 6.3b zu sehen ist, stellt die Haltezeit  $T$  der *STIRAP*-Sequenz den Bereich dar, in dem Amplitude und Phase der beiden Mikrowellenfelder konstant gehalten werden. Nach der Zeit  $T$  wird die *STIRAP*-Sequenz vollendet und die Besetzung adiabatisch in den Endzustand  $|+1\rangle$  überführt. Jegliche Form von Dephasierung oder mögliche Übergänge in andere Zustände während der Haltezeit  $T$  führen zu einem unvollständigen Bevölkerungstransfer. In Abbildung 6.8 ist die in den  $|0\rangle$ -Zustand abgebildete Besetzung zu sehen, nachdem für die Zeit  $T$  der *Dressed State*  $|B\rangle$  erzeugt wird. Die Lebensdauer des  $|B\rangle$ -Zustands überschreitet deutlich die Messzeit von 2000 ms. Aus einer an die Daten angepassten Exponentialfunktion ( $P(T) = P_0 e^{-\gamma_B T}$ ) ergibt sich eine mit Null verträgliche Zerfallsrate und eine Lebensdauer des  $|B\rangle$ -Zustands von  $(7,2 \pm 5,4)$  s. Die Lebensdauer ist somit drei Größenordnungen länger als die der atomaren magnetfeldabhängigen Zustände  $|+1\rangle$  und  $|-1\rangle$ . In Abbildung 6.9 ist eine Dichtematrix-Simulation der Lebensdauer des *Dressed State*  $|B\rangle$  mit einer maximalen Rabifrequenz der Mikrowellenfelder von  $\Omega = 2\pi \cdot 40$  kHz durchgeführt. Die Simulation ist darin mit der experimentell durchgeführten Messung vollkommen konsistent, dass der *Dressed State*  $|B\rangle$  während der gesamten Haltezeit  $T$  vollständig besetzt ist. Im rechten Teil der Abbildung ist ein Schema mit der Entwicklung der Mikrowellenfelder und der für die Zeit  $T$  konstant gehaltenen Amplituden und Phasen zu sehen.



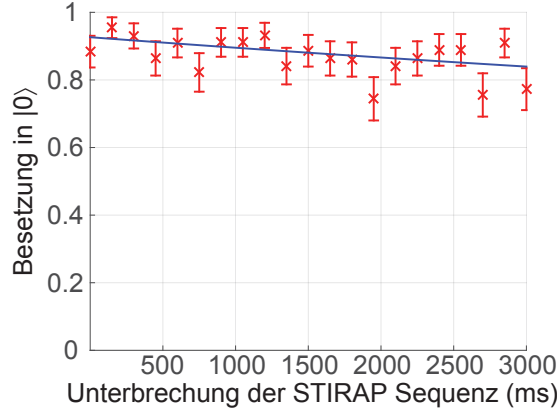
**Abbildung 6.8.:** Dargestellt ist die Lebensdauer des *Dressed State*  $|B\rangle$ . Nach der adiabatischen Präparation des  $|B\rangle$ -Zustands werden Amplitude und Phase der Mikrowellenfelder für die auf der x-Achse angegebene Zeit  $T$  konstant gehalten. Beide Mikrowellenfelder werden dazu auf den Resonanzen der Übergänge  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  und  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  eingestrahlt. Zwischen den beiden Mikrowellenfeldern existiert ein Phasenunterschied von  $\pi$ . Die *STIRAP*-Sequenz wird mit einer maximalen Rabi-Frequenz von  $f_{\Omega} = 37,27$  kHz durchgeführt. Die Resonanzen der Mikrowellenübergänge  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  und  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  liegen bei  $12,6530938$  GHz und  $12,6325472$  GHz. Der zeitliche Versatz der MW-Pulse ist  $135 \mu\text{s}$  und die Halbwertsbreite (*FWHM*) der Gaußpulse ist  $224 \mu\text{s}$ . Jeder abgebildete Datenpunkt setzt sich aus 30 Wiederholungen zusammen. Die durchgezogene blaue Linie stellt die Anpassung einer Exponentialfunktion an die gemessenen Daten dar. Die sich daraus ergebende Lebenszeit des  $|B\rangle$ -Zustands beträgt etwa  $(7,2 \pm 5,4)$  s und ist damit drei Größenordnungen länger als die der atomaren magnetfeldabhängigen Zustände.



**Abbildung 6.9.:** Die Besetzung des *Dressed State*  $|B\rangle$  wird mit einer Entwicklung der Dichtematrix des Systems simuliert. Der zeitliche Verlauf der Besetzung in den atomaren Zuständen sowie in den *Dressed States* ist zu sehen. Zusätzlich sind die Amplituden der Mikrowellenfelder in Einheiten der Rabi-Frequenz  $\Omega$  dargestellt. Die Besetzung befindet sich zu Beginn vollständig im atomaren Zustand  $|+1\rangle$  (rot gestrichelt) und nach der *STIRAP*-Sequenz in  $|-1\rangle$  (blau gestrichelt). Die zeitversetzten adiabatischen *STIRAP*-Pulse präparieren in der Mitte der Sequenz den *Dressed State*  $|B\rangle$  (grün gestrichelte Linie). Die Besetzung im *Dressed State*  $|D\rangle$  zeigt die schwarze Linie. Der  $|B\rangle$ -Zustand bleibt für die gesamte Haltezeit  $T$  vollkommen besetzt. Die Mikrowellenfelder besitzen für die *STIRAP*-Sequenz einen Phasenunterschied von  $\pi$ . Beide Mikrowellenfelder werden in der Simulation resonant auf den Übergängen  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  und  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  eingestrahlt. Für die *STIRAP*-Sequenz ist die maximale Rabi-Frequenz  $f_{\Omega} = 40$  kHz, der Abstand zwischen den Pulsen  $90 \mu\text{s}$  und die Halbwertsbreite (*FWHM*) der Gaußpulse  $125 \mu\text{s}$ .

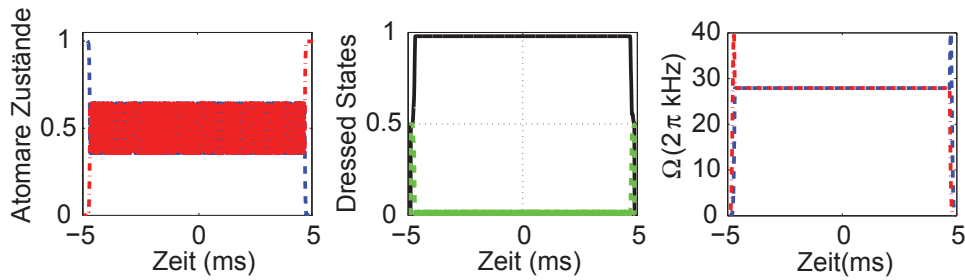
## 6. Dressed States

### 6.5.2. Lebensdauer des *Dressed State* $|D\rangle$



**Abbildung 6.10.:** Dargestellt ist die Lebensdauer des *Dressed State*  $|D\rangle$ . Dafür wird die Entwicklung der *STIRAP*-Sequenz nach der ersten Hälfte angehalten und Amplituden und Phasen der Mikrowellenfelder konstant gehalten. Gezeigt ist die in  $|0\rangle$  abgebildete Besetzung des *Dressed State*  $|D\rangle$  während der Haltezeit  $T$ . Für die durchgeführten Messungen werden die beiden Mikrowellenfelder mit einer maximalen Rabi-Frequenz von  $f_\Omega = 40,7$  kHz auf den Resonanzen der Übergänge  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle = 12,6321453$  GHz und  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle = 12,6534970$  GHz eingestrahlt. Die beiden  $5/f_\Omega = 123$   $\mu\text{s}$  breiten (*FWHM*) Gaußpulse sind  $5/f_\Omega = 123$   $\mu\text{s}$  zeitlich zueinander verschoben. Jeder Datenpunkt setzt sich aus 45 Wiederholungen zusammen. Eine an die Datenpunkte angepasste Exponentialfunktion (blaue Linie) ergibt eine Lebensdauer des Zustands von  $(12,4 \pm 7,1)$  s. Die Lebensdauer ist damit mehr als drei Größenordnungen länger als die Kohärenzzeit der atomaren magnetfeldabhängigen Zustände  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$ .

Die in Abbildung 6.10 dargestellten Resultate zeigen, dass die Lebensdauer des  $|D\rangle$ -Zustands in der kohärenten Überlagerung, im durch die Mikrowellenfelder mit einer maximalen Rabi-Frequenz von  $f_\Omega = 40,7$  kHz geschützten Unterraum, 3000 ms überschreitet. Die durchgezogene blaue Linie stellt die Anpassung einer Exponentialfunktion an die gemessenen Werte dar. Aus der mit Null verträglichen Zerfallsrate des Verlaufs der Exponentialfunktion kann die Lebensdauer des  $|D\rangle$ -Zustands zu  $(12,4 \pm 7,1)$  s bestimmt werden. Die gemessene maximale Kohärenzzeit der atomaren magnetfeldabhängigen Zustände  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$ , die den *Dressed State*  $|D\rangle$  bilden, beträgt 5,3 ms (siehe Abbildung 4.7b). In Abbildung 6.11 ist die Entwicklung der Dichtematrix für den Fall zu sehen, dass der *Dressed State*  $|D\rangle$  mit einer *STIRAP*-Sequenz präpariert wird und anschließend die MW-Felder für die Haltezeit  $T$  konstant gehalten werden. Während der gesamten Haltezeit  $T$  ist der schwarz dargestellte  $|D\rangle$ -Zustand vollkommen besetzt.

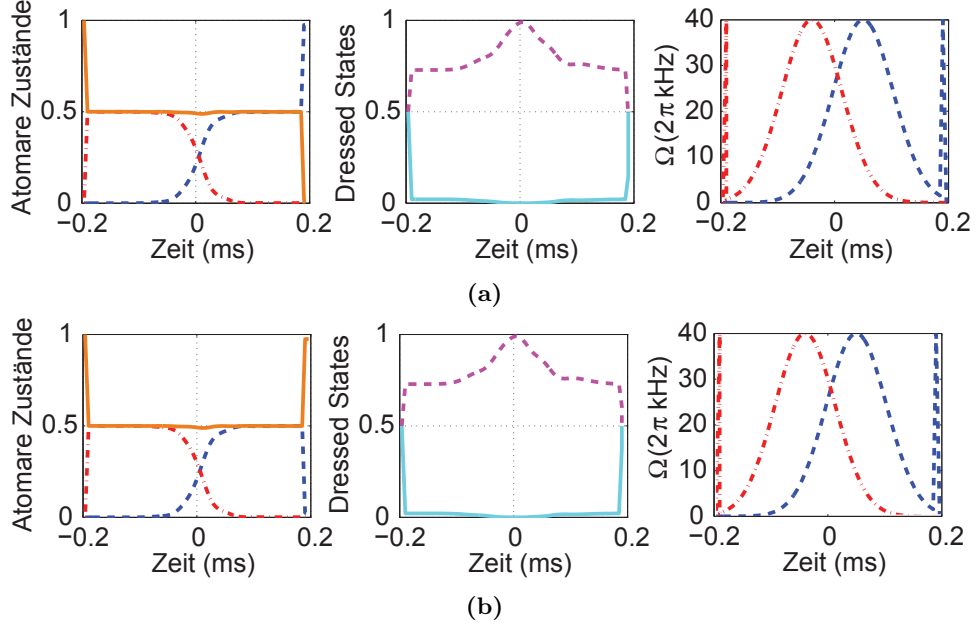


**Abbildung 6.11.:** Die auf der Entwicklung der Dichtematrix beruhende Simulation zeigt die Besetzung des *Dressed State*  $|D\rangle$  (schwarze Linie). Im zeitlichen Verlauf der *STIRAP*-Sequenz ist die Bevölkung der atomaren und der *Dressed States* Zustände sowie die Amplituden (in Einheiten der Rabifrequenz) zu sehen. Zu Beginn der Simulation befindet sich die atomare Besetzung komplett im Zustand  $|-1\rangle$  (blau gestrichelt) zu sehen. Die zwei zeitversetzten Mikrowellenpulse mit einer maximalen Rabifrequenz von  $f_\Omega = 40$  kHz befördern die Besetzung adiabatisch in den Zustand  $|+1\rangle$  (rot gestrichelt). In der Mitte der *STIRAP*-Sequenz wird dabei der Zustand  $|D\rangle$  vollständig besetzt. Der  $|D\rangle$ -Zustand bleibt für die gesamte Haltezeit  $T$  vollkommen besetzt. Die Besetzung des *Dressed State*  $|B\rangle$  ist grün gestrichelt eingezeichnet. Sobald der *Dressed State*  $|D\rangle$  vollkommen besetzt ist, werden die Amplituden und Phasen der resonanten Mikrowellenfelder für die Haltezeit  $T$  konstant gehalten. Die beiden Gaußpulse der *STIRAP*-Sequenz besitzen eine Halbwertsbreite ( $FWHM$ ) von  $5/f_\Omega = 125 \mu\text{s}$  und sind um  $3,6/f_\Omega = 90 \mu\text{s}$  zeitlich verschoben und in  $N_t = 80$  Schritte unterteilt.



6.5.3. Lebensdauer der *Dressed States*  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$ 

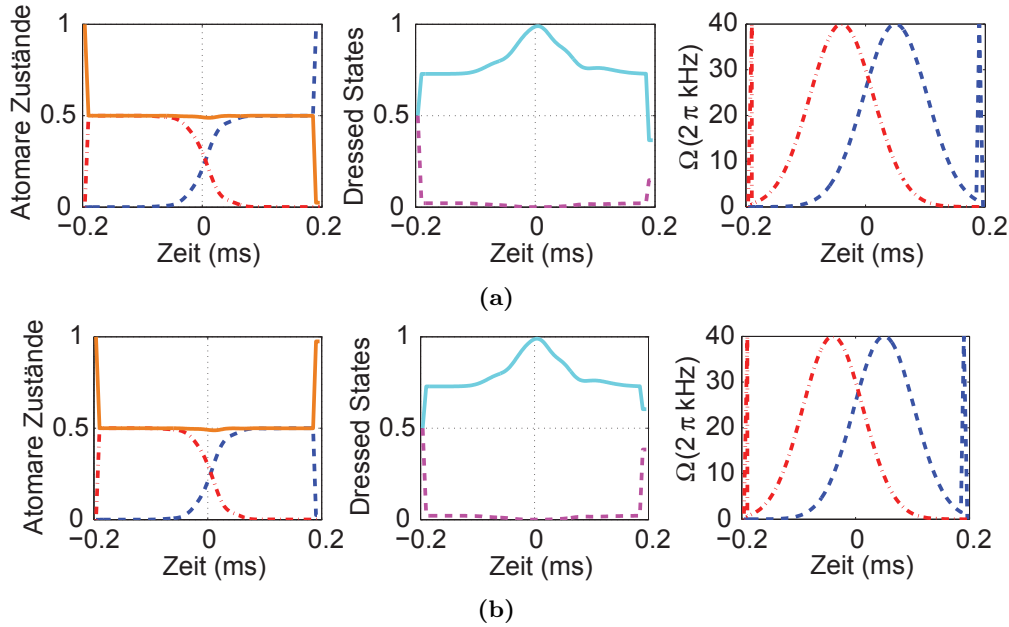
Dieser Abschnitt beschreibt, wie die weiteren *Dressed States*  $|u\rangle$  (magenta gestrichelte Linie) und  $|d\rangle$  (cyan gestrichelte Linie), die in Gleichung 2.141 definiert sind, erzeugt werden und die Lebensdauer der Zustände gemessen wird.



**Abbildung 6.12.:** Die auf der Entwicklung der Dichtematrix beruhende Simulation zeigt die Besetzung des *Dressed State*  $|u\rangle$  (magenta gestrichelte Linie). Zu Beginn der Simulation ist die atomare Besetzung komplett im Zustand  $|0\rangle$  (orange Linie). Im zeitlichen Verlauf der *STIRAP*-Sequenz ist die Besetzung der atomaren und der *Dressed States* Zustände sowie die Amplituden (in Einheiten der Rabi-Frequenz) der Mikrowellenfelder zu sehen. Blau gestrichelt und rot gestrichelt-punktiert ist die Besetzung der Zustände  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$  zu erkennen. Ein „ $\pi/2$ -Puls“ auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergang mit einer Phase von  $-\pi/2$  erzeugt eine kohärente Überlagerung der beiden Zustände. Die zwei zeitversetzten Mikrowellenpulse mit einer maximalen Rabi-Frequenz von  $f_\Omega = 40$  kHz befördern die Besetzung adiabatisch in die *Dressed States*-Basis. In der Mitte der *STIRAP*-Sequenz wird dabei der Zustand  $|u\rangle$  vollständig besetzt. Nach der *STIRAP*-Sequenz befördert ein „ $\pi/2$ -Puls“ auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  Übergang die Besetzung in Abhängigkeit seiner Phase in den atomaren Zustand  $|-1\rangle$  oder  $|0\rangle$ , wie es unterschiedlich in Teil (a) und (b) der Abbildung zu sehen ist. Die Besetzung des *Dressed State*  $|d\rangle$  ist cyan dargestellt. In der Simulation besitzen die beiden Gaußpulse der *STIRAP*-Sequenz eine Halbwertsbreite (*FWHM*) von  $5/f_\Omega = 125 \mu\text{s}$  und sind um  $3,6/f_\Omega = 90 \mu\text{s}$  zeitlich verschoben und in  $N_t = 80$  Schritte unterteilt.

Das um 2,1 GHz verstimmt Laserfeld bei 369 nm präpariert, wie bei allen Experimenten mit den *Dressed States* Zuständen, den Zustand  $|0\rangle$ . Um die beiden *Dressed States*  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  zu besetzen, wird mit einem Mikrowellen „ $\pi/2$ -Puls“ eine kohärente Überlagerung zwischen  $|0\rangle$  und  $|+1\rangle$  geschaffen. Nun folgt die *STIRAP*-Sequenz, bei der das

erste der beiden zeitversetzten Mikrowellenfelder auf die Resonanz des  $|0\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergangs eingestrahlt wird und die des zweiten Feldes auf die Resonanz des  $|0\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  Übergangs. Nachdem die *STIRAP*-Sequenz adiabatisch beendet ist, wird ein „ $\pi/2$ -Puls“



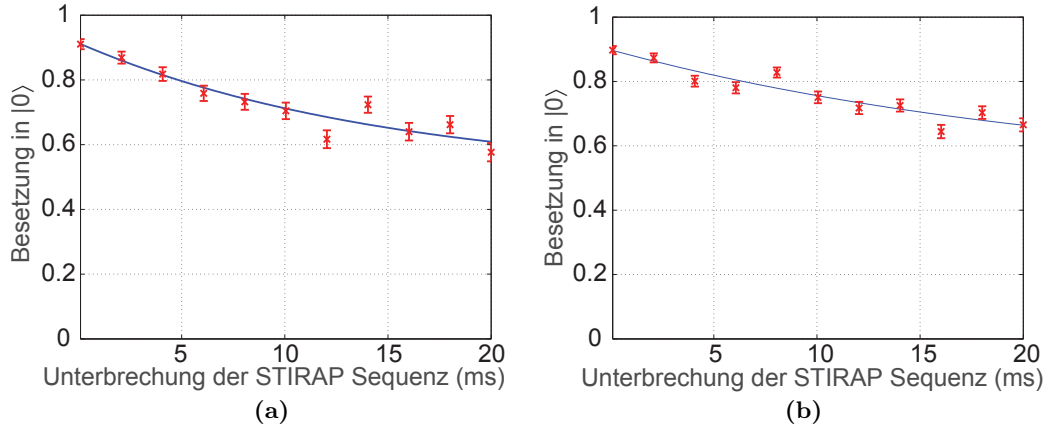
**Abbildung 6.13.:** Die auf der Entwicklung der Dichtematrix beruhende Simulation zeigt die Besetzung des *Dressed State*  $|d\rangle$  als cyane Linie. Zu Beginn der Simulation ist die atomare Besetzung komplett im Zustand  $|0\rangle$  (orange Linie). Im zeitlichen Verlauf der *STIRAP*-Sequenz ist die Besetzung der atomaren und *Dressed States* Zustände sowie die Amplituden (in Einheiten der Rabifrequenz) und Phasen der Mikrowellenfelder zu sehen. Blau gestrichelt und rot gestrichelt-punktiert ist die Besetzung der Zustände  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$  zu sehen. Ein „ $\pi/2$ -Puls“ auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergang mit einer Phase von  $+\pi/2$  erzeugt eine kohärente Überlagerung der beiden Zustände. Die zwei zeitversetzten Mikrowellenpulse mit einer maximalen Rabifrequenz von  $f_\Omega = 40$  kHz erzeugen in der Mitte der *STIRAP*-Sequenz den Zustand  $|d\rangle$ . Nach Beendigung der *STIRAP*-Sequenz befördert ein „ $\pi/2$ -Puls“ auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  Übergang die Besetzung in Abhängigkeit seiner Phase in den Zustand  $|-1\rangle$  oder  $|0\rangle$ , wie es unterschiedlich in Teil (a) und (b) der Abbildung zu sehen ist. Die Besetzung des *Dressed State*  $|u\rangle$  ist magenta gestrichelt dargestellt. In der Simulation sind die beiden  $5/f_\Omega = 125 \mu\text{s}$  breiten (*FWHM*) Gaußpulse der *STIRAP*-Sequenz um  $3,6/f_\Omega = 90 \mu\text{s}$  zeitlich verschoben und in  $N_t = 80$  Schritte unterteilt.

auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  Übergang durchgeführt. Wie in den durchgeführten Dichtematrix-Simulationen in den Abbildungen 6.12a bis 6.13b zu sehen ist, wird in Abhängigkeit von den Phasen der eingestrahlt Mikrowellenfelder der *Dressed States*  $|u\rangle$  oder  $|d\rangle$  in der Mitte der *STIRAP*-Sequenz erzeugt und die Besetzung befindet sich nach der Sequenz in  $|0\rangle$  oder  $|-1\rangle$ .

Abbildung 6.14a und 6.14b zeigen die durchgeführten Experimente, die durchgeführt wurden, um die Lebensdauer der *Dressed States*  $|d\rangle$  und  $|u\rangle$  zu bestimmen. Die maximale Amplitude der beiden Mikrowellenfelder entspricht einer Rabifrequenz von  $f_\Omega =$

## 6. Dressed States

$\Omega/(2\pi) = 36,5$  kHz. Aus den blau dargestellten Anpassungen einer Exponentialfunktion an die Messwerte ergibt sich die Lebensdauer des  $|d\rangle$ -Zustands zu  $(14 \pm 2)$  ms und die Lebensdauer des  $|u\rangle$ -Zustands zu  $(26 \pm 3)$  ms. Die Lebensdauer der *Dressed States*  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  ist deutlich kürzer als die der *Dressed States*  $|B\rangle$  und  $|D\rangle$ . Durch rauschende umgebende Magnetfelder kann es zu einer Verschiebung der atomaren Zustände  $|\pm 1\rangle$  um  $\delta$  kommen. Dies führt zu einer Verschiebung der Niveaus der Größenordnung  $\pm \frac{\delta^2}{\Omega/\sqrt{2}}$  in der *Dressed States*-Basis. Aufgrund der unterschiedlichen Vorzeichen heben sich die resultierenden Verschiebungen, durch die Kopplung an die rauschenden umgebenden Magnetfelder, zwischen  $|B\rangle \leftrightarrow |u\rangle$  und  $|B\rangle \leftrightarrow |d\rangle$  auf. Zusätzlich zu den Niveauverschiebungen kann es zu einer Kopplung von Zustand  $|B\rangle$  an die Zustände  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  mit einer Amplitude von  $\frac{\delta}{\Omega/\sqrt{2}}$  kommen. Infolge des Magnetfeldrauschens ändert sich der Eigenzustand von  $|B\rangle$  zu  $\approx |B\rangle + \frac{\Omega}{\sqrt{2}\delta} |u\rangle - \frac{\Omega}{\sqrt{2}\delta} |d\rangle$ . Folglich wird die Kopplung an das RF-Feld um den gleichen Betrag reduziert.

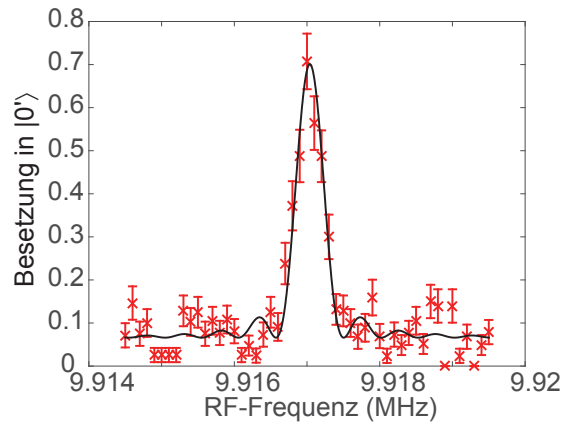


**Abbildung 6.14.:** Dargestellt ist die Lebensdauer der *Dressed States*  $|d\rangle$  und  $|u\rangle$ . Dafür wird die Entwicklung der *STIRAP*-Sequenz nach der ersten Hälfte angehalten und Amplituden und Phasen der Mikrowellenfelder konstant gehalten. Teil (a) zeigt die mit einem „ $\pi$ -Puls“ in  $|0\rangle$  abgebildete Besetzung des *Dressed State*  $|d\rangle$  während der Haltezeit  $T$ . Dazu werden die beiden Mikrowellenfelder mit einer maximalen Rabi-Frequenz von  $f_\Omega = 36,5$  kHz auf den Resonanzen der Übergänge  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle = 12,6328272$  GHz und  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle = 12,6528121$  GHz eingestrahlt. Jeder der 11 Datenpunkte setzt sich aus 300 Wiederholungen zusammen. In (b) ist die mit einem „ $\pi$ -Puls“ in  $|0\rangle$  abgebildete Besetzung des *Dressed State*  $|u\rangle$  während der Haltezeit  $T$  zu sehen. Die beiden Mikrowellenfelder werden dafür mit einer maximalen Rabi-Frequenz von  $f_\Omega = 36,5$  kHz auf den Resonanzen der Übergänge  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle = 12,6328272$  GHz und  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle = 12,6528121$  GHz eingestrahlt. Jeder der 11 Datenpunkte setzt sich aus 500 Wiederholungen zusammen. Die angegebenen Fehlerbalken geben den rein statistischen Fehler an. Die durchgezogene blaue Linie stellt eine Anpassung einer Exponentialfunktion an die gemessenen Werte dar. Daraus ergibt sich die Lebensdauer des  $|d\rangle$ -Zustands zu  $(14 \pm 2)$  ms und für den  $|u\rangle$ -Zustand zu  $(26 \pm 3)$  ms. Die Lebensdauer der *Dressed States*  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  ist deutlich kürzer als die der *Dressed States*  $|B\rangle$  und  $|D\rangle$ .

## 6.6. Ein-Qubit Quantenoperationen

Die in Abbildung 6.8 gezeigte lange Lebensdauer der *Dressed States* von mehreren Sekunden ermöglicht es, die Zustände zum Speichern von Informationen und zur Informationsbearbeitung in der QIV zu nutzen. In dem in Abbildung 6.2 gezeigten Schema sind zwei zusätzliche Radiofrequenzfelder dargestellt, mit denen Übergänge zwischen den *Dressed States*  $|B\rangle$  oder  $|D\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$  getrieben werden können. Eine andere Möglichkeit ist, ein zusätzliches Mikrowellenfeld zu nutzen, dass die *Dressed States*  $|B\rangle$  oder  $|D\rangle$  und den atomaren Zustand  $|0'\rangle$  verbindet (wie in Abbildung 6.23 dargestellt).

### 6.6.1. Kohärente Radiofrequenzspektroskopie



**Abbildung 6.15.:** Die Abbildung zeigt die Oszillation der Besetzung zwischen den Zuständen  $|0'\rangle$  und  $|B\rangle$  in Abhängigkeit von der Verstimmung eines anregenden Radiofrequenz-Feldes. Dargestellt ist ein auf dem  $|0'\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergang aufgenommenes Radiofrequenzresonanzspektrum. Aufgetragen ist die Besetzungswahrscheinlichkeit im Zustand  $|0'\rangle$  gegen die Anregungsfrequenz des Übergangs. Dazu wird die Frequenz des RF-Feldes in 51 Schritten zwischen 9,9145 MHz und 9,9195 MHz bei einer festen RF-Pulslänge von 2 ms verändert. Jeder der Datenpunkte setzt sich aus 60 Wiederholungen zusammen. Die angegebenen Fehler geben nur die statistische Abweichung an. Die schwarze Linie stellt eine Anpassung an die aufgenommenen Messwerte dar. Daraus ergibt sich eine Resonanzfrequenz des Übergangs von  $(9,9177 \pm 0,0003)$  MHz.

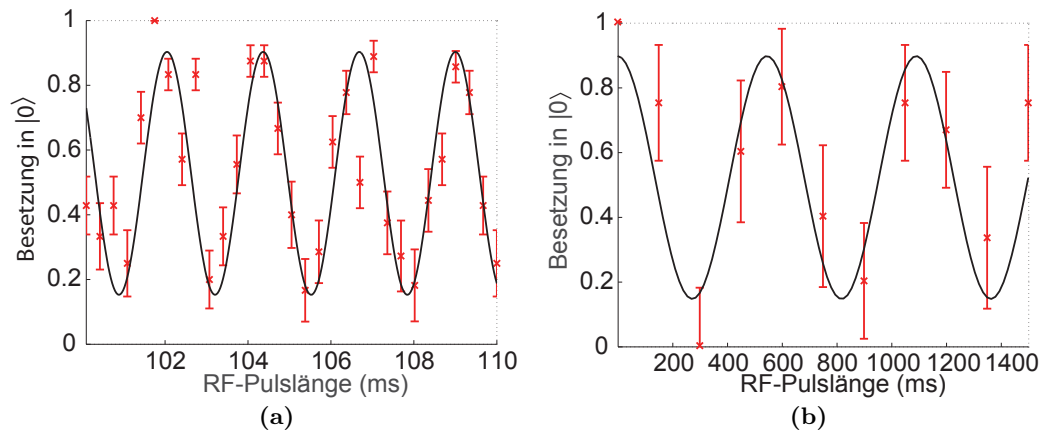
Wenn der *Dressed State*  $|B\rangle$  oder  $|D\rangle$  in der Haltezeit der Entwicklung der beiden *STIRAP*-Felder vollkommen besetzt ist, wird ein Radiofrequenzfeld eingestrahlt. Durch ein (oder zwei) auf den beiden möglichen Übergängen  $|0'\rangle \leftrightarrow |\pm 1\rangle$  resonant eingestrahlt Radiofrequenzfeld werden Rabioszillationen mit der Rabifrequenz  $\Omega_g$  hervorgerufen (siehe Kapitel 2.9). Nachdem die *STIRAP*-Sequenz beendet ist, wird die in den Zustand  $|0\rangle$  abgebildete Besetzung detektiert. Wenn der RF-Puls dazu führt, dass der Zustand  $|0'\rangle$  besetzt wird, dann hat der zweite Teil der *STIRAP*-Sequenz keinen Einfluss und die Besetzung bleibt in  $|0'\rangle$  und wird während der Detektion als Hell-Ereignis erkannt.

## 6. Dressed States

Abbildung 6.15 zeigt die Oszillation der Besetzung auf dem  $|0'\rangle \leftrightarrow |B\rangle$  Übergang in Abhängigkeit von der Verstimmung des anregenden Radiofrequenz-Feldes. Dabei wird bei einer festen Pulslänge von 2 ms die Frequenz des RF-Feldes auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergang schrittweise verändert.

Mit einer gewissen Ungenauigkeit, resultierend aus einer Verbreiterung des Übergangs durch das eingestrahelte RF-Feld, kann die Resonanzfrequenz des Übergangs bestimmt werden. Die in Abbildung 6.15 gezeigte schwarze Kurve beschreibt eine Anpassung, nach der in Abschnitt 4.1 definierten Form, an die gemessenen Werte. Aus der Anpassung folgt eine Resonanzfrequenz von  $(9,9177 \pm 0,0003)$  MHz. Mit der so ermittelten Resonanzfrequenz des  $|0\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergangs können nun Rabi- oder Ramsey-Spektroskopieexperimente zwischen dem *Dressed State*  $|B\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$  durchgeführt werden.

### 6.6.2. Rabi-Spektroskopieexperimente zwischen $|B\rangle$ oder $|D\rangle$ und $|0'\rangle$



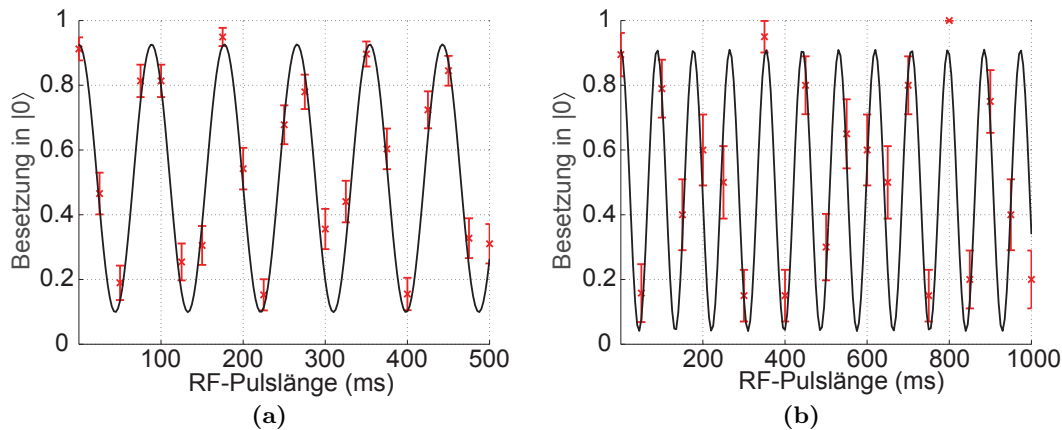
**Abbildung 6.16.:** Die Abbildung zeigt Rabi-Spektroskopieexperimente zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  für Zeiten bis zu 1500 ms. Die Rabi-Frequenz der einzelnen Messungen bestimmt sich aus den schwarz dargestellten, angepassten Oszillationen an die Datenpunkte. In Teil (a) der Abbildung wird die RF-Pulslänge auf dem Übergang  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  bei einer Frequenz von 14,076 MHz in 31 Schritten variiert und jeder Messwert 20 mal wiederholt. Die Amplitude des genutzten RF-Signals ist bei allen RF-Pulsen  $-22,4$  dBm vor der Verstärkung. Aus der Anpassung an die Messwerte folgt für die bis zu 110 ms langen Pulsen eine Rabi-Frequenz von  $\Omega_g = 2\pi \cdot (431,4 \pm 2)$  Hz. Teil (b) stellt die Ergebnisse eines in 11 Schritten zwischen 0,1 ms und 1500 ms variierten Rabi-Experiments dar, dabei wird jeder Schritt 5 mal wiederholt. Die RF-Frequenz ist für alle Pulse 14,076 MHz und die Amplitude des dafür genutzten RF-Signals ist so gewählt, dass sie vor der Verstärkung  $-70,2$  dBm beträgt. Aus der Anpassung resultiert eine Rabi-Frequenz von  $\Omega_g = 2\pi \cdot (1,8 \pm 0,1)$  Hz. Die Fehlerbalken der Messwerte geben die Standardabweichung an. Die Ergebnisse der Messungen zeigen, dass es sowohl möglich ist schnelle, als auch langsame Rabioszillationen für RF-Pulslängen von über 100 ms durchzuführen. Zudem können Rabi-Spektroskopieexperimente zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  über 1500 ms ohne deutliche Dekohärenz durchgeführt werden.

Während der in den Abbildungen 6.8 und 6.10 gezeigten langen Lebensdauer der *Dressed States*  $|D\rangle$  und  $|B\rangle$  von mehreren Sekunden können Rabi-Spektroskopieexperimente mit einem zusätzlichen RF-Feld zwischen  $|B\rangle$  oder  $|D\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$ , der in erster Ordnung magnetfeldunabhängig ist, angeregt werden. Dadurch ist es möglich, ein Qubit zu erzeugen, das sehr robust gegen Magnetfeldfluktuationen ist.

Die Ergebnisse der durchgeführten experimentellen Messungen sind in den Abbildungen 6.16a bis 6.18a für das  $|B\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Qubit dargestellt. Die durchgeführten Rabi-Spektroskopieexperimente zeigen die lange Kohärenz des Qubits, wenn es von einem RF-Feld auf dem  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang getrieben wird (Abbildung 6.16b). Dabei ist nach 1500 ms nur eine sehr geringe Reduktion des Kontrastes zu erkennen. Der recht hohe statistische Fehler bei dieser Messung folgt aus der geringen Anzahl von nur 5 Wiederholungen.

Aus einer Anpassung an die experimentellen Daten, nach dem in Gleichung 4.2 beschriebenen Modell, kann unter anderem die Rabi-Frequenz der Oszillationen bestimmt werden und ist in den Abbildungen als schwarze Kurve dargestellt.

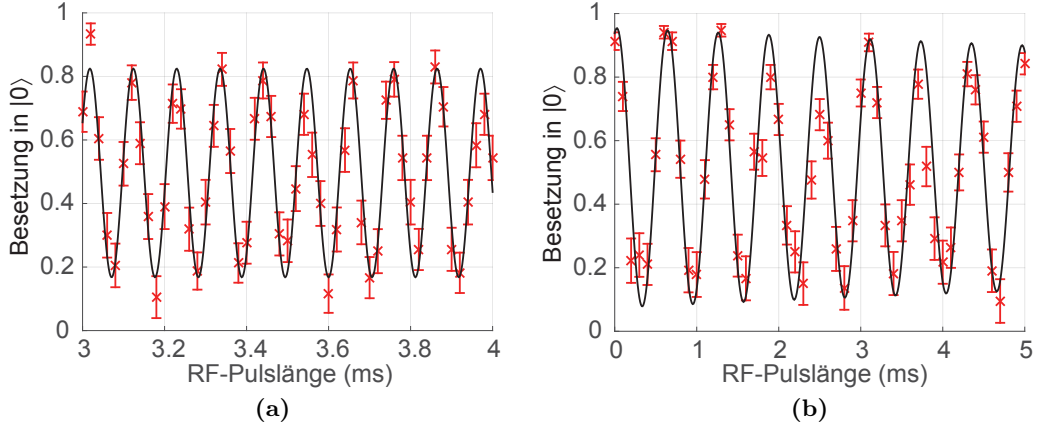
Die in den Abbildungen 6.17a und 6.17b dargestellten Rabi-Experimente zeigen, dass für RF-Pulslängen von 500 ms und einer Rabi-Frequenz von  $\Omega_g = 2\pi \cdot (11,3 \pm 0,1)$  Hz bis zu RF-Pulslängen 1000 ms mit einer Rabi-Frequenz von  $\Omega_g = 2\pi \cdot (8,68 \pm 0,08)$  Hz keine offensichtliche Dephasierung in der Rabi-Frequenz auftritt und alle gemessenen Werte gut mit der Anpassung übereinstimmen. Die Experimente haben konstatiert, dass es



**Abbildung 6.17.:** Ein zusätzliches Radiofrequenzfeld bei 10,263 MHz ruft Qubit-Rotationen zwischen den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  hervor. In Teil (a) der Abbildung wird ein Experiment zwischen 0,1 ms und 500 ms durchgeführt und in Teil (b) zwischen 0,1 ms und 1000 ms. Aus den Anpassungen an die Messwerte ergeben sich Rabi-Frequenzen von  $\Omega_g = 2\pi \cdot (11,32 \pm 0,12)$  Hz in (a) und  $\Omega_g = 2\pi \cdot (8,68 \pm 0,08)$  Hz in (b). In Teil (a) setzt sich jeder der 21 gemessenen Datenpunkte aus 60 Wiederholungen zusammen und in Teil (b) aus 20 Wiederholungen. Die Resonanzen der Übergänge  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  und  $|−1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  sind in beiden Teilen der Abbildung 12,6530938 GHz und 12,6325472 GHz. Die eingezeichneten Fehlerbalken geben den rein statistischen Fehler an. Die Ergebnisse zeigen, dass keine offensichtliche Dephasierung in der Rabi-Frequenz auftritt.

möglich ist, schnelle Qubit-Operationen mit einem RF-Feld zu treiben und dabei eine

## 6. Dressed States



**Abbildung 6.18.:** Die Abbildung zeigt in Teil (a) die von einem zusätzlichen RF-Feld hervorgerufenen Rabi-Oszillationen zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Dargestellt ist die in den Zustand  $|0\rangle$  abgebildete Besetzung für ein Rabi-Spektroskopieexperiment für 51 Messwerte zwischen 3 ms und 4 ms. Die Frequenz ist bei allen RF-Pulsen 9,9838 MHz und die Amplitude des genutzten RF-Signals ist vor der Verstärkung  $-4,8$  dBm. Jeder eingezeichnete Datenpunkt setzt sich aus 50 Wiederholungen zusammen. Die Fehlerbalken der Messwerte geben die Standardabweichung an. Die Rabi-Frequenz von  $\Omega_g = 2\pi \cdot (9448,4 \pm 48,8)$  Hz bestimmt sich aus der schwarz dargestellten, angepassten Funktionen an die Datenpunkte und belegt, dass es möglich ist schnelle Qubitoperationen zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  durchzuführen. In Teil (b) ruft ein zusätzliches Radiofrequenzfeld bei 9,9835 MHz Qubit-Rotationen zwischen den Zuständen  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$  hervor. Die Rabi-Spektroskopieexperimente werden zwischen 0,1 ms und 5 ms durchgeführt. Aus der schwarz eingezeichneten Anpassung an die Messwerte folgt eine Rabi-Frequenz von  $\Omega_g = 2\pi \cdot (1612 \pm 35)$  Hz. Jeder der 51 gemessenen Datenpunkte setzt sich aus 50 Wiederholungen zusammen. Die Resonanzen der Übergänge  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  und  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  sind 12,6527606 GHz und 12,6328794 GHz. Die Fehlerbalken geben den rein statistischen Fehler an. Das Experiment zeigt, dass es mit einem zusätzlichen RF-Feld auf dem  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang möglich ist, Qubit-Rotationen mit einer Rabi-Frequenz von  $\Omega_g = 2\pi \cdot (1612 \pm 35)$  Hz zwischen den Zuständen  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$  durchzuführen.

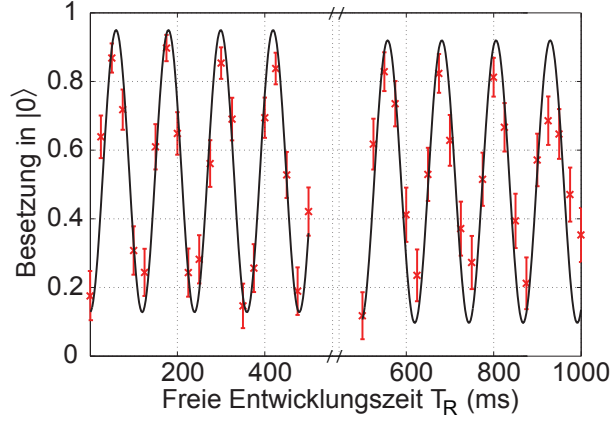
Rabi-Frequenz von  $\Omega_g = 2\pi \cdot (9448,4 \pm 48,8)$  Hz zu erreichen, wie in Abbildung 6.18a gezeigt ist. Ebenso können sehr langsame Qubit-Operationen mit einer Rabi-Frequenz von  $\Omega_g = 2\pi \cdot (1,8 \pm 0,1)$  Hz durchgeführt werden, wie in Abbildung 6.16b zu sehen ist. Die Amplitude des die RF-Pulse erzeugenden Frequenzgenerators<sup>5</sup> ist  $-4,8$  dBm für die gezeigten Rabi-Oszillationen mit einer Rabi-Frequenz von  $\Omega_g = 2\pi \cdot (9448,4 \pm 48,8)$  Hz. Im Fall von Abbildung 6.16b wird eine Amplitude des für die Erzeugung des RF-Feldes genutzten Frequenzgenerators<sup>5</sup> von  $-70,2$  dBm verwendet.

Die genaue Erzeugung des RF-Signals mit den genutzten Verstärkern und den Antennen ist in Abschnitt 3.8.2 beschrieben. Es stellt sich dabei heraus, dass für Experimente, die bei 0,1 ms beginnen, tendenziell eine kürzere Kühlzeit des Ions zwischen den einzelnen Wiederholungen benötigt wird, da dadurch die Anzahl der Pulse mit einer langen Einstrahldauer geringer ist und dies zu einer niedrigeren Erwärmung des Ions führt.

<sup>5</sup>Toptica Photonics, VFG150

Gleichzeitig wird bei dieser Methode der Zeitbedarf des gesamten Experiments verkürzt. Ein möglicher Nachteil ist, dass für Rabi-Spektroskopieexperimente mit einer maximalen RF-Pulslänge im Sekundenbereich (wie in Abbildung 6.16b) die RF-Amplitude sehr klein gewählt werden muss, da sonst bei der üblichen Anzahl von Schritten keine aussagekräftigen Oszillationen beobachtet werden können. Die Nutzung von RF-Feldern mit einer geringeren Leistung hat den Vorteil, dass weniger potentielles Rauschen in der Umgebung des Ions erzeugt wird. Anfangs wurde beispielsweise bei der maximal erreichbaren RF-Leistung von 10 W ein Strom von 3,4 mA in die verwendeten Helmholtzspulen induziert. Eine Störungsunterdrückung konnte mit Ferritkernen für den genutzten RF-Frequenzbereich erreicht werden. Abbildung 6.18b zeigt ein Rabi-Experiment auf dem  $|D\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang für RF-Pulslängen zwischen 0,1 ms und 5 ms. Die Frequenz des eingestrahlten RF-Feldes auf dem  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang ist 9,9835 MHz. Aus der schwarz dargestellten Anpassung folgt eine Rabifrequenz von  $\Omega_g = 2\pi \cdot (1612 \pm 35)$  Hz. Sowohl für das  $|B\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Qubit wie auch für das  $|D\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Qubit ist es möglich, Qubit-Rotationen mit einem zusätzlichen RF-Feld auf dem  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang durchzuführen.



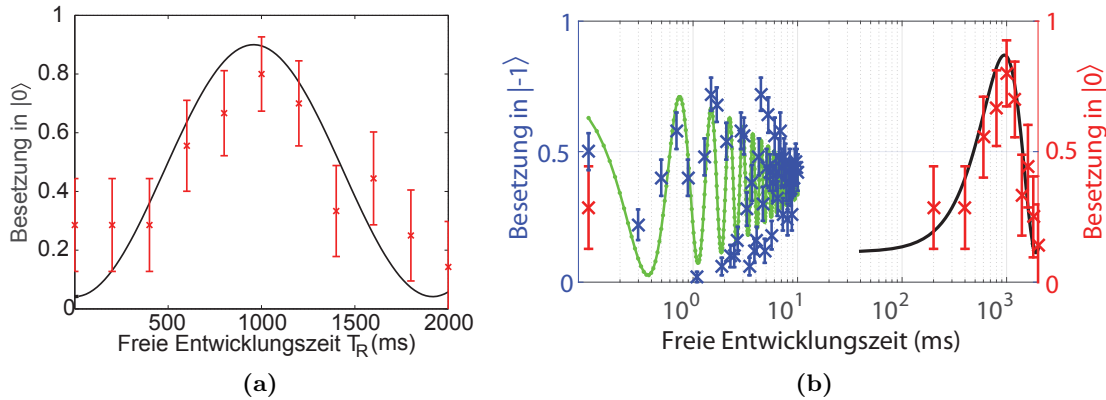
6.6.3. Ramsey-Spektroskopieexperimente zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ 

**Abbildung 6.19.:** Gezeigt ist ein Ramsey-Spektroskopieexperiment zwischen dem *Dressed State*  $|B\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$ . Dabei wird die freie Entwicklungszeit des Systems  $T_R$  zwischen den zwei „RF- $\pi/2$ -Pulsen“ variiert. Der erste „ $\pi/2$ -Puls“ präpariert dabei eine kohärente Überlagerung der Zustände  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Aufgrund einer geringen Verstimmung des RF-Feldes von der Resonanz bei 10,265 MHz kommt es zu Ramseyoszillationen. Die abgebildeten Messwerte setzen sich aus zwei unterschiedlichen Experimenten zusammen. Im ersten Teil des Experimentes wird die freie Entwicklungszeit  $T_R$  zwischen 0,1 ms und 500 ms mit 50 Wiederholungen für jeden Datenpunkt variiert. In einer anschließenden Messung wird die freie Entwicklungszeit zwischen 500 ms und 1000 ms mit 40 Wiederholungen variiert. Die angegebenen Fehler sind rein statistische Fehler. Zwischen den beiden Messungen muss sich das externe, statische Magnetfeld minimal geändert haben, wodurch ein Phasensprung zwischen den beiden Messwerten bei 500 ms entsteht. Aus der schwarz dargestellten Anpassung an die experimentellen Werte folgt eine Oszillationsfrequenz von  $2\pi \cdot (8,0 \pm 0,2)$  Hz und eine Kohärenzzeit von  $(4 \pm 4)$  s.

Mit einem Ramsey-Spektroskopieexperiment soll die Dephasierungszeit des Qubits zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  geprüft werden. Dafür wird während der Haltezeit der *STIRAP*-Sequenz, in der der *Dressed State*  $|B\rangle$  erzeugt wird, mit einem „RF- $\pi/2$ -Puls“ auf dem  $|0'\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergang eine kohärente Überlagerung der Zustände  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  erzeugt. Nach der freien Entwicklungszeit des Systems  $T_R$  wird ein weiterer „RF- $\pi/2$ -Puls“ eingestrahlt und die Besetzung nach dem Beenden der *STIRAP*-Sequenz gemessen. Aufgrund einer geringen Verstimmung von der Resonanz bei etwa 10,265 MHz für die „ $\pi/2$ -Pulse“ des RF-Feldes kommt es zu Ramseyoszillationen.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.19 und 6.20a dargestellt und zeigen, dass die Kohärenz erfolgreich über mehr als 2000 ms erhalten bleibt. Aus der in Abbildung 6.19 präsentierten Anpassung, die dem in Abschnitt 4.3 beschriebenen Modell 4.3 folgt, ergibt sich eine Kohärenzzeit von  $(4 \pm 4)$  s. Es scheint, als könnte die Kohärenzzeit die mögliche Grenze von etwa  $(7,2 \pm 5,4)$  s erreichen, die durch die Lebensdauer des  $|B\rangle$ -Zustands gegeben ist (Abbildung 6.8), da die Zustandsinformation des durchgeführten Ramsey-Spektroskopieexperiments nach 2000 ms sehr hoch ist. Dies ist eine Verbesserung von etwa drei Größenordnungen im Vergleich zu den atomaren Zuständen  $|-1\rangle$  oder  $|+1\rangle$  und  $|0\rangle$  (5,3 ms).

In Abbildung 6.20b werden die Ramsey-Spektroskopieexperimente zwischen den atomaren Zuständen  $|-1\rangle$  und  $|0\rangle$  und dem *Dressed State*  $|B\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$  verglichen. Anhand der logarithmisch dargestellten freien Entwicklungszeit  $T_R$  wird deutlich, wie viel länger die Kohärenz des *Dressed States*-Qubits gegenüber dem atomaren Qubit erhalten bleibt. Für eine RF-Rabifrequenz von  $2\pi \cdot 319,2$  Hz konnte ein Ramsey-

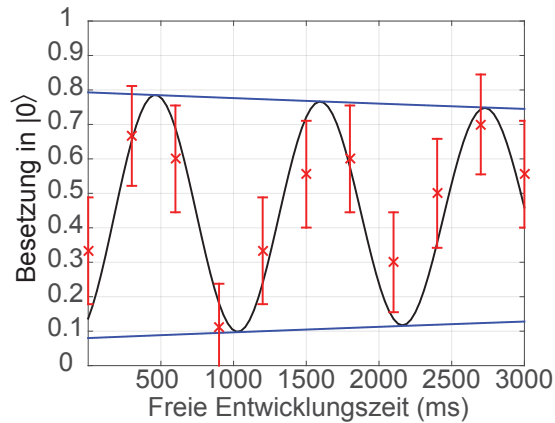


**Abbildung 6.20.:** (a) Die Abbildung zeigt ein Ramsey-Spektroskopieexperiment zwischen den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Nachdem der  $|B\rangle$ -Zustand mit der ersten Hälfte einer *STIRAP*-Sequenz erzeugt wird, ruft ein RF-Feld, dessen Frequenz von 10,265 MHz geringfügig von der Resonanz des Übergangs  $|0'\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  verstimmt ist, mit einem „ $\pi/2$ -Puls“ eine kohärente Überlagerung der beiden Qubit-Zustände hervor. Nach der freien Entwicklungszeit  $T_R$  folgt ein weiterer „ $\pi/2$ -Puls“ und die *STIRAP*-Sequenz wird beendet und die Besetzung ausgelesen. Die Verstimmung des RF-Feldes führt zu einer Ramseyszillation zwischen 0,1 ms und 2000 ms. Die  $5/f_\Omega = 135 \mu\text{s}$  voneinander getrennten *STIRAP* Mikrowellenpulse besitzen eine maximale Rabifrequenz von  $f_\Omega = \Omega/(2\pi) = 37,27$  kHz, sind  $8,35/f_\Omega = 224 \mu\text{s}$  breit (*FWHM* der Gaußpulse) und in Schritten von  $\Delta t = \frac{1}{10f_\Omega} = 2,68 \mu\text{s}$  unterteilt. Jeder der 11 dargestellten Datenpunkte setzt sich aus 10 Wiederholungen zusammen. Die Resonanz des  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergangs ist 12,6530938 GHz und die des  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergangs 12,6325472 GHz. Schwarz dargestellt ist eine Anpassung an die Messwerte. Um den Unterschied in der Kohärenzzeit zwischen den atomaren Zuständen und den *Dressed States* zu vergleichen, sind in Teil (b) der Abbildung die Resultate des Ramsey-Spektroskopieexperimentes zwischen den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  aus Teil (a) der Abbildung rot dargestellt und die Ergebnisse eines Ramsey-Experimentes zwischen den zwei atomaren Zuständen  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  blau zu sehen. Im atomaren Ramsey-Spektroskopieexperiment werden zwei Mikrowellen „ $\pi/2$ -Pulse“, zeitlich getrennt durch die freie Entwicklungszeit  $T_R$ , auf den  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang eingestrahlt. Eine geringe Verstimmung des MW-Feldes von der Resonanz bei 12,6328 GHz führt zu Ramseyszillationen. Jeder der 51 dargestellten Datenpunkte zwischen 0,1 ms und 10 ms wird 50 mal wiederholt. Grün dargestellt ist eine Anpassung an die Werte des atomaren Ramsey-Spektroskopieexperimentes und die schwarze Kurve stellt eine Anpassung an die Ramseyszillation zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  dar. Die Fehlerbalken in (a) und (b) geben die rein statistische Abweichung an. Die Ergebnisse heben die um etwa drei Größenordnungen längere Kohärenzzeit eines *Dressed States*-Qubits hervor.

Spektroskopieexperiment über 3000 ms durchgeführt werden (siehe Abbildung 6.21). Das RF-Feld bei 14,0763 MHz wird dazu geringfügig von der Resonanz des  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Über-

## 6. Dressed States

gangs verstimmt eingestrahlt. Die maximale Rabifrequenz der beiden MW-Felder, die für die Erzeugung des  $|B\rangle$ -Zustands genutzt werden, ist  $\Omega = 2\pi \cdot 18$  kHz. Vergleicht man die Ergebnisse, die mit dem magnetfeldabhängigen *Dressed State*  $|B\rangle$  erreicht werden, mit den Resultaten aus Kapitel 4.3, mit den atomaren magnetfeldabhängigen Zeemanzuständen, können die Ramseyoszillationen, im Falle des *Dressed State*  $|B\rangle$ , etwa drei Größenordnungen länger getrieben werden. Dies bietet die Möglichkeit, viele Qubitoperationen in der zu Verfügung stehenden Kohärenzzeit durchzuführen, da mit einem Radiofrequenzfeld eine maximale Rabifrequenz von etwa  $2\pi \cdot 9,5$  kHz erreicht wird. Die durchgeführten



**Abbildung 6.21.:** Gezeigt ist ein Ramsey-Spektroskopieexperiment zwischen dem *Dressed State*  $|B\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$ . Dabei wird die freie Entwicklungszeit des Systems  $T_R$ , zwischen den zwei „RF- $\pi/2$ -Pulsen“ in 11 Schritten von 0,1 ms bis zu 3000 ms variiert. Jeder der dargestellten Datenpunkte setzt sich aus 10 Wiederholungen zusammen. Der erste „ $\pi/2$ -Puls“ präpariert dabei eine kohärente Überlagerung zwischen den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Aufgrund einer geringen Verstimmung des RF-Feldes von der Resonanz des  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergangs bei 14,0763 MHz kommt es zu Ramseyoszillationen. Die Besetzung wird nach der Messung in den Zustand  $|0'\rangle$  abgebildet. Die angegebenen Fehler sind rein statistische Fehler. Schwarz dargestellt ist eine Anpassung an die Messwerte, aus der eine Kohärenzzeit des Qubits von  $(16 \pm 11)$  s folgt. Die blauen Anpassungen zeigen den exponentiellen Zerfall der Oszillation. Die Kohärenzzeit des *Dressed States*-Qubits zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  übertrifft die eines atomaren magnetfeldabhängigen Qubits um etwa drei Größenordnungen.

Ramsey-Spektroskopieexperimente zeigen, dass die Kohärenz über einen Zeitraum von mehr als 3000 ms erhalten bleibt und die erzeugten *Dressed States* Zustände sehr widerstandsfähig gegen magnetisches Rauschen der Umgebung sind. Aus der in Abbildung 6.21 schwarz dargestellten Anpassung an die Messwerte folgt eine Verstimmung des RF-Feldes von der Resonanz des Übergangs von  $(0,89 \pm 0,05)$  Hz. Die Anpassung wird dabei nach dem in Gleichung 4.3 beschriebenen Modell vorgenommen. Die beiden blauen Kurven stellen den exponentiellen Zerfall der Anpassung dar und verdeutlichen die geringe Dekohärenz des Qubits. Aus der mit Null verträglichen Zerfallsrate der Anpassung folgt eine Kohärenzzeit von  $(16 \pm 11)$  s. Bei den Ramsey-Spektroskopieexperimenten muss für die durchgeführten freien Entwicklungszeiten dieser Größenordnung die Magnetfeldabhängigkeit zweiter Ordnung des  $|0'\rangle$ -Zustands berücksichtigt werden. Diese stellt eine,

die Kohärenzzeit begrenzende, Größe dar [51].

Die abgebildeten großen Fehlerbalken des aufgetragenen statistischen Fehlers der Messwerte resultieren zum einen aus der geringen Anzahl der Wiederholungen und zum anderen aus der reduzierten Anzahl von Photonen während des Auslesens. Ursache dafür scheinen thermische Effekte in dem genutzten akustooptischen Modulator zu sein. Ist dieser für die lange freie Entwicklungszeit von über einer Sekunde ausgeschaltet, benötigt der AOM wahrscheinlich länger für den Einschaltvorgang.

Um den Effekt dieses Problems zu umgehen, wird bei Ramsey-Spektroskopieexperimenten die freie Entwicklungszeit meistens von 0,1 ms beginnend, in der gewünschten Anzahl von Schritten, bis in den Sekundenbereich variiert (analog wie für Rabi-Experimente). Damit auch bei langen freien Entwicklungszeiten ein hoher Kontrast während der Resonanzfluoreszenzspektroskopie erreicht wird, hat es sich als günstig erwiesen, die genutzte Kühlzeit für die Dopplerkühlung zu verlängern.

Ein begrenzender Faktor der Kohärenzzeit des Qubits aus den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  resultiert aus der Magnetfeldabhängigkeit des Zustands  $|0'\rangle$  und wird durch den Zeemaneffekt zweiter Ordnung beeinflusst. Aufgrund von Schwankungen in der Energie des Zustands  $|0'\rangle$  kann es zu einer Dephasierung des Qubits kommen.

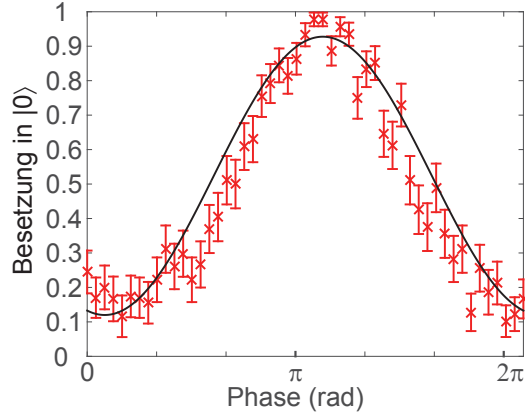
### Ramsey-Spektroskopieexperimente mit Variation der Phase zwischen $|D\rangle$ und $|0'\rangle$

In dem in diesem Abschnitt gezeigten Ramsey-Experiment mit Variation der Phase wird die freie Entwicklungszeit zwischen den zwei „ $\pi/2$ -Pulsen“ konstant gehalten und dafür die Phase des zweiten „ $\pi/2$ -Pulses“ von 0 bis  $2\pi$  variiert. Als Qubit dienen dazu die Zustände  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$ .

Abbildung 6.22 zeigt ein Ramsey-Experiment mit Variation der Phase zwischen den Zuständen  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Zuvor wird der *Dressed State*  $|D\rangle$  adiabatisch mit Hilfe einer unvollständigen *STIRAP*-Sequenz erzeugt. Während der Dauer der Experiments bleiben die Amplituden und Phasen der für die *STIRAP*-Sequenz genutzten Mikrowellenfelder konstant. Anschließend führt ein zusätzliches RF-Feld einen „ $\pi/2$ -Puls“ auf den  $|D\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang aus. Nach der Zeit  $T_R$  wird ein zweiter „ $\pi/2$ -Puls“ eingestrahlt. Dann wird die *STIRAP*-Sequenz beendet und die in den  $|0\rangle$ -Zustand abgebildete Besetzung detektiert. Wenn das RF-Feld auf die Resonanz des  $|D\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergangs eingestellt ist und die Phase des zweiten „ $\pi/2$ -Pulses“ die gleiche wie die des ersten ist, führen die zwei „ $\pi/2$ -Pulse“, für den Fall, dass die Kohärenz für die Zeit  $T_R$  erhalten bleibt, zu einem vollständigen Besetzungstransfer zwischen den beiden Qubit-Zuständen.

Aus der in Abbildung 6.22 schwarz dargestellten Anpassung (nach dem in Gleichung 4.4 beschriebenen Modell) an die Messwerte folgt eine Phasenverschiebung von  $(1,83 \pm 0,06)$  rad. Daher scheint es bei den gewählten Parametern für die beiden „RF- $\pi/2$ -Pulse“, wie Amplitude und Pulslänge, eine geringe Abweichung von den idealen Werten zu geben. Die Messung zeigt, dass es für das  $|B\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Qubit möglich ist, die Phase mit dem Radiofrequenzfeld exakt zu kontrollieren.

## 6. Dressed States



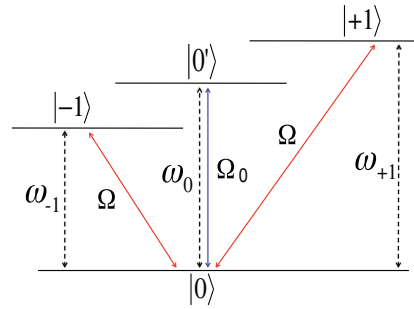
**Abbildung 6.22.:** Die Abbildung zeigt ein Ramsey-Spektroskopieexperiment zwischen den Zuständen  $|D\rangle$  und  $|0'\rangle$ , das in der Haltezeit der *STIRAP*-Sequenz durchgeführt wird. Dargestellt ist die aus dem Zustand  $|D\rangle$  in den Zustand  $|0\rangle$  abgebildete Besetzung. Dabei wird die freie Entwicklungszeit  $T_R = 0,1$  ms zwischen den beiden mit einem RF-Feld auf dem  $|D\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang durchgeführten „ $\pi/2$ -Pulsen“ konstant gehalten und die Phase des zweiten „ $\pi/2$ -Pulses“ wird in 51 Schritten von 0 bis  $2\pi$  variiert. Die Frequenz des Radiofrequenzfeldes ist 9,98277 MHz. Die maximale Rabi-Frequenz der Mikrowellenfelder ist  $f_\Omega = 40,3$  kHz und die des eingestrahlten RF-Feldes  $f_{\Omega_g} = \Omega_g/(2\pi) = 2,77$  kHz. Jeder der dargestellten Datenpunkte setzt sich aus 50 Wiederholungen zusammen. Die Fehlerbalken der Messwerte geben den rein statistischen Fehler an. Aus der schwarz dargestellten Anpassung an die Messwerte resultiert eine Phasenverschiebung von  $(1,83 \pm 0,06)$  rad. Das Experiment zeigt, wie gut die Phase des  $|D\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$ -Qubits kontrolliert werden kann.

Würde man ein Ramsey-Experiment mit Variation der Phase für verschiedene freie Entwicklungszeiten  $T_R$  durchführen, könnte man aus der Verringerung des Kontrastes die Kohärenzzeit des Qubits extrahieren.

### 6.6.4. Dressed States-MW-Qubit

In Abbildung 6.23 wird ein weiteres Schema zur Erzeugung eines Qubits zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  beschrieben, das dafür ein zusätzliches MW-Feld bei etwa 12,642 GHz auf der Resonanz des  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergangs nutzt. Der Vorteil ist, dass dadurch kein zusätzliches Radiofrequenzsystem benötigt wird. Ein weiterer Vorteil könnte darin bestehen, dass mit dem zusätzlichen MW-Feld hohe Rabi-Frequenzen zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  erreicht werden können, ohne dass ein externes magnetisches Wechselfeld im Frequenzbereich der Übergänge  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  und  $|-1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  eingestrahlt wird.

Für den Fall, dass die Rabi-Frequenz der *STIRAP* MW-Felder nicht deutlich größer als die des RF-Feldes ist ( $\Omega \gg \Omega_g$ ), reduziert sich die Lebensdauer des *Dressed State*  $|B\rangle$ . Dadurch ist die Rabi-Frequenz des RF-Feldes in gewisser Weise beschränkt, da sonst



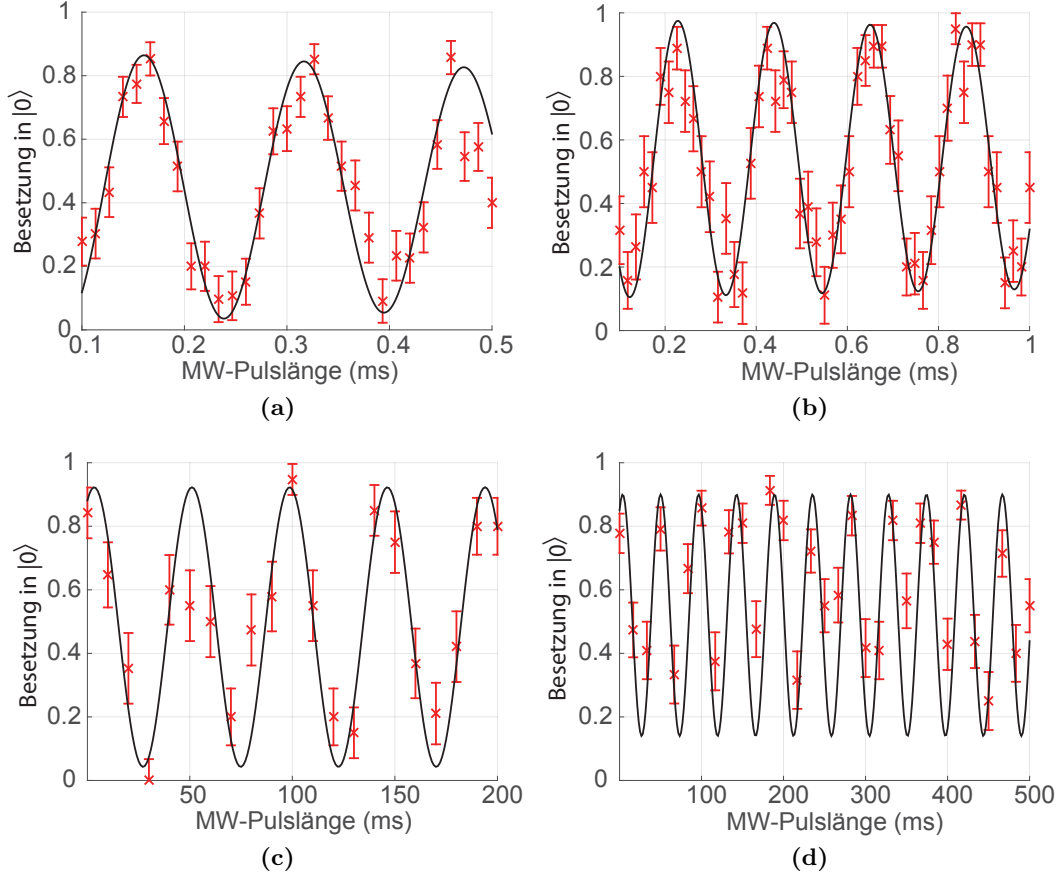
**Abbildung 6.23.:** Das Schema verdeutlicht, wie die genutzten *Dressed States* erzeugt werden und wie Übergänge zwischen einem *Dressed State* Zustand und einem atomaren Zustand mit einem weiteren Mikrowellenfeld realisiert werden können. In der Abbildung ist die Hyperfeinaufspaltung des Grundzustands von  $^{171}\text{Yb}^+$  gezeigt, zwischen denen das rein auf Mikrowellenfeldern basierende Verfahren umgesetzt wird. Die Zustände  $|−1\rangle$  und  $|+1\rangle$  repräsentieren die beiden magnetfeldabhängigen Zustände  $F = 1, m_F = \pm 1$ . Die beiden Zustände  $|0'\rangle$  und  $|0\rangle$  stellen die magnetfeldunabhängigen Zustände  $F = 1, m_F = 0$  und  $F = 0$  der beiden Hyperfeinniveaus dar. Zwei eingestrahelte Mikrowellenfelder auf den Übergängen  $|0\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  und  $|0\rangle \leftrightarrow |−1\rangle$  mit den Übergangsfrequenzen  $\omega_{+1}$  und  $\omega_{-1}$  und den zugehörigen Rabi-frequenzen  $\Omega$  erzeugen die *Dressed States*. Ein weiteres Mikrowellenfeld, das die beiden Qubit Zustände  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  in der *Dressed States*-Basis koppelt oder allgemein ein Qubit Quantengatter implementiert, wird auf dem Übergang  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  eingestrahlt. Die zugehörige Rabi-frequenz dieses Mikrowellenfeldes ist  $\Omega_0$  und die Frequenz des Übergangs  $\omega_0$ .

schneller eine Dekohärenz des  $|B\rangle$ -Zustands auftritt. Das MW-Feld bei etwa 12,642 GHz wird wie die beiden anderen MW-Felder für die *STIRAP*-Sequenz mit einem Frequenz-generator<sup>6</sup> erzeugt. Vor den Messungen werden alle Frequenzgeneratoren<sup>6</sup> synchronisiert (Anhang C). Die Ausgangssignale werden in einem Splitter<sup>7</sup> kombiniert und mit einem frequenzverdoppelten Festfrequenzsignal bei 12,6 GHz gemischt. In den Abbildungen 6.24a bis 6.24d werden Rabioszillationen zwischen dem *Dressed State*  $|B\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$  mit einem zusätzlichen Mikrowellenfeld auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang durchgeführt. Es wird gezeigt, dass mit einem Mikrowellenfeld auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang Rabioszillationen zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  mit einer Rabi-frequenz von bis zu  $f_{\Omega_0} = (6408 \pm 161)$  Hz erreicht werden können (Abbildung 6.24a). Die Rabi-frequenz ergibt sich aus einer Anpassung an die Messwerte, die nach dem in Gleichung 4.2 beschriebenen Modell durchgeführt wird. In Abbildung 6.24a wird die größtmögliche Amplitude des genutzten Frequenzgenerators<sup>6</sup> von  $-2,8$  dBm genutzt. In den durchgeführten Messungen wird dieser obere Wert durch den Verstärkungsfaktor des zur Verfügung stehenden Verstärkers begrenzt, da dieser zur gleichen Zeit drei Mikrowellensignale verstärken muss. Zudem entstehen durch das Kombinieren der drei RF-Signale und dem anschließenden Mischen der Signale mit 12,6 GHz Seitenbänder, die die mögliche Verstärkung weiter reduzieren (siehe Kapitel 3.8.1). In Abbildung 6.24c sind Rabioszillationen

<sup>6</sup>Toptica Photonics, VFG150

<sup>7</sup>Mini-Circuits, ZFSC-2-1

## 6. Dressed States



**Abbildung 6.24.:** Die Abbildungen zeigen ein Rabi-Spektroskopieexperimente zwischen dem *Dressed State*  $|B\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$ , die mit einem zusätzlichen (dritten) Mikrowellenfeld durchgeführt worden sind. Die Verstimmung der beiden für die *STIRAP*-Sequenz genutzten Mikrowellenfelder ist  $\Delta = \delta = 0$  Hz und die maximale Rabifrequenz ist  $f_\Omega = 18$  kHz. Die Resonanzfrequenzen sind zuvor zu  $|+1\rangle \leftrightarrow |0\rangle = 12,656917$  GHz und  $|-1\rangle \leftrightarrow |0\rangle = 12,628738$  GHz bestimmt worden. In Teil (a) sind Rabioszillationen zwischen 0,1 ms und 0,5 ms zu sehen. Die Frequenz des zusätzlichen Mikrowellenfeldes auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang ist 12,6428434 GHz. Die 31 Messpunkte setzen sich aus je 40 Wiederholungen zusammen. Aus der als schwarze Linie dargestellten Anpassung an die Datenpunkte ergibt sich eine Rabifrequenz von  $f_{\Omega_0} = \Omega_0/(2\pi) = (6408 \pm 161)$  Hz. Teil (b) zeigt Rabioszillationen zwischen 0,1 ms und 1 ms. Die Frequenz des zusätzlichen Mikrowellenfeldes auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang ist 12,64284345 GHz. Von den 51 Messpunkten wird jeder Datenpunkt 20 mal wiederholt. Aus der Anpassung an die Datenpunkte (schwarze Linie) ergibt sich eine Rabifrequenz von  $f_{\Omega_0} = (4739 \pm 66)$  Hz. Für die in (c) gezeigten Rabioszillationen zwischen 0,1 ms und 200 ms wird, wie aus der als schwarze Linie dargestellten Anpassung ersichtlich, eine Rabifrequenz von  $f_{\Omega_0} = (20,99 \pm 0,35)$  Hz erreicht. Jeder der gezeigten 21 Datenpunkte setzt sich aus 20 Wiederholungen zusammen. In (d) werden mit einem Mikrowellenfeld Rabioszillationen für bis zu 500 ms, zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ , mit einer Rabifrequenz von  $f_{\Omega_0} = (21,57 \pm 0,17)$  Hz getrieben, wie die schwarz dargestellte Anpassung an die Messwerte zeigt. Die in 31 Schritten durchgeführte Messung wird dazu 30 mal wiederholt. Die angegebenen Fehlerbalken geben in allen Teilen der Abbildung die Standardabweichung an. Die Rabi-Spektroskopieexperimente zeigen, dass mit einem weiteren MW-Feld schnelle Übergänge mit  $f_\Omega = 6,4$  kHz zwischen  $|B\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  durchgeführt werden können und Messungen über 500 ms ohne offensichtliche Dekohärenz umgesetzt werden können.

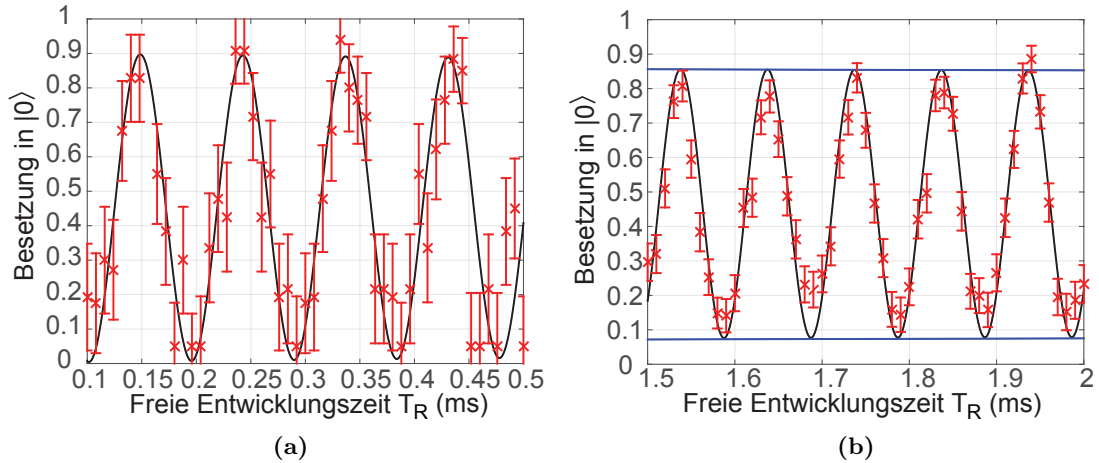
über 200 ms mit einer Rabifrequenz von  $f_{\Omega_0} = (20,99 \pm 0,35)$  Hz durchgeführt worden. Die Amplitude und Frequenz des Frequenzgenerators<sup>6</sup> war dabei  $-48,9$  dBm und  $12,64284345$  MHz. Wie in Abbildung 6.24d zu sehen ist, können die Rabioszillationen für Pulslängen bis zu 500 ms getrieben werden. Aus der schwarz dargestellten Anpassung an die Messwerte folgt eine Rabifrequenz von  $f_{\Omega_0} = (21,57 \pm 0,17)$  Hz. Die Frequenz des MW-Feldes zwischen  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$  ist  $12,64284358$  GHz.

Es fällt auf, dass bei den durchgeführten Experimenten ein geringerer Kontrast erreicht wird als in Kapitel 6.6.2 bei der Qubitmanipulation mit einem zusätzlichen RF-Feld. Ein möglicher Grund dafür könnte die niedrigere Rabifrequenz der beiden *STIRAP* MW-Felder von  $f_{\Omega} = 18$  kHz sein. Möglich ist auch, dass das Ein- und Ausschalten des zusätzlichen MW-Feldes in der Haltezeit der *STIRAP*-Sequenz zu einem unvollständigen Besetzungstransfer am Ende der *STIRAP*-Sequenz führt. Durch das Ein- und Ausschalten des dritten MW-Feldes könnte es zu kurzzeitigen Schwankungen der Amplituden der beiden *STIRAP*-Mikrowellenfelder kommen. Ebenfalls denkbar ist, dass die Ein- und Ausschaltvorgänge nicht bei jeder Wiederholung identisch ablaufen. Mit Hilfe eines zusätzlichen MW-Feldes zwischen den Zuständen  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$  bei  $12,642845$  GHz sind Ramsey-Spektroskopieexperimente zwischen den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  durchgeführt worden. In den Abbildungen 6.25a und 6.25b ist die freie Entwicklungszeit zwischen den beiden MW- $„\pi/2$ -Pulsen“ variiert worden. Die „ $\pi/2$ -Pulse“ werden mit einer Rabifrequenz von  $\Omega_0 = 2\pi \cdot 5,1$  kHz durchgeführt. Dabei konnten Ramseyoszillationen mit einer Frequenz von  $2\pi \cdot (10626 \pm 27)$  Hz zwischen 0,5 ms und 1 ms durchgeführt werden (Abbildung 6.25a). Aus einer Anpassung nach dem in Abschnitt 4.3 beschriebenen Modell an die in Abbildung 6.25b dargestellten Messwerte folgt eine Oszillationsfrequenz von  $2\pi \cdot (10033 \pm 75)$  Hz. Der blau dargestellte exponentielle Zerfall an die angepasste Funktion verdeutlicht die lange Kohärenz des Qubits von  $(16,5 \pm 16,5)$  s, die sich aus der mit Null verträglichen Zerfallsrate ergibt.

Die Ergebnisse zeigen, dass durch die Qubitmanipulation zwischen dem *Dressed State*  $|B\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$  mit einem zusätzlichen Mikrowellenfeld auf dem  $|0'\rangle \leftrightarrow |0\rangle$  Übergang die lange Kohärenzzeit des Qubits, wie sie schon durch Wechselwirkung mit Radiofrequenzfeldern erreicht wird, erhalten bleibt. Dabei bietet das einfach technisch umzusetzende Schema die Möglichkeit, schnelle Qubitrotationen durchzuführen, wie die Resultate der Rabi- und Ramsey-Spektroskopieexperimente zeigen.



## 6. Dressed States



**Abbildung 6.25.:** Gezeigt sind Ramsey-Spektroskopieexperimente zwischen dem *Dressed State*  $|B\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$  mit einem zusätzlichen Mikrowellenfeld. Dabei wird die freie Entwicklungszeit des Systems  $T_R$  in 51 Schritten, zwischen den zwei MW „ $\pi/2$ -Pulsen“ bei 12,642845 GHz zwischen  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$ , variiert. Mit einer Rabi-Frequenz von  $\Omega_0 = 2\pi \cdot 5,1$  kHz präpariert der erste „ $\pi/2$ -Puls“ eine kohärente Überlagerung zwischen den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Aufgrund einer geringen Verstimmung des MW-Feldes von der Resonanz kommt es zu Ramsey-Oszillationen. Die Besetzung wird nach der Messung in den Zustand  $|0\rangle$  abgebildet. Die Rabi-Frequenz der beiden MW-Felder, die den *Dressed State* erzeugen, ist  $\Omega = 2\pi \cdot 17,5$  kHz. (a) Jeder der abgebildeten 51 Datenpunkte setzt sich aus 10 Wiederholungen zusammen. Die freie Entwicklungszeit wird zwischen 0,1 ms und 0,5 ms variiert. Die schwarz dargestellte Anpassung an die Messwerte ergibt eine Oszillation mit einer Frequenz von  $2\pi \cdot (10626 \pm 27)$  Hz. In Teil (b) setzen sich die 51 abgebildeten Datenpunkte aus 80 Wiederholungen zusammen und die freie Entwicklungszeit wird zwischen 0,15 ms und 0,2 ms variiert. Die angegebenen Fehler sind rein statistische Fehler. Die schwarz dargestellte Anpassung dient zum Verdeutlichen der Oszillation der Besetzung mit einer Frequenz von  $2\pi \cdot (10033 \pm 75)$  Hz. Blau dargestellt ist der mit Null verträgliche exponentielle Zerfall an die angepasste Kurve, der die offensichtlich lange Kohärenzzeit des Qubits hervorhebt.

# 7

## Ein gespeichertes Ion als Magnetfeldsensor

### 7.1. Magnetometer

Für die Quantentechnologie-Forschung ist die Präzisionsmagnetometrie von grundlegendem Interesse und findet darüber hinaus in vielen anderen Bereichen Verwendung [42, 175–177]. Die schrotrausch (*Shot-Noise*) begrenzte Empfindlichkeit von Magnetometrie-Messungen ist stark abhängig von der Phasen-Kohärenzzeit eines Systems ( $T_2$ ) und verhält sich wie  $\frac{1}{\sqrt{T_2}}$  [178]. Hauptursache für eine reduzierte Phasen-Kohärenzzeit sind meistens zufällige Magnetfeldschwankungen, die eine begrenzte Bandbreite besitzen.

Es wurden unterschiedliche *Dynamical Decoupling* Methoden [107] entwickelt, um die Phasen-Kohärenzzeit zu verlängern und gleichzeitig die Sensitivität für wechselnde magnetische Signale bei bestimmten Frequenzen beizubehalten. Bei den entwickelten Techniken wird eine schnelle Abfolge von Pulsen eingestrahlt, um das System von der Umgebung (Magnetfeldrauschen) zu entkoppeln und die Kohärenzzeit (in einem Zwei-Niveau-System) zu verlängern. Dadurch wird erreicht, dass die vom System aufgenommene Phasenänderung durch das Magnetfeldrauschen nicht mit der Zeit immer weiter anwächst, sondern es mit jedem Puls zu einer Vorzeichenänderung kommt, wodurch die Dephasierung begrenzt wird.

Diese „*Bang Bang*“, „Spin Echo“ oder „*gepulstes Dynamical Decoupling*“ genannte Technik hat ihren Ursprung in Kernspinresonanz Experimenten (*NMR*) und wird mittlerweile in den unterschiedlichsten Systemen eingesetzt [107–115, 171]. Die Pulssequenz ist dabei abhängig von dem durch die Umgebung induzierten Rauschen. Durch die Verwendung von *Dynamical Decoupling* [111–114, 171] konnte die Magnetfeldsensitivität um mehrere Größenordnungen verbessert werden. Das Messen mit hoher Magnetfeldsensitivität von hochfrequenten Signalen verlangt eine hohe Pulsrate von kurzen Pulsen mit hoher Amplitude [171, 179–183]. Die Entkopplung des Systems mit *Dynamical Decoupling* kann ebenso durch das permanente Treiben eines atomaren Übergangs erreicht werden [116–118, 172, 173, 184]. Stabilisierungsmethoden müssen dabei den negativen Einfluss von Amplitudenfluktuationen in den „Entkopplungsfeldern“ reduzieren, wodurch die Magnetfeldsensitivität verringert wird [185].

Mit der in Kapitel 2.9 ausführlich beschriebenen Methode wird gezeigt, dass durch die

## 7. Ein gespeichertes Ion als Magnetfeldsensor

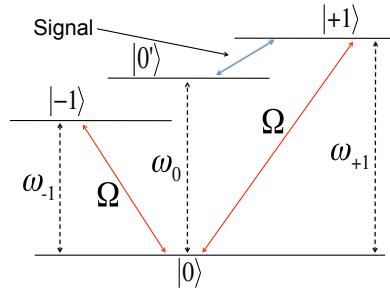
Kopplung von zusätzlichen atomaren Niveaus mit Mikrowellenfeldern der negative Effekt von Kontrollrauschen der Mikrowellenfelder deutlich reduziert wird [50, 120]. Erweiterungen zu diesen Methoden sind in [186] vorgeschlagen.

### 7.1.1. Magnetometrie-Methode

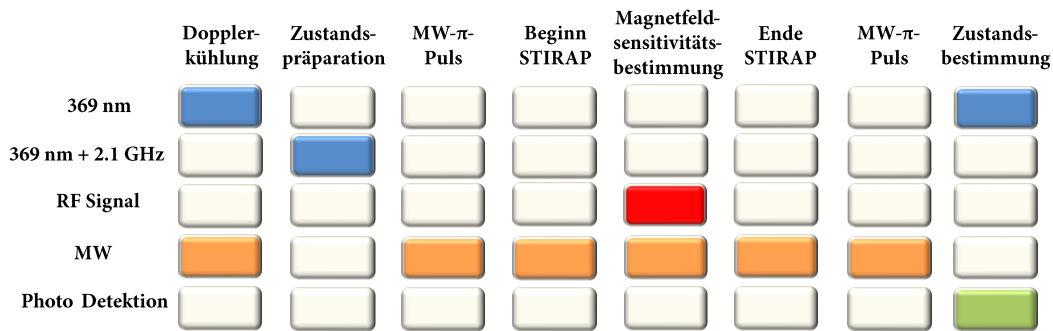
In diesem Abschnitt wird die im Kapitel 2.9 beschriebene Methode für Präzisionsmagnetometrie genutzt. Durch die permanent eingestrahlten Mikrowellenfelder wird das magnetfeldempfindliche Qubit gegen den störenden Einfluss von Magnetfeldrauschen geschützt. So kann, im Vergleich zu dem in Kapitel 4 genutzten Qubit, die Kohärenzzeit um mehr als drei Größenordnungen verlängert werden (siehe Kapitel 6). Die Verlängerung der Kohärenzzeit bedeutet gleichzeitig eine enorme Erhöhung der Empfindlichkeit des Qubits für wechselnde externe Magnetfelder. Im Folgenden wird demonstriert, dass die Magnetfeldsensitivität dabei erhalten bleibt und die Empfindlichkeit der hier beschriebenen Methode imstande ist, das Standard-Quanten-Limit zu erreichen.

Aktuelle Magnetometrie-Methoden, die auf *Dynamical Decoupling* basieren, detektieren Signale, die resonant mit der Pulsrate (gepulstes *Dynamical Decoupling*) oder der Rabi-Frequenz (kontinuierliches *Dynamical Decoupling*) sind [43, 182]. Ein Vorteil des in dieser Arbeit genutzten Magnetometrie-Schemas ist, dass es mit dieser Methode möglich ist Magnetfelder zu messen deren Frequenz nahe der Resonanz der Übergangsfrequenz des Qubits ist.

Die hier verwendete Magnetometrie-Methode detektiert Frequenzen nahe der Zeemanaufspaltung, die von einem externen Magnetfeld hervorgerufen wird. Durch Verändern des externen Magnetfeldes ist es prinzipiell möglich, Frequenzen von annähernd null bis in den GHz-Bereich zu messen. Im Fall der hier beschriebenen Messungen entspricht die Frequenz einer Zeemanaufspaltung des Grundzustands im MHz-Bereich. Radiofrequenzen können leicht mit hoher Präzision stabilisiert werden. Kompakte kommerzielle Atomuhren liefern eine relative Frequenzstabilität von  $\Delta\nu/\nu \approx 10^{-12}$  [123]. Dagegen ist es sehr anspruchsvoll (wenn überhaupt möglich), eine RF-Amplitude auf diesem Niveau zu stabilisieren, wie sie für kontinuierliches *Dynamical Decoupling* genutzt wird. Magnetometer, die auf gepulstem oder kontinuierlichem *Dynamical Decoupling* basieren, sind auf Signale bei niedrigen Frequenzen beschränkt (maximal einige hundert kHz) [43, 182]. Zur Veranschaulichung der genutzten Magnetometrie-Methode sind in Abbildung 7.1 die genutzten Zustände und die verwendeten Felder für die Magnetfeldsensitivitätsbestimmung eingezeichnet. Der genaue Ablauf einer Messsequenz ist in Abbildung 7.2 illustriert. Zwei Mikrowellenfelder bei den Frequenzen  $\omega_{+1}$  und  $\omega_{-1}$  sowie einer zugehörigen Rabi-Frequenz  $\Omega$  erzeugen darin Rotationen zwischen den zeemanaufgespaltenen Grundzustands-hyperfeinstruktur-niveaus  $| -1 \rangle$ ,  $| +1 \rangle$  und  $| 0 \rangle$  von  $^{171}\text{Yb}^+$ . Dadurch, dass die Amplituden der beiden Mikrowellenfelder nach dem im Kapitel 6 beschriebenen *STIRAP*-Verfahren, eingeschaltet und anschließend Amplituden und Phasen konstant gehalten werden wird der *Dressed State*  $| B \rangle = (| -1 \rangle + | +1 \rangle) / \sqrt{2}$  vollkommen besetzt. Wie in Abbildung 6.8 zu sehen ist, besitzt der *Dressed State*  $| B \rangle$  eine sehr lang Lebensdauer für einen magnet-



**Abbildung 7.1.:** Das Schema dient der Veranschaulichung der Anordnung der relevanten Niveaus und der genutzten Felder für die Umsetzung der Magnetometrie-Methode. Im Schema ist detailliert die Grundzustandshyperfeinstruktur mit den für die Magnetfeldsensitivitätsbestimmung genutzten Übergängen und Feldern dargestellt. Das mit **Signal** gekennzeichnete Feld erzeugt Rotationen zwischen dem Zeemanunterniveau  $|0'\rangle$  und dem *Dressed State*  $|B\rangle = (|-1\rangle + |+1\rangle)/\sqrt{2}$ . Mikrowellenfelder bei den Frequenzen  $\omega_{+1}$  und  $\omega_{-1}$  mit der derselben zugehörigen Rabi-Frequenz  $\Omega$  entkoppeln den Zustand  $|B\rangle$  von der orthogonalen Überlagerung  $|D\rangle = (|-1\rangle - |+1\rangle)/\sqrt{2}$  der Zeemanunterniveaus  $|-1\rangle$  und  $|+1\rangle$ , was die Kohärenzzeit des  $|B\rangle$ -Zustands deutlich verlängert. Der Übergang  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  bei der Frequenz  $\omega_0$  ist bei einem Magnetfeld um  $|\vec{B}| = 0$  in erster Ordnung nicht sensitiv für Magnetfeldänderungen.



**Abbildung 7.2.:** Das Schema zeigt die einzelnen Elemente einer Messsequenz für die Magnetfeldbestimmung. Laserlicht bei 369 nm wird für die Zustandspräparation und den zustandsselektiven Nachweis genutzt. Laserlicht bei 369 nm, das relativ zum vorherigen Lichtfeld um 2,1 GHz verstimm ist, wird für die anfängliche Zustandspräparation in den Zustand  $|0\rangle$  genutzt. Mit einem resonant auf den Übergang eingestrahlt MW-Feld wird die Besetzung vom Zustand  $|0\rangle$  in den Zustand  $|+1\rangle$  gepumpt. Zwei Mikrowellenfelder auf den Resonanzen der Übergänge  $|0\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  und  $|0\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  werden genutzt, um den *Dressed State* in Schritt vier mittels einer *STIRAP*-Sequenz zu präparieren und in Schritt sechs wieder zurück in die atomare Basis zu befördern. Das Radiofrequenzsignal führt zu Übergängen zwischen dem *Dressed State* und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$ . Im letzten Schritt wird die Resonanzfluoreszenz mit einem Photomultiplier detektiert.

## 7. Ein gespeichertes Ion als Magnetfeldsensor

feldabhängigen Zustand (siehe Kapitel 6.5.1).

Nun können mit einem zusätzlichen Radiofrequenz-Feld, auf beispielsweise dem in Abbildung 7.1 mit **Signal** gekennzeichnetem Übergang ( $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$ ), Rabioszillationen zwischen dem *Dressed State*  $|B\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$  getrieben werden.

Während der Dauer des Experiments bewahren die beiden Mikrowellenfelder den  $|B\rangle$ -Zustand vor störendem magnetischem Rauschen, wodurch die Kohärenzzeit  $T_2$  des mit dem RF-Feld zwischen  $|B\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  angeregten Übergangs einen Wert von mehreren Sekunden erreicht.

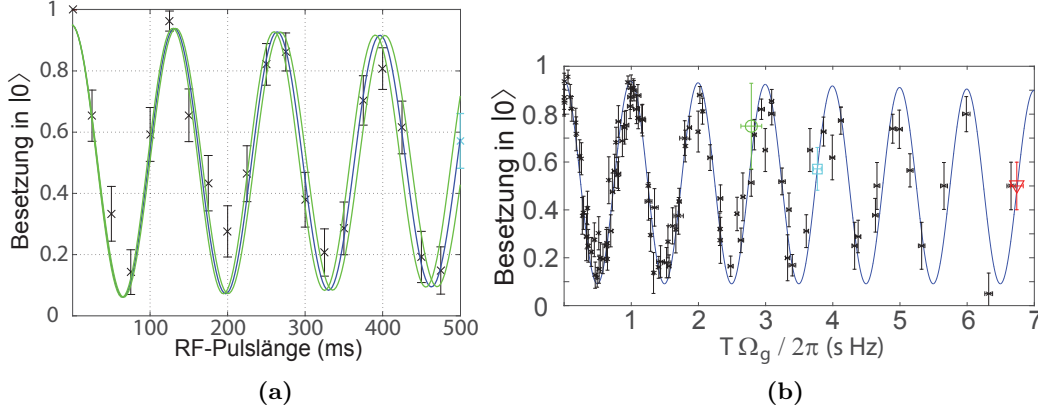
Der Übergang  $|B\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  ist empfindlich für wechselnde magnetische Felder mit einer Frequenz, die der Aufspaltung zwischen den Niveaus  $|0'\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  oder  $|0'\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  entspricht. Dies bietet die Möglichkeit, Magnetfelder hochgenau nachzuweisen, da die Präzision bei Magnetometriemessungen abhängig von der Phasen-Kohärenzzeit ( $T_2$ ) ist und sich verhält wie  $\frac{1}{\sqrt{T_2}}$  [178].

Ein Radiofrequenzfeld wird nahe der Resonanzfrequenz des Übergangs  $|0'\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  oder  $|0'\rangle \leftrightarrow |-1\rangle$  eingestrahlt und ruft dabei Rabioszillationen mit der zugehörigen Rabifrequenz  $\Omega_g$  hervor (Abbildung 7.3a). Nachdem die Wechselwirkung mit dem RF-Puls beendet ist, werden die beiden Mikrowellenfelder nach dem *STIRAP*-Verfahren adiabatisch ausgeschaltet und die in den  $|0\rangle$ -Zustand projizierte Besetzung ausgelesen. Wenn während des RF-Pulses der Zustand  $|0'\rangle$  besetzt wird, hat die anschließende *STIRAP*-Sequenz keinen Effekt und die Besetzung bleibt im Zustand  $|0'\rangle$  und wird als Hell-Ereignis detektiert. Variiert man die RF-Pulslänge  $T$  für unterschiedliche RF-Puls Amplituden, können Rabioszillationen mit verschiedener Rabifrequenz  $\Omega_g$  aufgenommen werden. Die in den  $|0\rangle$ -Zustand abgebildete und gemessene Besetzung  $P(T)$  oszilliert dabei mit der Rabifrequenz  $\Omega_g$ . Wie in Kapitel 4.2 ausführlich beschrieben, kann aus einer Anpassung an die aufgenommenen Daten die Rabifrequenz bestimmt werden.

In Abbildung 7.3a ist die angepasste Oszillation an die experimentellen Ergebnisse blau dargestellt und grün die beiden, um den ermittelten Fehler der Rabifrequenz „korrigierten“, schnelleren und langsameren Oszillationen. Die grün dargestellten Kurven verdeutlichen die mit steigender RF-Pulslänge wachsende Ungenauigkeit der Anpassung. Der cyan hervorgehobene Datenpunkt bei 500 ms ist ebenfalls in Abbildung 7.3b zu sehen.

In Abbildung 7.3b sind die Resultate für unterschiedliche Pulslängen  $T$  des RF-Feldes und für verschiedene Werte der Rabifrequenz  $\Omega_g$  dargestellt. Dabei wird die gemessene Population  $P(T)$  im Zustand  $|0\rangle$  gegen das Produkt aus Rabifrequenz  $\Omega_g$  und RF-Pulslänge  $T$  des **Signals** aufgetragen. Exemplarisch sind drei bestimmte Messwerte mit unterschiedlichen Farben und Symbolen hervorgehoben. Die Farbkodierung wird ebenfalls in der Abbildung 7.4 genutzt.

Unter Berücksichtigung der Verringerung des Kontrastes der Besetzung aufgrund von Dekohärenz hat die Oszillation die Form  $P(T) = \frac{1}{2}b(T) \cdot \sin^2(\frac{1}{2}\Omega_g T)$ . Dabei gibt  $b(T) = e^{-\gamma\Omega_g T}$  den Dämpfungsfaktor der Dephasierung an. Mit steigender Anzahl von Wiederholungen  $n$  der Messung reduziert sich der statistische Fehler  $\Delta P(T)$ .



**Abbildung 7.3.:** (a) Die gemessene Besetzung im Zustand  $|0\rangle$  nach einem Rabi-Experiment zwischen den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ , bei der die Wechselwirkungszeit  $T$  des RF-Feldes (**Signal**) auf dem  $|0'\rangle \leftrightarrow |+1\rangle$  Übergang zwischen 0,1 ms und 500 ms in 21 Schritten variiert wird. Aus der an die Messpunkte angepassten Funktion (blaue Kurve) ergibt sich eine Rabifrequenz von  $\Omega_g = 2\pi \cdot 7,54 \text{ Hz}$  und ein Fehler von  $\Delta\Omega_g = 2\pi \cdot 0,12 \text{ Hz}$ . Grün aufgetragen sind die Oszillationen, die um den ermittelten Fehler der Rabifrequenz  $\Delta\Omega_g$  schneller und langsamer oszillieren. Der cyan dargestellte Datenpunkt bei  $T = 500 \text{ ms}$  ist ebenfalls in Teil (b) hervorgehoben. Jeder Messpunkt setzt sich aus jeweils 30 Wiederholungen zusammen. Der angegebene Fehler ist ein rein statistischer Fehler. In Teil (b) der Abbildung ist die Besetzung im Zustand  $|0\rangle$  für einige Rabi-Spektroskopieexperimente (wie in Teil (a)) mit unterschiedlichen Werten für Rabifrequenz  $\Omega_g$  und Einstrahlzeit des RF-Feldes  $T$  gegen das Produkt aus  $\Omega_g$  und  $T$  dargestellt. Die Ableitung, der an die Datenpunkte angepassten Funktion (blaue Kurve), gibt die Steigung  $\frac{\partial P(T)}{\partial \varphi(\Omega_g, T)}$  zur Zeit  $T$  an. Exemplarisch sind drei Datenpunkte besonders farblich hervorgehoben. So stimmt der cyan dargestellte Messwert in Teil (a) mit dem cyan gefärbten Datenpunkt in Teil (b) überein. Die Farbkodierung wird zudem in Abbildung 7.4 genutzt.

Die erreichbare Magnetfeldsensitivität für eine Messung von  $\Omega_g$  ist gegeben durch [51]:

$$\delta\Omega_g = \frac{\Delta P(T)}{\frac{\partial P(T)}{\partial \varphi(\Omega_g, T)} T}. \quad (7.1)$$

Die partielle Ableitung  $\frac{\partial P(T)}{\partial \varphi(\Omega_g, T)}$  wird bestimmt durch die Steigung  $\frac{\partial F(\Omega_g, T)}{\partial \varphi(\Omega_g, T)}$  der blau dargestellten angepassten Funktion  $F(\Omega_g, T)$  an die gemessenen Punkte für eine bestimmte Rabifrequenz  $\Omega_g$  und Pulslänge  $T$ . Die Funktion:

$$F(\Omega_g, T) = B + A \cdot e^{-\Omega_g \gamma T} \cdot \sin^2\left(\frac{1}{2}\Omega_g T - \Phi\right) \quad (7.2)$$

berechnet sich mittels der Parameter Amplitude  $A$ , Hintergrund  $B$ , Dämpfung  $\gamma$  und Phase  $\Phi$ . Die Dämpfung  $\gamma$  ist dabei ein dimensionsloser Faktor, der die Dämpfung in Abbildung 7.3a angibt. Die für die Sensitivitätsbestimmung benötigte Steigung  $\frac{\partial F(\Omega_g, T)}{\partial \varphi(\Omega_g, T)}$

## 7. Ein gespeichertes Ion als Magnetfeldsensor

zur Zeit  $T$  folgt aus:

$$\frac{\partial F(\Omega_{\mathbf{g}}, T)}{\partial \varphi(\Omega_{\mathbf{g}}, T)} = A \cdot [-\gamma e^{-\Omega_{\mathbf{g}} \gamma T} \sin^2\left(\frac{1}{2}\Omega_{\mathbf{g}} T - \Phi\right) + e^{-\Omega_{\mathbf{g}} \gamma T} \sin\left(\frac{1}{2}\Omega_{\mathbf{g}} T - \Phi\right) \cos\left(\frac{1}{2}\Omega_{\mathbf{g}} T - \Phi\right)]. \quad (7.3)$$

Der Fehler der Steigung von  $F(\Omega_{\mathbf{g}}, T)$  wird durch den Fehler  $\Delta\Omega_{\mathbf{g}}$  der angepassten Rabifrequenz in  $\Delta\varphi(\Omega_{\mathbf{g}}, T) = \Delta\Omega_{\mathbf{g}} T$  ausschlaggebend bestimmt.

$$\begin{aligned} \Delta \frac{\partial F(\Omega_{\mathbf{g}}, T)}{\partial \varphi(\Omega_{\mathbf{g}}, T)} &= (\Delta\varphi(\Omega_{\mathbf{g}}, T))^2 A^2 [\gamma^2 e^{-\Omega_{\mathbf{g}} \gamma T} \sin^2\left(\frac{1}{2}\Omega_{\mathbf{g}} T - \Phi\right) \\ &\quad - 2\gamma e^{-\Omega_{\mathbf{g}} \gamma T} \sin\left(\frac{1}{2}\Omega_{\mathbf{g}} T - \Phi\right) \cos\left(\frac{1}{2}\Omega_{\mathbf{g}} T - \Phi\right) \\ &\quad + e^{-\Omega_{\mathbf{g}} \gamma T} \frac{1}{2} (\cos^2\left(\frac{1}{2}\Omega_{\mathbf{g}} T - \Phi\right) - \sin^2\left(\frac{1}{2}\Omega_{\mathbf{g}} T - \Phi\right))]^{-1/2}. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Die erreichbare schrotrausch-begrenzte Magnetfeldsensitivität lautet für eine Messung der Rabifrequenz  $\Omega_{\mathbf{g}}$  [187]:

$$S = \delta\Omega_{\mathbf{g}} \sqrt{T_{\text{tot}}} = \frac{\Delta P(T)}{\frac{\partial P(T)}{\partial \varphi(\Omega_{\mathbf{g}}, T)} T} \sqrt{T_{\text{tot}}}. \quad (7.5)$$

Darin ist  $T_{\text{tot}} = n(T + T_{\text{add}})$  die korrigierte Gesamtmesszeit für  $n$  Wiederholungen der Messung bei einer RF-Pulslänge  $T$ . Dabei gibt  $T_{\text{add}}$  für eine einzelne Wiederholung die zusätzliche Zeit an, in der das Magnetometer nicht sensitiv für das RF-Feld ist. Diese Zeit wird benötigt für die Synchronisation der verwendeten Geräte untereinander und auf das Labornetz, die Präparation des Anfangszustands, die Zustandsbestimmung und die Kühlung des Ions.

Die erreichbare schrotrausch-begrenzte Magnetfeldsensitivität  $S$  gibt die kleinste Änderung der Rabifrequenz  $\Omega_{\mathbf{g}}$  in der Einheit  $\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  an [51]. Für eine hohe Genauigkeit des Magnetometers sollte der Anteil von  $T_{\text{add}}$  an  $T_{\text{tot}}$  gering sein. Mit steigender Anzahl an Wiederholungen  $n$  nimmt die Standardabweichung  $\Delta P$  um  $1/\sqrt{n}$  ab. Gleichzeitig verlängert sich die korrigierte Gesamtmesszeit um  $nT_{\text{tot}}$ , wodurch sich die Magnetfeldsensitivität  $\delta\Omega_{\mathbf{g}}$  im Endeffekt vergrößert. Für eine bestimmte, festgelegte, korrigierte Experimentzeit  $T_{\text{tot}}$  lässt sich die Sensitivität erhöhen, indem die Anzahl der Wiederholungen  $n$  verringert und dadurch die RF-Pulslänge  $T$  vergrößert wird.

Das Standard-Quanten-Limit  $S_L$  der Sensitivität leitet sich aus der minimal messbaren Änderung der Rabifrequenz aus Formel 7.1 her. Für die Bestimmung der experimentellen Magnetfeldsensitivität wird der Fehler  $\Delta P$  der gemessenen Besetzung genutzt. Die ideale theoretische Ungenauigkeit der Besetzung lautet:

$$\Delta P = \frac{\sqrt{\langle P \rangle (1 - \langle P \rangle)}}{\sqrt{n}} \quad (7.6)$$

mit  $P = |0\rangle\langle 0|$  [79]. Nutzt man  $\langle P \rangle = \cos^2(\varphi/2)$  mit der Phase  $\varphi = \Omega_{\mathbf{g}}T$  und ersetzt  $1/\sqrt{n}$  durch  $\sqrt{T_s/T_{\text{tot}}}$  aufgrund der Beziehung  $T_{\text{tot}} = nT_s = n(T + T_{\text{add}})$  folgt aus Gleichung 7.1:

$$\delta\Omega_{\mathbf{g}} = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{T_s}{T_{\text{tot}}}}. \quad (7.7)$$

Die Zeit  $T_s = T + T_{\text{add}}$  wird für eine einzige Messung eines Datenpunkts benötigt. Verglichen mit der RF-Pulslänge  $T$  (Rabioszillationszeit) ist die zusätzliche Zeit  $T_{\text{add}}$ , die für die Kühlung, die Zustandspräparation und das Auslesen des Zustands benötigt wird, klein. Wenn keine zusätzliche Zeit  $T_{\text{add}}$  erforderlich ist ( $T_s \rightarrow T$ ), wird das Standard-Quanten-Limit erreicht:

$$S_L = \delta\Omega_{\mathbf{g}} \sqrt{T_{\text{tot}}} = \frac{1}{\sqrt{T}}. \quad (7.8)$$

Die günstigsten Messpunkte zum Bestimmen der Sensitivität in Abbildung 7.3b könnten an den Stellen liegen, an denen die Besetzung im Zustand  $|0\rangle$  gerade eins oder null ist und die Standardabweichung  $\Delta P(T)$  theoretisch gegen Null geht. Dort ist allerdings die Steigung  $\frac{\partial P(T)}{\partial \varphi(\Omega_{\mathbf{g}}, T)}$  ebenso Null, daher bieten sich als sinnvolle Messpunkte die Stellen mit möglichst maximaler Steigung an.

Die nach dieser Methode bestimmte Abschätzung der schrotrausch-begrenzten Magnetfeldsensitivität ist in Abbildung 7.4 gegen die Experimentzeit  $T_{\text{tot}}/n = T + T_{\text{add}}$  dargestellt. Die drei farblich und durch unterschiedliche Symbole gekennzeichneten Werte in Abbildung 7.3b stimmen mit der Kennzeichnung in den Abbildungen 7.3a und 7.4 überein und veranschaulichen schrittweise, wie ein Datenpunkt in einem Rabi-Experiment bei einer RF-Pulslänge  $T$  zur Abschätzung der schrotrausch-begrenzten Magnetfeldsensitivität genutzt wird. Cyan dargestellt ist für eine Pulslänge von  $T = 500$  ms und einer Rabifrequenz von  $\Omega_{\mathbf{g}} = 2\pi \cdot (7,54 \pm 0,12)$  Hz eine abgeschätzte Magnetfeldsensitivität  $S = (0,278 \pm 0,017)$  Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Der abgebildete dreieckige rote Datenpunkt bei einer Messzeit von  $T = 1000$  ms und einer Rabifrequenz von  $\Omega_{\mathbf{g}} = 2\pi \cdot (6,74 \pm 0,10)$  Hz besitzt eine abgeschätzte Sensitivität von  $S = (0,200 \pm 0,004)$  Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Für die längste Pulsdauer von  $T = 1500$  ms (grün) in den Experimenten und einer Rabifrequenz von  $\Omega_{\mathbf{g}} = 2\pi \cdot (1,86 \pm 0,10)$  Hz konnte eine schrotrausch-begrenzte Magnetfeldsensitivität von  $S = (0,130 \pm 0,036)$  Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$  bestimmt werden, was einer Sensitivität von 4,6 pT/ $\sqrt{\text{Hz}}$  entspricht. Dies ergibt sich aus der Division durch das gyromagnetische Elektronen-Verhältnis 28025 MHz/T.

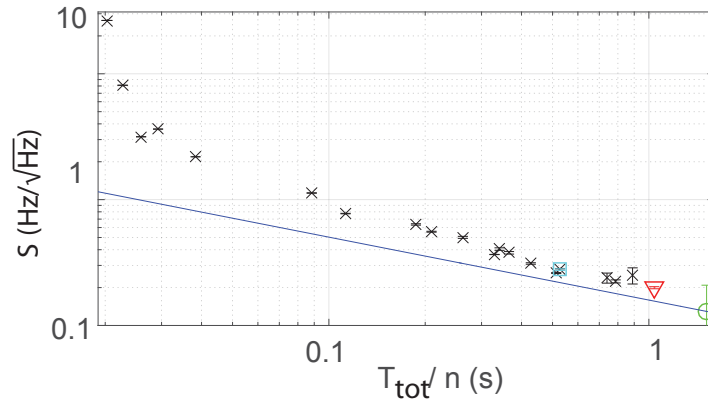
Die eingezeichnete blaue Gerade gibt das zugehörige Standard-Quanten-Limit an. Für längere RF-Pulsängen  $T$  nähert sich die ermittelte Sensitivität dem Standard-Quanten-Limit, wohingegen für kurze Zeiten  $T$  die bestimmte Sensitivität recht weit entfernt vom theoretischen Limit liegt. Dies wird durch den Zuschlag  $T_{\text{add}}$  (für Zustandspräparation, Zustandsnachweis und Kühlung des Ions) auf die Messzeit für einen Datenpunkt  $T_s$  hervorgerufen und hat einen viel deutlicheren Einfluss für kürzere RF-Pulsängen  $T$ .

Wenn für eine bestimmte korrigierte Experimentzeit  $T_{\text{tot}}$  die Anzahl an Wiederholungen  $n$  verringert wird, erhöht sich die erreichbare schrotrausch-begrenzte Magnetfeldsensitivität  $S$ .

In Abbildung 7.4 sind einige Fehlerbalken ungewöhnlich groß dargestellt, dies beruht auf



## 7. Ein gespeichertes Ion als Magnetfeldsensor



**Abbildung 7.4.:** In der Abbildung sind die erreichten schrotrausch-begrenzten Magnetfeldsensitivitäten  $S = \delta\Omega_{\text{g}}\sqrt{T_{\text{tot}}}$ , für Messungen der Rabifrequenz  $\Omega_{\text{g}}$  als Funktion der korrigierten Experimentzeit  $T_{\text{tot}}/n$  aufgetragen.  $T_{\text{tot}} = n(T + T_{\text{add}})$  gibt die benötigte Zeit für  $n$  Wiederholungen des Experiments an. Zusätzlich zu der Rabioszillationszeit  $T$  wird die für die Durchführung des Experiments notwendige Zeit  $T_{\text{add}}$  berücksichtigt. Exemplarisch ist die Sensitivität für drei Datenpunkte durch verschiedenfarbige Symbole hervorgehoben. Die Farbe und die Symbole der drei Messwerte entsprechen dabei der Kodierung aus Abbildung 7.3b. Für eine Messzeit von  $T = 500$  ms und einer Rabifrequenz von  $\Omega_{\text{g}} = 2\pi \cdot (7,54 \pm 0,12)\text{Hz}$  ergibt sich eine schrotrausch-begrenzte Sensitivität von  $S = (0,278 \pm 0,017)\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  (cyan). Der rote Datenpunkt bei einer Messzeit von  $T = 1000$  ms erreicht eine Sensitivität von  $S = (0,200 \pm 0,004)\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  bei einer Rabifrequenz von  $\Omega_{\text{g}} = 2\pi \cdot (6,74 \pm 0,10)\text{Hz}$ . Die beste Sensitivität von  $S = (0,130 \pm 0,036)\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  (grün) wird bei einer Pulslänge von  $T = 1500$  ms und einer Rabifrequenz von  $\Omega_{\text{g}} = 2\pi \cdot (1,86 \pm 0,10)\text{Hz}$  erzielt. Die blaue Kurve gibt das durch  $S_L = \frac{1}{\sqrt{T}}$  gegebene Standard-Quanten-Limit unter Berücksichtigung des Faktors  $\frac{1}{2\pi}$  an. Für kurze RF-Pulslängen  $T$  liegt die bestimmte Sensitivität recht weit entfernt vom theoretischen Limit. Die ermittelte Sensitivität nähert sich für längere RF-Pulslängen  $T$  dem Standard-Quanten-Limit an. Dies wird bewirkt durch den notwendigen, nicht sensitiven Zuschlag  $T_{\text{add}}$  (für Zustandspräparation, Zustandsnachweis und Kühlung des Ions) auf die Messzeit und hat einen viel ausgeprägteren Einfluss für kürzere RF-Pulslängen  $T$ .

der Tatsache, dass der Fehler  $\Delta\varphi(\Omega_{\text{g}}, T) = \Delta\Omega_{\text{g}}T$  für lange RF-Pulslängen  $T$  auch bei geringen Fehlern von  $\Delta\Omega_{\text{g}}$  recht groß werden kann.

Die hier präsentierte neue Magnetometrie-Methode detektiert Frequenzen nahe der Zeemanaufspaltung, deren Größe von einem externen Magnetfeld hervorgerufen wird. Die durchgeführten Messungen nahe 14 MHz haben gezeigt, dass im Vergleich zu [43] in einer kürzeren sensitiven Zeit eine um den Faktor drei höhere Magnetfeldsensitivität erzielt wird. Neben einer hohen Empfindlichkeit besitzt das eingesetzte Verfahren eine räumliche Auflösung im Nanometerbereich, da das für die Experimente genutzte einzelne Ion in einem räumlichen Bereich der Ordnung (20 nm) lokalisiert ist. Die Methode bietet durch Veränderung des externen Magnetfelds prinzipiell die Möglichkeit, Frequenzen von nahe DC bis in den GHz-Bereich zu messen. Zudem wird keine magnetische Abschirmung benötigt und grundsätzlich sollte das Verfahren in der Lage sein, kleinste Änderungen bei großen externen *Offset*-Magnetfeldern (beispielsweise  $\approx 10$  T) nachzuweisen.

$\Omega_g$ ( $2\pi \cdot$ Hz)	$\Delta\Omega_g$ ( $2\pi \cdot$ Hz)	n	T (s)	$T_{add}$ (s)
3336.37	24.63	20	0.0008	0.019
431.58	13.24	20	0.0043	0.018
414.23	6.55	20	0.0090	0.017
230.18	5.90	20	0.0095	0.020
218.83	3.21	20	0.0170	0.021
34.84	3.38	10	0.0500	0.039
20.17	1.95	10	0.0900	0.022
18.79	0.51	10	0.1667	0.020
13.62	0.56	10	0.1700	0.040
7.70	0.27	10	0.2400	0.022
12.52	0.17	40	0.3000	0.028
18.21	0.19	20	0.3200	0.020
18.21	0.19	20	0.3467	0.020
5.53	0.16	10	0.4000	0.028
2.65	0.16	10	0.4750	0.038
5.53	0.16	10	0.5000	0.028
7.54	0.12	30	0.5000	0.028
3.14	0.14	10	0.7000	0.040
5.67	0.18	5	0.7500	0.039
6.65	0.06	25	0.8500	0.039
6.74	0.10	25	1.0000	0.039
1.86	0.10	5	1.5000	0.015

**Tabelle 7.1.:** Die Tabelle listet die experimentellen Parameter aus Abbildung 7.4 auf. In den ersten beiden Spalten sind die Rabi-Frequenz  $\Omega_g$  und die Standardabweichung  $\Delta\Omega_g$  angegeben. Die Anzahl der durchgeführten Wiederholungen  $n$  ist in Spalte drei aufgeführt. In Spalte vier ist die RF-Pulslänge  $T$  angegeben. Spalte vier gibt die zusätzliche Zeit  $T_{add}$  an, die für die Synchronisation der verwendeten Geräte untereinander und auf das Labornetz, die Präparation des Anfangszustands, die Zustandsbestimmung und die Kühlung des Ions benötigt wird. Die Reihenfolge der aufgeführten Werte entspricht den in Abbildung 7.4 mit steigender Phase  $\varphi = \Omega_g T$  dargestellten Messwerten.

### 7.1.2. Vergleich mit anderen Magnetometern

Betrachtet man die Magnetfeldsensitivität einiger hochempfindlicher Magnetometer, fällt auf, dass sie ihre beste Sensitivität bei unterschiedlichen Frequenzen erreichen und auch die Bandbreite stark variiert. Zudem benötigen manche Systeme Tieftemperaturen (Kryotechnik) oder eine magnetfeldabgeschirmte Umgebung. Verschiedene Systeme existieren, die Magnetfelder entweder mit hoher oder geringer räumlicher Auflösung detektieren. Selten sind die unterschiedlichen Systeme in der Lage, gleichzeitig eine hohe Magnetfeldsensitivität und eine hohe Ortsauflösung zu erzielen [188].

Magnetfeldsensitivitäten im Bereich von femto oder sogar sub-femto  $\text{T}/\sqrt{\text{Hz}}$  erreichen Magnetometer wie *Superconducting Quantum Interference Devices (SQUIDS)* [189–191] und *Spin-Exchange Relaxation-Free (SERF)* atomare Magnetometer [192]. Optische atomare Magnetometer (*OAMs*) [193–195] sind alternative Sensoren, die auf den magneto-optischen Eigenschaften einer atomaren Probe basieren und erreichen eine Empfindlichkeit im  $\text{fT}/\sqrt{\text{Hz}}$  Bereich [196]. *OAMs* benötigen keine Tieftemperaturen und bieten dadurch die Möglichkeit, das Sensorvolumen zu miniaturisieren [197].

Mit einem künstlichen Atom (*PCQ*), simuliert durch eine supraleitende Schleife mit drei

## 7. Ein gespeichertes Ion als Magnetfeldsensor

Josephson-Kreuzungen, das bei einer Temperatur von 43 mK verwendet wird, kann eine Empfindlichkeit von  $3,3 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  bei einem Wechselstrommagnetfeld nahe 10 MHz erreicht werden [198]. Häufig schließt sich das Erkennen von Magnetfeldern mit höchster Empfindlichkeit und räumlicher Auflösung gegenseitig aus [199].

Eine hohe örtliche Auflösung im Nanometer-Bereich bei geringer Magnetfeldsensitivität bieten Sensoren wie *Magnetic Force Microscopes (MFM)* [200–202] oder Hall-Sensoren [203, 204]. Anwendungen, die die Entwicklung eines einzelnen Spins verfolgen *electron spin resonance (ESR)*, erreichen eine Magnetfeldsensitivität im  $\text{nT}/\sqrt{\text{Hz}}$  Bereich mit hoher Ortsauflösung [177, 181–183, 187, 205, 206]. Mit einem *Stickstoff-Fehlstellen-Zentrum (NV)* im Diamantengitter [175] oder *Single-Crystal Chemical Vapor Deposition (CVD)* im Diamantengitter können Magnetfeldsensitivitäten im  $\text{nT}/\sqrt{\text{Hz}}$  mit einer unter dem Nanometer-Bereich liegenden Ortsauflösung erreicht werden [179, 180].

Oberflächenabbildungen mit Bose-Einstein Kondensaten (*BEC*) erreichen eine Magnetfeldsensitivität von  $\sim 10 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  und eine Ortsauflösung von  $50 \mu\text{m}$  bei  $120 \mu\text{s}$  zeitlicher Auflösung [207].

Die hochmoderne Magnetometrie setzt zunehmend auf *Dynamical Decoupling*. Während einer Entkopplungspulsfolge wird der Quantensensor von dem Umgebungsmagnetrauschen entkoppelt. Gleichzeitig wird die Empfindlichkeit des Sensors gegenüber alternierenden magnetischen Signalen bei bestimmten Frequenzen erhöht. Beruhend auf nicht kommutierenden Quantenoperatoren wird im elektronischen Grundzustand eines einzelnen gespeicherten  $\text{Sr}^+$ -Ions eine Magnetfeldsensitivität von  $13 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  erreicht [43]. Mit etwa  $10^3$  NV-Zentren in einem Diamantengitter ist für Frequenzen bis zu 220 kHz eine Empfindlichkeit von  $10 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$  [182] bestimmt worden.

### 7.1.3. Grenzen der Sensitivität

Die Grenzen der Genauigkeit und mögliche auftretende störende Effekte der in diesem Kapitel vorgestellten Methode zur hochpräzisen Bestimmung von wechselnden Magnetfeldern wird im Folgenden erörtert.

Das Ion als Sensor ist einem Magnetfeld ausgesetzt, das in einen Mittelwert (*Bias-field*) und Fluktuationen um diesen Mittelwert zerlegt werden kann. Die Fluktuationen sind typischerweise durch eine breite Leistungsspektraldichte gekennzeichnet. Die Zustände  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$  sind um  $|\vec{B}| = 0$  in erster Ordnung unabhängig von äußeren Magnetfeldänderungen. Wie in Abbildung 7.5a illustriert ist, führt das magnetische Feld, dass auf die magnetfeldempfindlichen Zustände wirkt, zu einer Verschiebung um  $\delta$  der Zustände  $|+1\rangle$  und  $|-1\rangle$ . Wenn ein *Dressed State* erzeugt ist und das Magnetfeld schwankt, ändert es die relative Phase zwischen den beiden Zuständen. Dabei tragen unterschiedliche Frequenzkomponenten zu der Dephasierung bei.

In der durch die Mikrowellenfelder erzeugten *Dressed State*-Basis führt die Energieverschiebung  $\delta$  zu einer Kopplung (proportional zu  $\delta$ ) zwischen dem *Dressed State*  $|B\rangle$  und den *Dressed States*  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  (siehe Abbildung 7.5b). Die *Dressed States*  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  sind energetisch deutlich ( $\Omega/\sqrt{2}$ ) vom Zustand  $|B\rangle$  getrennt. Der Zustand  $|B\rangle$  ist vor

Dephasierung geschützt, da nur spezifische Magnetfeldkomponenten bei oder um die Frequenz, die der Trennung  $\Omega/\sqrt{2}$  entspricht, zu dieser Kopplung beitragen können. Die durch magnetisches Rauschen induzierten Übergänge  $|B\rangle \leftrightarrow |u\rangle$  und  $|B\rangle \leftrightarrow |d\rangle$  sind daher ebenfalls unterdrückt.

Die Grenzen der Kohärenzzeit des für die Magnetometriemessungen genutzten Qubits aus den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  sind in den Abschnitten 6.6.3 und 2.9.2 untersucht worden.

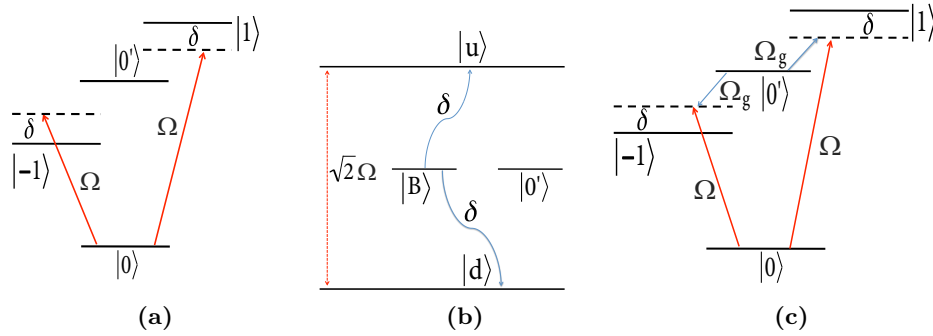
Die experimentellen Ergebnisse haben gezeigt, dass der *Dressed State*  $|B\rangle$  gegen geringe Verstimmungen der Zeemanaufspaltung widerstandsfähig ist und keine Auswirkung auf dessen Besetzung hat. Dies gilt solange die Verstimmungen der Zeemanaufspaltung im Vergleich zu der Rabi-Frequenz der beiden, für die Erzeugung der *Dressed States* genutzten, MW-Felder ( $\Delta \ll \Omega$ ) gering ist.

Der *Dressed State*  $|B\rangle$  ist durch eine Energielücke der Größe  $\sqrt{2}\Omega$  zwischen den Zuständen  $|u\rangle = (|D\rangle + |0\rangle)/\sqrt{2}$  und  $|d\rangle = (|D\rangle - |0\rangle)/\sqrt{2}$  von diesen getrennt. Die von der Rabi-Frequenz  $\Omega$  der Mikrowellenfelder abhängige Energielücke stabilisiert den  $|B\rangle$  Zustand gegenüber Fluktuationen im Magnetfeld oder Schwankungen in den Mikrowellenfeldern. So lange die umgebenden Magnetfeldschwankungen kleiner als die Energielücke zwischen den *Dressed States* sind ( $\mu\Delta B < \hbar\Omega/\sqrt{2}$ ), wird die Qubitphase nicht beeinflusst. Die Kohärenzzeit wird dabei durch Effekte zweiter Ordnung, der umgebenden Magnetfeldschwankungen und der daraus resultierenden Verschiebung der Niveaus, begrenzt [50]. Da sich das Qubit aus den beiden Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  zusammensetzt, stellt ebenfalls die Magnetfeldabhängigkeit des Zustands  $|0'\rangle$  einen begrenzenden Faktor für die Qubit-Kohärenzzeit dar. Der Zustand  $|0'\rangle$  wird durch den Zeemaneffekt zweiter Ordnung beeinflusst. Schwankungen in der Energie des Zustands können zu einer Dephasierung des Qubits führen, wodurch die Kohärenzzeit  $T_2$  begrenzt wird und dadurch wiederum negativ die Empfindlichkeit des Magnetometers beeinflusst wird.

Eine Verschiebung der atomaren Zustände  $|\pm 1\rangle$  um  $\delta$ , hervorgerufen durch rauschende umgebende Magnetfelder, führt zu einer Verschiebung der Niveaus der Größenordnung  $\pm \frac{\delta^2}{\Omega/\sqrt{2}}$  in der *Dressed States*-Basis (siehe Abbildung 7.5a). Dabei heben sich die resultierenden Verschiebungen durch die Kopplung an die rauschenden umgebenden Magnetfelder zwischen  $|B\rangle \leftrightarrow |u\rangle$  und  $|B\rangle \leftrightarrow |d\rangle$  aufgrund der unterschiedlichen Vorzeichen auf. Neben den Niveauverschiebungen kann es auf Grund der Kopplung von Zustand  $|B\rangle$  an die Zustände  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  zu einer "Kontaminierung" von  $|B\rangle$  mit einer Amplitude von  $\frac{\delta}{\Omega/\sqrt{2}}$  kommen. Dies bedeutet der Eigenzustand von  $|B\rangle$  wird sich aufgrund des Magnetfeldrauschens zu  $|B\rangle_{neu} \approx |B\rangle + \frac{\Omega}{\sqrt{2}\delta}|u\rangle - \frac{\Omega}{\sqrt{2}\delta}|d\rangle$  ändern. Daher wird die Kopplung an das **Signal** um den gleichen Betrag reduziert und verringert somit die Magnetfeldempfindlichkeit für diese Frequenzkomponente. Die Energielücke des Qubits hängt nicht von möglichen Schwankung des Magnetfeldes ab und ist gegeben durch die Frequenzdifferenz zwischen den beiden Mikrowellenfeldern, die die Zustände  $|-1\rangle$  und  $|0\rangle$  sowie  $|+1\rangle$  und  $|0\rangle$  koppeln.

Im Gegensatz zu anderen Methoden, die von den Schwankungen der Rabi-Frequenz des Entkopplungsfeldes abhängen (siehe Abschnitt 7.1.2), hängt die Empfindlichkeit des hier präsentierten Magnetometrie-Verfahrens im Grenzbereich großer Mikrowellenampli-

## 7. Ein gespeichertes Ion als Magnetfeldsensor



**Abbildung 7.5.:** In Teil (a) der Abbildung ist eine magnetfeldinduzierte Verstimmung  $\delta(t)$  der atomaren Zustände  $|+1\rangle$  und  $|-1\rangle$  dargestellt. Teil (b) zeigt in der *Dressed States*-Basis die Frequenzkomponenten des zeitabhängigen, rauschenden Magnetfeldes, die zu einer Niveauverschiebung um  $\delta(t)$  in der atomaren Basis führen. Daraus resultiert eine Verschiebung der Niveaus der Größenordnung  $\pm \frac{\delta^2}{\Omega/\sqrt{2}}$  in der *Dressed States*-Basis. Dabei heben sich die resultierenden Verschiebungen durch die Kopplung an die rauschenden umgebenden Magnetfelder zwischen  $|B\rangle \leftrightarrow |u\rangle$  und  $|B\rangle \leftrightarrow |d\rangle$  aufgrund der unterschiedlichen Vorzeichen auf. Aufgrund der Symmetrie ist die Kohärenzzeit  $T_2$  des für die Magnetometriemessungen genutzten Qubits  $\{|B\rangle, |0'\rangle\}$  nicht von dieser Kopplung betroffen. In Teil (c) der Abbildung sind die atomaren Niveaus für den Grenzfall skizziert in dem  $\delta \gg \Omega$  ist und die Methode nicht effizient ist. Das zu untersuchende *Signal* (mit Rabifrequenz  $\Omega_g$ ) und die beiden Mikrowellenfelder für die Erzeugung der *Dressed States* mit der Rabifrequenz  $\Omega$  stimulieren einen Ramanübergang zwischen den beiden Magnetfeld unempfindlichen Zuständen  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$ . In diesem Extrembereich ( $\delta \gg \Omega$ ) wird verdeutlicht, dass das zu untersuchende RF-Feld (*Signal*), das detektiert wird, durch die Differenz zwischen den beiden Mikrowellenfeldern festgelegt ist.

tuden von der relativen Frequenzstabilität zwischen den beiden Mikrowellenfeldern ab. Dies kann man leicht im entgegengesetzten Grenzfall sehen, wenn  $\delta \gg \Omega$  ist. In diesem Grenzfall sind die Zustände  $|\pm 1\rangle$  nur leicht bevölkert und können so adiabatisch eliminiert werden. Der Zustand  $|B\rangle$  ist nicht besetzt und die Zustände  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  sind abgesehen von den Phasenfaktoren im Wesentlichen identisch mit dem Zustand  $|0\rangle$ . Wie in Abbildung 7.5c werden in diesem Limit zwei Ramanübergänge von den zwei Mikrowellenfeldern und dem RF-Signalfeld zwischen den beiden magnetisch unempfindlicheren Zuständen  $|0'\rangle$  und  $|0\rangle$  getrieben. Dadurch ist ersichtlich, dass die Abhängigkeit des *Signals* auf der Frequenzdifferenz zwischen den beiden Mikrowellenfeldern zur Erzeugung der *Dressed States* und nicht auf der Rabi-Frequenz  $\Omega$  der Mikrowellenfelder beruht. Eine Änderung des externen Magnetfeldes hätte zudem Einfluss auf das mit dem Radiofrequenzfeld durchgeführte Rabi-Experiment. Das zur Messung der Sensitivität genutzte RF-Signal bei der Resonanzfrequenz der Zeemanaufspaltung wäre daher nicht mehr resonant mit dem Übergang. Die Auswirkung auf ein durchgeführtes Rabi-Experiment wäre eine Erhöhung der Rabifrequenz und eine Reduktion des Kontrastes der Oszillationen. Diesem Effekt kann entgegengewirkt werden, indem die Resonanzfrequenz der Zeemanaufspaltung neu bestimmt wird. Eine Möglichkeit dies zu erreichen ist die Durchführung

eines Ramsey-Experiments mit einem MW-Feld zwischen dem genutzten magnetfeldabhängigen atomaren Zustand ( $|+1\rangle$  oder  $|-1\rangle$ ) und dem Grundzustand  $|0\rangle$  (siehe Kapitel 4.3). Eine andere Möglichkeit ist das Durchstimmen der Radiofrequenz bei einer konstanten Einstrahldauer des Radiofrequenzfeldes, um die Zeemanaufspaltung zu ermitteln, wie in Kapitel 4.1 beschrieben. Mit diesen beiden Methoden kann die störende Auswirkung eines während der Magnetometriemessung auftretenden konstanten ( $DC$ ) Magnetfeldes erkannt und anschließend kompensiert werden.

Wechselnde ( $AC$ ), rauschende Magnetfelder bei den Frequenzen der Zeemanaufspaltung zwischen  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  und zwischen  $|-1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  haben einen, die Magnetfeldsensitivität verringern, Einfluss. Dabei kann nicht direkt unterschieden werden, bei welcher der beiden Übergangsfrequenzen das Rauschen auftritt (oder sogar bei beiden), weil beide Störfelder zu den gleichen störenden Effekten führen. Eine mögliche Lösung wäre, das  $DC$  Magnetfeld so zu verändern, dass bei einer weiteren Magnetfeldsensitivitätsbestimmung auf dem  $|+1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang die Frequenz genutzt wird, die zuvor der Aufspaltungsfrequenz zwischen  $|-1\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  entspricht. Durch diese Messung könnte man weitere Kenntnisse über das Rauschspektrum gewinnen.

Wie in Kapitel 6 beschrieben, ist der genutzte *Dressed State*  $|B\rangle$  um  $\frac{\Omega}{\sqrt{2}}$  von den Zuständen  $|u\rangle$  und  $|d\rangle$  separiert. Ein Feld bei der Frequenz von  $\frac{\Omega}{\sqrt{2}}$  hätte einen, die Magnetfeldsensitivität reduzierenden, Einfluss und würde die Kohärenzzeit des  $|B\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Qubits verringern. In diesem Fall würde die Lebensdauer des  $|B\rangle$ -Zustands auch in Abwesenheit des zur Magnetometriemessung genutzte Radiofrequenzfeldes verkürzt. Ein geringfügiges Abändern der MW-Rabifrequenz, beispielsweise durch Amplitudenschwankungen eines MW-Verstärkers, sollte die Bestimmung der Sensitivität nicht weiter beeinflussen.



# 8

## Zusammenfassung und Diskussion

Für die Implementierung eines zuverlässigen Quantencomputers auf Basis eines Systems müssen verschiedene Kriterien erfüllt sein [28]. Dazu gehört unter anderem, dass die Kohärenzzeit des genutzten Qubits lang genug gegenüber der benötigten Zeit für Gatteroperationen sein muss. Für die Entkopplung des genutzten Systems gegen störende Einflüsse der Umgebung wurden bereits unterschiedliche Methoden entwickelt.

Ein Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit ist die Verlängerung, der zu Verfügung stehenden Zeit für Quantenexperimente (Kohärenzzeit  $T_2$ ), um mehrere Größenordnungen. Die in dieser Arbeit untersuchte Methode ruft durch die kontinuierliche Kopplung von Mikrowellenfeldern und dem atomaren Vielniveausystem sogenannte *Dressed States*-Zustände hervor. Für die adiabatische Änderung des Systems werden zwei zeitversetzte Mikrowellenfelder zwischen drei „V“-förmig angeordneten atomaren Zuständen genutzt und mittels eines STIRAP-Verfahrens die Amplitude der beiden Felder verändert. Die eingestrahlten Mikrowellenfelder mit einer definierten relativen Phasenbeziehung zwischen den hyperfeinaufgespalteten Niveaus des Grundzustands führen zu einer energetischen Verschiebung der atomaren Zustände und erzeugen ein *Dressed States*-System (Kapitel 6). Die Unterteilung des adiabatischen Prozesses in einzelne Schritte sowie der Einfluss der unterschiedlichen Phasenbeziehungen zwischen den beiden Mikrowellenfeldern wurden, wie auch die verschiedenen möglichen atomaren Anfangs- und Endzustände, zuerst simuliert und die Ergebnisse anschließend experimentell bestätigt (Kapitel 6.2).

Der Vorteil der genutzten Methode ist, dass sie unabhängig von der Art des von der Umgebung hervorgerufenen Rauschspektrums eingesetzt werden kann und das System nicht nur gegen Magnetfeldschwankungen bei bestimmten Frequenzen entkoppelt, wie es bei *Dynamical Decoupling* allgemein der Fall ist [107–115, 171]. Zudem ist das hier verwendete Verfahren sehr unempfindlich gegen Amplituden- und Frequenzschwankungen der für die Entkopplung genutzten Mikrowellenfelder.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Beobachtungen an einem einzelnen  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion belegen eine Verlängerung der Kohärenzzeit eines mit den magnetfeldabhängigen *Dressed States*-Zuständen erzeugten Qubits, im Vergleich zu den atomaren magnetfeldabhängigen Qubits, um mehr Größenordnungen. Zu den in [105] präsentierten Ergebnissen stellen sie eine deutliche Verbesserung dar. Durch eine systematische Verstimmung der genutzten Mikrowellenfelder wurde der Einfluss von Schwankungen der externen Magnetfelder oder der Frequenzen der Mikrowellenfrequenzgeneratoren analysiert. Dabei



## 8. Zusammenfassung und Diskussion

zeigten sich die *Dressed States* sehr widerstandsfähig. Je höher die gewählte Leistung der Mikrowellenfelder und demzufolge die Rabi-Frequenz  $\Omega$  auf den einzelnen kontinuierlich angeregten Übergängen ist, umso größer ist der Energieunterschied zwischen den einzelnen *Dressed States* und entsprechend unempfindlicher zeigen sie sich gegen Frequenzverschiebungen der Mikrowellenfelder (Kapitel 6.3 und 6.4). Die bestimmte Lebensdauer der *Dressed States*-Zustände erreichen Werte bis in den Bereich von mehreren Sekunden (Kapitel 6.5.1).

Durch die sehr lange Kohärenzzeit bieten sich die *Dressed States*-Zustände beispielsweise als Speicher für Quanteninformationen an, die für zukünftige ionenbasierte Quantenprozessoren benötigt werden. Zwischen den *Dressed States*- $|B\rangle$  oder  $|D\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|^2S_{1/2}, F = 1, m_F = 0\rangle$  wurden mit Hilfe von Radiofrequenz- und Mikrowellenfeldern Übergänge hervorgerufen und sowohl Rabi-Spektroskopieexperimente als auch Ramsey-Spektroskopieexperimente durchgeführt.

Rabi-Spektroskopieexperimente konnten für RF-Pulslängen von bis zu 1500 ms durchgeführt werden, ohne dass sich der Kontrast der resultierenden Besetzungszillation deutlich verringert. Ramsey-Spektroskopieexperimente konnten über einen Zeitraum von 3000 ms ausgeführt werden. Aus einer Anpassung an die experimentell ermittelten Werte ergibt sich eine Kohärenzzeit von  $(16 \pm 11)$  s (Kapitel 6.6.3).

Zudem ist das in dieser Arbeit verwendete Schema auf Systeme mit vielen Ionen und somit entsprechend vielen Qubits skalierbar. In Anwesenheit eines Magnetfeldgradienten könnten durch die Verwendung eines Mikrowellenfrequenzkamms dabei die einzelnen Qubits der unterschiedlichen Ionen im Frequenzraum adressiert werden.

Es wird die Möglichkeit diskutiert, das an einem einzelnen Ion präsentierte Schema der gegen Magnetfeldrauschen sehr widerstandsfähigen *Dressed States*-Zustände auf mehrere Ionen zu skalieren. Zwei-Qubit-Gatteroperationen, bei denen der innere Zustand eines Ions an den Schwingungszustand der Ionenkette gekoppelt wird, könnten mit den *Dressed States* durchgeführt werden (Kapitel 2.9.4) [208]. Eine andere Art der Kopplung zwischen den einzelnen Ionen, wie die Spin-Spin-Kopplung (Kapitel 2.7.2), könnte ebenso implementiert werden.

Während der langen Lebensdauer der *Dressed States* ist es möglich, in der zur Verfügung stehenden Zeit eine Vielzahl von Rechenschritten durchzuführen. Für die Quanteninformationsverarbeitung und Quantensimulation sollten die einzelnen Rechenschritte präzise und fehlerfrei durchführbar sein. In Kapitel 4.4 wurde die Qualität von Mikrowellengattern untersucht. Der durchgeführte *Randomized Benchmark*-Test unterstreicht das enorme Potential, das in der Manipulation von gespeicherten Ionen mit Mikrowellenfeldern liegt. Dabei wurde gezeigt, dass der Fehler pro Rechenschritt mit einem Mikrowellen-Qubit kleiner als  $4 \cdot 10^{-4}$  ist.

Die effektive und präzise Messung von Magnetfeldern ist in vielen Bereichen von der Materialforschung bis hin zur Geologie von hohem Interesse. Das Messen von Magnetfeldern mit Quantensensoren, wie beispielsweise mit gefangenen Ionen, ist eine vielversprechende neue Methodik, die für viele Anwendungen zum Einsatz kommen kann. Bei der Entwicklung von Quantensensoren werden bestimmte Quantenphänomene genutzt, um extrem empfindliche Magnetfeldsensoren zu erzeugen. In der Quantentechnologie wird die Sen-

sensitivität für Magnetfelder durch die Eigenschaften des Quantensensors bestimmt. Hier stellt die Kohärenzzeit  $T_2$  eine entscheidende Größe für die erreichbare Sensitivität des Sensors dar. Die Sensitivität des Quantensensors skaliert mit  $1/\sqrt{T_2}$ .

Die gängigen Methoden versuchen mit Hilfe von gepulstem *Dynamical Decoupling* ein Zwei-Niveau-System von den störenden Einflüssen der umgebenden Magnetfelder zu entkoppeln und dadurch die Kohärenzzeit um mehrere Größenordnungen zu verlängern. Dabei werden in Abhängigkeit der dominierenden Rauschquelle entweder Pulse zwischen den zwei Zuständen des Systems getrieben oder der Übergang kontinuierlich angeregt. Gleichzeitig steigt die Sensitivität des Quantensensors für Magnetfelder mit der Frequenz der Pulsrate oder der Rabifrequenz des kontinuierlichen Felds an. Dies begrenzt auch den Anwendungsbereich dieser Systeme. Um Magnetfelder mit hoher Sensitivität bei höheren Frequenzen zu bestimmen, ist die gepulste Methode auf hohe Pulsraten mit entsprechend sehr kurzen Pulsen angewiesen und die kontinuierliche Methode benötigt eine sehr hohe Rabifrequenz des treibenden Felds [43, 182]. In beiden Fällen ist es technisch sehr aufwändig, wenn überhaupt umsetzbar, die für hochsensitive Magnetometrie notwendige hohe Amplitudenstabilität zu gewährleisten.

Ein neues Verfahren zur hochpräzisen Bestimmung von Magnetfeldern wird in Kapitel 7 beschrieben.

Durch die Kombination des *Dressed States*-Qubits  $|B\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  mit der sehr langen Kohärenzzeit von über 3000 ms mit einem Schema zur Bestimmung von Magnetfeldern konnte eine bisher nicht erreichte Magnetfeldsensitivität von  $4,6 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  im Bereich des Standard-Quanten-Limits für ein Magnetfeld bei etwa 14 MHz erreicht werden.

Der Vorteil des in dieser Arbeit genutzten Verfahrens gegenüber den auf gepulstem *Dynamical Decoupling* basierenden Methoden ist, dass Magnetfelder gemessen werden, deren Frequenz resonant mit der Zeemanaufspaltung zwischen zwei atomaren Zuständen ist und die der Resonanzfrequenz des für die Magnetometriemessungen genutzten Qubits entspricht. Über eine Veränderung, des die Zeemanaufspaltung hervorrufenden externen Magnetfelds, kann die sensitive Frequenz des Magnetometers über einen weiten Bereich verstimmt werden, von nahe *DC* bis in den GHz-Bereich.

Der entscheidende Unterschied dieses Verfahrens gegenüber den auf *Dynamical Decoupling* beruhenden Methoden ist, dass es technisch sehr viel einfacher ist, die Frequenz eines Radiofrequenzsignals auf ein sehr hohes Niveau mit Hilfe einer atomaren Uhr zu stabilisieren, als die Amplitude eines RF-Signals auf gleichem Niveau zu stabilisieren.

Das als Magnetfeldsensor genutzte Ion muss bei der hier demonstrierten Methode nicht aufwändig gegen *Offset*-Felder abgeschirmt werden, wie es bei anderen ultra-sensitiven Magnetometern der Fall ist, die nur in der Lage sind, Magnetfelder um nahe  $B = 0$  zu messen, der Fall ist [192].

Mit einer passenden Ionenfalle, die sehr gute Zugangsmöglichkeiten bietet, wie beispielsweise einer Stylusfalle [209, 210], könnten mit dem hier beschriebenen Verfahren sogar Magnetfelder mit einer Ortsauflösung im Nanometerbereich detektiert werden, wobei der Abstand des genutzten Ions zu einer Oberfläche im Mikrometerbereich liegt. Im Falle von zwei oder mehr Ionen, die gut lokalisiert gespeichert sind, ist das Konzept in der Lage, sogar Magnetfeldgradienten mit hoher Genauigkeit zu bestimmen. Dies ist im Prinzip

## 8. Zusammenfassung und Diskussion

durch die Verschiebung der Ionenposition ebenso mit einem einzelnen Ion zu erreichen und könnte mit einer Oberflächenfalle durchgeführt werden, bei der die Ionenposition nahezu frei entlang einer Achse variiert werden kann. Für viele mögliche Anwendungen und Einsatzgebiete ist es eine wichtige Voraussetzung, dass die genutzten Quantensensoren mobil und flexibel einsetzbar sind.

Für viele Experimente ist die Kontrolle des Bewegungszustands notwendig. Um effektiv die in Kapitel 2.7.2 beschriebene Methode der Kopplung von mehreren Ionen mit MAGIC zu implementieren, ist ebenso eine möglichst geringe Schwingungsanregung von Vorteil.

Mit der hier umgesetzten Methode der Raman-Seitenbandkühlung konnte ein einzelnes  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ion in den Schwingungsgrundzustand gekühlt werden (Kapitel 5). Dafür wurde die Quantisierungsachse mit Hilfe von drei Spulen so ausgerichtet, dass ein optischer Zugang in dieser Achse für die Ramanlaserfelder auf das Ion bestand. Indem die Laserleistung des für die Präparation genutzten Laserfelds erhöht wurde, konnte die nötige Präparationszeit von etwa 0,5 ms auf 0,05 ms verbessert werden. Dadurch konnten in einem kürzeren Zeitfenster mehr Ramankühlzyklen durchgeführt werden und das Ion in niedrigere Schwingungszustände gekühlt werden. Der Aufbau der Ramanlaserfelder wurde so konzipiert, dass die größtmögliche Leistung, bei der gewünschten Polarisierung, in beiden Ramanfeldern zu Verfügung stand. Entscheidend war dabei, das möglichst die gleiche Leistung in beiden Ramanfeldern erreicht wurde. Mit zwei verstimmtten Ramanlaserfeldern bei 369 nm wurde das Ion erfolgreich bis in den Schwingungsgrundzustand  $\bar{n} = (0,0 + 0,2)$  der axialen Schwingungsmode (z-Richtung) gekühlt.

Das hier präsentierte Verfahren kann ohne großen Aufwand auf mehrere  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ionen erweitert werden. Basierend auf der hier umgesetzten Methode kann in zukünftigen Experimenten ein kohärenter Austausch von Bewegungszuständen zwischen mehreren gespeicherten Ionen durchgeführt werden.

In Anwesenheit eines Magnetfeldgradienten würde die Durchführung komplexer. Die Initialisierung des Anfangszustands des Kühlkreislaufs könnte zwar für alle Ionen gleichzeitig, bei nur einer eingestrahlten Frequenz, mittels eines MW-Pulses auf einem in erster Ordnung magnetfeldunabhängigen Übergang erfolgen. Durch den Magnetfeldgradienten besitzen die Ionen unterschiedliche Übergangsfrequenzen auf den magnetfeldabhängigen Übergängen und der gleichzeitige Ramanübergang mit allen Ionen wäre nur möglich, wenn die Ramanfelder Frequenzkomponenten bei den verschiedenen Übergangsfrequenzen besitzen würden. Die zur Verfügung stehende Leistung der Ramanfelder verringert sich dadurch bei den einzelnen Frequenzen und die Kühlrate verlangsamt sich. Bei einer geringeren Verstimmung  $\Delta$  der Ramanfelder könnte die Rabi-Frequenz  $\Omega_R$  wieder vergrößert werden, die daraus resultierende Verbreiterung des Zwei-Photonen-Übergangs und die erhöhte Wahrscheinlichkeit der nicht resonanten Anregung würden aber zu einer höheren erreichbaren Endtemperatur führen. Für eine große Zahl von Ionen würde dabei entsprechend die gleiche Anzahl an verschiedenen Frequenzen eines Ramanfeldes auf einem verstimmtten magnetfeldabhängigen Übergang benötigt. Alternativ könnte ein einzelnes Ion in einer Kette aktiv mit der Methode der Raman-Seitenbandkühlung gekühlt werden und dadurch die übrigen Ionen sympathetisch mit gekühlt werden. Die

Effektivität dieses Verfahrens nimmt allerdings mit der Anzahl der Ionen merklich ab. Eine effektive und in der Praxis einfacher umzusetzende Lösung dieses Problems wird in [211] präsentiert. Der Magnetfeldgradient wird dazu so angepasst, dass sich die Seitenbänder der verschiedenen Ionen überlappen und eine große Zahl an Moden gleichzeitig gekühlt werden können. Mit einer geringen Anzahl an unterschiedlichen Frequenzen des Ramanlaserfelds ist es so möglich, eine effiziente Raman-Seitenbandkühlung auch bei einer großen Zahl von Ionen zu realisieren.

In planaren Ionenfallen können Mikrowellenleiterbahnen auf dem Fallenchip integriert werden. Diese Technik erlaubt es, die Ionen im Nahfeld der Mikrowelle zu platzieren [174, 212], wodurch deutlich geringere Mikrowellenleistungen genutzt werden können. Dadurch kann der Einfluss von Amplitudenfluktuationen der Mikrowellenfelder reduziert werden und somit die Güte eines Quantengatters erhöht werden, wie in Kapitel 4.4 diskutiert. Der Einsatz von deutlich geringeren Feldern verringert zudem mögliche negative Einflüsse, wie Rauschen in umgebenden elektronischen Bauteilen. Gleichzeitig bieten die Mikrowellenstrukturen auf einem Fallenchip die Möglichkeit um mehrere Größenordnungen höhere Rabi-Frequenzen zu erzeugen. Im Hinblick auf die Implementierung eines Quantenrechners verkürzen sich durch die höheren Rabi-Frequenzen die Gatterzeiten.

Somit bietet das hier umgesetzte Konzept der *Dressed States* eine vielversprechende Basis für einen zukünftigen Ionen-basierten, fehlertoleranten Quantencomputer. Dieser bietet die Möglichkeit zur Speicherung und der kohärenten Kontrolle von vielen Qubits sowie der Fähigkeit, schnelle Quantengatter mit hoher Güte auszuführen. Desweiteren können, mit der Kombination aus den *Dressed States*-Zuständen mit den sehr langen Kohärenzzeiten und einem Magnetometrieprotokoll, Magnetfelder über einen großen Frequenzbereich mit sehr hoher Sensitivität bestimmt werden.



# Publikationen

## Veröffentlichungen

- N. Timoney, I. Baumgart, M. Johanning, A. F. Varón, M. B. Plenio, A. Retzker and Ch. Wunderlich: *Quantum gates and memory using microwave dressed states*. *Nature* **476**, 185-188, 2011
- I. Baumgart, J.-M. Cai, A. Retzker, M. B. Plenio and Ch. Wunderlich: *Ultrasensitive Magnetometer using a Single Atom*. *Phys. Rev. Lett.* **116**, 240801, 2016

## Vorträge

- DPG 2009: *Optimierte Initialisierung eines  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ions in den Zustand  $^2S_{1/2}$ ,  $F=0$ .*
- DPG 2011: *Quantum computing with magnetic field insensitive dressed states.*
- DPG 2015: *Ultrasensitive magnetometer using a single atom.*

## Poster

- Physics with Trapped Charged Particles, Les Houches, 2012: I. Baumgart, N. Timoney, F. Töpfer, M. Johanning, A. F. Varón, M. B. Plenio, A. Retzker and C. Wunderlich *Quantum Gates and Memory using Microwave Dressed States*
- IonTech Workshop, Siegen, 2012: I. Baumgart, N. Timoney, F. Töpfer, M. Johanning, A. F. Varón, M. B. Plenio, A. Retzker and C. Wunderlich *Quantum Gates and Memory using Microwave dressed States*
- ECTI, Mainz, 2014: I. Baumgart, J.-M. Cai, A. Retzker, M. B. Plenio and Ch. Wunderlich *A novel high sensitivity magnetometer with large RF-bandwidth*





# Lasersysteme

## Lasersystem Toptica SHG-110

Die „Master“ Laserdiode<sup>1</sup> mit der Seriennummer 66 des Toptica SHG-110 hatte anfangs eine maximale Ausgangsleistung von 15,4 mW, bei einer Wellenlänge von 739 nm. Die Laserdiode besaß ohne Gitter eine Wellenlänge von 741,6 nm und eine maximale Leistung von 17,7 mW bei einer Temperatur von 20°C. Die Wellenlänge der frei laufenden Diode veränderte sich im Zeitraum von 2006 bis 2011 auf 744 nm. Um nun die für die Experimente erforderliche Wellenlänge von 738,9 nm zu erreichen, hätte die Diode unter 15°C gekühlt werden müssen und somit unter den Taupunkt in den Laboren. Gleichzeitig sank über den Zeitraum von 2006 bis 2011 die Ausgangsleistung auf etwa 4,5 mW bei 15°C. Daraufhin wurde die Laserdiode durch die Laserdiode<sup>2</sup> ausgetauscht. Diese sollte laut Spezifikation im frei laufenden Betrieb bei einer Wellenlänge von 737,5 nm, einem maximalen Strom von 100 mA und einer Temperatur von 25°C eine maximale Leistung von 30 mW erreichen. Nach dem Austausch der Laserdiode wurde bei der gewünschten Wellenlänge eine Ausgangsleistung von 12 mW erreicht. Durch den sich im System befindenden Trapezverstärker konnte die Laserleistung bei 738,9 nm auf etwa 320 mW verstärkt werden. Nach der Frequenzverdopplung auf 369 nm wurden 14 mW erzielt. Da nach kurzer Zeit die Ausgangsleistung bei 369 nm zu sinken begann, wurde der Frequenzverdopplungskristall gewechselt. Nach Ankunft von Toptica könnte Staub in die nicht luftdicht abgeschlossenen Frequenzverdopplungseinheit eingedrungen sein und sich in den Kristall eingebrannt haben, wodurch die Frequenzverdopplungseffizienz abnimmt. Der Frequenzverdopplungskristall wurde durch einen LBO Kristall<sup>3</sup> ausgetauscht. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Abmessungen des neuen Kristalls (3 × 3 × 14 mm) mit denen des Originals übereinstimmen, damit der neue Kristall ohne Veränderungen des Frequenzverdopplungsresonators in diesen eingesetzt werden kann. Der Kristall ist antireflexbeschichtet für 369 nm und 738 nm. Der Effekt der Frequenzverdopplung wird in [144] beschrieben. Bei dieser Gelegenheit wurde auch die xyz-Achsen-Bewegungseinheit der Halterung des Kristalls, mit der der Kristall im Strahlengang des Verdopplungsresonators positioniert wird, von der Mechanischen Werkstatt der Fakultät überarbeitet. Wodurch seitdem eine präzisere und reproduzierbare Positionierung des Kristalls im Strahlengang erzielt wird. Da unabhängig davon die Ausgangsleistung der Laserdiode<sup>4</sup> nach einiger Zeit auf unter 4 mW sank, wurde sie durch die Laserdiode<sup>5</sup> ersetzt. Diese erreicht bei einem Strom von 144 mA eine Ausgangsleistung von 16 mW bei einer Wellenlänge von 738,9 nm. Das Strahlprofil dieser Laserdiode besitzt eine geringfügig

<sup>1</sup>Toptica Photonics, #LD-0745-0020-AR-1

<sup>2</sup>Frankfurt Laser Company, FIDL-30S-740B-N N°10

<sup>3</sup>TOPAG Lasertechnik, Typ 1,  $\theta = 90^\circ$ ,  $\phi = 38,4^\circ$

<sup>4</sup>Frankfurt Laser Company, FIDL-30S-740B-N N°10

<sup>5</sup>Eagleyard Photonics, EYP-RWE-0740



andere Form. Daher musste eine Linse des Linsensystems nach der Frequenzverdopplungseinheit, das den Laserstrahl bei 369 nm kollimieren soll, gegen eine Zylinderlinse mit einer Brennweite von 80 mm ausgetauscht werden, damit der Laserstrahl nicht zu divergent in der horizontalen Achse wird.

## Charakterisierung des variablen spannungskontrollierten Oszillators ZX95-100+ (Mini-Circuits))



**Abbildung A.1.:** Schematische Darstellung der Erzeugung des Treibersignals für den akustooptischen Modulator. Ein *VCO* erzeugt ein Signal bei einer Frequenz von etwa 70 MHz. Es folgen ein Schalter und ein regelbarer Abschwächer bevor das RF-Signal mit einem Leistungsverstärker verstärkt wird und den AOM erreicht.

Der variable spannungskontrollierte Oszillator<sup>6</sup> (*VCO*) wird bei dem Toptica SHG-110 Lasersystem zum Erzeugen des Radiofrequenzsignals bei 70 MHz für den akustooptischen Modulator<sup>7</sup> eingesetzt. Die Anordnung des Signalverlaufs von *VCO* zu AOM ist in Abbildung A.1 skizziert. Die effektive Anstiegszeit des akustooptischen Modulators beträgt in Abhängigkeit vom Strahldurchmesser des Lasers laut Datenblatt etwa 220 ns. So kann in wenigen hundert Nanosekunden die Frequenz des AOMs variiert werden. Mit einem Labview Programm kann über das ADwin-System die Kontrollspannung des *VCOs* verändert werden und somit die Ausgangsfrequenz des *VCO*. Nach dem *VCO* wird das Radiofrequenzsignal durch einen Schalter<sup>8</sup> zu einem Verstärker geleitet bevor es zum akustooptischen Modulator gelangt. Der Schalter wird vom Computer aus über den digitalen Ausgang (TTL) des ADwin-Systems innerhalb von 25 ns geschaltet. Mit einem stromgesteuerten Abschwächer<sup>9</sup> kann die Amplitude des RF-Signals durch einen analogen Ausgang des ADwin-Systems vom Computer aus gesteuert werden. Dies dauert in etwa 25  $\mu$ s. Weil die benötigte Stromstärke im Milliampere-Bereich liegt, wird das Spannungssignal zur Steuerung des Abschwächers zunächst in einer elektrischen Schaltung angepasst. Ein Verstärker<sup>10</sup> erhöht die Amplitude des RF-Signals bevor es den AOM erreicht. Abbildung A.2 zeigt das Frequenzspektrum des Signals des *VCOs*<sup>11</sup> bei einer Frequenz von etwa 75,94 MHz. In Abbildung A.3a ist die Frequenz des RF-Signals des *VCOs*<sup>11</sup> gegen die Messzeit aufgetragen. Dabei wird in einem Abstand von 5 s ein Frequenzspektrum wie in Abbildung A.2 aufgenommen. Zudem ist die Temperatur aufgetragen, die direkt an dem am *VCO* angebrachten Kühlkörper gemessen worden ist. In Abbildung A.3b ist die Frequenz des RF-Signals des *VCOs*<sup>11</sup> bei konstant eingestellter Amplitude und der Wert der Amplitude des RF-Signals gegen die Messzeit aufgetragen. Die

<sup>6</sup>Mini-Circuits, ZX95-100+

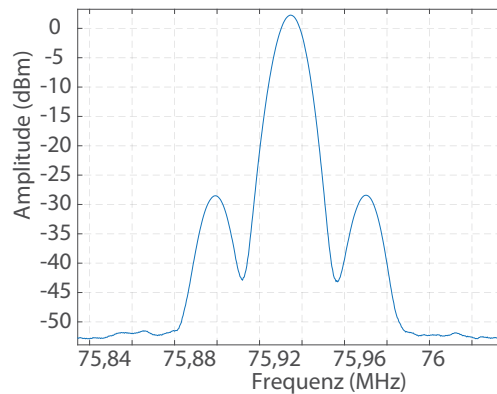
<sup>7</sup>IntraAction Corp., ASM-702B8

<sup>8</sup>Mini-Circuits, ZASWA-2-50DR+

<sup>9</sup>Mini-Circuits, ZMAS-1

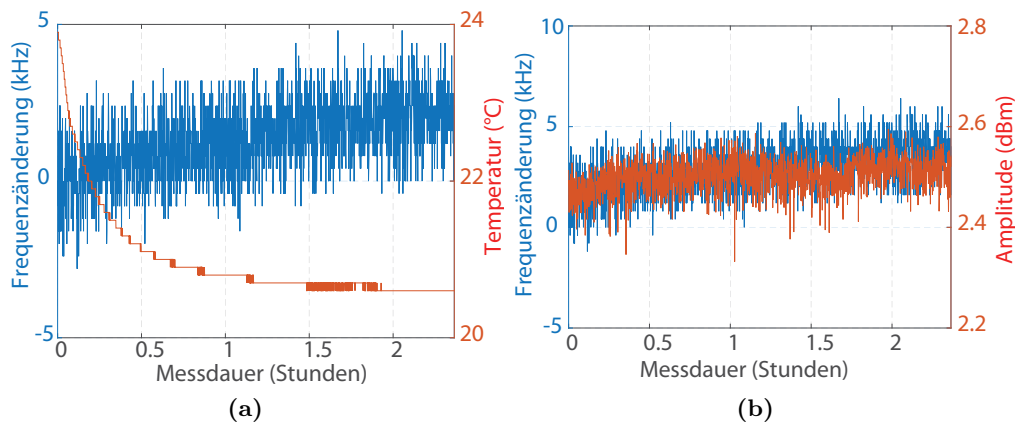
<sup>10</sup>Mini-Circuits, ZHL-03-SWF

<sup>11</sup>Mini-Circuits, ZX95-100+



**Abbildung A.2.:** Die Abbildung zeigt das Frequenzspektrum des Radiofrequenzsignals des *VCOs* ZX95-100+ bei etwa 75,94 MHz. Die beiden Seitenbänder sind etwa 30 dBm zum Träger unterdrückt.

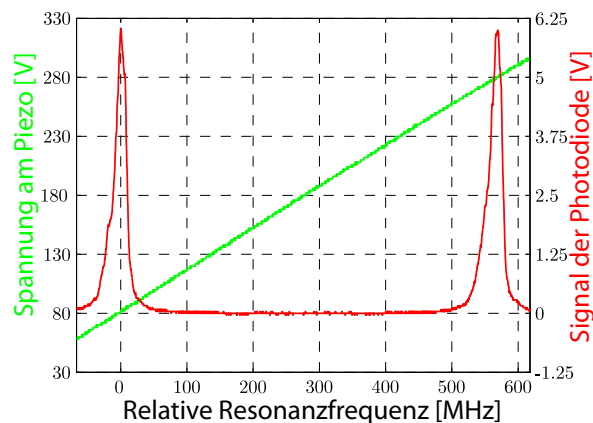
Amplitude und Frequenz des RF-Signals des *VCO* zeigen ein korreliertes Verhalten mit einer Veränderung der Temperatur. Die Spannungsquelle des *VCO* lieferte im Messzeitraum eine stabile Ausgangsspannung unabhängig von der Umgebungstemperatur im Labor. Insgesamt ist der Drift der Frequenz und der Amplitude über den Messzeitraum so gering, dass sie keinen Einfluss auf die Experimente haben. Der mit dem Laserfeld genutzte optische Übergang besitzt eine Breite von 19,6 MHz und das genutzte Laserfeld selbst zeigt eine deutlich stärkere Frequenzänderung mit der Zeit (Anhang A).



**Abbildung A.3.:** In Teil (a) der Abbildung ist die Frequenz des Maximums des Frequenzspektrums des *VCO* ZX95-100+ bei etwa 76 MHz gegen die Messzeit aufgetragen. Dazu wird über einen Zeitraum von 2,5 Stunden alle 5 s ein Spektrum des RF-Signals aufgenommen. Zudem ist die Temperatur angegeben, die im gleichen Zeitraum direkt an dem am *VCO* angebrachten Kühlkörper gemessen wird. In Teil (b) der Abbildung ist die Frequenz und die Amplitude des Maximums des Spektrums gegen die Messzeit aufgetragen. Dazu wird über einen Zeitraum von 2,5 Stunden alle 5 s ein Spektrum aufgenommen. Die Ergebnisse dieser Langzeitmessung belegen, dass Amplitude und Frequenz des RF-Signals ein korreliertes Verhalten mit einer Veränderung der Temperatur zeigen.

## Referenzresonator für Toptica SHG-110

Der temperaturstabilisierte Resonator (konfokaler Fabry-Pérot-Resonator) regelt die Referenzfrequenz des Toptica Diodenlasersystems. Driftet die „Master“ Laserdiode mit ihrer Frequenz, ändert die Elektronik des PID110 [149] die Spannung am Gitter Piezo-Aktuator, wodurch die Wellenlänge zu ihrem ursprünglichen Wert zurückkehrt. Für die Regelung wird das Licht vor dem Referenzresonator mit Hilfe eines Strahlteilers in zwei Teile aufgeteilt. Ein Teil wird in den Resonator eingekoppelt und der andere Teil wird durch einen Graukeil abgeschwächt. Dann werden beide Laserstrahlen auf eine differentielle Photodiode gegeben. Diese besteht aus zwei Photodetektoren, die so verbunden sind, dass sie ein differentielles Signal erzeugen. Auf dieses Signal regelt die Elektronik und verändert entsprechend bei einer Abweichung des Regelwerts die Spannung des Piezo-Aktuators am Gitter der Laserdiode, um der Frequenzänderung entgegenzusteuern. In Abbildung A.4 ist das Transmissionsspektrum des Toptica Referenzstabilisierungsresonators zu sehen. Für die Messung wird der Piezo-Aktuator des Gitters der Laserdiode mit einer Dreiecksspannung bei fester Frequenz verändert. Der Piezo-Aktuator des Referenzresonators wird kurzgeschlossen und die Temperatur im Resonator wird konstant gehalten. Dadurch ändert sich die Frequenz des Laserlichtes und bei bestimmten Frequenzen stimmt die Laserfrequenz mit der Resonanzfrequenz des Referenzresonators überein und Licht hoher Intensität wird durch den Referenzresonator transmittiert. Als charakteristisches Merkmal für das spektrale Auflösungsvermögen des Resonators wurde die Finesse des Referenzresonators zu  $F^* = (29,9 \pm 0,8)$  aus der in Abbildung A.4 gezeigten Messung bestimmt [126]. Um die Laserfrequenz zu verän-



**Abbildung A.4.:** Die Abbildung zeigt die Messung der Airy-Funktion (rot), die den Anteil der transmittierten Leistung aus dem Referenzresonator des Toptica Lasersystems angibt. Die Ordinatenachse gibt die relative Resonanzfrequenz an, die über den berechneten freien Spektralbereich ermittelt wurde. Grün dargestellt ist die Dreiecksspannung, die am Piezo-Aktuator des Resonators anliegt. Die linke Abszissenachse zeigt die Spannungswerte des Dreiecksignals und die rechte Abszissenachse gibt die erreichten Spannungswerte des transmittierten Airy-Signals auf der Photodiode an [126].

dern, kann mittels des Computers die Spannung an einem analogen Ausgang des ADwin-Systems verändert werden. Da die rechnergesteuerte mögliche Spannungsänderung zu gering ist, um die Länge des Referenzresonators und somit die Frequenz des Lasers zu verändern ( $(2,87 \pm 0,05)$

MHz pro Volt), wird die Spannung mit Hilfe eines Hochspannungsverstärkers *VCOs*<sup>12</sup> auf die erforderliche Spannungsänderung erhöht.

## Schwebungsmessung von Ti:Sa und Toptica SHG-110

Mit einer Schwebungsmessung zwischen den beiden Lasersystemen bei 738,85 nm kann überprüft werden, wie zeitlich stabil die Ausgangsfrequenz der Systeme ist. Um den störenden Einfluss der nicht konstanten Ausgangsleistung und kurzzeitiger kompletter Ausfälle des Laserfeldes nach der Frequenzverdopplung auf 369 nm nicht zu unterliegen, wird die Messung bei 738 nm durchgeführt. Dazu werden die zwei Laserstrahlen der beiden Systeme mit annähernd der gleichen Frequenz und möglichst gleicher Polarisation mit beispielsweise einem Strahlteilerwürfel überlagert und in eine schnelle Photodiode fokussiert. Im Signal der Photodiode wird dadurch ein Schwebungssignal hervorgerufen, das der Frequenzdifferenz zwischen den beiden Laserstrahlen entspricht und mit einem Spektrumanalysator betrachtet werden kann. Dieses ist in Abbildung A.5a dargestellt. Im Spektrum der Schwebungsmessung sind die Seitenbänder gut zu erkennen, die durch die Frequenzstabilisierung der Toptica Laserdiode nach dem Pound-Drever-Hall Verfahren entstehen [213]. Dabei werden Seitenbänder bei einer Frequenz von 20 MHz erzeugt. Die Abbildung A.5b bis A.5d stellen die Frequenzdifferenz zwischen den beiden Lasern gegen die Messzeit dar. Dazu wird in einem Abstand von 5 s ein Spektrum aufgenommen.

In Abbildung A.5b werden beide Laser auf ihren jeweiligen Referenzresonator geregelt. Die Frequenzänderung während der fast 80 minütigen Messung beträgt 3,6 MHz/h. Um festzustellen, bei welchem Lasersystem, ohne Stabilisierung auf einen externen Referenzresonator, die größere Frequenzänderung mit der Zeit auftritt, wird die Messung wiederholt und dabei immer nur ein Lasersystem auf einen externen Referenzresonator stabilisiert. In Abbildung A.5c ist nur das Ti:Sa System auf einen externen Referenzresonator geregelt. Der relative Frequenzdrift zwischen den beiden Lasern zeigt starke Schwankungen mit kurzzeitigen Änderungen von fast 80 MHz/min. Dies macht deutlich, dass das Toptica System ohne externen Referenzresonator nicht zur Resonanzfluoreszenz Spektroskopie und der Dopplerkühlung eines Ytterbium Ions genutzt werden kann. In Abbildung A.5d wird der Verlauf der Trägerfrequenz der Schwebungsmessung gegen die Länge der Messung dargestellt. Während der Messung ist das Toptica System auf einen externen Referenzresonator geregelt. Dabei kommt es zu einer relativen Frequenzänderung zwischen den beiden Lasersystemen von etwa 21,8 MHz/h während der Messzeit.

## Frequenzstabilität des *VCOs ZX95 – 3100+*

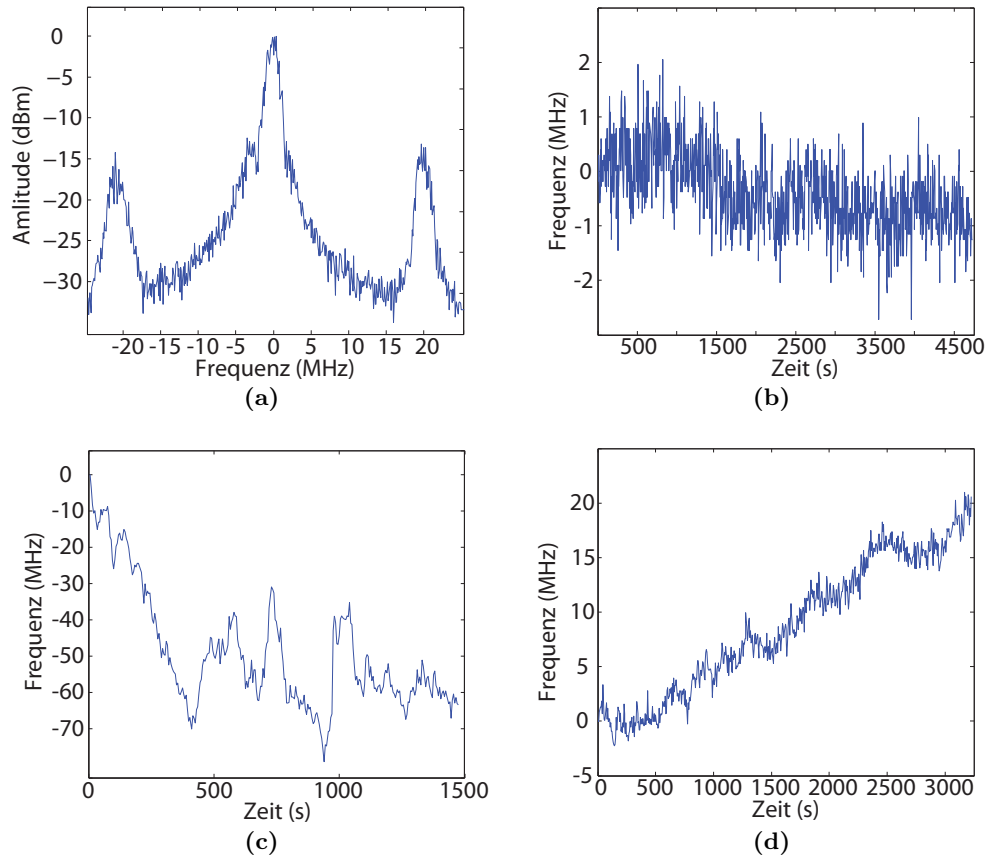
Ein spannungsgesteuerter Oszillator<sup>13</sup> wird zum Erzeugen der benötigten Frequenzverschiebung um 3,08 GHz gegenüber der Resonanz des Übergangs beim Lichtfeld bei 935 nm genutzt. Abbildung A.6 stellt in einer Langzeitmessung über mehr als 60 Stunden die Frequenzstabilität des *VCOs* gegen die Messdauer dar. Zudem ist die Umgebungstemperatur im gleichen Zeitraum aufgetragen. Der *VCO* zeigt eine deutliche Abhängigkeit der Ausgangsfrequenz bei Temperaturänderungen von deutlich weniger als einem Grad Celsius. Innerhalb der ersten Stunde der Messung zeigt der *VCO* einen sehr ausgeprägten Einschwingvorgang, währenddessen die Frequenz stark

---

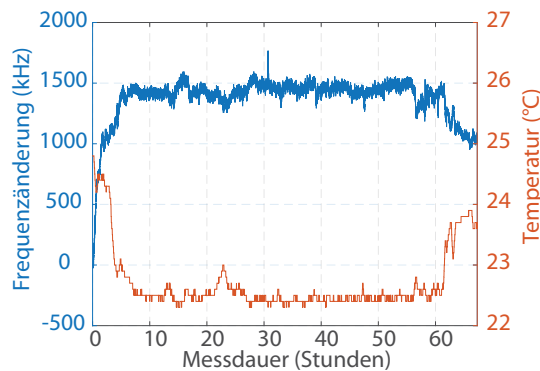
<sup>12</sup>V75

<sup>13</sup>Mini-Circuits, ZX95-3100+

## A. Lasersysteme



**Abbildung A.5.:** Die Abbildung zeigt eine Schwebungsmessung zwischen den beiden Lasersystemen, dem Ti:Sa Laser und dem Toptica Laser, bei einer Wellenlänge von 738,85 nm. Teil (a) der Abbildung stellt das Frequenzspektrum des Schwebungssignals zwischen den beiden Lasern dar. Der Träger des Spektrums befindet sich bei der Frequenzdifferenz der beiden Lasersignale. Die Seitenbänder bei  $\pm 20$  MHz werden durch die Methode der Frequenzstabilisierung des Toptica Systems hervorgerufen (Pound-Drever-Hall Stabilisierung [213]). In Teil (b) bis (d) ist in Abständen von 5 s ein Spektrum wie in Teil (a) aufgenommen worden. Dabei steht jeder dargestellte Datenpunkt für die Position des Maximums des Trägers des Spektrums. In Abbildung (b) ist die Frequenzänderung zwischen den beiden Lasersystemen, im Vergleich zum ersten Messwert, gegen die Messzeit aufgetragen. Während der Messung sind beide Lasersysteme auf einen externen Referenzresonator stabilisiert. In Teil (c) der Abbildung ist die gleiche Messung wie in (b) durchgeführt worden, diesmal ist nur der Ti:Sa-Laser auf einen externen Referenzresonator geregelt. In Teil (d) ist nur der Toptica Laser auf einen externen Referenzresonator stabilisiert. Die Abbildung verdeutlicht, wie stark die beiden Lasersystem, besonders das System von Toptica, ohne zusätzliche Stabilisierung auf einen externen Referenzresonator in der Frequenz schwanken.



**Abbildung A.6.:** Die Abbildung zeigt, über einen Zeitraum von mehr als 60 Stunden aufgetragen, die Ausgangsfrequenz (blau) des VCOs (ZX95-3100+) und die direkte Umgebungstemperatur (rot) gegen die Dauer der Messung aufgetragen. Es ist bereits eine deutliche Abhängigkeit des RF-Signals auf Temperaturänderungen von deutlich weniger als einem Grad Celsius zu erkennen. Zu Beginn der Messung zeigt der VCO einen sehr ausgeprägten Einschwingvorgang, währenddessen die Frequenz stark schwankt. Bei der Verwendung eines von der Frequenz des VCOs abhängigen Laserfeldes, zum Anregen von optischen Übergängen, muss dieser Effekt berücksichtigt werden.

driftet. Die deutlich zu erkennende Temperaturabhängigkeit und der ausgebildete Einschwingvorgang müssen bei dem gedachten Einsatz als Radiofrequenzsignal für einen Elektrooptischen Modulator berücksichtigt werden, da mit dem Elektrooptischen Modulator ein Laserfeld moduliert werden soll, mit dem optische Übergänge angeregt werden sollen.

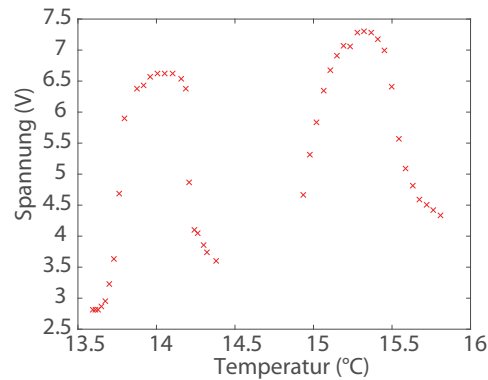
## Stabilisierung eines Frequenzverdopplungsresonators

Bei dem in Abschnitt 3.1.1 beschriebenen Frequenzverdopplungsresonator wird als Stabilisierungsmethode nach dem von Hänsch und Couillaud vorgeschlagenen Verfahren vorgegangen [145]. In der Abbildung A.7 ist die Ausgangsleistung nach dem Frequenzverdopplungsresonator bei 369 nm für unterschiedliche Kristalltemperaturen dargestellt. Dazu wird mit einer Photodiode ein Reflex des emittierten Lichtfeldes detektiert. Zwischen den einzelnen Messwerten wird die Resonatorlänge nicht verändert.

Die Temperatur des Kristalls wird durch ein Peltier-Element unter dem Kristall kontrolliert. Ein temperaturabhängiger Widerstand (PT1000) dient als Sensor der Temperaturstabilisierung. Die Messung zeigt, dass der Bereich in dem eine stabile Ausgangsleistung erreicht wird sehr schmal ist, schon eine Temperaturänderung um etwa  $0,25^\circ\text{C}$  kann ausreichen, um die Ausgangsleistung deutlich zu reduzieren. Je mehr die Ausgangsleistung sinkt, um so instabiler wird das Lasersignal, da die Regelung nicht imstande ist, die Temperaturänderung zu kompensieren (vergleiche Abbildung A.8a bis A.8c).

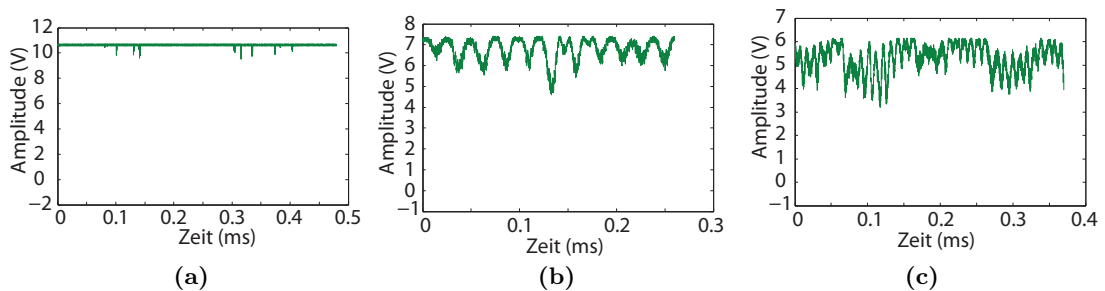
Die Ausgangsleistung des Frequenzverdopplungsresonators zeigt ein von der Kristalltemperatur abhängiges oszillierendes Verhalten. Die Temperaturänderung im Bereich des Arbeitspunktes ist  $\frac{\partial\omega}{\partial T} = 0,0133 \text{ nm}/^\circ\text{C}$  [144]. Dies entspricht einer Wellenänderung von  $\frac{\partial\nu}{\partial T} = 7,32 \text{ GHz}/^\circ\text{C}$ . Die ermittelte Temperaturdifferenz zwischen einem Minimum und einem Maximum der Leistung beträgt  $0,6^\circ\text{C}$  [144]. Neben der Reduzierung der Frequenzkonversion kommt es bei einer Ver-

## A. Lasersysteme



**Abbildung A.7.:** Dargestellt ist die BBO-Kristalltemperatur gegen die von einer Photodiode detektierte Spannung. Dazu wird ein Teil des den Frequenzverdopplungsresonator verlassenden Lichtes auf eine Photodiode gelenkt und mit der Temperaturregelelektronik die BBO-Kristalltemperatur variiert. Während der Messung wird mit der Regelelektronik versucht, die Ausgangsleistung des Frequenzverdopplungsresonators stabil zu halten. Die Leistung des emittierten Lichtes des BBO-Kristalls zeigt eine deutliche Abhängigkeit (oszillierendes Verhalten) von der Kristalltemperatur, die nicht von der genutzten Regelelektronik kompensiert werden kann.

änderung der Kristalltemperatur noch zu einem Rückreflex des Frequenzverdopplungsresonators in den Titan:Saphir Laser [144]. Ein Faraday-Isolator schwächt den Rückreflex um 30 dB ab. Trotzdem sollte die Änderung der Temperatur, um eine möglichst stabile Ausgangsleistung zu erreichen, vermieden werden. In den Abbildungen A.8a bis A.8c sind die Schwankungen der Aus-



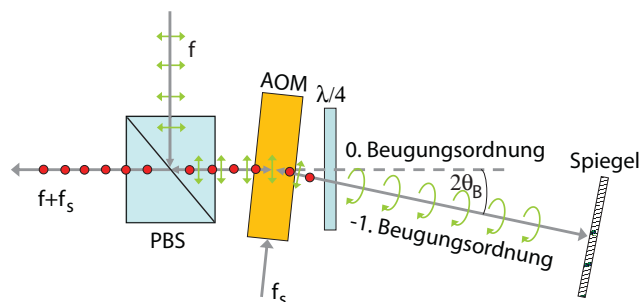
**Abbildung A.8.:** In der Abbildung sind drei unterschiedliche Momentaufnahmen der Ausgangsamplitude des Frequenzverdopplungsresonators bei 369 nm dargestellt. Aufgetragen ist die mit einer Photodiode gemessene Spannung gegen die Zeit. Zwischen den Messungen wurden keine Parameter bewusst verändert. Die Messungen verdeutlichen, dass schon geringe (äußere-) Veränderungen bewirken können, dass die Regelelektronik nicht mehr im Stande ist, die Ausgangsleistung zu stabilisieren.

gangsleistung des Frequenzverdopplungsresonators dargestellt. Dazu wird mit einer Photodiode ein Reflex von einem der beiden Ramanlaserfelder nach einem der genutzten AOMs detektiert. In Abhängigkeit der Frequenz des Laserfeldes<sup>14</sup> bei 738 nm und der Temperatur des Frequenzverdopplungskristalls wird eine unterschiedlich gut stabilisierte Laserfeldleistung bei 369 nm erreicht.

<sup>14</sup>Coherent, MBR-110

Driftet die Frequenz bei 738 nm oder verändert sich die Temperatur des Kristalls geringfügig, ist die Stabilisierung des Frequenzverdopplungsresonators nicht in der Lage, die Schwankung durch eine Längenänderung des Piezo-Aktuators zu kompensieren. Um die gewünschte Laserleistung bei 369 nm nach der Frequenzkonversion wieder zu erreichen, genügen meist geringe Änderungen der Temperatur des Kristalls. In zukünftigen Experimenten könnte man überlegen, ob es vorteilhaft ist, die Ausgangsleistung automatisiert zu stabilisieren, indem mit Hilfe einer Regelelektronik die Temperatur des Kristalls verändert wird.

## Doppeldurchgang durch einen AOM



**Abbildung A.9.:** Schematische Darstellung eines Doppeldurchganges durch einen AOM. Der linear senkrecht polarisierte Lichtstrahl wird am Polarisationsstrahlteiler reflektiert und trifft im Bragg-Winkel auf den AOM. Das in die minus erste Ordnung abgelenkte und um  $f_s$  frequenzverschobene Lichtfeld wird von der  $\lambda/4$ -Platte zirkular polarisiert und vom Spiegel in sich zurück reflektiert. Beim erneuten Passieren der  $\lambda/4$ -Platte ist der Laserstrahl nun linear parallel polarisiert und transmittiert daher durch den Polarisationsstrahlteiler.

In einem akustooptischen Modulator (AOM) findet die Wechselwirkung von optischen und akustischen Wellen statt. Durch Schallwellen kann Licht in Amplitude, Frequenz und Richtung beim Durchdringen eines optisch transparenten Mediums verändert werden. Die Lichtwelle wird dabei an der Dichtemodulation einer das Medium durchlaufenden Schallwelle gebeugt. Der Ablenkungswinkel  $\theta$  des in die erste oder minus erste Ordnung abgelenkten Laserstrahls ist von der Schallfrequenz im AOM abhängig. Eine Änderung der Frequenz führt somit zu einer Veränderung der Ausbreitungsrichtung des gebeugten Laserstrahls. Um zu erreichen, dass der genutzte Laserstrahl trotz einer Veränderung der Schallfrequenz  $f_s$  im AOM auf das Ion fokussiert bleibt, wird ein Doppeldurchgang durch den AOM genutzt. Unter Verwendung einer  $\lambda/4$ -Platte und eines Polarisationsstrahlteilers (*PBS*) wird, in einem kompakten Aufbau, ein Doppeldurchgang durch einen AOM ermöglicht, wie in Abbildung A.9 veranschaulicht ist. Der Polarisationsstrahlteiler trennt aufgrund von Doppelbrechung das Licht unterschiedlicher Polarisationsrichtungen in zwei Teilstrahlen. Ein einfallender polarisierter Lichtstrahl wird in eine reflektierte, senkrecht zur Flächennormalen der Verbindungsebene des doppelbrechenden Kristalls polarisierte Lichtkomponente und in eine transmittierte, parallel der Flächennormalen der Verbindungsebene des doppelbrechenden Kristalls polarisierte Lichtkomponente zerlegt [214]. Ein in den Strahlengang der vom Polarisationsstrahlteiler transmittierten Lichtkomponente im Bragg-Winkel positionierter, akustooptischer Modulator lenkt einen Teil des Lichtes in die um die Schallfrequenz  $f_s$  frequenzverschobene minus erste Beugungsordnung ab. Eine, entsprechend der Polarisation des Laserstrahls ausgerichtete  $\lambda/4$ -Platte verändert die lineare Polarisation der Lichtkomponente in



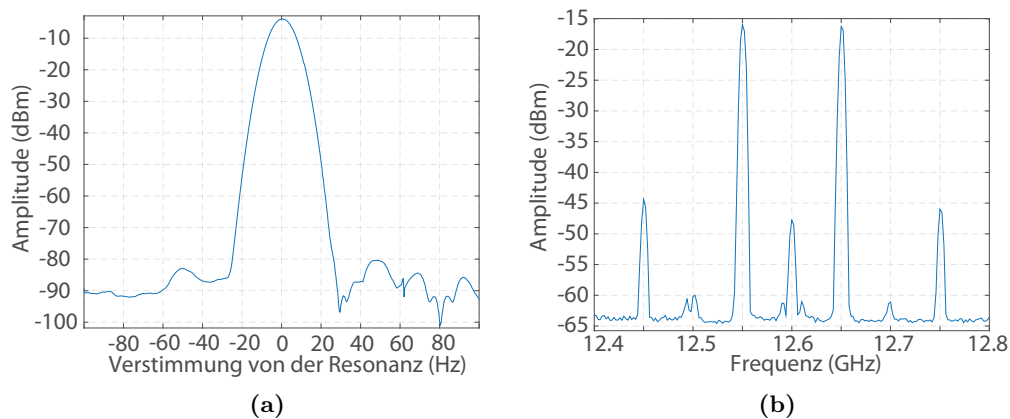
## A. Lasersysteme

eine zirkulare Polarisation. Der den Lichtstrahl zurück reflektierende Spiegel (siehe Abbildung A.9) wird so ausgerichtet, dass die erste Beugungsordnung in sich zurück reflektiert wird. Wodurch der zurück reflektierte Lichtstrahl die Bragg-Bedingung für Beugung an den Dichtemodulationen im akustooptischen Modulator erfüllt. Der Anteil des Lichtfeldes, der zum zweiten Mal in die erste Beugungsordnung abgelenkt wird und der anfänglich vom *PBS* in den AOM transmittierte Strahl sind um  $-2f_s$  frequenzverschoben und räumlich überlagert. Nach dem zweimaligen Passieren der  $\lambda/4$ -Platte, ist die Lichtkomponente in eine bezüglich der ursprünglichen Polarisationsrichtung um  $90^\circ$  gedrehte, polarisierte Lichtkomponente transformiert worden. Die zurück reflektierte und nun senkrecht zur Flächennormalen der Verbindungsebene des Übergangs im Polarisationsstrahlteiler polarisierte Lichtkomponente wird am Polarisationsstrahlteiler reflektiert. Dadurch ist eine räumliche Trennung des um  $-2f_s$  frequenzverschobenen Lichtstrahls und des anfänglichen Laserstrahls möglich. Eine Frequenzänderung der Schallfrequenz  $f_s$  führt bei dieser Anordnung zu einer doppelt so hohen Frequenzänderung des zweimalig im AOM abgelenkten Anteils der Lichtkomponente, jedoch zu keiner Positionsänderung des Laserstrahls. Wodurch bei Frequenzänderungen eines Lichtfeldes, wie zum Dopplerkühlen des Ions (Kapitel 2.6.1), gewährleistet bleibt, dass der Laserstrahl unverändert auf das Ion fokussiert gerichtet ist.

# B

## Charakterisierung von Mikrowellen- und Radiofrequenzfeldern

### Mikrowellenfelder



**Abbildung B.1.:** Die Abbildung zeigt in Teil (a) das Frequenzspektrum eines VFG150 bei einer Frequenz von 50 MHz und der maximal möglichen Amplitude des genutzten Generators. Teil (b) der Abbildung zeigt das Spektrum bei 12,6 GHz nach dem Mischen mit dem frequenzverdoppelten Signal des SMR20 Frequenzgenerators bei 6,3 GHz und einer Amplitude von 10 dBm. Das Spektrum weist auch nach dem Mischen keine ausgeprägten Seitenbänder auf, die sich negativ auf die kohärente Zustandsmanipulation der Ionen auswirken könnte. Der Träger bei 12,6 GHz ist im Vergleich zu der gewünschten Frequenzkomponente bei 12,65 GHz deutlich unterdrückt.

Durch Mischen von zwei Frequenzgeneratoren werden die Mikrowellenfelder bei 12,6 GHz erzeugt. Der Aufbau der genutzten Geräte ist in Abbildung 3.11 beschrieben. Ein Frequenzgenerator<sup>1</sup> generiert ein Signal bei einer Frequenz von 6,3 GHz. Der andere Frequenzgenerator<sup>2</sup> (VFG150) wird bei einer Frequenz zwischen 30 MHz und 50 MHz genutzt.

Das Frequenzspektrum des VFG150 bei einer Frequenz von 50 MHz ist in Abbildung B.1a dargestellt. Für die Stabilisierung der unterschiedlichen Frequenzgeneratoren wird nur ein Kanal der verschiedenen Ausgänge der Atomuhr<sup>3</sup> verwendet, die ein Referenzsignal bei 10 MHz liefert. Die

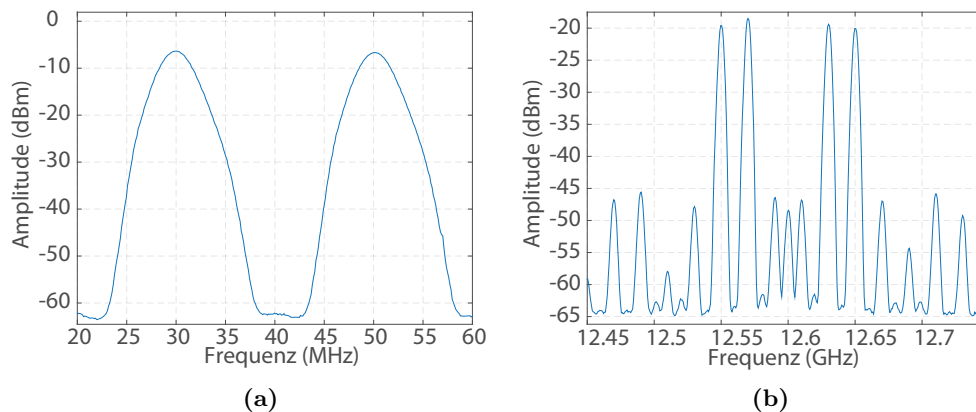
<sup>1</sup>Rhode&Schwarz, SMR20

<sup>2</sup>Toptica Photonics, VFG150

<sup>3</sup>Stanford Research Systems, FS725

## B. Charakterisierung von Mikrowellen- und Radiofrequenzfeldern

Signale von unterschiedlichen Ausgängen der Atomuhr sind nicht in Phase. Durch die Verwendung eines Signalteilers<sup>4</sup>, der das Referenzsignal der Atomuhr in 8 Signale aufspaltet, wird nur eine Leitung von der Atomuhr zu den Signalgeneratoren benötigt. Ein Mischer<sup>5</sup> verdoppelt das Signal bei 6,3 GHz und addiert die niedrigere Frequenz des Frequenzgenerators<sup>2</sup> hinzu. Die durch den Mischer erzeugten Seitenbänder bei der Frequenz des Frequenzgenerators<sup>2</sup> sind in ihrer Amplitude etwa gleich groß, wie das Spektrum um 12,6 GHz in Abbildung B.1b zeigt. Aufgrund der Tatsache, dass bei einer Frequenz des Frequenzgenerators<sup>2</sup> von beispielsweise 40 MHz die beiden Seitenbänder 80 MHz auseinander liegen, kann sichergestellt werden, dass eine nichtresonante Anregung von Übergängen relativ ausgeschlossen ist [105]. Auch der Träger bei 12,6 GHz ist stark unterdrückt. Die Abbildungen B.6a und B.6b zeigen das



**Abbildung B.2.:** Die Abbildung zeigt in Teil (a) das Frequenzspektrum von zwei VFG150, bei Frequenzen von 30 MHz und 40 MHz, bei den maximal möglichen Amplituden der Frequenzgeneratoren. Die Signale werden dazu mit einem *Splitter* (ZFSC-2-1) kombiniert, wodurch die Amplitude der Signale, im Vergleich zu nur einem Signal, geringfügig sinkt und das Rauschen von etwa -85 dBm auf -65 dBm steigt. Teil (b) der Abbildung zeigt das Spektrum bei 12,6 GHz nach dem Mischen mit dem frequenzverdoppelten Signal des SMR20 Frequenzgenerators bei 6,3 GHz und einer Amplitude von 10 dBm. Der Träger bei 12,6 GHz und die harmonischen Seitenbänder sind im Vergleich zu den gewünschten Frequenzkomponenten deutlich unterdrückt.

Signal nach den beiden für unterschiedliche Experimente genutzten Vorverstärkern<sup>6,7</sup>. Für die in Kapitel 6 beschriebenen Messungen werden zwei VFG150 Frequenzgeneratoren verwendet. Die Ausgangssignale der beiden Frequenzgeneratoren werden mit einem *Splitter*<sup>8</sup> überlagert, bevor das Signal zum Mischer und Frequenzverdoppler<sup>9</sup> gelangt. So ist es möglich, gleichzeitig zwei Mikrowellenfelder auf den Resonanzen der gewünschten Übergänge einzustrahlen. Dadurch, dass nun zwei Signale bei Frequenzen, die nur etwa 20 MHz auseinander liegen, am Mischer angeschlossen sind, werden harmonische Seitenbänder im Mischer hervorgerufen. Die Abbildungen B.1a und B.1b zeigen das Frequenzspektrum eines VFG150 Frequenzgenerators bei 50 MHz vor und nach dem Mischen mit dem frequenzverdoppelten Signal des SMR20 Frequenzgenerators bei

<sup>4</sup>Mini-Circuits, ZFSC-8-1+

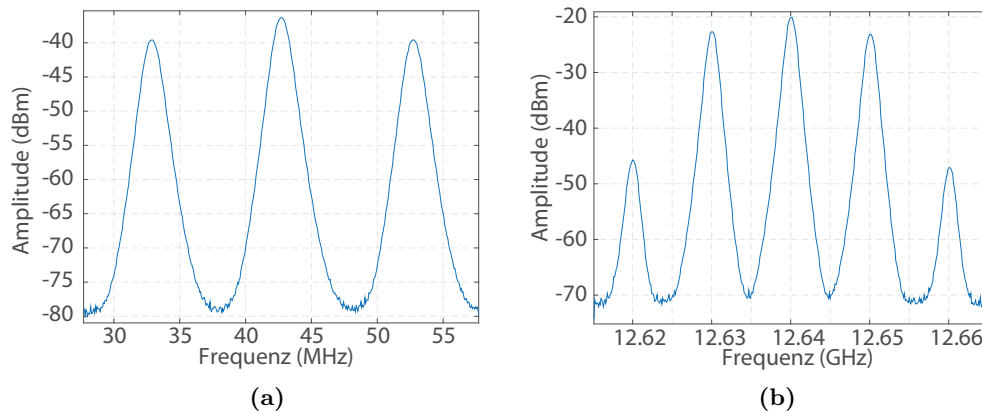
<sup>5</sup>Miteq, SBE 0818LA1

<sup>6</sup>Narda, DBS 0218 N 415

<sup>7</sup>Mini-Circuits, ZX60-183-S+

<sup>8</sup>Mini-Circuits, ZFSC-2-1

<sup>9</sup>Miteq, SBE 0818LA1



**Abbildung B.3.:** Die Abbildung zeigt in Teil (a) das Frequenzspektrum von drei VFG150, bei Frequenzen von 32 MHz, 42 MHz und 52 MHz und der maximal möglichen Amplitude des Gerätes. Die Signale werden dazu mit zwei *Splittern* (ZFSC-2-1) kombiniert. Daraus resultiert eine geringe Ungleichheit der Amplituden der drei Frequenzkomponenten. Teil (b) der Abbildung zeigt das Spektrum bei 12,6 GHz nach dem Mischen mit dem frequenzverdoppelten Signal des SMR20 Frequenzgenerators bei 6,3 GHz und einer Amplitude von 10 dBm. Die Amplituden der Signale werden dabei leicht unterschiedlich verstärkt, da zuerst die beiden Signale bei 30 MHz und 50 MHz kombiniert werden und dann das kombinierte Signal erneut mit dem Signal bei 40 MHz kombiniert wird. Für das Signal 50 MHz bedeutet dies einen Einbruch von etwa 10 dBm im Unterschied zu dem Spektrum von dem Signal von nur einem verbundenen VFG150. Dieser Effekt muss daher bei der Kalibrierung der Amplitudenwerte des VFG150 für die verschiedenen Messungen beachtet werden.

6,3 GHz. In Abbildung B.2a ist das kombinierte Signal von zwei VFG150 Frequenzgeneratoren bei 30 MHz und 50 MHz nach dem *Splitter*<sup>10</sup> dargestellt. Abbildung B.2b zeigt das Spektrum bei 12,6 GHz. Auffällig ist dabei die deutlich höhere Anzahl der harmonischen Seitenbänder.

In einigen in Kapitel 6 beschriebenen Experimenten werden gleichzeitig drei Mikrowellenfelder benötigt. Dazu werden die Signale von drei VFG150 Frequenzgeneratoren mit zwei *Splittern*<sup>10</sup> kombiniert und mit dem frequenzverdoppelten Signal des SMR20 Signalgenerators bei 6,3 GHz gemischt. Die Abbildungen B.3a und B.3b zeigen das kombinierte Signal und das Spektrum um 12,64 GHz, das durch das Mischen und Frequenzverdoppeln (Mischer und Frequenzverdoppler<sup>11</sup>) von den Signalen von drei VFG150 Frequenzgeneratoren bei 30 MHz, 40 MHz und 50 MHz entsteht. Die Amplituden der Signale werden dabei leicht unterschiedlich verstärkt, da zuerst die beiden Signale bei 30 MHz und 50 MHz kombiniert werden und dann das kombinierte Signal erneut mit dem Signal bei 40 MHz kombiniert wird. Für das Signal bei 50 MHz bedeutet dies einen Einbruch von etwa 10 dBm im Unterschied zu dem in Abbildung B.1b gezeigten Spektrum von dem Signal eines VFG150. Dies muss bei den Messungen entsprechend berücksichtigt werden.

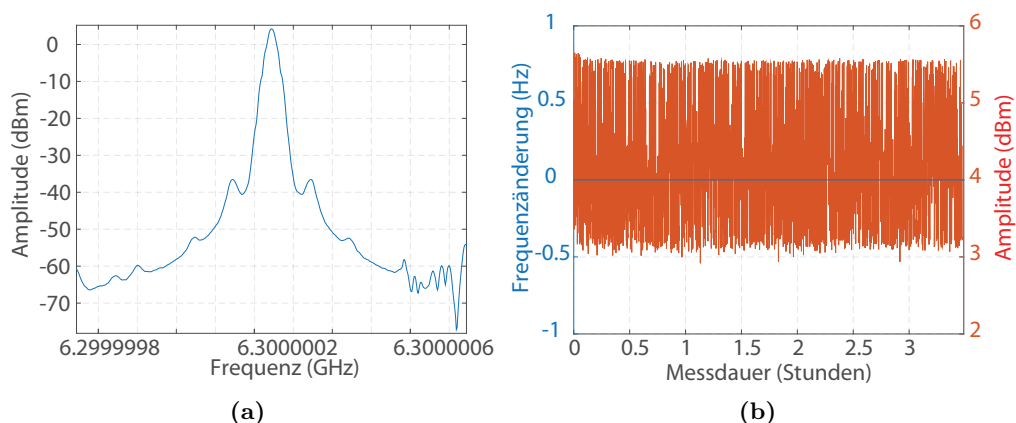
Bei der Erzeugung einer Art Mikrowellenfrequenzkamm, wie in Kapitel 2.9.5 beschrieben, sollte dies nicht zu Problemen führen, da die Amplituden der einzelnen Frequenzen mit dem Arbiträr-generator<sup>12</sup> (*AWG*) so gewählt werden können, dass sie nach dem Mischen bei 12,6 GHz alle den gleichen Amplitudenwert erreichen (siehe Abschnitt B). In der Abbildung B.4a ist das Spektrum

<sup>10</sup>Mini-Circuits, ZFSC-2-1

<sup>11</sup>Miteq, SBE 0818LA1

<sup>12</sup>Agilent, M8190A

## B. Charakterisierung von Mikrowellen- und Radiofrequenzfeldern

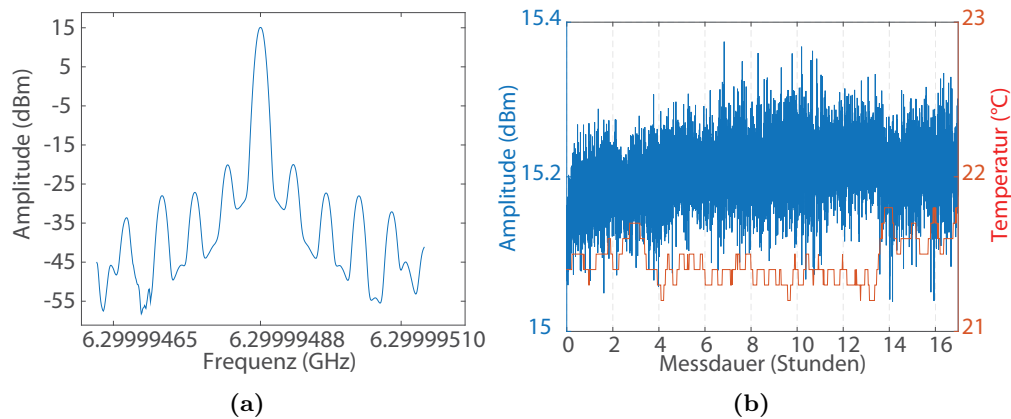


**Abbildung B.4.:** Die Abbildung zeigt das Spektrum des Frequenzgenerators (SMR20) in einer Langzeitmessung über etwa 2,5 Stunden. Dabei wird alle 5 s ein Spektrum aufgenommen. In Teil (a) der Abbildung ist der Mittelwert des Frequenzspektrums aus 2285 Wiederholungen gezeigt. In Teil (b) der Abbildung ist die Amplitude des Maximums des Signals bei 6,3 GHz gegen den zeitlichen Verlauf der Messung dargestellt. Die Frequenz des Signals ist sehr stabil und hat sich über den gesamten Messzeitraum nicht geändert. Die Amplitude des Signals zeigt sich verrauscht. Dieser Effekt muss auf die Messmethode zurückzuführen sein, da bei einer Messung ohne Frequenzauflösung (*zero span*) keine Veränderung der Amplitude festgestellt werden konnte. Aufgrund des stabilen Verhaltens eignet sich die Signalquelle sehr gut für die kohärente Zustandsmanipulation von Ionen.

des Frequenzgenerators (SMR20) bei 6,3 GHz und einer Amplitude von 11 dBm gezeigt, das sich aus dem Mittelwert über 2285 Spektren zusammensetzt. Um die Änderung der Frequenz und der Amplitude des Generators zu untersuchen, wird über einen Zeitraum von etwa 2,5 Stunden in einem Abstand von 5 s ein Frequenzspektrum, wie in Abbildung B.4a aufgenommen<sup>13</sup>. Beide Geräte werden dazu auf die Atomuhr stabilisiert. In Abbildung B.4b sind die maximale Amplitude und die Frequenz, mit dem Wert der maximalen Amplitude, des Spektrums gegen die Messzeit aufgetragen. Die Ausgangsfrequenz verändert sich über den Zeitraum der Messung nicht. Die Amplitude des Signals zeigt sich verrauscht, was auf die Methode der Messung zurückzuführen ist. Bei einer Messung ohne Frequenzauflösung (*zero span*) wird keine Veränderung der Amplitude festgestellt. Der Frequenzoszillator<sup>14</sup> (Phasenstabilisierter-Oszillator) kann ebenfalls als Signalquelle bei 6,3 GHz genutzt werden und auf das Referenzsignal der Atomuhr bei 10 MHz stabilisiert werden. In einer Langzeitmessung wird in einem Abstand von 5 s ein Frequenzspektrum des Frequenzoszillators aufgenommen. Das Maximum des Spektrums bei 6,29999488 GHz hat über die Dauer der Messung (16 Stunden) keine Veränderung der Frequenz gezeigt und muss daher um weniger als 1 Hz geschwankt haben. Abbildung B.5a zeigt das Frequenzspektrum bei 6,29999488 GHz über 11579 Wiederholungen gemittelt. In Abbildung B.5b ist die Amplitude des Maximums des Frequenzspektrums zusammen mit der direkt am Kühlkörper des Geräts bestimmten Temperatur gegen die Messzeit aufgetragen. Die geringen Schwankungen der Ausgangsamplitude zeigen keinen offensichtlichen Zusammenhang mit der Temperatur. Der Kühlkörper scheint gut dimensioniert zu sein, da während der 16 Stunden langen Messung nur ein

<sup>13</sup>Rohde&Schwarz, FSP30

<sup>14</sup>Raditek, RPLO-A-M7



**Abbildung B.5.:** Die Abbildung zeigt das Spektrum des Raditek Frequenzoszillators (RPLO-A-M7) in einer Langzeitmessung über 16 Stunden. Dabei wird alle 5 s ein Spektrum aufgenommen. In Teil (a) der Abbildung ist die Mittlung des Frequenzspektrums aus 11579 Wiederholungen gezeigt. Die Seitenbänder sind mindestens 35 dB unterdrückt. In Teil (b) der Abbildung ist die Amplitude des Maximums des Signals bei 6,29999488 GHz, zusammen mit der direkt am Kühlkörper des Frequenzoszillators bestimmten Temperatur, gegen den zeitlichen Verlauf der Messung dargestellt. Während der gesamten Messzeit blieb die Frequenz konstant. Zwischen den geringen Schwankungen der Amplitude und Temperatur am Kühlkörper zeigt sich ein korreliertes Verhalten. Aufgrund der hohen Frequenz- und Amplitudenstabilität eignet sich der Frequenzoszillator gut zur Zustandsmanipulation von Ionen.

geringer Temperaturanstieg stattfand. Aufgrund der hohen Frequenz- und Amplitudenstabilität lässt sich der Frequenzoszillator gut als Signalquelle für die Zustandsmanipulation von Ionen nutzen. In den Abbildungen B.6a und B.6b sind die Signale zweier unterschiedlicher Methoden zum Erreichen der gewünschten Frequenzen bei 12,6 GHz dargestellt. In Abbildung B.6a wird der Phasen-stabilisierte Frequenzoszillator<sup>15</sup> bei 6,3 GHz und einer Amplitude von 10 dBm in einem Mischer<sup>16</sup> frequenzverdoppelt und mit dem Signal eines VFG150 Frequenzgenerators gemischt. Anschließend wird das Signal in einem Vorverstärker<sup>17</sup> und zwei Leistungsverstärkern<sup>18</sup> verstärkt. In Abbildung B.6b wird der Frequenzgenerator SMR20 bei 6,3 GHz und einer Amplitude von 10 dBm im Mischer<sup>15</sup> frequenzverdoppelt und mit dem Signal eines VFG150 Frequenzgenerators gemischt. Die Amplitude des Signals wird anschließend in einem Verstärker<sup>19</sup> erhöht. In den Abbildungen B.7a und B.7b sind die unterschiedlich generierten Signale bei 12,6 GHz direkt nach dem Mischen mit dem VFG150 Frequenzgenerator gezeigt. In Abbildung B.7a wird der Phasen-stabilisierte Frequenzoszillator<sup>20</sup> bei 6,3 GHz im Mischer<sup>21</sup> frequenzverdoppelt und mit dem Signal des VFG150 (Amplitude  $-9,15$  dBm) gemischt. In Abbildung B.7b wird der Frequenzgenerator SMR20 bei 6,3 GHz und einer Amplitude von 10 dBm genutzt. Das Signal wird im Mischer<sup>21</sup> frequenzverdoppelt und mit dem Signal des VFG150 Frequenzgenerators (Ampli-

<sup>15</sup>Raditek, RPLO-A-M7

<sup>16</sup>Miteq, SBE 0818LA1

<sup>17</sup>Narda, DBS 0218 N 415

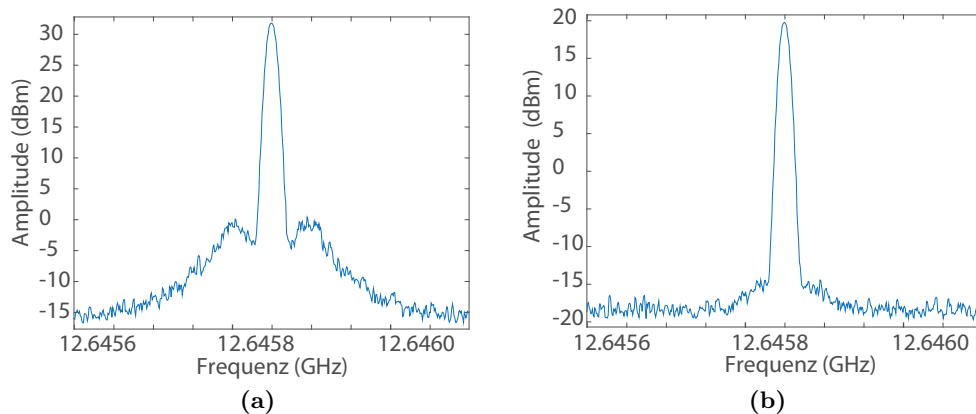
<sup>18</sup>Works, Spezialanfertigung

<sup>19</sup>Globes, 10W PA Elsira

<sup>20</sup>Raditek, RPLO-A-M7

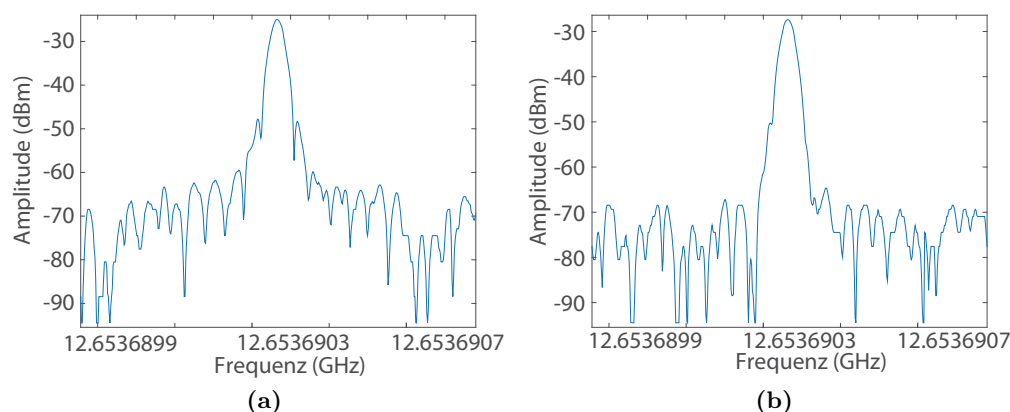
<sup>21</sup>Miteq, SBE 0818LA1

## B. Charakterisierung von Mikrowellen- und Radiofrequenzfeldern



**Abbildung B.6.:** Die Abbildung zeigt das Mikrowellenspektrum nach den Leistungsverstärkern und vor der Hornantenne für zwei unterschiedliche Erzeugungsmethoden. In Teil (a) der Abbildung ist das Signal bei 12,64585 GHz durch Verdoppeln des Signals bei 6,3 GHz vom Frequenzoszillator (RPLO-A-M7) bei einer Amplitude von 10 dBm und durch Mischen mit dem Signal eines VFG150 bei maximaler Amplitude mit dem Mischer/Frequenzverdoppler (SBE 0818LA1) erzeugt worden. Ein Vorverstärker (DBS 0218 N 415) und zwei Leistungsverstärker (Spezialanfertigung, Works) werden für die Verstärkung genutzt. In Teil (b) der Abbildung wird das Signal mit dem Frequenzgenerator SMR20 bei einer Amplitude von 10 dBm erzeugt. Um die Frequenz bei 12,6 GHz zu erreichen, wird wie in (a) der Mischer/Frequenzverdoppler (SBE 0818LA1) zusammen mit einem VFG150 bei maximaler Amplitude verwendet. Für die Verstärkung des Signals wird ein Leistungsverstärker (10W PA Elsira) genutzt. Das Spektrum des SMR20 besitzt eine deutlich bessere Unterdrückung von Seitenbändern direkt am Träger. Die unterschiedlichen erreichten Amplituden der Spektren sind auf das verschiedenartige Verstärkungsprofil der eingesetzten Leistungsverstärker zurückzuführen.

tude  $-7,16$  dBm) gemischt. Die Spektren zeigen annähernd dieselbe Form. Das Spektrum des SMR20 Signalgenerators scheint geringfügig schmaler zu sein und eine bessere Unterdrückung von Seitenbändern direkt am Träger zu besitzen. Dieses Verhalten zeigt sich deutlich stärker in den Spektren nach den Leistungsverstärkern, wie in den Abbildungen B.6a und B.6b dargestellt. Die unterschiedlichen Höhen der Amplituden der Signale lassen sich durch die verschiedenen Frequenzgänge der Leistungsverstärker erklären.



**Abbildung B.7.:** Die Abbildung zeigt in Teil (a) das Frequenzspektrum bei 12,65 GHz des gemischten Signals des VFG150 (bei 53,69 MHz) und des Raditek Frequenzoszillators bei 6,3 GHz und einer Amplitude von 10 dBm. In Teil (b) der Abbildung ist der Frequenzgenerator SMR20 bei 6,3 GHz und einer Amplitude von 10 dBm genutzt worden. Das Spektrum des SMR20 ist geringfügig schmäler und besitzt eine bessere Unterdrückung von Seitenbändern direkt am Träger. Dieser geringe Unterschied sollte aber keinen Einfluss auf die durchgeführten Experimente mit einem Ytterbium Ion haben.

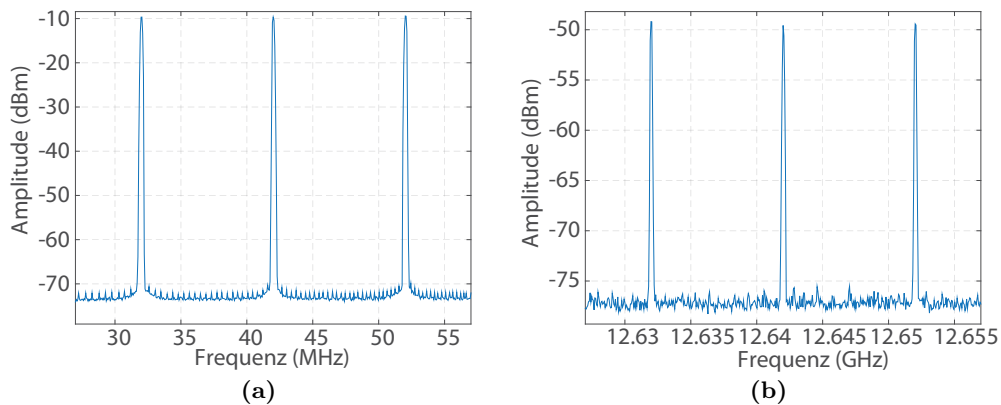
## Arbiträrgenerator

Mit Hilfe eines Arbiträrgenerators<sup>22</sup> (*Arbitrary Waveform Generators*) (*AWG*) können spezielle Signale erzeugt werden. Unter anderem können Signale generiert werden, die dem eines Frequenzkamms ähnlich sind. Dadurch kann es möglich sein, mehrere Ionen bei unterschiedlichen MW-Frequenzen gleichzeitig zu manipulieren, wie beispielsweise in Kapitel 2.9.5 beschrieben ist. In der Abbildung B.8a ist das Spektrum für ein Signal mit drei Trägersignalen bei einer Amplitude von 10 dBm und einem Abstand zwischen den Trägern von 10 MHz dargestellt. Ebenso können Signale mit 8 Trägern bei einem Frequenzabstand von 10 kHz erzeugt werden, wie in Abbildung B.9a gezeigt ist. Die drei Trägersignale können so erzeugt werden, dass sie alle die gleiche Amplitude besitzen. Das Signal des SMR20 Frequenzgenerators bei 6,3 GHz wird in einem Mischer (SBE 0818LA1) frequenzverdoppelt und mit dem Signal des *AWG* gemischt. Das Mischen des Signals des *AWG* führt dabei zu einer geringen Ungleichheit der Amplituden der drei Trägersignale, unabhängig ob drei oder 8 Trägersignale erzeugt werden, wie in den Abbildungen B.8b und B.9b zu sehen ist. Diese geringe Variation kann angepasst werden, da die Amplituden der einzelnen Träger manuell gewählt werden können. Die gute Kontrolle der Amplitude kann auch genutzt werden, um Ungleichheiten für unterschiedliche Polarisierungen auszugleichen, die im von der Mikrowellenantenne erzeugten Feld über der Ionenkette entstehen können. Im Spektrum in Abbildung B.9b sind zusätzliche Seitenbänder im selben Abstand wie der der acht Trägersignale von 10 kHz zu erkennen. Die Amplituden der Seitenbänder fallen zu den Rändern des aufgenommenen Spektrums ab. Sonstige Seitenbänder zwischen den einzelnen Trägern sind nicht zu erkennen.

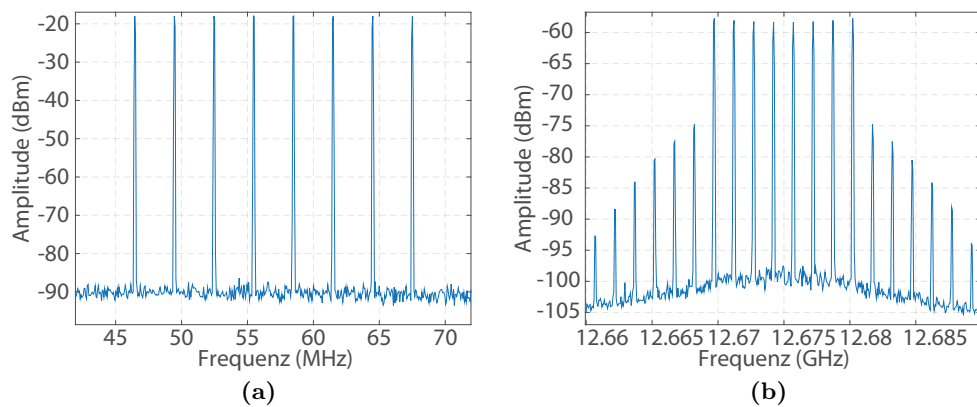
<sup>22</sup> Agilent, M8190A



## B. Charakterisierung von Mikrowellen- und Radiofrequenzfeldern

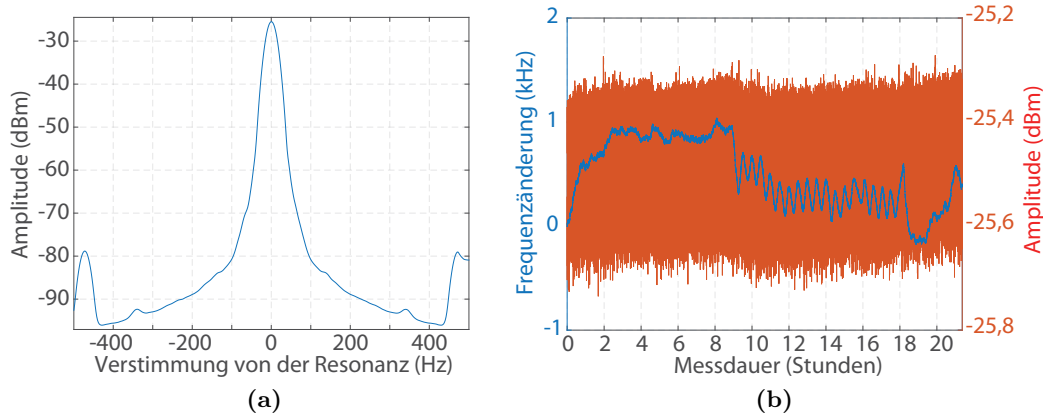


**Abbildung B.8.:** Die Abbildung zeigt in Teil (a) das Frequenzspektrum zwischen 32 MHz und 52 MHz des Arbiträrgenerators (AWG) (M8190A). Dargestellt sind drei Träger mit einem Frequenzunterschied von 10 MHz und einer Amplitude von  $-10$  dBm. Die Frequenzkomponenten besitzen alle drei die gleiche Amplitude. In Teil (b) der Abbildung ist das Frequenzspektrum bei 12,6 GHz, nach dem Mischen mit dem Frequenzverdoppelten Signal des SMR20 bei 6,3 GHz, dargestellt. Das Mischen des Signals bei 12,6 GHz mit dem des AWG führt dabei zu einer geringen Ungleichheit der Amplituden der drei Frequenzkomponenten. Dieser Effekt kann aber durch eine entsprechend gewählte Ungleichheit der drei Trägersignale vor dem Mischen kompensiert werden.



**Abbildung B.9.:** Die Abbildung zeigt in Teil (a) ein Frequenzspektrum mit 8 Trägern in einem Abstand von 100 kHz des AWG zwischen 59,985 MHz und 60,085 MHz. In Teil (b) der Abbildung ist das Spektrum bei 12,6 GHz, nach dem Mischen mit dem Frequenzverdoppelten Signal des SMR20 bei 6,3 GHz, dargestellt. Aufgrund des Mischens des Signals bei 12,6 GHz mit dem des AWG kommt es zu geringen Ungleichheiten der Amplituden der 8 Trägersignale. Durch eine vor dem Mischen speziell gewählte Ungleichheit der acht Trägersignale, kann diesem Effekt entgegengewirkt werden. Seitenbänder zwischen den einzelnen Trägern sind nicht zu erkennen. Hervorgerufen durch das Mischen treten um die acht Träger zusätzliche Seitenbänder auf, deren Amplitude zu den Rändern des aufgenommenen Spektrums hin abnimmt.

## Fallenantriebsfrequenz



**Abbildung B.10.:** Die Abbildung stellt in Teil (a) das Frequenzspektrum des Frequenzgenerators HM 8032 bei der Fallenantriebsfrequenz von 9,4266 MHz gegen die Ausgangsamplitude dar. Das Spektrum ist über 42050 Wiederholungen gemittelt. Teil (b) der Abbildung zeigt die Frequenz der Amplitudenmaxima des Frequenzspektrums gegen die Messzeit aufgetragen. Dazu sind im Abstand von einer Sekunde über mehr als 20 Stunden insgesamt 42050 Spektren aufgenommen worden. Die Frequenz des RF-Signals zeigt in der Langzeitmessung deutliche Schwankungen im Bereich von einem kHz. Im Messzeitraum zeigt sich die Amplitude des RF-Signals verrauscht. Da eine instabile Frequenz und Amplitude des RF-Signals zu einer reduzierten Speicherzeit der Ionen im Fallenpotential führen können, wurde der RF-Frequenzgenerator ersetzt.

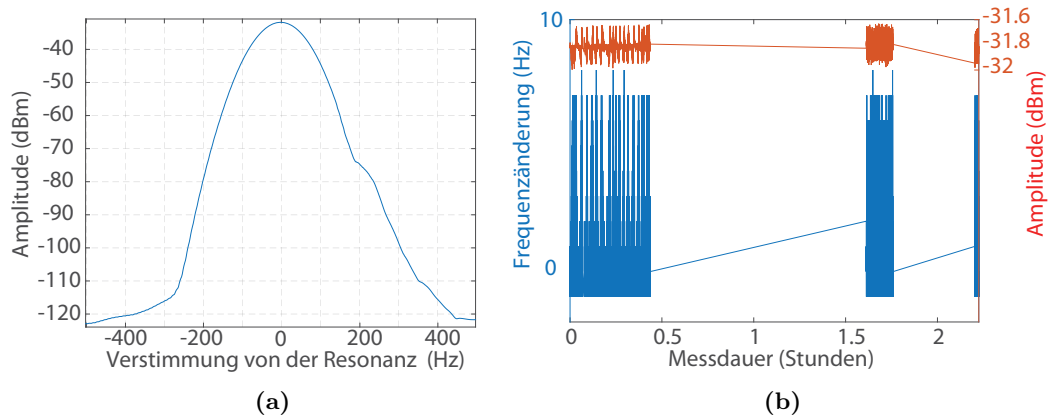
Im Verlauf dieser Arbeit wurde der bisher für den Fallenantrieb genutzte Frequenzgenerator<sup>23</sup> gegen den Frequenzgenerator<sup>24</sup> ausgetauscht. Der Frequenzgenerator (HM 8032) zeigte in Langzeitmessungen, die mit einem Spektrumanalysator<sup>25</sup> aufgenommen wurden und in Abbildung B.10b dargestellt sind, starke Schwankungen der Frequenz mit kurzzeitlichen Sprüngen von mehr als 600 Hz und Bereiche in denen die Frequenz um mehr als 200 Hz hin und her oszilliert. Dafür wird das Maximum des Frequenzspektrums des Signals bei 9,4266 MHz, wie in Abbildung B.10a dargestellt, gegen die Messzeit aufgetragen. Das abgebildete Spektrum setzt sich aus dem Mittelwert der in den über 20 Stunden aufgenommenen 42050 Spektren zusammen. Die Ausgangsleistung des Frequenzgenerators zeigt Schwankungen im Bereich von etwa 0,3 dBm, wie in Abbildung B.10b zu sehen ist. Dabei ist die maximale Amplitude des Signals gegen die Messzeit dargestellt. Dies war höchstwahrscheinlich der Grund für eine reduzierte Speicherzeit der Ionen im Fallenpotential und konnte durch den Austausch der Frequenzgeneratoren beseitigt werden. In Abbildung B.11a ist das Frequenzspektrum des Frequenzgenerators SMG dargestellt, dass über 3959 Messungen gemittelt wird. Über einen Zeitraum von etwas mehr als zwei Stunden, mit zwei längeren Unterbrechungen sind im Sekundentakt Frequenzspektren aufgenommen worden. In Abbildung B.11b sind die maximale Amplitude und die zugehörige Frequenz der einzelnen Spektren gegen die Messzeit aufgetragen. Die Amplitude zeigt die gleichen Fluktuationen um etwa 0,3 dBm. Die Frequenz des SMG Frequenzgenerators weicht im Messzeitraum um maximal 7 Hz von der anfänglichen Frequenz ab.

<sup>23</sup>Hameg, HM 8032

<sup>24</sup>Rohde&Schwarz, SMG

<sup>25</sup>Rohde&Schwarz, FSP30

## B. Charakterisierung von Mikrowellen- und Radiofrequenzfeldern

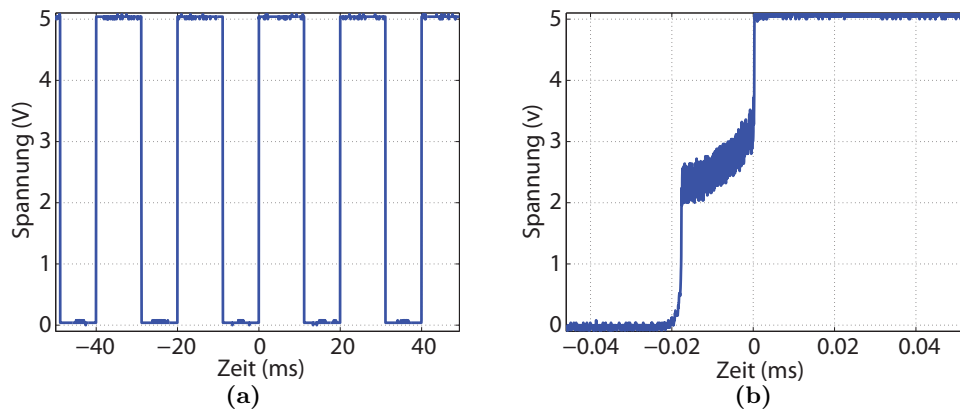


**Abbildung B.11.:** Die Abbildung zeigt in Teil (a) das Frequenzspektrum des Frequenzgenerators SMG bei der Fallenantriebsfrequenz von 9,4273 MHz gegen die Amplitude dargestellt. Das Spektrum wird über 3950 Wiederholungen gemittelt. Die Abbildung stellt in Teil (b) die Frequenz des SMG Frequenzgenerators bei der maximalen Amplitude des Frequenzspektrums und den Wert der Amplitude gegen die Messzeit dar. Dazu wurden im Abstand von einer Sekunde über einen Zeitraum von etwas über zwei Stunden, mit zwei längeren Unterbrechungen, insgesamt 3959 Spektren aufgenommen. Die Amplitude des RF-Signals zeigt sich verrauscht. Im Messzeitraum weicht die Frequenz des SMG Frequenzgenerators maximal 7 Hz von der anfänglichen Frequenz ab. Dies bedeutet eine Verbesserung von mehr als zwei Größenordnungen zum bisher genutzten Fallenantriebsfrequenzgenerator (HM 8032).

# C

## TTL-Trigger

### 50 Hz-TTL-Trigger



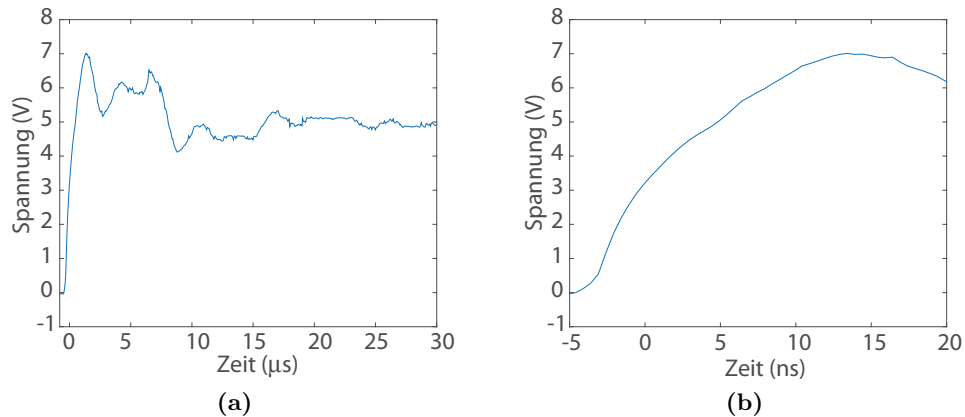
**Abbildung C.1.:** Die Messungen zeigen das Ausgangssignal des 50 Hz-TTL-*Triggers*. In Teil (a) ist das TTL-Signals über mehrere Oszillationen und in Teil (b) die stark vergrößerte Flanke des TTL-Signals dargestellt. Deutlich zu erkennen ist die Störung in der Mitte der Flanke, genau an der Stelle wo der Frequenzgenerator (Toptica Photonics, VFG150) und die *Trigger*-Karte auf das Signal regeln.[105]

Der 50 Hz-TTL-*Trigger* soll das Experiment mit der 50 Hz-Oszillation des Stromnetzes synchronisieren, um so das Experiment mit den umgebenden Magnetfeldern, die mit 50 Hz oder harmonischen Frequenzkomponenten davon schwingen, abzustimmen. Um mögliche Störungen, von der Rechnersteuerung<sup>1</sup> fernzuhalten, wird das TTL-Ausgangssignal des 50 Hz-*Triggers* durch eine 50  $\Omega$ -Pufferkarte [215] gefiltert. Anschließend wird das Signal vom digitalen Eingang des ADwin-Systems eingelesen und entsprechend zugeordnet. Dabei wird ein Niveau von über 3,5 V als „ein“ und unter 3,5 V entsprechend als „aus“ betrachtet. Die Flanke des Signals ist nicht komplett frei von Rauschen und weist eine annähernd 20  $\mu$ s lange Unterbrechung in der Mitte der Flanke auf, wie das mit einem Oszilloskop aufgenommene Signal in Abbildung C.1b zeigt. Ungünstig ist, dass die 20  $\mu$ s mit Rauschen überlagerte Unterbrechung in dem Bereich der Flanke liegt, wenn die verbundenen Geräte auf das Signal regeln. Dadurch ist der Synchronisationszeitpunkt nicht präzise definiert und kann je nachdem um 20  $\mu$ s variieren. Dies kann zu Problemen führen, da die durch-

<sup>1</sup>ADwin, Jäger

### C. TTL-Trigger

geführten Experimente nicht bei der gleichen Phase des Rauschens wiederholt werden können. Um die möglicherweise dadurch auftretenden Fehler zu vermeiden, wurde ein neuer 50 Hz-*Trigger* von Simon Spitzer entwickelt. Die stark vergrößerte Flanke des 50 Hz-*Trigger* Ausgangssignals ist in Abbildung C.2b gezeigt. Das Signal stellt eine deutliche Verbesserung zur vorherigen Version dar (Abbildung C.1b).

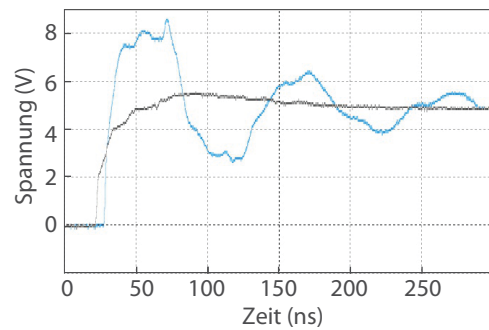


**Abbildung C.2.:** Teil (a) der Abbildung zeigt eine Flanke des TTL-Signals des neuen 50 Hz-TTL-*Triggers*. Teil (b) der Abbildung stellt die stark vergrößerte Flanke des Signals des neu entwickelten 50 Hz-*Trigger* dar. Die Störung in der Mitte der Flanke ist bei diesem TTL-Signal nicht vorhanden. Es ist auch kein kurzzeitiger Einbruch des TTL-Signals bis in die Nähe der Regelgrenze um 3,5 V zu erkennen. Somit stellt die Signalqualität des neu entwickelten 50 Hz-TTL-*Triggers* eine deutliche Verbesserung dar.

## ADwin-TTL-Anpassung

Die TTL-Signale an den Ausgängen des ADwin-Systems zeigten ein starkes Überschwingen gefolgt von tiefen Einbrüchen. Zur Problemlösung wurde parallel zum TTL-Signal-Ausgang ein Kondensator und ein  $50\ \Omega$  Widerstand mit Masse verbunden. Die Kapazität des Kondensators musste dazu der Kabellänge bis zu dem jeweilig angeschlossenen Gerät mit 212 pF pro Meter Kabel angepasst werden. In Abbildung C.3 ist das TTL-Signal des Ausgangs des ADwin-Systems gezeigt, mit dem die *Trigger*-Karte zur Synchronisation der Frequenzgenerator<sup>2</sup> verbunden ist. Zur Optimierung der Form des TTL-Signals ist ein 1 nF Kondensator und ein  $50\ \Omega$  Widerstand mit Masse verbunden. Dadurch konnte eine deutliche Verbesserung der Signalform erzielt werden und das hohe Überschwingen (*Overshoot*) des Signals konnte von 8,5 V auf 5,5 V bei einem 5 V TTL-Signal reduziert werden.

<sup>2</sup>Toptica Photonics, VFG150



**Abbildung C.3.:** Die Abbildung zeigt die Flanke eines TTL-Ausgangs des ADwin-Systems vor (blau) und nach der Verbesserung (schwarz). Für die Verbesserung wurde parallel zum TTL-Signal-Ausgang ein Kondensator und ein  $50\ \Omega$  Widerstand mit Masse verbunden. Die Flanke des blau dargestellten 5 V TTL-Signals zeigt ein deutliches Überschwingen auf 8,5 V mit einem anschließenden Einbruch auf 3 V. Nach der Verbesserung sind sowohl das deutliche Überschwingen, als auch der anschließende Einbruch verschwunden und eine fehlerfreie Synchronisierung der im Experiment genutzten Geräte sollte erreicht werden.

## *Trigger-Karte*

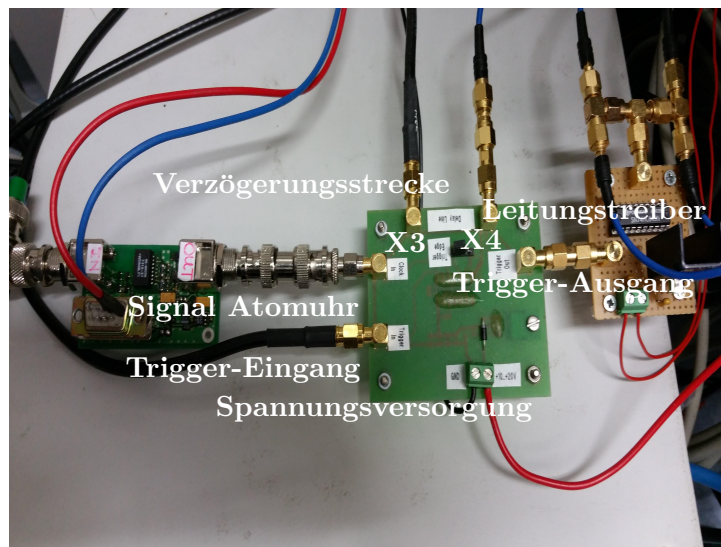
Für einige der in dieser Arbeit beschriebenen Messungen wurden zwei oder mehr Frequenzgeneratoren<sup>3</sup> genutzt. Um diese mit dem ADwin-System zu synchronisieren wird eine *Trigger-Karte* genutzt [215].

Da bei den Experimenten die Phasenbeziehung zwischen den einzelnen Feldern entscheidend ist, wie beispielsweise in Kapitel 6 beschrieben, muss während den Messungen sichergestellt sein, dass alle Felder in Phase sind. An die *Trigger-Karte* schließt sich ein Leitungstreiber an, der dazu dient, das TTL-Signal so zu verstärken, dass die Amplitude an den vier Frequenzgeneratoren<sup>3</sup> zum Triggern ausreichend groß ist. Abbildung C.4 zeigt die *Trigger-Karte* in der Mitte. Rechts folgt die Leitungstreiber-Karte und links im Bild ist die Karte zu sehen, die aus dem 10 MHz sinusförmigen Signal der Atomuhr ein Rechteck-Signal erzeugt.

---

<sup>3</sup>Toptica Photonics, VFG150

### C. TTL-Trigger



**Abbildung C.4.:** Die Abbildung zeigt links im Bild eine Platine, um aus dem 10 MHz sinusförmigen Signal der Atomuhr ein Rechteck-Signal zu erzeugen. Die Platine in der Mitte der Abbildung dient dazu, die eingehenden *Trigger*-Signale durch ein Data-Flipflop mit dem Referenzsignal der Atomuhr zu synchronisieren und über eine variable Verzögerungsstrecke zwischen den Anschlüssen X3 und X4 an den *Trigger*-Ausgang weiterzuleiten. An den *Trigger*-Ausgang ist eine Leitungstreiber-Platine angeschlossen.

# D

## *Dressed States*-MW-Qubit mit einem Arbiträrgenerator

In den bisher beschriebenen und gezeigten Experimenten werden zwei, drei oder vier Frequenzgeneratoren<sup>1</sup> genutzt, um die unterschiedlichen *Dressed States* Zustände zu präparieren und Qubit-Operationen zwischen einem der *Dressed States*  $|D\rangle$  oder  $|B\rangle$  und dem atomaren Zustand  $|0'\rangle$  mit einem oder zwei zusätzlichen RF-Feldern oder einem weiteren MW-Feld zu erzeugen. Dazu werden die vier Frequenzgeneratoren<sup>1</sup> vor den Experimenten synchronisiert (siehe Anhang C), um sicher zu stellen, dass die gewünschten Phasenbeziehungen zwischen den unterschiedlichen Feldern erfüllt sind. Für die beiden Mikrowellenfelder, die den gewünschten *Dressed State* mit Hilfe einer *STIRAP*-Sequenz erzeugen, werden die Ausgangssignale von zwei Frequenzgeneratoren<sup>1</sup> überlagert und mit einem weiteren Signal bei 12,6 GHz gemischt, um die benötigten Frequenzen von etwa 12,62 GHz bis 12,66 GHz zu erreichen (siehe Kapitel 3.8.1). Um mehrere *Dressed States*-Qubits mit mehreren Ionen gleichzeitig zu erzeugen, wird ein anderes Mikrowellen System benötigt, da sich die technische Struktur des Aufbaus nur schwer skalieren lässt. Mit Hilfe eines Arbiträrgenerators<sup>2</sup> (*Arbitrary Waveform Generator*) (*AWG*) kann ein RF-Signal erzeugt werden, das dem eines Frequenzkammes ähnlich ist (siehe Anhang B). So können gezielt die einzelnen benötigten Frequenzen der MW-Übergänge für mehrere Ionen generiert werden. Um das so aufgebaute MW-System zu testen, werden erste Messungen mit mehreren gleichzeitig eingestrahlten MW-Feldern an einem Ion durchgeführt. Abbildung D.1a zeigt ein durchgeführtes Rabi-Spektroskopieexperiment auf dem  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  Übergang. Die Amplituden der beiden zur Erzeugung des *Dressed State*  $|B\rangle$  genutzten MW-Felder werden so gewählt, dass eine maximale Rabifrequenz von  $2\pi \cdot 24$  kHz erreicht wird.

Aus einer durchgeführten Anpassung an die Messwerte nach der in Gleichung 4.2 beschriebenen Funktion folgt eine Rabifrequenz von  $2\pi \cdot (1281 \pm 50)$  Hz zwischen den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Dieses Modell beschreibt den Verlauf der gemessenen Oszillation mit größeren Abweichungen. Die experimentell ermittelten Werte scheinen eher eine mit der MW-Pulslänge schneller werdende Oszillation zu beschreiben. Das Verhalten kann durch eine andere (zusätzliche) Belastung der MW-Verstärker verursacht werden, die durch den *AWG* entsteht. In Abschnitt 3.8.1 sind die Auswirkungen auf die Frequenzspektren und die Amplituden der MW-Signale untersucht worden, die durch das Mischen von mehreren RF-Signalen und das Erzeugen eines Signals bei 12,6 GHz entstehen.

In Abbildung D.1b wird eine Anpassung mit einer von der MW-Pulslänge abhängigen Rabifrequenz durchgeführt.

$$f(p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, t) = p_0 + p_1 \cdot (1 + e^{-p_2 \cdot t}) \cdot \sin((p_3 + p_4 \cdot t) \cdot t + p_5) \quad (\text{D.1})$$

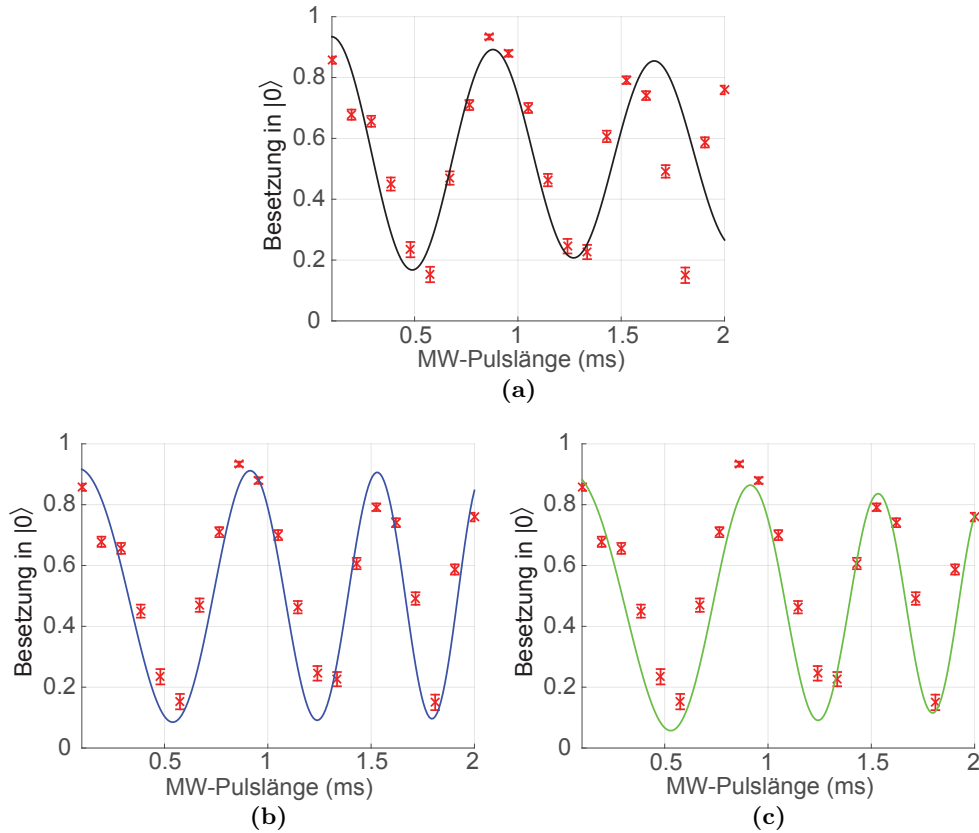
---

<sup>1</sup>Toptica Photonics, VFG150

<sup>2</sup>Agilent, M8190A



#### D. Dressed States-MW-Qubit mit einem Arbiträrgenerator



**Abbildung D.1.:** Die Abbildung zeigt ein Rabi-Spektroskopieexperiment mit einem zusätzlichen MW-Feld zwischen den Zuständen  $|0\rangle$  und  $|0'\rangle$ , das in der Haltezeit der *STIRAP*-Sequenz durchgeführt wird. Das zusätzliche MW-Feld regt dadurch Übergänge zwischen den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$  an. Dargestellt ist die in den Zustand  $|0\rangle$  abgebildete Besetzung gegen die MW-Pulslänge. Dabei werden die drei benötigten MW-Felder mit einem Arbiträrgenerator (Agilent, M8190A) (*AWG*) erzeugt. Jeder der 21 Datenpunkte zwischen 0,1 ms und 2 ms wird 250 mal wiederholt. Die angegebenen Fehlerbalken geben den rein statistischen Fehler an. Die maximale Rabi-Frequenz der beiden zur Erzeugung des  $|B\rangle$ -Zustands genutzten MW-Felder beträgt  $2\pi \cdot 24$  kHz. In Teil (a) wird eine Anpassung nach dem in Gleichung 4.2 beschriebenen Modell durchgeführt. Aus der schwarz eingezeichneten Anpassung ergibt sich eine Rabi-Frequenz von  $2\pi \cdot (1281 \pm 50)$  Hz zwischen den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Nach dem in Gleichung D.1 beschriebenen Modell ist in Teil (b) eine blau dargestellte Anpassung vorgenommen worden. Daraus ergibt sich eine von der MW-Pulslänge  $t$  abhängige Rabi-Frequenz  $\Omega(t) = 2\pi \cdot ((0,84 \pm 0,03) + (316,94 \pm 15,78) \cdot t[\text{ms}])$  Hz. In Teil (c) ist eine grün eingezeichnete Anpassung, nach dem in Gleichung D.2 beschriebenen Modell, durchgeführt worden. Daraus ergibt sich eine von der MW-Pulslänge  $t$  abhängige Rabi-Frequenz von  $\Omega(t) = 2\pi \cdot [(1765,74 \pm 2,16) - ((1765,74 \pm 2,16) - (0,96 \pm 0,04)) \cdot e^{-t[\text{s}]/(5,99 \pm 0,37)}]$  Hz. Die durchgeführten Anpassungen, die auf den Modellen mit einer zeitabhängigen Rabi-Frequenz beruhen, scheinen den Verlauf der experimentell ermittelten schneller werdenden Oszillationen, besser zu beschreiben. Es wird angenommen, dass die Ursache in der unterschiedlichen Durchführung der Experimente liegt und bei der Erzeugung der MW-Felder im *AWG* vermutet.

Der Parameter  $p_0$  gibt dabei einen Hintergrund an. Die Parameter  $p_1$  und  $p_2$  geben die Amplitude und die Dämpfung der Oszillation an.  $p_3$  stellt den konstanten Anteil der Rabifrequenz dar und  $p_4$  gibt den Faktor an, der das Anwachsen der Rabifrequenz  $\Omega(t) = p_3 + p_4 \cdot t$  mit der auf der  $x$ -Achse aufgetragenen MW-Pulslänge  $t$  beschreibt.  $p_5$  beschreibt eine Phasenverschiebung. Eine nach dieser Funktion durchgeführte Anpassung ist in Abbildung D.2b als blaue Oszillation zu sehen. Das Modell liefert eine zeitabhängige Rabifrequenz von  $\Omega(t) = 2\pi \cdot ((0,84 \pm 0,03) + (316,94 \pm 15,78)t[ms])$  Hz.

In Abbildung D.2c wird eine Anpassung mit einer von der MW-Pulsdauer abhängigen Rabifrequenz durchgeführt, bei der die Leistung des MW-Signals und dementsprechend die Rabifrequenz  $\Omega(t)$  gegen einen maximalen Wert ansteigt.

$$f(p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, \Omega_{max}, \Omega_0, t) = p_0 + p_1 \cdot (1 + e^{-p_2 \cdot t}) \cdot \sin\left(\left(\Omega_{max} - (\Omega_{max} - \Omega_0)e^{-t/p_3}\right) - p_4\right) \quad (D.2)$$

Der Parameter  $p_0$  gibt einen Hintergrund an. Die Parameter  $p_1$  und  $p_2$  geben die Amplitude und die Dämpfung der Oszillation an.  $p_3$  stellt einen Dämpfungsfaktor dar, der das Anwachsen der Rabifrequenz  $\Omega(t) = \Omega_{max} - (\Omega_{max} - \Omega_0)e^{-t/p_3}$  begrenzt. Darin geben die Parameter  $\Omega_0$  und  $\Omega_{max}$  die anfängliche und die maximale Rabifrequenz an.  $p_4$  gibt eine Phasenverschiebung an.  $t$  entspricht der auf der  $x$ -Achse aufgetragenen MW-Pulslänge. Aus der nach diesem Modell durchgeführten Anpassung, die als grüne Kurve in Abbildung D.1c dargestellt ist, folgt unter anderem eine zeitabhängige Rabifrequenz von  $\Omega(t) = 2\pi \cdot [(1765,74 \pm 2,16) - ((1765,74 \pm 2,16) - (0,96 \pm 0,04)) \cdot e^{-t/(5,99 \pm 0,37) s}]$  Hz.

In den in Abschnitt 6.6.4 beschriebenen Experimenten wird keine zeitabhängige Rabifrequenz festgestellt. Daher liegt es nahe, den Fehler in der nun unterschiedlichen Durchführung der Experimente zu suchen.

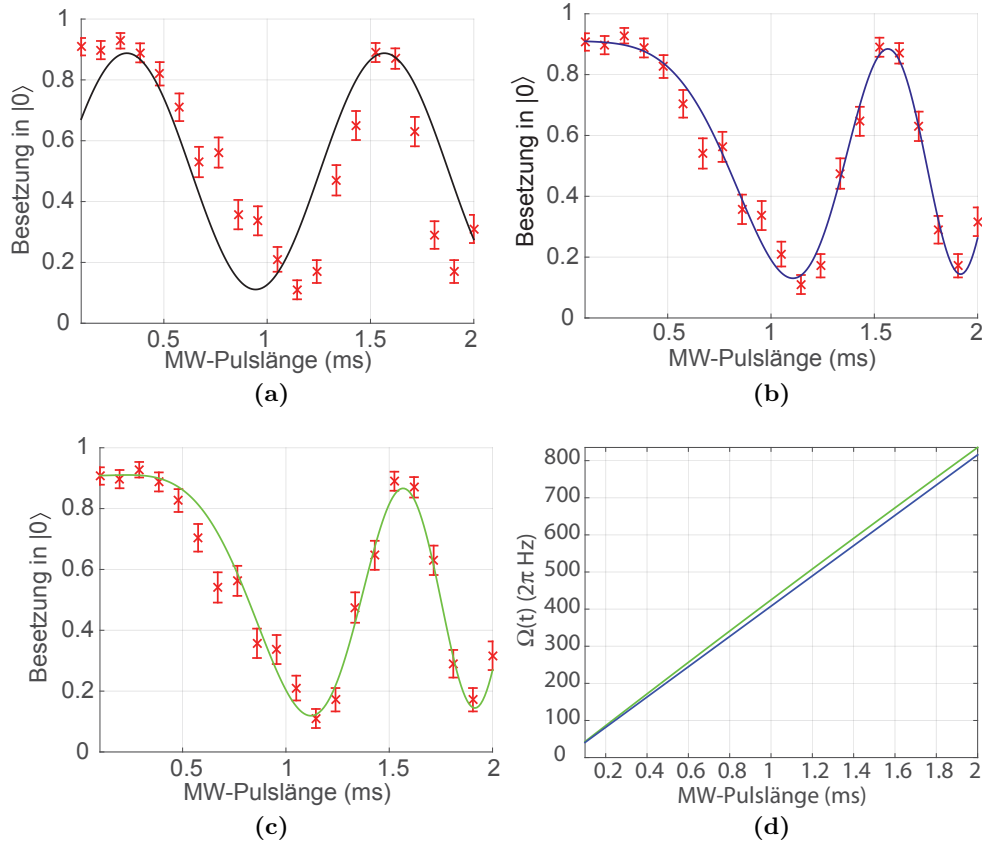
Dazu wird die Signalkette der MW-Felder von der Erzeugung im *AWG* über das Mischen auf 12,6 GHz bis zu den Verstärkern überprüft. Desweiteren wird die Messmethode verändert. Bisher wird der gewünschte *Dressed State* nur geringfügig länger erzeugt, als der durchgeführte MW-Puls auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang dauerte. Nun wird der *Dressed State*  $|B\rangle$  für alle Schritte und alle Wiederholungen eines Experiments für den gleich langen, konstanten Zeitraum erzeugt. Zusätzlich werden, um die MW-Verstärker nicht zu überlasten, die Amplituden der beiden zur Erzeugung des *Dressed State*  $|B\rangle$  genutzten Felder des *AWG* verringert und nun eine maximale Rabifrequenz von  $2\pi \cdot 19$  kHz erreicht.

Abbildung D.2a zeigt ein Rabi-Spektroskopieexperiment zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Eine nach dem in Gleichung 4.2 beschriebenen Modell durchgeführte Anpassung liefert eine Rabifrequenz von  $2\pi \cdot (802 \pm 280)$  Hz. Die Rabifrequenz zeigt ein noch deutlicheres zeitabhängiges Verhalten als in Abbildung D.2a. Aus einer Anpassung mit einer zeitabhängigen Rabifrequenz, wie sie in Gleichung D.1 beschrieben ist, folgt:

$$\Omega(t) = 2\pi \cdot ((0,0006 \pm 6371) + (407871 \pm 9955) \cdot t[ms]) \text{ Hz}. \quad (D.3)$$

Die durchgeführte Anpassung ist blau in Abbildung D.2b zu sehen. In Abbildung D.2c wird eine Anpassung mit einer von der MW-Pulsdauer abhängigen Rabifrequenz durchgeführt, bei der die Leistung des MW-Signals und dementsprechend die Rabifrequenz  $\Omega(t)$  gegen einen maximalen Wert ansteigt. Aus der Anpassung folgt  $\Omega(t) = 2\pi \cdot [(12911 \pm 3) - ((12911 \pm 3) - (0,0015 \pm 148)) \cdot e^{-t[ms]/(29,9 \pm 4,6)}]$  Hz. Die beiden in den Gleichungen D.1 und D.2 beschriebenen Modelle, mit einer von der MW-Pulslänge  $t$  abhängigen Rabifrequenz  $\Omega(t)$ , passen deutlich besser zu den Messwerten als die in Abbildung D.1a oder D.2a vorgenommenen Anpassungen mit einer konstanten Rabifrequenz. In Abbildung D.2d wird der Verlauf der angepassten, von der MW-Pulslänge abhängigen Rabifrequenzen  $\Omega(t) = 2\pi \cdot ((0,0006 \pm 6371) + (407871 \pm 9955) \cdot t[ms])$  Hz (blau) und

#### D. Dressed States-MW-Qubit mit einem Arbiträrgenerator



**Abbildung D.2.:** Die Abbildung zeigt ein Rabi-Spektroskopieexperiment mit einem zusätzlichen MW-Feld zwischen den Zuständen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ , das in der Haltezeit der *STIRAP*-Sequenz durchgeführt wird. Dargestellt ist die in den Zustand  $|0\rangle$  abgebildete Besetzung gegen die MW-Pulslänge auf dem  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  Übergang. Die maximale Rabifrequenz der beiden zur Erzeugung des  $|B\rangle$ -Zustands genutzten MW-Felder beträgt  $2\pi \cdot 19$  kHz. Dabei werden die drei benötigten MW-Felder mit einem *AWG* erzeugt. Bei dem hier dargestellten Experiment wird der *Dressed State*  $|B\rangle$  immer für die maximale MW-Pulslänge erzeugt und nicht mit der MW-Pulslänge des Feldes zwischen  $|0\rangle \leftrightarrow |0'\rangle$  variiert. Jeder der 21 Datenpunkte zwischen 0,1 ms und 2 ms wird 100 mal wiederholt. Die angegebenen Fehlerbalken geben den rein statistischen Fehler an. In Teil (a) ergibt sich aus der schwarz eingezeichneten Anpassung, nach dem in Gleichung 4.2 beschriebenen Modell, eine Rabifrequenz von  $2\pi \cdot (802 \pm 280)$  Hz zwischen  $|B\rangle$  und  $|0'\rangle$ . Nach dem in Gleichung D.1 beschriebenen Modell ist in Teil (b) eine blau dargestellte Anpassung vorgenommen worden. Daraus ergibt sich eine von der MW-Pulslänge  $t$  abhängige Rabifrequenz von  $\Omega(t) = 2\pi \cdot ((0,0006 \pm 6371) + (407871 \pm 9955) \cdot t[ms])$  Hz. In Teil (c) ist eine grün eingezeichnete Anpassung, nach dem in Gleichung D.2 beschriebenen Modell, durchgeführt worden. Daraus ergibt sich eine von der MW-Pulslänge  $t$  abhängige Rabifrequenz von  $\Omega(t) = 2\pi \cdot [(12911 \pm 3) - ((12911 \pm 3) - (0,0015 \pm 148)) \cdot e^{-t[ms]/(29,9 \pm 4,6)}]$  Hz. In Teil (d) werden die angepassten Rabifrequenzen aus Teil (b) und (c) der Abbildung mit der entsprechenden Farbkodierung gegen die MW-Pulslänge dargestellt. Dies veranschaulicht den geringen Unterschied der beiden Modelle. Auch nach einer Veränderung der Messmethode und Überprüfung der Signalkette beschreiben die experimentell ermittelten Werte eine beschleunigte Oszillation. Die eingezeichneten Anpassungen, die auf den Modellen mit einer von der MW-Pulsdauer abhängigen Rabifrequenz basieren, stimmen besser mit dem experimentellen Verlauf überein. Die Signalerzeugung im *AWG* muss weiter untersucht werden.

$\Omega(t) = 2\pi \cdot [(12911 \pm 3) - ((12911 \pm 3) - (0,0015 \pm 148)) \cdot e^{-t[\text{ms}]/(29,9 \pm 4,6)}]$  Hz (grün) aus Abbildung D.2b und D.2c mit einander verglichen. Dabei beschreiben die beiden Funktionen einen sehr ähnlichen Verlauf.

Wie in Abbildung D.2d zu sehen ist, wird für die gewählten Pulsdauern noch kein Endwert der Rabifrequenz erreicht. In diesem Bereich sind die gemessenen experimentellen Werte sehr gut mit den beiden beschriebenen Modellen verträglich. Technisch ist davon auszugehen, dass nach einer gewissen Pulslänge die maximale Rabifrequenz erreicht wird und durch das in Gleichung D.2 beschriebene Modell erklärt wird.

Der veränderte Ablauf der Messung mit der Erzeugung des *Dressed State*  $|B\rangle$  für eine konstante Zeit während allen Schritten und Wiederholungen eines Experimentes führen zu einer ausgeprägteren Zeitabhängigkeit der Rabifrequenz.

Das Verhalten einer von der MW-Pulslänge abhängigen Rabifrequenz  $\Omega(t)$  wird bei den Messungen mit drei Frequenzgeneratoren<sup>3</sup> nicht beobachtet, wenn die gleichen Messungen durchgeführt werden (siehe Abschnitt 6.6.4). Daher scheint eine wahrscheinliche Ursache ein Programmierungsfehler des *AWG* zu sein, da der *AWG* bei anderen durchgeführten Experimenten nicht dieses Verhalten zeigte (siehe Anhang B).

---

<sup>3</sup>Toptica Photonics, VFG150





# Dichtematrix-Simulation

Die Dichtematrix-Simulationen der in verschiedenen Kapiteln dieser Arbeit durchgeführten und präsentierten Experimente beruhen weitestgehend auf dem in [69] entwickelten Simulationsprogramm. Im Folgenden soll basierend auf [69] zunächst auf die zugrunde liegende Theorie eingegangen werden. Anschließend werden die unterschiedlichen simulierten Systeme präsentiert.

## Grundlagen

Um die Besetzung in den unterschiedlichen Niveaus in Abhängigkeit von der Zeit ermitteln zu können, muss die Zeitentwicklung der in Kapitel 2.2 eingeführten Dichtematrix des Systems bestimmt werden. Die Zeitentwicklung:

$$\frac{\partial \hat{\rho}(t)}{\partial t} = \frac{\partial \hat{\rho}^{uni}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\rho}^{diss}}{\partial t} \quad (\text{E.1})$$

setzt sich aus einem unitärem und einem dissipativem Anteil zusammen. Die Von-Neumann-Gleichung beschreibt den unitären Anteil und führt zu den optischen Blochgleichungen, einem System von gekoppelten Differentialgleichungen:

$$\frac{\partial \hat{\rho}^{uni}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H', \hat{\rho}]. \quad (\text{E.2})$$

Darin ist  $H'$  der in ein rotierendes Bezugssystem transformierte Hamiltonoperator des Gesamtsystems in Drehwellennäherung. Ist das rotierende Bezugssystem dabei so gewählt das  $H'$  zeitunabhängig ist und durch Frequenzen, Verstimmungen und Rabifrequenzen ausgedrückt werden kann, lässt sich die Von-Neumann-Gleichung (Gleichung E.2) durch:

$$\frac{\partial \hat{\rho}^{uni}}{\partial t} = \hat{M}^{uni} \cdot \hat{\rho}(t) \quad (\text{E.3})$$

ausdrücken, worin sich die Matrix  $\hat{M}^{uni}$  aus dem transformierten Hamiltonoperator ergibt. Um den Einfluss von Dekohärenz des Systems, die durch spontane Übergänge entstehen kann, zu berücksichtigen, muss der dissipative Anteil von Gleichung E.1 einbezogen werden, der die Dämpfung im realen System beschreibt. Der Einfluss von Dekohärenz wird durch Hinzufügen des Liouville-Operators:

$$L_{\Gamma}(\hat{\rho}) = \sum_{i,j} \Gamma_{ij} \cdot \left( \left[ \sigma_{ij}^{\dagger}, \hat{\rho} \sigma_{ij} \right] + \left[ \sigma_{ij}^{\dagger} \hat{\rho}, \sigma_{ij} \right] \right) \quad (\text{E.4})$$

## E. Dichtematrix-Simulation

in die Von-Neumann-Gleichung (Gleichung E.2) integriert.  $\Gamma_{ij}$  beschreibt die Rate der Spontanemission und  $\sigma_{ij} = |j\rangle\langle i|$  den dazugehörige Übergang. Damit kann der dissipative Anteil der Zeitentwicklung der Dichtematrix bestimmt werden:

$$\frac{\partial \hat{\rho}_{nm}^{\text{diss}}}{\partial t} = \langle n | L_{\Gamma}(\hat{\rho}) | m \rangle = \sum_{i,j} -\Gamma_{ji} \langle n | \left( \sigma_{ij} \sigma_{ij}^{\dagger} \hat{\rho} + \hat{\rho} \sigma_{ij} \sigma_{ij}^{\dagger} - \sigma_{ij} \hat{\rho} \sigma_{ij}^{\dagger} \right) | m \rangle . \quad (\text{E.5})$$

Auch dieser Anteil kann ebenso auf die Form:

$$\frac{\partial \hat{\rho}_{nm}^{\text{diss}}}{\partial t} = \hat{M}^{\text{diss}} \cdot \hat{\rho}(t) \quad (\text{E.6})$$

gebracht werden. Daraus folgt mit  $\hat{M} = \hat{M}^{\text{uni}} + \hat{M}^{\text{diss}}$  insgesamt für Gleichung E.1:

$$\hat{\rho}(t) = e^{\hat{M} \cdot t} \cdot \hat{\rho}(t=0) . \quad (\text{E.7})$$

Der für Simulation des jeweiligen Experimentes in *Mathematica* geschriebenen Programmcode beinhaltet die berechneten Kopplungskonstanten und berücksichtigt rotierende Bezugssysteme (*rotating frames*) sowie relevante Verstimmungen.

## Simulation eines Ramanübergangs

Um vor der Durchführung des Raman-Spektroskopieexperimentes einen Eindruck davon zu bekommen, wie präzise und in welchem Verhältnis bestimmte Parameter gewählt werden müssen, wird zuvor eine Computersimulation durchgeführt. Dabei wird untersucht, inwieweit die Rabi-Frequenzen der beiden Ramanlichtfelder aufeinander abgestimmt sein müssen und wie groß, in Abhängigkeit der Laserleistung der Ramanfelder, die Verstimmung  $\Delta$  des genutzten virtuellen Niveaus zum Zustand  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  gewählt werden muss, um dieses während des Prozesses nicht zu besetzen und wie die Polarisation der Lichtfelder zum externen Magnetfeld gewählt werden muss. Die Resultate der Computersimulation sind in Abschnitt 5.4 präsentiert. Die Simulation berücksichtigt alle acht in Abbildung E.1 dargestellten Niveaus (`dim = 8`). Dadurch wird die Dichtematrix als

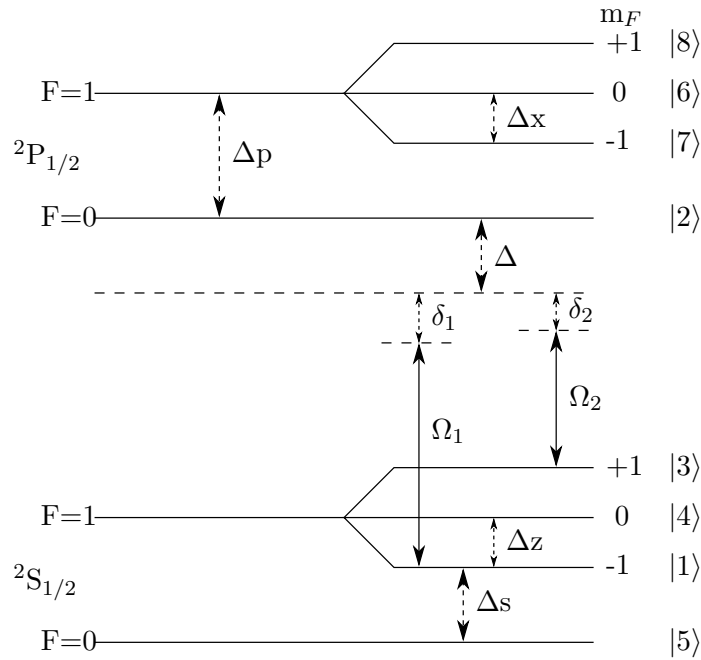
```
rho=Array[r,{dim,dim}];
```

definiert. Für den Hamiltonoperator in Drehwellennäherung werden in  $\Delta$  die Transformationsfrequenzen definiert. Die Indizes entsprechen dabei der in Abbildung E.1 genutzten Nummerierung der Niveaus.

```

Δ[1] = 0;
Δ[2] = -δ1-Δ;
Δ[3] = δ2-δ1;
Δ[4] = δ2-δ1+Δz;
Δ[5] = Δs;
Δ[6] = -Δ-Δp-δ1;
Δ[7] = -Δ-Δp+Δx-δ1;
Δ[8] = -Δ-Δp-Δx-δ1;

```



**Abbildung E.1.:** Energieschema der in der Dichtematrix-Simulation verwendeten Energieniveaus. Die beiden Ramanlichtfelder werden als durchgezogene Pfeile dargestellt. Die zur Beschreibung der anderen Niveaus benötigten Verstimmungen sind durch gestrichelte Pfeile markiert. Die gestrichelte horizontale Linie unterhalb des Niveaus  $|^2P_{1/2}, F=0\rangle$  stellt das genutzte virtuelle Niveau für den Ramanübergang dar.[126]

Die Rabifrequenzen  $\Omega_{nm}$  der über die beiden Laserfelder mit  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$  gekoppelten Energieniveaus  $[n,m]$  lauten:

$$\begin{aligned} \Omega &= \text{Array}[\text{zeros}, \{\text{dim}, \text{dim}\}]; \\ \Omega[[1,2]] &= \Omega_1 \cdot (\sin[x1])^2; \\ \Omega[[1,6]] &= \Omega_1 \cdot (\sin[x1])^2; \\ \Omega[[1,7]] &= \Omega_1 \cdot (\cos[x1])^2; \\ \\ \Omega[[2,1]] &= \Omega_1 \cdot (\cos[x1])^2; \\ \Omega[[2,3]] &= \Omega_2 \cdot (\sin[x2])^2; \\ \Omega[[2,4]] &= \Omega_2 \cdot (\cos[x2])^2; \\ \\ \Omega[[3,2]] &= \Omega_2 \cdot (\sin[x2])^2; \\ \Omega[[3,6]] &= \Omega_2 \cdot (\sin[x2])^2; \\ \Omega[[3,8]] &= \Omega_2 \cdot (\cos[x2])^2; \end{aligned}$$



### E. Dichtematrix-Simulation

$$\Omega[[4,2]] = \Omega_2 \cdot (\cos[x_2])^2;$$

$$\Omega[[4,7]] = \Omega_2 \cdot (\sin[x_2])^2;$$

$$\Omega[[4,8]] = \Omega_2 \cdot (\sin[x_2])^2;$$

$$\Omega[[5,6]] = \Omega_1 \cdot (\cos[x_1])^2;$$

$$\Omega[[5,7]] = \Omega_1 \cdot (\sin[x_1])^2;$$

$$\Omega[[5,8]] = \Omega_1 \cdot (\sin[x_1])^2;$$

$$\Omega[[6,1]] = \Omega_1 \cdot (\sin[x_1])^2;$$

$$\Omega[[6,3]] = \Omega_2 \cdot (\sin[x_2])^2;$$

$$\Omega[[6,5]] = \Omega_1 \cdot (\cos[x_1])^2;$$

$$\Omega[[7,1]] = \Omega_1 \cdot (\cos[x_1])^2;$$

$$\Omega[[7,4]] = \Omega_2 \cdot (\sin[x_2])^2;$$

$$\Omega[[7,5]] = \Omega_1 \cdot (\sin[x_1])^2;$$

$$\Omega[[8,3]] = \Omega_2 \cdot (\cos[x_2])^2;$$

$$\Omega[[8,4]] = \Omega_2 \cdot (\sin[x_2])^2;$$

$$\Omega[[8,5]] = \Omega_1 \cdot (\sin[x_1])^2;$$

Die Zerfallsraten zwischen den Energieniveaus [n,m] sind:

$$\Gamma = \text{Array}[\text{zeros}, \{\text{dim}, \text{dim}\}];$$

$$\Gamma[[2,1]] = G/3;$$

$$\Gamma[[2,3]] = G/3;$$

$$\Gamma[[2,4]] = G/3;$$

$$\Gamma[[6,3]] = G/3;$$

$$\Gamma[[6,1]] = G/3;$$

$$\Gamma[[6,5]] = G/3;$$

$$\Gamma[[7,4]] = G/3;$$

$$\Gamma[[7,5]] = G/3;$$

$$\Gamma[[7,1]] = G/3;$$

$$\Gamma[[8,4]] = G/3;$$

$$\Gamma[[8,5]] = G/3;$$

$$\Gamma[[8,3]] = G/3;$$

Der Hamiltonoperator in Drehwellennäherung folgt schließlich aus:

$$H = \text{Array}[\text{zeros}, \{\text{dim}, \text{dim}\}];$$

$$\text{Do}[H[[n, n]] = -\Delta[n];$$

$$\text{Do}[H[[n,m]] = \Omega[[n,m]]/2;$$

$$H[[m,n]] = \Omega[[m,n]]/2, \{\text{m}, \text{n}+1, \text{dim}\}, \{\text{n}, 1, \text{dim}\};$$



## Verwendete Konstanten

Konstante	Wert	Einheit	Quelle
$g_J$	2,0023	-	[216]
$g_I$	0,9837	-	[69]
A	$12,642812118471(9) \cdot 10^9$	Hz	[152]
$\mu_K$	$5,050784 \cdot 10^{-27}$	J/T	[134]
$\mu_B$	$9,274078 \cdot 10^{-24}$	J/T	[134]
h	$6,62606957 \cdot 10^{-34}$	Js	[134]

**Tabelle F.1.:** Auflistung der verwendeten physikalischen Konstanten.

Aus dem Englischen übernommene, gebräuchliche Bezeichnungen und Begriffe sowie inhaltliche Hervorhebungen sind im Fließtext durch *kursive* Schriftauszeichnung gekennzeichnet.





## Geräteliste

### $\lambda$ -meter

Laser	stabilisierter Helium-Neon-Laser	SL 03/1	SIOS
Elektronik	Zähler	PM 6881	Fluke
	Trigger Elektromagnet und Zähler	Eigenbau	

### 399 nm-System

399 nm Laserdiode	LD-0405-0030-2	Toptica Photonics
Laser-System	DL 100T	Toptica
Faraday Isolator	10-5-UVS	Optics for Research

### 369 nm System

532 nm	Verdi V10		Coherent Inc.
738 nm	Ti:Sa-Laser MBR-110		Coherent Scotland
	Externe Stabilisation		Eigenbau
369 nm	Frequenzverdopplung mit Kristall: LiJO <sub>3</sub>		
	Verdopplungsresonator und Stabilisierung		Eigenbau
AOM 220 MHz	AOM	ASM-2002B8M	IntraAction Corp.
	Frequenzgenerator	X0-S56	Mini-Circuits
	Vorverstärker	ZFL-500HLN	Mini-Circuits
	Abschwächer	ZMAS-3	Mini-Circuits
	Schalter	ZASWA-2-50DR	Mini-Circuits
	Verstärker	ZHL-1-2W	Mini-Circuits

### 369 nm Raman-System

532 nm	Verdi V10		Coherent Inc.
738 nm	Ti:Sa-Laser MBR-110		Coherent Scotland
	Externe Stabilisation		Eigenbau
369 nm	Frequenzverdopplung mit Kristall: LiJO <sub>3</sub>		
	Verdopplungsresonator und Stabilisierung	Eigenbau	
AOM 220 MHz	AOM	ASM-2002B8M	IntraAction Corp.
	Frequenzgenerator	VFG150	Toptica Photonics
	Verdoppler	MK-3	Mini-Circuits
	Verstärker	ZFL-500	Mini-Circuits
	Verstärker	ZHL-1-2W	Mini-Circuits
AOM 230 MHz	AOM	1250C-829A	Isomet Corp.
	Frequenzgenerator	VFG150	Toptica Photonics
	Frequenzverdoppler	MK-3	Mini-Circuits
	Verstärker	ZFL-500LN	Mini-Circuits
	Verstärker	ZHL-1A	Mini-Circuits
	Verstärker	ZFL-1000G	Mini-Circuits

### 369 nm Toptica-System

Laser-System		TA/DL-SHG 110	Toptica Photonics
738 nm	Laserdiode	#LD-0745-0020-AR-1	Toptica Photonics
738 nm	Laserdiode	FIDL-30S-740X	Frankfurt Laser Company
738 nm	Laserdiode	EYP-RWE-0740	Eagleyard Photonics
Frequenzverdopplung	LBO-Kristall		TOPAG Lasertechnik
AOM 70 MHz	AOM	ASM-702B8	IntraAction Corp.
	VCO	ZX95-100+	Mini-Circuits
	Verstärker	ZFL-500HLN	Mini-Circuits
	Abschwächer	ZMAS-3	Mini-Circuits
	Schalter	ZASWA-2-50DR	Mini-Circuits
	Verstärker	ZHL-1-2W	Mini-Circuits
AOM 325 MHz	TEF-316-50-.369		Brimrose
	VCO	ZX95-400-S+	Mini-Circuits
	Abschwächer	ZMAS-3	Mini-Circuits
	Schalter	ZASWA-2-50DR	Mini-Circuits
	Verstärker	ZHL-1-2W	Mini-Circuits

## 638 nm-System

638 nm Laserdiode	HL6312G	Hitachi
Gitter	Sinus 2100 lines/mm	Zeiss
Piezoaktor	PST/150/5	Piezokeramic GmbH
Peltierelement	PE-127-12-08	Telemeter Electronic
Laserdioden Treiber	Newport 501	Newport
Dioden Temperaturstabilisierung		MPQ München
Faraday Isolator	DLI-1-650	Gsinger
Lock Box		MPQ München
Stabilisierungssystem	Flankenstabilisierung	Eigenbau
Optische Faser	SMC-630-4.8-NA01L-2-APC-600-P	Schäfer & Kirchoff
Faser Kollimations Optik	60FC-4-M12-10	Schäfer & Kirchoff

## 935 nm-System

935 nm Laserdiode	FU935-FP-CD	Sensors Unlimited
Laserdiode	LD-0935-0050-AR-2	Toptica Photonics
Gitter	Sinus 1400 lines/mm	Zeiss
Piezoaktor	PST/150/5	Piezokeramic GmbH
Peltierelement	PE-127-12-08	Telemeter Electronic
Laserdioden Treiber	Newport 501	Newport
Dioden Temperaturstabilisierung		MPQ Munich
Faraday Isolator	FR 660/1100/5 red	Gsänger / Linos
Lock Box		MPQ München
Stabilisierungssystem	Flankenstabilisierung	Eigenbau
AOM	N23100	Neos
VCO	ZX95-100-S+	Mini-Circuits
Abschwächer	ZX73-2500-S+	Mini-Circuits
Verstärker	ZHL-1 2W	Mini-Circuits
Faser Kollimations Optik	60FC-4-M12-10	Schäfer & Kirchoff
EOM	NIR-MPX800-LN-05-P-P-FA-FC	Photline
Frequenzgenerator	ZX95-3100-S+	Mini-Circuits
Verstärker	ZRL-3500+	Mini-Circuits
Abschwächer	8dB	Mini-Circuits
Verstärker	ZX60-6013E+	Mini-Circuits
Schalter	ZASW-2-50DR+	Mini-Circuits

## G. Geräteliste

### Mikrowelle

Frequenzgenerator	8600.03	Oszilloquarz
Atomuhr	FS725	Stanford Research Systems
variabler Signalgenerator	VFG150	Toptica Photonics
Splitter	ZFSC-8-1+	Mini-Circuits
Arbitrary Waveform Generator	AWG M8190A	Agilent
Signalgenerator	SMR20	Rohde&Schwarz
Mischer	SBE 0818LA1	Miteq
Richtungskoppler	SMA 4222-16	Narda
Vorverstärker	DBS 0218 N 415	Narda
Isolatoren	TKI	Ferrit IC 12.5-10W
Kabel	8G 5001	AXOWAVE
Verstärker	Spezialanfertigung	Work GmbH
Horn Antenne		Unbekannt
<b>alternativ genutzte Geräte</b>		
Frequenzoszillator	RPLO-A-M7-6.3-10d-12V-ER10M-a1	Raditek
Vorverstärker	ZX60-183-S+	Mini-Circuits
Verstärker	10W PA Elsira	Globes
Balun	NCS2-83+	Mini-Circuits)

### Detektion

Kondensator	Linse	01 CMP 119	Melles Griot
Photomultiplier	Röhre	R7518P	Hamamatsu
Diskriminator		C64565	Hamamatsu

### Falle und Vakuum

Frequenzgenerator	HM 8032	Hameg
Frequenzgenerator	SMG	Rohde&Schwarz
Atomuhr	FS725	Stanford Research Systems
Breitbandverstärker	Model 110C	Kalmus
Helix Resonator		Eigenbau
Helmholtzspulenpaar		Eigenbau
Ionengetterpumpe	VacIon 8[l/s]	Varian

## Experimentsteuerung

DSP	ADwin-Pro CPU T9	Jäger GmbH
	VFG150	Toptica Photonics
	50 Hz-TTL- <i>Trigger</i>	Eigenbau
	AWG M8190A	Agilent
Software	Labview 12.0	National Instruments

## Messinstrumente

Lichtleistungsmessgerät	Lasermate Q	Coherent
Oszilloskop	TDS 1001B	Tektronix
USB-Thermometer	DL-120TH	Voltcraft
schnelle Photodiode	S5973	Hamamatsu
Gaussmeter	Series 9550	F.W. Bell
Spektrumanalysator	FSP30	Rohde&Schwarz





# Literaturverzeichnis

- [1] R. Rojas. Konrad zuse's legacy: The architecture of the z1 and z3. *IEEE Annals of the History of Computing*, 19(2):5–16, 1997.
- [2] J. Bardeen and W. T. Brattain. The transistor, a semiconductor triode. *Phys. Rev.*, 74: 230–231, 1948.
- [3] G. E. Moore. Cramming more components onto integrated circuits. *Electronics*, 8:114–117, 1965.
- [4] R. Feynman. Simulating physics with computers. *Int. Journal of Theoretical Phys.*, 21: 467–488, 1982.
- [5] D. Deutsch. Quantum theory, the church-turing principle and the universal quantum computer. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 400(8):97–117, 1985.
- [6] D. Kielpinski, C. Monroe, and D. J. Wineland. Architecture for a large-scale ion-trap quantum computer. *Nature*, 471:709–711, 2002.
- [7] E. Schrödinger. Die gegenwärtige situation in der quantenmechanik. *Die Naturwissenschaften*, 23(48), 1935.
- [8] P. W. Shor. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring. *IEEE symposium on foundation of Computer Science*, pages 124–134, 1994.
- [9] L. K. Grover. A fast quantum mechanical algorithm for database search. In *28th Annual ACM Symposium on the Theory of Computing*, 1996.
- [10] L. K. Grover. Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack. *Phys. Rev. Lett.*, 79:325–328, 1997.
- [11] R. L. Rivest, A. Shamir, and L. Adleman. A method for obtaining digital signatures and public-key cryptosystems. *Communications of the ACM*, 21:2, 1978.
- [12] E. Jané, G. Vidal, W. Dür, P. Zoller, and J. I. Cirac. Simulation of quantum dynamics with quantum optical systems. *Quant. Inf. Comp.*, 3:15, 2003.
- [13] I. Buluta and F. Nori. Quantum simulators. *Science*, 326:108, 2009.
- [14] T. H. Johnson, S. R. Clark, and D. Jaksch. What is a quantum simulator? *EPJ Quantum Technology*, 1:10, 2014.
- [15] M. Hilbert and P. Lopez. The world's technological capacity to store, communicate, and compute information. *Science*, 332:60–65, 2011.
- [16] B. P. Lanyon, C. Hempel, D. Nigg, M. Müller, R. Gerritsma, F. Zähringer, P. Schindler, J. T. Barreiro, M. Rambach, G. Kirchmair, M. Hennrich, P. Zoller, R. Blatt, and C. F. Roos. Universal digital quantum simulation with trapped ions. *Science*, 334:57–61, 2011.
- [17] S. Lloyd. Universal quantum simulators. *Science*, 273:1073–1078, 1996.

- [18] J. I. Cirac and P. Zoller. Goals and opportunities in quantum simulation. *Nature Physics*, 8:264–266, 2012.
- [19] P. Ball. Physics of life: The dawn of quantum biology. *Nature*, 474:272–274, 2011.
- [20] I. M. Georgescu, S. Ashhab, and F. Nori. Quantum simulation. *Reviews of Modern Physics*, 86:153–185, 2014.
- [21] N. A. Gershenfeld and I. L. Chuang. Bulk spin-resonance quantum computation. *Science*, 275:350–356, 1997.
- [22] W. S. Warren. The usefulness of nmr quantum computing. *Science*, 277:1688–1689, 1998.
- [23] A. P. Nizovtsev, S. Y. Kilin, F. Jelezko, T. Geabal, I. Popa, A. Gruber, and J. Wrachtrup. A quantum computer based on nv centers in diamond: Optically detected mutations of single electron and nuclear spins. *Opt. Spec.*, 275:233–244, 2005.
- [24] J. M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity. *Rev. mod. Phys.*, 73:565–582, 2001.
- [25] L. DiCarlo, J. M. Chow, J. M. Gambetta, L. S. Bishop, B. R. Johnson, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, L. Frunzio, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Demonstration of two-qubit algorithms with a superconducting quantum processor. *Nature*, 460:240, 2009.
- [26] L. Tian, R. Blatt, and P. Zoller. Scalable ion trap quantum computing without moving ions. *Eur. Phys. J.*, 32:201–208, 2005.
- [27] C. Y. Lu, X. Q. Zhou, O. Gühne, W. B. Gao, J. Zhang, Z. S. Yuan, A. Goebel, T. Yang, and J. W. Pan. Experimental entanglement of six photons in graph states. *Nature physics*, 3:91, 2007.
- [28] D. P. DiVincenzo. The physical implementation of quantum computation. *Fortschritte der Physik*, 48:771, 2000.
- [29] T. D. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme, Y. Nakamura, C. Monroe, and J. L. O’Brien. Quantum computers. *Nature*, 464:45–53, 2010.
- [30] J. I. Cirac and P. Zoller. Quantum computations with cold trapped ions. *Phys. Rev. Lett.*, 74:4091, 1995.
- [31] W. Paul, O. Osberghaus, and E. Fischer. Ein ionenkäfig. *Forschungsberichte des Wirtschafts und Verkehrsministeriums Nordrhein Westfalen*, 415, 1958.
- [32] D. J. Wineland and H. Dehmelt. Proposed  $10^{14} \delta\nu < \nu$  laser fluorescence spectroscopy on  $\text{tl}^+$  mono-ion oscillator iii (side band cooling). *Bull. Am. Phys. Soc.*, 20:637, 1975.
- [33] W. D. Phillips. Nobel lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 70:721–741, Jul 1998.
- [34] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. E. Toschek, and H. Dehmelt. Localized visible  $\text{ba}^+$  mono-ion oscillator. *Phys. Rev. A*, 22:1137, 1980.

- [35] D. J. Wineland, C. Monroe, W. M. Itano, D. Leibfried, B. E. King, and D. M. Meekhof. Experimental issues in coherent quantum-state manipulation of trapped atomic ions. *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*, 103:259–328, 1998.
- [36] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, and D. Wineland. Quantum dynamics of single trapped ions. *Reviews of Modern Physics*, 75:282–320, 2003.
- [37] H. Häffner, C. F. Roos, and R. Blatt. Quantum computing with trapped ions. *Physics Reports*, 469:155–203, 2008.
- [38] C. F. Roos. *Fundamental Physics in Particle Traps*, volume 469. Springer, 2014.
- [39] D. J. Wineland. Nobel lecture: Superposition, entanglement, and raising schrödinger’s cat. *Reviews of Modern Physics*, 85:1103–1114, 2013.
- [40] T. Rosenband, D. B. Hume, P. O. Schmidt, C. W. Chou, A. Brusch, L. Lorini, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, W. C. Swann, N. R. Newbury, W. M. Itano, D. J. Wineland, and J. C. Bergquist. Frequency ratio of  $al^+$  and  $hg^+$  single-ion optical clocks; metrology at the 17th decimal place. *Science*, 319:1808–1812, 2008.
- [41] N. Hinkley, J. A. Sherman, N. B. Phillips, M. Schioppo, N. D. Lemke, K. Beloy, M. Pizzocaro, C. W. Oates, and A. D. Ludlow. An atomic clock with 10–18 instability. *Science*, 341(6151):1215–1218, 2013.
- [42] V. Giovannetti, S. Lloyd, and L. Maccone. Nanoscale magnetometry with nv centers in diamond. *Nature Photonics*, 5:222–229, 2011.
- [43] S. Kotler, N. Akerman, Y. Glickman, A. Keselman, and R. Ozeri. Single-ion quantum lock-in amplifier. *Nature*, 473:61–65, 2011.
- [44] D. Leibfried, B. DeMarco, V. Meyer, M. Rowe, A. Ben-Kish, J. Britton, W. M. Itano, B. Jelenković, C. Langer, T. Rosenband, and D. J. Wineland. Trapped-ion quantum simulator: Experimental application to nonlinear interferometers. *Physical Review Letters*, 89:247901, 2002.
- [45] M. Johanning, A. Varón, and Chr. Wunderlich. Quantum simulation with cold trapped ions. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 42:154009, 2009.
- [46] P. A. M. Dirac. The quantum theory of the electron. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 117:778, 1928.
- [47] R. Gerritsma, G. Kirchmair, F. Zahringer, E. Solano, R. R. Blatt, and C. F. Roos. Quantum simulation of the dirac equation. *Nature*, 463:7277, 2010.
- [48] F. Mintert and Ch. Wunderlich. Ion-trap quantum logic using long-wavelength radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 87:257904, 2001.
- [49] R. Ozeri, C. Langer, J. D. Jost, B. DeMarco, A. Ben-Kish, B. R. Blakestad, J. Britton, J. Chiaverini, W. M. Itano, D. B. Hume, D. Leibfried, T. Rosenband, P. O. Schmidt, and D. J. Wineland. Hyperfine coherence in the presence of spontaneous photon scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 95:030403, 2005.

## Literaturverzeichnis

- [50] N. Timoney, I. Baumgart, M. Johanning, A. F. Varón, M. B. Plenio, A. Retzker, and Ch. Wunderlich. Quantum gates and memory using microwave-dressed states. *Nature*, 476: 185–188, 2011.
- [51] I. Baumgart, J.-M. Cai, A. Retzker, M. B. Plenio, and Ch. Wunderlich. Ultrasensitive magnetometer using a single atom. *Phys. Rev. Lett.*, 116:240801, Jun 2016.
- [52] W. Paul. Elektromagnetic traps for charged and neutral particles. *Rev. Mod. Phys.*, 62(3): 531–540, 1990.
- [53] Chr. Balzer, A. Braun, Chr. Paape, M. Ettl, W. Neuhauser, and Chr. Wunderlich. Electrostatically trapped  $\text{yb}^+$  ions for quantum information processing. *Phys. Rev. A*, 73: 041407, 2006.
- [54] P. K. Ghosh. *Ion Traps*. Oxford University Press, Oxford, New York, 1. edition, 1995.
- [55] B. Scharfenberger. *Seitenbandkühlung von gespeicherten Ytterbium-Ionen im Mikrowellenregime*. Dissertation, Universität Siegen, 2012.
- [56] G. Janik, J. Prestage, and L. Maleki. Simple analytic potentials for linear ion traps. *J. Appl. Phys.*, 67(10):60501–60550, 1990.
- [57] R. March and J. Todd. *Quadrupole ion trap mass spectrometry*. Wiley, Hoboken, New Jersey, 2. edition, 2005.
- [58] M. Johanning. *Einzelpulseffekte an partiell gesättigter laserinduzierter Fluoreszenz*. Dissertation, Universität Hannover, 2003.
- [59] H. Dehmelt. Radiofrequency spectroscopy of stored ions. *Adv. At. Mol. Phys.*, 3:53–72, 1967.
- [60] H. Haken and C. Wolf. *Atom- und Quantenphysik*. Springer Verlag, 2004.
- [61] I. I. Rabi. Space quantization in a gyrating magnetic field. *Phys. Rev.*, 51:652–654, 1937.
- [62] H. J. Metcalf and P. van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, 1999.
- [63] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë. *Quantenmechanik Band 1*. Walter de Gruyter, 4. edition, 2009.
- [64] P. Meystre and M. Sargent. *Elements of quantum optics*. Springer-Verlag GmbH, Berlin, Heidelberg, New York, 4. edition, 2007.
- [65] M. O. Scully and M. S. Zubairy. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, Cambridge, 4. edition, 1997.
- [66] M. Fox. *Quantum Optics - An Introduction*. Oxford University Press, 1. edition, 2006.
- [67] R. Feynman, F. Vernon, and R. Hellwarth. Geometrical representation of the schrödinger equation for solving maser problems. *J. Appl. Phys.*, 28:49, 1957.
- [68] F. Bloch. Nuclear induction. *Physical Review*, 70(7-8), 1946.
- [69] Chr. Balzer. *Zur Dynamik eines beobachteten einzelnen Quantensystems*. Dissertation, Universität Hamburg, 2003.

- [70] I. I. Rabi, N. F. Ramsey, and J. Schwinger. Use of rotating coordinates in magnetic resonance problems. *Review of Modern Physics*, 26(2), 1954.
- [71] L. Allen and J. H. Eberly. *Optical resonance and two-level atoms*. John Wiley & Sons Inc., 3. edition, 1975.
- [72] S. Olmschenk, K. C. Younge, D. L. Moehring, D. N. Matsukevich, P. Maunz, and C. Monroe. Manipulation and detection of a trapped  $\text{yb}^+$  hyperfine qubit. *Phys. Rev. A*, 76:052314, 2007.
- [73] M. Roberts, P. Taylor, G. P. Barwood, P. Gill, H. A. Klein, and W. R. C. Rowley. Observation of an electric octupole transition in a single ion. *Phys. Rev. Lett.*, 78(10):1876–1879, 1997.
- [74] D. Engelke and Chr. Tamm. Dark times in the resonance fluorescence of trapped  $^{171}\text{yb}$  ion caused by spontaneous quantum jumps to the  $^2d_{3/2}(f=2)$  state. *Europhys. Lett.*, 33:347, 1996.
- [75] R. W. Berends, E. H. Pinnington, B. Guo, and Q. Ji. Beam-laser lifetime measurements for four resonance levels of  $\text{yb}$  ii. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 26(20):L701, 1993.
- [76] A. Braun. *Addressing Single  $\text{Yb}^+$  Ions*. Dissertation, Universität Siegen, 2007.
- [77] P. Taylor, M. Roberts, S. V. Gateva-Kostova, R. B. M. Clarke, G. P. Barwood, W. R. C. Rowley, and P. Gill. Investigation of the  $^2S_{1/2}-^2D_{5/2}$  clock transition in a single ytterbium ion. *Phys. Rev. A*, 56:2699–2704, Oct 1997.
- [78] I. Baumgart. Optimierte präparation eines  $^{171}\text{yb}^+$ -ions in den zustand  $^2s_{1/2}$ ,  $f = 0$ . Diplomarbeit, Universität Siegen, 2008.
- [79] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Wineland. Quantum projection noise: Population fluctuations in two-level systems. *Phys. Rev. A*, 47(5):3554, 1993.
- [80] T. W. Hänsch and A. L. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. *Optics Communications*, 13(1):68–69, 1975.
- [81] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. Toschek, and H. Dehmelt. Optical-sideband cooling of visible atom cloud confined in a parabolic well. *Phys. Rev. Lett.*, 41:4, 1978.
- [82] S. Stenholm. The semiclassical theory of laser cooling. *Review of Modern Physics*, 58:699, 1986.
- [83] Ch. Roos. *Controlling the quantum state of trapped ions*. PhD thesis, Universität Innsbruck, 2000.
- [84] H. Dehmelt. Entropy reduction by motional sideband excitation. *Nature*, 262:777, 1976.
- [85] M. Lindberg. Resonance fluorescence of a laser-cooled trapped ion in the lamb-dicke limit. *Phys. Rev. A*, 34:3178–3189, Oct 1986.
- [86] B. H. P. Appasamy. *Über die Bewegungszustände eines einzelnen harmonisch gespeicherten  $\text{Ba}^+$ -Ions*. Dissertation, Universität Hamburg, 1997.

## Literaturverzeichnis

- [87] D. J. Heinzen and D. J. Wineland. Quantum-limited cooling and detection of radio-frequency oscillations by laser-cooled ions. *Phys. Rev. A*, 42:2977–2994, 1990.
- [88] J. Eschner, G. Morigi, F. Schmidt-Kaler, and R. Blatt. Laser cooling of trapped ions. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20:1003, 2003.
- [89] I. Marzoli, J. I. Cirac, R. Blatt, and P. Zoller. Designing two-level systems for sideband cooling. *Phys. Rev. A*, 49:2771–2779, 1994.
- [90] J. I. Cirac, R. Blatt, P. Zoller, and W. D. Phillips. Laser cooling of trapped ions in a standing wave. *Phys. Rev. A*, 46:2668–2681, 1992.
- [91] A. Gauguet, T. E. Mehlstäubler, T. Lévèque, J. Le Gouët, W. Chaibi, B. Canuel, A. Clairon, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin. Off-resonant raman transition impact in an atom interferometer. *Phys. Rev. A*, 78:043615, 2008.
- [92] B. Shore. *The Theory of Coherent Atomic Excitation*. Wiley, New York, 2. edition, 1990.
- [93] P. Blythe. *Optical frequency measurement and ground state cooling of single trapped Yb<sup>+</sup> ions*. PhD thesis, University of London, 2004.
- [94] B. E. King. *Quantum State Engineering and Information Processing with Trapped Ions*. PhD thesis, University of Colorado, 1999.
- [95] D. J. Wineland and W. M. Itano. Laser cooling of atoms. *Phys. Rev. A*, 20:1521–1540, 1979.
- [96] R. Loudon. *The quantum theory of light*. Oxford Science Publications, 2. edition, 1983.
- [97] D. M. Segal and Ch. Wunderlich. Cooling techniques for trapped ions. *arXiv*, 1409.6927:17, 2014.
- [98] W. Vogel and R. L. de Matos Filho. Nonlinear jaynes-cummings dynamics of a trapped ion. *Phys. Rev. A*, 52:4214–4217, 1995.
- [99] A. Barenco, C. H. Bennett, R. Cleve, D. DiVincenzo, N. Margolus, P. Shor, T. Sleator, J. A. Smolin, and H. Weinfurter. Elementary gates for quantum information. *Phys. Rev. A*, 52:3457, 1995.
- [100] M. Johanning, A. Braun, N. Timoney, V. Elman, W. Neuhauser, and Chr. Wunderlich. Individual addressing of trapped ions and coupling of motional and spin states using rf radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 102:073004, 2009.
- [101] T. F. Gloger. Mikrowellenquelle mit phasenkohärenter frequenzumschaltung zur quantenzustandsmanipulation. M.sc., Universität Siegen, 2011.
- [102] A. Khromova. *Quantum Gates with Trapped Ions using Magnetic Gradient Induced Coupling*. Dissertation, Universität Siegen, 2012.
- [103] Chr. Wunderlich. *Laser physics at the limits*, chapter 4, page 261ff. Springer, 2002.
- [104] A. J. Leggett, S. Chakravarty, A. T. Dorsey, M. P. A. Fisher, A. Garg, and W. Zwerger. Dynamics of the dissipative two-state system. *Rev. Mod. Phys.*, 59:1–85, Jan 1987.

- [105] N. Timoney. *Robust rotations & coherent quantum states with a single trapped ion*. Dissertation, Universität Siegen, 2010.
- [106] C. Balzer, T. Hannemann, D. Reiss, W. Neuhauser, P. E. Toschek, and C. Wunderlich. Light-induced decoherence in the driven evolution of an atom. *Laser Physics*, 12:729, 2002.
- [107] L. Viola and S. Lloyd. Dynamical suppression of decoherence in two-state quantum systems. *Phys. Rev. A*, 58:2733–2744, 1998.
- [108] E. L. Hahn. Spin echoes. *Phys. Rev.*, 80:580–594, 1950.
- [109] H. Y. Carr and E. M. Purcell. Effects of diffusion on free precession in nuclear magnetic resonance experiments. *Phys. Rev.*, 94:630–638, 1954.
- [110] S. Meiboom and D. Gill. Modified spin-echo method for measuring nuclear relaxation times. *Rev. Sci. Instrum.*, 29:688–691, 1958.
- [111] L. Cywinski, R. M. Lutchyn, C. P. Nave, and S. Das Sarma. How to enhance dephasing time in superconducting qubits. *Phys. Rev. B*, 77:174509, 2008.
- [112] M. J. Biercuk, H. Uys, A. P. VanDevender, N. Shiga, W. M. Itano, and J. J. Bollinger. Optimized dynamical decoupling in a model quantum memory. *Nature*, 458:996–1000, 2009.
- [113] R. de Sousa edited by M. Fanciulli. *Topics in Applied Physics*, volume 115. Springer, Berlin, Heidelberg, 2009.
- [114] Y. Sagi, I. Almog, and N. Davidson. Process tomography of dynamical decoupling in a dense cold atomic ensemble. *Phys. Rev. Lett.*, 105:053201, 2010.
- [115] C. Piltz, B. Scharfenberger, A. Khromova, A. F. Varón, and Ch. Wunderlich. Protecting conditional quantum gates by robust dynamical decoupling. *Phys. Rev. Lett.*, 110:200501, 2013.
- [116] P. Facchi, D. A. Lidar, and S. Pascazio. Unification of dynamical decoupling and the quantum zeno effect. *Phys. Rev. A*, 69:032314, 2004.
- [117] F. F. Fanchini, J. E. M. Hornos, and R. d. J. Napolitano. Continuously decoupling single-qubit operations from a perturbing thermal bath of scalar bosons. *Phys. Rev. A*, 75:022329, 2007.
- [118] P. Rabl, P. Cappellaro, M. V. Gurudev Dutt, L. Jiang, J. R. Maze, and M. D. Lukin. Strong magnetic coupling between an electronic spin qubit and a mechanical resonator. *Phys. Rev. B*, 79:041302, 2009.
- [119] M. Hirose, C. D. Aiello, and P. Cappellaro. *Phys. Rev. A*, 86:062320, 2012.
- [120] S. C. Webster, S. Weidt, K. Lake, J. J. McLoughlin, and W. K. Hensinger. Optimized dynamical decoupling in a model quantum memory. *Phys. Rev. Lett.*, 111:140501, 2013.
- [121] H. Bluhm, S. Foletti, Izhar Neder, M. Rudner, D. Mahalu, V. Umansky, and A. Yacoby. Dephasing time of gaas electron-spin qubits coupled to a nuclear bath exceeding 200 $\mu$ s. *Nature Phys.*, 7:109–113, 2011.



- [122] G. Oelsner, P. Macha, O. V. Astafiev, E. Il'ichev, M. Grajcar, U. Hübner, B. I. Ivanov, P. Neillinger, and H.-G. Meyer. Dressed-state amplification by a single superconducting qubit. *Phys. Rev. Lett.*, 110:5, 2013.
- [123] Microsemi Corporation. *DS\_5071a*.
- [124] C. Cohen-Tannoudji and S. Reynaud. Dressed-atom description of resonance fluorescence and absorption spectra of a multi-level atom in an intense laser beam. *Journal of Physics B: Atomic Molecular Physics*, 10:345–363, 1977.
- [125] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg. *Atom-Photon Interactions*. John Wiley & Sons Inc., 1. edition, 1992.
- [126] F. Töpfer. *Raman-Übergänge zwischen Zeeman-Niveaus des Grundzustandes von gespeicherten  $^{171}\text{Yb}^+$ -Ionen*. M.sc., Universität Siegen, Siegen, 2014.
- [127] C. Gerry and P. Knight. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1. edition, 2004.
- [128] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Dressed-atom approach to atomic motion in laser light: the dipole force revisited. *J. Opt. Soc. Am.*, B2:1707–1720, 1985.
- [129] J. Oreg, F. T. Hioe, and J. H. Eberly. Adiabatic following in multilevel systems. *Phys. Rev. A*, 29:690, 1984.
- [130] K. Bergmann, H. Theuer, and B. W. Shore. Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules. *Rev Mod. Phys.*, 70:1003–1026, 1998.
- [131] N. V. Vitanov, M. Fleischhauer, B. W. Shore, and K. Bergmann. Coherent manipulation of atoms molecules by sequential laser pulses. *Adv. At. Mol. Phys.*, 46:55–190, 2001.
- [132] J. L. Sørensen, D. Moller, T. Iversen, J. B. Thomsen, F. Jensen, P. Staantum, D. Voigt, and M. Drewsen. Efficient coherent internal state transfer in trapped ions using stimulated raman adiabatic passage. *New Journal of Physics*, 8(261):1–11, 2006.
- [133] G. Breit and I. I. Rabi. *Phys. Rev.*, 38:2082, 1931.
- [134] P. J. Mohr, B. N. Taylor, and D. B. Newell. The 2010 codata recommended values of the fundamental physical constants (web version 6.1).
- [135] G. Breit. *Nature*, 122:649, 1928.
- [136] G. K. Woodgate. *Elementary Atomic Structure*. Oxford University Press, 2. edition, 1980.
- [137] J. Randall, S. Weidt, E. D. Standing, K. Lake, S. C. Webster, D. F. Murgia, T. Navickas, K. Roth, and W. K. Hensinger. Efficient preparation and detection of microwave dressed-state qubits and qutrits with trapped ions. *Phys. Rev. A*, 91:012322, 2015.
- [138] N. V. Vitanov, I. Baumgart, and Ch. Wunderlich. Control of decoherence-free tripod qubit by microwave fields only. *Article in preparation*, 2016.
- [139] G. J. Milburn, S. Schneider, and D. F. V. James. Ion trap quantum computing with warm ions. *Fortschritte der Physik*, 48(9-11):801–810, 2000. ISSN 1521-3978.

- [140] C. Ospelkaus, C. E. Langer, J. M. Amini, K. R. Brown, D. Leibfried, and D. J. Wineland. Trapped-ion quantum logic gates based on oscillating magnetic fields. *Phys. Rev. Lett.*, 101:090502, 2008.
- [141] W. F. Meggers. Tables of spectral-line intensities. *Journal of Research of the NBS*, 71A (369), 1967.
- [142] J. Owens. Optical refractive index of air: dependence on pressure, temperature and composition. *Applied Optics*, 6:51, 1967.
- [143] Ltd Coherent Scotland. *Model MBR-110, Operators manual*. Kelvin Campus, Glasgow.
- [144] T. Collath. *Aufbau eines Experimentes zur Speicherung von  $\text{Yb}^+$  in einer mikrostrukturierten Paul-Falle*. Dissertation, 2015. Universität Siegen.
- [145] T. W. Hänsch and B. Couillaud. Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity. *Opt. Commun.*, 35:441, 1980.
- [146] J. Eichler and H. J. Eichler. *Fundamental Physics in Particle Traps*. Springer, 3. edition, 1998.
- [147] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König, and T. W. Hänsch. A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics. *Opt. Commun.*, 117:541–549, 1995.
- [148] R. L. Barger, M. S. Sorem, and J. L. Hall. Frequency stabilization of a cw dye laser. *Appl. Opt. Lett.*, 22:573, 1973.
- [149] AG Toptica Photonics. *DL 100 diode laser system manual*. 2005.
- [150] N. Timoney. *Exploration of experimental tools used for  $\text{Yb}^+$  ion trapping*. M.sc., Universität Siegen, 2007.
- [151] P. Kaufmann. *Präzise Wellenlängenmessung und Computer-Steuerung für Experimente mit gespeicherten  $\text{Yb}^+$ -Ionen*. Diplomarbeit, Universität Siegen, Siegen, 2014.
- [152] V. Enders. *Über die Eignung eines gekühlten  $\text{Yb}^+$ -Ions für ein Zeitnormal*. PhD thesis, Universität Hamburg, 1993.
- [153] OSA Oscilloquartz. *Very high stability quartz crystal oscillator models 8600/8601 technical informations*, October 1984.
- [154] N. F. Ramsey. Experiments with separated oscillatory fields and hydrogen masers. *Rev. Mod. Phys.*, 62:541–552, Jul 1990.
- [155] E. Knill, D. Leibfried, R. Reichle, J. Britton, R. B. Blackestad, J. D. Jost, C. Langer, R. Ozeri, S. Siedelin, and D. J. Wineland. Randomized benchmarking of quantum gates. *Phys. Rev. A*, 77:012307, 2008.
- [156] K. R. Brown, A. C. Wilson, Y. Colombe, C. Ospelkaus, A. M. Meier, E. Knill, D. Leibfried, and D. J. Wineland. Single-qubit-gate error below  $10^{-4}$  in a trapped ion. *Phys. Rev. A*, 84:030303, 2011.

## Literaturverzeichnis

- [157] H. Siebeneich. *Bewertung des Fehlers von Quanten-Gattern mit gespeicherten Ytterbium-Ionen*. B.sc., Universität Siegen, 2014.
- [158] D. Gottesman. The heisenberg representation of quantum computers. *arXiv*, 9807006: [quant-ph], 1998.
- [159] T. P. Harty, D. T. C. Allcock, C. J. Ballance, L. Guidoni, H. A. Janacek, N. M. Linke, D. N. Stacey, , and D. M. Lucas. High-fidelity preparation, gates, memory, and readout of a trapped-ion quantum bit. *PRL*, 113:220501, 2014.
- [160] A. M. Maier. *Randomized Benchmarking of Clifford Operators*. PhD thesis, Rice University, 2013.
- [161] S. Wimperis. Broadband, narrowband, and passband composite pulses for use in advanced nmr experiments. *Journal of Magnetic Resonance A*, 109:221–231, 1994.
- [162] C. A. Ryan, M. Laforest, and R. Laflamme. Randomized benchmarking of single and multi-qubit control in liquid-state nmr quantum information processing. *arXiv:0808.3973*, 109: 221–231, 2008.
- [163] N. Yu and L. Maleki. Lifetime measurements of the  $4f^{14}5d$  metastable states in single ytterbium ions. *Phys. Rev. A*, 61:022507, 2000.
- [164] M. Kasevich and S. Chu. Laser cooling below a photon recoil with 3-level atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 69:12, 1992.
- [165] G. Morigi, J. Eschner, and C. H. Keitel. Ground state laser cooling using electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.*, 85:4458, 2000.
- [166] M. B. Plenio and P. L. Knight. Decoherence limits to quantum computation using trapped ions. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 453:2017–2041, 1997.
- [167] B. Blinov. Combining a qubit. *Physics*, 3:30, 2010.
- [168] C. Wunderlich and C. Balzer. Quantum measurements and new concepts for experiments with trapped ions. *Adv. At. Mol. Phys.*, 49:293–372, 2003.
- [169] D. McHugh and J. Twamley. Quantum computer using a trapped-ion spin molecule and microwave radiation. *Phys. Rev. A*, 71:012315, 2005.
- [170] R. Blatt and D. Wineland. Entangled states of trapped atomic ions. *Nature*, 453:1008–1015, 2008.
- [171] L. T. Hall, C. D. Hill, J. H. Cole, and L. C. L. Hollenberg. Ultrasensitive diamond magnetometry using optimal dynamic decoupling. *Phys. Rev. B*, 82(045208), 2010.
- [172] P. Chen. Geometric continuous dynamical decoupling with bounded controls. *Phys. Rev. A*, 73:022343, 2006.
- [173] G. Gordon, N. Erez, and G. Kurizki. Universal dynamical decoherence control of noisy single- and multi-qubit systems. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 40:75, 2007.
- [174] P. J. Kunert. *Eine planare mikrostrukturierte Paul-Falle mit integrierter Struktur für einen veränderbaren Magnetfeldgradienten*. Dissertation, Universität Siegen, 2013.

- [175] G. Balasubramanian, I. Y. Chan, R. Kolesov, M. Al-Hmoud, J. Tisler, C. Shin, C. Kim, A. Wojcik, P. R. Hemmer, A. Krueger, T. Hanke, A. Leitenstorfer, R. Bratschitsch, F. Jelezko, and J. Wrachtrup. Nanoscale imaging magnetometry with diamond spins under ambient conditions. *Nature*, 455:648–651, 2008.
- [176] K. Jensen, W. Wasilevski, H. Krauter, J. J. Renema, B. M. Nielsen, T. Fernholz, and E. S. Polzik. *Laser Spectroscopy*, 2010. Proceedings of the XIX International Conference.
- [177] S. Hong, M. S. Grinolds, L. M. Pham, D. Le Sage, L. Luan, R. L. Walsworth, and A. Yacoby. Nanoscale magnetometry with nv centers in diamond. *MRS BULLETIN*, 38:155–161, 2013.
- [178] S. F. Huelga, C. Macchiavello, T. Pellizzari, A. K. Ekert, M. B. Plenio, and J. I. Cirac. Improvement of frequency standards with quantum entanglement. *Phys. Rev. Lett.*, 79(3865-3868), 1997.
- [179] G. Balasubramanian, P. Neumann, D. Twitchen, M. Markham, R. Kolesov, N. Mizuochi, J. Isoya, J. Achard, J. Beck, J. Tisler, V. Jacques, P. R. Hemmer, F. Jelezko, and J. Wrachtrup. Ultralong spin coherence time in isotopically engineered diamond. *Nature Mater.*, 8:383–387, 2009.
- [180] B. Naydenov, F. Dolde, L. T. Hall, C. Shin, H. Fedder, L. C. L. Hollenberg, F. Jelezko, and J. Wrachtrup. Dynamical decoupling of a single-electron spin at room temperature. *Phys. Rev. B*, 83(081201), 2011.
- [181] G. de Lange, D. Ristè, V. V. Dobrovitski, and R. Hanson. *Phys. Rev. Lett.*, 106(080802), 2011.
- [182] L. M. Pham, N. Bar-Gill, C. Belthangady, D. Le Sage, P. Cappellaro, M. D. Lukin, A. Yacoby, and R. L. Walsworth. Enhanced solid-state multispin metrology using dynamical decoupling. *Phys. Rev. B*, 86(045214), 2012.
- [183] P. Maletinsky, S. Hong, M. S. Grinolds, B. Hausmann, M. D. Lukin, R. L. Walsworth, M. Loncar, and A. Yacoby. A robust scanning diamond sensor for nanoscale imaging with single nitrogen-vacancy centres. *Nature Nano.*, 7:320–324, 2012.
- [184] M. Goldman. Clarendon Press, 1970.
- [185] J.-M. Cai, B. Naydenov, R. Pfeiffer, L. P. McGuinness, K. D. Jahnke, F. Jelezko, M. B. Plenio, and A. Retzker. Robust dynamical decoupling with concatenated continuous driving. *New J. Phys.*, 14:113023, 2012.
- [186] N. Aharon, M. Drewsen, and A. Retzker. *Phys. Rev. Lett.*, 111:230507, 2013.
- [187] J. M. Taylor, P. Cappellaro, L. Childress, L. Jiang, D. Budker, P. R. Hemmer, A. Yacoby, R. Walsworth, and M. D. Lukin. High-sensitivity diamond magnetometer with nanoscale resolution. *Nature Physics*, 4:810–816, 2008.
- [188] S. J. Bending. Local magnetic probes of superconductors. *Adv. Phys.*, 48:499–535, 1999.
- [189] R. C. Jaklevic, J. Lambe, A. H. Silver, and J. E. Mercereau. Quantum interference effects in josephson tunneling. *Phys. Rev. Lett.*, 12:159–160, 1964.

## Literaturverzeichnis

- [190] M. I. Faley, K. Pratt, R. Reineman, D. Schurig, S. Gott, C. G. Atwood, R. E. Sarwinski, D. N. Paulson, T. N. Starr, and R. L. Fagaly. High temperature superconductor dc squid micro-susceptometer for room temperature objects. *Supercond. Sci. Technol.*, 17:324, 2004.
- [191] H. C. Seton, J. M. S. Hutchison, and D. M. Bussell. Liquid helium cryostat for squid-based mri receivers. *Cryogenics*, 45:348–355, 2005.
- [192] I. K. Kominis, T. W. Kornack, J. C. Allred, and M. V. Romalis. A subfemtotesla multichannel atomic magnetometer. *Nature*, 422:596–599, 2003.
- [193] C. Cohen-Tannoudji, J. Du Pont-Roc, S. Haroche, and F. Laloe. Detection of the static magnetic field produced by the oriented nuclei of optically pumped  $\text{he}^3$  gas. *Phys. Rev. Lett.*, 22:758–760, 1969.
- [194] S.-K. Lee, K. L. Sauer, S. J. Seltzer, O. Alem, and M. V. Romalis. Subfemtotesla radio-frequency atomic magnetometer for detection of nuclear quadrupole resonance. *Appl. Phys. Lett.*, 89:214106, 2006.
- [195] D. Budker and M. V. Romalis. Optical magnetometry. *Nature Physics*, 3:227–234, 2007.
- [196] A. Weis and R. Wynands. *Phys. Rev. Lett.*, 43:387, 2005.
- [197] P. D. D. Schwindt, S. Knappe, V. Shah, L. Hollberg, J. Kitching, Li-A. Liew, and J. Moreland. Chip-scale atomic magnetometer. *Appl. Phys. Lett.*, 85:6409–6411, 2004.
- [198] M. Bal, C. Deng, J.-L. Orgiazzi, F. R. Ong, and A. Lupascu. *Nat. Commun.*, 3:1324, 2012.
- [199] S. Wildermuth, S. Hofferberth, I. Lesanovsky, E. Haller, L. M. Andersson, S. Groth, I. Bar-Joseph, P. Krüger, and J. Schmiedmayer. *Nature*, 435:440, 2005.
- [200] D. Rugar, C. S. Yannoni, and J. A. Sidles. Mechanical detection of magnetic resonance. *Nature*, 360:563–566, 1992.
- [201] M. R. Freeman and B. C. Choi. Advances in magnetic microscopy. *Science*, 294:1484, 2001.
- [202] S. McVitie, R. P. Ferrier, J. Scott, G. S. White, and A. Gallagher. Quantitative field measurements from magnetic force microscope tips and comparison with point and extended charge models. *J. Appl. Phys.*, 89:3656, 2001.
- [203] A. M. Chang, H. D. Hallen, L. Harriott, H. F. Hess, H. L. Kao, J. Kwo, R. E. Miller, R. Wolfe, J. van der Ziel, and T. Y. Chang. Scanning hall probe microscopy. *Appl. Phys. Lett.*, 61:1974–1976, 1992.
- [204] A. Oral, M. Kaval, M. Dede, H. Masuda, A. Okamoto, I. Shibasaki, and A. Sandhu. Room-temperature scanning hall probe microscope (rt-shpm) imaging of garnet films using new high-performance insb sensors. *IEEE Trans. Magn.*, 38:2438, 2002.
- [205] B. M. Chernobrod and G. P. Berman. Spin microscope based on optically detected magnetic resonance. *J. Appl. Phys.*, 97:014903, 2005.
- [206] J. R. Maze, P. L. Stanwix, J. S. Hodges, S. Hong, J. M. Taylor, P. Cappellaro, L. Jiang, M. V. Gurudev Dutt, E. Togan, A. S. Zibrov, A. Yacoby, R. L. Walsworth, and M. D. Lukin. Nanoscale magnetic sensing with an individual electronic spin in diamond. *Nature*, 455:644–648, 2008.

- [207] M. Koschorreck, M. Napolitano, B. Dubost, and M. V. Mitchell. *Appl. Phys. Lett.*, 98:074101, 2011.
- [208] K. Lake, S. Weidt, J. Randall, E. D. Standing, S. C. Webster, and W. K. Hensinger. Generation of spin-motion entanglement in a trapped ion using long-wavelength radiation. *Phys. Rev. A*, 91:012319, 2015.
- [209] R. Maiwald, D. Leibfried, J. Britton, J. C. Bergquist, G. Leuchs, and D. J. Wineland. Stylus ion trap for enhanced access and sensing. *Nature Physics*, 5:551–554, 2009.
- [210] C. L. Arrington, K. S. McKay, E. D. Baca, J. J. Coleman, Y. Colombe, P. Finnegan, D. A. Hite, A. E. Hollowell, R. Jördens, J. D. Jost, D. Leibfried, A. M. Rowen, U. Warring, M. Martin, A. C. Wilson, D. J. Wineland, and D. P. Pappas. *Rev. Sci. Instrum.*, 84:085001, 2013.
- [211] Chr. Wunderlich, G. Morigi, and D. Reiß. Simultaneous cooling of axial vibrational modes in a linear ion trap. *Phys. Rev. A*, 72:023421, 2005.
- [212] C. M. Shappert, J. T. Merrill, K. R. Brown, J. M. Amini, C. Volin, S. C. Doret, H. Hayden, C.-S. Pai, K. R. Brown, and A. W. Harter. Spatially uniform single-qubit gate operations with near-field microwaves and composite pulse compensation. *New Journal of Physics*, 15(8):083053, 2013.
- [213] E. D. Black. An introduction to pound–drever–hall laser frequency stabilization. *American Journal of Physics*, 69(1):79–87, 2001.
- [214] W. Demtröder. *Laserspektroskopie*. Springer, 5. edition, 2007.
- [215] T. Hannemann. *Schätzung von Quantenzuständen und Charakterisierung von Quantenkanälen*. Dissertation, Universität Hamburg, 2002.
- [216] B. C. Fawcett and M. Wilson. Computed oscillator strengths, Landé g values and lifetimes in YbII. *Atomic data and nuclear data tables*, 47:241, 1991.

## Danksagung

Am Ende meiner Dissertation möchte ich gerne zurückblicken und allen danken, die mich auf dem Weg dorthin unterstützt haben.

Mein besonderer Dank gilt natürlich Prof. Dr. Christof Wunderlich, der mir die Möglichkeit gegeben hat, Quantenforschung am Puls der Zeit durchzuführen. Den Experimentelleitern Dr. Michael Johanning und Dr. Andrés Varón danke ich, die mir mit ihrem Enthusiasmus sowohl praktisch als auch theoretisch eine Menge vermittelt haben. Innerhalb der Arbeitsgruppe gab es eine Vielzahl von Menschen, die mich in meinem Bemühen unterstützt haben.

Speziell bedanken möchte ich mich beim Linearfallen-Team: Danke an Nuala, Thomas, Frederik, Nils und Hendrik für die gute Zusammenarbeit! Es war mir eine große Freude! Bei Simon Spitzer bedanke ich mich für die eifrige Unterstützung bei allen Fragen, auch wenn sie nur im weitesten Sinne mit Elektronik zu tun hatten. Ohne ihn würde noch heute Vieles nicht funktionieren.

Danke auch an meine Bürokollegen Peter und Benedikt für die vielen humorvollen Stunden.

Ein besonderer Dank geht an Gudrun Bingener, nicht nur für die unzähligen organisatorischen Kleinigkeiten, sondern auch für den erhellenden Erfahrungsaustausch unter Hundebesitzern.

Ebenfalls bedanken möchte ich mich bei der mechanischen Werkstatt unter Leitung von Guido Schmidt, die Spezialaufträge äußerst schnell und zuvorkommend erledigt haben. Darüber hinaus schulde ich meinen Dank für das Korrekturlesen der Arbeit und die konstruktive Kritik Dr. Michael Johanning, Dr. Peter Kunert und Gerrit Baumgart.

Danke an die gesamte Arbeitsgruppe Quantenoptik für das wirklich sehr angenehme Arbeitsumfeld.

Bedanken möchte ich mich auch bei meinem Arbeitgeber der Security Research & Consulting GmbH für ihre Toleranz und das freundliche Entgegenkommen.

Nicht vergessen möchte ich die Personen, die immer für mich da waren und mir sowohl ein Sicherheitsnetz als auch ein beständiger Ansporn waren. Mein größter Dank gilt hierbei meiner Frau Ann-Christin, die in den letzten Jahren auf mehr verzichten musste, als ich es gewünscht hätte und mich dennoch stets bestärkt und unterstützt hat.

Nicht zuletzt ein großes Danke an den Rest meiner Familie, die mir durch ihre beständige Unterstützung das Studium ermöglichte.