

Parameteridentifikation mit estimationstheoretischen Methoden am Beispiel der dynamischen Gemischbildung eines Ottomotors

Vom Fachbereich Elektrotechnik und Informatik
der Universität-Gesamthochschule Siegen
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
(Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation
von

Diplom-Ingenieur Michael Ziegler

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. O. Loffeld
2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. M. Köhne

Tag der mündlichen Prüfung: 28 Oktober 2002

urn:nbn:de:hbz:467-151

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand im Bereich FT2/EA der Forschung der DaimlerChrysler AG. Besonders möchte ich mich bei meinem Erstgutachter und Doktorvater Prof. Dr.-Ing. habil. O. Loffeld bedanken, der mir während der Anfertigung meiner Arbeit immer mit fachlichem Rat zur Seite stand und für die besonderen Verhältnisse einer Promotion in der Industrie Verständnis aufbrachte. Für die freundliche Übernahme des Koreferates bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. M. Köhne. Ebenso gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Roth für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Sehr viel verdanke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Scherer, der während seiner Tätigkeit bei der DaimlerChrysler AG die interessante Thematik dieser Arbeit auf den Weg gebracht hat und mir mit seiner fachlichen Kompetenz und seiner Freundschaft von Beginn an zur Seite gestanden hat. Bei den Herren Dr.-Ing. M. Hart und Dr.-Ing. R. Müller möchte ich mich besonders für ihre freundliche Unterstützung und Motivation sowie fachlichen Anregungen bedanken.

Die Anfertigung dieser Arbeit wäre ohne die Unterstützung der Diplomanden Frau N. Bounkina und Herrn D. Mehlfeldt nicht möglich gewesen. Deshalb bedanke ich mich auf diesem Wege nochmals für den hohen Einsatz während der Anfertigung der Diplomarbeiten.

Bei meinen Vorgesetzten Herrn Dr.-Ing. G. Hettich und Herrn Dipl.-Ing. V. Wilhelmi bedanke ich mich für die Bereitstellung der Arbeitsmittel. Dem Motorenteam allgemein gilt mein besonderer Dank für die vielen fachlichen Diskussionen und die freundliche Arbeitsatmosphäre, die ihresgleichen sucht und so indirekt zum Gelingen dieser Arbeit beitrug.

Für das Korrekturlesen bedanke ich mich bei Frau A. Große und den Herren Dr.-Ing. habil. C. Arndt, Dr.-Ing. M. Hart, Dr.-Ing. F. Kirschbaum und Dipl.-Ing. D. Mehlfeldt.

Was wären die obigen Punkte ohne die absolute Unterstützung meiner Frau gewesen. So danke ich hier auf dieser Weise Sarah für die Aufmunterung, Liebe und Geduld.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	v
Nomenklatur	vii
Abbildungsverzeichnis	xv
Tabellenverzeichnis	xvii
1 Einleitung und Überblick	1
2 Mathematische Systembeschreibung	3
2.1 Deterministische Modelldarstellung	4
2.1.1 Lineares Systemverhalten	4
2.1.2 Nichtlineares Systemverhalten	5
2.2 Stochastische Modelldarstellung	6
2.2.1 Systemmodelle mit weißen Rauschprozessen	7
2.2.2 Systemmodelle mit farbigen Rauschprozessen	8
2.3 Zusammenfassung	10
3 Modellierung der dynamischen Gemischbildung	11
3.1 Einfluß der Gemischbildung auf die Emissionen	12
3.2 Gesamtstreckenverhalten mit Vorsteuerung	14
3.3 Luftpfad	15
3.4 Kraftstoffpfad	17
3.4.1 Einspritzventil	17
3.4.2 Wandfilmdynamik	21
3.5 Abgaslaufzeit und Lambdasondendynamik	27
3.5.1 Abgaslaufzeit	27
3.5.2 Lambdasondendynamik	31
3.5.3 Gesamtmodell für Abgaslaufzeit und Lambdasondendynamik	31
3.6 Modelle für die Parameteridentifikation	33
3.6.1 Lineares Teilstreckenmodell für die Dynamik im Luft- bzw. Kraftstoffpfad	33
3.6.2 Lineare Streckenmodelle für den gesamten Luft- bzw. Kraftstoffpfad	35
3.6.3 Nichtlineares Gesamtstreckenmodell	38
3.7 Störgrößen der Strecke	39

3.7.1	Tankentlüftung	39
3.7.2	Leckluft	40
3.7.3	Ablauf der Einspritzung	42
3.7.4	AGR	44
3.7.5	Kraftstoffübergang ins Motoröl	48
3.7.6	Steuerungs- und Regelungseingriffe in den Luft- und Kraftstoffpfad	49
3.7.7	Verminderung der Störgrößeneinflüsse für die Parameteridentifikation	50
3.8	Zusammenfassung	50
4	Identifizierbarkeit	51
4.1	Ausgangssensitivitätsanalyse	52
4.1.1	Linearisierung des Gesamtmodells	53
4.1.2	Luftpfad	55
4.1.3	Kraftstoffpfad	56
4.2	Zusammenfassung	57
5	Lineare Parameteridentifikationsverfahren	59
5.1	Parameterschätzung	60
5.1.1	Verfahren mit Recursive Maximum-Likelihood	63
5.1.2	Verfahren mit Weighted Recursive Least-Squares	67
5.1.3	Verfahren mit linearem Kalman-Filter	68
5.1.4	Untersuchung der Parameterschätzer	73
5.1.5	Zusammenfassung der linearen Parameterschätzverfahren	83
5.2	Parameter- und Zustandsschätzung	85
5.2.1	Extended Kalman-Filter	86
5.2.2	Adaptive Parameter- und Zustandsschätzer	90
5.2.3	Untersuchung der Parameter- und Zustandsschätzer	96
5.2.4	Zusammenfassung der Parameter- und Zustandsschätzverfahren .	104
6	Nichtlineare Parameteridentifikationsverfahren	105
6.1	Parameterschätzung	105
6.2	Parameter- und Zustandsschätzung	106
6.2.1	Extended Kalman-Filter	106
6.2.2	Adaptive Parameter- und Zustandsschätzung	106
6.3	Untersuchung eines adaptiven Parameter- und Zustandsschätzers	111
6.4	Zusammenfassung	114
7	Praktische Umsetzung im Versuchsfahrzeug	115
7.1	Prototypensystem	115
7.2	Automatisierter Parameteridentifikationsablauf	117
7.2.1	Meßdatenaufnahme	117

7.2.2	Identifikationsablauf	119
7.2.3	Verifikation der Identifikationsergebnisse	125
7.3	Zusammenfassung	126
8	Ergebnisse der Identifikation der dynamischen Gemischbildung	127
8.1	Ergebnisse der Identifikation des Luftpfads	127
8.1.1	Ergebnisse anhand eines Betriebspunkts	127
8.1.2	Ergebnisse des Betriebsbereichs	130
8.2	Ergebnisse der Identifikation des Kraftstoffpfads	134
8.2.1	Ergebnisse anhand eines Betriebspunkts	134
8.2.2	Ergebnisse des Betriebsbereichs	136
8.3	Zusammenfassung	146
9	Zusammenfassung und Ausblick	147
10	Anhang	151
10.1	Ansatz für Luftüberschuß	151
10.2	Konvergenzansatz für die Identifizierbarkeit im Kraftstoffpfad	151
10.3	Herleitung des Ansatzes zur Parameterschätzung mit dem RML-Verfahren	152
10.4	Herleitung einer äquivalenten Schreibweise für die Fehlerkovarianz $P(k)$ und dem Gain γ	153
10.5	Herleitung des Maximum-Likelihood Verfahrens	154
10.5.1	Berechnung der Likelihood-Funktion	155
10.5.2	Scoring-Verfahren	157
10.6	Identifikation des Luftpfads mit drei unbekanntem Parametern	161
10.7	Identifikation des Kraftstoffpfads mit sechs unbekanntem Parametern . . .	162
	Literaturverzeichnis	167

Abstract

With the growing complexity of new control concepts, for example GDI¹ and new strategies for diesel engines, the number of calibration tasks is steadily increasing. In order to handle the increasing number of calibration tasks in shorter development times the *automatic calibration* procedures are becoming more and more important. The calibration tasks can be differentiated in *static* and *dynamic* procedures. A wide range of experience already exists in the field of *static* automatic calibration routines and supportive tools following the research phase on the market. The research and implementation in the field of the model-based calibration of *dynamic* plant behaviour is just in the starting phase.

The subject of this Ph.D. thesis is the procedure and algorithms of model-based dynamic calibration. The focus will be on the dynamic calibration procedure and it will demonstrate the results for the application of the calibration of the dynamic behaviour of the air and fuel path of an SI²-engine.

The following procedure will be used for the model-based dynamic calibration:

1. Plant behaviour must be modeled or dynamic model of the plant exists as a priori knowledge.
2. Excitation of the dynamic system and identification of the parameters of the dynamic model with the input/output measurements.
3. Verification of the identified parameters.

A mathematical model description is necessary in order to use the procedure shown above. The first focus of this work (see chapter two) is to present the model descriptions based on differential equations for the time continuous and difference equations for the time discrete case. These cases are discussed for the linear and nonlinear mathematical descriptions. Furthermore the derived model descriptions are extended to a stochastic description to take into account the disturbances at the input and the output of the observed system. The derived mathematical model descriptions are the basis for the model-based calibration procedures (see chapters five and six).

¹Gasoline Direct Injection

²Sequential Injection

In the third chapter the dynamic system of the air and fuel path of an SI-engine is modeled and the necessary mathematical descriptions for the identification strategy in chapter seven will be discussed. Furthermore, influences and disturbances in the air and fuel path will be discussed, for example tank bleeding and air fuel ratio adaptation, and possibilities to minimize the later failure during the identification process will be shown.

The estimation procedures for linear plant behaviour are shown in the fifth chapter. Pure parameter estimators and parameter and state estimators are analysed for the linear problem representation. The linear regression problem for parameter estimators is realised with a Weighted Recursive Least Squares Algorithm, a Recursive Maximum Likelihood approach and a linear Kalman Filter. The presented procedure is similar to the ordinary parameter identification process of LTI³ systems in the control technology. The results of the calibration process are the identified coefficients of the transfer function.

Furthermore, parameter and state estimators with an extended and an adaptive Kalman Filter are presented. The benefit of using a parameter and state estimators is the possibility to directly estimate the physical parameters of a given state space representation.

The sixth chapter discusses the nonlinear estimation procedures. The use of parameter estimators is only possible after linearization of the nonlinear model and results in the same estimation procedures as for the linear case. The parameter and state estimators of the linear case are extended to the realization for the nonlinear problem representation. The result is an Extended Kalman Filter and an adaptive Extended Kalman Filter approach.

Following the representation of mathematical models, the model of the plant and the estimation procedures for linear and nonlinear model representation, the application of calibrating the air and fuel path of an SI-engine with real data demonstrates the effectiveness of the described proceedings.

The first step is to estimate the manifold time constant and the variable delay time from the moment the outlet valve opens until the exhaust gas reaches the air-fuel-ratio sensor using a linear adaptive Kalman Filter.

The second step is to identify the fuel path, especially the wall wetting parameters, using a linear Kalman Filter approach to solve the regression problem. The two step calibration procedure is used to identify the operating range of the used SI-engine with real data.

The results for the calibration of the dynamic of the air and fuel path are very good. Therefore, the algorithms shown in this work are particularly useful for automated schemes for future dynamic calibration applications.

³Linear Time Invariant

Nomenklatur

a) Operatoren

$x \star y$	Kreuzkorrelationsprodukt von x und y
$x * y$	Faltungsprodukt von x und y
δ	Kroneckersymbol
$\mathcal{X}(s)$	Laplace-Transformierte von x
$\mathcal{X}(z)$	Z-Transformierte von x
$f(x_1, \dots, x_n)$	f ist eine nichtlineare Funktion von x_1 bis x_n
Δx	Differenz $\Delta x = x_1 - x_2$
X	Matrix
$\text{tr}\{A\}$	Spur einer Matrix A
\tilde{A}	partielle Ableitung der Matrix A nach \underline{x}
\underline{x}	Spaltenvektor $\underline{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$
dx	Differential von x
\dot{x}	Ableitung von x nach φ (Kurbelwinkel)
\dot{x}	Ableitung von x nach t
$\frac{d^i}{dt^i} \cdot x$	i -te Ableitung von x nach t
$x^{(i)}$	i -te Ableitung von x nach t ($x^{(i)} = \frac{d^i}{dt^i} \cdot x$)
$\frac{\partial x}{\partial t}$	partielle Ableitung von x nach t
x'	erste Ableitung von x nach einer Unbekannten
x''	zweite Ableitung von x nach einer Unbekannten
$E\{x\}$	Erwartungswert von x
\bar{x}	Mittelwert von x
\hat{x}	Schätzwert von x
x^+	Wert x , der nach dem Eintreffen des Meßwertes ermittelt wird (Kalman-Filter)
x^-	Wert x , der vor dem Eintreffen des Meßwertes ermittelt wird (Kalman-Filter Prädiktion)
X^k	Meßwertgeschichte von x mit $X^k = [x(k) \ \dots \ x(k-n)]$
x^T	Transponierte von x
$x(t/t_i)$	Wert x zum Zeitpunkt t bedingt durch den Wert x zum Zeitpunkt t_i

b) Altdeutsche Buchstaben

$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}$	
$\mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H} \dots$	Übertragungsfunktionen im Laplace- bzw. Z-Bereich
$\mathcal{E} \dots \dots$	Fehlergröße im Laplace- bzw. Z-Bereich
$\mathcal{U} \dots \dots$	Steuereingang im Laplace- bzw. Z-Bereich
$\mathcal{W} \dots \dots$	Gesamtrauscheingangsgröße im Laplace- bzw. Z-Bereich
$\mathcal{Y} \dots \dots$	Systemausgangsgröße im Laplace- bzw. Z-Bereich

c) Lateinische Buchstaben

$a \dots \dots$	Koeffizient des Nenners der Übertragungsfunktion; Aufteilungsfaktor des Wandfilmmodells für die lange Zeitkonstante
$A \dots \dots$	Fläche; zeitdiskrete Zustandsübergangsmatrix
$b \dots \dots$	Koeffizient des Zählers der Übertragungsfunktion; Aufteilungsfaktor des Wandfilmmodells für die kurze Zeitkonstante
$B \dots \dots$	Steuermatrix
$c \dots \dots$	Konstante; Koeffizienten des Zählers der Rauschübertragungsfunktion; Parameter für den Durchgriff des Wandfilmmodells
$C \dots \dots$	Beobachtungsmatrix
$d \dots \dots$	Koeffizienten des Nenners der Rauschübertragungsfunktion
$D \dots \dots$	Durchschaltmatrix
$e \dots \dots$	Fehlergröße
$f \dots \dots$	Koeffizienten des Nenners der Systemübertragungsfunktion
$F \dots \dots$	Konstante; kontinuierliche Zustandsübergangsmatrix
$g \dots \dots$	Konstante
$G \dots \dots$	stochastische Steuerungsmatrix
$h \dots \dots$	Markov-Parameter; Stoßantwort
$I \dots \dots$	Einheitsmatrix
$i \dots \dots$	Zählindex
$J \dots \dots$	Informationsmatrix von Rao
$k \dots \dots$	Abtastindex für zeitdiskrete Schreibweise
$K \dots \dots$	Gain des Kalman-Filters

L	Likelihood-Funktion; Gain des WRLS-Verfahrens
m	Konstante; Masse; Bruchteil der Abtastzeit
n	Konstante
N	Sequenzlänge des ML-Verfahrens; Zählindex
p	Druck
P	Fehlerkovarianzmatrix des Kalman-Filters; Matrix des WRLS- und RML-Verfahrens
q	Elemente der stochastischen Steuermatrix; Konstante
Q	Kovarianz der Driving-Noise Komponente
r	Residuum des Kalman-Filters; Konstante
rpm	Drehzahl
R	Kovarianz der Measurement-Noise Komponente; Zweite Ableitung des Gütefunktional V ; ideale Gaskonstante
s	Variable im Laplace-Bereich
S	Sensitivitätsmatrix
t	Zeit
tl	Lastgröße(Zylinderfüllung)
T	Abtastperiode; Temperatur
u	Steuereingang im Zeitbereich
U	elektrische Spannung
v	Geschwindigkeit; Measurement-Noise
V	Volumen; Gütefunktional
w	Driving-Noise; Massenfluß
W	Energie
x	Zustandsvariable; Restgasanteil
y	Systemausgangsgröße im Zeitbereich
z	Variable im Z-Bereich

d) Griechische Buchstaben

α	Drosselklappenwinkel; Parameter des Wandfilmmodells
β	Brownsche Prozeßgröße; Parameter des Wandfilmmodells
γ	Gain des RML-Verfahren; Konstante; Parameter für zeitdiskrete Darstellung im Luftpfad; Parameter für Totzeit und Lambdasondendynamik
Δ	Differenz
θ	unbekannter Parameter
ϑ	Realisation der Zufallsvariable θ

κ	Adiabatexponent
λ	Gewichtsfaktor des WRLS-Verfahrens; normiertes Luft- Kraftstoffverhältnis
ξ	Realisation der Zufallsvariable x
ρ	Dichte
σ	Varianz
τ	Zeitkonstante
φ	Kreuzkorrelationsfunktion; Regressionsvektor; Kurbelwinkel
Φ	Luft- Kraftstoffverhältnis; Transitionsmatrix
ψ	Ableitungsvektor des RML-Verfahren
Ψ	Durchflußfunktion

e) Altdeutsche Indizes

$\mathcal{H}(z)$	Größe der Übertragungsfunktion $\mathcal{H}(z)$
\mathcal{Y}_m	Modellausgangsgröße im Zeit- und Laplacebereich

f) Lateinische Indizes

Aquino ...	Größe des Aquino Modells
abg	Größe im Abgastrakt
av	Größe, die am Auslaßventil auftritt
abt	abgetastete zeitdiskrete Größe
bat	Batteriegröße
ber	berechnete Größe
c	kontinuierliche Größe
d	zeitdiskrete Größe; Größe der Laufzeit
DK	Größe der Drosselklappe
ea	Zusammenfassung von Ein- und Ausgangsgröße
eb	Größe zum Zeitpunkt des Einspritzbeginns
es	Größe zum Zeitpunkt Einlaßventil schließt
ev	Größe des Einspritzventils
eff	effektive Größe
fr	Größe des Frischgasanteils
H	Größe des Hilfsvariablenverfahrens
hfm	HFM-Größe
i	Zählindex
in	Eingangsgröße
inj	Größe, die einem äquivalenten eingespritzten Kraftstoffmassenwert entspricht
k	Zählindex

kin	kinetische Größe (z.B. kinetische Energie)
kor	korrigierte Größe
kraft	Größe des Kraftstoffpfads
leck	Größe der Leckluft
luft	Größe des Luftpfads
m	Modellgröße, Zähindex
mess	gemessene Größe
mot	Motorgröße
n	Zähindex
N	Zähindex
o	Zähindex
öl	Größe des Motoröls
out	Ausgangsgröße
off	Größe, die um einen Offset verschoben ist
p	Größe des Drucks; Zähindex
phys	physikalische Größe
pot	potentielle Größe (z.B. potentielle Energie)
q	quadratische Größe; Zähindex
r	Größe der Reibung; Zähindex
rel	relative Größe
rg	Größe des Restgasanteils
s	Größe, die im Saugrohr auftritt, Größe des Systems
seg	Größe eines Segments
sonde	Größe, die an der Sonde auftritt
stöch	Größe für stöchiometrisches Luft- Kraftstoffverhältnis
tot	Größe der Totzeit
u	Größe der Umgebung
uy	Kreuzkorrelationskoeffizient
v	Größe des Volumens
ver	Größe, die verzögert auftritt
vor	Größe, die vorgelagert auftritt
w	Größe des Wandfilms
wk	Größe im Wandfilmpfad (kleine Zeitkonstante)
wl	Größe im Wandfilmpfad (große Zeitkonstante)
y _m	Größe des Modellwerte y _m
zyl	Größe, die im Zylinder auftritt

g) Griechische Indizes

λ	Größe der Lambdasonde
---	-------	-----------------------

h) Sonderzeichen

\mathbb{R}	reelle Zahlen
\in	Element von
\approx	annähernd gleich
∞	unendlich groß

i) Abkürzungen

AGR	Abgasrückführung
ARMAX .	Autoregressive Moving Average Exogenous
AWS	Auswerteschaltung für Lambdasondenmeßsignal
CAN	Controller Area Network (Bussystem)
ECU	Electronic Control Unit
E-Gas	Elektromagnetischer Drosselklappensteller
EKF	Extended Kalman-Filter
GDI	Gasoline Direct Injection
HFM	Heißfilmluftmassenmesser
HV	Hilfsvariablenverfahren
KF	Kalman-Filter
KW	Kurbelwinkel
LS	Least-Squares
LTI	Linear Time Invariant
LKF	Linearer Kalman-Filter
MIMO ...	Multi-Input/Multi-Output
ML	Maximum-Likelihood
NLLS	Nonlinear Least-Squares
PC	Personal Computer
PRBS	Pseudo Random Binary Sequenz
PT ₁	Proportional Integral Glied erster Ordnung
PT _n	Proportional Integral Glied n-ter Ordnung
PWG	Pedalwertgeber
RLS	Recursive Least-Squares
RML	Recursive Maximum-Likelihood
SI	Sequential Injection
SISO	Single-Input/Single-Output
VDF	Verteilungsdichtefunktion
WRLS ...	Weighted Recursive Least-Squares

Abbildungsverzeichnis

2.1	Systemmodell mit Eingangs- und Ausgangsstörgrößen	6
2.2	Systemmodell mit Formfilter	8
3.1	Einzyylinderdarstellung eines kanaleinspritzenden Ottomotors [24]	11
3.2	Konvertierungsrate des Dreiwegekatalysators [5]	13
3.3	Gesamtstreckenverhalten mit Vorsteuerung	14
3.4	Modell des Luftpfads	15
3.5	Zeitdiskretes Blockschaltbild der Saugrohrdynamik	16
3.6	Strecke des Kraftstoffpfads	17
3.7	Prinzip der Venturidüse	18
3.8	Einspritzventilkennlinie	20
3.9	Wandfilmverhalten im Saugrohr [28]	21
3.10	Bild des Wandfilms im Saugrohr [16]	22
3.11	Erweitertes Aquino-Modell der Wandfilmdynamik	23
3.12	Zeitdiskretes Wandfilmmodell	26
3.13	System mit Totzeit	30
3.14	Meßwerterfassung mit der Lambdasonde	31
3.15	Zusammensetzung der Totzeit	31
3.16	Zeitdiskretes Modell für Lambdasondenverhalten mit Totzeit	33
3.17	Berechnung des Ausgangssignals des Kraftstoffpfads	34
3.18	Zeitdiskretes Modell für den gesamten Luftpfad	36
3.19	Zeitdiskretes Modell für den gesamten Kraftstoffpfad	37
3.20	Nichtlineares zeitdiskretes Gesamtmodell (Luft-/Kraftstoffpfad	38
3.21	Prinzip der Tankentlüftung	40
3.22	Prinzip des Leckluftmodells	41
3.23	Relative Lambdaabweichung durch den Leckluftanteil in Abhängigkeit des Saugrohrunterdrucks und der Drehzahl als Parameter	42
3.24	Zeitlicher Ablauf der Einspritzung	43
3.25	Innere und äußere Abgasrückführung	44
3.26	Relative Lambdaabweichungen durch eine AGR in Abhängigkeit des Restgasmassenanteils und dem Lambdasollwert als Parameter	47
3.27	Restgasmassenanteil in Abhängigkeit des Saugrohrdrucks und der Drehzahl als Parameter	48
3.28	Pfad der Einspritzung mit Korrekturfunktionen	49

5.1	Lineare Parameteridentifikationsverfahren	59
5.2	Blockschaltbild des Fehlermodells	60
5.3	Hilfsvariablenverfahren mit Kalman-Filter [14]	72
5.4	PN-Schema von $\mathcal{H}(z)$ für die verwendete Übertragungsfunktion	74
5.5	PN-Schema von $\mathcal{H}(z)$ für zeitveränderliche Parameter	74
5.6	Parameterschätzverlauf für ideales Streckenverhalten	75
5.7	Parameterschätzverlauf bei auftretendem Ausgangsrauschprozeß	76
5.8	Parameterschätzverlauf bei auftretendem Eingangsrauschprozeß	78
5.9	Gegenüberstellung des Parameterschätzverlaufs für ein LKF mit und ohne HV	79
5.10	Parameterschätzverlauf bei farbigem Rauschprozeß	80
5.11	Parameterschätzverhalten bei zeitveränderlichen Parametern	81
5.12	Parameteränderungsschätzverlauf bei zeitveränderlichen Parametern	82
5.13	Lineare Parameter- und Zustandsschätzverfahren	85
5.14	Flußdiagramm des adaptiven Schätzverfahrens KF mit ML	93
5.15	Identifikation des Luftpfads mit EKF	98
5.16	Identifikation des Luftpfads durch ein KF mit ML	100
5.17	Zustandsschätzwerte des Kraftstoffpfads mit KF und ML	102
5.18	Parameterschätzwerte des Kraftstoffpfads mit KF und ML	103
6.1	Nichtlineare Parameteridentifikationsverfahren	105
6.2	Schätzergebnisse des Luftpfads für das nichtlineare Gesamtmodell	113
7.1	Blockschaltbild der Prototypensystems	115
7.2	Versuchsfahrzeug mit Prototypenrechner	117
7.3	Ein-/Ausgangsößen zur Identifikation des Luft- und Kraftstoffpfads	119
7.4	Freischnittpunkte in der Vorsteuerung des Kraftstoffpfads	120
7.5	Korrelationsergebnis bei gefiltertem bzw. ungefiltertem Eingangssignal	122
7.6	Verifikation des Korrelationsergebnisses	123
7.7	Dynamikkompensation der Lambdasonde	124
8.1	Parameter und Zustandsschätzwerte beim Filterlauf im Luftpfad	128
8.2	Verifikation der identifizierten Größen im Luftpfad	129
8.3	Verlauf der Saugrohrzeitkonstante τ_s über den Betriebsbereich	131
8.4	Verlauf der Totzeit t_d über den Betriebsbereich	132
8.5	Identifizierte Koeffizienten der Übertragungsfunktion	135
8.6	Verifikation der identifizierten Übertragungsfunktion im Kraftstoffpfad	136
8.7	Verlauf der Summe der Aufteilungsfaktoren über dem Betriebsbereich	138
8.8	Verlauf des Parameters a über den Betriebsbereich	139
8.9	Verlauf des Parameters α über den Betriebsbereich	141
8.10	Verlauf der großen Zeitkonstante τ_{w1} über den Betriebsbereich	141
8.11	Verlauf des Parameter b über den Betriebsbereich	142

8.12	Verlauf des Parameters β über den Betriebsbereich	144
8.13	Verlauf der kleinen Zeitkonstante τ_{wk} über den Betriebsbereich	144
8.14	Verlauf des Parameter c über den Betriebsbereich	145
10.1	Identifikation des Luftpfads mit KF mit ML	161
10.2	Zustandsschätzwerte des Filters mit KF mit ML	162
10.3	Parameterschätzwerte des Filters mit KF mit ML	163

Tabellenverzeichnis

2.1	Lineare deterministische Modelldarstellung	4
2.2	Nichtlineare deterministische Modelldarstellung	6
2.3	Modellbeschreibung der Eingangs- und Ausgangsrauschprozesse	7
2.4	Lineare stochastische Zustandsraumdarstellung	7
2.5	Nichtlineare stochastische Zustandsraumdarstellung	7
5.1	Merkmale linearer Parameterschätzer	84
5.2	Eingestellte Parameterwerte	100
5.3	Eingestellte Parameterwerte	104
8.1	Untersuchte Betriebspunkte	130
8.2	Kennfeld der identifizierten Saugrohrzeitkonstanten $\frac{\tau_s}{\text{ms}}$	131
8.3	Kennfeld der identifizierten Totzeit $\frac{t_d}{\text{ms}}$	132
8.4	Mittlerer quadratischer relativer Fehler $\frac{e_{\text{rel-q}}}{\%}$ der Verifikation	133
8.5	Mittelwert des relativen Fehlers $\frac{\bar{e}_{\text{rel}}}{\%}$ der Verifikation	133
8.6	Mittlerer relativer quadratischer Fehler $\frac{\bar{e}_{\text{rel-q}}}{\%}$	137
8.7	Mittelwert des relativen Fehlers $\frac{\bar{e}_{\text{rel}}}{\%}$	137
8.8	Kennfeld des identifizierten Parameters a des Aquino-Modells	139
8.9	Kennfeld des identifizierten Parameters α des Aquino-Modells	140
8.10	Kennfeld der großen Zeitkonstante $\frac{\tau_{wl}}{\text{ms}}$ des Aquino-Modells	140
8.11	Kennfeld des identifizierten Parameters b des Aquino-Modells	142
8.12	Kennfeld des identifizierten Parameters β des Aquino-Modells	143
8.13	Kennfeld der kleinen Zeitkonstante $\frac{\tau_{wk}}{\text{ms}}$ des Aquino-Modells	143
8.14	Kennfeld des Parameters c des Aquino-Modells	145

1 Einleitung und Überblick

In den letzten zehn Jahren ist der Einsatz von elektronischen Komponenten im Bereich des Kraftfahrzeugs stetig gestiegen. Für die Aggregate im Antriebsstrang ist dieses Wachstum zum einen durch den Einsatz neuer Sensorik und Aktuatorik und zum anderen durch den Einsatz leistungsfähigerer Steuergeräte und deren Vernetzung hervorgerufen worden. Im gleichen Zeitraum hat sich der Entwicklungsprozeß der Steuergerätesoftware durch den Einsatz einer durchgehenden Entwicklungsumgebung von einer getrennten Modellierung und Handcodierung hin zu einer integrierten Modellierung und Autocodengenerierung entwickelt.

Durch diese Randbedingungen ist der Trend einer physikalischen Abbildung des Systemverhaltens in Form von Modellen ausgelöst worden. Dies bedeutet, daß zunehmend der rein kennfeldbasierte statische Ansatz von Systemzusammenhängen durch den Einsatz von dynamischen Modellen mit physikalischem Systemwissen ersetzt wird. Diese Entwicklung ermöglicht die Umsetzung zahlreicher neuer Steuerungs- bzw. Regelungskonzepte für den Antriebsstrang. Deshalb liegt ein maßgeblicher Faktor des Entwicklungsaufwands in der steigenden Anzahl zu bestimmender unbekannter Modellparameter des abgebildeten Streckenverhaltens. Für die Entwicklung eines Steuergeräts bedeutet dies einen erhöhten Aufwand für die Bestimmung dieser Parameter über dem gesamten Betriebsbereich des Aggregats.

In Zukunft wird dieser Aufwand durch den Einsatz neuer Steuerungs- und Regelungskonzepte für die Umsetzung neuer Technologien im Antriebsstrang drastisch erhöht. Dieser Effekt wird durch die stetig steigenden Anforderungen an Steuerungen und Regelungen im Antriebsstrang im Hinblick auf Verbrauch, Emissionen und Komfort verstärkt. Ein entgegengesetzter Trend ist bei den Entwicklungszeiten und Entwicklungsaufwänden zu verzeichnen. Diese sollen drastisch gesenkt werden, bei gleichzeitig ansteigender Systemkomplexität und Parameteranzahl. Die Lösung dieser zukünftigen Herausforderung im Bereich der Bestimmung der unbekannt Parameter über dem gesamten Betriebsbereich ist nur durch eine Automatisierung erreichbar.

Aus den oben dargestellten Gründen beschäftigt sich diese Arbeit mit der Identifikation von Parametern in dynamischen Modellen der Steuerungen bzw. Regelungen. Die Arbeit verfolgt das Ziel, eine geschlossene Darstellung estimationstheoretischer Verfahren für die Parameteridentifikation linearer und nichtlinearer dynamischer Modelle zu liefern, die in dieser Form in der Fachliteratur nicht zu finden sind.

Ein weiteres Ziel ist die Bewertung der vorgestellten Verfahren anhand einer praktischen Problemstellung. In dieser Arbeit ist die dynamische Gemischbildung eines kanaleinspritzenden Ottomotors als beispielhafte Problemstellung ausgewählt worden.

Die Aufgabenstellung wird durch die folgende Vorgehensweise umgesetzt. Zuerst wird im Kapitel 2 die mathematische Beschreibung des Systemverhaltens in Form von deterministischen und stochastischen Modellen erarbeitet, die für die spätere modellbasierte Vorgehensweise bei der Modellierung und für den Einsatz estimationstheoretischer Verfahren als Grundlage dient.

Anschließend wird auf der Basis der Arbeit von Scherer [28] im Kapitel 3 die Modellierung der dynamischen Gemischbildung dargestellt und auf Modelle für die spätere Parameteridentifikation erweitert. Weiterhin wird in diesem Kapitel der Einfluß der Störgrößen auf das Streckenverhalten diskutiert und Maßnahmen zur Reduzierung der Störgrößen erarbeitet. Als Ergebnis stehen die Modelle für die Identifikation der Parameter der dynamischen Gemischbildung zur Verfügung.

Im Kapitel 4 werden die abgeleiteten Modelle hinsichtlich der Identifizierbarkeit des Systemverhaltens untersucht. Das Ziel dieser Vorgehensweise ist die Bestimmung der Randbedingungen für den Einsatz der estimationstheoretischen Verfahren.

In den Kapiteln 5 und 6 werden die estimationstheoretischen Verfahren für lineares und nichtlineares Modellverhalten vorgestellt und mit den abgeleiteten Modellen mit synthetischen Daten untersucht und bewertet. Als Ergebnis können die Verfahren zur Parameteridentifikation der dynamischen Gemischbildung für das reale Streckenverhalten ausgewählt werden.

Anschließend wird im Kapitel 7 die praktische Umsetzung für die automatisierte Vorgehensweise zur Identifikation der Parameter der dynamischen Gemischbildung im Versuchsfahrzeug dargestellt. Dies beinhaltet zum einen das verwendete Prototypensystem und zum anderen die Vorgehensweise für die Identifikation der Parameter.

Im Kapitel 8 wird die automatisierte Vorgehensweise umgesetzt und es werden die erzielten Ergebnisse der Parameteridentifikation des realen Streckenverhaltens der dynamischen Gemischbildung dargestellt und diskutiert.

Abschließend wird im Kapitel 9 eine Zusammenfassung der Inhalte der vorliegenden Arbeit und ein Ausblick für zukünftige Felder der Weiterentwicklung gegeben.

2 Mathematische Systembeschreibung

Die mathematische Systembeschreibung ist die wichtigste Grundlage für die Modellierung des Systems. Das Ziel einer Modellierung ist es, das Systemverhalten anhand bekannter Eingangsgrößen durch eine mathematische Systembeschreibung hinreichend genau abzubilden und dabei die Komplexität der Beschreibung zu minimieren. Als Ergebnis der Modellierung erhält man eine formale mathematische Beschreibung, die im folgenden als Modell bezeichnet wird und ein Abbild des realen Systemverhaltens darstellt. Es kann prinzipiell zwischen zwei Arten von Modellen unterschieden werden:

- *Empirische Modelle*, d.h. Modelle, die aus empirischen Daten oder Regeln abgeleitet wurden,
- *Physikalische Modelle*, d.h. solche, die aus physikalischen Grundgesetzen abgeleitet wurden.

Empirische Modelle können zum einen regelbasierte Modelle für Expertensysteme sein, z.B. Fuzzy-Logic. Andererseits können diese aus empirischen Daten abgeleitet werden, z.B. die Input-Output-Analyse des Systemverhaltens durch geeignete Testsignale. Anschließend wird das dynamische Verhalten durch Übertragungsglieder, die z.B. D-, I- oder P-Verhalten besitzen, genähert. Das Systemverhalten läßt sich dann auf gewöhnliche Differentialgleichungen zurückführen.

Physikalische Modelle sind kompakte mathematische Beschreibungen des Systemverhaltens, welche auf physikalischen Grundgesetzen beruhen, die nur wenige experimentell zu bestimmende Parameter aufweisen. Diese Art von Modellen führt zu einer mathematischen Beschreibung durch gewöhnliche oder partielle Differentialgleichungen.

Gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen sind parametrische Modelle und haben die Fähigkeit zu extrapolieren, d.h. Systemzustände vorauszusagen, die experimentell noch nie untersucht wurden und erlauben eine systematische (*modellbasierte*) Synthese von Steuerungen und Regelungen in technischen Anwendungen.

Diese Arbeit beschränkt sich auf parametrische Modelle, da estimationstheoretische Verfahren zur Identifikation der Modellparameter untersucht werden sollen. Die folgenden Unterkapitel werden die für diese Arbeit wichtigen Formen der deterministischen und stochastischen mathematischen Systembeschreibungen für den linearen und nichtlinearen Fall darstellen.

2.1 Deterministische Modelldarstellung

2.1.1 Lineares Systemverhalten

Ein mathematisches Modell für ein SISO¹ System mit LTI² Verhalten läßt sich durch drei ineinander überführbare Beschreibungen darstellen. Dies ist zum einen die Darstellung des Streckenverhaltens in Form einer Differentialgleichung im Zeitkontinuierlichen (2.3) und einer Differenzgleichung im Zeitdiskreten (2.4). Weiterhin läßt sich dieser Zusammenhang wiederum durch den Einsatz der Laplace- bzw. der Z-Transformation in die Form von Übertragungsfunktionen in (2.5) und (2.6) überführen, wenn alle Anfangswerte gleich Null sind:

$$y^{(i)}(t_0) = 0 \text{ und } u^{(i)}(t_0) = 0 \quad \text{für den zeitkontinuierlichen Fall} \quad (2.1)$$

$$y_{k-i} = 0 \text{ und } u_{k-i} = 0 \text{ für } k - i \leq 0 \quad \text{für den zeitdiskreten Fall} \quad (2.2)$$

Außerdem kann man die beiden Beschreibungsformen noch in einer gleichwertigen Zustandsraumbeschreibung in (2.8) und (2.9) bzw. (2.10) und (2.11) darstellen.

	Kontinuierlicher Fall	Zeitdiskreter Fall
DG	$y(t) = \sum_{i=0}^m b_i \cdot u^{(i)} - \sum_{i=1}^n a_i \cdot y^{(i)} \quad (2.3)$ <p style="text-align: center;">mit $\nu^{(i)} = \frac{d^i}{dt^i} \nu(t)$</p>	$y(k) = \sum_{i=0}^m b_i \cdot u_{k-i} - \sum_{i=1}^n a_i \cdot y_{k-i} \quad (2.4)$ <p style="text-align: center;">mit $\nu_{k-i} = \nu(k - i)$</p>
ÜF	$\mathcal{H}(s) = \frac{b_0 + b_1 \cdot s + \dots + b_m \cdot s^m}{1 + a_1 \cdot s + \dots + a_n \cdot s^n} \quad (2.5)$	$\mathcal{H}(z) = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + \dots + b_m \cdot z^{-m}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + \dots + a_n \cdot z^{-n}} \quad (2.6)$
	mit $\mathcal{Y} = \mathcal{U} \cdot \mathcal{H}$ und $n > m$ (2.7)	
ZD	$\dot{\underline{x}}(t) = F \cdot \underline{x}(t) + B \cdot u(t) \quad (2.8)$	$\underline{x}(k) = A \cdot \underline{x}_{k-1} + B \cdot u_{k-1} \quad (2.10)$
	$y(t) = C \cdot \underline{x}(t) \quad (2.9)$	$y(k) = C \cdot \underline{x}(k) \quad (2.11)$

DG $\hat{=}$ Differential- bzw. Differenzgl., ÜF $\hat{=}$ Übertragungsfunktion, ZD $\hat{=}$ Zustandsraumdarstellung

Tabelle 2.1: Lineare deterministische Modelldarstellung

Für den kontinuierlichen Fall gilt die Umrechnungsvorschrift in Gleichung (2.12) für den Übergang der Zustandsraumdarstellung in die Übertragungsfunktion. Für den zeitdiskreten Zusammenhang ist nur s durch z und F durch A zu ersetzen.

$$\mathcal{H}(s) = C \cdot (s \cdot I - F)^{-1} \cdot B \quad (2.12)$$

¹Single-Input/Single-Output

²Linear Time Invariant

In der Gleichung (2.12) ist die Transitionsmatrix Φ zu finden, die das gesamte dynamische Verhalten des Systems beschreibt.

$$\Phi(s) = (s \cdot I - F)^{-1} \quad (2.13)$$

Die Darstellung in (2.12) gilt für die allgemeingültige MIMO³ Struktur für den vektoriellen Fall. Hierin stellt \mathcal{H} eine Übertragungsfunktionsmatrix dar. Für die vorher betrachtete SISO Struktur sind die Matrizen B und C in (2.12) Vektoren und es ergibt sich eine Übertragungsfunktion \mathcal{H} , so daß die SISO Struktur nur ein Spezialfall der allgemeingültigen MIMO Struktur ist. Mit den hier dargestellten Zusammenhängen ist das Verhalten linearer Systeme vollständig beschreibbar und es können alle Gesetzmäßigkeiten und Verfahren der linearen Systemtheorie eingesetzt werden.

Betrachtet man nun die oben dargestellten Modelldarstellungen im Bezug auf eine Parameteridentifikation, so kann zwischen einer vollständigen Identifikation aller Systemparameter und einer Identifikation ausgewählter unbekannter physikalischer Parameter unterschieden werden. Im ersten Fall der Systemidentifikation wird die Übertragungsfunktion bzw. die Differentialgleichung oder die Differenzgleichung zur Modellierung verwendet werden. In diesen treten die Systemparameter direkt auf und können in dem zu schätzenden Parametervektor $\underline{\theta}_s$ zusammengefaßt werden.

$$\underline{\theta}_s = [a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_n \ b_0 \ b_1 \ \cdots \ b_m] \quad (2.14)$$

Im Gegensatz dazu wird bei der Identifikation spezieller physikalischer Parameter die Zustandsraumdarstellung für die Modellierung gewählt, in der die physikalischen Zusammenhänge erhalten bleiben und die unbekannt Parameter in der Zustandsübergangsmatrix F bzw. A , der Steuermatrix B und der Beobachtungsmatrix C auftreten.

$$\underline{\theta}_{\text{phys}} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \cdots \ \theta_n] \quad (2.15)$$

Der Zusammenhang zwischen den Systemparametern $\underline{\theta}_s$ und den physikalischen Parametern $\underline{\theta}_{\text{phys}}$ geht aus Gleichung (2.12) hervor, so daß eine Umrechnung möglich ist. Der große Vorteil bei der zweiten Vorgehensweise ist, daß nur die Systemzusammenhänge geschätzt werden müssen, die nicht durch a priori Wissen bekannt sind.

2.1.2 Nichtlineares Systemverhalten

Im Gegensatz zum linearen Fall ist ein Modell nichtlinear, wenn mindestens ein Zustand des Zustandsraummodells bzw. eine Beobachtungsgleichung den in (2.8) und (2.9) bzw. (2.10) und (2.11) beschriebenen Zusammenhang der Linearkombination nicht erfüllt.

Dies ist gleichbedeutend mit der Abweichung des Modells vom Zusammenhang der Linearkombinationen in (2.3) bzw. (2.4). Für diesen Fall ist das System nichtlinear und das Superpositionsprinzip ist nicht mehr erfüllt. Die Folge hiervon ist, daß die Bildung einer linearen Übertragungsfunktion unter Zuhilfenahme der linearen Systemtheorie im Zeitkontinuierlichen bzw. Zeitdiskreten nicht mehr möglich ist.

³Multi-Input/Multi-Output

Dies führt zu folgenden nichtlinearen funktionalen Zusammenhängen der Differential- oder Differenzgleichung (2.16) und (2.17) bzw. der Zustandsraumbeschreibungen in (2.18) und (2.19) oder (2.20) und (2.21) für den allgemeinen vektoriellen Fall:

	Kontinuierlicher Fall	Zeitdiskreter Fall
DG	$\underline{y}(t) = \underline{f}\left[\underline{y}^{(1)} \dots \underline{y}^{(n)}, \underline{u}^{(0)} \dots \underline{u}^{(m)}\right] \quad (2.16)$ <p style="text-align: center;">mit $\nu^{(i)} = \frac{d^i}{dt^i} \nu(t)$</p>	$\underline{y}(k) = \underline{f}[\underline{y}_{k-1} \dots \underline{y}_{k-n}, \underline{u}_k \dots \underline{u}_{k-m}] \quad (2.17)$ <p style="text-align: center;">mit $\nu_{k-i} = \nu(k-i)$</p>
ZD	$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}[\underline{x}(t), \underline{u}(t)] \quad (2.18)$ $\underline{y}(t) = \underline{h}[\underline{x}(t)] \quad (2.19)$	$\underline{x}(k+1) = \underline{f}[\underline{x}(k), \underline{u}(k)] \quad (2.20)$ $\underline{y}(k) = \underline{h}[\underline{x}(k)] \quad (2.21)$

DG $\hat{=}$ Differential- bzw. Differenzgleichung, ZD $\hat{=}$ Zustandsraumdarstellung

Tabelle 2.2: Nichtlineare deterministische Modelldarstellung

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird zwischen linearen und nichtlinearen Parameteridentifikationsverfahren unterschieden. Dabei wird der Begriff lineare bzw. nichtlineare Verfahren durch das Modell bestimmt, d.h. ein Parameteridentifikationsverfahren löst eine nichtlineare Aufgabe, wenn sein zugrundeliegendes Modell nichtlineares Verhalten besitzt.

2.2 Stochastische Modelldarstellung

Die vorher dargestellten linearen und nichtlinearen deterministischen Modelldarstellungen sind idealisierte Systemzusammenhänge. In diesem Kapitel werden zwei Modellierungsansätze zur Darstellung stochastischer Prozesse für die Modellierung von auftretenden Unsicherheiten im realen Streckenverhalten vorgestellt.

In der ersten Variante werden gaußverteilte weiße Rauschprozesse für die Modellierung der Systemunsicherheiten am Ein- bzw. Ausgang verwendet. Der zweite Ansatz verfolgt das Ziel, auftretende Störgrößen durch farbige Rauschprozesse am Systemausgang zu modellieren. Dabei werden die farbigen Rauschprozesse durch Formfilterverfahren generiert.



Abbildung 2.1: Systemmodell mit Eingangs- und Ausgangsstörgrößen

2.2.1 Systemmodelle mit weißen Rauschprozessen

Ausgangspunkt ist die Darstellung eines realen Systems mit dem Modell in der Abbildung 2.1. Dabei ist der Eingangsgröße \underline{u} des Systems die Störgröße \underline{w} und der Ausgangsgröße \underline{y}_m des Modells die Störgröße \underline{v} überlagert.

Hierin ist die auftretende Störgröße \underline{w} eine zusätzlich treibende Kraft am Eingang und kann als Eingangsrauschen (Driving-Noise) aufgefaßt werden. Die Störgröße \underline{v} ist als Ausgangsrauschprozeß dem Modellausgang \underline{y}_m überlagert und kann als Meßrauschen (Measurement-Noise) bezeichnet werden. Dabei sind nur die Eingangs- sowie Ausgangsgrößen \underline{u} und \underline{y} des Systems meßtechnisch erfassbar.

Das Modell des Systemverhaltens mit der Eingangsgröße \underline{u}_m und der Ausgangsgröße \underline{y}_m kann mit den Beziehungen (2.3)-(2.11) für den linearen und mit (2.16)-(2.21) für den nichtlinearen Fall beschrieben werden. Die auftretenden Rauschprozesse können durch mittelwertfreie weiße gaußverteilte Rauschprozesse modelliert werden, die durch ihre ersten beiden Momente bestimmt sind.

	Kontinuierlicher Fall	Zeitdiskreter Fall
DN	$E \{ \underline{w}(t) \} = 0$ (2.22)	$E \{ \underline{w}(k) \} = 0$ (2.24)
	$E \{ \underline{w}(t) \cdot \underline{w}(\tau)^T \} = Q(t) \cdot \delta(t - \tau)$ (2.23)	$E \{ \underline{w}(k) \cdot \underline{w}(k)^T \} = Q$ (2.25)
MN	$E \{ \underline{v}(t) \} = 0$ (2.26)	$E \{ \underline{v}(k) \} = 0$ (2.28)
	$E \{ \underline{v}(t) \cdot \underline{v}(\tau)^T \} = R(t) \cdot \delta(t - \tau)$ (2.27)	$E \{ \underline{v}(k) \cdot \underline{v}(k)^T \} = R$ (2.29)

DN $\hat{=}$ Driving-Noise, MN $\hat{=}$ Measurement-Noise

Tabelle 2.3: Modellbeschreibung der Eingangs- und Ausgangsrauschprozesse

Führt man diese beiden Größen in die Zustandsraummodellierungen ein, ergeben sich die stochastischen Beschreibungen im Zustandsraum für den linearen Fall.

Kontinuierlicher Fall	Zeitdiskreter Fall
$d\underline{x}(t) = [F \cdot \underline{x}(t) + B \cdot \underline{u}(t)]dt + G \cdot d\underline{\beta}(t)$ (2.30)	$\underline{x}(k) = A \cdot \underline{x}_{k-1} + B \cdot \underline{u}_{k-1} + \underline{w}_{k-1}$ (2.32)
$\underline{y}(t) = C \cdot \underline{x}(t) + \underline{v}(t)$ (2.31)	$\underline{y}(k) = C \cdot \underline{x}_k + \underline{v}_k$ (2.33)

Tabelle 2.4: Lineare stochastische Zustandsraumdarstellung

Entsprechend kann auch eine Darstellung für nichtlineare Zustandsraumbeschreibungen mit stochastischen Störgrößen für den kontinuierlichen und den zeitdiskreten Fall abgeleitet werden.

Kontinuierlicher Fall	Zeitdiskreter Fall
$d\underline{x}(t) = \underline{f}[\underline{x}(t), \underline{u}(t)] \cdot dt + d\underline{\beta}(t)$ (2.34)	$\underline{x}(k) = \underline{f}[\underline{x}_{k-1}, \dots, \underline{x}_{k-n}, \underline{u}_k, \dots, \underline{u}_{k-m}] + \underline{w}_k$ (2.36)
$\underline{y}(t) = \underline{h}[\underline{x}(t)] + \underline{v}(t)$ (2.35)	$\underline{y}(k) = \underline{h}[\underline{x}_k] + \underline{v}_k$ (2.37)

Tabelle 2.5: Nichtlineare stochastische Zustandsraumdarstellung

Die dargestellten linearen und nichtlinearen stochastische Differentialgleichungen genügen speziellen mathematischen Gesetzmäßigkeiten für die Differentiation und Integration von stochastischen Signalen. Für eine detaillierte Darstellung dieser Zusammenhänge wird auf Loffeld [20] und Maybeck [22] verwiesen.

2.2.2 Systemmodelle mit farbigen Rauschprozessen

Ein weiterer Ansatz zur Berücksichtigung von Eingangs- und Ausgangsrauschkomponenten ist das Formfilter.

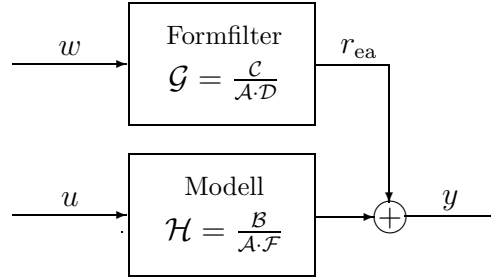


Abbildung 2.2: Systemmodell mit Formfilter

Hierbei werden die am Eingang und Ausgang auftretenden Rauschprozesse (siehe Abbildung 2.1) in einer nur am Ausgang wirkenden Rauschgröße zusammengefaßt. Die Eingangsgröße w des Formfilters wird als weißer mittelwertfreier gaußverteilter Rauschprozeß angenommen, der durch die ersten beiden Momente, die in den Gleichungen (2.22)-(2.25) dargestellt sind, beschrieben werden kann.

Durch die Filterung der Eingangsgröße ist die am Ausgang wirkende Rauschgröße r_{ea} allerdings je nach Gestalt des Filters \mathcal{G} ein farbiger Rauschprozeß, d.h. im Frequenzspektrum sind nicht mehr alle Frequenzanteile gleichmäßig enthalten. Die Vorgehensweise für die Modellierung ist die Erweiterung der zu schätzenden Parameter um die unbekannt Parameter des Formfilters, so daß die Gleichung (2.7) um die Formfilteranteile ergänzt werden muß. Der allgemeinste Fall ist durch folgende Zusammenhänge beschrieben:

$$\mathcal{Y}(s) = \mathcal{U}(s) \cdot \mathcal{H}(s) + \mathcal{W}(s) \cdot \mathcal{G}(s) \text{ bzw. } \mathcal{Y}(z) = \mathcal{U}(z) \cdot \mathcal{H}(z) + \mathcal{W}(z) \cdot \mathcal{G}(z) \quad (2.38)$$

$$\text{mit } \mathcal{H} = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{A} \cdot \mathcal{F}} \text{ und } \mathcal{G} = \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{A} \cdot \mathcal{D}} \quad (2.39)$$

In Gleichung (2.39) sind folgende Zusammenhänge für ein zeitdiskretes Modell enthalten:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(z) &= 1 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot z^{-i}, \quad \mathcal{B}(z) = \sum_{i=0}^m b_i \cdot z^{-i}, \quad \mathcal{C}(z) = 1 + \sum_{i=1}^r c_i \cdot z^{-i}, \\ \mathcal{D}(z) &= \sum_{i=0}^p d_i \cdot z^{-i} \text{ und } \mathcal{F}(z) = \sum_{i=0}^q f_i \cdot z^{-i} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Für den zeitkontinuierlichen Fall in Gleichung (2.38) muß in Gleichung (2.40) nur z durch s ersetzt werden. Daraus folgt für den unbekanntem Parametervektor:

$$\underline{\theta} = [a_1 \ a_2 \cdots a_n \ b_0 \ b_1 \cdots b_m \ c_1 \ c_2 \cdots c_r \ d_0 \ d_1 \cdots d_p \ f_0 \ f_1 \cdots f_q] \quad (2.41)$$

Es soll hier angemerkt werden, daß sehr selten die allgemeine Struktur aus Gleichung (2.39) in der Realität benötigt wird. Im folgenden werden einige interessante Vereinfachungen für reale Problemstellungen gezeigt:

- $\mathcal{F} = 1$ und $\mathcal{D} = 1$

Für diesen Fall ergibt sich die bekannte ARMAX-Struktur⁴. Dann besitzen \mathcal{H} und \mathcal{G} denselben Nenner. Dies kann für die Modellierung von Störungen verwendet werden, die früh im Prozeß, d.h. nahe dem Systemeingang, auftreten.

$$\mathcal{A} \cdot \mathcal{Y} = \mathcal{B} \cdot \mathcal{U} + \mathcal{C} \cdot \mathcal{W} \quad (2.42)$$

- $\mathcal{A} = 1, \mathcal{C} = 1$ und $\mathcal{D} = 1$

Für diesen Fall ist $G = 1$. Dieses Modell wird auch als Ausgangsfehlermodell bezeichnet, denn es setzt voraus, daß der folgende Zusammenhang den Ausgangsfehler, d.h. die Differenz zwischen gemessenen Ausgang \mathcal{Y} und dem Modellausgang $\frac{\mathcal{B}}{\mathcal{F}} \cdot \mathcal{U}$, darstellt.

$$\mathcal{Y} = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{F}} \cdot \mathcal{U} + \mathcal{W} \quad (2.43)$$

$$\mathcal{W} = \mathcal{Y} - \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{F}} \cdot \mathcal{U} \quad (2.44)$$

- $\mathcal{A} = 1$

Eine Besonderheit dieses Modells ist, daß \mathcal{G} und \mathcal{H} keine gemeinsamen Parameter besitzen, d.h. die beiden Übertragungsfunktionen sind unabhängig. Für diesen Fall ist es möglich \mathcal{H} immer noch zu schätzen, während sich die Parameter von \mathcal{G} in keinem physikalisch sinnvollen Bereich befinden.

$$\mathcal{Y} = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{F}} \cdot \mathcal{U} + \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{D}} \cdot \mathcal{W} \quad (2.45)$$

Die Wahl einer geeigneten Struktur hängt von der Problemstellung und dem a priori Wissen ab. Zusätzlich zu den eigentlich interessierenden Systemparametern a_i und b_i sind nach der Modellierung des Formfilters c_i , d_i und f_i als weitere Parameter zu schätzen. Für die abgeleiteten Zusammenhänge können dann Parameterschätzverfahren zur Bestimmung der Parameter des Systemverhaltens und des gewählten Formfiltermodells eingesetzt werden.

⁴AutoRegressive Moving Average exogenous

2.3 Zusammenfassung

Mit der Ableitung der deterministischen Systemmodelle steht die Möglichkeit der Abstraktion des realen Streckenverhaltens in einer mathematischen Beschreibung als Grundlage für die Modellierung der dynamischen Gemischbildung zur Verfügung. Mit der Erweiterung auf stochastische Modelle für die Beschreibung von auftretenden Störgrößen ist die Grundlage für die Darstellung von stochastischen Verfahren zur Parameter- und Zustandsschätzung erarbeitet worden. Im anschließenden Kapitel wird die Modellierung des Streckenverhaltens der dynamischen Gemischbildung vorgestellt.

3 Modellierung der dynamischen Gemischbildung

Zur Darstellung der estimationstheoretischen Verfahren für eine Parameteridentifikation wurde die dynamische Gemischbildung ausgewählt. Bei der dynamischen Gemischbildung handelt es sich um die Berücksichtigung der transienten Vorgänge bei der Laststeuerung eines kanaleinspritzenden Ottomotors. Unter dem Begriff der Last einer Verbrennungskraftmaschine wird hier die Menge des Verbrennungsgemischs im Zylinder verstanden. Die Laststeuerung eines saugrohreinspritzenden Ottomotors wird anhand der Abbildung 3.1 eines Zylinders erläutert.

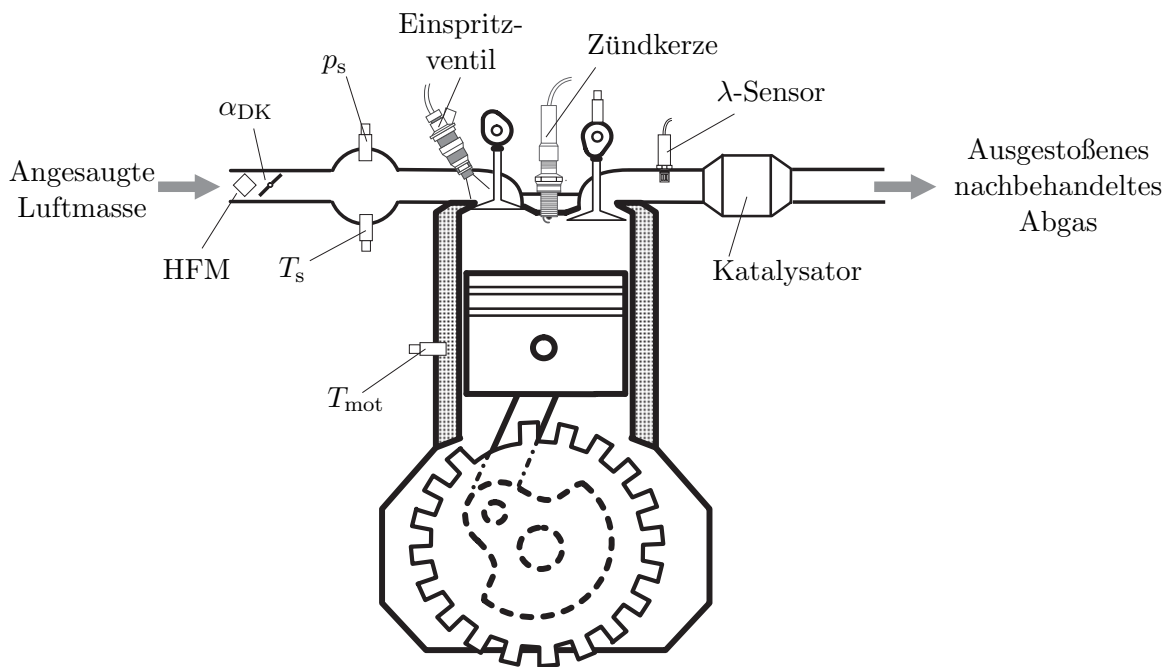


Abbildung 3.1: Einzylinderdarstellung eines kanaleinspritzenden Ottomotors [24]

Die Steuerung hat die Aufgabe, das benötigte Kraftstoffluftgemisch im Zylinder einzustellen. Die Drosselklappe mit dem Drosselklappenwinkel α_{DK} dient hierbei als Stellglied für die angesaugte Luftmasse. Die Motorsteuerung muß die in den Zylinder angesaugte Luftmasse bestimmen, um daraus die jeweils optimal einzuspritzende Kraftstoffmasse im Bezug auf Komfort, Emissionen und betriebspunktabhängige Randbedingungen zu berechnen und einzuspritzen.

Die Ermittlung der Luftmasse kann durch die folgenden drei Verfahren erfolgen:

- Bestimmung der Luftmasse aus dem Saugrohrdruck (p_s),
- Bestimmung der Luftmasse mittels Drosselklappenwinkel (α_{DK}),
- Messung der Luftmasse mittels HFM¹.

Alle diese Verfahren unterscheiden sich im Bezug auf Dynamik, Genauigkeit im stationären Betriebspunkt und Störeinflüsse. Für den interessierten Leser sind diese Verfahren von Scherer [28] beschrieben. Bei dem verwendeten Aggregat wird die Luftmassenbestimmung im Normalbetrieb mit dem HFM realisiert. Bei Sensorausfall oder fehlerhaftem Sensorsignal wird im Notlauf auf eine Luftmassenbestimmung über die Drosselklappe umgeschaltet.

Im folgenden Unterpunkt wird der Einfluß der richtigen Gemischbildung auf die Emissionen näher betrachtet. Anschließend wird auf die dynamischen Effekte im Luft- und Kraftstoffpfad eingegangen und deren Modellierung dargestellt.

3.1 Einfluß der Gemischbildung auf die Emissionen

Für die Abgasaufbereitung eines Serienfahrzeugs mit kanaleinspritzendem Ottomotor wird der Dreiwegekatalysator eingesetzt, der die Emissionen von Kohlenmonoxid CO, Kohlenwasserstoff HC und Stickstoffoxid NO_x in Kohlendioxid CO₂, Wasser H₂O, Stickstoff N₂ und Sauerstoff O₂ konvertiert.

Allerdings ist die Konvertierungsrate des Katalysators abhängig von der richtigen Zusammensetzung des Luftkraftstoffverhältnisses bei der Verbrennung im Zylinder. Stellt man dem Aggregat das Gemisch im stöchiometrischen Verhältnis zur Verfügung, ist die höchste Konversionsrate des Katalysators gewährleistet. Der Zusammenhang für das Luftkraftstoffverhältnis ergibt sich zu:

$$\Phi = \frac{m_{\text{luft}}}{m_{\text{kraft}}} \quad (3.1)$$

Daraus läßt sich das auf den stöchiometrischen Betrieb normierte Verhältnis ableiten.

$$\lambda = \frac{m_{\text{luft}}}{m_{\text{kraft}} \cdot F_{\text{stöch}}} \quad \text{mit} \quad F_{\text{stöch}} = 14.7 \quad (3.2)$$

Der Zusammenhang der Konvertierungsrate des Dreiwegekatalysators und des Luftkraftstoffverhältnisses ist in der Abbildung 3.2 dargestellt.

¹HeißfilmluftMassenmesser

Schon bei einer Abweichung um $+1\%$ vom stöchiometrischen Verhältnis in Richtung magerer Werte sinkt die Konvertierungsrate von NO_x auf weniger als 50% ab. Weicht das Luftkraftstoffverhältnis in Richtung fetter Gemischzusammensetzung um -1% ab, sinkt die Konvertierungsrate von HC und CO auf weniger als 50% ab.

Beide Fälle sind zur Einhaltung der gesetzlichen Abgasrichtlinien auszuschließen, so daß die Laststeuerung versuchen muß, das aufbereitete Gemisch im stöchiometrischen Verhältnis zur Verfügung zu stellen.

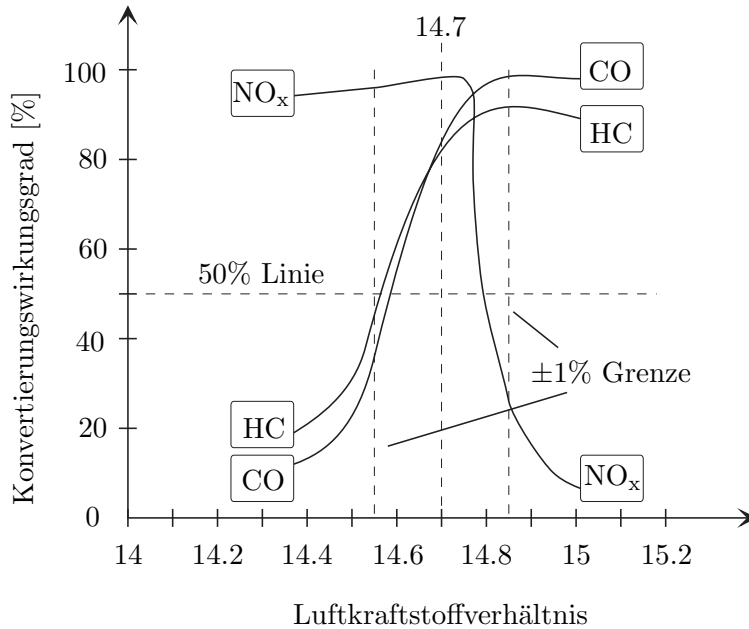


Abbildung 3.2: Konvertierungsrate des Dreiwegekatalysators [5]

Für den Stationärbetrieb wird das stöchiometrische Verhältnis durch die Lambdaregelung eingestellt. Für Instationärvorgänge ist die Lambdaregelung durch das totzeitbehaftete Streckenverhalten zu langsam. Deshalb muß den dynamischen Effekten im Luft- und Kraftstoffpfad mit einer Vorsteuerung bzw. einer schnellen Regelung der dynamischen Gemischbildung begegnet werden. Der Begriff der schnellen Regelung bedeutet hier die Kombination eines Zustandsschätzers und eines Reglers. Der Zustandsschätzer bildet das Streckenverhalten mit Totzeit ab und hat die Aufgabe, die wichtigen Größen für die Regelung zu schätzen. Der Vorteil dieser Vorgehensweise ist, daß durch den Zustandsschätzer für jeden Berechnungsschritt aktuelle Zustandsschätzwerte für eine schnelle Regelung vorliegen. Diese Vorgehensweise wurde durch Scherer [28] für die dynamische Gemischregelung dargestellt.

Für das verwendete Aggregat wird der dynamische Gemischfehler durch eine Vorsteuerung im Kraftstoffpfad korrigiert. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit ausschließlich die Vorgehensweise mit einer Vorsteuerung betrachtet.

3.2 Gesamtstreckenverhalten mit Vorsteuerung

Die Gesamtstrecke für den Luft- und Kraftstoffpfad bis zum gemessenen Lambdasignal und die Vorsteuerung im Kraftstoffpfad wird in Abbildung 3.3 dargestellt. Der Anteil der Vorsteuerung durch das Steuergerät ist grau hinterlegt.

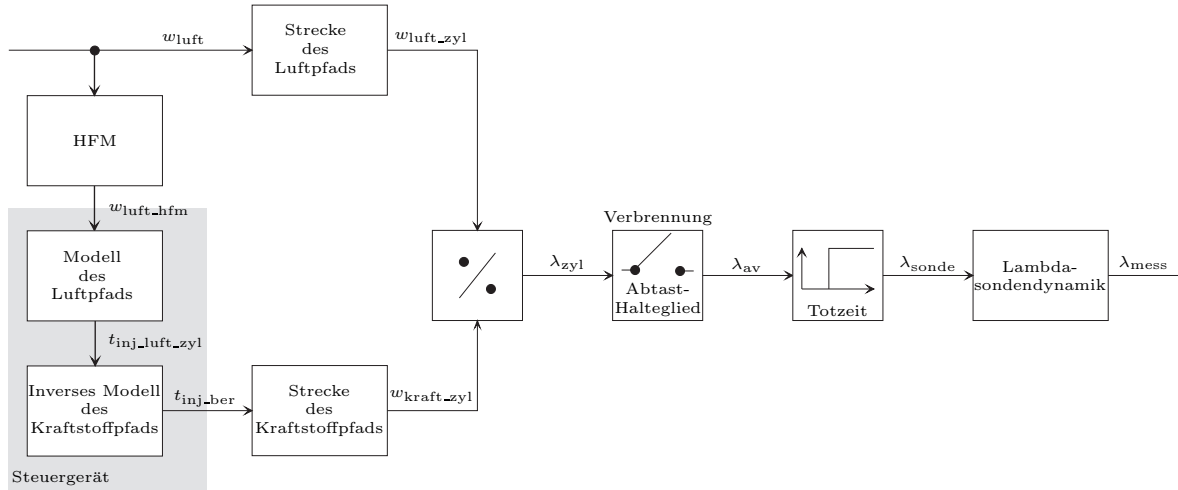


Abbildung 3.3: Gesamtstreckenverhalten mit Vorsteuerung

Für die Vorsteuerung der Last im Steuergerät wird der gemessene Luftmassenstrom des HFM $w_{\text{luft_hfm}}$ als Eingangssignal verwendet. Im Steuergerät ist für die Vorsteuerung ein Modell zur Berücksichtigung des Streckenverhaltens des Luftpfads und ein inverses Modell zur Kompensation des Streckenverhaltens des Kraftstoffpfads implementiert. Durch diesen Ansatz ist es nun möglich, die dynamische Gemischbildung durch eine Vorsteuerung im Kraftstoffpfad zu berücksichtigen. Das Modell des Luftpfads sowie das inverse Modell des Kraftstoffpfads entsprechen den zu identifizierenden Anteilen der Vorsteuerung der dynamischen Gemischbildung. Als Ausgangsgröße liefert das Steuergerät die zur Vorsteuerung der Füllung berechnete Einspritzzeit $t_{\text{inj_ber}}$ zur Ansteuerung des Einspritzventils.

Nach dem Einfluß des Streckenverhaltens des Luft- und Kraftstoffpfads stehen die zur Füllung eines Zylinders entsprechenden Massenströme $w_{\text{luft_zyl}}$ und $w_{\text{kraft_zyl}}$ in den Zylinder fest. Aus diesen ergeben sich nach dem Ansaugvorgang die entsprechenden Massen $m_{\text{luft_zyl}}$ und $m_{\text{kraft_zyl}}$ im Zylinder. Mit der nichtlinearen Beziehung (3.2) kann dann der dem angesaugten Gemisch entsprechende Lambdawert λ_{zyl} im Zylinder bestimmt werden. Die anschließende Verbrennung des angesaugten Luftkraftstoffgemischs im abgeschlossenen Zylinder wirkt als ideales Abtast-Halteglied, so daß nach der Verbrennung das Abgas des jeweiligen Zylinders als Paket in den Abgastrakt ausgeschoben wird. Dort stellt sich der Lambdawert λ_{av} am Auslaßventil ein und kann dem entsprechenden Zylinder zugeordnet werden.

Die einzelnen Abgaspakete benötigen mehrere Ausschiebevorgänge, bis sie die kontinuierliche Lambdasonde mit dem Wert λ_{sonde} erreichen. Diese Laufzeit wird im Streckenverhalten als Totzeit dargestellt. Der Einfluß der Dynamik der kontinuierlichen Lambdasonde ist als letztes Glied im Streckenverhalten zu berücksichtigen. Als Ausgangsgröße steht dann das gemessene Lambdasignal λ_{mess} zur Verfügung. Die Identifikation des Luft- und Kraftstoffpfads erfolgt anhand des gemessenen Lambdasignals.

3.3 Luftpfad

Im Hinblick auf die Identifikation wird das implementierte Modell aus der Motorsteuerung aus Abbildung 3.3 für die Darstellung des Streckenverhaltens des Luftpfads verwendet. Die berücksichtigten Effekte des Streckenverhaltens des Luftpfads werden anhand der Abbildung 3.4 erläutert.



Abbildung 3.4: Modell des Luftpfads

Das Signal des HFM wird zeitsynchron mit einer Frequenz von 100 Hz abgetastet. Anschließend wird eine kurbelwinkelsynchrone Mittelwertbildung über ein Segment durchgeführt. Ein Segment entspricht der Zeit, die zur Berechnung der Füllung eines Zylinders zur Verfügung steht, und wird wie folgt bestimmt:

$$t_{\text{seg}} = \frac{720 \text{ sek}}{n_{\text{zyl}} \cdot 6 \cdot \frac{\text{rpm}}{1/\text{min}}} \quad \text{mit} \quad n_{\text{zyl}} \hat{=} \text{Zylinderanzahl} \quad (3.3)$$

Da die Motorsteuerung die gemessene Luftmasse benötigt, um über das Ansprechen der Einspritzventile die Kraftstoffmasse zu steuern, wird die Luftmasse in eine äquivalente Einspritzzeit umgerechnet.

$$t_{\text{inj}} = \frac{\bar{w}_{\text{luft_hfm}}}{g \cdot F_{\text{stöch}} \cdot F_{\text{ev}}} \cdot \frac{t_{\text{seg}}}{2} \quad (3.4)$$

Hierin ist die Zeit für ein Segment t_{seg} , der Korrelationskoeffizient zwischen n-Heptan und Benzin g , der Faktor für stöchiometrisches Gemisch $F_{\text{stöch}}$ sowie eine Einspritzventilkonstante für stationäre Durchsatzmengen F_{ev} enthalten. Die Größen besitzen die folgenden Werte:

$$n_{\text{zyl}} = 6, \quad t_{\text{seg}} = \frac{20 \text{ sek}}{\frac{\text{rpm}}{1/\text{min}}}, \quad g = 1.03, \quad F_{\text{stöch}} = 14.7 \quad \text{und} \quad F_{\text{ev}} \hat{=} \text{Steigung der Kennlinie}$$

Die zyklischen Ansaugtaktte des Motors erzeugen Pulsationen im Saugrohr und Ansaugtrakt. Diese Pulsationen im Saugrohr wirken sich über die Drosselklappe bis zum HFM aus. Dabei wirkt die Drosselstelle als eine nichtlineare Verzerrung der Pulsationen. Die Auswirkung hiervon ist, daß bei der Mittelwertbildung des HFM-Sensorsignals ein Fehler entsteht, der abhängig vom Druckverhältnis über der Drosselstelle und der Amplitude der Pulsationen im Saugrohr ist. Dieser Fehler wird mit Hilfe des Pulsationskennfeldes korrigiert und als Ausgangssignal steht t_{inj_Luft} zur Verfügung. Zur genaueren Betrachtung dieses Effekts sei auf Scherer [28] verwiesen. Die zu identifizierende Dynamik der Strecke ist das Füllungs- und Entleerungsverhalten des Saugrohrs und ist in der Abbildung 3.4 grau hinterlegt. Diese wird durch eine Differentialgleichung erster Ordnung genähert.

$$\dot{t}_{inj_luft_zyl} = \frac{1}{\tau_s} \cdot t_{inj_luft} - \frac{1}{\tau_s} \cdot t_{inj_luft_zyl} \quad (3.5)$$

Mit der der Luftmasse m_{luft_zyl} entsprechenden Einspritzzeit $t_{inj_luft_zyl}$ steht nun das Eingangssignal für das inverse Kraftstoffpfadmodell zur Verfügung. Überträgt man das kontinuierliche Modell in ein äquivalentes zeitdiskretes Modell für die Dynamik im Luftpfad, dann ergibt sich:

$$t_{inj_luft_zyl}(k+1) = \gamma_s \cdot t_{inj_luft_zyl}(k) + (1 - \gamma_s) \cdot t_{inj_luft}(k) \quad (3.6)$$

mit $\gamma_s = e^{-\frac{T}{\tau_s}}$

Die Abbildung 3.5 zeigt das zeitdiskrete Modell in Form eines Blockschaltbildes.

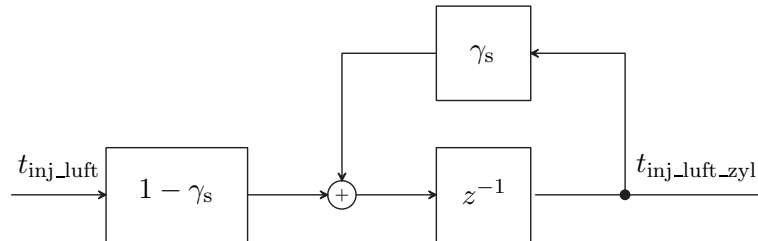


Abbildung 3.5: Zeitdiskretes Blockschaltbild der Saugrohrdynamik

Nach der Darstellung der dynamischen Eigenschaften des Luftpfads und deren Modellierung soll nun im folgenden Kapitel auf den Kraftstoffpfad eingegangen werden.

3.4 Kraftstoffpfad

Das in der Abbildung 3.3 verwendete inverse Modell dient der Kompensation der Wandfilmdynamik in der Vorsteuerung. Zur Parametrierung dieses Modells muß zuerst das physikalische Modell der Wandfilmdynamik identifiziert werden, um daraus das inverse Modell zur Kompensation berechnen zu können. Hierzu wird das reale Streckenverhalten des Kraftstoffpfads für die Identifikation der Wandfilmdynamik verwendet. In der Abbildung 3.6 ist die Strecke des Kraftstoffpfads von der Steuereingangsgröße t_{inj_ber} des Motorsteuergeräts bis zum Kraftstoffmassenfluß w_{kraft_zyl} in den Zylinder dargestellt.

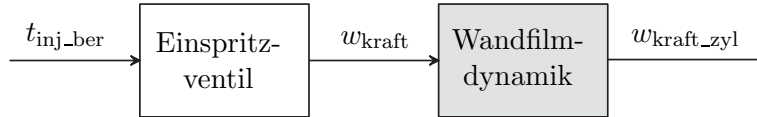


Abbildung 3.6: Strecke des Kraftstoffpfads

In diesem Kapitel wird der Einfluß des Einspritzventils auf das Streckenverhalten erörtert und anschließend der dynamische Anteil im Streckenverhalten, die zu identifizierende Wandfilmdynamik, beschrieben und modelliert.

3.4.1 Einspritzventil

Zuerst werden die Zusammenhänge bei vollständig geöffnetem Einspritzventil gezeigt. Anschließend werden die Übergangseffekte beim Öffnen und Schließen des Einspritzventils diskutiert und die Kennlinie des eingesetzten Ventils dargestellt.

Vollständig geöffnetes Ventil

Beschreibt man das Einspritzventil idealisiert als Venturidüse, dann können die physikalischen Abhängigkeiten auf die eingespritzte Kraftstoffmasse dargestellt werden. Die Herleitung soll anhand der Abbildung 3.7 erläutert werden. Ansatzpunkt ist die Kontinuitätsgleichung von strömenden inkompressiblen Flüssigkeiten, die aussagt, daß bei verengten Medien das Produkt aus Ausbreitungsgeschwindigkeit und Fläche konstant bleibt. Hierbei ist A_1 die Querschnittsfläche im Ventil und A_0 die Austrittsquerschnittsfläche.

$$A_1 \cdot v_1 = A_0 \cdot v_0 \quad (3.7)$$

Führt man nun zusätzlich einen Faktor ein, der die Reibverluste an der Berandung der Außenfläche des Ventils beschreibt, ergibt sich für die reibbehaftete Kontinuitätsgleichung für strömende Flüssigkeiten folgender Zusammenhang:

$$A_1 \cdot v_1 = c_r \cdot A_0 \cdot v_0 \quad \text{mit} \quad c_r < 1 \quad (3.8)$$

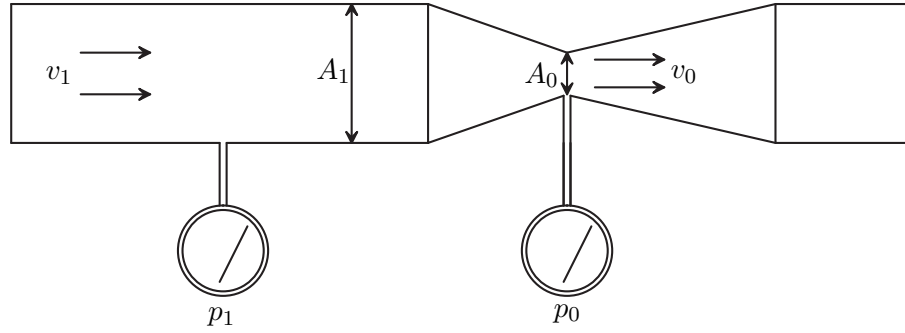


Abbildung 3.7: Prinzip der Venturidüse

Die folgende Energiebilanz kann aufgestellt werden, wenn man beim Ausströmen des Kraftstoffs den Zusammenhang im Einspritzventil an der Querschnittsfläche A_1 und der Austrittsfläche A_0 mit dem Energieerhaltungssatz betrachtet:

$$W_{\text{pot}_0} + W_{\text{kin}_0} = W_{\text{pot}_1} + W_{\text{kin}_1} \quad (3.9)$$

$$p_0 \cdot V + \frac{m}{2} \cdot v_0^2 = p_1 \cdot V + \frac{m}{2} \cdot v_1^2 \quad (3.10)$$

Bei der Auflösung der Gleichung (3.8) nach der Geschwindigkeit v_1 und anschließendes Einsetzen in Gleichung (3.10) ergibt sich nach Umformung für die Ausströmgeschwindigkeit v_0 mit $m = \rho \cdot V$ folgender Zusammenhang:

$$v_0^2 = \frac{2(p_1 - p_0)}{\rho \cdot \left(1 - \frac{c_t^2 \cdot A_0^2}{A_1^2}\right)} \quad (3.11)$$

Weiterhin muß in der Gleichung noch v_0 durch den Kraftstoffmassenfluß w_{kraft} ausgedrückt werden.

$$w_{\text{kraft}} = v_0 \cdot \rho \cdot A_0 \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{w_{\text{kraft}}}{\rho \cdot A_0} \quad (3.12)$$

Einsetzen von Gleichung (3.12) in Gleichung (3.11) führt dann zu dem Ausdruck für den Kraftstoffmassenfluß:

$$w_{\text{kraft}} = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_0) \cdot \rho}{\frac{1}{A_0^2} - \frac{c_t^2}{A_1^2}}} \quad (3.13)$$

Die Annahme von $\Delta p = p_0 - p_1 \approx$ konstant während der Einspritzung führt nach einer Integration über Δt zu folgendem Zusammenhang für die Kraftstoffmasse:

$$m_{\text{kraft}} = w_{\text{kraft}} \cdot \Delta t = \sqrt{\frac{2\Delta p \cdot \rho}{\frac{1}{A_0^2} - \frac{c_t^2}{A_1^2}}} \cdot \Delta t \quad (3.14)$$

Mit Gleichung (3.14) steht nun der funktionale Zusammenhang bei der Einspritzung bei vollständig geöffnetem Ventil zur Verfügung. Daraus folgt, daß die eingespritzte Kraftstoffmasse eine Funktion folgender Größen ist:

$$m_{\text{kraft}} = f[\rho, \Delta p, \Delta t] \quad \text{mit} \quad \Delta t = t_{\text{inj_kraft}} \quad (3.15)$$

Dabei sind neben der linearen Abhängigkeit von der Einspritzzeit $t_{\text{inj_kraft}}$ folgende nicht-linearen Abhängigkeiten enthalten:

- Druckdifferenz Δp zwischen Saugrohrdruck und Einspritzdruck,
- Dichte ρ des Kraftstoffs.

Der Einfluß der Druckdifferenz kann vernachlässigt werden, wenn der Einspritzventildruck auf eine konstante Druckdifferenz zum Saugrohrunterdruck ausgeregelt wird. Dieser Zusammenhang ist für das verwendete Aggregat gewährleistet.

Der Einfluß der Dichte unterschiedlicher Kraftstoffe macht sich, wie in der Herleitung der Venturidüse in der Gleichung (3.14) gezeigt, in nichtlinearer Form bemerkbar. Allerdings kann dieser Effekt nur bei der Kenntnis der Kraftstoffqualität korrigiert werden. In der Motorsteuerung wird dieser Effekt indirekt über die Lambdaregelung korrigiert. In der hier abgeleiteten Modellierung des Einspritzventils wird dieser Effekt vernachlässigt.

Mit den oben dargestellten Annahmen ergibt sich dann ein linearer Zusammenhang für das vollständig geöffnete Ventil in Abhängigkeit der Einspritzzeit.

$$m_{\text{kraft}} = F_{\text{ev}} \cdot t_{\text{inj_kraft}} \quad \text{mit} \quad F_{\text{ev}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p \cdot \rho}{\frac{1}{A_0^2} - \frac{c_t^2}{A_1^2}}} \quad (3.16)$$

Übergangseffekte

Das Öffnen und Schließen des Einspritzventils benötigt eine gewisse Zeit. Diese wird als Verzugszeit bezeichnet und ist zum Erreichen des vollständig geöffneten bzw. geschlossenen Ventilquerschnittes A_0 notwendig. Dieser Effekt macht sich bei Einspritzzeiten, die in der Größenordnung der Verzugszeit liegen, nichtlinear bemerkbar. Für große Einspritzzeiten kann der Effekt durch einen additiven Term m_{ver} in einer Geradengleichung berücksichtigt werden.

$$m_{\text{kraft}} = F_{\text{ev}} \cdot t_{\text{inj_ber}} - m_{\text{ver}} \quad (3.17)$$

Die Ansteuerzeit $t_{\text{inj_ber}}$ teilt sich in den der Kraftstoffmasse entsprechenden Anteil $t_{\text{inj_kraft}}$ und in den der Verzugszeit entsprechenden Anteil t_{ver} auf:

$$t_{\text{inj_ber}} = t_{\text{inj_kraft}} + t_{\text{ver}} \quad (3.18)$$

Die Verzugszeit des Einspritzventils t_{ver} ist eine Funktion der Batteriespannung. Da die Betriebsspannung des Bordnetzes im Fahrzeug variiert, muß dies durch eine Korrekturfunktion berücksichtigt werden.

$$t_{\text{ver}} = f(U_{\text{batt}}) \quad (3.19)$$

In der Steuerung der Einspritzung wird dies durch einen additiven batteriespannungsabhängigen Wert zur Korrektur vorgenommen.

Reale Kennlinie des verwendeten Einspritzventils

In der Abbildung 3.8 ist die Kennlinie des verwendeten Einspritzventils zu sehen, die bei konstanter Batteriespannung und mit einer Kraftstoffqualität vermessen worden ist.

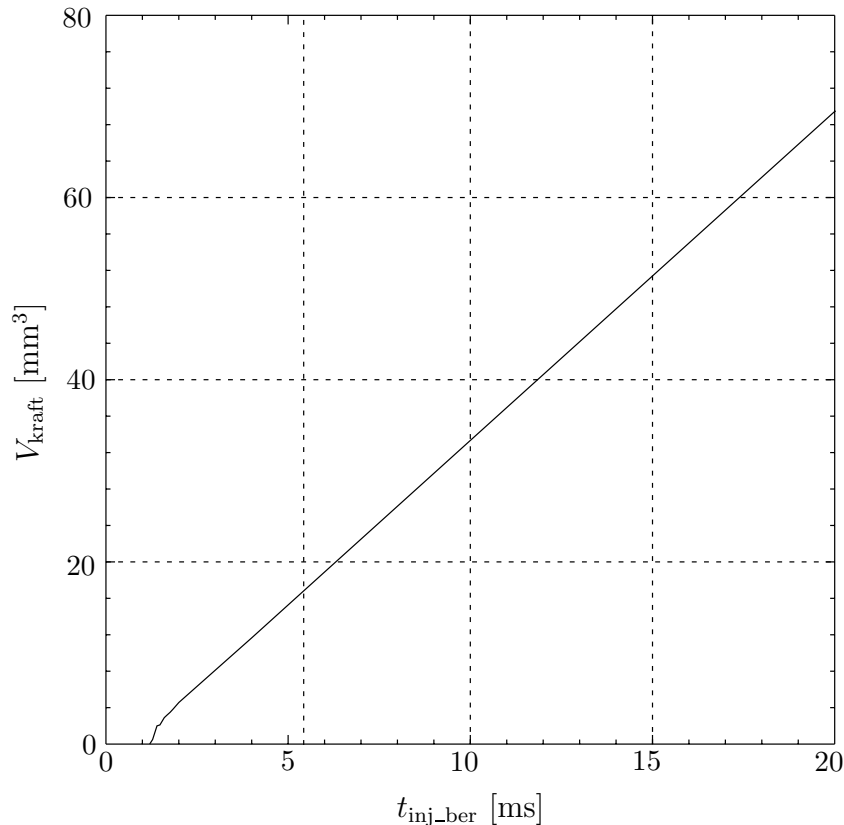


Abbildung 3.8: Einspritzventilkennlinie

In der Kennlinie ist das Kraftstoffvolumen über der Einspritzventilansteuerzeit aufgetragen. Die Kennlinie besitzt nur bei sehr kleinen Einspritzzeiten, die in der Größenordnung der Verzugszeit des Ventils liegen, nichtlinearen Charakter. Für Einspritzzeiten größer als 3ms besitzt die Kennlinie annähernd lineares Verhalten und kann durch eine Geradengleichung (3.17) angenähert werden.

Für das verwendete Einspritzventil ergeben sich folgende Parameter:

$$F_{ev} = \rho \cdot 3.611 \frac{\text{mm}^3}{\text{ms}} \quad (3.20)$$

$$m_{ver} = \rho \cdot 2.777 \text{mm}^3 \quad (3.21)$$

Nach der Darstellung des Einflusses des Einspritzventils im Streckenverhalten wird im nächsten Unterpunkt der dynamische Anteil der Strecke betrachtet.

3.4.2 Wandfilmdynamik

Die Ursache für das dynamische Verhalten des Kraftstoffpfads liegt an der Benetzung der Saugrohrbewandung und des Einlaßventils durch das Kraftstoffspray bei der Einspritzung. Dieser Effekt wird als Wandfilm bezeichnet und führt dazu, daß sich ein Teil des eingespritzten Kraftstoffs in einem Flüssigkeitsfilm anlagert. Der Auf- bzw. Abbau des Wandfilms führt zum dynamischen Verhalten im Kraftstoffpfad.

Physikalische Deutung des Wandfilms

Der Ablauf des physikalischen Auf- und Abbaus des Wandfilms wird anhand der Abbildung 3.9 beschrieben.

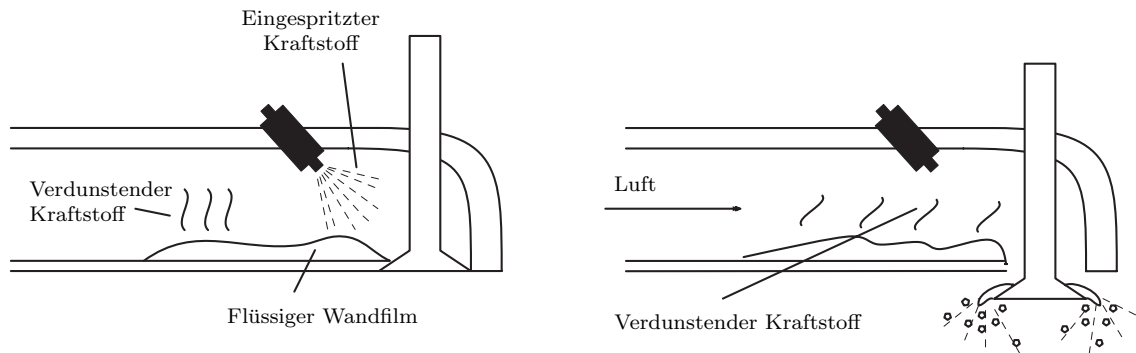


Abbildung 3.9: Wandfilmverhalten im Saugrohr [28]

Prinzipiell kann das Wandfilmverhalten in die vier Phasen der äußeren Gemischbildung, wie von Scherer [28] beschrieben, unterteilt werden:

1. Verdunstung vom Zeitpunkt Einlaßventil schließt bis zur neuen Einspritzung,
2. Einspritzung und Anlagerung neuen Kraftstoffs im Wandfilm,
3. Verdunstung während der Vorlagerung nach der Einspritzung,
4. Verdunstung und Transport des Wandfilms während des Ansaugvorgangs.

In der Abbildung 3.9 sind die Zustände bei geschlossenem (Phase 1 - 3) und offenem (Phase 4) Einlaßventil dargestellt.

Geschlossenes Einlaßventil: Der Kraftstoff wird vor das geschlossene Einlaßventil eingespritzt. Die Strahleigenschaften in Größe und Geschwindigkeit der eingebrachten Tropfen bei der Einspritzung hängen vom verwendeten Ventil ab. Der Einspritzstrahl trifft auf die Saugrohrbewandung und auf das Einlaßventil. Dabei werden die auftreffenden Tropfen reflektiert und bilden kleinere Sekundärtropfen. Zusätzlich führt dies zu einer Tropfenkollision und einer weiteren Zerstäubung.

Allerdings bildet sich durch das direkte Besprühen der Saugrohrbewandung und des Einlaßventils ein Film, in dem ein Teil der jeweiligen Einspritzung angelagert wird. Außerdem ist ein gegenläufiger Effekt während des geschlossenen Einlaßventils, die nicht unerhebliche Verdunstung von Kraftstoff aus der angelagerten Wandfilmmasse, zu beobachten.

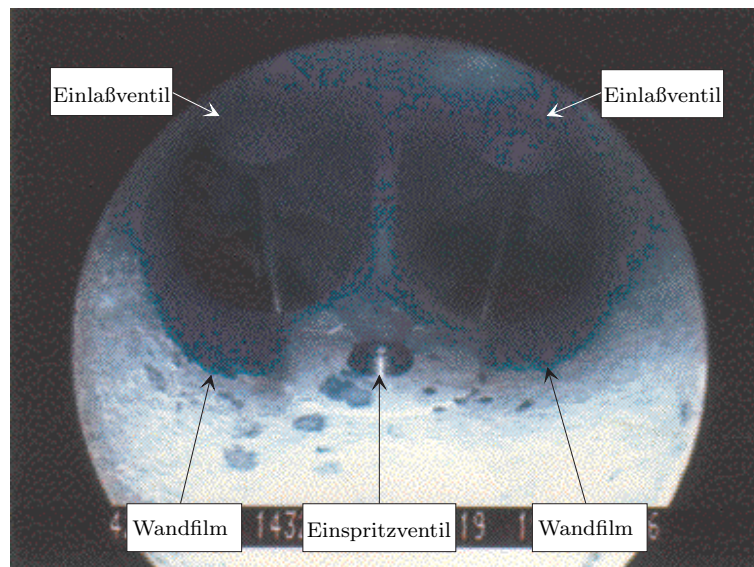


Abbildung 3.10: Bild des Wandfilms im Saugrohr [16]

Offenes Einlaßventil: Während des Ansaugvorgangs wird zum einen durch die angesaugte Luftmasse und die auftretenden Schubspannungen auf der Oberfläche der Film in Richtung Einlaßventil bewegt. Dabei entstehen Rollbewegungen, bei denen einzelne Tropfen aus dem Wandfilm gerissen und mit angesaugt werden. Zum anderen findet eine Sekundärzerstäubung an den Kanten des Einlaßventils statt. Abbildung 3.10 zeigt ein Bild der Wandfilmbildung, das während einer Saugrohreinspritzung aufgezeichnet wurde. Der Kraftstoff wurde zur besseren Sichtbarkeit blau eingefärbt.

Modellierung

Die dargestellten physikalischen Effekte sind sehr komplex und ein physikalisches Modell zur Beschreibung des Wandfilmverhaltens ist aus diesem Grund sehr aufwendig. In der Studie [31] wird ein solcher Ansatz der Beschreibung des Wandfilms verfolgt. Das abgeleitete Modell beinhaltet alle auftretenden physikalischen Effekte.

Allerdings ist eine Identifikation des Modells nicht realisierbar, da die Form der Benetzung von vielen Einflußparametern abhängt, die betriebspunkt- und umgebungsbedingungsabhängig variieren. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit ein heuristischer Ansatz gewählt, der eine sehr starke Vereinfachung der realen Verhältnisse darstellt, aber eine betriebspunkt- und umgebungsbedingungsabhängige Identifikation ermöglicht.

Die Nachbildung des Wandfilmeffekts in der Motorsteuerung Abbildung 3.11 ist durch ein erweitertes Aquino-Modell² realisiert worden, das die beschriebenen Effekte mit einem P-Glied, das als Durchgriff wirkt, einem PT₁-Glied mit einer kleinen Zeitkonstante und einem PT₁-Glied mit einer großen Zeitkonstante abbildet. Weiterhin ist ebenfalls der Effekt des Übergangs von Kraftstoff ins Motoröl durch ein weiteres P-Glied berücksichtigt, das allerdings nur im Kaltstart eine Rolle spielt und bei betriebswarmem Motor vernachlässigt werden kann. Die komplexen Zusammenhänge können somit durch ein einfaches Modell dargestellt werden.

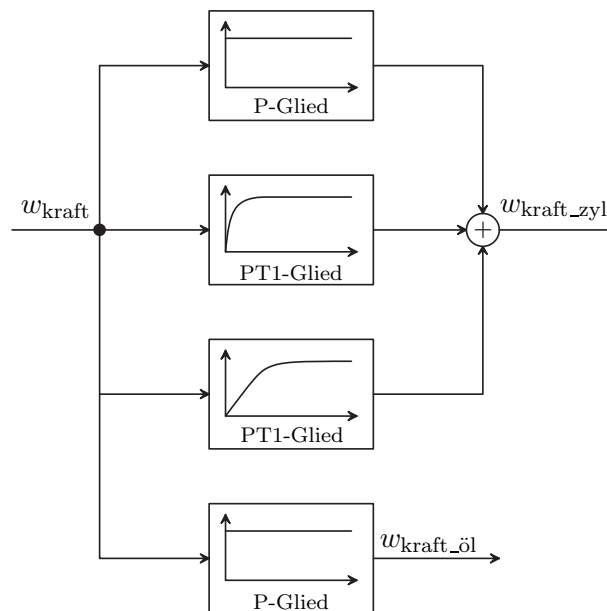


Abbildung 3.11: Erweitertes Aquino-Modell der Wandfilmdynamik

²Erweiterung des Modells durch Hart [11]

Der Durchgriff entspricht dem Anteil der Einspritzung, der direkt in den Zylinder gelangt. Die kurze Zeitkonstante kann dem Anteil des Wandfilms, der ventilmah angelagert wird, zugeordnet werden. Hingegen entspricht die lange Zeitkonstante dem Anteil des Wandfilms, der an der weiter entfernten Saugrohrbewandung angelagert wird. Bei der kontinuierlichen Betrachtungsweise müssen Kraftstoffmassenflüsse über das Einlaßventil w_{kraft} sowie in den Zylinder $w_{\text{kraft_zyl}}$ verwendet werden. Die drei Pfade können durch folgende Differentialgleichungen dargestellt werden:

$$\dot{m}_{\text{wl}}(t) = a \cdot w_{\text{kraft}}(t) - \frac{1}{\tau_{\text{wl}}} \cdot m_{\text{wl}}(t) \quad (3.22)$$

$$\dot{m}_{\text{wk}}(t) = b \cdot w_{\text{kraft}}(t) - \frac{1}{\tau_{\text{wk}}} \cdot m_{\text{wk}}(t) \quad (3.23)$$

$$w_{\text{kraft_zyl}}(t) = c \cdot w_{\text{kraft}}(t) + \frac{1}{\tau_{\text{wl}}} \cdot m_{\text{wl}}(t) + \frac{1}{\tau_{\text{wk}}} \cdot m_{\text{wk}}(t) \quad (3.24)$$

Die äquivalente Zustandsraumdarstellung lautet:

$$\dot{\underline{m}}_{\text{w}}(t) = F \cdot \underline{m}_{\text{w}}(t) + B_{\text{c}} \cdot w_{\text{kraft}}(t) \quad (3.25)$$

$$w_{\text{kraft_zyl}}(t) = C_{\text{c}} \cdot \underline{m}_{\text{w}}(t) + D_{\text{c}} \cdot w_{\text{kraft}}(t) \quad (3.26)$$

$$\text{mit } \underline{m}_{\text{w}} = \begin{bmatrix} m_{\text{wl}} \\ m_{\text{wk}} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_{\text{wl}}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_{\text{wk}}} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad B_{\text{c}} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$\text{sowie } C_{\text{c}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{\text{wl}}} & \frac{1}{\tau_{\text{wk}}} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad D_{\text{c}} = [c]$$

Die kontinuierliche Zustandsraumdarstellung kann nun mit der globalen Zustandsübergangsfunktion (3.27) in eine zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung überführt werden.

$$\begin{aligned} \underline{x}_{\text{c}}[(k+1)T, kT] &= \Phi[(k+1)T, kT] \cdot \underline{x}_{\text{c}}(t_0 = kT) \\ &+ \int_{kT}^{(k+1)T} \Phi[(k+1)T, \tau] \cdot B_{\text{c}}(\tau) \cdot u_{\text{c}}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (3.27)$$

Die zeitdiskrete Zustandsübergangsmatrix ergibt sich mit der Transitionsmatrix Φ und der Abtastrate T zu:

$$A_{\text{d}} = \Phi[(k+1)T, kT] = e^{F[(k+1)T, kT]} \quad (3.28)$$

Der zeitdiskrete Steuervektor, die Beobachtungsmatrix und der Durchschaltvektor werden wie folgt berechnet:

$$B_{\text{d}} = B_{\text{c}} \cdot \int_{kT}^{(k+1)T} \Phi[(k+1)T, \tau] \cdot d\tau = -\frac{1}{F} \cdot (I - e^{F \cdot T}) \cdot B_{\text{c}} \quad (3.29)$$

$$C_{\text{d}} = C_{\text{c}} \quad \text{und} \quad D_{\text{d}} = D_{\text{c}} \quad (3.30)$$

Nach der Diskretisierung ergibt sich die folgende zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung:

$$\underline{m}_w(k+1) = A_d \cdot \underline{m}_w(k) + B_d \cdot w_{\text{kraft}}(k) \quad (3.31)$$

$$w_{\text{kraft_zyl}}(k) = C_d \cdot \underline{m}_w(k) + D_d \cdot w_{\text{kraft}}(k) \quad (3.32)$$

$$\text{mit } A_d = \begin{bmatrix} e^{-\frac{T}{\tau_{wl}}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{T}{\tau_{wk}}} \end{bmatrix} \quad \text{und } B_d = \begin{bmatrix} a \cdot \tau_{wl} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_{wl}}}\right) \\ b \cdot \tau_{wk} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_{wk}}}\right) \end{bmatrix}$$

sowie $C_d = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{wl}} & \frac{1}{\tau_{wk}} \end{bmatrix}$ und $D_d = [c]$

Das abgeleitete zeitdiskrete Zustandsraummodell beschreibt die Kraftstoffmassenflüsse. Für die im Steuergerät implementierte Vorsteuerung, siehe Abbildung 3.3, wird allerdings die der Kraftstoffmasse entsprechende Einspritzzeit benötigt. Daher muß das Modell erst für die jeweilige Kraftstoffmasse angepaßt werden, damit anschließend die Massen durch Einspritzzeiten ersetzt werden können. Für die Annahme, daß die eingespritzte Kraftstoffmasse über ein gesamtes Arbeitspiel gleichmäßig verteilt ist, können die folgenden Näherungen für das Ein- und Ausgangssignal eingeführt werden.

$$w_{\text{kraft}} \approx \frac{m_{\text{kraft}}}{T} \quad (3.33)$$

$$w_{\text{kraft_zyl}} \approx \frac{m_{\text{kraft_zyl}}}{T} \quad (3.34)$$

Die Annahme kann verwendet werden, da die Verbrennung als ideale Abtastung nur ein angesaugtes Luft- Kraftstoffgemisch pro Arbeitspiel für jeden Zylinder verwendet. Im Meßsignal der Lambdasonde sind 3 Zylinder einer Bank sichtbar. Daraus folgt, daß die Abtastzeit zwei Segmenten entspricht, die mit der Gleichung (3.3) bestimmt werden kann:

$$T = 2 \cdot t_{\text{seg}} = \frac{40 \text{ sek}}{\frac{\text{rpm}}{1/\text{min}}} \quad (3.35)$$

Durch die oben dargestellten Annahmen verändern sich die Beobachtungs- und die Steuermatrix zu:

$$C_d = \begin{bmatrix} \frac{T}{\tau_{wl}} & \frac{T}{\tau_{wk}} \end{bmatrix} \quad B_d = \begin{bmatrix} a \cdot \frac{\tau_{wl}}{T} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_{wl}}}\right) \\ b \cdot \frac{\tau_{wk}}{T} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_{wk}}}\right) \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Durch die letzte Umformung sind alle Kraftstoffmassenflüsse in Kraftstoffmassen umgewandelt worden und werden im folgenden durch äquivalente Einspritzzeiten mit der Beziehung (3.16) dargestellt.

Möchte man nur das Gesamtverhalten der Wandfilmdynamik betrachten und nicht die einzelnen Komponenten der Kraftstoffmasse in den beiden Speichern bestimmen, so kann man ohne Veränderung des Gesamtsystemverhaltens die folgenden Terme X des Steuervektors in der Beobachtungsmatrix zusammenfassen.

$$X = \begin{bmatrix} \frac{\tau_{wl}}{T} \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_{wl}}}\right) \\ \frac{\tau_{wk}}{T} \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_{wk}}}\right) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Daraus ergibt sich folgende Form für die Beobachtungs- und Steuermatrix:

$$C_d = \left[\left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_{wl}}}\right) \quad \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_{wk}}}\right) \right] \quad B_d = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Weiterhin soll der Durchgriff durch Einführung eines weiteren Zustandes modelliert werden:

$$\underline{t}_w(k+1) = A_d \cdot \underline{t}_w(k) + B_d \cdot t_{inj_kraft}(k) \quad (3.39)$$

$$t_{inj_kraft_zyl}(k) = \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_{wl}}}\right) \cdot \underline{t}_{wl}(k) + \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_{wk}}}\right) \cdot \underline{t}_{wk}(k) + c \cdot t_{inj_kraft}(k) \quad (3.40)$$

Daraus ergibt sich das verwendete zeitdiskrete Wandfilmmodell für die Einspritzzeiten, das in Abbildung 3.12 als Blockschaltbild dargestellt ist, zu:

$$\underline{x}(k+1) = A_d \cdot \underline{x}(k) + B_d \cdot u(k) \quad (3.41)$$

$$\text{mit} \quad \underline{x}(k+1) = \begin{bmatrix} t_{wl}(k+1) \\ t_{wk}(k+1) \\ t_{inj_kraft_zyl}(k) \end{bmatrix} \quad u(k) = [t_{inj_kraft}(k)] \quad (3.42)$$

Die Matrizen des Zustandsraummodells besitzen folgende Form:

$$A_d = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 1 - \alpha & 1 - \beta & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad B_d = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$\text{sowie} \quad C_d = [0 \quad 0 \quad 1] \quad \text{und} \quad D_d = 0 \quad (3.44)$$

$$\text{mit} \quad \alpha = e^{-\frac{T}{\tau_{wl}}} \quad \text{und} \quad \beta = e^{-\frac{T}{\tau_{wk}}}$$

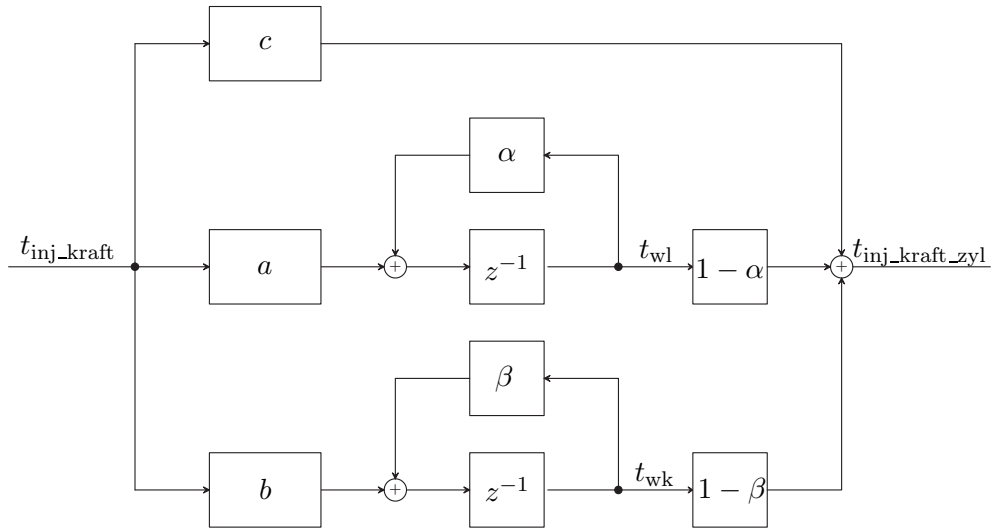


Abbildung 3.12: Zeitdiskretes Wandfilmmodell

3.5 Abgaslaufzeit und Lambdasondendynamik

Als letzte Komponenten der Modellierung aus Abbildung 3.3 sind noch die Totzeit, die durch die Abgaslaufzeit hervorgerufen wird, und das dynamische Verhalten der Lambdasonde zu beschreiben.

In dieser Arbeit werden zwei Varianten der Berücksichtigung der Totzeit betrachtet:

- nichtkausale Verschiebung des Ausgangssignals um eine bekannte Totzeit,
- Entwicklung eines Gesamtmodells für die Totzeit und die Lambdasondendynamik.

Die erste Variante ist die direktere und einfachere Vorgehensweise. Der Vorteil der zweiten Vorgehensweise liegt in der Möglichkeit der Beschreibung des gesamten Systemverhaltens in einer Zustandsraumbeschreibung. In dieser ist es im Gegensatz zur ersten Variante möglich, Totzeiten in einem zeitdiskreten Modell darzustellen, die keinem Vielfachen der Abtastrate entsprechen. Zuerst werden in den nächsten beiden Unterpunkten die Möglichkeiten der getrennten Modellierung der Abgaslaufzeit und der Lambdasondendynamik diskutiert. Anschließend wird dann ein kombiniertes Gesamtmodell für die Abgaslaufzeit und die Lambdasondendynamik dargestellt.

3.5.1 Abgaslaufzeit

Die einfachste Berücksichtigung der Abgaslaufzeit im Modell ist die Einführung einer nichtkausalen Verschiebung des Ausgangssignals:

$$y(k) = y_{\text{mess}}(k + i) \quad \text{mit} \quad t_d = i \cdot T \quad (3.45)$$

Um diesen Ansatz anzuwenden, muß die Abgaslaufzeit bekannt sein oder muß mit einem der folgenden zwei Ansätzen bestimmt werden:

- physikalischer Ansatz,
- Korrelationsansatz.

Der physikalische Ansatz versucht, eine mathematische Beschreibung des Totzeitverhaltens herzuleiten. Im Gegensatz dazu verwendet der Korrelationsansatz Meßdaten der Strecke zur Bestimmung der Totzeit.

Physikalischer Ansatz zur Laufzeitbestimmung

Die Laufzeit kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$t_d = t_{\text{ver}} + t_{\text{av}_\lambda} \quad (3.46)$$

Der erste Term t_{ver} beschreibt die feste Totzeit in °KW, die für die Ansaugphase, die Kompressionsphase und die Verbrennung benötigt wird. Diese beginnt mit der Öffnung des Einlaßventils und endet mit der Öffnung des Auslaßventils.

Der Wert beträgt für den hier verwendeten Motor 467°KW. Unter Verwendung des Winkels φ_{ver} ergibt sich der folgende Zusammenhang für die drehzahlabhängige Umrechnung in Sekunden:

$$t_{\text{ver}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{\frac{\varphi_{\text{ver}}}{\text{°KW}}}{\frac{\text{rpm}}{1/\text{min}}} \text{ sek} \quad (3.47)$$

Der zweite Term $t_{\text{av-}\lambda}$ stellt die Zeit dar, die das ausgeschobene Abgas zum Transport vom Auslaßventil bis zur Lambdasonde benötigt. Vom Auslaßventil bis zum Einbauort der Sonde beträgt das Auspuffvolumen $V_{\text{av-}\lambda} \approx 0.9$ Liter. Mit der Annahme, daß das heiße Abgas dieses Auspuffvolumen füllen muß, kann die Transportzeit abgeschätzt werden. Aus der Massenerhaltung vor und nach der Verbrennung ergibt sich:

$$m_{\text{zyl}} = m_{\text{av}} \quad (3.48)$$

Mit der weiteren Annahme der homogenen Bedingungen für das angesaugte Volumen im Zylinder und dem ausgeschobenen Volumen vom Auslaßventil bis zur Sonde folgt mit dem idealen Gasgesetz:

$$\frac{p_s \cdot V_{\text{zyl}}}{R \cdot T_s} = \frac{p_{\text{av-}\lambda} \cdot V_{\text{av-}\lambda}}{R \cdot T_{\text{av-}\lambda}} \quad (3.49)$$

Für den Zusammenhang bei der Füllung des Zylinders entsprechen der Druck p_s und die Temperatur T_s den Gegebenheiten im Saugrohr. Bei der Temperatur $T_{\text{av-}\lambda}$ und dem Druck $p_{\text{av-}\lambda}$ handelt es sich um die mittleren Werte des idealisierten Volumens bis zur Sonde. Mit der Näherung, daß der Druck im Auslaßkanal $p_{\text{av-}\lambda}$ ungefähr gleich dem Außendruck p_u ist, ergibt sich:

$$V_{\text{av-}\lambda} = \frac{p_s \cdot V_{\text{zyl}} \cdot T_{\text{av-}\lambda}}{T_s \cdot p_u} \quad \text{mit} \quad p_{\text{av-}\lambda} = p_u \quad (3.50)$$

Da der Auspuffstrang für das verwendete Aggregat bis zum Katalysator zweigeteilt ist, wird im Abstand von jedem zweiten Segment (240°KW) ein Zylinder in den Kollektor entleert. Es entsteht folgender Volumenstrom:

$$\dot{V}_{\text{av-}\lambda} = \frac{V_{\text{av-}\lambda}}{240 \text{ °KW}} \approx \frac{V_{\text{av-}\lambda}}{\varphi_{\text{av-}\lambda}} \quad (3.51)$$

Setzt man nun in der Gleichung (3.51) für den Volumenstrom $\dot{V}_{\text{av-}\lambda}$ die Beziehung (3.50) für das Volumen $V_{\text{av-}\lambda}$ ein und löst anschließend den Zusammenhang der Näherung nach $\varphi_{\text{av-}\lambda}$ auf, ergibt sich folgende Näherung für den Winkel $\varphi_{\text{av-}\lambda}$:

$$\varphi_{\text{av-}\lambda} \approx \frac{V_{\text{av-}\lambda} \cdot T_s \cdot p_u}{V_{\text{zyl}} \cdot T_{\text{av-}\lambda} \cdot p_s} \cdot 240 \text{ °KW} \quad (3.52)$$

Die Umrechnung in die entsprechende Zeit kann analog mit Gleichung (3.47) erfolgen.

Beispiel für gemessene Daten:

$$V_{av-\lambda} = 0.9 \text{ Liter}, \quad p_s = 0.45 \text{ bar}, \quad V_{zyl} = \frac{3.199}{6} \text{ Liter} = 0.533 \text{ Liter},$$

$$p_u = 1 \text{ bar}, \quad T_{av-\lambda} = 420^\circ\text{C} \quad \text{und} \quad T_s = 30^\circ\text{C} = 303^\circ\text{K} \quad (3.53)$$

$$\Rightarrow \varphi_{av-\lambda} = 370^\circ\text{KW}$$

Ein Nachteil dieser Vorgehensweise bei der Bestimmung der Totzeit ist, daß die Genauigkeit der berechneten Totzeit abhängig von der Genauigkeit der Eingangsgrößen ist. Zum einen werden folgende Größen in der Bestimmungsgleichung (3.52) nicht meßtechnisch erfaßt und stellen einen Fehlerfaktor dar:

- Temperatur im Auspuffkanal $T_{av-\lambda}$,
- Umgebungsdruck bzw. Abgasgegendruck.

Zum anderen sind einige Größen drehzahl- und lastabhängig. Das Verfahren eignet sich für eine Abschätzung der Totzeit, wenn die benötigten Eingangsgrößen in Kennfeldern über Drehzahl und Last abgelegt sind. Für die Identifikation der dynamischen Anteile des Luft- und Kraftstoffpfads wird allerdings zur exakten Zuordnung des Ein- und Ausgangssignals der dynamischen Anteile eine genauere Totzeitbestimmung benötigt. Im Nachfolgenden wird das Korrelationsverfahren für die Totzeitbestimmung dargestellt.

Korrelationsansatz zur Laufzeitbestimmung

Dieses Verfahren für die Laufzeitbestimmung ist nur für Strecken mit LTI-Verhalten geeignet, da sonst die für die Gültigkeit erforderlichen linearen Beziehungen der Systemtheorie nicht mehr angewendet werden können.

Der Korrelationsansatz bestimmt die Kreuzkorrelationsfunktion φ_{uy} des Eingangs- und Ausgangssignals des Systems und läßt sich folgendermaßen beschreiben:

$$\varphi_{uy} = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \cdot u(t + \tau) \cdot d\tau \quad (3.54)$$

Zur Bestimmung der eigentlichen Verschiebung (Totzeit) des Meßsignals zum Eingangssignal muß das Maximum dieser Funktion gesucht werden. Daraus folgt folgender Ablauf der Vorgehensweise:

1. Bestimmung der Kreuzkorrelationsfunktion,
2. Bestimmung des Maximums.

Das Systemverhalten wird anhand der Abbildung 3.13 dargestellt.

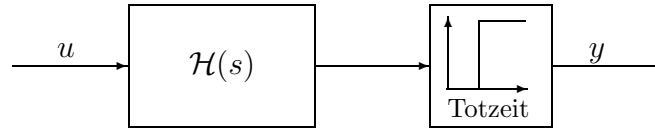


Abbildung 3.13: System mit Totzeit

Das Ausgangssignal $y(t)$ läßt sich in Form folgender Faltungsgleichung darstellen. Hierin entspricht $*$ der Faltungsoperation und τ_d der zu bestimmenden Totzeit.

$$y(t) = u(t) * h(t) * \delta(t - \tau_d) \quad (3.55)$$

Mit dem Einsetzen der Gleichung (3.55) in die dem Korrelationsintegral entsprechende Korrelationsgleichung ergibt sich der folgende Zusammenhang. Hierin entspricht \star der Korrelationsoperation aus Gleichung (3.54):

$$\varphi_{uy}(t) = [u(t) * h(t) * \delta(t - \tau_d)] \star u(t) \quad (3.56)$$

Wendet man auf diese Beziehung das Distributivgesetz an und faßt das Eingangssignal zur Autokorrelationsfunktion zusammen, ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\varphi_{uy}(t) = \varphi_{uu}(t) * h(t) * \delta(t - \tau_d) \quad (3.57)$$

Setzt man für das Eingangssignal folgende Randbedingungen voraus, dann kann die Autokorrelationsfunktion φ_{uu} vereinfacht werden:

- Mittelwertfreiheit,
- gaußverteilter weißer Rauschprozeß.

Für die Autokorrelationsfunktion ergibt sich für diese Einschränkungen:

$$\varphi_{uu} = N_0 \cdot \delta(t) \quad (3.58)$$

Die vereinfachte Kreuzkorrelationsfunktion besitzt dann folgende Form:

$$\varphi_{uy}(t) = N_0 \cdot h(t - \tau_d) \quad (3.59)$$

Für diesen Spezialfall ist die mit dem Faktor N_0 gewichtete verschobene Stoßantwort das Endergebnis. Das Maximum der bestimmten Kreuzkorrelationsfunktion stellt sich an der Stelle der gesuchten Totzeit ein:

$$\varphi_{\max} = N_0 \cdot h(t - \tau_d)|_{t=\tau_d} \quad (3.60)$$

Ein mittelwertfreies Eingangssignal besitzt den Vorteil einer prägnanteren relativen Ausbildung des Maximums, da man nur die Wechselleistung betrachtet. Die Verwendung einer weißen gaußverteilten Rauschsequenz liefert die Stoßantwort als Kreuzkorrelationsfunktion. Über die Analyse der Stoßantwort ist auch eine Identifikation des Systemverhaltens möglich.

3.5.2 Lambdasondendynamik

Für das Gesamtstreckenverhalten aus Abbildung 3.3 fehlt als letzter Block die Beschreibung der Lambdasondendynamik. Die Meßeinrichtung für das Lambdasignal besteht aus der Sonde und einer zusätzlichen Auswerteschaltung (AWS), die die Regelung der Sondenheizung und die Signalvorverarbeitung beinhaltet.

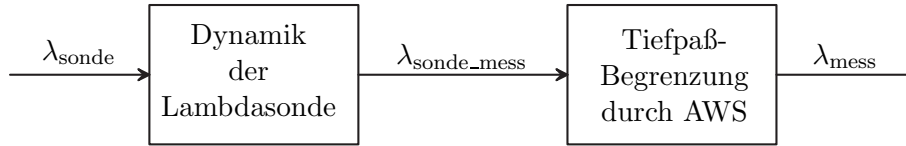


Abbildung 3.14: Meßwerterfassung mit der Lambdasonde

Die Dynamik der Sonde wird in der AWS zusätzlich durch einen Tiefpaß begrenzt, um die Empfindlichkeit der Sonde gegenüber Störungen zu eliminieren. Aus diesem Grund läßt sich das dynamische Verhalten der Lambdasonde gut durch ein PT1-Glied annähern. Die Beziehung ist analog zur Modellierung der Saugrohrdynamik und das zeitdiskrete Verhalten ergibt sich dann mit Gleichung (3.6) zu:

$$\lambda_{\text{mess}}(k+1) = (1 - \gamma_0) \cdot \lambda_{\text{sonde}}(k) + \gamma_0 \cdot \lambda_{\text{mess}}(k) \quad \text{mit} \quad \gamma_0 = e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}} \quad (3.61)$$

3.5.3 Gesamtmodell für Abgaslaufzeit und Lambdasondendynamik

Mit der Erstellung eines Gesamtmodells ist es möglich, die Abgaslaufzeit in das Modell einfließen zu lassen und die Totzeit mitzuschätzen. Es wird dieselbe Vorgehensweise, wie von Ault [3] vorgestellt, verwendet. Ausgangspunkt ist die Abbildung 3.15, in der die Totzeit t_d und das zu betrachtende Eingangssignal u dargestellt sind.

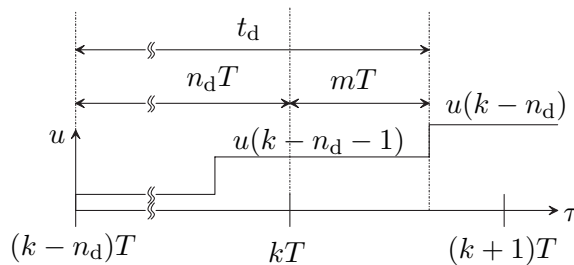


Abbildung 3.15: Zusammensetzung der Totzeit

Hierin ist die Totzeit als Vielfaches der Abtastzeit zuzüglich eines additiven Bruchteils einer Abtastzeit dargestellt. Dadurch ist es möglich, auf Laufzeiten, die ungleich einem Vielfachen der Abtastzeit sind, aufzulösen.

$$t_d = n_d \cdot T + m \cdot T \quad \text{mit} \quad n_d \geq 1 \quad \text{und} \quad 0 < m < 1 \quad (3.62)$$

Nimmt man nun die Eingangsfunktion u als stückweise konstant an, dann kann die Zustandsübergangsgleichung für die Zusammenfassung der Lambdasondendynamik und der Totzeit wie folgt gelöst werden. Hierbei ist für die Eingangsgröße u und für die Sondenausgangsgröße x gewählt worden:

$$\underline{x}(t) = \Phi(t, t_0) \cdot \underline{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \cdot B(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) d\tau \quad (3.63)$$

Substituiert man die Terme $t_0 = k \cdot T$, $t = (k + 1) \cdot T$, $\Phi(t, \tau) = e^{-\frac{t-\tau}{\tau_\lambda}}$ und $B = \frac{1}{\tau_\lambda}$ in Gleichung (3.63) erhält man den skalaren zeitdiskreten Zustandsübergang:

$$x(kT + T) = e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}} \cdot x(kT) + \frac{1}{\tau_\lambda} \cdot \int_{kT}^{kT+T} e^{-\frac{kT+T-\tau}{\tau_\lambda}} \cdot u(\tau - t_d) d\tau \quad (3.64)$$

Mit der stückweisen konstanten Eingangsfunktion in (3.65) und (3.66) kann der Zustandsübergang in zwei Integranden zerlegt werden:

$$u(k - n_d - 1) = \text{konstant für } kT \leq \tau < (k + m)T \quad \text{und} \quad (3.65)$$

$$u(k - n_d) = \text{konstant für } (k + m)T \leq \tau < (k + 1)T \quad (3.66)$$

Daraus erhält man den Zusammenhang für die stückweise konstante Eingangsfunktion:

$$x(kT + T) = e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}} \cdot x(kT) + \frac{1}{\tau_\lambda} \cdot u[(k - n_d - 1)T] \cdot \int_{kT}^{(k+m)T} e^{-\frac{kT+T-\tau}{\tau_\lambda}} d\tau \quad (3.67)$$

$$+ \frac{1}{\tau_\lambda} \cdot u[(k - n_d)T] \cdot \int_{(k+m)T}^{kT+T} e^{-\frac{kT+T-\tau}{\tau_\lambda}} d\tau \quad (3.68)$$

Nach Lösen der beiden Integrale ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$x(kT + T) = e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}} \cdot x(kT) + \left(1 - e^{-\frac{(1-m)T}{\tau_\lambda}}\right) \cdot u[(k - n_d)T] \quad (3.69)$$

$$+ \left(e^{-\frac{(1-m)T}{\tau_\lambda}} - e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}}\right) \cdot u[(k - n_d - 1)T]$$

Mit den Variablen t_d , γ_0 , γ_1 , und γ_2 läßt sich der Ausdruck vereinfachen zu:

$$x(k + 1) = \gamma_0 \cdot x(k) + \gamma_1 \cdot u(k - n_d) + \gamma_2 \cdot u(k - n_d - 1) \quad (3.70)$$

$$\text{mit } t_d = n_d \cdot T + m \cdot T, \quad \gamma_0 = e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}}, \quad (3.71)$$

$$\gamma_1 = 1 - e^{-\frac{(1-m)T}{\tau_\lambda}} = 1 - \gamma_0^{1-m} \quad \text{und} \quad (3.72)$$

$$\gamma_2 = e^{-\frac{(1-m)T}{\tau_\lambda}} - e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}} = 1 - \gamma_0 - \gamma_1 \quad (3.73)$$

Das Ergebnis der zeitdiskreten Modellierung der Totzeit und der Lambdasondendynamik soll nun noch als Blockschaltbild in Abbildung 3.16 dargestellt werden. Hierin ist die Eingangsgröße u durch das Gemischverhältnis für die Zylinderfüllung λ_{zyl} und das Ausgangssignal x durch den Lambdameßwert λ_{mess} ersetzt.

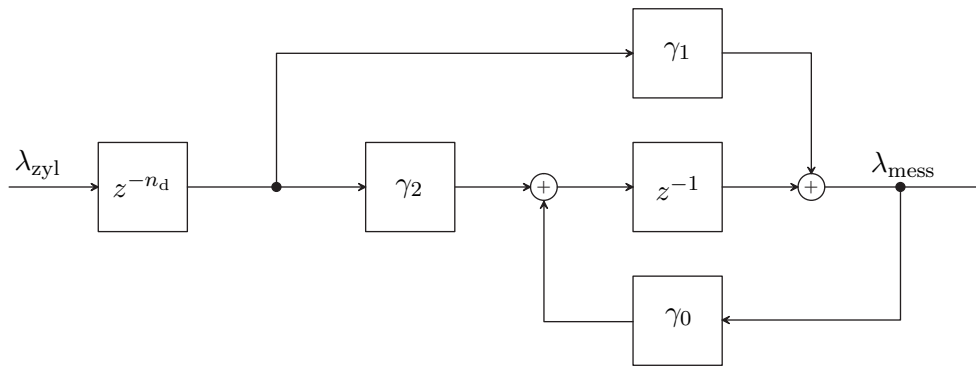


Abbildung 3.16: Zeitdiskretes Modell für Lambdasondenverhalten mit Totzeit

Mit der Modellierung der Abgaslaufzeit und der Sondendynamik sind alle Anteile des Streckenverhaltens dargestellt worden. Im nächsten Unterpunkt werden die daraus abgeleiteten Modelle für eine Parameteridentifikation der Gemischbildung vorgestellt.

3.6 Modelle für die Parameteridentifikation

Aus der Modellierung in diesem Kapitel können nun geeignete Modelle für die Parameteridentifikation und entsprechende Vorgehensweisen abgeleitet werden. Zu unterscheiden sind folgende drei Varianten:

- lineare Teilstreckenmodelle für die Dynamik im Luft- bzw. Kraftstoffpfad,
- lineare Streckenmodelle für den gesamten Luft- bzw. Kraftstoffpfad,
- nichtlineares Gesamtstreckenmodell für den Luft- und Kraftstoffpfad.

Im folgenden sollen die drei Varianten und die Vorgehensweisen diskutiert werden.

3.6.1 Lineares Teilstreckenmodell für die Dynamik im Luft- bzw. Kraftstoffpfad

Bei den zu identifizierenden Modellen des dynamischen Verhaltens handelt es sich um LTI-Systeme, die in eine nichtlineare Gesamtstruktur eingebunden sind. Daher müssen die jeweiligen Ein- und Ausgangssignale der modellierten Dynamiken im Luftpfad und im Kraftstoffpfad für diese Vorgehensweise bereitgestellt werden. Für den Kraftstoffpfad ist dies das Eingangssignal t_{inj_kraft} und das Ausgangssignal $t_{inj_kraft_zyl}$.

Für die Identifikation der Wandfilmdynamik muß die inverse Kompensation in der Vorsteuerung des Kraftstoffpfads ausgeschaltet werden. Dadurch ist das Eingangssignal des Kraftstoffpfads gleich dem Ausgangssignal des Luftpfads der Vorsteuerung in der Abbildung 3.3:

$$t_{inj_kraft} = t_{inj_luft_zyl} \quad (3.74)$$

Bei den zu bestimmenden Ausgangssignalen handelt es sich um nicht meßbare Größen, die aus dem Lambdasignal rückgerechnet werden müssen.

Die Vorgehensweise wird exemplarisch für den Kraftstoffpfad anhand der Abbildung 3.17 dargestellt.

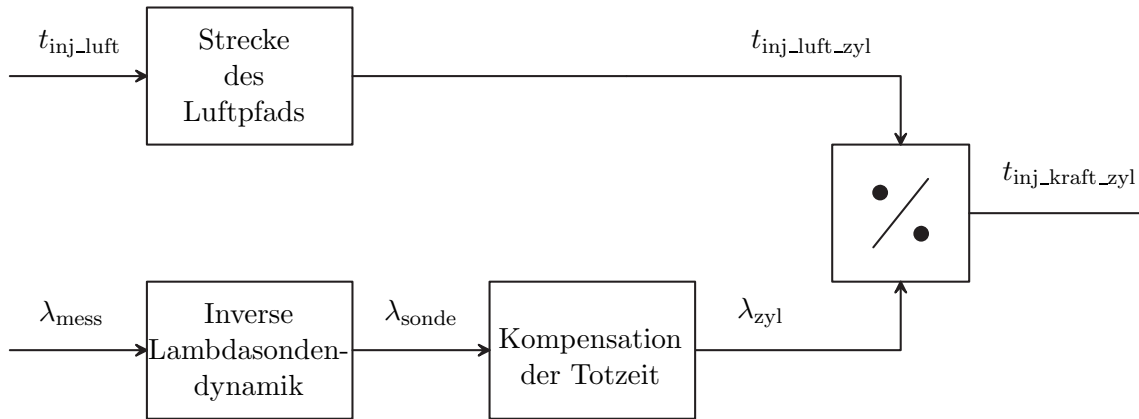


Abbildung 3.17: Berechnung des Ausgangssignals des Kraftstoffpfads

Das gemessene Lambdasondensignal λ_{mess} muß mit dem inversen dynamischen Übertragungsverhalten der Sonde korrigiert werden. Es ergibt sich mit der sprunginvarianten Transformation nach der Gleichung (3.61) und Auflösen nach dem Lambdawert λ_{sonde} folgender Zusammenhang:

$$\frac{\lambda_{\text{mess}}}{\lambda_{\text{sonde}}} = \frac{1 - \gamma_0}{1 + \gamma_0 \cdot z^{-1}} \quad (3.75)$$

$$\lambda_{\text{sonde}}(k) = \frac{\gamma_0}{1 - \gamma_0} \cdot \lambda_{\text{mess}}(k) + \frac{1}{1 - \gamma_0} \cdot \lambda_{\text{mess}}(k + 1) \quad (3.76)$$

Eine Problematik bei der inversen Anwendung des Übertragungsverhaltens der Lambdasonde ist, daß überlagerte Rauschkomponenten verstärkt werden. Im nächsten Schritt muß die Totzeit durch eine Verschiebung des Lambdasondensignal kompensiert werden. In zeitdiskreter Schreibweise läßt sich dies durch eine nichtkausale Verschiebung darstellen:

$$\lambda_{\text{zyl}}(k) = \lambda_{\text{sonde}}(k + i) \quad (3.77)$$

Für die Anwendung bedeutet dies, daß erst i Werte gemessen werden müssen, um die Berechnung für k durchführen zu können. Außerdem muß die Totzeit bekannt sein oder vorher bestimmt werden. Hierfür kann sowohl das physikalische Verfahren als auch der Ansatz der Korrelationsanalyse zur Totzeitbestimmung aus Kapitel 3.5.1 verwendet werden. Bei dem in der Abbildung 3.17 gezeigten Zusammenhang geht weiterhin die Dynamik des Luftpfads ein und die Berechnung könnte nur bei bekannter Dynamik erfolgen. Für den quasistationären Zustand des Luftpfads wird folgende Näherung eingeführt:

$$t_{\text{inj_luft_zyl}} \approx t_{\text{inj_luft}} \quad (3.78)$$

Dadurch kann die Dynamik des Luftpfads vernachlässigt werden und die benötigte Ausgangsgröße kann durch den folgenden Zusammenhang bestimmt werden:

$$t_{\text{inj_kraft_zyl}} = \frac{t_{\text{inj_luft}}}{\lambda_{\text{zyl}}} \quad (3.79)$$

Mit der Gleichung (3.79) steht das benötigte Ausgangssignal zur Verfügung. Dabei müssen für die Anwendung dieser Vorgehensweise zur Identifikation folgende Punkte erfüllt sein:

- geringe Rauschkomponenten im gemessenen Lambdasignal,
- stationärer bzw. quasistationärer Zustand im Luftpfad,
- bekannte Totzeit.

Für den Luftpfad kann die Herleitung analog durchgeführt werden. Allerdings soll hier auf eine Herleitung verzichtet werden, da diese im weiteren Verlauf der Arbeit nicht mehr benötigt wird.

Mit der hergeleiteten zeitdiskreten Zustandsraumbeschreibung für den Kraftstoffpfad mit den Gleichungen (3.41) bis (3.44) steht jetzt die vollständige Vorgehensweise bei Betrachtung der Dynamik im Kraftstoffpfad zur Verfügung.

3.6.2 Lineare Streckenmodelle für den gesamten Luft- bzw. Kraftstoffpfad

Für die hier dargestellte Vorgehensweise wird ein lineares Modell für jeweils einen Pfad abgeleitet. Dies bedeutet, die Dynamik der jeweiligen Strecke, das Sondenverhalten und die Totzeit werden berücksichtigt. Wie auch bei dem im vorhergehenden Abschnitt dargestellten Verfahren muß sich der andere Pfad im quasistationären Zustand befinden. Die Rückrechnung in das erforderliche Signal im Kraftstoffpfad erfolgt über die analoge Vorgehensweise in der Gleichung (3.79) für das Meßsignal. Hierfür ergibt sich dann:

$$t_{\text{inj_kraft_mess}} = \frac{t_{\text{inj_luft}}}{\lambda_{\text{mess}}} \quad (3.80)$$

Mit diesem Zusammenhang in der Gleichung (3.80) und $t_{\text{inj_kraft}}$ stehen die Ein- und Ausgangszusammenhänge fest. Für den Luftpfad läßt sich eine analoge Vorgehensweise beschreiben und es ergibt sich dann:

$$t_{\text{inj_luft_mess}} = t_{\text{inj_kraft}} \cdot \lambda_{\text{mess}} \quad (3.81)$$

In den folgenden zwei Abschnitten werden beide Modelle und deren zugehörige Zustandsraumbeschreibungen dargestellt.

Luftpfad

Mit dem abgeleiteten Gesamtmodell für die Totzeit und die Lambdasondendynamik in Kapitel 3.5.3 und dem Modell für das dynamische Verhalten des Luftpfads aus Kapitel 3.3 kann ein lineares Gesamtmodell für den Luftpfad generiert werden.

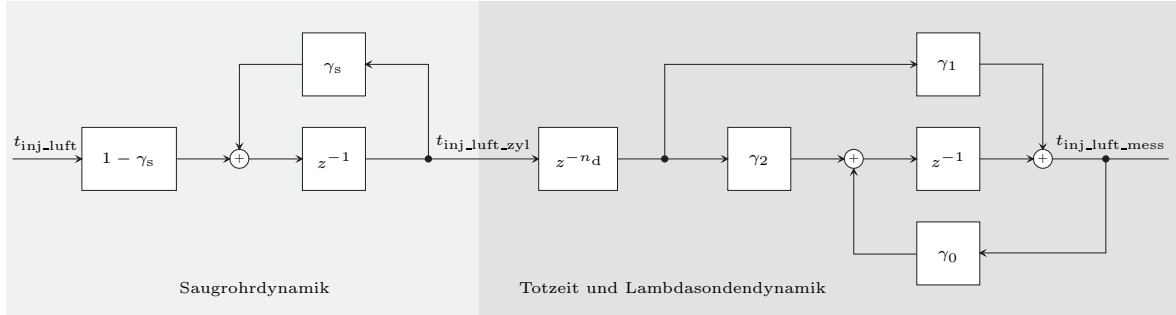


Abbildung 3.18: Zeitdiskretes Modell für den gesamten Luftpfad

Die für die späteren Identifikationsverfahren eingesetzte Zustandsraumdarstellung besitzt für $n_d = 1$ (siehe Gleichung (3.62)) folgende Form:

$$A = \begin{bmatrix} \gamma_s & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 - \gamma_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 0 \quad 1] \quad (3.82)$$

$$u(k) = [t_{inj_luft}(k)] \quad \underline{x}(k) = \begin{bmatrix} t_{inj_luft_zyl}(k) \\ t_{inj_luft_zyl}(k-1) \\ t_{inj_luft_mes}(k) \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

$$\gamma_s = e^{-\frac{T}{\tau_s}} \quad (3.84)$$

$$\gamma_0 = e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}} \quad (3.85)$$

$$\gamma_1 = 1 - e^{-\frac{(1-m)T}{\tau_\lambda}} = 1 - \gamma_0^{1-m} \quad (3.86)$$

$$\gamma_2 = e^{-\frac{(1-m)T}{\tau_\lambda}} - e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}} = 1 - \gamma_0 - \gamma_1 \quad (3.87)$$

$$t_d = (n_d + m) \cdot T \quad (3.88)$$

Die Zeitkonstante der Lambdasonde besitzt folgenden Wert:

$$\tau_\lambda = 30\text{ms} \quad (3.89)$$

Das Modell enthält folgende unbekannte Parameter:

- Saugrohrzeitkonstante τ_s ,
- Totzeit t_d .

Kraftstoffpfad

Wie auch beim Luftpfad wird hier das Gesamtmodell für die Totzeit und das Lambdasondenverhalten sowie das Modell für die Wandfilmdynamik aus Kapitel 3.5.3 verwendet.

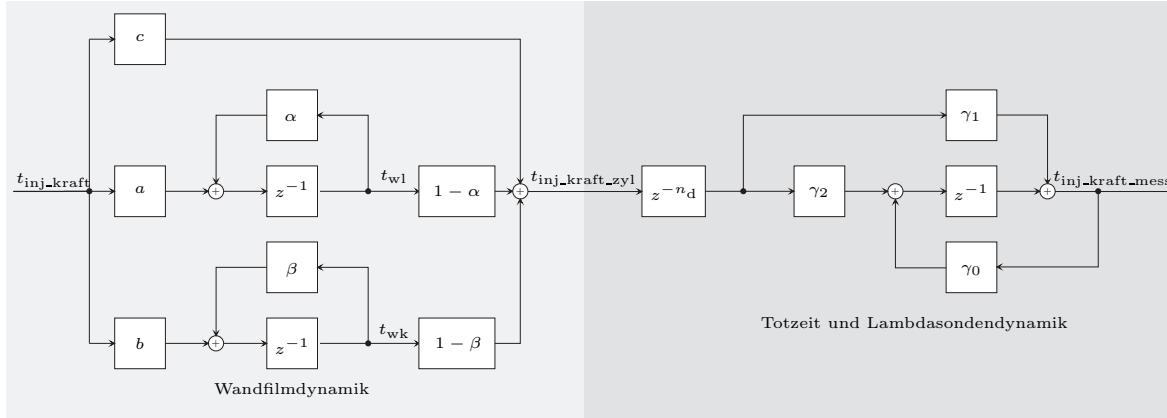


Abbildung 3.19: Zeitdiskretes Modell für den gesamten Kraftstoffpfad

Daraus ergeben sich folgende Differenzgleichungen für das Gesamtmodell:

$$t_{wl}(k+1) = \alpha \cdot t_{wl}(k) + a \cdot t_{inj_kraft}(k) \quad (3.90)$$

$$t_{wk}(k+1) = \beta \cdot t_{wk}(k) + b \cdot t_{inj_kraft}(k) \quad (3.91)$$

$$t_{inj_kraft_zyl}(k) = (1 - \alpha) \cdot t_{wl}(k) + (1 - \beta) \cdot t_{wk}(k) + c \cdot t_{inj_kraft}(k) \quad (3.92)$$

$$t_{inj_kraft_mess}(k+1) = \gamma_1 \cdot t_{inj_kraft_zyl}(k - n_d) + \gamma_2 \cdot t_{inj_kraft_zyl}(k - n_d - 1) + \gamma_0 \cdot t_{inj_kraft_mess}(k) \quad (3.93)$$

Wird n_d aus Gleichung (3.62) gleich 1 gesetzt, dann kann das folgende Zustandsraummodell für die spätere Identifikation des Kraftstoffpfads abgeleitet werden:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 & 0 \\ 1 - \alpha & 1 - \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \quad (3.94)$$

$$u(k) = [t_{inj_kraft}(k)] \quad \underline{x}(k+1) = \begin{bmatrix} t_{wl}(k+1) \\ t_{wk}(k+1) \\ t_{inj_kraft_zyl}(k) \\ t_{inj_kraft_zyl}(k-1) \\ t_{inj_kraft_mes}(k+1) \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

Die Parameter γ_s , γ_0 , γ_1 , γ_2 und t_d besitzen die Form wie in den Gleichungen (3.84)-(3.88) und τ_λ besitzt den Wert der Gleichung (3.89).

Das Modell enthält folgende unbekannte Parameter:

- Wandfilmmodell α , β , a , b , c ,
- Totzeit t_d .

3.6.3 Nichtlineares Gesamtstreckenmodell

Fügt man nun die Modelle des Luftpfads, Kraftstoffpfads und das Gesamtmodell für die Totzeit und die Lambdasondendynamik zusammen, erhält man das nichtlineare Gesamtstreckenmodell.

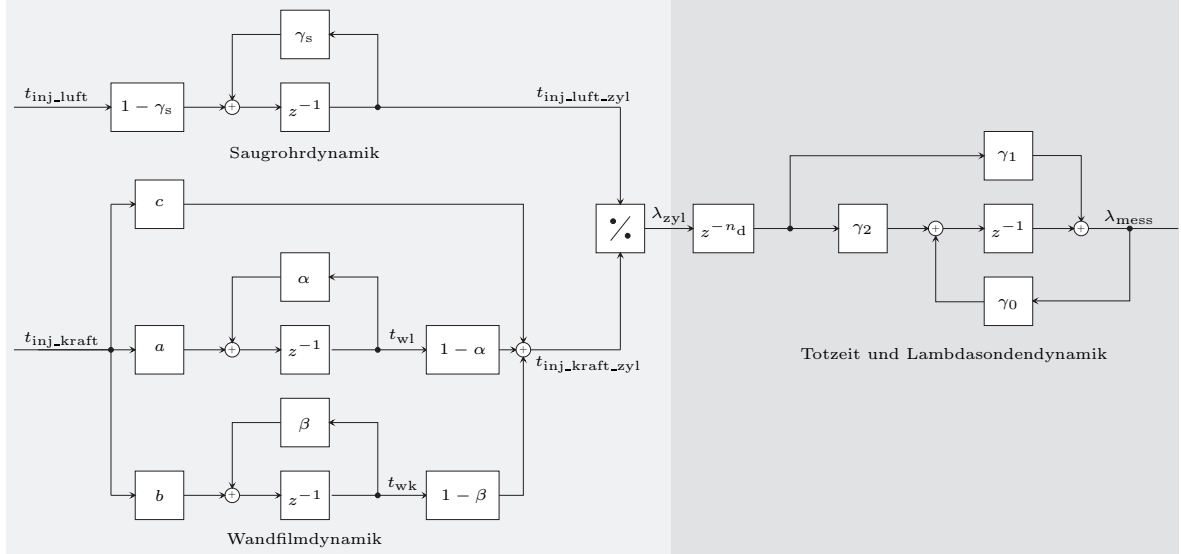


Abbildung 3.20: Nichtlineares zeitdiskretes Gesamtmodell (Luft-/Kraftstoffpad

Die Darstellung des Gesamtmodells kann durch folgende Differenzgleichung beschrieben werden. Dabei beinhaltet die Gleichung (3.100) die Nichtlinearität des Zusammenhangs.

$$t_{\text{inj_luft_zyl}}(k+1) = \gamma_s \cdot t_{\text{inj_luft_zyl}}(k) + (1 - \gamma_s) \cdot t_{\text{inj_luft}}(k) \quad (3.96)$$

$$t_{\text{wl}}(k+1) = \alpha \cdot t_{\text{wl}}(k) + a \cdot t_{\text{inj_kraft}}(k) \quad (3.97)$$

$$t_{\text{wk}}(k+1) = \beta \cdot t_{\text{wk}}(k) + b \cdot t_{\text{inj_kraft}}(k) \quad (3.98)$$

$$t_{\text{inj_kraft_zyl}}(k) = (1 - \alpha) \cdot t_{\text{wl}}(k) + (1 - \beta) \cdot t_{\text{wk}}(k) + c \cdot t_{\text{inj_kraft}}(k) \quad (3.99)$$

$$\lambda_{\text{zyl}}(k) = \frac{t_{\text{inj_luft_zyl}}(k)}{t_{\text{inj_kraft_zyl}}(k)} \quad (3.100)$$

$$\lambda_{\text{sonde}}(k+1) = \gamma_1 \cdot \lambda_{\text{zyl}}(k - n_d) + \gamma_2 \cdot \lambda_{\text{zyl}}(k - n_d - 1) + \gamma_0 \cdot \lambda_{\text{sonde}}(k) \quad (3.101)$$

Die Parameter γ_s , γ_0 , γ_1 , γ_2 und t_d besitzen die Form wie in den Gleichungen (3.84)-(3.88) und τ_λ besitzt den Wert der Gleichung (3.89).

Das Modell enthält folgende unbekannte Parameter:

- Wandfilmmodell im Kraftstoffpfad α , β , a , b , c ,
- Saugrohrzeitkonstante im Luftpfad τ_s ,
- Totzeit t_d .

Mit der Darstellung des nichtlinearen Gesamtmodells sind alle drei Varianten zur Identifikation der dynamischen Gemischbildung vorgestellt worden. Im Anschluß werden die Störgrößen des Streckenverhaltens diskutiert.

3.7 Störgrößen der Strecke

In diesem Abschnitt sollen Einflußgrößen, die den eigentlich zu messenden Zusammenhang an der Lambdasonde verfälschen, untersucht werden. Folgende Störgrößen verfälschen das vom Motor angesaugte bzw. später zu messende Gemischverhältnis an der Lambdasonde:

- Tankentlüftung,
- Leckluft,
- Einspritzventilansteuerung,
- Innere und äußere Abgasrückführung,
- Kraftstoffübergang ins Motoröl,
- Steuerungs- und Regelungseingriffe in den Luft- und Kraftstoffpfad.

In den nachfolgenden Unterpunkten sollen die einzelnen Effekte näher betrachtet werden.

3.7.1 Tankentlüftung

Die Tankentlüftung liefert ein zusätzliches Kraftstoffluftgemisch in das Saugrohr zurück, das in der Bilanzierung berücksichtigt werden muß. Der Zusammenhang wird anhand der Abbildung 3.21 erläutert.

Entstehende Kraftstoffdämpfe im Tank müssen aufgrund bestehender HC-Emissionsgrenzwerte der Verbrennung zugeführt werden und dürfen nicht in die Umwelt gelangen. Dazu dient das Kraftstoffrückhaltesystem mit Aktivkohlefilter, in dem die Entlüftungsleitung des Kraftstoffbehälters endet. Ausgasender Kraftstoff wird in der dort vorhandenen Aktivkohle angelagert.

Die Steuerung der Regenerier- bzw. Spülrate des Aktivkohlefilters wird über das Tankentlüftungsventil gesteuert. Dabei wird durch das Druckgefälle zwischen Umgebungsdruck p_u und Saugrohrunterdruck p_s Luft durch den Aktivkohlefilter angesaugt, die mit Kraftstoff angereichert wird und so den angelagerten Kraftstoff abbaut.

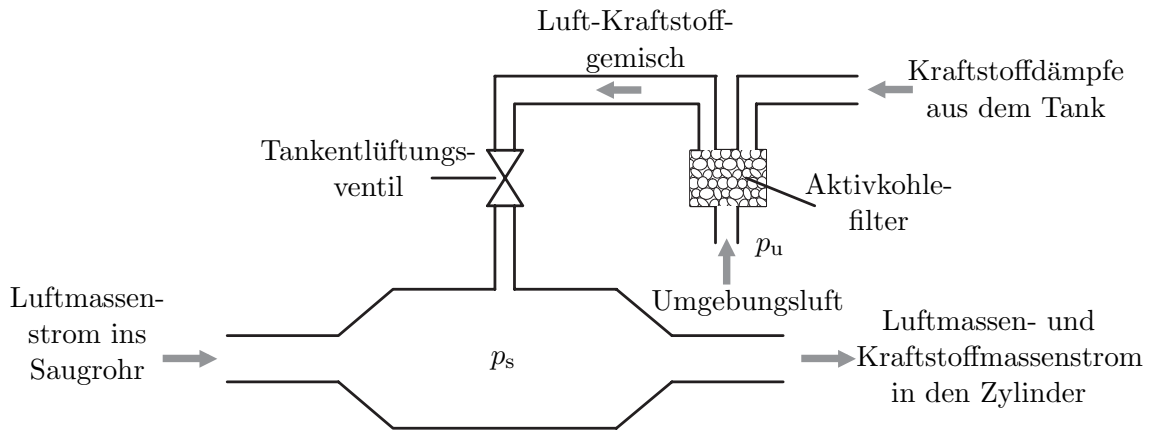


Abbildung 3.21: Prinzip der Tankentlüftung

Die Problematik hierbei ist, daß die Zusammensetzung der Anteile von Kraftstoff bzw. Luft vom jeweiligen Beladungszustand des Aktivkohlefilters abhängt. Eine genaue Bestimmung der jeweiligen Zusammensetzung gestaltet sich schwierig. Allerdings ist der Einfluß auf die gesamte Gemischbildung im Bereich kleiner als 3%, so daß die Auswirkungen in der Lambdaverfälschung zwar gering sind, aber nicht vernachlässigt werden dürfen. Um diesen Einfluß im Lambdasignal für die spätere Identifikation auszuschließen, muß diese Steuerung ausgeschaltet werden.

3.7.2 Leckluft

Der Leckluftanteil stellt einen zusätzlich nicht am HFM gemessenen Anteil der Luftmasse dar, der durch undichte Verbindungen im Bereich des Ansaugtrakts hervorgerufen wird und das zu messende Lambdasignal in den mageren Bereich verschiebt. Der Zusammenhang wird anhand der Abbildung 3.22 erläutert.

Die gesamte Leckluft kann näherungsweise durch ein Loch im Saugrohr modelliert werden. Diese stellt eine Drosselstelle zwischen der Umgebung und dem Saugrohr nach folgender Differentialgleichung dar:

$$w_{\text{leck}} = \rho \cdot \dot{V} \quad (3.102)$$

Dabei ist der über die Drosselstelle fließende Luftmassenstrom gleich dem mit der Dichte der Luft gewichtete Volumenstrom.

Der Volumenstrom wiederum kann durch den effektiven Öffnungsquerschnitt der Drosselstelle der gesamten Leckluft A_{eff} und der Durchflußfunktion Ψ folgendermaßen dargestellt werden:

$$\dot{V} = A_{\text{eff}} \cdot \sqrt{(2 \cdot R \cdot T)} \cdot \Psi \quad (3.103)$$

$$\text{mit } \Psi = \begin{cases} \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{p_s}{p_u} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_s}{p_u} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa}} \right]} & \text{für } \frac{p_s}{p_u} \geq \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \\ \sqrt{\kappa \cdot \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}}} & \text{für } \frac{p_s}{p_u} < \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \end{cases} \quad (3.104)$$

$$\text{mit } \kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (3.105)$$

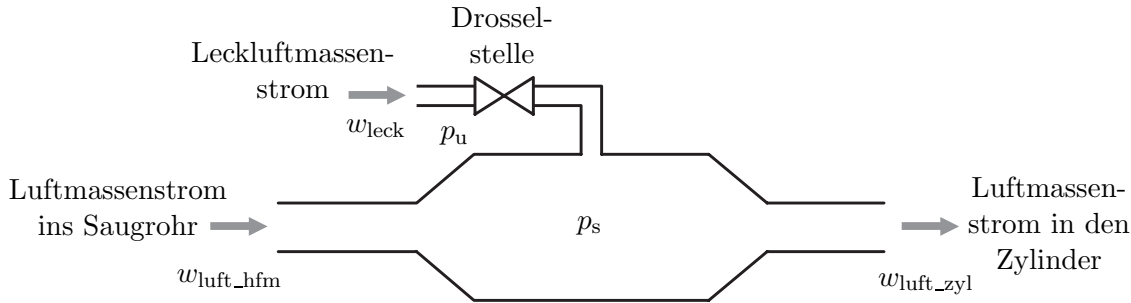


Abbildung 3.22: Prinzip des Leckluftmodells

Der Effekt stellt einen nichtlinearen dynamischen Zusammenhang dar, der von der Druckdifferenz und der Zeit abhängt. Daraus folgt, daß die zusätzlich gelieferte Leckluftmasse von der Drehzahl abhängt. Mit der Annahme, daß \dot{V} während der Abtastperiode eines Segments $T = t_{\text{seg}}$ konstant bleibt, kann eine Euler-Integration der Gleichung (3.102) durchgeführt werden und man erhält:

$$m_{\text{leck}} = w_{\text{leck}} \cdot t_{\text{seg}} = \rho \cdot \dot{V} \cdot t_{\text{seg}} \quad \text{mit } t_{\text{seg}} = \frac{20 \text{ sek}}{\frac{\text{rpm}}{1/\text{min}}} \quad \text{und } \rho = \frac{p_u}{R \cdot T} \quad (3.106)$$

In der Abbildung 3.23 ist der Einfluß für Motordaten des verwendeten Aggregates über dem Saugrohrdruck mit der Drehzahl als Parameter dargestellt. Es wird deutlich, daß die Fehler für kleine Lasten und kleine Drehzahlen am größten sind. Für die Generierung der Ergebnisse des Leckluftmodells wurden folgende Größen konstant angesetzt:

$$A_{\text{eff}} = 10 \text{ mm}^2, \quad T = 293 \text{ °K} \quad \text{und} \quad p_u = 1000 \text{ mbar} \quad (3.107)$$

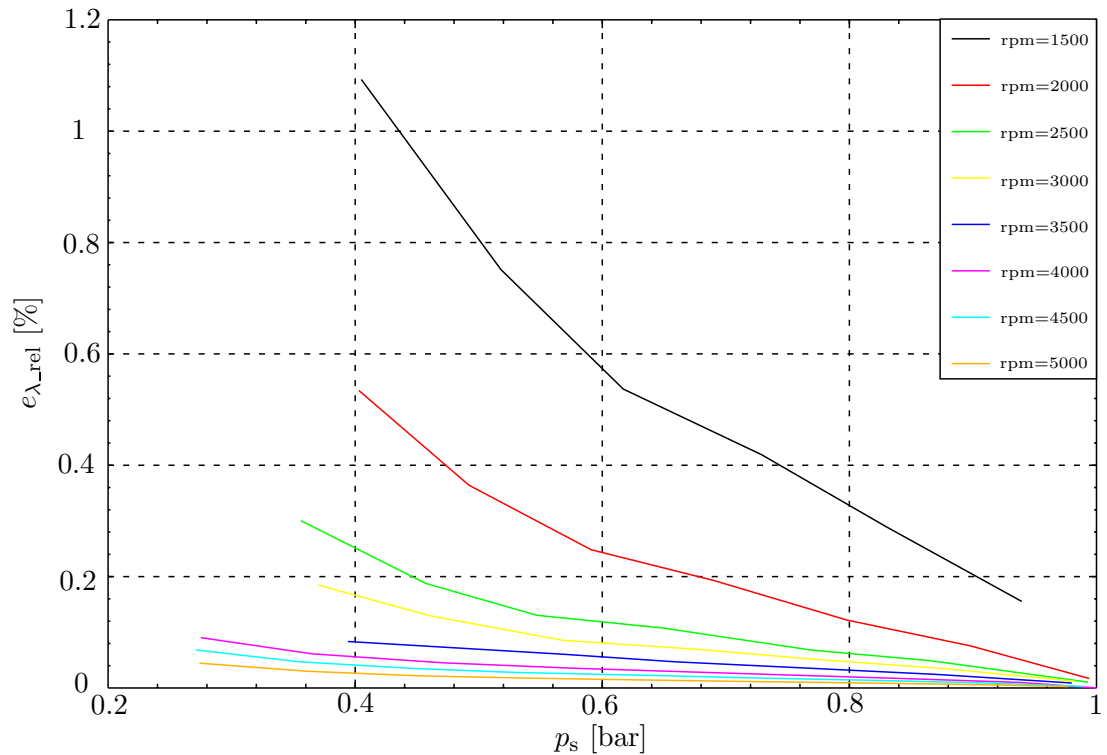


Abbildung 3.23: Relative Lambdaabweichung durch den Leckluftanteil in Abhängigkeit des Saugrohrunterdrucks und der Drehzahl als Parameter

Im normalen Motorbetrieb korrigiert die Lambdaregelung den Leckluftfehler. Bei abgeschalteter Lambdaregelung verschiebt sich der gemessene Lambdawert in Abhängigkeit von Drehzahl und Last in Richtung magerer Werte. Für die Aufzeichnung von Meßdaten für die Identifikation muß die Lambdaregelung ausgeschaltet werden und der Leckluftfehler wird nicht korrigiert. Allerdings sind die Fehler für den hier dargestellten Fall von einem Loch mit einem Öffnungsquerschnitt $A_{\text{eff}} = 10 \text{ mm}^2$ kleiner als 1.1%.

3.7.3 Ablauf der Einspritzung

Beim kanaleinspritzenden Ottomotor wird der Kraftstoff direkt vor das Einlaßventil des jeweiligen Zylinders eingespritzt. Der Ablauf der Einspritzung wird in der Abbildung 3.24 dargestellt. Die zeitlichen Zusammenhänge werden anschließend erläutert.

Zu jeder Berechnungsmarke (BR-Marke), Beginn jedes Segments, wird die einzuspritzende Kraftstoffmasse berechnet. Der Berechnungszeitpunkt für die Haupteinspritzung für den jeweiligen Zylinder ist die letzte BR-Marke vor dem Einspritzbeginnwinkel w_{eb} .

$$w_{\text{eb}} = w_{\text{es}} + w_{\text{vor}} + \frac{t_{\text{inj_kraft}}}{6 \cdot \frac{\text{rpm}}{1/\text{min}}} \text{°KW} \quad (3.108)$$

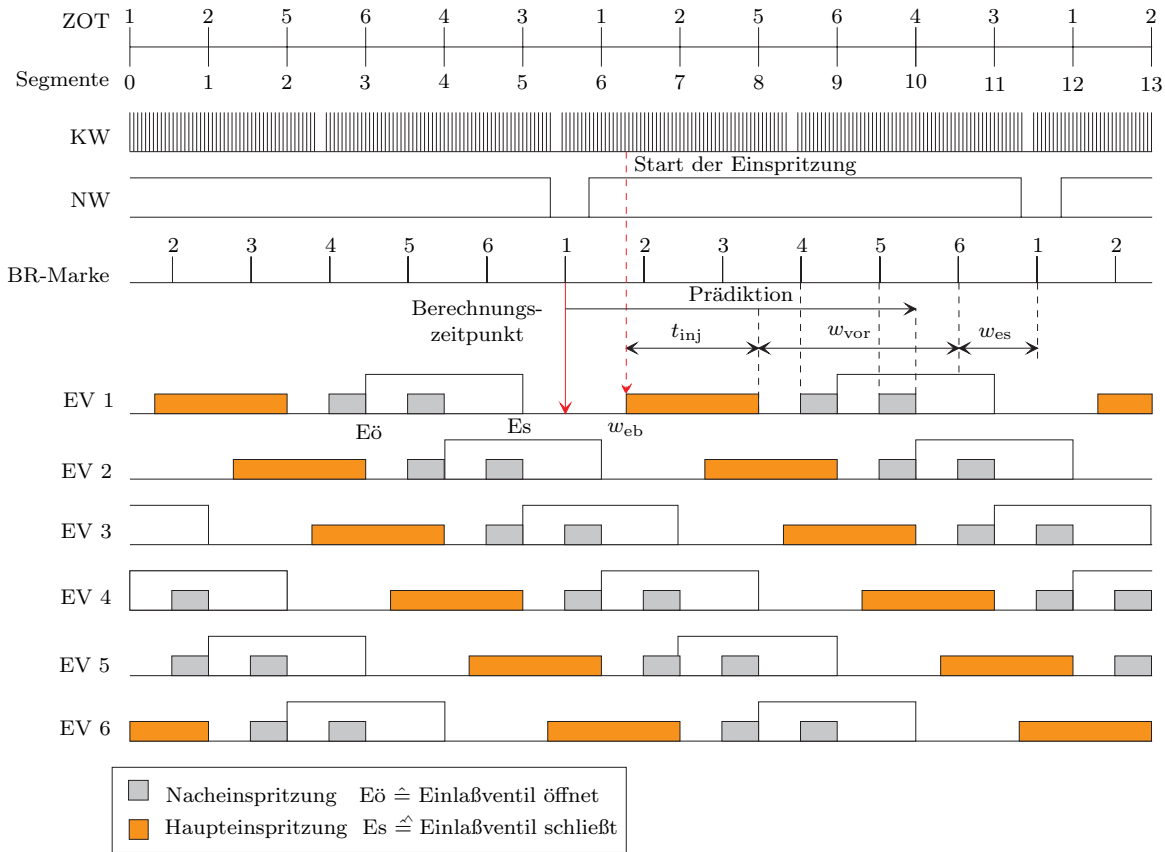


Abbildung 3.24: Zeitlicher Ablauf der Einspritzung

Der Einspritzbeginnwinkel wird aus dem Vorlagerungswinkel w_{vor} , dem Winkel für Einlaßventil schließt w_{es} und der Einspritzzeit t_{inj} bestimmt. An der zugehörigen negativen Zahnflanke des KW-Signals wird die Einspritzung gestartet.

Durch die Vorlagerung des Kraftstoffs kann sowohl eine äußere Gemischbildung im Saugrohr bewerkstelligt, als auch die Kraftstoffflugzeit berücksichtigt werden. Ändert sich das berechnete Lastsignal der Motorsteuerung nach der ersten Berechnung über einen Schwellwert, so können zwei Nacheinspritzung zur Einhaltung der geforderten Kraftstoffmasse durchgeführt werden. Wenn es nicht möglich ist, die Länge der Nacheinspritzungen zu messen und auf die Gesamteinspritzzeit aufzuaddieren, wird dieser Effekt eine Magerverschiebung der berechneten Werte im Modell verursachen. Aus diesem Grund sollen die Nacheinspritzungen ausgeschaltet werden.

Ein anderer Effekt des hier dargestellten Ablaufs ist die Notwendigkeit der Vorabberechnung der Einspritzventilansteuerung aus der gemessenen Luftmasse aus dem Luftpfad. Bei der aktuellen Füllung kann bei dynamischen Lastwechseln eine geringere bzw. eine größere Luftmasse nötig sein, um das erforderliche Gemischverhältnis zu erzielen. Die Mehreinspritzung kann durch die Nacheinspritzungen realisiert werden, eine Mindereinspritzung nicht.

Eine Verbesserung kann durch eine Prädiktion im Luftpfad erzielt werden, die die gemessene Luftmasse bei der Berechnung auf die Schwerpunktlage des Ansaugvorgangs prädiziert, wie Hart [13] und Scherer [28] dargestellt haben.

Für die dynamische Gemischbildung ist die Prädiktion im Realbetrieb erforderlich, bei der Identifikation des Luft- und Kraftstoffpfads nicht, da jeweils ein Pfad sich im quasi-stationären Zustand befindet, während der andere angeregt wird.

3.7.4 AGR

Ein weiterer Grund für eine Verschiebung des meßbaren Luftkraftstoffverhältnisses an der Lambdasonde stellt die innere und äußere Abgasrückführung dar. In der Abbildung 3.25 sind die beiden Rückführraten dargestellt.

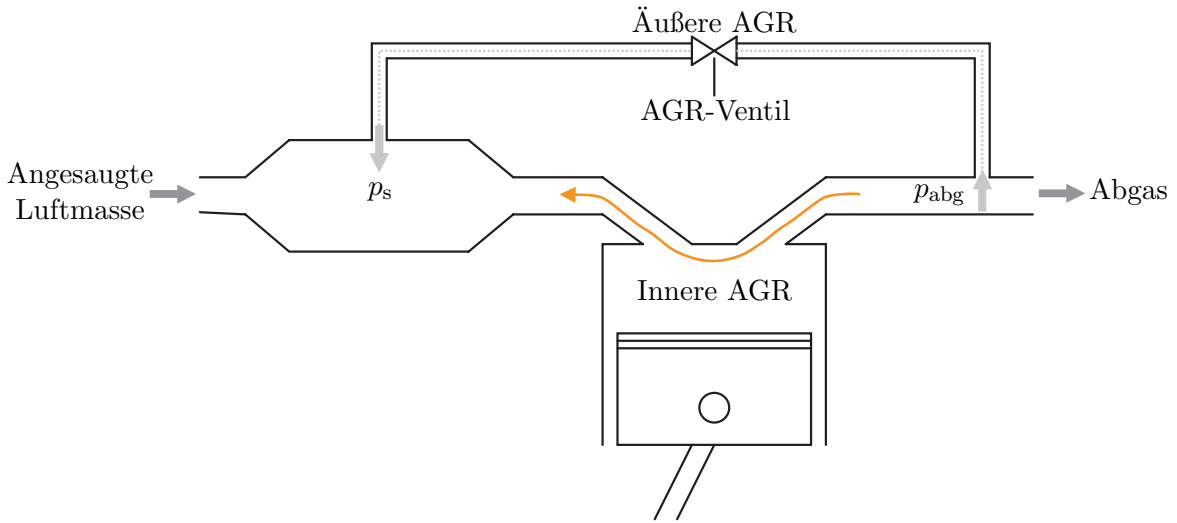


Abbildung 3.25: Innere und äußere Abgasrückführung

Bei stöchiometrischem Gemisch wirkt sich die AGR nicht aus, da nur nichtreaktionsfähiges Restgas nach der Verbrennung im Zylinder zurückbleibt. Der Effekt macht sich bei einer Veränderung des Luftkraftstoffverhältnisses von einer Füllung zur anderen bemerkbar, da nach der unvollständigen Verbrennung reaktionsfähige Kohlenwasserstoffe bei fettem Gemisch bzw. reaktionsfähiger Sauerstoff bei magerem Gemisch im verbrannten Abgas des Zylinders zurückbleiben.

Während der Ventilüberschneidungsphase von Einlaß- und Auslaßventil liefert die innere Abgasrückführung das verbrannte Abgas durch das Druckgefälle zwischen Abgastrakt und Saugrohr in den Ansaugtrakt zurück. Dieser Effekt macht sich hauptsächlich zylinderindividuell im zu messenden Lambdawert bemerkbar, kann jedoch nicht unterbunden werden.

Im Gegensatz dazu macht sich die äußere AGR totzeitbehaftet und auch zylinderübergreifend bemerkbar. Der Grund hierfür ist, daß das Abgas zuerst nach der Verbrennung ausgeschoben wird, um im Anschluß bis zur Abgasrückführleitung transportiert zu werden. Über das anliegende Druckgefälle über dem AGR-Ventil wird durch die Ansteuerzeit die Rückführrate in das Saugrohr gesteuert.

Das rückgeführte Abgas wird dann wieder mit dem Frischgas eines neuen Zyklus angesaugt. Daraus folgt, daß ein Mager- bzw. Fett-Zyklus sich über mehrere Einspritzungen und auch alle Zylinder bemerkbar macht.

Im Anschluß wird der Einfluß im Streckenverhalten zum einen für Luftüberschuß und zum anderen für Kraftstoffüberschuß dargestellt.

Einfluß auf das Streckenverhalten

Es wird dieselbe Vorgehensweise wie von Scherer [28] dargestellt, gewählt. Diese beschreibt die Abhängigkeit des zu messenden Lambdasignals einerseits für Kraftstoffüberschuß und andererseits für Luftüberschuß. Durch die Wirkung der Verbrennung und der Ventilsteuerung als ideale Abtastung kann der Einfluß der AGR-Rückführrate auf das Lambdasondensignal zeitdiskret betrachtet werden.

Kraftstoffüberschuß

Beim Verbleib von reaktionsfähiger Kraftstoffmasse im Restgas des letzten Arbeitspiels kann die folgende Differenzgleichung zur Bilanzierung aufgestellt werden.

$$m_{\text{kraft_zyl}}(k) = m_{\text{kraft_fr}}(k) + x_{\text{rg}} \cdot m_{\text{kraft_rg}}(k-1) \quad (3.109)$$

Hierin ist die Summe, bestehend aus der Kraftstoffmasse des Frischgases $m_{\text{kraft_fr}}$ und dem zurückgebliebenen Kraftstoffanteil des Restgases $m_{\text{kraft_rg}}$ gleich der Gesamtkraftstoffmasse, die für die nächste Verbrennung zur Verfügung steht.

Dabei entspricht der zweite Term dem Kraftstoffmassenanteil im Restgas und kann folgendermaßen bestimmt werden:

$$m_{\text{kraft_rg}}(k-1) = \begin{cases} m_{\text{kraft_zyl}}(k-1) - \frac{m_{\text{luft_zyl}}(k-1)}{14.7} & \text{für } m_{\text{kraft_zyl}} > \frac{m_{\text{luft_zyl}}}{14.7} \\ 0 & \text{für } m_{\text{kraft_zyl}} \leq \frac{m_{\text{luft_zyl}}}{14.7} \end{cases} \quad (3.110)$$

Der erste Fall der Gleichung (3.110) gilt für eine fette Frischgaszusammensetzung. Für den zweiten Fall einer stöchiometrischen oder mageren Gemischzusammensetzung ist der verbleibende Kraftstoffanteil im Restgas vernachlässigbar klein, d.h. er konvergiert gegen null.

Für den Einsatz des Lambdasondenmeßwerts zur Identifikation des Luft- und Kraftstoffpfads muß der Einfluß der Verschiebung durch den Restgasanteil berücksichtigt werden. Zur Abschätzung des Einflusses des Restgases auf das Lambdasondensignal werden anschließend die Verhältnisse für stationären bzw. quasistationären Motorbetrieb betrachtet. Hierfür wird der stationäre Endwert des Gemisches im Zylinder bestimmt.

Dazu muß Gleichung (3.109) in Gleichung (3.110) eingesetzt werden:

$$m_{\text{kraft_zyl}}(k) = m_{\text{kraft_fr}}(k) - x_{\text{rg}} \cdot \frac{m_{\text{luft_zyl}}(k-1)}{14.7} + x_{\text{rg}} \cdot m_{\text{kraft_zyl}}(k-1) \quad (3.111)$$

Nach der Division der Gleichung (3.111) durch die angesaugte Luftmasse $m_{\text{luft_zyl}}$ kann das Luftkraftstoffverhältnis im Zylinder $\Phi_{\text{zyl}}(k)$ für den stationären Motorbetrieb mit einer linearen Differenzgleichung bestimmt werden:

$$\Phi_{\text{zyl}}(k) = \Phi_{\text{fr}}(k) - \frac{x_{\text{rg}}}{14.7} + x_{\text{rg}} \cdot \Phi_{\text{zyl}}(k-1) \quad (3.112)$$

$$\text{mit } \Phi_{\text{zyl}} = \frac{m_{\text{kraft_zyl}}}{m_{\text{luft_zyl}}} \quad \text{und} \quad \Phi_{\text{fr}} = \frac{m_{\text{kraft_fr}}}{m_{\text{luft_zyl}}} \quad (3.113)$$

Dabei werden folgende Vereinfachungen für den stationären Motorbetrieb getroffen:

$$m_{\text{luft_zyl}}(k) \approx m_{\text{luft_zyl}}(k-1) \quad (3.114)$$

Die Z-Transformation des Zusammenhangs in Gleichung (3.112) ergibt:

$$\Phi_{\text{zyl}}(z) = \frac{\Phi_{\text{fr}}(z) - \frac{x_{\text{rg}}}{14.7}}{1 - x_{\text{rg}} \cdot z^{-1}} \quad (3.115)$$

Bildet man nun noch den rechtsseitigen Grenzwert, so erhält man die Beziehung:

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{zyl}} &= \left(\Phi_{\text{fr}} - \frac{x_{\text{rg}}}{14.7} \right) \cdot \lim_{z \rightarrow 1+0} \left((z-1) \cdot \frac{z}{z-x_{\text{rg}}} \cdot \frac{z}{z-1} \right) \\ &= \left(\Phi_{\text{fr}} - \frac{x_{\text{rg}}}{14.7} \right) \cdot \frac{1}{1-x_{\text{rg}}} \end{aligned} \quad (3.116)$$

Daraus ergibt sich dann das Endergebnis für den Zusammenhang des stationär eingestellten und gemessenem Gemischverhältnis für Kraftstoffüberschuß:

$$\Phi_{\text{zyl}} = \frac{\Phi_{\text{fr}} - \frac{x_{\text{rg}}}{14.7}}{1 - x_{\text{rg}}} \quad (3.117)$$

Luftüberschuß

Durch eine äquivalente Betrachtungsweise für den Verbleib von reaktionsfähiger Luftmasse im Restgas erhält man eine äquivalente Darstellung:

$$\Phi_{\text{zyl}} = \frac{1 - x_{\text{rg}}}{\frac{1}{\Phi_{\text{fr}}} - x_{\text{rg}} \cdot 14.7} \quad (3.118)$$

Der Ansatz für die Herleitung des Zusammenhangs für Luftüberschuß ist im Anhang 10.1 zu finden. Mit den Gleichungen (3.117) und (3.118) kann eine Analyse des Einflusses der Restgasmassenanteile auf das Lambdasignal realisiert werden. In der Abbildung 3.26 ist der relative Fehler für Lambdaabweichungen für stationäre bzw. quasistationäre Verhältnisse als Funktion des Restgasmassenanteils dargestellt.

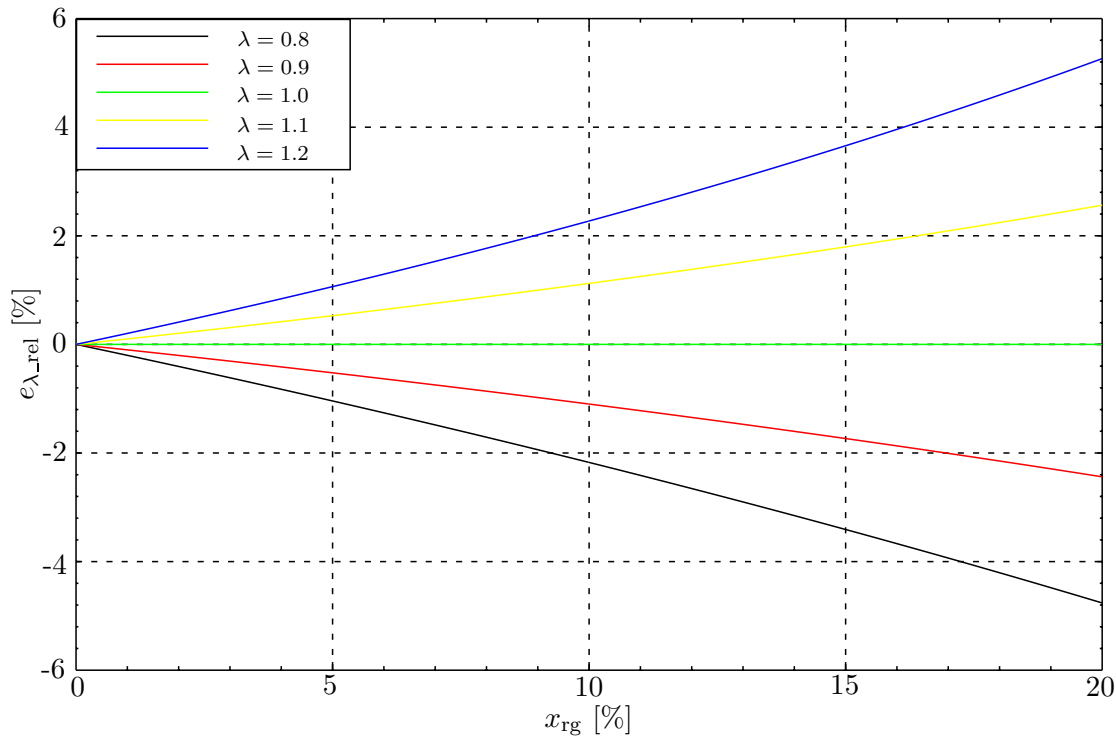


Abbildung 3.26: Relative Lambdaabweichungen durch eine AGR in Abhängigkeit des Restgasmassenanteils und dem Lambdasollwert als Parameter

Es wird deutlich, daß für eine spätere Fehlerminimierung der Restgasanteil minimiert werden muß. Weiterhin muß gleichzeitig versucht werden, die Abweichungen vom stöchiometrischen Verhältnis so klein wie möglich zu halten. Im nachfolgenden soll zur Fehlerabschätzung der Einfluß der inneren AGR-Rate auf das meßbare Luft- Kraftstoffverhältnis untersucht werden. Dazu wird mit dem Modell von Heywood [15] der Restgasmassenanteil bestimmt. In der Abbildung 3.27 ist als Ergebnis die Abhängigkeit des Restgasmassenanteils für den zu untersuchenden Motor aus Testdaten über dem Saugrohrdruck aufgetragen.

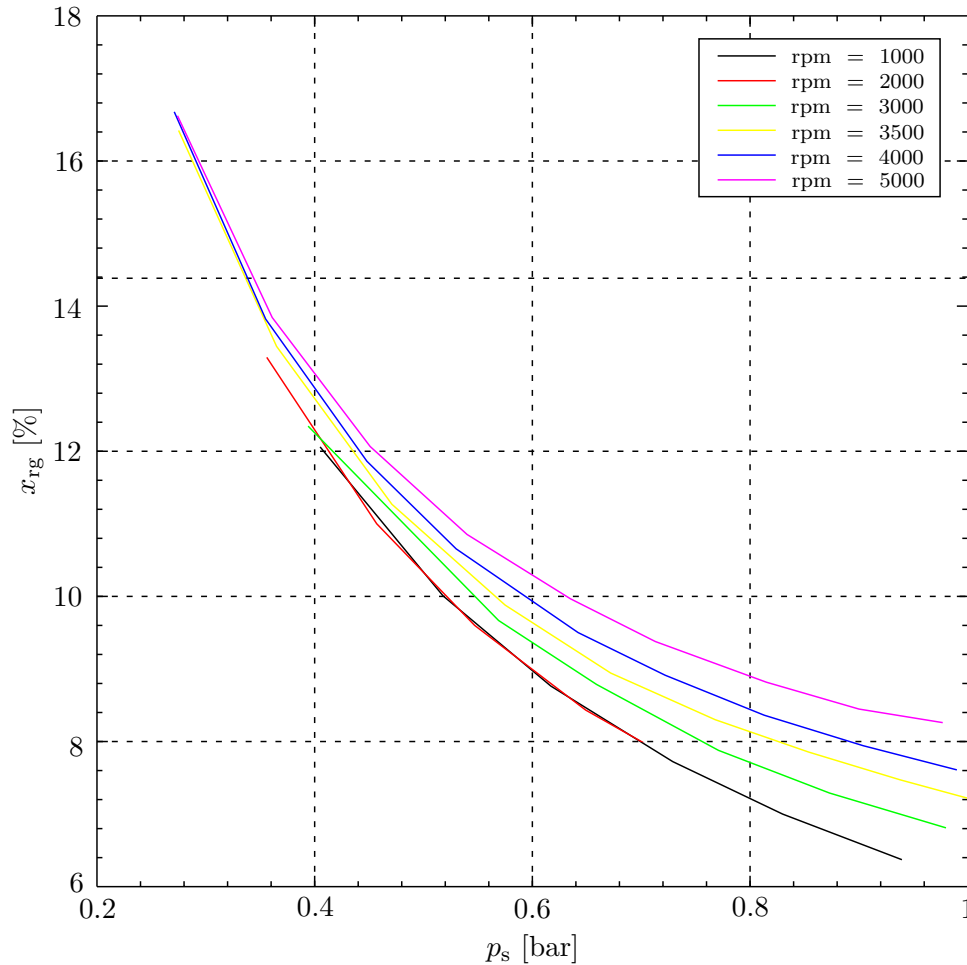


Abbildung 3.27: Restgasmassenanteil in Abhängigkeit des Saugrohrdrucks und der Drehzahl als Parameter

In der einschlägigen Literatur, z.B. von Heywood [15], wird die Größenordnung des Restgasmassenanteils mit 5% bis 20% angegeben. Die hier erzielten Ergebnisse liegen in einem realistischen Bereich zwischen 6% und 17%.

Verwendet man die Werte des Restgasmassenanteils der inneren AGR von 17% zur Fehlerabschätzung in der Abbildung 3.26, so ergibt sich ein maximaler Fehler von 4%. Daraus folgt, daß eine äußere Abgasrückführung verhindert werden muß, da schon der Einfluß der inneren AGR einen maximalen Fehler von 4% verursacht.

3.7.5 Kraftstoffübergang ins Motoröl

Ein Teil des mit dem Gemisch in den Zylinder angesaugten Kraftstoffs lagert sich an den Zylinderwandungen ab und wird mit den Kolbenringen mit dem Öl abgestreift. Dieser Effekt macht sich besonders in der Kaltstartphase bei niedrigen Kühlwassertemperaturen des Motors bemerkbar, wird hingegen bei betriebswarmem Motor vernachlässigbar klein.

Dieser Effekt kann in der Modellierung der Wandfilmdynamik berücksichtigt werden und ist für Kaltstartuntersuchungen nicht zu vernachlässigen. Wird der zusätzliche Term für den Übergang ins Öl, wie in Abbildung 3.11 dargestellt, wirksam, dann werden die Aufteilungsfaktoren a, b und c um den Faktor d für den Übergang ins Motoröl erweitert. Allerdings bleibt die Summe über die Faktoren gleich eins:

$$a + b + c + d = 1 \quad (3.119)$$

Die in dieser Arbeit dargestellten Untersuchungen werden an einem betriebswarmen Motor durchgeführt. Daher kann dieser Anteil vernachlässigt werden.

3.7.6 Steuerungs- und Regelungseingriffe in den Luft- und Kraftstoffpfad

Für die Erläuterung wird der Pfad der Einspritzung mit den multiplikativen und additiven Eingriffspunkten der Steuerungen bzw. der Regelungen dargestellt.

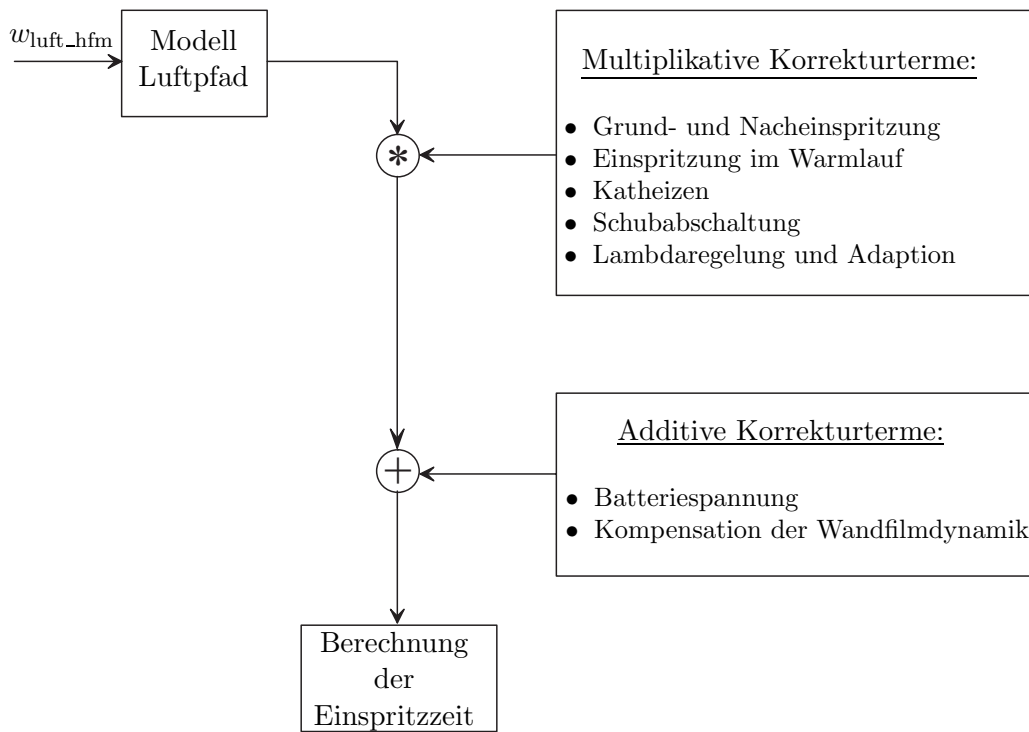


Abbildung 3.28: Pfad der Einspritzung mit Korrekturfunktionen

Hierbei sollen weitere Steuerungs- und Regelungseingriffe, die zur Veränderung des Zusammenhangs der Gemischbildung bei der Identifikation führen, betrachtet werden. Die Steuerungseingriffe Einspritzung im Warmlauf und Katheizen sind nur während des Warmlaufs aktiv und können bei der Betrachtung des betriebswarmen Motors vernachlässigt werden. Die Steuerung der Schubabschaltung wird nicht aktiv, da die Vorgehensweise bei der Parameteridentifikation quasistationäres Betriebsverhalten voraussetzt.

Die Lambdaregelung sowie die Adaption der Lambdaregelung versucht, bei Anregung des Luft- bzw. Kraftstoffpfads das Gemisch auf den stöchiometrischen Wert zu korrigieren und muß deshalb ausgeschaltet werden. Das gleiche gilt für die Kompensation der Wandfilmdynamik, die das zu identifizierende Streckenverhalten korrigieren würde.

Die Batteriespannungskorrektur wird, wie in Kapitel 3.4.1 gezeigt wurde, für die Korrektur der Einspritzventilkennlinie benötigt. Daraus folgt, daß folgende zwei Funktionen zusätzlich deaktiviert werden müssen:

- Lambdaregelung sowie adaptive Lambdaregelung,
- Kompensation der Wandfilmdynamik.

3.7.7 Verminderung der Störgrößeneinflüsse für die Parameteridentifikation

Für die Anwendung der Identifikation des Luft- und Kraftstoffpfads kann der Störgrößeneinfluß einzelner vorher dargestellter Effekte eliminiert bzw. minimiert werden. Vollständig eliminiert werden können folgende Einflüsse durch das Abschalten einer Steuerung bzw. Regelung durch eine veränderte Bedatung im Entwicklungssteuergerät:

- Tankentlüftung,
- äußere AGR,
- Eingriff anderer Steuerungen und Regelungen in den Luft- und Kraftstoffpfad,
 - Lambdaregelung
 - Kompensation der Wandfilmdynamik
- Nacheinspritzung.

Für die Effekte der inneren AGR und der Leckluft bleibt ein Resteinfluß erhalten. Der Leckluftanteil ist durch die konstruktive Realisierung des Ansaugtrakts des verwendeten Aggregates nach der Überprüfung der Verbindungen zu vernachlässigen. Die innere AGR wirkt sich mit einem maximalen Fehler, wie in Abbildung 3.26 gezeigt, aus.

3.8 Zusammenfassung

In diesem Kapitel konnte die Ableitung der Modelle für den Luft- und Kraftstoffpfad dargestellt werden, die für die spätere Identifikation benötigt werden. Weiterhin konnten die relevanten Effekte auf das Gesamtstreckenverhalten untersucht und daraus die nötigen Schlußfolgerungen für die Minimierung des Einflusses auf das Lambdasignal abgeleitet werden. Im anschließenden Kapitel soll die Identifizierbarkeit der betrachteten Modelle dargestellt werden.

4 Identifizierbarkeit

Die fundamentale Frage, die sich bei jeder Parameteridentifikation stellt ist: Sind die Parameter eineindeutig schätzbar von einem gegebenen Satz von Beobachtungen? Wenn dies der Fall ist, dann und nur dann ist das System identifizierbar. In der gängigen Literatur sind diverse Ansätze zur Bestimmung der Identifizierbarkeit zu finden. Hier werden einige Ansätze von Autoren vorgestellt:

- **Wahrscheinlichkeitstheoretischer Ansatz**
Identifizierbarkeit ist von Bowden [6] durch die Eineindeutigkeit der Wahrscheinlichkeitsverteilungsdichtefunktion in der Nachbarschaft eines speziellen Wertes eines Zufallsvektors definiert.
- **Konvergenzkriterium**
Identifizierbarkeit wird von Tse und Anton [29] dadurch festgelegt, daß ein Schätzer in irgendeinem Konvergenzkriterium, d.h. in Wahrscheinlichkeit oder im quadratischen Mittel, konvergiert.
- **Least-Squares Identifizierbarkeit**
Dieser Identifizierbarkeitsansatz, laut Bellman und Aström [4], erfordert, daß eine Kostenfunktion $V(\underline{\theta})$, die quadratische Fehlerterme beinhaltet, konvergiert.
- **Ausgangssensitivitätsanalyse**
Der Ansatz von Grewal und Glover [9] definiert die Identifizierbarkeit in Abhängigkeit von Ausgangssensitivitäten.

Der wahrscheinlichkeitstheoretische Ansatz setzt die Kenntnis der Verteilungsdichtefunktion in Bezug auf die unbekannt Parameter voraus und diese ist in einer realen Anwendung nicht bekannt. Diese Vorgehensweise ist einsetzbar für die Untersuchung von Parameterschätzverfahren, wenn das Modellverhalten als vollständig bekannt vorausgesetzt wird. Dies führt hin auf das Verfahren der Sensitivitätsanalyse mit Ambiguity Funktionen, dargestellt von Maybeck [22].

Die beiden mittleren Ansätze beinhalten die Problematik, daß die Beurteilung des zu untersuchenden Verfahrens an der Konvergenz des Schätzverfahrens hängt. Eine Aussage kann erst nach dem Einsatz eines Schätzverfahrens getroffen werden und problematische Komponenten und Parameter können durch diese Vorgehensweise nicht lokalisiert werden.

Die Ausgangssensitivitätsanalyse bietet hierzu den Vorteil, daß man mit dem zu parametrierenden Modell vorab eine Aussage über die Randbedingungen der Identifizierbarkeit treffen kann. Aus diesem Grund wird in den nachfolgenden Punkten dieses Verfahren für die dynamische Gemischbildung näher betrachtet.

4.1 Ausgangssensitivitätsanalyse

Für die Darstellung der Ausgangssensitivitätsanalyse wird in einem ersten Schritt der Zusammenhang für die Markov-Parameter eingeführt. Anschließend wird die Sensitivitätsanalyse betrachtet.

Eine Möglichkeit, die Markov-Parameter h_i zu bestimmen, ist die Aufstellung der Übertragungsfunktion des LTI-Systems.

$$\mathcal{H}(z) = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} + \dots + b_n \cdot z^{-n}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2} + \dots + a_n \cdot z^{-n}} \quad (4.1)$$

$$= h_0 + h_1 \cdot z^{-1} + h_2 \cdot z^{-2} + \dots + h_n \cdot z^{-n} \quad (4.2)$$

Durch Multiplikation der beiden Gleichungen (4.1) und (4.2) mit dem Nenner von Gleichung (4.1) und anschließendem Koeffizientenvergleich im Bezug auf die Potenzen von z^{-1} findet man die Gleichungen für die Markov-Parameter h_i :

$$\begin{aligned} h_0 &= b_0 \\ h_1 &= b_1 - a_1 \cdot h_0 \\ h_2 &= b_2 - a_1 \cdot h_1 - a_2 \cdot h_0 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} h_n &= b_n - a_1 \cdot h_{n-1} - \dots - a_n \cdot h_0 \\ h_{n+1} &= -a_1 \cdot h_n - \dots - a_n \cdot h_1 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Die Ausgangssensitivitätsanalyse ist ein Verfahren, das die Identifizierbarkeit der Parameter in der Form von Ausgangssensitivitäten definiert. Das bedeutet, daß unter der Annahme eines nominalen Parametervektors $\underline{\theta}_0$ Parameteränderungen Ausgangssignale erzeugen, die sich vom nominalen Ausgangssignal unterscheiden. Dieser Zusammenhang läßt sich für die Parametervariation $\underline{\theta}_1$ folgendermaßen darstellen:

$$y(\underline{\theta}_1) \neq y(\underline{\theta}_0) \quad (4.5)$$

Die Beschreibung der diskreten Sprungantwort des nominalen Parametervektors kann durch die Zusammenfassung der Markov-Parameter in einem Vektor realisiert werden.

$$\underline{h}(\underline{\theta}_0) = [h_0(\underline{\theta}_0) \quad h_1(\underline{\theta}_0) \quad \dots \quad h_{n+1}(\underline{\theta}_0)] \quad (4.6)$$

Die Abweichung von der nominalen Sprungantwort kann durch folgende lineare Approximation erster Ordnung dargestellt werden:

$$\underline{h}(\underline{\theta}) - \underline{h}(\underline{\theta}_0) \approx \left. \frac{\partial \underline{h}}{\partial \underline{\theta}} \right|_{\underline{\theta}_0} \cdot \Delta \underline{\theta} \quad \text{mit} \quad \Delta \underline{\theta} = \underline{\theta} - \underline{\theta}_0 \quad (4.7)$$

Die Gleichung (4.7) kann so gedeutet werden, daß alle von null verschiedenen Abweichungen des Parametervektors $\Delta \underline{\theta}$ bemerkbare Änderungen des Ausgangsverhaltens garantieren, wenn die Sensitivitätsmatrix nicht dem Nullvektor entspricht.

Diese Tatsache führt zu folgendem Kriterium, daß von Grewal und Glover in [9] angegeben wurde:

Die unbekannt Parameter in Verbindung mit dem zugehörigen Ein-/Ausgangspaaren in einem LTI-System n-ter Ordnung sind lokal identifizierbar, wenn die Sensitivitätsmatrix S vollen Rang besitzt.

$$S \equiv \frac{\partial h_{2n}}{\partial \theta} \quad \text{mit der Dimension } (2n + 1) \times n_{\theta}$$

Das Kriterium von Grewal und Glover benötigt die Auswertung der ersten $2n+1$ Markov-Parameter. Der Grund ist, daß ein System n-ter Ordnung genau $2n + 1$ Koeffizienten $b_0 \cdots b_n, a_1 \cdots a_n$ enthält.

Bei nichtlinearen Systemen kann eine Linearisierung um den Arbeitspunkt durchgeführt werden. Anschließend untersucht man das Kriterium für das erhaltene LTI-System.

4.1.1 Linearisierung des Gesamtmodells

Das in Kapitel 3.6.3 hergeleitete nichtlineare Gesamtmodell kann nun um das aktuelle Lambda linearisiert werden. Zur Anwendung der Identifizierbarkeit muß eine Linearisierung des nichtlinearen Zusammenhangs aus Gleichung 3.100 durchgeführt werden.

$$\lambda_{zyl}(k) = \frac{t_{inj_luft_zyl}(k)}{t_{inj_kraft_zyl}(k)} \quad (4.8)$$

Dies führt zu folgendem Zusammenhang mit der Anwendung des totalen Differentials:

$$\begin{aligned} \lambda_{zyl}(k) \approx \lambda_{zyl}(k-1) &+ \left. \frac{\partial \lambda_{zyl}}{\partial t_{inj_luft_zyl}} \right|_{\lambda_{zyl}(k-1)} \cdot \Delta t_{inj_luft_zyl}(k) \\ &+ \left. \frac{\partial \lambda_{zyl}}{\partial t_{inj_kraft_zyl}} \right|_{\lambda_{zyl}(k-1)} \cdot \Delta t_{inj_kraft_zyl}(k) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Setzt man nun die partiellen Ableitungen des nichtlinearen Zusammenhangs ein, ergibt sich der folgende Zusammenhang für das linearisierte Gesamtmodell:

$$\begin{aligned} \lambda_{zyl}(k) = \lambda_{zyl}(k-1) &+ \frac{1}{t_{inj_kraft_zyl}(k-1)} \cdot \Delta t_{inj_luft_zyl}(k) \\ &- \frac{t_{inj_luft_zyl}(k-1)}{t_{inj_kraft_zyl}(k-1)^2} \cdot \Delta t_{inj_kraft_zyl}(k) \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\text{mit} \quad \Delta t_{inj_luft_zyl}(k) = t_{inj_luft_zyl}(k) - t_{inj_luft_zyl}(k-1) \quad (4.11)$$

$$\Delta t_{inj_kraft_zyl}(k) = t_{inj_kraft_zyl}(k) - t_{inj_kraft_zyl}(k-1) \quad (4.12)$$

Mit der dargestellten Linearisierung ist es möglich, das Gesamtmodell der dynamischen Gemischbildung in zwei unabhängige Pfade, den Luft- sowie den Kraftstoffpfad, aufzuteilen. Dadurch können die linearen Anteile für die Sensitivitätsanalyse getrennt betrachtet werden.

Das in der Abbildung 3.18 in Kapitel 3.6.2 dargestellte Gesamtmodell für den Luftpfad kann auch in Form folgender zeitdiskreter Übertragungsfunktion beschrieben werden:

$$\mathcal{H}_{\text{luft}}(z) = \frac{b_{2+n_d} \cdot z^{-2} + b_{3+n_d} \cdot z^{-3}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2}} \cdot z^{-n_d} \quad (4.13)$$

Das Luftpfadmodell besitzt folgende Zusammenhänge für $n_d = 1$:

$$b_3 = (1 - \gamma_s) \cdot \gamma_1 \quad (4.14)$$

$$b_4 = (1 - \gamma_s) \cdot \gamma_2 \quad (4.15)$$

$$a_1 = -(\gamma_0 + \gamma_s) \quad (4.16)$$

$$a_2 = \gamma_0 \cdot \gamma_s \quad (4.17)$$

Für den Kraftstoffpfad kann analog für das in der Abbildung 3.19 in Kapitel 3.6.2 dargestellte Gesamtmodell die folgende Übertragungsfunktion aufgestellt werden:

$$\mathcal{H}_{\text{kraft}}(z) = \frac{b_{1+n_d} \cdot z^{-1} + b_{2+n_d} \cdot z^{-2} + b_{3+n_d} \cdot z^{-3} + b_{4+n_d} \cdot z^{-4}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2} + a_3 \cdot z^{-3}} \cdot z^{-n_d} \quad (4.18)$$

Für den Kraftstoffpfad gelten folgende Zusammenhänge für $n_d = 1$:

$$b_2 = c \cdot \gamma_1 \quad (4.19)$$

$$b_3 = [a + b - c \cdot (\alpha + \beta)] \cdot \gamma_1 + c \cdot \gamma_2 \quad (4.20)$$

$$b_4 = [c \cdot \alpha \cdot \beta - a \cdot \beta - b \cdot \alpha] \cdot \gamma_1 + [a + b - c \cdot (\alpha + \beta)] \cdot \gamma_2 \quad (4.21)$$

$$b_5 = [\alpha \cdot \beta - a \cdot \beta - b \cdot \alpha] \cdot \gamma_2 \quad (4.22)$$

$$a_1 = -(\alpha + \beta + \gamma_0) \quad (4.23)$$

$$a_2 = \alpha \cdot \beta + (\alpha + \beta) \cdot \gamma_0 \quad (4.24)$$

$$a_3 = -\alpha \cdot \beta \cdot \gamma_0 \quad (4.25)$$

Weiterhin sind für beide lineare Teilmodelle folgende Zusammenhänge gültig:

$$\gamma_a = e^{-\frac{T}{\tau_s}} \quad (4.26)$$

$$\gamma_0 = e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}} \quad (4.27)$$

$$\gamma_1 = 1 - e^{-\frac{(1-m)T}{\tau_\lambda}} = 1 - \gamma_0^{1-m} \quad (4.28)$$

$$\gamma_2 = e^{-\frac{(1-m)T}{\tau_\lambda}} - e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}} = 1 - \gamma_0 - \gamma_1 \quad (4.29)$$

$$t_d = (n_d + m) \cdot T \quad (4.30)$$

4.1.2 Luftpfad

Für den Luftpfad sind die unbekannt Parameter γ_s , γ_0 , γ_1 und γ_2 . Daraus ergibt sich der Parametervektor $\underline{\theta}$ und der Parametervektor \underline{q} der Übertragungsfunktion zu:

$$\underline{\theta} = [\gamma_s \quad \gamma_0 \quad \gamma_1 \quad \gamma_2]^T \quad \text{und} \quad \underline{q} = [a_1 \quad a_2 \quad b_3 \quad b_4]^T \quad (4.31)$$

Die abgeleitete Übertragungsfunktion des Luftpfads in Gleichung (4.13) besitzt nur vier Koeffizienten, die nicht von Null verschieden sind. Daher muß die Sensitivitätsmatrix vom Rang 4 sein. Die Matrix $\frac{\partial h}{\partial \underline{\theta}}$ ist quadratisch und darf nicht singulär werden, um das Kriterium zu erfüllen. Für die Analyse wird die Sensitivitätsmatrix in zwei Anteile zerlegt.

$$S = \frac{\partial h_{2n}}{\partial \underline{\theta}} = \frac{\partial h}{\partial \underline{q}} \cdot \frac{\partial \underline{q}}{\partial \underline{\theta}} \quad (4.32)$$

Damit S vollen Rang besitzt, müssen beide Anteile $\frac{\partial h}{\partial \underline{q}}$ und $\frac{\partial \underline{q}}{\partial \underline{\theta}}$ vollen Rang besitzen. Mit dem Zusammenhang aus Gleichung (4.3) ergeben sich die Markov-Parameter für den Luftpfad:

$$h_3 = b_3 \quad (4.33)$$

$$h_4 = b_4 - a_1 \cdot h_3 \quad (4.34)$$

$$h_5 = -a_1 \cdot h_4 - a_2 \cdot h_3 \quad (4.35)$$

$$h_6 = -a_1 \cdot h_5 - a_2 \cdot h_4 \quad (4.36)$$

In der äquivalenten Vektordarstellung ergibt sich:

$$\underline{h} = M \cdot \underline{q} \quad (4.37)$$

$$\begin{bmatrix} h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -h_3 & 0 & 0 & 1 \\ -h_4 & -h_3 & 0 & 0 \\ -h_5 & -h_4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Für die partielle Ableitung nach \underline{q} ergibt sich für den ersten Term in Gleichung (4.32):

$$\frac{\partial \underline{h}}{\partial \underline{q}} = M \quad (4.39)$$

Damit $\frac{\partial h}{\partial \underline{q}}$ nicht singulär wird, muß die Determinante von $M \neq 0$ sein. Für die Determinante ergibt sich dann folgender Zusammenhang:

$$|M| = h_4^2 - h_3 \cdot h_5 = b_4^2 - a_1 \cdot b_3 \cdot b_4 + a_2 \cdot b_3^2 \quad (4.40)$$

Damit die Determinante von M ungleich Null ist, muß der folgende Ausdruck von Null verschieden sein:

$$(1 - \gamma_s)^2 [(\gamma_0 + \gamma_s)(1 - \gamma_0^{1-m})(\gamma_0^{1-m} - \gamma_0) + \gamma_0 \gamma_s (1 - \gamma_0^{1-m})^2 + (\gamma_0^{1-m} - \gamma_0)^2] \quad (4.41)$$

Damit der zweite Term in (4.32) vollen Rang besitzt muß die Determinante der Matrix $\frac{\partial q}{\partial \theta}$ ungleich Null sein. Die Determinante ergibt sich zu:

$$(1 - \gamma_s)^2 \cdot [\gamma_0 - \gamma_s] \quad (4.42)$$

Zur Parameteridentifikation müssen mit den Beziehungen (4.41) und (4.42) folgende Bedingungen erfüllt sein:

$$\left. \begin{array}{l} \gamma_s = e^{-\frac{T}{\tau_s}} \neq 1 \Rightarrow \tau_s < \infty \\ \gamma_s = e^{-\frac{T}{\tau_s}} \neq 0 \Rightarrow \tau_s > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 < \tau_\lambda < \infty$$

$$\left. \begin{array}{l} \gamma_0 = e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}} \neq 1 \Rightarrow \tau_\lambda < \infty \\ \gamma_0 = e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}} \neq 0 \Rightarrow \tau_\lambda > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 < \tau_s < \infty$$

$$\left. \begin{array}{l} m = \frac{t_d}{T} - n_d \neq 0 \Rightarrow t_d \neq n_d \cdot T \\ m = \frac{t_d}{T} - n_d \neq 1 \Rightarrow t_d \neq (n_d + 1) \cdot T \\ 0 < m < 1 \quad \text{aus Gl. (3.62)} \end{array} \right\} \Rightarrow n_d \cdot T < t_d < (n_d + 1) \cdot T$$

$$e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}} \neq e^{-\frac{T}{\tau_s}} \Rightarrow \tau_s \neq \tau_\lambda$$

Zusammenfassend ist der Parametervektor $\underline{\theta}_{\text{luff}} = [\tau_s, t_d]^T$ sensitivitätsidentifizierbar, wenn

1. Die Totzeit t_d nicht gleich einem Vielfachen der Abtastrate T ist,
2. τ_s und τ_λ ungleich Null und endlich sind und
3. τ_s und τ_λ verschieden sind.

4.1.3 Kraftstoffpfad

Die abgeleitete Übertragungsfunktion des Kraftstoffpfads in Gleichung (4.18) besitzt sieben Koeffizienten, die nicht von Null verschieden sind. Daher muß die Sensitivitätsmatrix vom Rang sieben sein. Mit dem Zusammenhang aus Gleichung (4.3) ergeben sich die Markov-Parameter für den Kraftstoffpfad:

$$h_2 = b_2 \quad (4.43)$$

$$h_3 = b_3 - a_1 \cdot h_2 \quad (4.44)$$

$$h_4 = b_4 - a_1 \cdot h_3 - a_2 \cdot h_2 \quad (4.45)$$

$$h_5 = b_5 - a_1 \cdot h_4 - a_2 \cdot h_3 - a_3 \cdot h_2 \quad (4.46)$$

$$h_6 = -a_1 \cdot h_5 - a_2 \cdot h_4 - a_3 \cdot h_3 \quad (4.47)$$

$$h_7 = -a_1 \cdot h_6 - a_2 \cdot h_5 - a_3 \cdot h_4 \quad (4.48)$$

$$h_8 = -a_1 \cdot h_7 - a_2 \cdot h_6 - a_3 \cdot h_5 \quad (4.49)$$

In der äquivalenten Vektordarstellung ergibt sich:

$$\underline{h} = M \cdot \underline{q} \quad (4.50)$$

$$\begin{bmatrix} h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \\ h_7 \\ h_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -h_2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -h_3 & -h_2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -h_4 & -h_3 & -h_2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -h_5 & -h_4 & -h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -h_6 & -h_5 & -h_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -h_7 & -h_6 & -h_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Damit $\frac{\partial h}{\partial \underline{q}}$ nicht singular wird, muß die Determinante von $M \neq \underline{0}$ sein. Für die Determinante ergibt sich dann folgender Zusammenhang:

$$|M| = -h_5^3 - 2h_4 \cdot h_5 \cdot h_6 - h_4^2 \cdot h_7 - h_3 \cdot h_6^2 + h_3 \cdot h_4 \cdot h_7 \quad (4.52)$$

Das dargestellte Gleichungssystem ist analytisch nicht mehr lösbar, da im Kraftstoffpfad sieben Parameter benötigt werden. Daher ist es nicht möglich, eine Sensitivitätsidentifizierbarkeit für den Kraftstoffpfad auf diesem Wege darzustellen. Für die Darstellung der Identifizierbarkeit des Kraftstoffpfads muß ein anderes Verfahren ausgewählt werden. Denkbar ist der Einsatz des Verfahrens des Konvergenzkriteriums [6] oder der Least-Squares Identifizierbarkeit [4], die auf dem Grundsatz der Untersuchung des Konvergenzverhaltens des Parameterschätzers beruhen. Allerdings ist diese Vorgehensweise erst nach der Untersuchung der Parameterschätzverfahren im Kapitel 5 möglich.

4.2 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde die Identifizierbarkeit der dynamischen Gemischbildung mit Hilfe der Ausgangssensitivitätsanalyse dargestellt. Für den Luftpfad konnten die Randbedingungen für eine Identifizierbarkeit abgeleitet werden. Das Verfahren der Ausgangssensitivitätsanalyse konnte für den Kraftstoffpfad nicht erfolgreich angewendet werden, da sich bei der Überprüfung der Sensitivitätsmatrix auf vollen Rang ein für die Parameter nicht mehr analytisch lösbarer Zusammenhang ergibt. Aus diesem Grund ist die Identifizierbarkeit des Kraftstoffpfads mit den Verfahren, die das Konvergenzverhalten beurteilen, nach der Untersuchung der Parameterschätzverfahren im Kapitel 5 analysiert worden. Die Ergebnisse sind im Anhang 10.2 dargestellt.

5 Lineare Parameteridentifikationsverfahren

In den nächsten beiden Kapiteln werden Verfahren zur Identifikation der Parameter der dynamischen Streckenanteile untersucht. Für die Untersuchungen sind die abgeleiteten Modelle zur Identifikation aus Kapitel 3.6 mit synthetischen Daten eingesetzt worden. Dieses Kapitel wird die linearen Identifikationsverfahren betrachten. Im Anschluß werden im Kapitel 6 die nichtlinearen Verfahren vorgestellt. Wie im Kapitel 2.1.2 definiert, bezieht sich diese Aussage auf die Linearität bzw. Nichtlinearität des zugrundeliegenden Modells.

Die linearen Parameteridentifikationsverfahren sind in reine Parameterschätzer und Parameter- und Zustandsschätzverfahren unterteilt worden.

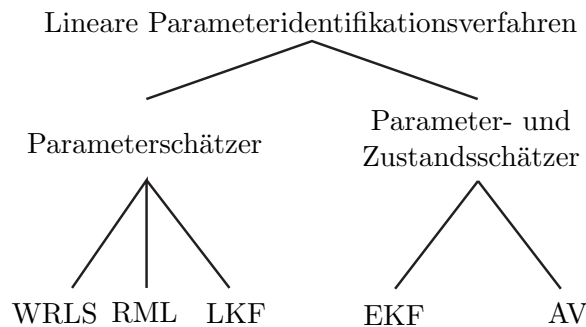


Abbildung 5.1: Lineare Parameteridentifikationsverfahren

Diese Arbeit wird sich ausschließlich mit rekursiven Verfahren beschäftigen. Die verwendeten rekursiven Verfahren für die Parameterschätzung sind:

- Weighted Recursive Least-Squares (WRLS),
- Recursive Maximum-Likelihood (RML),
- Lineares Kalman-Filter (LKF).

Für die gleichzeitige rekursive Parameter- und Zustandsschätzung ist eine adaptive sowie eine nichtadaptive Vorgehensweise möglich:

- Extended Kalman-Filter (EKF),
- Adaptive Verfahren (AV).

Die aus den reinen Parameterschätzern sowie den Parameter- und Zustandsschätzern resultierenden Verfahren werden in den folgenden beiden Unterkapiteln vorgestellt.

5.1 Parameterschätzung

Die reine Parameterschätzung ist die Vorgehensweise, die in der gängigen Literatur mit dem Begriff Systemidentifikation bezeichnet wird und z. B. von Ljung und Söderström in [19] dargestellt wird. Zur Beschreibung der Parameterschätzer wird nur die linearen zeitdiskreten Modelldarstellungen aus Kapitel 2.1 verwendet. Ausgangspunkt ist die Übertragungsfunktion in (2.6) bzw. die Differenzgleichung in (2.4). Der Ablauf des Schätzverfahrens wird anhand des Blockschaltbilds des Fehlermodells in Abbildung 5.2 erläutert.

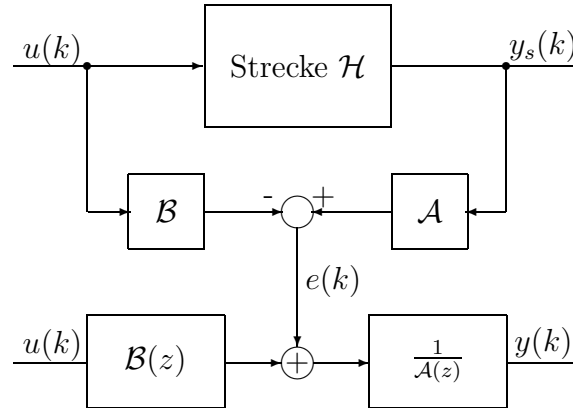


Abbildung 5.2: Blockschaltbild des Fehlermodells

Die Übertragungsfunktion der Strecke wird hierzu folgendermaßen in ein Zähler- und Nennerpolynom zerlegt:

$$\mathcal{H}(z) = \frac{\mathcal{B}(z)}{\mathcal{A}(z)} \quad (5.1)$$

In diesem Modellansatz entspricht der Zähler $\mathcal{B}(z) = \sum_{i=0}^m b_i \cdot z^{-i}$ und der Nenner $\mathcal{A}(z) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot z^{-i}$. Das Streckenverhalten kann dann aus einem Fehler $e(k)$ und der gewählten Modelldarstellung nach folgendem Zusammenhang, wie im Fehlermodell in Abbildung 5.2 dargestellt, im Z -Bereich rekonstruiert werden.

$$\mathcal{Y}(z) = \frac{\mathcal{B}(z) \cdot \mathcal{U}(z) + \mathcal{E}(z)}{\mathcal{A}(z)} \quad (5.2)$$

$$\text{mit} \quad \mathcal{E}(z) = \mathcal{A}(z) \cdot \mathcal{Y}_s(z) - \mathcal{B}(z) \cdot \mathcal{U}(z) \quad (5.3)$$

Daß dabei der korrigierte Ausgang y dem Streckenverhalten y_s entspricht, wird deutlich, wenn Gleichung (5.3) in Gleichung (5.2) eingesetzt und anschließend vereinfacht wird.

$$\mathcal{Y}(z) = \mathcal{Y}_s(z) \quad (5.4)$$

Betrachtet man den vorhergehenden Zusammenhang in der Gleichung (5.2) nochmals genauer, so ist hierin im zweiten Term der Modellfehler $\mathcal{E}_{y_m}(z)$ als Differenz des Streckenausgangs und des Modellausgangs zu finden:

$$\mathcal{Y}_s(z) = \underbrace{\frac{\mathcal{B}}{\mathcal{A}} \cdot \mathcal{U}(z)}_{\mathcal{Y}_m} + \underbrace{\mathcal{Y}_s(z) - \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{A}} \cdot \mathcal{U}(z)}_{\mathcal{E}_{y_m}(z)} \quad (5.5)$$

$$\mathcal{E}_{y_m}(z) = \mathcal{Y}_s(z) - \mathcal{Y}_m(z) \quad (5.6)$$

Der erste Term entspricht dem Modellausgang, so daß sich für den Ausgang \mathcal{Y}_s der folgende Zusammenhang ergibt:

$$\mathcal{Y}_s(z) = \mathcal{Y}_m(z) + \mathcal{E}_{y_m}(z) \quad (5.7)$$

Ein weiterer Zusammenhang für den Modellfehler läßt sich beim Vergleich der Gleichung (5.2) und Gleichung (5.7) finden:

$$\mathcal{E}_{y_m}(z) = \frac{1}{\mathcal{A}} \cdot \mathcal{E}(z) \quad (5.8)$$

Nach Rücktransformation von Gleichung (5.7) ergibt sich die Differenzgleichung:

$$y_s(k) = y_m(k) + e_{y_m}(k) \quad (5.9)$$

Für die Abweichung $e_{y_m}(k)$ des Modells vom realen Systemverhalten können folgende drei Ursachen zugrundeliegen:

- Störgröße, die am Ausgang sichtbar ist,
- nichtmodellerte Dynamiken,
- Fehler durch falsch parametrisiertes Modell.

Für die erste Ursache wird angenommen, daß der Einfluß der Störgrößen am Eingang und Ausgang des Systems vernachlässigt werden kann. Weiterhin wird für die zweite Ursache vorausgesetzt, daß die Modellierungstiefe hinreichend ist, um die Systemdynamik im Modell abzubilden. Dann ist nur noch die dritte Ursache gültig. Für diesen Fall ist das Modell falsch parametrisiert und das Systemverhalten wird nicht richtig erfaßt, wenn ein Fehler $e(k)$ auftritt. Die Vergangenheitssequenz des Fehlers wird in einem Fehlervektor E^k zusammengefaßt.

$$E^k = [e(k) \quad e(k-1) \quad \cdots \quad e(k-N)] \quad (5.10)$$

Der eingeführte Fehlervektor E^k stellt ein Maß für die Ungenauigkeit der Identifikation dar. Bei absoluter Übereinstimmung des Modells mit dem Systemverhalten würde dieser sogar vollständig verschwinden.

Ziel einer Parameteridentifikation ist es, den Fehlervektor der Vergangenheitsgeschichte E^k anhand von Meßdaten zu minimieren. Die Minimierung dieses Fehlers im quadratischen Mittel führt zu den linearen Regressionsverfahren, als bekanntestes ist das Least-Squares Verfahren (LS) zu nennen. Die Minimierung des Fehlervektors der Vergangenheitsequenz E^k ist gleichbedeutend mit der Minimierung des Gütefunktionals V im Bezug auf die unbekannt Parameter $\underline{\theta}$.

$$V_k(\underline{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{i=k-N}^k e(i)^2 = \frac{1}{N} E^k \cdot E^{kT} = \frac{1}{N} \|E^k\|^2 \quad (5.11)$$

Zur Lösung kann der Regressionsansatz gewählt werden. Für die Annahme eines falsch parametrisierten Modells und zusätzlich nicht vernachlässigbarer Ein- und Ausgangsrauschprozesse wird eine Überlagerung beider Effekte im Fehlersignal e sichtbar. Zur Berücksichtigung beider Komponenten muß der vorher dargestellte Ansatz der linearen Regression um die Modellierung der Rauschanteile erweitert werden. Dies führt zur gängigen Realisierung für Parameterschätzverfahren mit dem Regressionsansatz und dem Hilfsvariablenverfahren. Im folgenden wird als erstes die allgemeine Vorgehensweise der Linearen Regression und die daraus abzuleitenden Algorithmen dargestellt. Anschließend wird die Schätzung zeitveränderlicher Parameter und das Hilfsvariablenverfahren für nicht vernachlässigbare Ein- und Ausgangsrauschkomponenten betrachtet.

Lineare Regression und Zustandsschätzung

Zum einen kann das zu lösende Schätzproblem als eine lineare Regressionsaufgabe betrachtet werden. Hierfür kann die Darstellung im Regressionsmodell nach Gleichung (5.12) gewählt werden:

$$y(k) = \underline{\varphi}(k)^T \cdot \underline{\theta}(k) + e(k) \quad (5.12)$$

Dies führt zu den in der Literatur zu findenden Regressionsverfahren, wie z.B. WRLS und RML. Andererseits kann die Parameterschätzung als nichts anderes als eine reine Zustandsschätzung aufgefaßt werden. Zur korrekten Schreibweise der Schätzung der Parameter wird die folgende stochastische Zustandsraumdarstellung in den Gleichungen (5.13)-(5.16) gewählt, die mit einem stochastischen Beobachteransatz mit LKF realisiert werden kann:

$$\underline{x}(k+1) = \underline{x}(k) + \underline{w}(k) \quad (5.13)$$

$$y(k) = C \cdot \underline{x}(k) + v(k) \quad (5.14)$$

$$C = [-Y^k \quad U^k] \quad (5.15)$$

$$\underline{x} = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_m \quad b_0 \quad b_1 \quad \cdots \quad b_n]^T \quad (5.16)$$

Dies bedeutet, daß der zu schätzende Parametervektor als Zustandsvektor und die Vergangenheitsgeschichte der Eingangs- und Ausgangszusammenhänge in den Beobachtungen modelliert werden.

Die besondere Form des Beobachtungsvektors wird auch häufig als Regressionsvektor $\underline{\varphi}$ bezeichnet. Dieser kann mit den folgenden Zusammenhängen für das Regressionsmodell in der Gleichung (5.12) bestimmt werden:

$$\underline{\varphi} \hat{=} C^T = [-Y^k \quad U^k]^T \quad (5.17)$$

$$\underline{\theta} \hat{=} \underline{x} = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_m \quad b_0 \quad b_1 \quad \cdots \quad b_n]^T \quad (5.18)$$

Die Minimierung des vorher beschriebenen Gütefunktional in Gleichung (5.11) übernimmt dann das Regressionsfilter bzw. der Zustandsschätzer. Zur Lösung dieser Aufgabe werden folgende drei Verfahren, wie von Ljung und Söderström [19] dargestellt, gegenübergestellt. Dies sind zum einen die beiden Regressionsverfahren mit WRLS und RML und zum anderen ein stochastischer Beobachter mit LKF.

5.1.1 Verfahren mit Recursive Maximum-Likelihood

Ausgangspunkt für die Herleitung ist die Annahme einer ARMAX-Modellstruktur, wie in Gleichung (2.42) hergeleitet. Daraus ergibt sich nach Umformung der folgende Zusammenhang:

$$\mathcal{A}(z) \cdot \mathcal{Y}(z) - \mathcal{B}(z) \cdot \mathcal{U}(z) = \mathcal{C}(z) \cdot \mathcal{W}(z) \quad (5.19)$$

Die Übertragungsfunktion $\mathcal{C}(z)$ besitzt die gleiche Form der Beziehung in (2.40):

$$\mathcal{C}(z) = 1 + c_1 \cdot z^{-1} + \cdots + c_o \cdot z^{-o} \quad (5.20)$$

Führt man nun das ARMAX-Modell in Gleichung (5.19) in das Fehlermodell in Gleichung (5.3) über, dann ergibt sich der folgende Zusammenhang für den Fehlervektor:

$$\mathcal{E}(z) = \mathcal{C}(z) \cdot \mathcal{W}(z) \quad (5.21)$$

Das gegebene Modell kann nun mit dem Regressionsansatz aus Gleichung (5.12) beschrieben werden und es ergeben sich folgende Zusammenhänge für das Regressionsmodell, den Regressionsvektor und den Parametervektor:

$$y(k) = \underline{\varphi}^T(k) \cdot \underline{\theta}(k) + e(k) \quad \text{mit} \quad \underline{\varphi}(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ \vdots \\ -y(k-n) \\ u(k) \\ \vdots \\ u(k-m) \\ e(k-1) \\ \vdots \\ e(k-o) \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{\theta}(k) = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_0 \\ \vdots \\ b_m \\ c_1 \\ \vdots \\ c_o \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Mit den dargestellten Zusammenhängen kann nun der Schätzalgorithmus nach dem Verfahren mit Recursive Maximum-Likelihood dargestellt werden. Nach der Rückführung auf das Regressionsmodell muß zur Schätzung des Parametervektors das Gütefunktional in Gleichung (5.11) minimiert werden. Für eine rekursive Lösung kann der Ansatz einer genäherten Lösung gewählt werden. Hierzu wird das Gütefunktional $V(\underline{\theta})$ mit einer Taylorreihenentwicklung um $\hat{\underline{\theta}}(k-1)$ dargestellt und es ergibt sich der Zusammenhang:

$$V_k(\underline{\theta}) = V_k(\hat{\underline{\theta}}(k-1)) + V_k'(\hat{\underline{\theta}}(k-1)) \cdot [\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}(k-1)] + \frac{1}{2} \cdot [\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}(k-1)]^T \cdot V_k''(\hat{\underline{\theta}}(k-1)) \cdot [\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}(k-1)] + \text{h.o.t.} \quad (5.23)$$

$$\text{mit h.o.t.} \hat{=} \text{high order terms} \quad (5.24)$$

Durch das Aufsuchen des Maximums des dargestellten Gütefunktionals (5.23) in Abhängigkeit von $\underline{\theta}$ ergibt sich dann nach der Umformung im Anhang 10.3 die Darstellung:

$$\hat{\underline{\theta}}(k) = \hat{\underline{\theta}}(k-1) - [V_k''(\hat{\underline{\theta}}(k-1))]^{-1} \cdot V_k'(\hat{\underline{\theta}}(k-1))^T + \text{h.o.t.} \quad (5.25)$$

Wenn die negative Differentiation des Fehlers $e(k, \underline{\theta})$ nach dem Parametervektor $\underline{\theta}$ als Spaltenvektor $\underline{\psi}$ eingeführt wird, kann die Ableitung der Näherung des Gütefunktionals in eine rekursive Schreibweise überführt werden:

$$V_k'(\underline{\theta})^T = - \sum_{i=1}^k \underline{\psi}(k, \underline{\theta}) \cdot e(k, \underline{\theta}) = V_{k-1}'(\underline{\theta})^T - \underline{\psi}(k, \underline{\theta}) \cdot e(k, \underline{\theta}) \quad (5.26)$$

$$\text{mit } \underline{\psi}(k, \underline{\theta}) \hat{=} \left[- \frac{\partial e(k, \underline{\theta})}{\partial \underline{\theta}} \right] \quad (5.27)$$

Differenziert man Gleichung (5.26) nochmals, so ergibt sich:

$$V_k''(\underline{\theta}) = V_{k-1}''(\underline{\theta}) + \underline{\psi}(k, \underline{\theta}) \cdot \underline{\psi}(k, \underline{\theta})^T + e''(k, \underline{\theta}) \cdot e(k, \underline{\theta}) \quad (5.28)$$

Hierin entspricht $e''(k, \underline{\theta})$ der zweiten Ableitung des Vektors von $e(k, \underline{\theta})$. Um eine Lösung für den Zusammenhang in Gleichung (5.25) zu finden, werden folgende Vereinfachungen eingeführt:

- Mit der Annahme, daß der nächste Schätzwert von $\hat{\underline{\theta}}(k)$ in der Nachbarschaft von $\hat{\underline{\theta}}(k-1)$ liegt, gilt:
 \Rightarrow Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung (h.o.t) in Gleichung (5.25),
 $\Rightarrow V_k''(\hat{\underline{\theta}}(k)) = V_k''(\hat{\underline{\theta}}(k-1))$ (Dies ist eine hinreichende Näherung für große k).
- Mit der weiteren Annahme, daß $\hat{\underline{\theta}}(k-1)$ wirklich der optimale Schätzwert zum Zeitpunkt $k-1$ ist, führt dies dazu, daß $V_{k-1}'(\hat{\underline{\theta}}(k-1)) = 0$ ist.
- Mit der abschließenden vereinfachenden Annahme $e''(k, \hat{\underline{\theta}}(k-1)) \cdot e(k, \hat{\underline{\theta}}(k-1)) = 0$ fällt der letzte Term in Gleichung (5.28) weg.

Die Begründung für die letzte Vereinfachung ist, daß nahe zum wahren Parameterschätzwert $\hat{\underline{\theta}}$ die Fehlersequenz $e(k, \hat{\underline{\theta}})$ annähernd weiß ist, so daß diese Sequenz als mittelwertfrei und somit unabhängig von der Vergangenheitsgeschichte bis zum Zeitpunkt $k - 1$ angenommen werden kann. Im Speziellen würde der Zusammenhang dann unabhängig von der zweiten partiellen Ableitung sein:

$$e''(k, \hat{\underline{\theta}}) = \frac{\partial^2 \hat{y}(k|\underline{\theta})}{\partial \underline{\theta}^2} \quad (5.29)$$

Der erwartete Wert der diskutierten Vereinfachung ist dann annähernd gleich null, so daß der letzte Term in Gleichung (5.28) um eine Größenordnung geringeren Einfluß besitzt als der zweite Term.

Mit diesen Vereinfachungen kann die Gleichung (5.28) der zweiten Ableitung mit der Einführung der Schreibweise $\bar{R}(k)$ für die zweite Ableitung $V_k''(\underline{\theta})$ folgendermaßen dargestellt werden:

$$\bar{R}(k) = \bar{R}(k-1) + \underline{\psi}(k, \hat{\underline{\theta}}(k-1)) \cdot \underline{\psi}(k, \hat{\underline{\theta}}(k-1))^T \quad (5.30)$$

Mit der Darstellung $\bar{R}(k)$ wird Rechnung getragen, daß es sich bei der Näherung um den Mittelwert über N -Werte handelt. Einsetzen der zweiten Näherung in Gleichung (5.26) ergibt den folgenden Zusammenhang für die erste Ableitung:

$$V_k'(\hat{\underline{\theta}}(k-1))^T = -\underline{\psi}(k, \hat{\underline{\theta}}(k-1)) \cdot e(k, \hat{\underline{\theta}}(k-1)) \quad (5.31)$$

Mit dem Ausdruck der ersten Ableitung in Gleichung (5.31) und der Näherung für die zweite Ableitung in Gleichung (5.30) ergibt sich mit der Gleichung (5.25) die Schätzgleichung für die Parameter:

$$\hat{\underline{\theta}}(k+1) = \hat{\underline{\theta}}(k) + \bar{R}(k)^{-1} \cdot \underline{\psi}(k, \hat{\underline{\theta}}(k-1)) \cdot e(k, \hat{\underline{\theta}}(k-1)) \quad (5.32)$$

Mit (5.32) und (5.30) sind die Schätzgleichungen hergeleitet worden. Die abgeleitete Form ist für Berechnungen bedingt geeignet, da bei jeder Berechnung eine Inversion durchgeführt werden muß. Daher wird folgender Term eingeführt:

$$P(k) = \bar{R}(k)^{-1} \quad (5.33)$$

Dieser wird, wie in Gleichung (5.37) dargestellt, berechnet. Die Berechnungsvorschrift ist mit Hilfe eines Matrix-Inversions-Lemmas zu bestimmen. Die Ableitung ist im Anhang 10.4 dargestellt. Weiterhin findet man durch diese Ableitung den Zusammenhang für die Verstärkung γ in Gleichung (5.35).

Daraus ergeben sich dann die folgenden Filtergleichungen für das RML-Verfahren:

$$\underline{\psi}(k) = -\frac{\partial e[\hat{\underline{\theta}}(k), k]}{\partial \underline{\theta}} \quad (5.34)$$

$$\gamma(k) = \frac{P(k-1) \cdot \underline{\psi}(k)}{1 + \underline{\psi}(k)^T \cdot P(k) \cdot \underline{\psi}(k)} \quad (5.35)$$

$$\hat{\underline{\theta}}(k+1) = \hat{\underline{\theta}}(k) + \gamma(k) \cdot e(k) \quad (5.36)$$

$$P(k+1) = P(k) - \gamma(k) \cdot \underline{\psi}(k)^T \cdot P(k) \quad (5.37)$$

$$e(k+1) = y(k+1) - \underline{\varphi}(k+1)^T \cdot \hat{\underline{\theta}}(k) \quad (5.38)$$

$$\text{mit } \underline{\varphi}(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ \vdots \\ -y(k-n) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-m) \\ e(k-1) \\ \vdots \\ e(k-o) \end{bmatrix} \quad \underline{\psi}(k) = \begin{bmatrix} -\dot{y}(k-1) \\ \vdots \\ -\dot{y}(k-n) \\ \dot{u}(k-1) \\ \vdots \\ \dot{u}(k-m) \\ \dot{e}(k-1) \\ \vdots \\ \dot{e}(k-o) \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

Die benötigten Ableitungen des Eingangs-, Ausgangs- und Fehlervektors können mit folgenden Differenzgleichungen bestimmt werden:

$$\dot{y}(k) = y(k) - \hat{a}_1(k) \cdot \dot{y}(k-1) - \dots - \hat{a}_n(k) \cdot \dot{y}(k-n) \quad (5.40)$$

$$\dot{u}(k) = u(k) - \hat{b}_1(k) \cdot \dot{u}(k-1) - \dots - \hat{b}_m(k) \cdot \dot{u}(k-m) \quad (5.41)$$

$$\dot{e}(k) = e(k) - \hat{c}_1(k) \cdot \dot{e}(k-1) - \dots - \hat{c}_o(k) \cdot \dot{e}(k-o) \quad (5.42)$$

Die Gleichungen (5.34)-(5.42) repräsentieren das RML-Verfahren. Die Startwerte für den Algorithmus können folgendermaßen gewählt werden:

$$\hat{\underline{\theta}}(0) = \underline{\mathbf{0}} \quad (5.43)$$

$$P(0) = \alpha \cdot I \quad (5.44)$$

$$\underline{\psi}(0) = \underline{\mathbf{0}} \quad (5.45)$$

Damit ist das RML-Verfahren vollständig dargestellt worden.

5.1.2 Verfahren mit Weighted Recursive Least-Squares

Ausgangspunkt für die Herleitung des Verfahrens mit Weighted Recursive Least-Squares ist das zu minimierende Gütefunktional in Gleichung (5.11), das um einen Gewichtungsfaktor λ erweitert wird. Das Gütefunktional erhält dann die folgende Form:

$$V_k(\underline{\theta}) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \lambda_i \cdot e(i)^2 \quad (5.46)$$

Der Fehler e kann mit dem Zusammenhang des Regressionsmodells nach Gleichung (5.12) bestimmt werden. Verwendet man den Zusammenhang in Gleichung (5.12) und in Gleichung (5.46), dann kann man folgenden analytischen Zusammenhang ableiten, vorausgesetzt, die auftretende Inverse existiert:

$$\hat{\underline{\theta}}(k) = \left[\sum_{i=1}^k \lambda_i \cdot \underline{\varphi}(i) \cdot \underline{\varphi}(i)^T \right]^{-1} \cdot \sum_{i=1}^k \lambda_i \cdot \underline{\varphi}(i) \cdot y(i) \quad (5.47)$$

Dies führt zum bekannten Schätzwert des Weighted Least-Squares für eine Meßsequenz von k Werten. Um zu einer rekursiven Struktur zu gelangen, wird folgender Zusammenhang für den ersten Term in (5.47) eingeführt:

$$\bar{R}(k) = \sum_{i=1}^k \lambda_i \cdot \underline{\varphi}(i) \cdot \underline{\varphi}(i)^T \quad (5.48)$$

Mit Gleichung (5.47) ergibt sich mit der eingeführten Größe $\bar{R}(k)$ ein weiterer Zusammenhang für den zweiten Term an der Stelle $k - 1$.

$$\sum_{i=1}^{k-1} \lambda_i \cdot \underline{\varphi}(i) \cdot y(i) = \bar{R}(k-1) \cdot \hat{\underline{\theta}}(k-1) \quad (5.49)$$

Mit der Definition von $\bar{R}(k)$ kann ein dritter Zusammenhang für $k - 1$ dargestellt werden:

$$\bar{R}(k-1) = \bar{R}(k) - \lambda_k \cdot \underline{\varphi}(k) \cdot \underline{\varphi}(k)^T \quad (5.50)$$

Mit (5.47)-(5.50) kann der Parameterschätzwert wie folgt abgeleitet werden:

$$\hat{\underline{\theta}}(k) = \bar{R}(k)^{-1} \left[\sum_{i=1}^{k-1} \lambda_i \cdot \underline{\varphi}(i) \cdot y(i) + \lambda_k \cdot \underline{\varphi}(k) \cdot y(k) \right] \quad (5.51)$$

$$= \bar{R}(k)^{-1} \left[\bar{R}(k-1) \cdot \hat{\underline{\theta}}(k-1) + \lambda_k \cdot \underline{\varphi}(k) \cdot y(k) \right] \quad (5.52)$$

$$= \bar{R}(k)^{-1} \left[\bar{R}(k) \cdot \hat{\underline{\theta}}(k-1) + \lambda_k \cdot \underline{\varphi}(k) \cdot [-\underline{\varphi}(k)^T \cdot \hat{\underline{\theta}}(k-1) + y(k)] \right] \quad (5.53)$$

$$= \hat{\underline{\theta}}(k-1) + \bar{R}^{-1}(k) \cdot \underline{\varphi}(k) \cdot \lambda_k \cdot [y(k) - \underline{\varphi}(k)^T \cdot \hat{\underline{\theta}}(k-1)] \quad (5.54)$$

Für $\bar{R}(k)$ ergibt sich mit der Gleichung (5.50) die Darstellung:

$$\bar{R}(k) = \bar{R}(k-1) + \lambda_k \cdot \underline{\varphi}(k) \cdot \underline{\varphi}(k)^T \quad (5.55)$$

Wie auch beim Verfahren mit RML, beinhalten die Herleitung des Parameterschätzwertes in Gleichung (5.54) eine Inversion der Matrix \bar{R} . Mit einer analogen Vorgehensweise durch die Ausnutzung eines Matrix-Inversions-Lemmas, das für das Verfahren mit RML im Anhang 10.4 abgeleitet wurde, kann eine Darstellung mit skalarer Division von folgender Form bestimmt werden. In der Herleitung ist die Verstärkung γ durch L zu ersetzen:

$$\hat{\underline{\theta}}(k) = \hat{\underline{\theta}}(k-1) + L(k) \cdot [y(k) - \underline{\varphi}(k)^T \cdot \hat{\underline{\theta}}(k-1)] \quad (5.56)$$

$$L(k) = \frac{P(k-1) \cdot \underline{\varphi}(k)}{\lambda_k + \underline{\varphi}(k)^T \cdot P(k-1) \cdot \underline{\varphi}(k)} \quad (5.57)$$

$$P(k) = P(k-1) - L(k) \cdot \underline{\varphi}(k)^T P(k-1) \quad (5.58)$$

In Gleichung (5.56) wird der neue Parameterschätzwert aus dem letzten Schätzwert und dem durch die Verstärkung L gewichteten Residuum berechnet. Die Verstärkung L wird mit dem Zusammenhang in Gleichung (5.57) berechnet.

Die Bestimmung des Forgetting-Faktors λ zur Berechnung der Verstärkung stellt eine Schwierigkeit bei der Anwendung des WRLS-Verfahrens dar. Dieser Faktor wird als Tuning-Faktor verwendet, besitzt allerdings keinen Zusammenhang zu den zu schätzenden Parametergrößen. Weiterhin erweist sich die Bestimmung der Startwerte beim WRLS-Verfahren als schwierig und entscheidet im Zusammenhang mit der Wahl des Forgetting-Faktors oft über das Konvergenzverhalten und die Genauigkeit der Filterschätzwerte.

5.1.3 Verfahren mit linearem Kalman-Filter

Auf eine Herleitung der Gleichungen des Kalman-Filters für den linearen Fall wird verzichtet. Für den interessierten Leser wird auf die einschlägige Literatur und hier im speziellen auf Loffeld [20] verwiesen. Die Filtergleichungen setzen sich aus den Gleichungen für das Time-Update und für das Measurement-Update zusammen.

Time-Update:

$$\hat{\underline{x}}^-(k) = A \cdot \hat{\underline{x}}^+(k-1) + B \cdot \underline{u}(k-1) \quad (5.59)$$

$$P^-(k) = A \cdot P^+(k-1) \cdot A^T + G \cdot Q(k-1) \cdot G^T \quad (5.60)$$

Die Gleichungen des Time-Update werden auch Prädiktionsgleichungen genannt, da mit diesen der nächste Schätzwert des Zustandsvektors im voraus berechnet (prädiziert) werden kann, siehe Gleichung (5.59).

Die Prädiktionsfehlerkovarianz der Zustandsmeßwerte wird in Gleichung (5.60) bestimmt und gibt in Form von Varianzen die Prädiktionsgenauigkeit an.

Measurement-Update:

$$K(k) = P^-(k) \cdot C^T \cdot [C \cdot P^-(k) \cdot C^T + R(k)]^{-1} \quad (5.61)$$

$$\underline{r}(k) = \underline{y}(k) - C \cdot \hat{\underline{x}}^-(k) \quad (5.62)$$

$$\hat{\underline{x}}^+(k) = \hat{\underline{x}}^-(k) + K(k) \cdot \underline{r}(k) \quad (5.63)$$

$$P^+(k) = P^-(k) + K(k) \cdot C \cdot P^-(k) \quad (5.64)$$

Die Gleichungen des Measurement-Update werden auch als Filtergleichungen bezeichnet. Der Grund hierfür liegt darin, daß die prädierten Zustände nach dem Eintreffen einer neuen Messung mit Hilfe der Verstärkung K korrigiert (gefiltert) werden. Dieser Zusammenhang ist in Gleichung (5.63) zu finden. In der Gleichung (5.61) wird die Verstärkung berechnet. Die Kovarianzmatrix des Driving-Noise Q entspricht einem weißen mittelwertfreien gaußverteilten Rauschprozeß, wie für die stochastische Modelldarstellung in den Gleichungen (2.24) und (2.25) vorgestellt. Die Schätzfehlerkovarianz wird dann in Gleichung (5.64) bestimmt und ist ein Maß für die Genauigkeit der Schätzung. Das Residuum stellt die Abweichung zwischen Meßwert und Schätzwert dar und wird mit Gleichung (5.62) berechnet. Die Berücksichtigung der stochastischen Beschreibung des Ausgangssignals wird durch die Kovarianzmatrix des Measurement-Noise R berücksichtigt, die einem weißen mittelwertfreien gaußverteilten Rauschprozeß entspricht und durch die Gleichungen (2.28) und (2.29) beschrieben werden kann.

Verwendet man nun das Kalman-Filter als reinen Parameterschätzer, dann wird die Zustandsraumdarstellung aus den Gleichungen (5.13) bis (5.16) verwendet, die einer äquivalenten Beschreibung des Regressionsmodells entspricht. Aus der Zustandsraumdarstellung folgen die Vereinfachungen für die Zustandsübergangsmatrix und die Steuermatrix:

$$A = I \quad \text{und} \quad B = \underline{0} \quad (5.65)$$

Für die Beobachtungsmatrix und die Zustände gelten folgende Zusammenhänge:

$$C = [-Y^k \quad U^k] \quad \text{und} \quad \underline{x} = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_m \quad b_0 \quad b_1 \quad \cdots \quad b_n]^T \quad (5.66)$$

Weiterhin wird dadurch der Residuen- und Meßvektor des allgemeinen Kalman-Filters auf den skalaren Fall reduziert. Mit dem dargestellten Verfahren lassen sich die Parameter des Systems schätzen. Die Kovarianzmatrix des Driving-Noise ist ein Tuning-Parameter, über den sich zum einen die Konvergenzgeschwindigkeit der zu schätzenden Parameter und zum anderen eine Parametervariation von sich zeitlich verändernden Parametern berücksichtigen läßt. Dieser Fall wird im folgenden Abschnitt diskutiert und später an einem Beispiel dargestellt. Allerdings kann bei der gewählten Modellierung die Kovarianzmatrix des Driving-Noise nicht mit einem Eingangsruschprozeß des Streckenmodells gleichgesetzt werden, wie dieser Term üblicherweise bei Verfahren mit Kalman-Filter verwendet wird.

Dadurch ergeben sich Probleme bei auftretenden Rauschprozessen im Bereich des Systemeingangs, die zu biased Estimates¹ führen können. Zur Lösung dieser Problematik wird nach der Darstellung der Schätzung zeitveränderlicher Parameter das Kalman-Filter durch den Hilfsvariablenansatz erweitert.

Schätzung zeitveränderlicher Parameter

Es besteht keine Möglichkeit der direkten Modellierung von zeitlich veränderlichen Parametern für die in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren mit RML und WRLS.

Dementgegen kann man für die Realisierung der linearen Regression mit dem vorgestellten LKF-Verfahren das Driving-Noise zur Modellierung der Parameteränderungen heranziehen. Hierbei kann die Standardabweichung des Kovarianzterms des Driving-Noise q_{ii} für die Parameteränderung $\Delta\theta_i$ des jeweiligen Zustandes in einem Abtastintervall eingesetzt werden.

$$G \cdot Q \cdot G^T = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & q_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad q_{ii} = \sigma^2 = \Delta\theta_i^2 \quad (5.67)$$

Zeitvariante Änderungsgeschwindigkeiten können erfaßt werden, falls es möglich ist, für den zu untersuchenden Prozeß eine variable Änderungsgeschwindigkeit der Parameter anzugeben. Weiterhin besteht die Möglichkeit, eine Kopplung der Kovarianzterme mit der Residuensequenz vorzunehmen, um die Filterkonvergenz zu beschleunigen. Hierzu werden, wenn der Mittelwert über eine ausreichende Sequenzlänge nicht mittelwertfrei ist, die Kovarianzterme erhöht bzw. bei Mittelwertfreiheit erniedrigt.

Eine zweite Möglichkeit der Modellierung von Parameteränderung besteht in der Einführung eines zusätzlichen Zustandes, der als Random-Walk Prozeß durch Gleichung (5.69) modelliert wird.

$$x_1(k+1) = x_1(k) + x_2(k) \quad (5.68)$$

$$x_2(k+1) = x_2(k) + w_2(k) \quad (5.69)$$

Der Nachteil bei dieser Vorgehensweise ist die Zustandsverdopplung bei einer zeitvarianten Modellierung aller Parameter. Allerdings wird durch die Schätzung der Änderung die Genauigkeit gegenüber dem ersten Verfahren erhöht und ist bei einer stark unterschiedlichen Änderungsgeschwindigkeit der Parameter der ersten Variante vorzuziehen.

Hilfsvariablenverfahren

Das Hilfsvariablenverfahren wird eingesetzt, wenn die auftretenden Rauschprozesse am Eingang sowie am Systemausgang nicht mehr vernachlässigt werden können und wenn der Einsatz von den vorher dargestellten Parameterschätzern zu Biased Estimates führt.

¹bias = Verzerrung = Schätzfehler, der aus der Statistik des Schätzverfahrens nicht zu eliminieren ist.

Für die Beschreibung der Rauschprozesse wird der Ansatz des Formfilters aus Kapitel 2.2.2 verwendet. Dabei wird der erste Spezialfall, der in Gleichung (2.42) beschrieben wird, eingesetzt. Bei diesem Fall handelt es sich um eine ARMAX-Modellierung, die für eine Beschreibung von Rauschgrößen, die in der Nähe des Eingangs wirken, verwendet werden kann. Wird der Zusammenhang für das Gesamtmodell in Gleichung (2.42) als Differenzgleichung dargestellt und wird zusätzlich ein Fehler $e(k)$ eingefügt, der für die am Ausgang sichtbar werdenden Parameterfehler steht, dann ergibt sich:

$$y(k) = - \sum_{i=1}^n a_i(k) \cdot y(k-i) + \sum_{i=0}^m b_i(k) \cdot u(k-i) + \sum_{i=1}^o c_i(k) \cdot w(k-i) + e(k) \quad (5.70)$$

Die Minimierung des Gütefunktional, wie in Gleichung (5.11) dargestellt, bezüglich des unbekannt Parametervektors $\underline{\theta}$ kann dann wiederum durch einen Regressionsansatz gelöst werden. Zusätzlich zu den eigentlichen Systemparametern a_i und b_i sind noch o weitere Parameter c_i des Formfilters zu schätzen:

$$\underline{\theta} = [a_1 \ \cdots \ a_n \ b_0 \ \cdots \ b_m \ c_1 \ \cdots \ c_o] \quad (5.71)$$

Die Beobachtungsmatrix des Regressionsansatzes im Zustandsraum ergibt sich dann zu:

$$C(k) = [-Y^k \ U^k \ W^k] \quad (5.72)$$

mit

$$Y^k = [y(k-1) \ \cdots \ y(k-n)]$$

$$U^k = [u(k) \ \cdots \ u(k-m)]$$

$$W^k = [w(k-1) \ \cdots \ w(k-o)]$$

In der Beobachtungsmatrix steht die Rauschprozeßeingangsgröße $w(k)$ nicht zur Verfügung, d.h. es handelt sich um eine nichtmeßbare Größe. Eine Möglichkeit zur Mitbestimmung der Rauschprozeßgröße stellt das Hilfsvariablenverfahren dar. In diesem Abschnitt wird das Hilfsvariablenverfahren exemplarisch für ein Kalman-Filter gezeigt. Die Vorgehensweise ist wie von Heuwinkel [14] dargestellt gewählt worden und ist in Abbildung 5.3 in Form eines Blockschaltbilds zu sehen. Das Blockschaltbild kann prinzipiell in zwei Teilbereiche aufgeteilt werden:

- Kalman-Filter,
- Hilfsvariablenverfahren.

Die Gleichungen des Kalman-Filters (5.59)-(5.64) bleiben unverändert. Allerdings ist die in Gleichung (5.72) dargestellte Beobachtungsmatrix zu verwenden. Parallel zum Kalman-Filter wird das Hilfsvariablenmodell berechnet. Zunächst wird eine Tiefpaßfilterung des Schätzwerts des Hauptfilters durchgeführt:

$$\hat{\underline{x}}_m^+(k) = \hat{\underline{x}}^+(k-1) + \gamma \cdot (\hat{\underline{x}}^+(k) - \hat{\underline{x}}^+(k-1)) \quad (5.73)$$

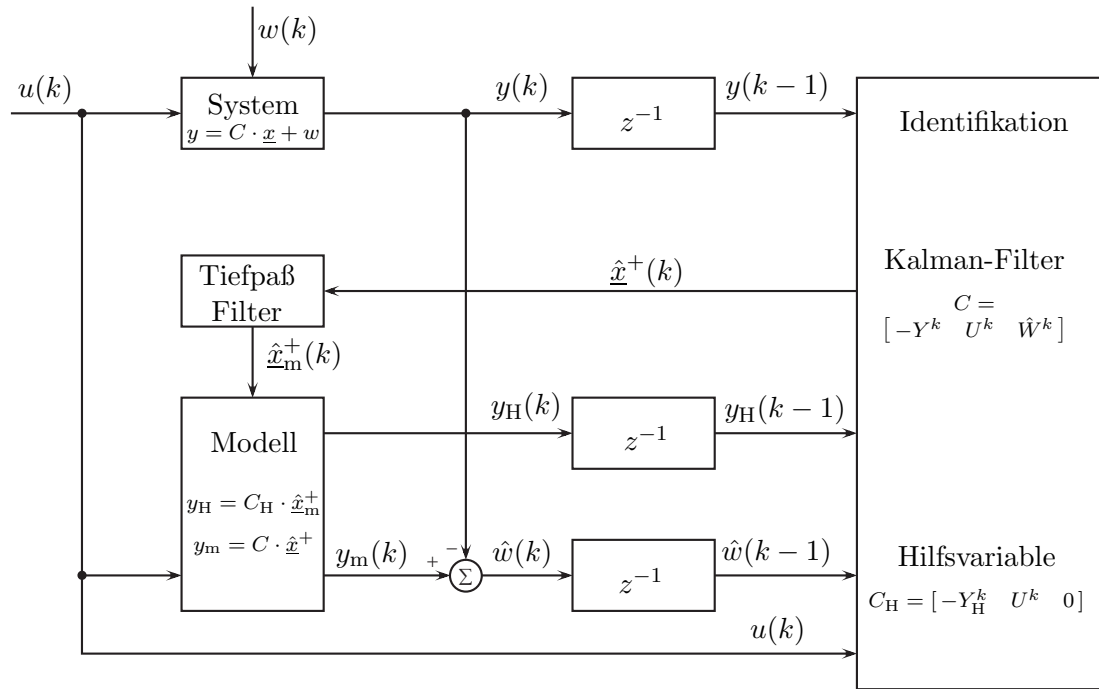


Abbildung 5.3: Hilfsvariablenverfahren mit Kalman-Filter [14]

In Gleichung (5.73) wird folgender Startwertvektor verwendet:

$$\hat{\underline{x}}_m^+(0) = \hat{\underline{x}}_0^+ \quad (5.74)$$

Die Hilfsvariable y_H ergibt sich dann aus der Berechnung der Beobachtungsgleichung:

$$y_H(k) = C_H \cdot \hat{\underline{x}}_m^+(k) \quad (5.75)$$

$$C_H = [-Y_H^k \quad U^k \quad 0] \quad (5.76)$$

$$\text{mit } Y_H^k = [y_H(k-1) \quad \dots \quad y_H(k-n)] \\ U^k = [u(k) \quad \dots \quad u(k-m)]$$

Die Bestimmung der Vergangenheitssequenz des Rauschvektors wird über die Differenz des gefilterten Modellwerts zum Systemausgangswert genähert:

$$\hat{\underline{w}}(k) \approx \underline{y}(k) - \underline{y}_H(k) \quad (5.77)$$

Der so gewonnene Eingangswert $\hat{\underline{w}}$ wird dann dem Kalman-Filter für die Berechnungen zur Verfügung gestellt. Als Startwerte für die Vergangenheitssequenz der Rauscheingangsgröße wird der Nullvektor angenommen.

$$W^k = \underline{0} \quad (5.78)$$

Mit den abgeleiteten Beziehungen und dem angepaßten Kalman-Filter für Regressionsaufgaben stehen jetzt die Filtergleichungen für das Hilfsvariablenverfahren mit LKF zur Verfügung. Für die Identifikation des Gesamtmodells muß die Struktur des Formfilters sowie der Übertragungsfunktion des Systems bekannt sein.

5.1.4 Untersuchung der Parameterschätzer

In diesem Unterpunkt wird das Verhalten der drei Verfahren zur linearen Parameteridentifikation mit synthetisch erzeugten Daten untersucht. Für die Untersuchung wird das Modell der Wandfilmdynamik aus Kapitel 3.4.2 verwendet. Die Parameterwerte des erweiterten Aquino-Modells sind auf Werte gesetzt worden, die in der Größenordnung des realen Systemverhaltens liegen².

$$\underline{\theta}_{\text{Aquino}} = [\alpha \quad \beta \quad a \quad b \quad c] = [0.975 \quad 0.33 \quad 0.37 \quad 0.32 \quad 0.31] \quad (5.79)$$

Für die Parameteridentifikationsverfahren wird allerdings die äquivalente Form der Übertragungsfunktion benötigt. Die Parameter der Übertragungsfunktion können mit folgenden Zusammenhängen bestimmt werden:

$$b_0 = c \quad (5.80)$$

$$b_1 = a \cdot (1 - \alpha) + b \cdot (1 - \beta) - c \cdot (\alpha + \beta) \quad (5.81)$$

$$b_2 = -a \cdot (1 - \alpha) \cdot \beta - b \cdot (1 - \beta) \cdot \alpha + c \cdot \alpha \cdot \beta \quad (5.82)$$

$$a_1 = -(\alpha + \beta) \quad (5.83)$$

$$a_2 = \alpha \cdot \beta \quad (5.84)$$

Daraus ergeben sich die folgenden Parameter:

$$\begin{aligned} \underline{\theta}_{\mathcal{H}(z)} &= [a_1 \quad a_2 \quad b_0 \quad b_1 \quad b_2] \\ &= [-1.305 \quad 0.320 \quad 0.310 \quad -0.149 \quad -0.145] \end{aligned} \quad (5.85)$$

Die Eigenschaften der Übertragungsfunktion sollen kurz anhand des PN-Schemas³ in der Abbildung 5.4 erläutert werden. Das System besitzt zwei reelle Pole bei $x_{01} = 0.330$ und $x_{02} = 0.975$, zwei Nullstellen bei $x_{n1} = -0.485$ und $x_{n2} = 0.962$ und einen direkten Durchgriff von $D = 0.310$. Das zu untersuchende System besitzt stabile und kausale Eigenschaften, da folgende Bedingungen erfüllt sind:

$$x_{0i} < 1 \quad \Rightarrow \text{Stabilität} \quad (5.86)$$

$$\text{Zählergrad} \leq \text{Nennergrad} \quad \Rightarrow \text{Kausalität} \quad (5.87)$$

Mit der Übertragungsfunktion dieses Systems wurden synthetische Daten erzeugt, mit denen dann die Parameterschätzverfahren untersucht wurden. In der Abbildung 5.5 ist das PN-Schema für den zeitveränderlichen Fall dargestellt. Dabei wurde eine maximale Parametervariation in den folgenden Grenzen realisiert:

$$-1.305 \leq a_1 \leq -1.205 \quad (5.88)$$

$$0.320 \leq a_2 \leq 0.330 \quad (5.89)$$

$$0.310 \leq b_0 \leq 0.320 \quad (5.90)$$

$$-0.149 \geq b_1 \geq -0.159 \quad (5.91)$$

$$-0.145 \geq b_2 \geq -0.155 \quad (5.92)$$

²Erfahrungswerte aus der Arbeit [11]

³Pol- und Nullstellen-Schema

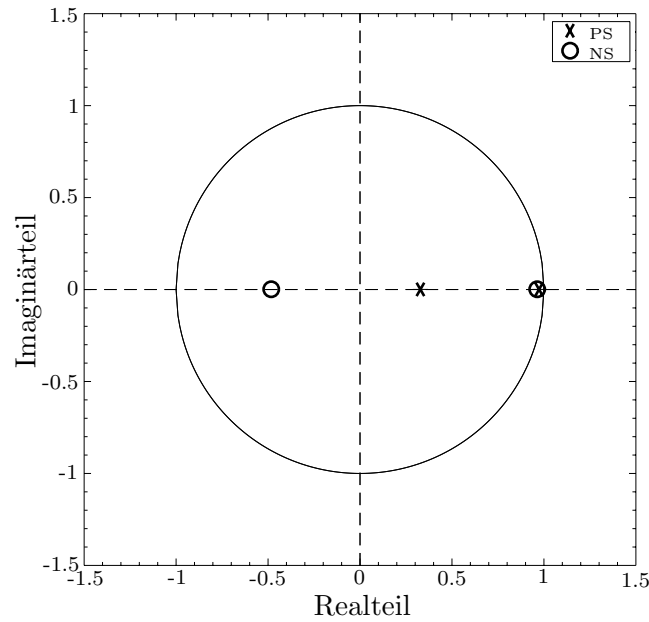


Abbildung 5.4: PN-Schema von $\mathcal{H}(z)$ für die verwendete Übertragungsfunktion

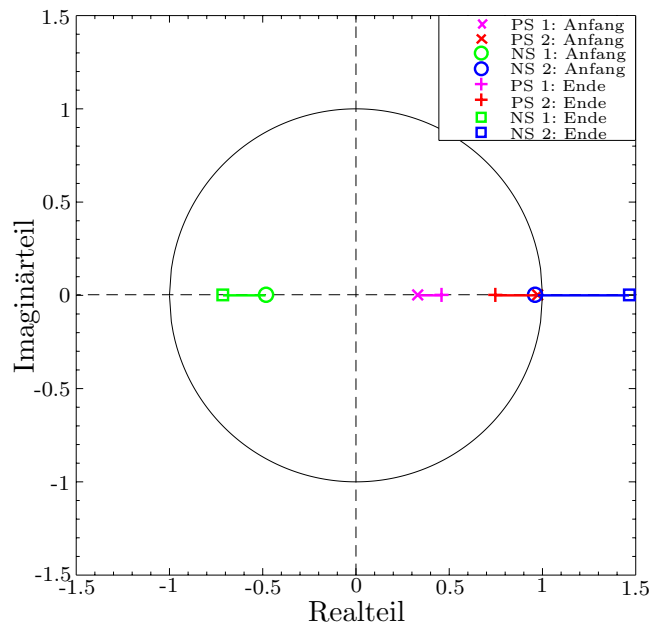


Abbildung 5.5: PN-Schema von $\mathcal{H}(z)$ für zeitveränderliche Parameter

Die Startwerte der Parameter in der Abbildung 5.5 entsprechen den Werten links des ersten Ungleichungszeichen, die Endwerte entsprechend den Werten rechts des zweiten Ungleichungszeichen. Auch für den zeitveränderlichen Fall sind die Systemeigenschaften wiederum stabil und kausal. Es gelten die Bedingungen aus den Ungleichungen (5.86) und (5.87).

Ideales Streckenverhalten

Zuerst wird die Funktionalität und die Eigenschaften der vorher dargestellten Schätzverfahren anhand synthetischer Daten für ein idealisiertes Streckenverhalten bei gleichen Startwerten gezeigt.

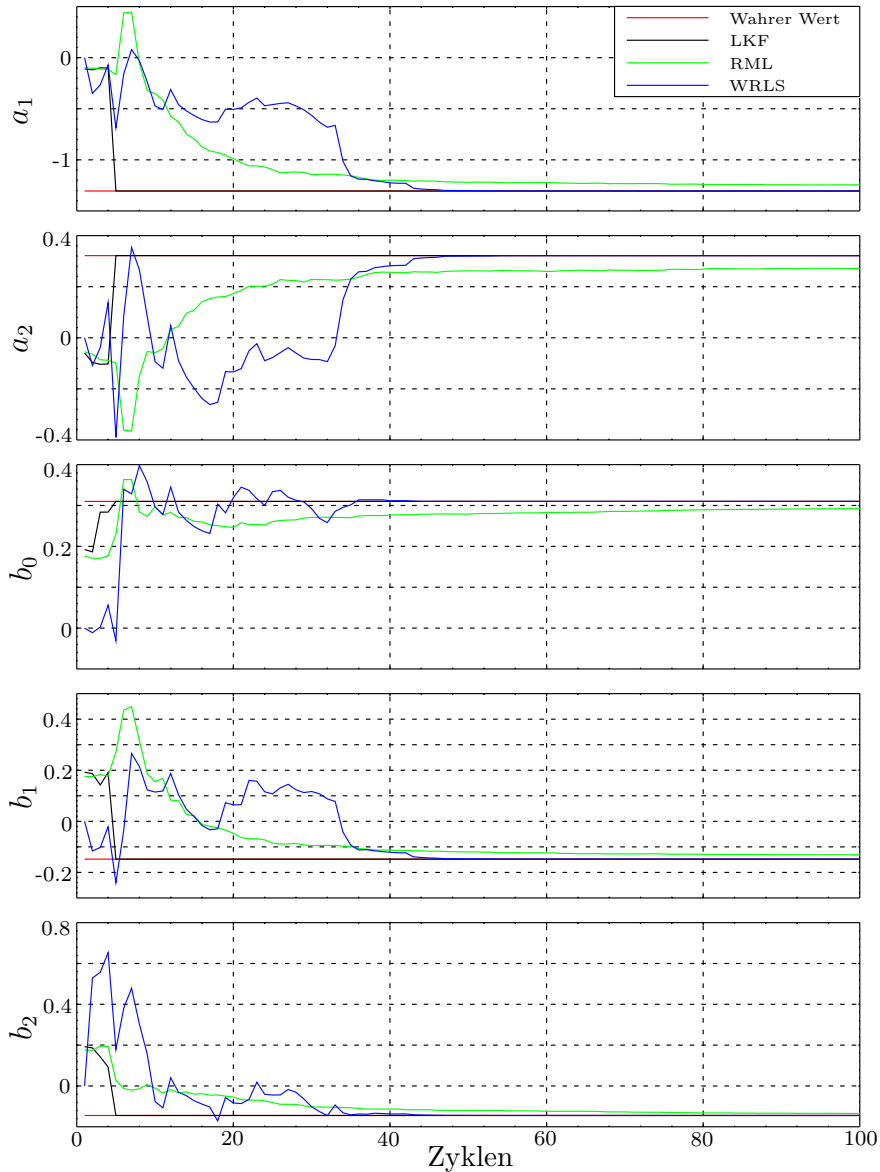


Abbildung 5.6: Parameterschätzverlauf für ideales Streckenverhalten

Alle drei Verfahren konvergieren zu den wahren Parameterwerten. Allerdings kann man aus den Schätzverläufen in Abbildung 5.6 sehen, daß die Konvergenzgeschwindigkeit unterschiedlich hoch ist. Das langsamste Verfahren ist das RML-Verfahren mit über 200 Zyklen, gefolgt vom RLS-Verfahren mit mehr als 40 Zyklen.

Das LKF-Verfahren überzeugt durch seine schnelle Konvergenz von weniger als 10 Zyklen. Der Grund für die niedrigere Konvergenzgeschwindigkeit beim RML-Verfahren ist auf die zusätzliche Schätzung der Formfilterparameter c_i in Gleichung (5.22) zurückzuführen. Erst nach der Konvergenz der Formfilterparameter können die zu schätzenden Parameter der Übertragungsfunktion konvergieren.

Reales Streckenverhalten

Bei auftretenden Rauschprozessen wird der Ein-/Ausgangszusammenhang durch die überlagerten Rauschprozesse am Eingang bzw. am Ausgang verfälscht, siehe Abbildung 2.1.

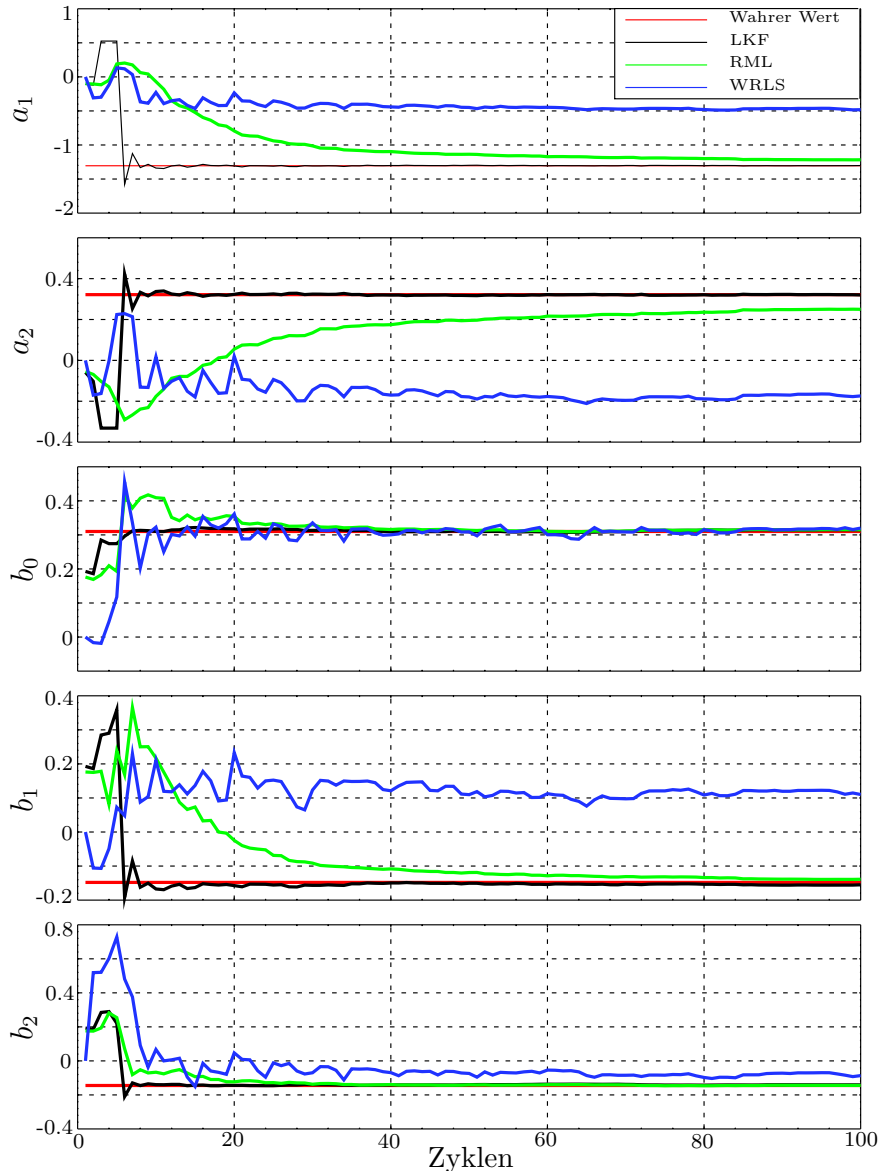


Abbildung 5.7: Parameterschätzverlauf bei auftretendem Ausgangsrauschprozeß

Dies führt zu Identifikationsfehlern, die sich durch biased Estimates bis hin zur Filterdivergenz bemerkbar machen.

Zuerst wird der Einfluß einer Ausgangsrauschgröße und anschließend der Einfluß einer Eingangsrauschgröße jeweils unabhängig mit synthetischen Daten untersucht.

Ausgangsrauschgröße:

Die Ausgangsrauschgröße wurde als weißer gaußverteilter mittelwertfreier Rauschprozeß mit folgender Varianz modelliert:

$$E \{v(k) \cdot v(k)\} = \sigma^2 = 3 \cdot 10^{-3} \quad (5.93)$$

Die beiden Verfahren LKF und RML schneiden besser als das WRLS-Verfahren ab. Der Grund hierfür liegt in der Tatsache, daß beim Kalman-Filter über das Measurement-Noise der Ausgangsrauschprozeß mitmodelliert wird. Das RML-Verfahren enthält ein Formfilter und kann somit den Ausgangsrauschprozeß durch das Modell erfassen.

Dementgegen ist das WRLS-Verfahren nicht in der Lage, den Ausgangsrauschprozeß richtig zu erfassen. Dies führt zu biased Estimates in den zu schätzenden Parametern, wie in Abbildung 5.7 zu sehen ist.

Die Konvergenzgeschwindigkeit ist wiederum beim LKF-Verfahren am höchsten, das schon nach weniger als 10 Zyklen eingeschwungen ist. Das RML-Verfahren benötigt wiederum mehr als 200 Zyklen, um die Endwerte zu erreichen. Die Abbildung zeigt allerdings nur einen Ausschnitt von den ersten 100 Zyklen.

Eingangsrauschgröße:

In diesem Abschnitt wird das Verhalten bei auftretenden Eingangsrauschprozessen untersucht. Die Eingangsrauschgröße wurde als weißer gaußverteilter mittelwertfreier Rauschprozeß mit folgender Varianz modelliert:

$$E \{w(k) \cdot w(k)\} = \sigma^2 = 1 \cdot 10^{-2} \quad (5.94)$$

Das WRLS-Verfahren zeigte divergentes Verhalten und wird in der dargestellten Abbildung 5.8 nicht gezeigt.

Das LKF-Verfahren wird als Parameterschätzer eingesetzt und kann den Eingangsrauschprozeß nicht, wie beim Kalman-Filter üblich, durch die Driving-Noise Kovarianzmatrix darstellen, da der Regressionsansatz verwendet wird. Die Folge hiervon ist, daß das Verfahren biased Estimates liefert, wie in der Abbildung 5.8 zu sehen ist.

Nur das RML-Verfahren kann die wahren Parameter schätzen und konvergiert nach 400 Zyklen. Der Grund hierfür liegt in dem implementierten Formfilteransatz in ARMAX-Struktur, der besonders für auftretende Rauschprozesse in Eingangsnähe geeignet ist (siehe Gleichung (2.42)).

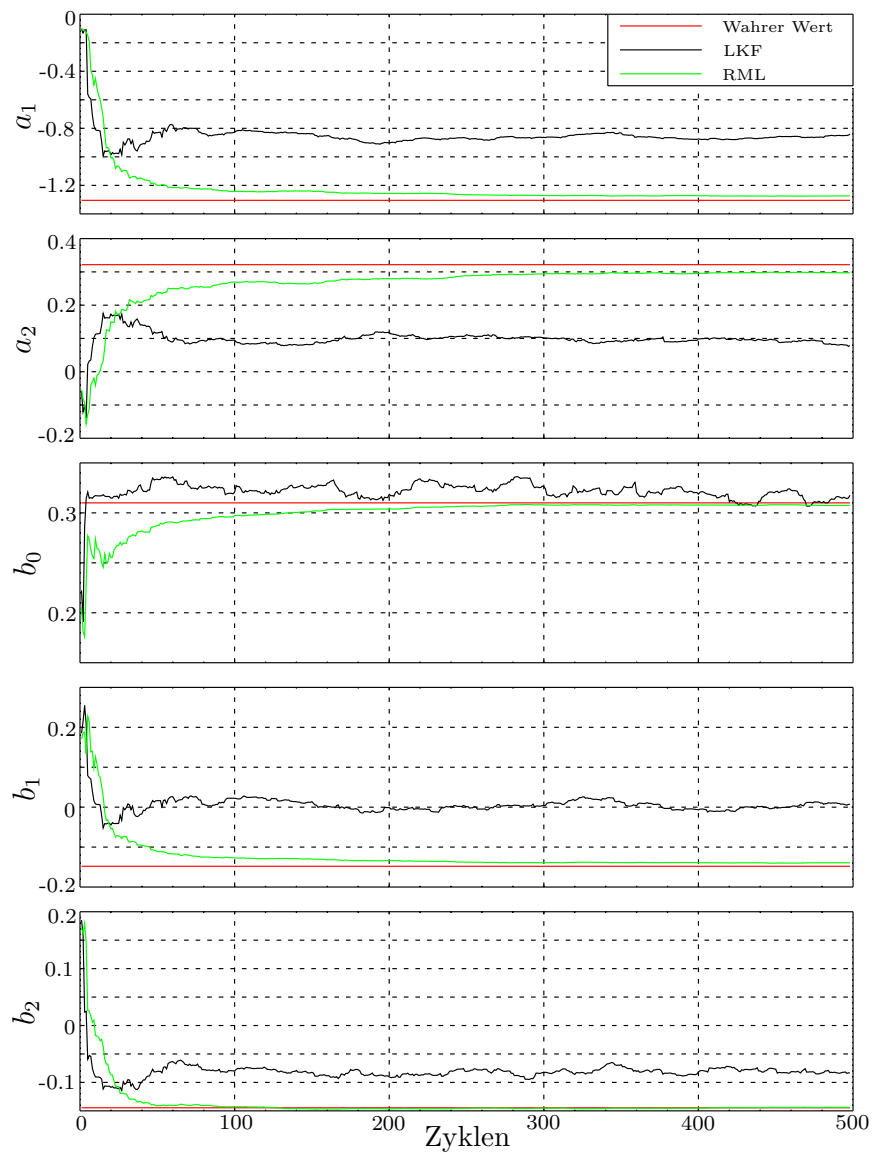


Abbildung 5.8: Parameterschätzverlauf bei auftretendem Eingangsruschprozeß

Das Verhalten des LKF-Verfahrens kann durch die Berücksichtigung der Rauschprozesse verbessert werden. Dies führt dann auf den Hilfsvariablenansatz aus Kapitel 5.1.3 hin, dessen Ergebnisse im nächsten Unterpunkt dargestellt werden.

Hilfsvariablenansatz für starke Ein- und Ausgangsrauschprozesse

Zuerst wird gezeigt, daß der Nachteil des nicht mitmodellierten Rauscheingangsprozesses bei der Verwendung des LKF-Verfahrens als reiner Parameterschätzer mit dem Regressionsansatz durch den Einsatz des Hilfsvariablenverfahrens (HV) beseitigt wird. Die Ergebnisse des LKF-Verfahrens sind in der Abbildung 5.9 gegenübergestellt.

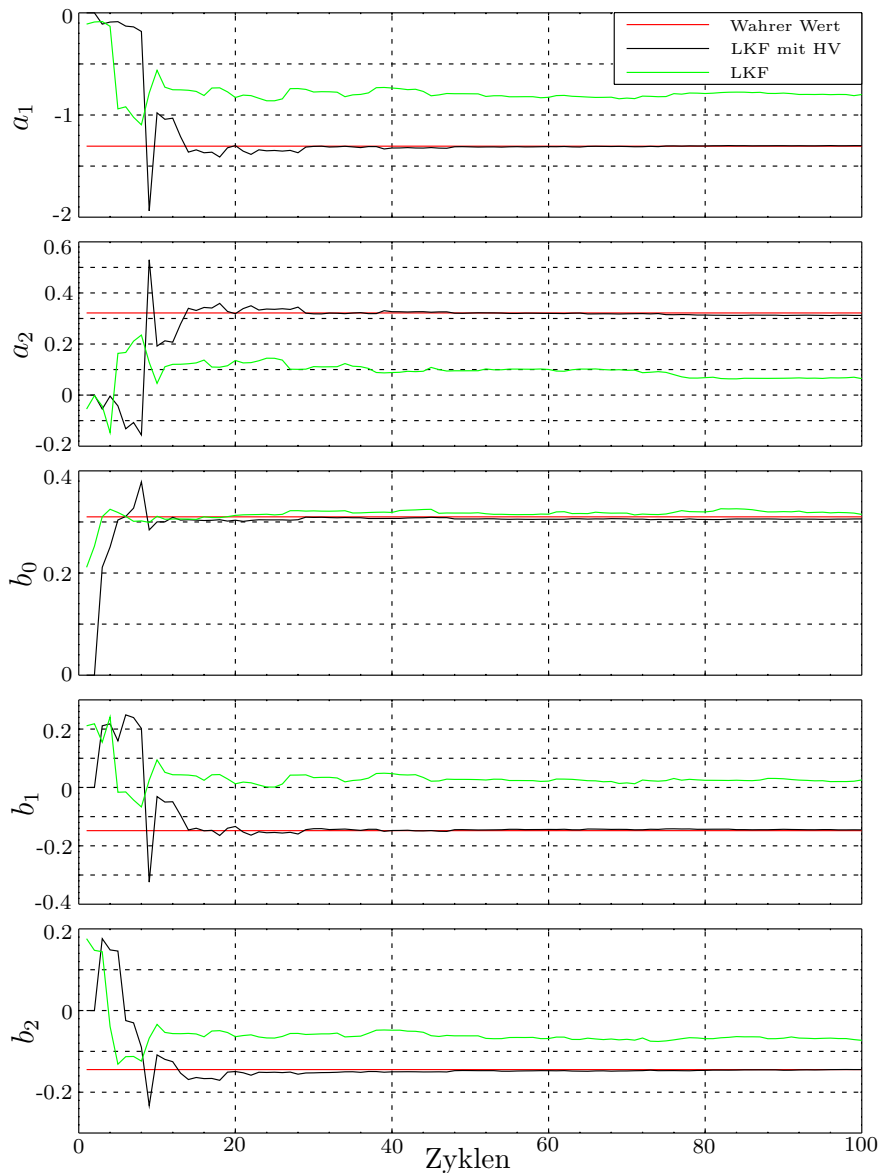


Abbildung 5.9: Gegenüberstellung des Parameterschätzverlaufs für ein LKF mit und ohne HV

Der Rauschprozeß ist wie in Gleichung (5.94) im vorherigen Beispiel eingestellt. Wie zu sehen ist, konvergiert das LKF mit HV nach 30 Zyklen. Im Gegensatz dazu erzeugt das LKF, wie auch in Abbildung 5.8 dargestellt, biased Estimates.

In der Abbildung 5.10 ist das Verhalten des LKF mit HV dem RML-Verfahren bei einem farbigem Rauschprozeß am Systemausgang gegenübergestellt.

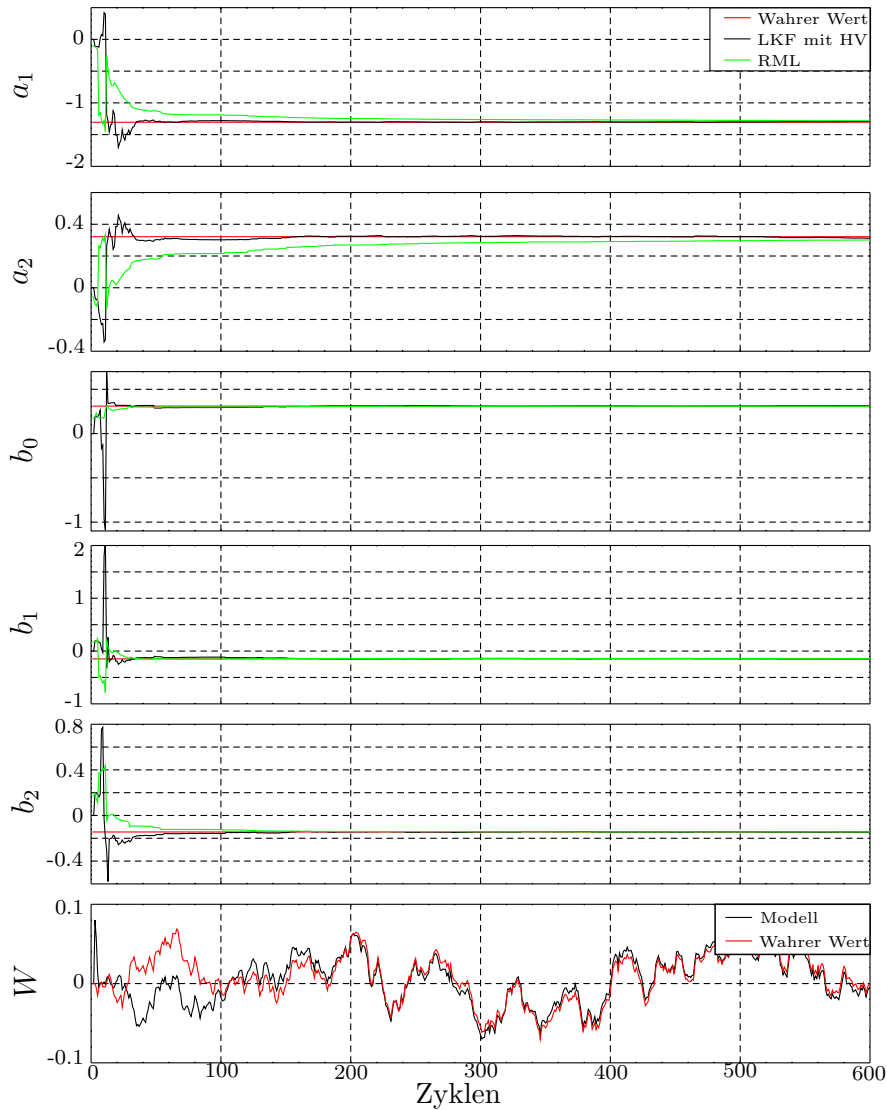


Abbildung 5.10: Parameterschätzverlauf bei farbigem Rauschprozeß

In den ersten fünf Diagrammen sind die Schätzwerte der Parameter aufgeführt. Im sechsten Diagramm ist der Schätzwert des Hilfsvariablenverfahrens für den Ausgangsrauschprozeß W^k dem wahren Wert gegenübergestellt.

Das Hilfsvariablenverfahren mit LKF zeichnet sich durch ein schnelles Konvergieren nach 50 Zyklen aus. Das RML-Verfahren benötigt im Gegensatz dazu mehr als 500 Zyklen. Wie aus dem Schätzverlauf im Diagramm 6 in der Abbildung 5.10 ersichtlich wird, kann der farbig Rauschprozeß sehr gut durch den Hilfsvariablenansatz mit LKF geschätzt werden.

Zeitveränderliche Parameter

Für die Untersuchung der Schätzung zeitvarianter Parameter sind synthetische Daten erzeugt worden, die im Bereich der Ungleichungen (5.88)-(5.92) variiert werden.

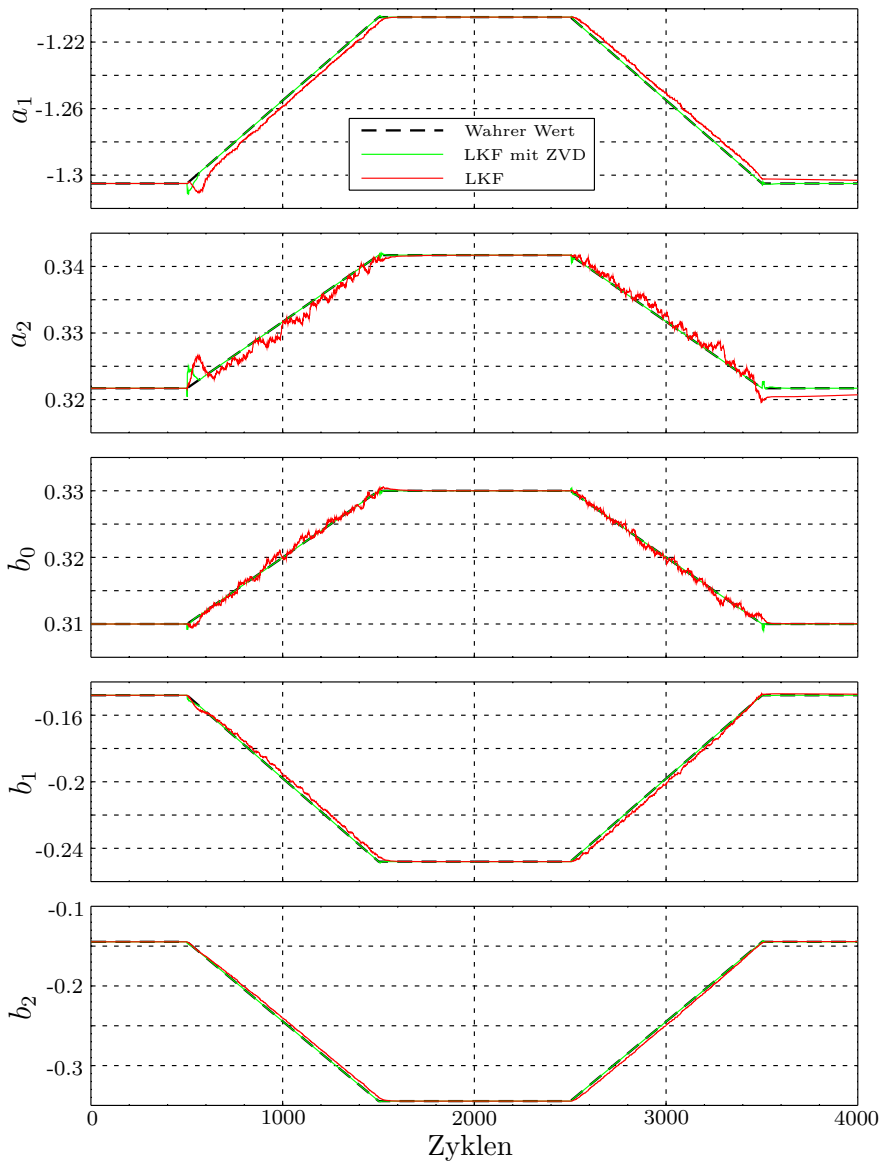


Abbildung 5.11: Parameterschätzverhalten bei zeitveränderlichen Parametern

Für das Schätzen zeitveränderlicher Parameter ist das Verfahren nach dem RLS- und dem RML-Prinzip nicht geeignet. Das RLS-Verfahren führt zu divergentem Verhalten. Das RML-Verfahren schwingt für den konstanten Bereich, kleiner 1000 Zyklen, ein, kann allerdings den späteren Parameteränderungen nicht folgen und liefert biased Estimates. Als geeignete Verfahren stellen sich das LKF und das LKF mit Zustandsverdopplung (ZVD) aus Unterpunkt 5.1.3 heraus.

Der Verlauf der wahren Parameterwerte ist in der Abbildung 5.11 mit den Schätzergebnissen dargestellt. In der Abbildung 5.12 sind die Parameteränderungen den Schätzergebnissen der Parameteränderungen des Verfahrens mit Zustandsverdopplung gegenübergestellt.

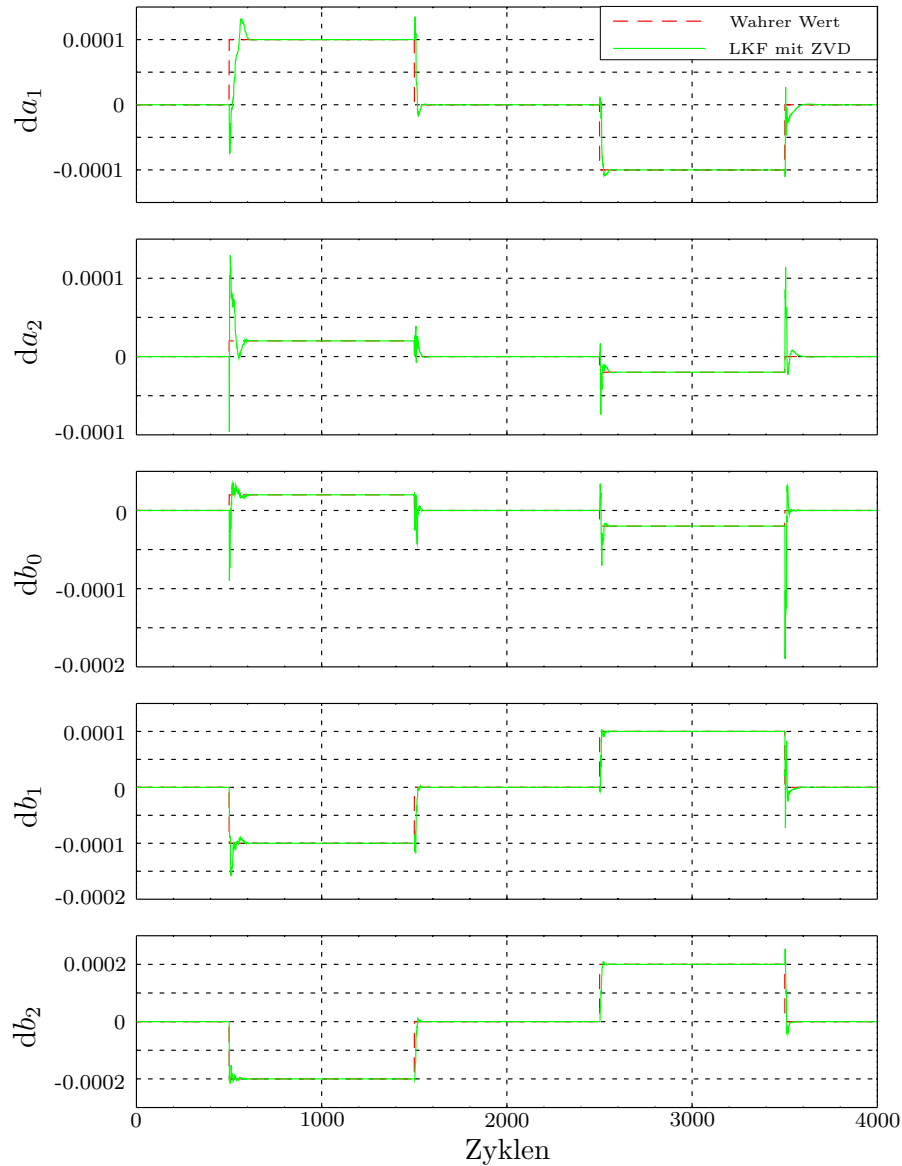


Abbildung 5.12: Parameteränderungsschätzverlauf bei zeitveränderlichen Parametern

Das Verfahren mit LKF und ZVD, das als Parameter- und Zustandsschätzer arbeitet, liefert sehr gute Ergebnisse. Der Grund hierfür liegt in dem zusätzlichen Zustand für die Parameteränderungen da_i und db_i . Die Ergebnisse des reinen Parameterschätzers mit Kalman-Filter sind etwas schlechter. Bei schnellveränderlichen Parametern ist das Verfahren mit ZVD dem reinen Parameterschätzer mit LKF vorzuziehen.

5.1.5 Zusammenfassung der linearen Parameterschätzverfahren

Diese Zusammenfassung ist in zwei Teile gegliedert. Im ersten werden die eingesetzten Verfahren der linearen Parameterschätzung gegenübergestellt und diskutiert. Im zweiten Teil werden die Eigenschaften, die bei der Untersuchung mit synthetischen Daten festgestellt worden sind, zusammengefaßt.

Gegenüberstellung des RML-, WRLS- und LKF-Verfahrens

WRLS-Verfahren:

Die Verstärkung L wird wie beim Kalman-Filter in Gleichung (5.61) bestimmt. Allerdings tritt anstelle des Measurement-Noise R der Forgetting-Faktor λ . Die Bestimmung erfolgt nicht wie beim Kalman-Filter über den Zwischenschritt einer Prädiktionsfehlerkovarianz in Gleichung (5.60), sondern wird direkt durch den Zusammenhang in Gleichung (5.58) ermittelt. Daher besitzt das WRLS-Verfahren keine Möglichkeit, Rauschprozesse zu berücksichtigen. Treten bei der Anwendung Rauschprozesse auf, führt dies zu biased Estimates bis hin zur Filterdivergenz.

LKF-Verfahren:

Unsicherheiten in der Messung können im Gegensatz zum WRLS-Verfahren durch die Kovarianzmatrix des Measurement-Noise mitmodelliert werden. Die Kovarianzmatrix des Driving-Noise in Gleichung (5.60) kann nicht wie beim normalen Verfahren des Kalman-Filters als Parameter zur Modellierung des Eingangsrauschprozesses verstanden werden, da in den Zuständen die zu schätzenden Parameter und in der Beobachtungsmatrix der dynamische Anteil des Systems stecken, siehe Gleichung (5.66). Durch die Aufteilung der Berechnung der neuen Schätzwerte in das Time-Update und das Measurement-Update zeichnet sich das Filter später mit richtig eingestelltem Parameter für das Measurement-Noise durch ein sehr gutes Konvergenzverhalten aus. Der Berechnungsaufwand ist allerdings größer als beim RLS-Verfahren.

RML-Verfahren:

Das RML-Verfahren ist das rechenzeitintensivste Verfahren. Der Grund hierfür liegt zum einen an der Bestimmung der Ableitungen in Gleichung (5.40)-(5.42) und zum anderen an der Zustandsraumerweiterung in Gleichung (5.22) um den Fehlervektor e . Das Verfahren berücksichtigt den Einfluß des Fehlers auf den Regressionsansatz durch ein Formfilter, siehe Gleichungen (5.19) und (5.20). Das Verfahren besitzt aus diesem Grund sehr gute Eigenschaften für stark verrauschte Ein- bzw. Ausgangssignale. Allerdings kann die Bestimmung der Ordnung des Formfilters nur im Rechnerdialog mit Ordnungserhöhung erfolgen.

Eigenschaften der untersuchten Verfahren

In der Tabelle 5.1 sind die wesentlichen Eigenschaften der Parameterschätzverfahren aus den vorangegangenen Untersuchungen gegenübergestellt. Aus der Bewertung der gegenübergestellten Verfahren wird eindeutig ersichtlich, daß das Verfahren mit LKF hinsichtlich vieler Einsatzmöglichkeiten die besten Fähigkeiten besitzt. Für auftretende Eingangsruschprozesse kann das LKF-Verfahren durch den Hilfsvariablenansatz erweitert werden, um diese im Modellansatz zu berücksichtigen.

	WRLS	RML	LKF	LKF mit HV
Konvergenzgeschwindigkeit	+	-	+++	+
Konvergenzverhalten	---	++	+++	+++
zeitveränderliche Parameter	---	--	+++	/
Ausgangs-Rauschprozeß	---	+++	+++	+++
Eingangs-Rauschprozeß	---	++	--	+++
Farbige Rauschprozesse	---	++	+	+++

+++ $\hat{=}$ sehr gut, ++ $\hat{=}$ gut, + $\hat{=}$ befriedigend, - $\hat{=}$ schlecht, -- $\hat{=}$ sehr schlecht, --- $\hat{=}$ ungenügend und / $\hat{=}$ nicht bewertbar

Tabelle 5.1: Merkmale linearer Parameterschätzer

Als Nachteil all dieser Verfahren ist herauszustellen, daß immer alle Parameter der Übertragungsfunktion geschätzt werden müssen und daß das Zustandsraummodell immer in einer Normalform vorliegen muß, d. h. die ursprüngliche Zustandsraummodellierung muß ggf. transformiert werden.

Allerdings sind in realen Anwendungen oft weniger Parameter unbekannt als die Anzahl von Parametern der Übertragungsfunktion. Die physikalische Modellierung einer Problemstellung führt normalerweise auf keine Normaldarstellung im Zustandsraum.

In einem Zustandsraummodell mit physikalischen Parametern kann das Auftreten von physikalisch möglichen Werten leichter überprüft und das Identifizieren von nichtphysikalischen Werten verhindert werden. Dementgegen ist erst nach der Rücktransformation die Überprüfung auf physikalisch sinnvolle Werte möglich und ein Filtereingriff erst nach konvergentem Filterverlauf realisierbar.

Aus diesem Grund wird im nächsten Unterpunkt die Parameter- und Zustandsschätzung in beliebigen, gegebenen Zustandsraumdarstellungen näher betrachtet.

5.2 Parameter- und Zustandsschätzung

Nach der Darstellung der reinen Parameterschätzverfahren werden in diesem Unterpunkt die linearen Parameter- und Zustandsschätzer dargestellt. In der Abbildung 5.13 sind die später diskutierten Verfahren aufgeführt.

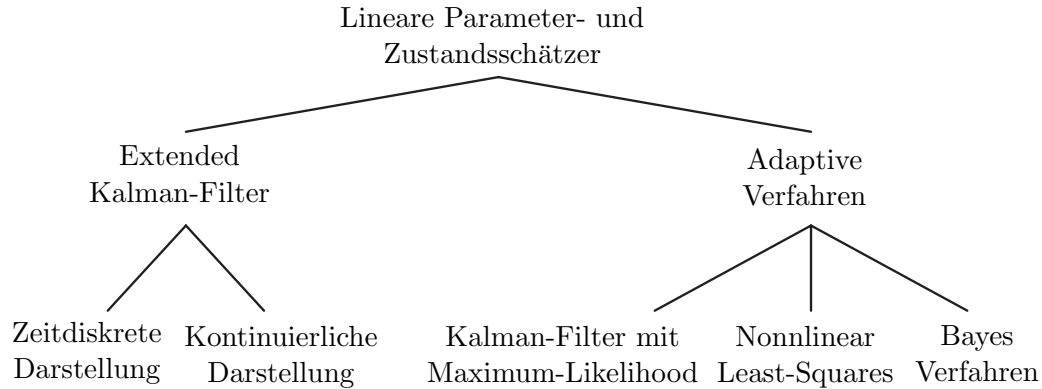


Abbildung 5.13: Lineare Parameter- und Zustandsschätzverfahren

Ausgangspunkt bei der linearen Parameter- und Zustandsschätzung ist eine lineare Zustandsraumbeschreibung für das Modellverhalten, das in den Gleichungen (2.30) und (2.31) für den kontinuierlichen und in den Gleichungen (2.32) und (2.33) für den zeitdiskreten Fall dargestellt ist, vorliegt.

Befinden sich nun unbekannte Parameter in der Steuermatrix B , der Zustandsübergangsmatrix F bzw. A , müssen diese während der Zustandsschätzung mitbestimmt werden. Unbekannte Parameter in der Beobachtungsmatrix C sollen hier nicht betrachtet werden, da das zu untersuchende Verfahren bei gleichzeitigem Auftreten von unsicheren Parametern in der Beobachtungs- und Zustandsübergangsgleichung durch die Beobachtung des Meßvektors nicht unterscheiden kann, welche die Ursache für die auftretenden Fehler sind. Dies führt zu falschen Schätzergebnissen durch die Mehrdeutigkeit der Informationsauswertung bzw. sehr schlechtem Konvergenzverhalten.

Aus diesem Grund wird bei der Modellierung darauf geachtet, daß das Auftreten unsicherer Parameter in der Beobachtungsmatrix C vermieden wird. Im folgenden werden für diesen Fall die Filtergleichungen abgeleitet.

Für den interessierten Leser sind von Hart [13] die Gleichungen für den Fall des Auftretens von unbekanntem Parametern in den Matrizen A , B bzw. F sowie C dargestellt.

Die Zustandsraumdarstellungen aus Kapitel 2.2.1 führen zu folgenden Darstellungen mit der zusätzlichen Abhängigkeit der zu schätzenden Parameter $\underline{\theta}$:

Kontinuierliches Modell:

$$\dot{\underline{x}}(t) = F(\underline{\theta}) \cdot \underline{x}(t) + B(\underline{\theta}) \cdot \underline{u}(t) + G \cdot \underline{w}(t) \quad (5.95)$$

$$\underline{y}(t) = C \cdot \underline{x}(t) + \underline{v}(t) \quad (5.96)$$

Zeitdiskretes Modell:

$$\underline{x}(k) = A(\underline{\theta}) \cdot \underline{x}(k-1) + B(\underline{\theta}) \cdot \underline{u}(k-1) + G \cdot \underline{w}(k-1) \quad (5.97)$$

$$\underline{y}(k) = C \cdot \underline{x}(k) + \underline{v}(k) \quad (5.98)$$

Die gleichzeitige Parameter- und Zustandsschätzung kann zum einen mit einem Extended Kalman-Filter (EKF) für die direkte Parameter- und Zustandsschätzung oder zum anderen indirekt durch ein adaptives Verfahren parallel zur Zustandsschätzung durchgeführt werden, siehe Abbildung 5.13. Im Unterpunkt 5.2.1 soll das EKF für kontinuierliche sowie zeitdiskrete Ausgangsgleichungen dargestellt werden. Im anschließenden Unterpunkt 5.2.2 werden die adaptiven Verfahren betrachtet. Abschließend wird das EKF den adaptiven Verfahren anhand eines Beispiels gegenübergestellt und bewertet.

5.2.1 Extended Kalman-Filter

Bei der Vorgehensweise mit EKF werden die unbekannt Parameter $\underline{\theta}$ als neue Zustände in die Zustandsraumdarstellung eingeführt. Dabei wird ein vergrößerter Zustandsvektor mit den Zuständen und den Parametern gebildet:

$$\underline{x}_a = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n \quad \theta_1 \cdots \theta_i]^T \quad (5.99)$$

Dadurch entsteht automatisch eine nichtlineare Zustandsraumbeschreibung, die mit einem EKF gelöst werden kann. Für Problemstellungen, bei denen ein zeitdiskretes oder ein kontinuierliches Zustandsraummodell vorliegen, siehe Gleichungen (5.95)-(5.97), ergeben sich zwei unterschiedliche EKF. Diese sind von Krebs [17] dargestellt worden und werden in den nächsten beiden Abschnitten vorgestellt.

Zeitdiskrete Modelldarstellung

Ausgehend von der in Kapitel 2.2.1 dargestellten nichtlinearen stochastischen zeitdiskreten allgemeinen Modelldarstellung ergibt sich folgende nichtlineare Zustandsraumbeschreibung, wenn für die unbekannt Parameter neue Zustände eingeführt werden und diese sowohl in der Zustandsraumgleichungen als auch in den Beobachtungsgleichungen auftreten:

$$\underline{x}_a(k) = \underline{f}[\underline{x}_a(k-1), \underline{u}(k-1), k-1] + G \cdot \underline{w}(k-1) \quad (5.100)$$

$$\underline{y}(k) = \underline{h}[\underline{x}_a(k), k] + \underline{v}(k) \quad (5.101)$$

$$\text{mit } \underline{x}_a = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n \quad \theta_1 \quad \cdots \quad \theta_i]^T \quad (5.102)$$

Der Grund für die Betrachtung unsicherer Parameter in der Beobachtungsmatrix C ist, daß das allgemeine EKF für spätere Anwendungen abgeleitet werden soll. Bei der weiteren Herleitung wird statt des vergrößerten Zustandsvektors \underline{x}_a der einfache Zustandsvektor \underline{x} verwendet.

Zur Bestimmung der Prädiktion sowie der Prädiktionsfehlerkovarianz im Time-Update werden die folgenden bedingten Erwartungswerte in der Gleichung (5.100) gebildet:

$$\mathbb{E} \{ \underline{x}(k) / Y^{k-1} \} \text{ und } \mathbb{E} \left\{ [\underline{x}(k) - \hat{\underline{x}}^-(k)] \cdot [\underline{x}(k) - \hat{\underline{x}}^-(k)]^T / Y^{k-1} \right\}$$

Daraus ergibt sich der Prädiktionsschätzwert und die Prädiktionsfehlerkovarianz:

$$\hat{\underline{x}}^-(k) = \mathbb{E} \{ \underline{f}[\underline{x}(k-1), \underline{u}(k-1), k-1] / Y^{k-1} \} + \mathbb{E} \{ \underline{w}(k-1) / Y^{k-1} \} \quad (5.103)$$

$$P^-(k) = \mathbb{E} \left\{ \underbrace{[\underline{x}(k) - \hat{\underline{x}}^-(k)]}_{=e^-(k)} \cdot [\underline{x}(k) - \hat{\underline{x}}^-(k)]^T / Y^{k-1} \right\} \quad (5.104)$$

Der zweite Term in Gleichung (5.103) ist aufgrund der Unkorreliertheit des Driving-Noise Prozesses sowie der Mittelwertfreiheit des weißen Gaußprozesses null. Zur Lösung der Erwartungswertbildung des ersten Terms in Gleichung (5.103) führt man nun eine Taylorreihenapproximation des nichtlinearen Zustandsraummodells um die Nominaltrajektorie der Filterschätzwerte $\hat{\underline{x}}_{k-1}^+$ durch. Das führt dann auf folgenden Zusammenhang:

$$\underline{f}[\underline{x}_{k-1}, \underline{u}_{k-1}, k-1] = \underline{f}[\underline{x}, \underline{u}_{k-1}, k-1] \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{k-1}^+} + \tilde{F} \cdot [\underline{x}_{k-1} - \hat{\underline{x}}_{k-1}^+] + \dots \quad (5.105)$$

$$\text{mit } \tilde{F} = \frac{\partial \underline{f}[\underline{x}, \underline{u}_{k-1}, k-1]}{\partial \underline{x}} \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{k-1}^+} \quad (5.106)$$

Wird die Taylorreihenentwicklung nach dem zweiten Term abgebrochen und der bedingte Erwartungswert gebildet, dann ergibt sich mit Gleichung (5.103):

$$\begin{aligned} \hat{\underline{x}}^-(k) &:= \mathbb{E} \{ \underline{f}[\underline{x}_{k-1}, \underline{u}_{k-1}, k-1] / Y^{k-1} \} \\ &= \underline{f}[\underline{x}, \underline{u}_{k-1}, k-1] \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{k-1}^+} + \tilde{F} \cdot \underbrace{\mathbb{E} \{ \underline{x}_{k-1} - \hat{\underline{x}}_{k-1}^+ \}}_{=0} \end{aligned} \quad (5.107)$$

Dabei verschwindet der zweite Term aufgrund der Erwartungswerttreue des Minimal-Varianz-Schätzwerts. So erhält man für den Prädiktionsschätzwert die folgende Form:

$$\hat{\underline{x}}^-(k) = \underline{f}[\underline{x}, \underline{u}_{k-1}, k-1] \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{k-1}^+} \quad (5.108)$$

Wird der Prädiktionsfehler e^- aus Gleichung (5.104) mit dem Prädiktionsschätzwert aus (5.108) und dem Zusammenhang für $\underline{x}(k)$ aus (5.100) berechnet, ergibt sich:

$$\begin{aligned} e^-(k) &= \underline{x}(k) - \hat{\underline{x}}^-(k) \\ &= \underline{f}[\underline{x}_{k-1}, \underline{u}_{k-1}, k-1] + G \cdot \underline{w}_{k-1} - \underline{f}[\underline{x}, \underline{u}_{k-1}, k-1] \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{k-1}^+} \end{aligned} \quad (5.109)$$

Wird nun die Taylorreihenentwicklung aus Gleichung (5.105) bis zum zweiten Term als Näherung für den ersten Term in Gleichung (5.109) eingesetzt, dann ergibt sich:

$$e^-(k) \approx \tilde{F} \cdot [\underline{x}_{k-1} - \hat{\underline{x}}_{k-1}^+] + G \cdot \underline{w}_{k-1} = \tilde{F} \cdot e_{k-1}^+ + G \cdot \underline{w}_{k-1} \quad (5.110)$$

In dieser Gleichung entspricht \underline{e}^+ dem Fehler des Filterschätzwerts. Mit diesem Zusammenhang kann man nun die Prädiktionsfehlerkovarianz in Gleichung (5.104) bestimmen. Dabei sind alle Erwartungswerte von Mischtermen der Komponente des Driving-Noise und des ersten Terms in Gleichung (5.110) wegen der Unkorreliertheit des Rauschprozesses gleich dem Nullvektor. Daraus folgt dann der Zusammenhang für die Prädiktionsfehlerkovarianz für ein Filter erster Ordnung:

$$\begin{aligned} P^-(k) &= \text{E} \left\{ \underline{e}_k^- \cdot \underline{e}_k^{-T} \right\} \\ &= \text{E} \left\{ \tilde{F} \cdot \underline{e}_{k-1}^+ \cdot \underline{e}_{k-1}^{+T} \cdot \tilde{F}^T \right\} + \text{E} \left\{ G \cdot \underline{w}_{k-1} \cdot \underline{w}_{k-1}^T \cdot G^T \right\} \end{aligned} \quad (5.111)$$

$$= \tilde{F} \cdot P^+(k-1) \cdot \tilde{F}^T + G \cdot Q(k-1) \cdot G^T \quad (5.112)$$

Nach der Ableitung des Prädiktionsschätzwerts in Gleichung (5.108) und der Prädiktionsfehlerkovarianz in Gleichung (5.112) können die Gleichungen des Kalman-Filters für den nichtlinearen zeitdiskreten Fall mit den Gleichungen für das lineare Kalman-Filter im Kapitel 5.1.3, dargestellt in den Gleichungen (5.59)-(5.62), ergänzt werden. Anstatt der Beobachtungsmatrix C wird die Änderung des nichtlinearen Zusammenhangs in Form der partiellen Ableitung ersetzt.

$$C = \tilde{H} \approx \left. \frac{\partial \underline{h}[\underline{x}, k]}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_k^-} \quad (5.113)$$

Daraus ergeben sich dann folgende Filtergleichungsberechnungen:

Time-Update:

$$\hat{\underline{x}}^-(k) = \underline{f}[\underline{x}, \underline{u}(k-1), k-1] \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{k-1}^+} \quad (5.114)$$

$$P^-(k) = \tilde{F} \cdot P^+(k-1) \cdot \tilde{F}^T + G \cdot Q(k-1) \cdot G^T \quad (5.115)$$

$$K(k) = P^-(k) \cdot \tilde{H}^T \cdot \left[\tilde{H} \cdot P^-(k) \cdot \tilde{H}^T + R(k) \right]^{-1} \quad (5.116)$$

Measurement-Update:

$$\hat{\underline{x}}^+(k) = \hat{\underline{x}}^-(k) + K(k) \cdot \underline{r}(k) \quad (5.117)$$

$$\underline{r}(k) = \underline{y}(k) - \underline{h}[\underline{x}, k] \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_k^-} \quad (5.118)$$

$$D(k) = I - K(k) \cdot \tilde{H} \quad (5.119)$$

$$P^+(k) = P^-(k) - K(k) \cdot \tilde{H} \cdot P^-(k) \quad (5.120)$$

$$= D(k) \cdot P^-(k) \cdot D(k)^T - K(k) \cdot R(k) \cdot K(k)^T \quad (5.121)$$

$$\text{mit } \tilde{F} = \left. \frac{\partial \underline{f}[\underline{x}, \underline{u}(k-1), k-1]}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{k-1}^+} \quad \text{und} \quad \tilde{H} = \left. \frac{\partial \underline{h}[\underline{x}, k]}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_k^-} \quad (5.122)$$

Die dargestellten Filtergleichungen entsprechen einem nichtlinearen zeitdiskreten Kalman-Filter mit einer Approximation erster Ordnung, d.h. die Taylorreihe in Gleichung (5.105) wurde nach dem ersten Glied abgebrochen. Filter höherer Ordnung sind denkbar, allerdings steigt der Berechnungsaufwand erheblich und das Konvergenzverhalten wird schlechter. Aus diesen Gründen werden in dieser Arbeit Filter höherer Ordnung nicht betrachtet.

Kontinuierliche Modelldarstellung

Die Besonderheit des Extended Kalman-Filters für eine kontinuierliche Modelldarstellung ist, daß das Zustandsraummodell im Gegensatz zur zeitdiskreten Darstellung kontinuierlich vorliegt. Der Grund für eine zeitkontinuierliche Beschreibung liegt daran, daß für nichtlineare Differentialgleichungen keine analytischen homogenen Lösungen zu finden sind und somit eine Transformation in eine zeitdiskrete Beschreibung nicht möglich ist. Das Beobachtungsmodell liegt wie beim vorherigen Unterpunkt zeitdiskret vor. Daraus ergibt sich die folgende nichtlineare stochastische Zustandsraumdarstellung mit den in Kapitel 2.2.1 abgeleiteten Eigenschaften der weißen Rauschprozesse \underline{w} und \underline{v} . Der Zustandsvektor \underline{x} ist der um die unsicheren Parameter erweiterte Vektor \underline{x}_a aus (5.99):

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}[\underline{x}(t), \underline{u}(t), t] + G(t) \cdot \underline{w}(t) \quad (5.123)$$

$$\underline{y}(t_i) = \underline{h}[\underline{x}(t_i), t_i] + \underline{v}(t_i) \quad (5.124)$$

Die Funktion \underline{f} ist eine nichtlineare vektorielle Funktion in Abhängigkeit der Zeit t , dem Eingangsvektor $\underline{u}(t)$ und den Zustandsgrößen $\underline{x}(t)$. Hierin sind das Driving-Noise $\underline{w}(t)$ und das Measurement-Noise $\underline{v}(t_i)$ unkorrelierte mittelwertfreie weiße Gaußprozesse, wie in Kapitel 2.2.1 dargestellt. Für den kontinuierlichen Fall müssen die Prädiktionsfehlerkovarianz und der Prädiktionsschätzwert neu bestimmt werden. Die Prädiktion wird als formale Integration über den linearisierten Arbeitspunkt folgendermaßen ermittelt:

$$\hat{\underline{x}}^-(t_{i+1}) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \underline{f}[\hat{\underline{x}}(t/t_i), \underline{u}(t), t] dt + \underline{x}(t_i) \quad \text{mit} \quad \underline{x}(t_i) = \hat{\underline{x}}^+(t_i) \quad (5.125)$$

Die Bestimmung der Prädiktionsfehlerkovarianz wird durch die formale Integration im linearisierten Arbeitspunkt realisiert:

$$P^-(t_{i+1}) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \dot{P}(t/t_i) \cdot dt + P(t_i) \quad \text{mit} \quad P(t_i) = \hat{P}^+(t_i) \quad (5.126)$$

Das in der Gleichung (5.126) enthaltene Differential $\dot{P}(t/t_i)$ berechnet sich durch:

$$\dot{P}(t/t_i) = \tilde{F}(t, \hat{\underline{x}}(t/t_i)) \cdot P(t/t_i) + P(t/t_i) \cdot \tilde{F}(t, \hat{\underline{x}}(t/t_i))^T + G \cdot Q(t) \cdot G^T \quad (5.127)$$

Die Matrix \tilde{F} stellt eine Linearisierung der Funktion \underline{f} um einen Arbeitspunkt dar und wird nach folgender Vorschrift bestimmt:

$$\tilde{F}(t, \hat{\underline{x}}(t/t_i)) = \left. \frac{\partial \underline{f}[\underline{x}(t), \underline{u}(t), t]}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}(t) = \hat{\underline{x}}^+(t/t_i)} \quad (5.128)$$

Der gesamte Filterablauf für den kontinuierlichen Fall kann dann mit den Filtergleichungen der zeitdiskreten Darstellung der Gleichungen (5.114)-(5.122) dargestellt werden. Allerdings werden die Gleichungen für den Prädiktionsschätzwert und der Prädiktionsfehlerkovarianz durch die dargestellten Gleichungen (5.125) und (5.126) ersetzt.

5.2.2 Adaptive Parameter- und Zustandsschätzer

Im Gegensatz zu der Vorgehensweise mit EKF wird beim adaptiven Ansatz die Darstellung des Zustandsraummodells beibehalten und die Aufgabe in eine Zustandsschätzung und eine überlagerte adaptive Parameterschätzung aufgeteilt. Das Zustandsraummodell ist bis auf einige unbekannte Parameter in A , B , Q und R gegeben. Diese zu schätzenden Parameter werden in dem Vektor $\underline{\theta}$ zusammengefaßt. Die gesuchten Parameter verändern sich nur langsam im Vergleich zu der Veränderung der Zustandsvariablen. Da der Entwickler meist nur unzulängliche Informationen über die Verteilungsdichtefunktionen der unbekannt Parameter besitzt, sollten keine statistischen a priori Kenntnisse des Parametervektors erforderlich sein. Allerdings ist es sehr oft möglich, einen Wertebereich für den Parametervektor anzugeben. Die gängigen Verfahren sind in der Abbildung 5.13 dargestellt:

- Bayes-Verfahren,
- Nonlinear Least-Squares (NLLS),
- Kalman-Filter mit überlagertem Maximum-Likelihood (KF mit ML).

Alle drei Verfahren sind in der Lage, Parameter in allen Systemmatrizen zu schätzen. Das Bayes-Verfahren benötigt die Verteilungsdichtefunktion des Parametervektors als a priori Wissen und erfüllt somit die Anforderungen für den Schätzalgorithmus nicht. Die Annahme der Verteilungsdichtefunktion führt dazu, daß keine Aussage über die Optimalität des Filters gemacht werden kann. Außerdem ist zur Schätzung der Parameter die Lösung eines Integrals über den gesamten Realisationsbereich erforderlich. Diese Tatsache führt zu einem sehr hohen Rechenaufwand, wenn keine vereinfachenden Annahmen eingeführt werden. Aus den aufgeführten Gründen wird das Bayes-Verfahren nicht eingesetzt und es wird auf eine detaillierte Beschreibung verzichtet. Für den interessierten Leser wird auf Hart [13] und Ziegler [32] verwiesen.

Das NLLS-Verfahren und das Verfahren mit KF und überlagertem ML verfolgen denselben Ansatz bei der adaptiven Schätzung der Parameter. Allerdings wird beim ersten Verfahren zur Zustandsschätzung ein Least-Squares Algorithmus und beim zweiten ein Kalman-Filter Algorithmus eingesetzt. Unter dem Gesichtspunkt der Optimalität der Schätzwerte wird dem Kalman-Filter als Zustandsschätzer der Vorrang gegeben. Für den interessierten Leser ist das NLLS-Verfahren in [19] zu finden. Im Anschluß wird das verwendete Verfahren mit Kalman-Filter und überlagertem Maximum-Likelihood für die Parameter- und Zustandsschätzung, das von Maybeck [22] dargestellt worden ist, vorgestellt.

Verfahren nach dem Maximum-Likelihood Prinzip

Ein Verfahren zur gleichzeitigen Schätzung der Zustände \underline{x} und des Parametervektors $\underline{\theta}$ aus einer Meßwertreihe \underline{Y}^k ist das Maximum-Likelihood Verfahren. Es maximiert eine Likelihood-Funktion in Abhängigkeit der unbekannt Parameter.

$$\left. \frac{\partial L[\underline{\Theta}(k), \underline{Y}^k]}{\partial \underline{\Theta}} \right|_{\underline{\Theta}(k) = \hat{\underline{\Theta}}(k)} = \underline{0}^T \quad (5.129)$$

Hierin besteht der Vektor $\underline{\Theta}(k)$ als vergrößerter Vektor aus der n-dimensionalen Partition der Zustände und einer p-dimensionalen Partition von Parametern.

$$\underline{\Theta} = [x_1 \quad \cdots \quad x_n \quad \theta_1 \quad \cdots \quad \theta_p] \quad (5.130)$$

Die Parameter können Bestandteile von A, B, Q und R sein. Wenn ein erwartungstreuer Schätzwert mit endlicher Kovarianz existiert, so daß kein anderer erwartungstreuer Schätzwert mit geringerer Kovarianz vorhanden ist, kann dieser immer durch das ML-Verfahren gefunden werden. Das ML-Verfahren liefert dann eine singuläre Lösung, die dem erwartungstreuen Schätzwert entspricht. Unter sehr allgemeinen Bedingungen hat das ML-Verfahren eine Lösung, die mit steigender Anzahl von Meßwerten zum wahren Wert konvergiert. Ein großer Nachteil des Maximum-Likelihood Verfahrens ist, daß keine theoretischen Kenntnisse für Schätzwerte von kleinen Meßreihen existieren, aber für diese wird der Schätzwert immer noch asymptotisch optimal sein und gewöhnlich eine gute Schätzung für kleine Meßwertreihenlängen liefern.

Bestimmung der Likelihood-Funktion

Die Likelihood-Funktionen stellen bedingte Verteilungsdichtefunktionen aus der Zufallsvariable $\underline{x}(k)$, der Meßwertgeschichte \underline{Y}^k und dem Parametervektor $\underline{\theta}$ dar. Es ist aus der Vielzahl möglicher bedingter Verteilungsdichtefunktion für die Likelihood-Funktion diese gewählt worden, die den Parametervektor $\underline{\theta}$ nur als Bedingung enthält.

Diese Verteilungsdichtefunktion besitzt den Vorteil, daß keine a priori Kenntnisse erforderlich sind, da der Parametervektor nur als Bedingung auftritt. Zur Bestimmung der Verteilungsdichtefunktion muß diese soweit umgeformt werden, daß sie nur bekannte Komponenten enthält. In den folgenden Berechnungen werden die Argumente der Verteilungsdichtefunktionen aus Übersichtlichkeitsgründen weggelassen. Mit dem Satz von Bayes und seiner k-maligen Anwendung kann man die gewählte Verteilungsdichtefunktion der Likelihood-Funktion in eine Produktschreibweise der folgenden Form überführen:

$$\begin{aligned} L[\underline{\Theta}(k), \underline{Y}^k] &= f_{\underline{x}(k), \underline{Y}^k / \underline{\theta}}(\underline{x}, \underline{Y}^k / \underline{\theta}) \\ &= \frac{f_{\underline{x}(k), \underline{Y}^k, \underline{\theta}} \cdot f_{\underline{Y}^k, \underline{\theta}}}{f_{\underline{\theta}} \cdot f_{\underline{Y}^k, \underline{\theta}}} \\ &= f_{\underline{x}(k) / \underline{Y}^k, \underline{\theta}} \cdot f_{\underline{Y}^k / \underline{\theta}} \end{aligned} \quad (5.131)$$

$$= \frac{f_{\underline{x}(k)/\underline{Y}^k, \underline{\theta}} \cdot f_{\underline{y}(k)/\underline{Y}^{k-1}, \underline{\theta}} \cdot f_{\underline{Y}^{k-1}, \underline{\theta}}}{f_{\underline{\theta}} \cdot f_{\underline{Y}^{k-1}, \underline{\theta}}} \quad (5.132)$$

$$= f_{\underline{x}(k)/\underline{Y}^k, \underline{\theta}} \cdot f_{\underline{y}(k)/\underline{Y}^{k-1}, \underline{\theta}} \cdot f_{\underline{Y}^{k-1}/\underline{\theta}} \quad (5.133)$$

$$\vdots \quad (5.134)$$

$$= f_{\underline{x}(k)/\underline{Y}^k, \underline{\theta}} \cdot \prod_{j=1}^k f_{\underline{y}(j)/\underline{Y}^{j-1}, \underline{\theta}} \quad (5.135)$$

In der Matrix \underline{Y}^k sind alle Meßwerte enthalten:

$$\underline{Y}^k = [\underline{y}(1)^T \quad \underline{y}(2)^T \quad \underline{y}(3)^T \quad \cdots \quad \underline{y}(k)^T] \quad (5.136)$$

Die Kenntnis, daß sich der Parametervektor sehr langsam im Vergleich zu den Zustandsvariablen ändert, ermöglicht erst eine Bestimmung der erhaltenen Verteilungsdichtefunktion in Gleichung (5.135). Die Parameter werden als konstant im Intervall der k -Abtastperioden modelliert. Damit ist der Parametervektor $\underline{\theta}$ konstant für alle $\underline{y}(k)$ und die zu bestimmenden Verteilungsdichtefunktionen können für den konstanten Parametervektor ermittelt werden:

$$\begin{aligned} f_{\underline{x}(k), \underline{Y}^k / \underline{\theta}}(\underline{\xi}, \underline{Y}^k / \underline{\vartheta}) &= f_{\underline{x}(k)/\underline{Y}^k, \underline{\theta}} \cdot \prod_{j=1}^k f_{\underline{y}(j)/\underline{Y}^{j-1}, \underline{\theta}} \\ &= \left(f_{\underline{x}(k)/\underline{Y}^k} \cdot \prod_{j=1}^k f_{\underline{y}(j)/\underline{Y}^{j-1}} \right) \Big|_{\underline{\vartheta} = \hat{\underline{\theta}} = \text{const}} \end{aligned} \quad (5.137)$$

Verwendet man ein Kalman-Filter für die Zustandsschätzung, können die Verteilungsdichtefunktionen in der Gleichung (5.137) mit den Größen des Kalman-Filters für einen konstanten Parametervektor bestimmt werden. Die Herleitung des Kalman-Filters mit überlagertem Maximum-Likelihood Verfahren ist im Anhang 10.5 dargestellt.

Im anschließenden Abschnitt werden die im Anhang hergeleiteten Filtergleichungen für das Verfahren des Parameter- und Zustandsschätzers mit Kalman-Filter und überlagertem Maximum-Likelihood Verfahren zusammengefaßt.

Zusammenfassung der Gleichungen

Der Scoring-Algorithmus berechnet den Schätzwert für den Parametervektor rekursiv über die Meßsequenzlänge N für jeden Abtastschritt k , d.h. es wird für jeden neuen Meßwert ein Schätzwert für den Parametervektor gebildet. Die Rekursion beginnt bei $k - N + 1$. Dabei werden die Zustandsschätzwerte durch das Kalman-Filter und die Parameterschätzwerte durch das überlagerte Maximum-Likelihood Verfahren berechnet, das durch das rekursive Scoring-Verfahren realisiert ist. Der Ablauf der Berechnungen ist in einem Flußdiagramm in Abbildung 5.14 dargestellt. Die einzelnen Punkte sind dann detailliert in den Filtergleichungen (5.138)-(5.167) beschrieben.

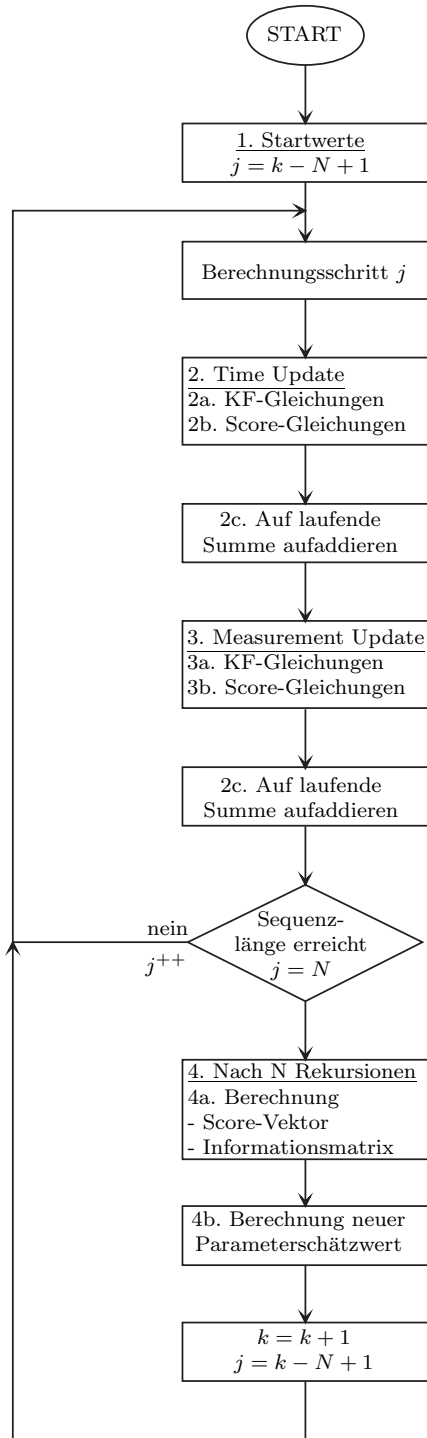


Abbildung 5.14: Flußdiagramm des adaptiven Schätzverfahrens KF mit ML

1. Startwerte für den Algorithmus

$$\hat{\underline{x}}_{k-N}^+ = \quad (\text{vorher berechneter Wert}) \quad (5.138)$$

$$P^+(k-N) = \quad (\text{vorher berechneter Wert}) \quad (5.139)$$

$$\frac{\partial \hat{\underline{x}}_{k-N}^+}{\partial \vartheta_m} = 0 \quad (\text{für alle } m) \quad (5.140)$$

$$\frac{\partial P^+}{\partial \vartheta_m}(k-N) = 0 \quad (\text{für alle } m) \quad (5.141)$$

$$\frac{\partial \hat{\underline{x}}_{k-N}^+}{\partial \vartheta_m} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_{k-N}^{+T}}{\partial \vartheta_n} = 0 \quad (\text{für alle } m \text{ und } n) \quad (5.142)$$

 2. Berechnungen während des Time-Updates ($k-N < j < k$)

 a. *Kalman-Filter-Gleichungen*

Zur Bestimmung dieser Gleichungen wird der letzte Schätzwert verwendet.

$$\hat{\underline{x}}^-(j) = A(j-1) \cdot \hat{\underline{x}}^+(j-1) + B(j-1) \cdot \underline{u}(j-1) \quad (5.143)$$

$$P^-(j) = A(j-1) \cdot P^+(j-1) \cdot A^T(j-1) + G \cdot Q(j-1) \cdot G^T \quad (5.144)$$

$$P_{\underline{y}\underline{y}}(j) = C(j) \cdot P^-(j) \cdot C^T(j) + R(j) \quad (5.145)$$

$$K(j) = P^-(j) \cdot C^T(j) \cdot [C(j) \cdot P^-(j) \cdot C^T(j) + R(j)]^{-1} \quad (5.146)$$

 b. *Score-Algorithmusgleichungen*

Zur Bestimmung des Score-Algorithmus müssen folgende Ableitungen bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^-}{\partial \vartheta_m} &= A(j-1) \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_{j-1}^+}{\partial \vartheta_m} + \frac{\partial A(j-1)}{\partial \vartheta_m} \cdot \hat{\underline{x}}_{j-1}^+ \\ &+ \frac{\partial B(j-1)}{\partial \vartheta_m} \cdot \underline{u}(j-1) \end{aligned} \quad (5.147)$$

$$\frac{\partial P^-}{\partial \vartheta_m}(j) = \frac{\partial A(j-1)}{\partial \vartheta_m} \cdot P^+(j-1) \cdot A(j-1)^T \quad (5.148)$$

$$\begin{aligned} &+ A(j-1) \cdot P^+(j-1) \cdot \frac{\partial A(j-1)^T}{\partial \vartheta_m} \\ &+ A(j-1) \cdot \frac{\partial P^+(j-1)}{\partial \vartheta_m} \cdot A(j-1)^T + \frac{\partial Q(j-1)}{\partial \vartheta_m} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial P_{\underline{y}\underline{y}}}{\partial \vartheta_m}(j) = C(j) \cdot \frac{\partial P^-(j)}{\partial \vartheta_m} \cdot C(j)^T + \frac{\partial R(j)}{\partial \vartheta_m} \quad (5.149)$$

Berechnung der Summenterme der Informationsmatrix für (5.166):

$$\begin{aligned} & \mathbb{E} \left\{ s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{\vartheta}}] \cdot s_n[\underline{y}(j), \hat{\underline{\vartheta}}] \right\} \Big|_{\hat{\underline{\vartheta}}=\hat{\underline{\vartheta}}_i} = \\ & \frac{1}{2} \cdot \text{tr} \left[P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot \frac{\partial P_{\underline{y}\underline{y}}}{\partial \vartheta_m}(j) \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot \frac{\partial P_{\underline{y}\underline{y}}}{\partial \vartheta_n}(j) \right] \\ & + \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^-T}{\partial \vartheta_m} \cdot C^T \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot C \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^-}{\partial \vartheta_n} \end{aligned} \quad (5.150)$$

c. Anschließend auf laufende Summe aufaddieren

$$\sum_{j=k-N+1}^k \mathbb{E} \left\{ s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{\vartheta}}] \cdot s_n[\underline{y}(j), \hat{\underline{\vartheta}}] \right\} \Big|_{\hat{\underline{\vartheta}}=\hat{\underline{\vartheta}}_i} \quad (5.151)$$

3. Berechnungen während des Measurement-Updates

a. *Kalman-Filter Gleichungen*

$$\hat{\underline{x}}^+(j) = \hat{\underline{x}}^-(j) + K(j) \cdot \underline{r}(j) \quad (5.152)$$

$$\underline{r}(j) = \underline{y}(j) - C \cdot \hat{\underline{x}}^-(j) \quad (5.153)$$

$$D(j) = I - K(j) \cdot C(j) \quad (5.154)$$

$$P^+(j) = P^-(j) - K(j) \cdot C(j) P^-(j) \quad (5.155)$$

$$= D(j) \cdot P^-(j) \cdot D(j)^T - K(j) \cdot R(j) \cdot K(j)^T \quad (5.156)$$

Es werden folgende Abkürzungen zur Berechnung eingeführt:

$$E = P_{\underline{y}\underline{y}}(j) \cdot \underline{r}_j \quad (5.157)$$

$$F = P_{\underline{y}\underline{y}}(j) - E \cdot E^T \quad (5.158)$$

b. *Score-Algorithmusgleichungen*

$$\frac{\partial \hat{\underline{x}}^+(j)}{\partial \vartheta_m} = D(j) \cdot \left[\frac{\partial \hat{\underline{x}}_{j-1}^-}{\partial \vartheta_m} + \frac{\partial P^-(j)}{\partial \vartheta_m} \cdot [C^T \cdot E] \right] \quad (5.159)$$

$$\frac{\partial P^+(j)}{\partial \vartheta_m} = D(j) \cdot \frac{\partial P^-(j)}{\partial \vartheta_m} D(j)^T \quad (5.160)$$

Berechnung der Summenterme des Score-Vektors für (5.165):

$$s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{\vartheta}}] \Big|_{\hat{\underline{\vartheta}}=\hat{\underline{\vartheta}}_i} = \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^-T}{\partial \vartheta_m} \cdot [C^T \cdot E] - \frac{1}{2} \cdot \text{tr} \left\{ F \cdot \frac{\partial P_{\underline{y}\underline{y}}}{\partial \vartheta_m}(j) \right\} \quad (5.161)$$

c. Anschließend werden die Elemente s_m auf die laufende Summe aufaddiert:

$$\sum_{j=i-N+1}^k s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{v}}] \Big|_{\hat{\underline{v}}=\hat{\underline{v}}_i} \quad (5.162)$$

4. Nach N Rekursionen

$$\gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{v}}] \Big|_{\hat{\underline{v}}=\hat{\underline{v}}_i} = \text{tr} \left\{ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \vartheta_m} \right\} \quad (5.163)$$

$$\begin{aligned} \text{E} \left\{ \gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{v}}] \cdot \gamma_n[\underline{y}(k), \hat{\underline{v}}] \right\} \Big|_{\hat{\underline{v}}=\hat{\underline{v}}_i} &= \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^+{}^T}{\partial \vartheta_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^+}{\partial \vartheta_n} \\ &+ \frac{1}{2} \cdot \text{tr} \left[P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \vartheta_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \vartheta_n} \right] \end{aligned} \quad (5.164)$$

a. *Bestimmung der Informationsmatrix nach Rao und des Score-Vektors*

$$\frac{\partial L[\hat{\underline{\Theta}}(k, Y^k)]}{\partial \vartheta_m} = \gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{v}}] + \sum_{j=k-N+1}^k s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{v}}] \Big|_{\hat{\underline{v}}=\hat{\underline{v}}_i} \quad (5.165)$$

$$\begin{aligned} J_{m,n} &= \text{E} \left\{ \gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{v}}] \cdot \gamma_n[\underline{y}(k), \hat{\underline{v}}] \right\} \Big|_{\hat{\underline{v}}=\hat{\underline{v}}_i} \\ &+ \sum_{j=i-N+1}^k \text{E} \left\{ s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{v}}] \cdot s_n[\underline{y}(j), \hat{\underline{v}}] \right\} \Big|_{\hat{\underline{v}}=\hat{\underline{v}}_i} \end{aligned} \quad (5.166)$$

b. *Berechnung des neuen Parametervektors*

$$\hat{\underline{v}}_{i+1} = \hat{\underline{v}}_i + J[k, \hat{\underline{v}}]^{-1} \cdot \frac{\partial L[\hat{\underline{\Theta}}(k, Y^k)]}{\partial \underline{v}}^T \quad (5.167)$$

Mit dem neuen Parameterschätzwert wird die rekursive Berechnung beim nächsten Abtastschritt $k + 1$ fortgesetzt.

5.2.3 Untersuchung der Parameter- und Zustandsschätzer

In diesem Unterpunkt werden der adaptive Parameter- und Zustandsschätzer mit Kalman-Filter und überlagertem ML sowie das herkömmliche Verfahren mit Extended Kalman-Filter untersucht. Die Untersuchungen werden mit synthetischen Daten an den abgeleiteten Modellen für den Luft- und Kraftstoffpfad aus Kapitel 3.6 durchgeführt.

Luftpfad

Zur Identifikation des linearen Gesamtstreckenmodells des Luftpfads, siehe Abbildung 3.18, kann ein Extended Kalman-Filter bzw. ein Kalman-Filter mit überlagertem ML zur Parameter- und Zustandsschätzung eingesetzt werden. Die Ergebnisse sollen im folgenden dargestellt werden. Zunächst werden die Ergebnisse für das Extended Kalman-Filter betrachtet.

Extended Kalman-Filter

Das Zustandsraummodell aus Gleichung (3.82) wird um zwei Zustände zur Schätzung der Totzeit t_d und der Saugrohrzeitkonstante τ_s erweitert. Durch diese Einführung ergibt sich dann folgende nichtlineare zeitdiskrete Zustandsraummodellierung.

$$x_1(k+1) = e^{-\frac{T}{x_5(k)}} \cdot x_1(k) + (1 - e^{-\frac{T}{x_5(k)}}) \cdot u(k) \quad (5.168)$$

$$x_2(k+1) = x_1(k) \quad (5.169)$$

$$x_3(k+1) = (1 - e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}(n_d+1-\frac{x_4(k)}{T})}) \cdot x_1(k) + (e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}(n_d+1-\frac{x_4(k)}{T})} - \gamma_0) \cdot x_2(k) + \gamma_0 \cdot x_3(k) \quad (5.170)$$

$$x_4(k+1) = x_4(k) = t_d \quad (5.171)$$

$$x_5(k+1) = x_5(k) = \tau_s \quad (5.172)$$

Zur Verwendung des abgeleiteten Algorithmus für das Extended Kalman-Filter für zeitdiskrete Zustandsraumdarstellungen benötigt man die partielle Ableitung des nichtlinearen Zustandsübergangs nach den Zuständen. Für das Beispiel ergeben sich die folgenden partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial \underline{f}[\underline{x}, k]}{\partial \underline{x}} = \begin{bmatrix} f_{11} & 0 & 0 & 0 & f_{15} \\ f_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{55} \end{bmatrix} \quad (5.173)$$

mit

$$f_{11} = e^{-\frac{T}{x_5(k)}} \quad (5.174)$$

$$f_{15} = \frac{T}{x_5(k)^2} \cdot e^{-\frac{T}{x_5(k)}} \cdot (x_1(k) - u(k)) \quad (5.175)$$

$$f_{21} = f_{44} = f_{55} = 1 \quad (5.176)$$

$$f_{31} = 1 - e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}(n_d+1-\frac{x_4(k)}{T})} \quad (5.177)$$

$$f_{32} = e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}(n_d+1-\frac{x_4(k)}{T})} - \gamma_0 \quad (5.178)$$

$$f_{33} = \gamma_0 \quad (5.179)$$

$$f_{34} = \frac{1}{\tau_\lambda} e^{-\frac{T}{\tau_\lambda}(n_d+1-\frac{x_4(k)}{T})} \quad (5.180)$$

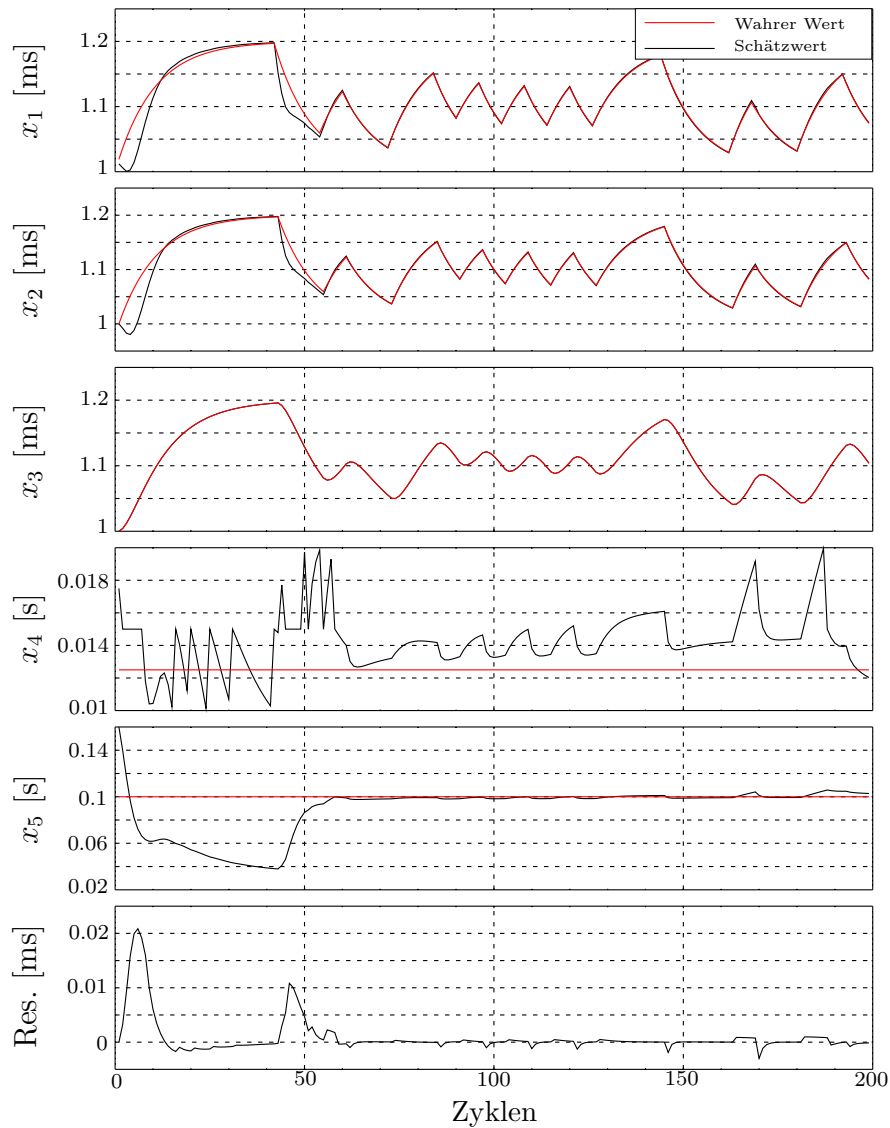


Abbildung 5.15: Identifikation des Luftpfads mit EKF

In der Abbildung 5.15 sind die Ergebnisse der Identifikation des Luftpfads mit synthetischen Daten dargestellt. In den ersten fünf Diagrammen sind die Zustandsschätzwerte und im sechsten Diagramm die Residuensequenz zu sehen. Die Parameterschätzwerte entsprechen dem vierten und fünften Zustand. Für die Erzeugung der synthetischen Daten werden ideale Verhältnisse ohne auftretende Eingangs- und Ausgangsrauschprozesse gewählt. Zur Erzeugung der synthetischen Daten wurden die Werte wie folgt festgelegt:

$$\tau_s = 100 \text{ ms} \quad \text{und} \quad t_d = 12.5 \text{ ms} \quad (5.181)$$

Das Konvergenzverhalten eines EKF zur Parameter- und Zustandsschätzung ist stark von den Startwerten des Filters P_0 und x_0 und der Einstellung des Driving-Noise Q und des Measurement-Noise R zum Filter-Tuning abhängig. Bei der dargestellten Identifikation des Luftpfades konnte erst ein sinnvolles konvergentes Verhalten erreicht werden, nachdem eine physikalische Plausibilitätsprüfung des Parameters der Totzeit durchgeführt wurde. Diese wurde nach dem Time-Update des Kalman-Filters in den rekursiven Algorithmus eingefügt und wurde mit folgendem Zusammenhang bestimmt:

$$\hat{x}_4^+(k) = \begin{cases} \hat{x}_4^+(k) & \text{für } n_d \cdot T \leq \hat{x}_4^+(k) < (n_d + 1) \cdot T \\ (n_d + 0.5) \cdot T & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.182)$$

Hiermit wurde erreicht, daß der zu schätzende Parameter der Totzeit keine nichtphysikalischen Werte annimmt. Betrachtet man die Schätzergebnisse in Abbildung 5.15, dann sieht man einerseits ein konvergentes Verhalten bei der Schätzung der Saugrohrzeitkonstante im Zustand x_5 und andererseits das divergente Verhalten bei der Schätzung der Totzeit im Zustand x_4 , das nur durch die physikalische Beschränkung nicht zur vollständigen Filterdivergenz führt.

Verfahren mit Kalman-Filter und überlagertem Maximum-Likelihood

Für die Anwendung des adaptiven Kalman-Filters mit überlagertem ML werden die folgenden partiellen Ableitungen für die Berechnung des Algorithmus in den Gleichungen (5.138)-(5.167) benötigt. Zunächst werden die partiellen Ableitungen der Zustandsübergangsmatrix nach den Parametern τ_s , t_d und τ_λ dargestellt:

$$\frac{\partial A}{\partial \tau_s} = \begin{bmatrix} \frac{T}{\tau_s^2} \cdot \gamma_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial A}{\partial t_d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\tau_\lambda} \cdot \gamma_0^{1-m} & \frac{1}{\tau_\lambda} \cdot \gamma_0^{1-m} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad (5.183)$$

$$\frac{\partial A}{\partial \tau_\lambda} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{T \cdot (1-m)}{\tau_\lambda^2} \cdot \gamma_0^{1-m} & \frac{T}{\tau_\lambda^2} \cdot ((1-m) \cdot \gamma_0^{1-m} - \gamma_0) & \frac{T}{\tau_\lambda^2} \gamma_0 \end{bmatrix} \quad (5.184)$$

Weiterhin werden noch die Ableitungen der Steuermatrix benötigt:

$$\frac{\partial B}{\partial \tau_s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{T \cdot (1-m)}{\tau_s^2} \cdot \gamma_a \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \frac{\partial B}{\partial t_d} = \frac{\partial B}{\partial \tau_\lambda} = \underline{0} \quad (5.185)$$

Die Ergebnisse für die Identifikation des Luftpfades für ideale Verhältnisse ist in der Abbildung 5.16 dargestellt. In den ersten drei Diagrammen sind die Zustandsschätzwerte, im vierten Diagramm die Residuensequenz und in den letzten beiden Diagrammen die Parameterschätzwerte abgebildet. Es sind ideale Verhältnisse, d.h. keine Eingangs- und Ausgangsrauschprozesse, gewählt worden.

Dabei wurden die folgenden Werte eingestellt:

Filterparameter			Startwerte		Wahre Werte	
Q	R	N	$\frac{t_d(0)}{\text{ms}}$	$\frac{\tau_s(0)}{\text{ms}}$	$\frac{t_d}{\text{ms}}$	$\frac{\tau_s}{\text{ms}}$
10^{-6}	10^{-12}	200	17.5	30	12.5	100

Tabelle 5.2: Eingestellte Parameterwerte

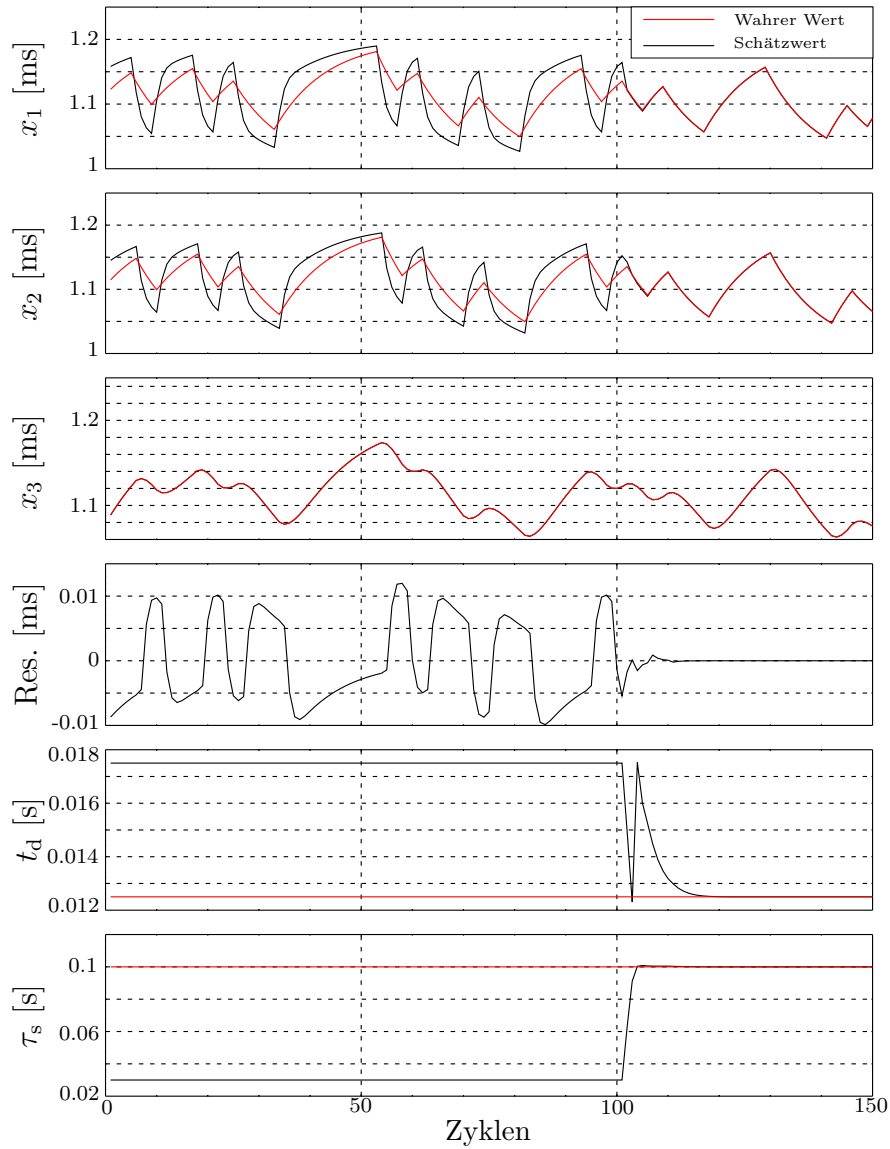


Abbildung 5.16: Identifikation des Luftpfads durch ein KF mit ML

In der Abbildung 5.16 ist nur der Ausschnitt des Adaptionvorgangs und eine Vergangenheitssequenz von 100 Segmenten dargestellt. Die falsch eingestellten Startwerte der Parameterschätzwerte t_d und τ_s sind in den ersten beiden Zuständen durch Abweichungen zu den wahren Zustandswerten zu sehen. Der dritte Zustand wird durch das sehr gering eingestellte Measurement-Noise auf den Meßwert gezogen. Indirekt verbessert das Kalman-Filter dadurch das falsche Modellverhalten, das sich durch sehr stark fehlerbehaftete Prädiktionsschätzwerte des Time-Update zeigt, durch die genaue Messung der Beobachtungen.

Der Adaptionvorgang ist bereits nach 10 Abtastschritten abgeschlossen und es werden für die hier geltenden idealen Verhältnisse exakt die wahren Werte erreicht. Im Residuum ist der Fehler zwischen Modellverhalten und Meßwerten dargestellt. Da hier ideale Verhältnisse vorherrschen, ist der Meßwert gleich dem wahren Wert. Das Filter zeichnet sich durch ein sehr schnelles Konvergenzverhalten aus und liefert dazu noch die exakten Parameter- und Zustandsschätzwerte.

Daß das Verfahren noch Reserven besitzt, wird deutlich, wenn man zu den beiden unbekannt Parameter der Totzeit und der Saugrohrzeitkonstante noch die Lambdasondenzeitkonstante mitschätzt. Die Ergebnisse sind im Anhang 10.6 in Abbildung 10.1 dargestellt. Auch für die vollständige Bestimmung der Systemdynamik des Modells schätzt das Verfahren die Parameter und die Zustände sehr gut.

Kraftstoffpfad

In diesem Abschnitt wird die Identifikation des Kraftstoffpfades mit synthetischen Daten dargestellt. Für die Identifikation wird nur das adaptive Verfahren mit Kalman-Filter und überlagertem ML eingesetzt, da wie in der Luftpfadmodellierung aufgezeigt die Parameter- und Zustandsschätzung mit EKF nur für Problemstellungen mit einer geringen Anzahl unbekannter Parameter geeignet ist. Das hier verwendete Modell für den Kraftstoffpfad ist im Kapitel 3.6.2 abgeleitet und ist in Abbildung 3.19 dargestellt.

Die Beschreibung des Zustandsraummodells sind in (3.94) und (3.95) zu finden. Für das adaptive Verfahren müssen noch folgende partielle Ableitungen der Zustandsübergangsmatrix bestimmt werden:

$$\frac{\partial A}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial A}{\partial \beta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.186)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t_d} = \frac{1}{\tau_\lambda} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma_0^{1-m} & \gamma_0^{1-m} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \frac{\partial A}{\partial a} = \frac{\partial A}{\partial b} = \frac{\partial A}{\partial c} = \underline{0} \quad (5.187)$$

Zusätzlich werden noch die Ableitungen der Steuermatrix benötigt:

$$\frac{\partial B}{\partial a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial B}{\partial b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial B}{\partial c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \frac{\partial B}{\partial t_d} = \frac{\partial B}{\partial \alpha} = \frac{\partial B}{\partial \beta} = \underline{0} \quad (5.188)$$

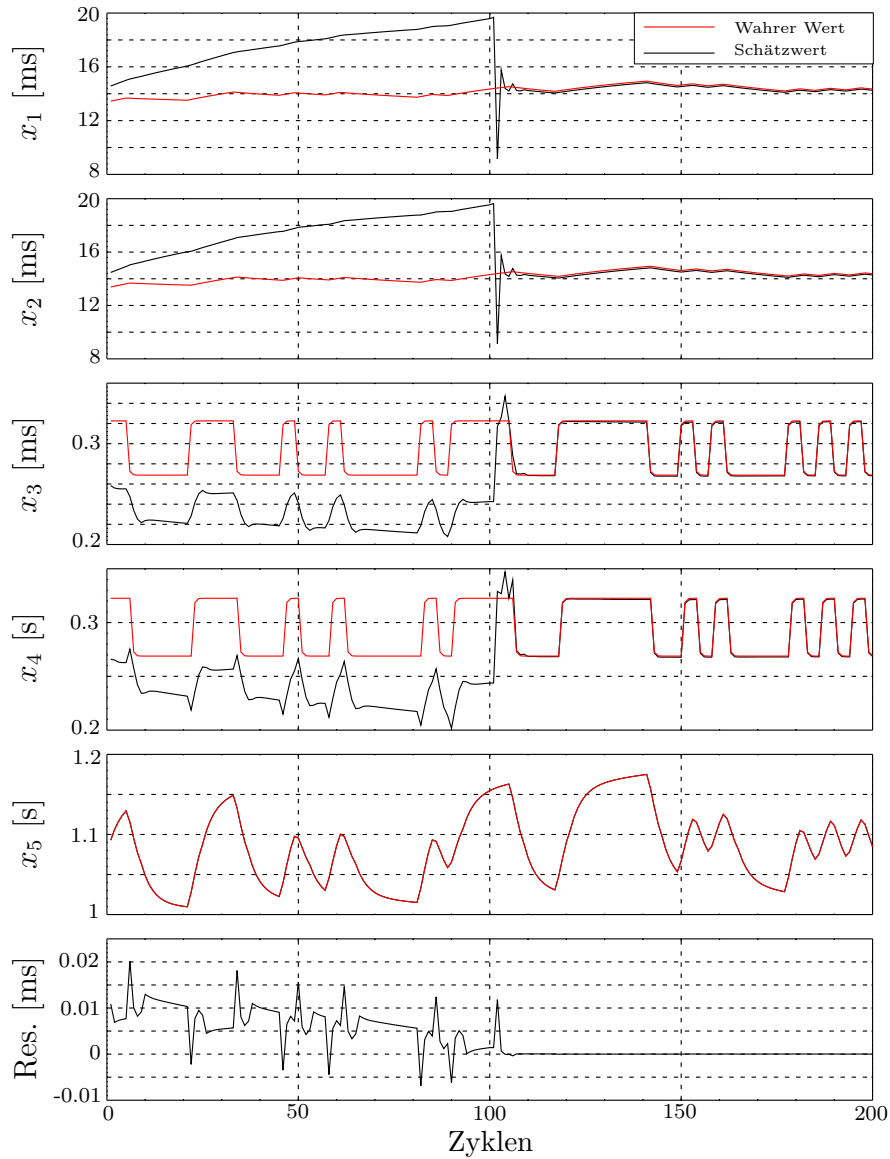


Abbildung 5.17: Zustandsschätzwerte des Kraftstoffpfads mit KF und ML

Nach Ableitung der benötigten zusätzlichen Gleichungen werden nun die erzielten Ergebnisse diskutiert. In der Abbildung 5.17 sind die fünf Zustandsschätzwerte den wahren Werten der synthetisch generierten Daten in den ersten fünf Diagrammen gegenübergestellt. Im sechsten Diagramm ist die Residuensequenz dargestellt. Weiterhin sind die erzielten Parameterschätzwerte in der Abbildung 5.18 mit den zugehörigen wahren Schätzwerten abgebildet.

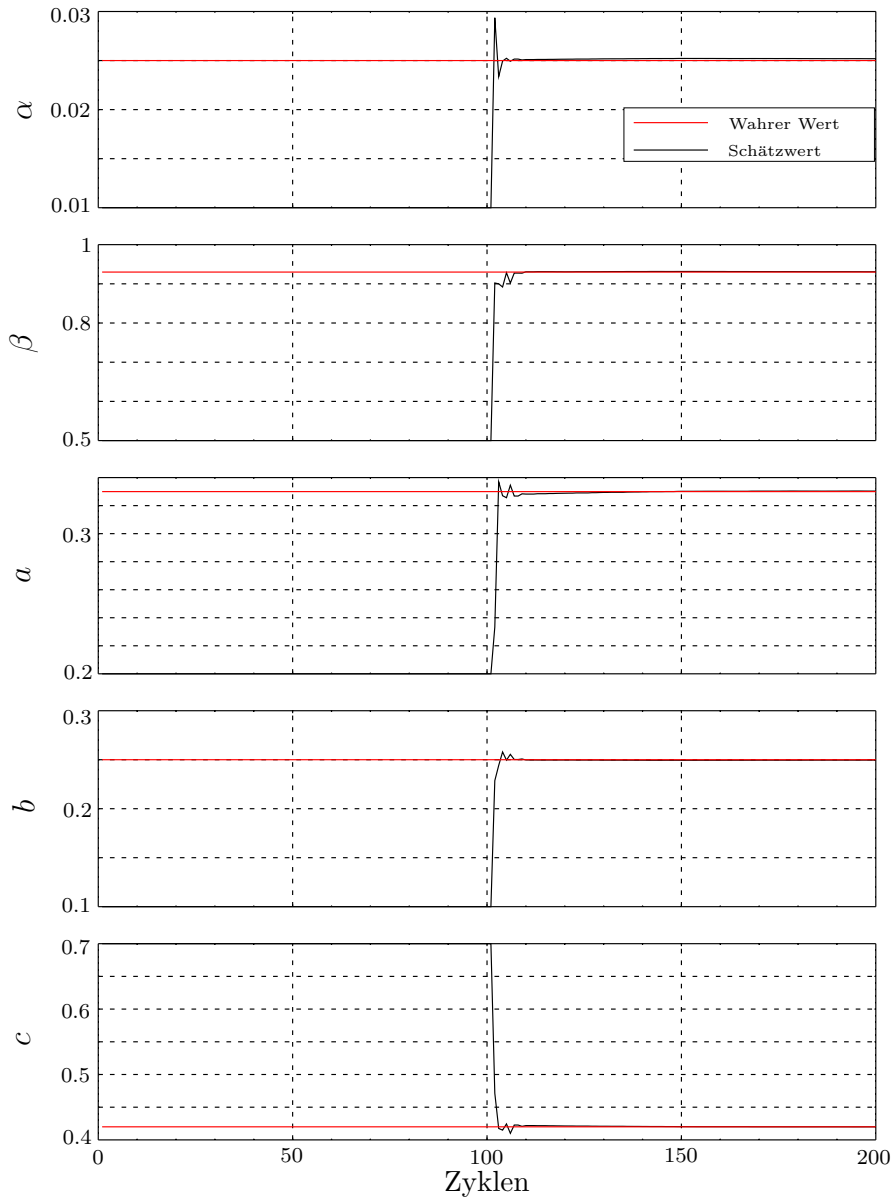


Abbildung 5.18: Parameterschätzwerte des Kraftstoffpfads mit KF und ML

Dabei wurden die folgenden Werte eingestellt:

Filterparameter			Startwerte					Wahre Werte				
Q	R	N	α_0	β_0	a_0	b_0	c_0	α	β	a	b	c
10^{-6}	10^{-12}	200	0.01	0.5	0.2	0.1	0.7	0.025	0.93	0.33	0.25	0.42

Tabelle 5.3: Eingestellte Parameterwerte

Beide Abbildungen zeigen, daß der Adaptionvorgang, der nach 200 gesammelten Meßwerten startet, nach 20 Segmenten abgeschlossen ist. Die Ergebnisse der Parameter- und Zustandsschätzung sind sehr gut. Dies zeigt sich in der gegen Null strebenden Residuensequenz nach der Adaption. Wie bei der Darstellung im Luftpfad werden die Ergebnisse für das Mitschätzen eines weiteren Parameters, der Totzeit t_d , untersucht. Die erzielten Schätzverläufe sind im Anhang 10.7 in den Abbildungen 10.2 und 10.3 zu sehen. Auch der weitere Parameter kann mitbestimmt werden und es werden gute Schätzwerte für die Parameter- und Zustände erzielt. Allerdings wird eine erhöhte Sequenzlänge von 300 Werten benötigt und die Konvergenzgeschwindigkeit ist langsamer als bei der Schätzung von nur fünf Parametern.

5.2.4 Zusammenfassung der Parameter- und Zustandsschätzverfahren

In diesem Kapitel wurden Parameter- und Zustandsschätzverfahren untersucht. Zuerst wurden die benötigten Algorithmen abgeleitet und dann wurden die Verfahren mit synthetischen Daten getestet. Untersucht wurde ein Extended Kalman-Filter und ein adaptives Verfahren mit Kalman-Filter und überlagerter Maximum-Likelihood Schätzung. Das Extended-Kalman Filter ist nur bedingt für die hier gestellten Anforderungen geeignet. Dementgegen konnten mit dem adaptiven Filteransatz sehr gute Schätzergebnisse erzielt werden.

6 Nichtlineare Parameteridentifikationsverfahren

Im vorhergehenden Kapitel wurden die linearen Parameteridentifikationsverfahren dargestellt. Bei diesen liegt das Systemmodell, das unbekannte Parameter enthält, in einem linearen Zusammenhang vor. Im Gegensatz dazu werden in diesem Kapitel Verfahren zur Schätzung von unbekanntem Parametern in nichtlinearen Systemmodellen untersucht. In der Abbildung 6.1 ist eine Übersicht der in dieser Arbeit diskutierten Verfahren dargestellt. In dieser ist eine Unterteilung in reine Parameterschätzverfahren und kombinierte Parameter- und Zustandsschätzverfahren vorgenommen. Dies entspricht dem Vorgehen bei den linearen Verfahren.

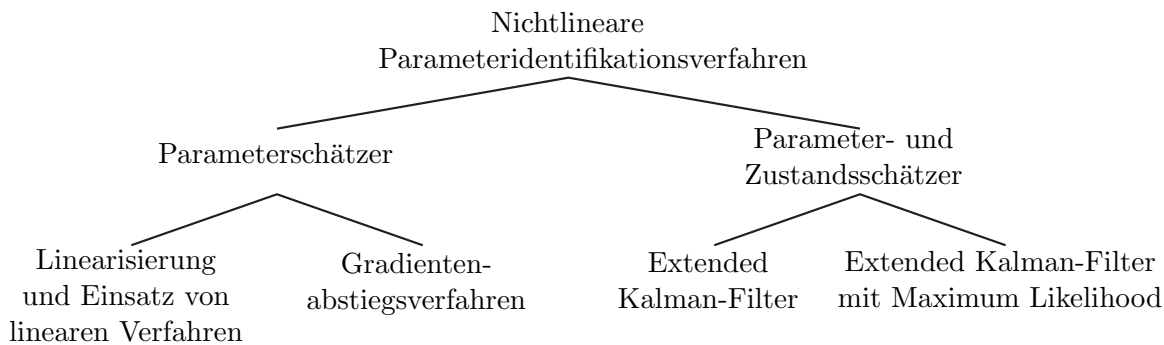


Abbildung 6.1: Nichtlineare Parameteridentifikationsverfahren

6.1 Parameterschätzung

Die reine Parameterschätzung kann durch zwei Vorgehensweisen realisiert werden.

Dies ist zum einen eine Linearisierung des vorhandenen Systemmodells, so daß wiederum lineare Modelle entstehen, auf die dann die linearen Parameterschätzverfahren aus Kapitel 5.1 anwendbar sind. Als mögliche Linearisierungsform im Arbeitspunkt ist das totale Differential zu nennen:

$$d\underline{f} = \frac{\partial \underline{f}}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial \underline{f}}{\partial x_2} dx_2 + \cdots + \frac{\partial \underline{f}}{\partial x_n} dx_n \quad (6.1)$$

Die Gleichung (6.1) kann wiederum durch eine äquivalente totale Differenzgleichung dargestellt werden:

$$\Delta \underline{f} = \frac{\partial \underline{f}}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial \underline{f}}{\partial x_2} \Delta x_2 + \cdots + \frac{\partial \underline{f}}{\partial x_n} \Delta x_n \quad (6.2)$$

Dabei ist die Linearisierung im Arbeitspunkt nur dann erfolgreich, wenn der nichtlineare Zusammenhang in n -linear darstellbare Teilprobleme zerlegt werden kann. Diese Voraussetzung ist dann erfüllt, wenn lineare Teilmodelle über einen nichtlinearen Zusammenhang, wie bei der Darstellung der Verhältnisse im Luft- und Kraftstoffpfad mit der Gleichung (3.2), verknüpft sind.

Zum anderen kann ein Gradientenabstiegsverfahren eingesetzt werden, das eine Fehlerfunktion in Abhängigkeit der zu untersuchenden Parameter darstellt und eine Suche des Minimums der Funktion durch das Verfolgen des steilsten Gradienten realisiert. Dieses Verfahren wird in dieser Arbeit nicht näher betrachtet, da der Hauptaugenmerk in dieser Arbeit auf estimationstheoretische Ansätze gerichtet ist.

6.2 Parameter- und Zustandsschätzung

Für die Parameter- und Zustandsschätzung können im nichtlinearen Fall, wie in Abbildung 6.1 dargestellt, ein Extended Kalman-Filter oder ein Extended Kalman-Filter mit überlagertem Maximum-Likelihood eingesetzt werden.

6.2.1 Extended Kalman-Filter

Die in Kapitel 5.2 abgeleiteten Algorithmen für das zeitdiskrete und das kontinuierliche EKF können ohne Veränderung auch für die Parameter- und Zustandsschätzung in nichtlinearen Modellen eingesetzt werden. Einziger Unterschied ist, daß für die reine Zustandsschätzung der nichtlinearen Zustandsraumdarstellung schon ein EKF benötigt wird. Die Vorgehensweise ist dieselbe wie bei der linearen Parameter- und Zustandsschätzung mit EKF. Für die unbekannt Parameter werden neue Zustände eingeführt, in denen die Parameter mitgeschätzt werden.

Wie sich in Kapitel 5.2 gezeigt hat, besitzt das Verfahren schon bei linearen Systemzusammenhängen schlechte Eigenschaften in Bezug auf das Konvergenzverhalten und die Parameterschätzergebnisse. Durch die zusätzliche Nichtlinearität im Streckenverhalten wird die Parameterschätzung bei gleichzeitiger Zustandsschätzung erschwert.

Das Konvergenzverhalten ist stark abhängig von der Problemstellung. Würde das EKF für eine reine Zustandsschätzung für richtig eingestellte Parameter konvergieren, dann bedeutet dies noch lange nicht, daß das Filter für die Parameter- und Zustandsschätzung gilt. Weiterhin ist eine Schätzung von mehreren Parametern aus Konvergenzgründen nicht sinnvoll. Aus den gegebenen Gründen wird das Verfahren in dieser Arbeit für nichtlineare Modelleigenschaften nicht untersucht.

6.2.2 Adaptive Parameter- und Zustandsschätzung

In den Untersuchungen für lineare Parameter- und Zustandsschätzverfahren in Kapitel 5.2 sind die besonders guten Eigenschaften für den adaptiven Ansatz mit Kalman-Filter und überlagertem Maximum-Likelihood gezeigt worden.

In diesem Unterpunkt wird das Verfahren für nichtlineare Modelldarstellungen erweitert. Hierfür muß das Kalman-Filter durch ein Extended Kalman-Filter für die nichtlineare Zustandsschätzung ersetzt werden. Je nach Problemstellung können die abgeleiteten EKF für zeitdiskrete bzw. kontinuierliche Modelldarstellungen aus Kapitel 5.2.1 verwendet werden. Die Lösung der Maximum-Likelihood Schätzung nach dem Scoring-Verfahren, welches im Kapitel 10.5.2 abgeleitet worden ist, muß dann an den nichtlinearen Fall angepaßt werden. In den folgenden zwei Abschnitten werden die Filtergleichungen für den zeitdiskreten und kontinuierlichen Fall vorgestellt.

Zeitdiskrete Modelldarstellung

Ausgehend von der in Kapitel 2.1.2 dargestellten nichtlinearen zeitdiskreten allgemeinen Modelldarstellung ergibt sich folgende nichtlineare Zustandsraumbeschreibung, wenn unbekannt Parameter in den Zustandsraumgleichungen zugelassen werden:

$$\underline{x}(k) = \underline{f}[\underline{x}(k-1), \underline{u}(k-1), k-1, \underline{\theta}] + \underline{w}(k-1) \quad (6.3)$$

$$\underline{y}(k) = \underline{h}[\underline{x}(k), k] + \underline{v}(k) \quad (6.4)$$

Für die zeitdiskrete Modelldarstellung ergeben sich die folgenden Gleichungen des Kalman-Filters im Time-Update, wenn das EKF aus Kapitel 5.2.1 für die Zustandsschätzung verwendet wird.

1. Berechnungen während des Time-Updates: ($k - N + 1 \leq j \leq k$)

a. Filtergleichungen des EKF:

Zur Bestimmung dieser Gleichungen wird der letzte Schätzwert verwendet:

$$\hat{\underline{x}}^-(j) = \underline{f}[\underline{x}, \underline{u}_{j-1}, j-1, \underline{\theta}] \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{j-1}^+, \underline{\theta}=\vartheta} \quad (6.5)$$

$$P^-(j) = \tilde{F} \cdot P^+(j-1) \cdot \tilde{F}^T + G \cdot Q(j-1) \cdot G^T \quad (6.6)$$

$$P_{\underline{y}\underline{y}}(j) = \tilde{H} \cdot P^-(j) \cdot \tilde{H}^T + R(j) \quad (6.7)$$

$$K(j) = P^-(j) \cdot \tilde{H}^T \cdot \left[\tilde{H} \cdot P^-(j) \cdot \tilde{H}^T + R(j) \right]^{-1} \quad (6.8)$$

$$\text{mit } \tilde{F} = \frac{\partial \underline{f}[\underline{x}, \underline{u}_{j-1}, j-1, \underline{\theta}]}{\partial \underline{x}} \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{j-1}^+} \quad \text{und} \quad \tilde{H} = \frac{\partial \underline{h}[\underline{x}, j]}{\partial \underline{x}} \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_j^-} \quad (6.9)$$

Für den Score-Algorithmus muß die Ableitung $\frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^-}{\partial \vartheta_m}$ bestimmt werden. Dabei muß die nichtlineare vektorielle Funktion $\underline{f}[\underline{x}, \underline{u}_{j-1}, j-1, \underline{\theta}]$ in Abhängigkeit des Filterschätzwerts $\hat{\underline{x}}_{j-1}^+$ und der Steuerungseingangsgröße \underline{u} betrachtet werden, damit die Abhängigkeiten im Bezug auf die Parameter richtig erfaßt werden. Hierfür werden Terme der nichtlinearen Funktion abgespalten, die nur eine Funktion der Steuereingangsgröße und des Parametervektors sind:

$$\underline{f}[\underline{x}, \underline{u}_{j-1}, j-1, \underline{\theta}] \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{j-1}^+} = \underline{f}_1[\underline{x}, \underline{u}_{j-1}, j-1, \underline{\theta}] \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{j-1}^+} + \underline{f}_2[\underline{u}_{j-1}, j-1, \underline{\theta}] \quad (6.10)$$

Falls keine Terme vorhanden sind, entfällt der zweite Summand. Bildet man nun die partielle Ableitung im Bezug auf die Parameter, ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\left. \frac{\partial \underline{f}}{\partial \vartheta_m} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{j-1}^+} = \frac{\partial \underline{f}_1[\underline{x}, \underline{u}_{j-1}, j-1, \underline{v}]}{\partial \underline{x}} \cdot \left. \frac{\partial \underline{x}}{\partial \vartheta_m} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{j-1}^+} + \frac{\partial \underline{f}_2[\underline{u}_{j-1}, j-1, \underline{v}]}{\partial \vartheta_m} \quad (6.11)$$

Bildet man die Ableitung der Gleichung (6.10) im Bezug auf den Zustandsvektor \underline{x} , dann wird ersichtlich, daß $\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} = \frac{\partial \underline{f}_1}{\partial \underline{x}}$ ist und aus diesem Grund der Abkürzung \tilde{F} entspricht. Vereinfacht man nun den Zusammenhang in (6.11), ergibt sich das Ergebnis für die Ableitung $\frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^-}{\partial \vartheta_m}$ zu:

$$\left. \frac{\partial \underline{f}[\underline{x}, \underline{u}_{j-1}, j-1, \underline{v}]}{\partial \vartheta_m} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_{j-1}^+} = \tilde{F} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_{j-1}^+}{\partial \vartheta_m} + \frac{\partial \underline{f}_2[\underline{u}_{j-1}, j-1, \underline{v}]}{\partial \vartheta_m} \quad (6.12)$$

b. *Score-Algorithmusgleichungen*

Zur Bestimmung des Score-Algorithmus müssen folgende Ableitungen bestimmt werden:

$$\frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^-}{\partial \vartheta_m} = \tilde{F} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_{j-1}^+}{\partial \vartheta_m} + \frac{\partial \underline{f}_2[\underline{u}_{j-1}, j-1, \underline{v}]}{\partial \vartheta_m} \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P^-}{\partial \vartheta_m}(j) &= \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \vartheta_m} \cdot P^+(j-1) \cdot \tilde{F}^T \\ &+ \tilde{F} \cdot P^+(j-1) \cdot \frac{\partial \tilde{F}^T}{\partial \vartheta_m} \\ &+ \tilde{F} \cdot \frac{\partial P^+(j-1)}{\partial \vartheta_m} \cdot \tilde{F}^T + \frac{\partial GQ(j)G^T}{\partial \vartheta_m} \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\frac{\partial P_{yy}}{\partial \vartheta_m}(j) = \tilde{H} \cdot \frac{\partial P^-}{\partial \vartheta_m}(j) \cdot \tilde{H}^T + \frac{\partial R(j)}{\partial \vartheta_m} \quad (6.15)$$

Berechnung der Summenterme der Informationsmatrix für (6.32):

$$\begin{aligned} E \left\{ s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{v}}] \cdot s_n[\underline{y}(j), \hat{\underline{v}}] \Big|_{\hat{\underline{v}}=\hat{\underline{v}}_i} \right\} &= \frac{1}{2} \cdot \text{tr} \left[P_{yy}^{-1} \cdot \frac{\partial P_{yy}}{\partial \vartheta_m} \cdot P_{yy}^{-1} \cdot \frac{\partial P_{yy}}{\partial \vartheta_n} \right] \\ &+ \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^{-T}}{\partial \vartheta_m} \cdot \tilde{H}^T \cdot P_{yy}^{-1} \cdot \tilde{H} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^-}{\partial \vartheta_n} \end{aligned} \quad (6.16)$$

c. *Anschließend auf laufende Summe aufaddieren*

$$\sum_{j=k-N+1}^k E \left\{ s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{v}}] \cdot s_n[\underline{y}(j), \hat{\underline{v}}] \Big|_{\hat{\underline{v}}=\hat{\underline{v}}_i} \right\} \quad (6.17)$$

2. Berechnungen während des Measurement-Update ($k - N + 1 \leq j \leq k$)

a. Filtergleichungen des EKF

$$\hat{\underline{x}}^+(j) = \hat{\underline{x}}^-(j) + K(j) \cdot \underline{r}(j) \quad (6.18)$$

$$\underline{r}(j) = \underline{y}(j) - \underline{h}[\underline{x}, k] \Big|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}_k^-} \quad (6.19)$$

$$D(j) = I - K(j) \cdot \tilde{H} \quad (6.20)$$

$$P^+(j) = P^-(j) - K(j) \cdot \tilde{H} \cdot P^-(j) = \quad (6.21)$$

$$= D(j) \cdot P^-(j) \cdot D(j)^T - K(j) \cdot R(j) \cdot K(j)^T \quad (6.22)$$

Es werden folgende Abkürzungen zur Berechnung eingeführt:

$$E = P_{\underline{y}\underline{y}} \cdot \underline{r}_j \quad (6.23)$$

$$F = P_{\underline{y}\underline{y}} - E \cdot E^T \quad (6.24)$$

b. Score-Algorithmusgleichungen

$$\frac{\partial \hat{\underline{x}}^+}{\partial \vartheta_m}(j) = D(j) \cdot \left[\frac{\partial \hat{\underline{x}}_{j-1}^-}{\partial \vartheta_m} + \frac{\partial P^-}{\partial \vartheta_m} \cdot [\tilde{H}^T \cdot E] \right] \quad (6.25)$$

$$\frac{\partial P^+}{\partial \vartheta_m}(j) = D(j) \cdot \frac{\partial P^-}{\partial \vartheta_m}(j) \cdot D(j)^T \quad (6.26)$$

Berechnung der Summenterme des Score-Vektors für (6.31):

$$s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{y}}] \Big|_{\hat{\underline{y}}=\hat{\underline{y}}_i} = \frac{\partial \hat{\underline{x}}^-T}{\partial \vartheta_m} \cdot [\tilde{H}^T \cdot E] - \frac{1}{2} \cdot \text{tr} \left\{ \tilde{F} \cdot \frac{\partial P_{\underline{y}\underline{y}}}{\partial \vartheta_m} \right\} \quad (6.27)$$

c. Anschließend auf laufende Summe aufaddieren

$$\sum_{j=k-N+1}^k s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{y}}] \Big|_{\hat{\underline{y}}=\hat{\underline{y}}_i} \quad (6.28)$$

3. Nach N Rekursionen

$$\gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{y}}] \Big|_{\hat{\underline{y}}=\hat{\underline{y}}_i} = \text{tr} \left\{ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+}{\partial \vartheta_m}(k) \right\} \quad (6.29)$$

$$E \left\{ \gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{y}}] \cdot \gamma_n[\underline{y}(k), \hat{\underline{y}}] \Big|_{\hat{\underline{y}}=\hat{\underline{y}}_i} \right\} = \quad (6.30)$$

$$\frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^+T}{\partial \vartheta_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^+}{\partial \vartheta_n} + \frac{1}{2} \cdot \text{tr} \left[P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+}{\partial \vartheta_m}(k) \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+}{\partial \vartheta_n}(k) \right]$$

a. Bestimmung der Informationsmatrix nach Rao und des Score-Vektors mit

$$\frac{\partial L[\hat{\Theta}(k, Y^k)]}{\partial \vartheta_m} = \gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\vartheta}] + \sum_{j=k-N+1}^k s_m[\underline{y}(j), \hat{\vartheta}] \Big|_{\hat{\vartheta}=\hat{\vartheta}_i} \quad (6.31)$$

$$J_{m,n} = E \left\{ \gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\vartheta}] \cdot \gamma_n[\underline{y}(k), \hat{\vartheta}] \Big|_{\hat{\vartheta}=\hat{\vartheta}_i} \right\} \quad (6.32)$$

$$+ \sum_{j=k-N+1}^k E \left\{ s_m[\underline{y}(j), \hat{\vartheta}] \cdot s_n[\underline{y}(j), \hat{\vartheta}] \Big|_{\hat{\vartheta}=\hat{\vartheta}_i} \right\} \quad (6.33)$$

b. Berechnung des neuen Parametervektors

$$\hat{\vartheta}_{i+1} = \hat{\vartheta}_i + J[k, \hat{\vartheta}(k)]^{-1} \cdot \frac{\partial L[\Theta(k, Y^k)]}{\partial \vartheta}^T \quad (6.34)$$

Kontinuierliche Modelldarstellung

Liegt ein zeitkontinuierliches nichtlineares Zustandsraummodell in Form von Gleichung (6.35) und (6.36) vor, ändern sich nur die Zusammenhänge im Time-Update der Kalman-Filter Gleichungen. Die nichtlineare Funktion $\underline{f}[\underline{x}, \underline{u}, t]$ wird wie im zeitdiskreten Fall in zwei Anteile zerlegt:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}[\underline{x}(t), \underline{u}(t), t] + \underline{w}(t) \quad (6.35)$$

$$\underline{y} = \underline{h}[\underline{x}, t] + \underline{v}(t) \quad (6.36)$$

Dabei werden Terme der nichtlinearen Funktion abgespalten, die nur eine Funktion der Steuereingangsgröße und des Parametervektors sind.

$$\underline{f}[\underline{x}, \underline{u}, t] = \underline{f}_1[\underline{x}, \underline{u}, t] + \underline{f}_2[\underline{u}, t] \quad (6.37)$$

$$\hat{\underline{x}}^-(t_i + \Delta t/t_i) = \hat{\underline{x}}^+(t/t_i) + \dot{\underline{x}}(t_i, t_i) \cdot \Delta t \quad (6.38)$$

$$P^-(t_i + \Delta t/t_i) = P^+(t, t_i) + \dot{P}(t_i, t_i) \cdot \Delta t \quad (6.39)$$

mit

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \underline{f}[\underline{x}, \underline{u}, t] \\ \dot{P} &= \tilde{F} \cdot P^+ + P^+ \cdot \tilde{F}^T + G \cdot Q \cdot G^T \\ \text{mit } \tilde{F} &= \frac{\partial \underline{f}[\underline{x}, \underline{u}, t]}{\partial \underline{x}} \end{aligned} \quad (6.40)$$

Bei den Score-Gleichungen ergeben sich die folgenden Änderungen:

$$\frac{\partial \hat{x}_j^-}{\partial \vartheta_m} = \frac{\partial \hat{x}_j^+}{\partial \vartheta_m} + \left. \frac{\partial f[\underline{x}, \underline{u}, t]}{\partial \vartheta_m} \right|_{\underline{x}=\hat{x}_j^+} \cdot \Delta t = \frac{\partial \hat{x}_j^+}{\partial \vartheta_m} + \left[\tilde{F} \cdot \frac{\partial \hat{x}_j^+}{\partial \vartheta_m} + \frac{\partial f_2[\underline{u}, t]}{\partial \vartheta_m} \right] \cdot \Delta t \quad (6.41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P^-}{\partial \vartheta_m} &= \frac{\partial P^+}{\partial \vartheta_m} \\ &+ \left[\frac{\partial \tilde{F}}{\partial \vartheta_m} \cdot P^+ + P^+ \cdot \frac{\partial \tilde{F}^T}{\partial \vartheta_m} + \tilde{F} \cdot \frac{\partial P^+}{\partial \vartheta_m} + \frac{\partial P^+}{\partial \vartheta_m} \cdot \tilde{F}^T + \frac{\partial G Q Q^T}{\partial \vartheta_m} \right] \cdot \Delta t \end{aligned} \quad (6.42)$$

Die Filtergleichungen im Time-Update werden iterativ gerechnet. Der restliche Algorithmus verwendet dieselben Filtergleichungen wie bei der Version mit zeitdiskreter Zustandsraumdarstellung in Kapitel 6.2.2. Es müssen lediglich der Prädiktionsschätzwert in Gleichung (6.5) und die Prädiktionsfehlerkovarianz in Gleichung (6.6) durch die iterative Lösung der Integralgleichung (6.39) und (6.40) und die Berechnung deren Ableitungen in den Gleichung (6.13) und (6.15) durch die iterative Vorgehensweise in Gleichung (6.41) und (6.43) ersetzt werden.

6.3 Untersuchung eines adaptiven Parameter- und Zustandsschätzers

In diesem Unterpunkt wird eine Analyse der Leistungsfähigkeit anhand synthetischer Daten der nichtlinearen Parameter- und Zustandsschätzverfahren durchgeführt. Es wird sich auf das nichtlineare adaptive Verfahren bei der Darstellung beschränkt, da das EKF für die nichtlineare Parameter- und Zustandsschätzung, wie in Kapitel 6.2.1 gezeigt, nur bedingt geeignet ist. Für die Darstellung des adaptiven Verfahrens wird die nichtlineare Struktur des Gesamtmodells des Luft- und Kraftstoffpfads aus Kapitel 3.6.3 eingesetzt. Hierbei handelt es sich um einen zeitdiskreten Ansatz, so daß die zeitdiskrete Filterbeschreibung der Gleichung (6.13)-(6.34) zum Einsatz kommt. Die Untersuchung wird mit der Identifikation des Luftpfads vorgenommen. Als unbekannte Parameter treten hier die Saugrohrzeitkonstante τ_s und die Totzeit t_d auf. Die Parameter der Wandfilmdynamik sind auf die wahren Werte eingestellt. Die Anregung des Systems erfolgt nur über den Luftpfad, der Kraftstoffpfad befindet sich im stationären Zustand.

Aus dem nichtlinearen Modell in den Gleichungen (3.96)-(3.101) im Kapitel 3.6.3 ergeben sich folgende Zusammenhänge für die Zerlegung der gewählten Zustandsraumdarstellung in die Terme \underline{f}_1 und \underline{f}_2 :

$$\underline{f}_1 = \begin{bmatrix} \gamma_a \cdot x_1 \\ \alpha \cdot x_2 \\ \beta \cdot x_3 \\ \frac{1-\alpha}{x_1} \cdot x_2 + \frac{1-\beta}{x_1} \cdot x_3 + \frac{c}{x_1} \cdot u_2 \\ x_4 \\ \gamma_1 \cdot x_4 + \gamma_2 \cdot x_5 + \gamma_0 \cdot x_6 \end{bmatrix} \quad \underline{f}_2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 - \gamma_a & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{F}} \cdot \underline{u} \quad (6.43)$$

$$\text{mit } \underline{x} = \begin{bmatrix} t_{\text{inj_luft_zyl}}(k+1) \\ t_{\text{wl}}(k+1) \\ t_{\text{wk}}(k+1) \\ \lambda_{\text{zyl}}(k) \\ \lambda_{\text{zyl}}(k-1) \\ \lambda_{\text{mess}}(k+1) \end{bmatrix} \quad \text{und } \underline{u} = \begin{bmatrix} t_{\text{inj_luft}} \\ t_{\text{inj_kraft}} \end{bmatrix} \quad (6.44)$$

Für die Berechnung der Filtergleichungen wird \tilde{F} durch folgende Matrix bestimmt:

$$\tilde{F} = \frac{\partial \underline{f}_1}{\partial \underline{x}} = \begin{bmatrix} \gamma_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{F}_{41} & \frac{1-\alpha}{x_1} & \frac{1-\beta}{x_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0}{x_1} & \frac{0}{x_1} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_0 \end{bmatrix}$$

mit $\tilde{F}_{41} = -\frac{(1-\alpha) \cdot x_2 + (1-\beta) \cdot x_3 + c \cdot u_2}{x_1^2}$ (6.45)

Folgende Ableitungen in Bezug auf die unbekannt Parameter der Saugrohrzeitkonstante τ_s und der Totzeit t_d werden benötigt. Hier werden nur die belegten Elemente der Matrizen $\frac{\partial \tilde{F}}{\partial \vartheta_m}$ und $\frac{\partial \check{F}}{\partial \vartheta_m}$ dargestellt, alle Übrigen sind gleich null:

$$\frac{\partial \tilde{F}_{11}}{\partial \tau_s} = \frac{T}{\tau_s^2} \cdot e^{-\frac{T}{\tau_s}} = \frac{T}{\tau_s^2} \cdot \gamma_a, \quad \frac{\partial \tilde{F}_{64}}{\partial t_d} = -\frac{1}{\tau_\lambda} \cdot e^{-\frac{T(n_d - \frac{t_d}{T})}{\tau_\lambda}} \quad (6.46)$$

$$\frac{\partial \tilde{F}_{65}}{\partial t_d} = \frac{1}{\tau_\lambda} \cdot e^{-\frac{T(n_d - \frac{t_d}{T})}{\tau_\lambda}} \quad (6.47)$$

$$\frac{\partial \check{F}_{11}}{\partial \tau_s} = -\frac{T}{\tau_s^2} \cdot e^{-\frac{T}{\tau_s}} = -\frac{T}{\tau_s^2} \cdot \gamma_a \quad (6.48)$$

Mit den dargestellten Ableitungen stehen alle Filtergleichungen zur Bestimmung der nichtlinearen Parameter- und Zustandsschätzung zur Verfügung.

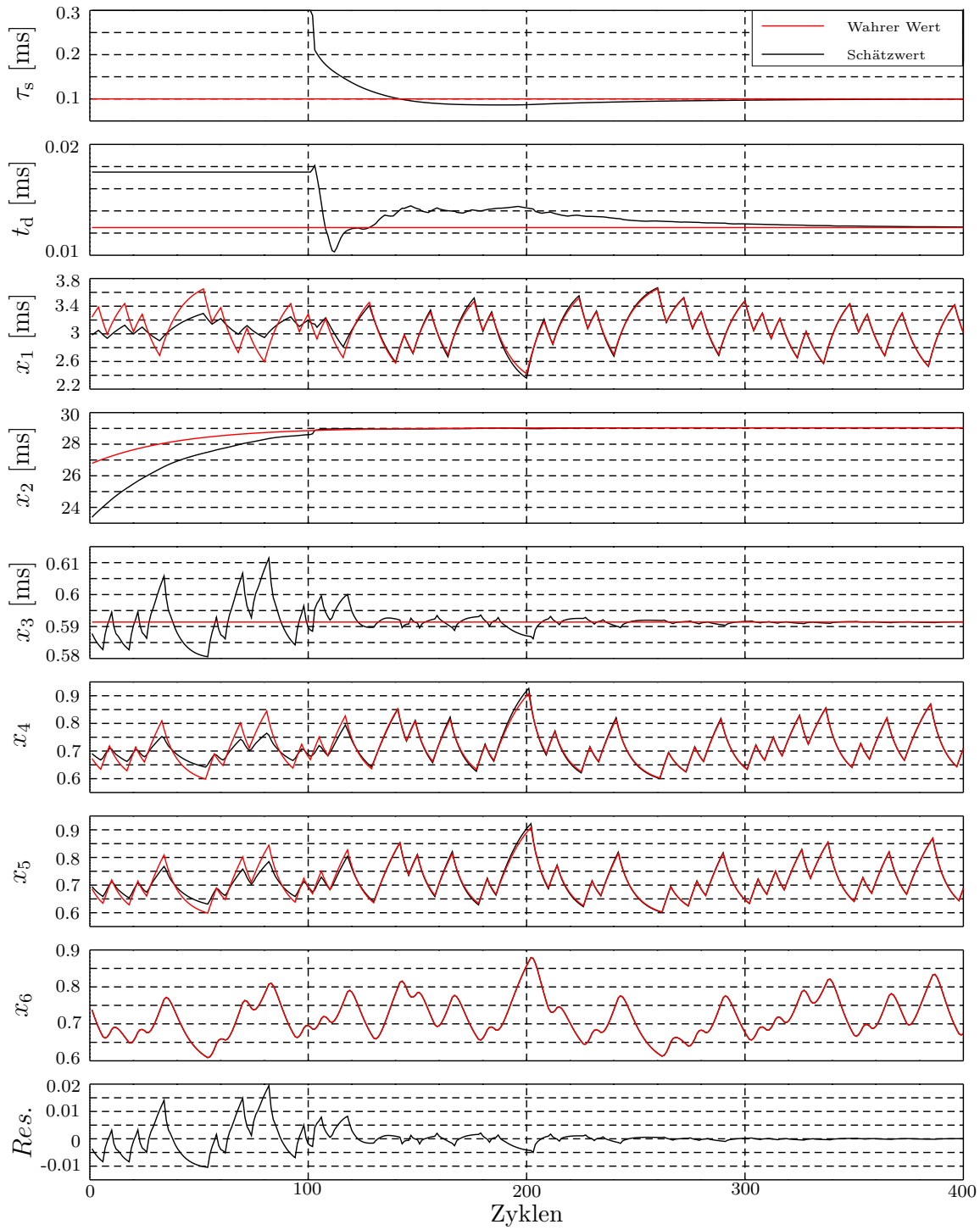


Abbildung 6.2: Schätzergebnisse des Luftpfads für das nichtlineare Gesamtmodell

Die erzielten Ergebnisse werden in der Abbildung 6.2 für ideale Verhältnisse, d.h. für synthetische Daten ohne Eingangs- und Ausgangsrauschprozesse, dargestellt. Als Startwerte für die falschen Parameterwerte wird für die Saugrohrzeitkonstante $\tau_s = 200$ ms und für die Totzeit $t_d = 17.5$ ms vorgegeben. Das iterative Verfahren für die Parameterschätzung ist mit einer Sequenzlänge $N = 300$ berechnet worden.

In den ersten beiden Diagrammen der Abbildung 6.2 sind die Schätzverläufe der beiden unbekannt Parameter abgebildet. Im dritten bis zum achten Diagramm sind die Zustandsschätzwerte des nichtlinearen Systemmodells aus Kapitel 3.6.3 dargestellt. Im neunten Diagramm ist das Residuum des Verfahrens mit Kalman-Filter während des Filterlaufs abgebildet.

Die Adaption zur Schätzung der unbekannt Parameter wird nach 300 Berechnungsschritten gestartet. Die Schätzung der Parameter startet mit einem sehr schnellen Übergangverhalten, indem die auftretenden Residuenfehler sehr schnell korrigiert werden. In einer zweiten Phase benötigt das adaptive Schätzverfahren dann über 240 Berechnungsschritte, um die wahren Parameter zu finden. Der Grund für das langsame Konvergenzverhalten liegt in der Struktur des nichtlinearen Systemmodells.

Fehler in der Dynamik des Luftpfads sind durch die Nichtlinearität in Gleichung (3.100) und der anschließenden Sondendynamik in Gleichung (3.101) abgedämpft und daher schwerer über die Meßwerte der Lambdasonde zu beobachten als bei der Betrachtung des linearen Teilmodells des Luftpfads. Die erzielten Ergebnisse sind dennoch als gut zu bezeichnen.

Vergleicht man diese aber mit den Ergebnissen für den Luftpfad für den linearen Fall aus Kapitel 5.2.3 im Bezug auf die Konvergenzgeschwindigkeit, dann wird der Vorteil des linearen Ansatzes deutlich.

6.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die nichtlinearen Verfahren zur Identifikation dargestellt. Die reinen Parameterschätzer wurden nicht näher untersucht, da diese einerseits nach einer Linearisierung auf die bekannten Verfahren der linearen Parameterschätzverfahren aus Kapitel 5.1 zurückgeführt werden können und andererseits die numerischen Optimierungsverfahren, wie das Gradientenabstiegsverfahren, nicht Thema dieser Arbeit sind. Für die nichtlineare Parameter- und Zustandsschätzung ist das dargestellte lineare Verfahren mit Kalman-Filter für die Zustandsschätzung und überlagertem Maximum-Likelihood Verfahren für die Parameterschätzung aus Kapitel 5.2.2 erweitert worden. Das abgeleitete Verfahren wurde an dem nichtlinearen Gesamtmodell des Luft- und Kraftstoffpfads aus Kapitel 3.6.3 mit synthetischen Daten getestet. Es wurden gute Ergebnisse erzielt, allerdings ist die Konvergenzgeschwindigkeit des adaptiven nichtlinearen Verfahrens gering im Vergleich zum linearen Ansatz. Für die gegebene Problemstellung der Identifikation des Luft- und Kraftstoffpfads wird die Vorgehensweise mit linearen Teilmodellen bevorzugt.

7 Praktische Umsetzung im Versuchsfahrzeug

Für die Realisierung der Parameteridentifikation der dynamischen Gemischbildung ist im Rahmen dieser Arbeit ein Versuchsfahrzeug aufgebaut worden. Als Versuchsträger ist ein Serienfahrzeug mit umfangreichen Umbauten und Erweiterungen der Elektronik eingesetzt worden. Das Ziel für den Aufbau ist die Realisierung eines automatisierten Parameteridentifikationsablaufs für die Anwendung auf einem Rollenprüfstand.

7.1 Prototypensystem

Das Prototypensystem besteht aus dem Prototypenrechner, der Echtzeitmeßwerterfassungskarte (EMEK), dem Parametrierungssystem (Gredi und MCS 3plus), dem Entwicklungsmotorsteuergerät und dem zu untersuchenden Aggregat.

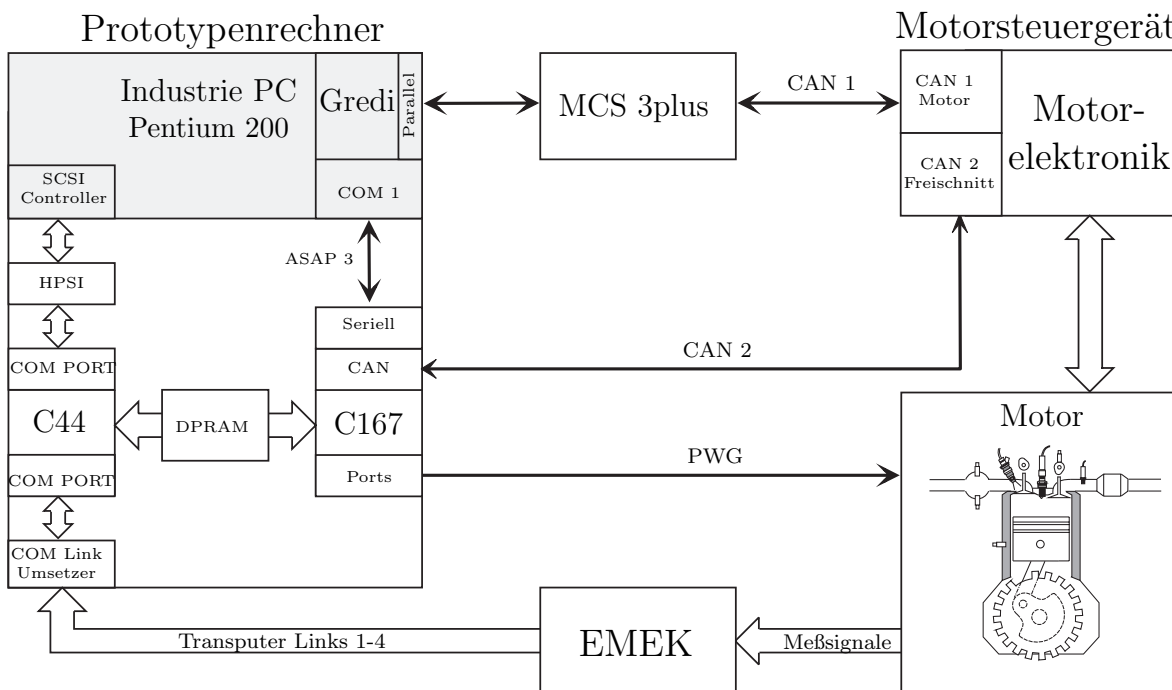


Abbildung 7.1: Blocksaltbild der Prototypensystems

Die einzelnen Komponenten der Entwicklungsumgebung haben folgende Aufgaben :

- **Prototypenrechner**
Der Prototypenrechner besteht aus einem Industrie-PC, der zum einen die Schnittstelle zum Anwender realisiert und zum anderen die Parametrierungssoftware Gredi der Firma Kleinknecht ausführt. Das eigentlich Herzstück ist eine Einschubdoppelkarte mit einem DSP¹ TMS320C44 der Firma Texas Instruments und einem Mikrocontroller SAB80C167 der Firma Siemens, die über ein DPRAM² Daten austauschen können. Dabei übernimmt der DSP die Ablaufsteuerung, die Steuerung des DMA³-Transfers vom EMEK, die Signalverarbeitung und die Bedienung der Anwenderschnittstelle. Der C167 bedient die Peripherie, den Bypass CAN2⁴ zum Entwicklungssteuergerät und die serielle Schnittstelle mit dem ASAP3⁵ Protokoll zum Parametrierungssystem. In der Abbildung 7.2 ist das Versuchsfahrzeug mit dem implementierten Prototypenrechner dargestellt.
- **Parametrierungssystem der Firma Kleinknecht**
Das System besteht zum einen aus der Software, die auf dem Industrie-PC ausgeführt wird, und zum anderen aus der Hardwarekomponente MCS 3plus, die als Schnittstellenumschalter und Datenpuffer arbeitet. Das Gesamtsystem ermöglicht das Lesen und Schreiben von Daten im Parameterbereich des Steuergeräts und das Ausgeben von internen Rechengrößen des Steuergeräts. Die Bedienung kann manuell über den PC-Anwender oder automatisch über Verwendung des ASAP3 Protokolls durch den Mikrocontroller gesteuert werden. Allerdings ist der Datenaustausch nicht in Echtzeit möglich, da die Datenübertragungsrate durch eine minimale Zugriffszeit von 10 ms beschränkt ist.
- **Echtzeitmeßwerterfassungskarte (EMEK)**
Die Echtzeitmeßwerterfassungskarte ist eine Entwicklung des ZESS⁶ der Universität-Gesamthochschule Siegen und kann 16 analoge Kanäle entweder im Kurbelwinkelbereich oder im Zeitbereich mit einer maximalen Abtastrate von 1°KW aufzeichnen, digitalisieren und im DMA-Transfer übertragen.
- **Entwicklungssteuergerät mit Bypass**
Der Unterschied zu einem Seriensteuergerät liegt im Parameterdaten-RAM, das über den CAN1 Bus vom Parametrierungssystem bedient werden kann, und dem zusätzlichen CAN2 Bus, der für die echtzeitfähige Ausgabe und Veränderung vorher definierter interner Rechengrößen des Steuergeräts verwendet wird.

¹Digital Signal Processor

²Dual Ported Random Access Memory

³Direct Memory Access

⁴Controller Area Network

⁵serielles Schnittstellenprotokoll für eine Remote-Bedienung eines Parametrierungssystems, der Activity Group for the Standardization of Application Systems

⁶Zentrum für Sensor Systeme

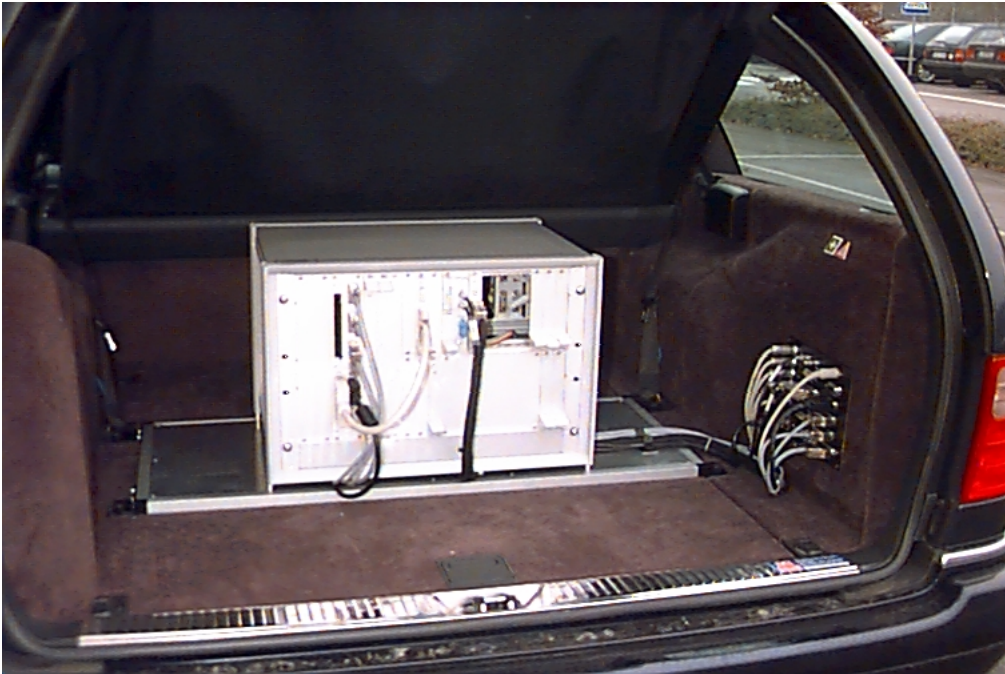


Abbildung 7.2: Versuchsfahrzeug mit Prototypenrechner

7.2 Automatisierter Parameteridentifikationsablauf

Für die automatisierte Vorgehensweise wurde ein Fahrzeug mit dem in Abb. 7.1 dargestellten Prototypensystem eingesetzt. Die vollständige Vorgehensweise für den späteren Einsatz kann in folgende Punkte unterteilt werden:

1. Meßdatenaufnahme,
2. Parameteridentifikation,
3. Verifikation der Identifikationsergebnisse.

Die drei Schritte werden in den folgenden Unterkapiteln näher betrachtet.

7.2.1 Meßdatenaufnahme

Bevor die Meßdatenaufnahme gestartet wird, muß in einem ersten Schritt die Motorsteuerung für die spätere Anregung und Datenaufzeichnung initialisiert werden. Der Grund hierfür sind die im Kapitel 3.7 dargestellten Störgrößen, die das Systemverhalten der dynamischen Gemischbildung beeinflussen. Diese werden, wie im Kapitel 3.7 dargestellt, automatisch über das Parametrierungssystem abgeschaltet.

Für die Anregung im Luftpfad wird zusätzlich die Tiefpaßfilterung im Einspritzpfad ausgeschaltet, damit die berechnete Steuergerätegröße als Meßstelle für die Luftpfadanregung verwendet werden kann.

Nach der Initialisierung wird die vorgegebene Drehzahl mittels des PWG⁷-Signals als Stellgröße automatisch eingeregelt. Der Lastpunkt wird über die vorgegebene Geschwindigkeit des Rollenprüfstands und den gewählten Gang eingestellt, damit ist der anzufahrende Betriebspunkt mit Drehzahl und Last definiert.

Nach Einstellung des Betriebspunkts wird die Anregung gestartet. Dabei wird sowohl der Luft- als auch der Kraftstoffpfad mit einer PRBS⁸-Folge angeregt. Eine PRBS-Folge bietet den Vorteil, daß sie zum einen leicht auf einem Prototypensystem zu realisieren ist und zum anderen ein breites Band von Frequenzanteilen zur Anregung beinhaltet.

Die Anregung des Luftpfads wird über das Stellglied des PWG und die des Kraftstoffpfads durch den Freischnitt im Einspritzpfad realisiert. Nach der Anregung und Aufzeichnung der Daten werden die Daten automatisch in einer Datei abgelegt.

Als letzter Punkt wird die Motorsteuerung wieder in den Urzustand zurückgesetzt. Mit der dargestellten Vorgehensweise wurden die ausgewerteten Daten im Kapitel 8 aufgezeichnet.

Die Messungen wurden in einer temperierten Meßkammer durchgeführt. Während der Datenaufzeichnung ist die Umgebungslufttemperatur auf 23°C und einer relativen Luftfeuchte von 50% eingeregelt worden. Die Untersuchungen des Aggregats wurden für den betriebswarmen Motor durchgeführt.

Zusammenfassung des Ablaufs der Meßdatenaufnahme:

1. Initialisierung der Motorsteuerung,
2. Automatische Drehzahleinstellung und Lastvorgabe,
3. Anregen des Luft- bzw. des Kraftstoffpfads,
4. Ein- und Ausgangsdaten aufzeichnen,
5. Rücksetzen der Motorsteuerung.

⁷PedalWertGeber

⁸Pseudo Random Binary Sequenz

7.2.2 Identifikationsablauf

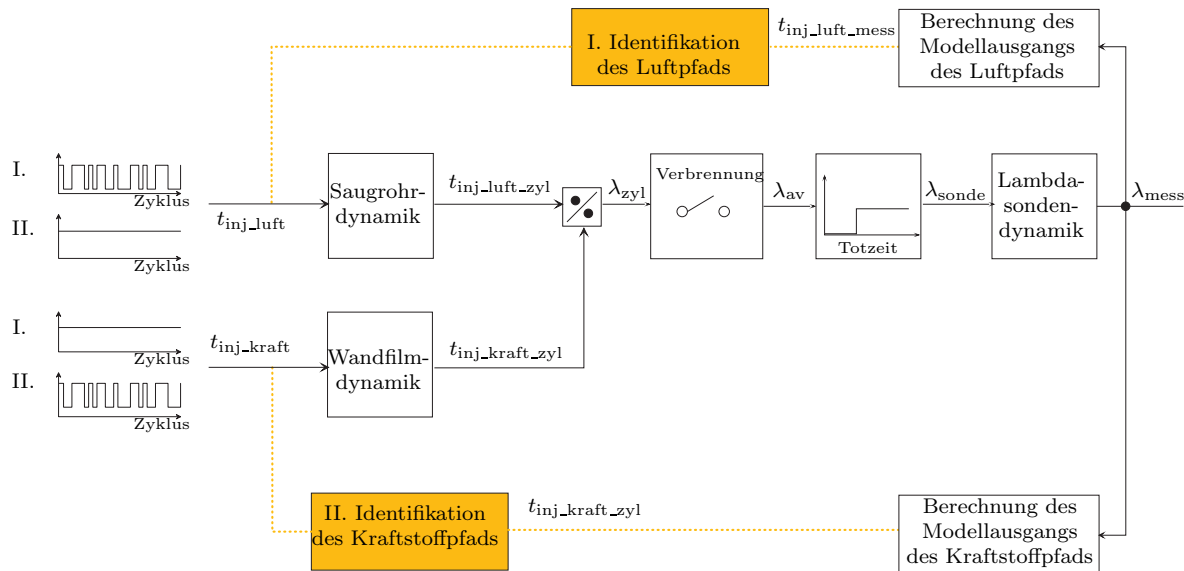


Abbildung 7.3: Ein-/Ausgangsgrößen zur Identifikation des Luft- und Kraftstoffpfads

Die Identifikation der dynamischen Gemischbildung ist in zwei Schritte unterteilt worden, damit die nichtlineare Struktur des Systemverhaltens in eine lineare Vorgehensweise überführt werden kann:

- I. Identifikation der Parameter des Luftpfads,
- II. Identifikation der Parameter des Kraftstoffpfads.

Die Ablaufsteuerung der Meßdatenaufnahme wurde durch das Prototypensystem realisiert. Dabei kann über einen zusätzlichen CAN-Bus eine echtzeitfähige Aufnahme und Vorgabe der Berechnungsgrößen des laufenden Programms an vorher festgelegten Stellen vorgenommen werden. Diese Punkte werden in dieser Arbeit als Freischnittstellen bezeichnet, da sie einen externen Zugriff in den Programmablauf ermöglichen. Durch zwei dieser Freischnittpunkte in der Vorsteuerung des Kraftstoffpfads kann die Struktur des im Steuergerät abgelegten Codes so beeinflusst werden, daß eine Auftrennung in den Luft- sowie den Kraftstoffpfad möglich ist. Normalerweise wirkt eine Änderung im Luftpfad direkt im Kraftstoffpfad, da die einzuspritzende Kraftstoffmasse aus dem Meßsignal des HFM berechnet wird, siehe Abbildung 3.3 des Gesamtstreckenverhaltens mit Vorsteuerung.

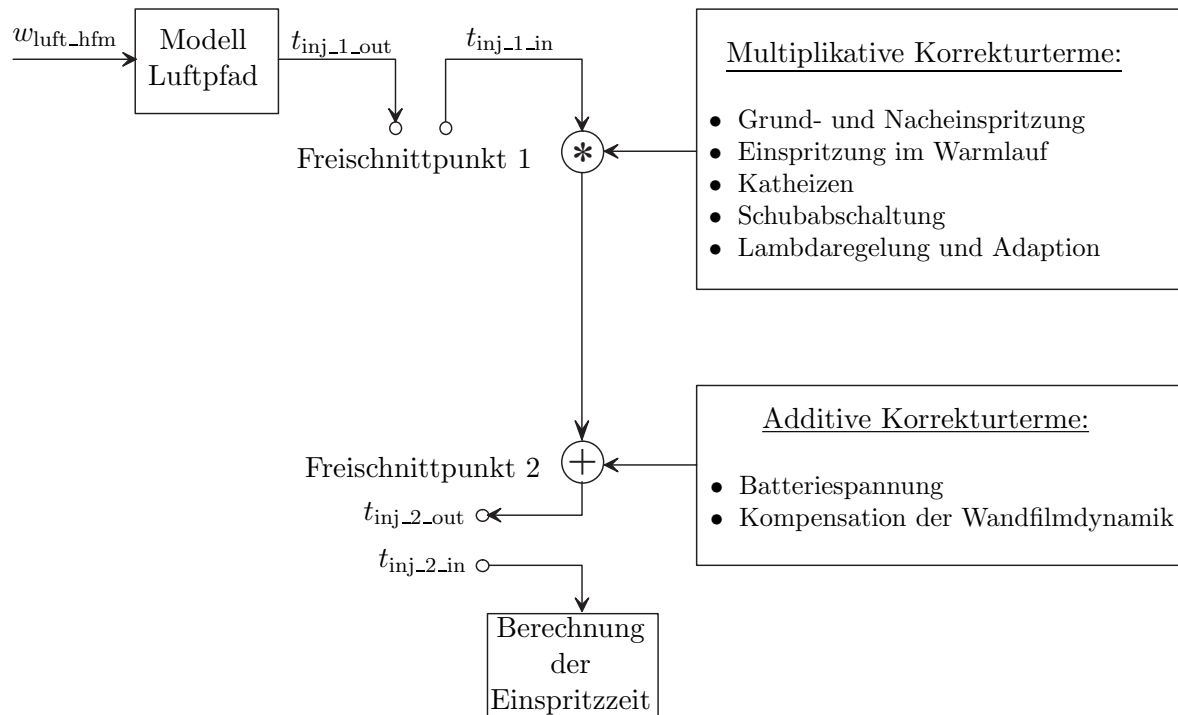


Abbildung 7.4: Freischnittpunkte in der Vorsteuerung des Kraftstoffpfads

Durch die Auftrennung können die Freischnittpunkte für die Meßdatenaufnahme und Anregung folgendermaßen verwendet werden:

- I. *Ansteuerung des Freischnitts bei einer Anregung im Luftpfad:*
 - Messen des Anregungssignals am ersten Freischnittpunkt,
 - Ausgeben einer konstanten Einspritzzeit am zweiten Freischnittpunkt.
Ziel: Einhaltung quasistationären Bedingungen im Kraftstoffpfad

- II. *Ansteuerung des Freischnitts bei einer Anregung im Kraftstoffpfad:*
 - Messen des Eingangssignals am ersten Freischnittpunkt,
 - Ausgeben einer angeregten Einspritzzeit am ersten Freischnittpunkt.
Ziel: Anregung des Kraftstoffpfads

Identifikation der Parameter des Luftpfads

Im ersten Schritt wird der Luftpfad identifiziert, dargestellt mit I. in der Abbildung 7.3. Für die Identifikation werden das dargestellte Luftpfadmodell für den gesamten Luftpfad aus Kapitel 3.6.2 und das lineare adaptive Kalman-Filter Verfahren aus Kapitel 5.2.2 zur Parameter- und Zustandsschätzung verwendet. Die zusätzlich benötigten Gleichungen sind im Kapitel 5.2.3 zu finden.

Wie in der Abbildung 7.3 dargestellt, wird der Luftpfad angeregt und der Kraftstoffpfad konstant gehalten. Realisiert wird dies, indem das PWG-Signal angeregt wird, so daß die Drosselklappe der Anregung folgt und den Luftpfad stimuliert. Gemessen wird dann das angeregte Signal am Freischnittpunkt 1, siehe Abbildung 7.4. Als Ausgangssignal wird mit der Beziehung (3.81) die äquivalente Einspritzzeit $t_{inj_luft_mess}$ aus dem gemessenen Lambdasignal und der konstanten Einspritzzeit aus dem Kraftstoffpfad berechnet:

Für den Einsatz des Luftpfadmodells muß die Totzeit nach Gleichung (3.62) zwischen einem und zwei Abtastwerten liegen.

$$t_d = (n_d + m) \cdot T \quad \text{mit} \quad n_d = 1 \quad \text{und} \quad 0 < m < 1 \quad (7.1)$$

$$\Rightarrow T \leq t_d \leq 2T \quad (7.2)$$

Daher ist es notwendig, zuerst die ungefähre Totzeit zu bestimmen, damit anschließend die Parameter des Modells mit dem adaptiven Ansatz geschätzt werden können. Um die Voraussetzung in 7.2 einzuhalten, ist das Meßsignal der Lambdasonde um folgenden Offset in Segmenten zu verschieben:

$$n_{off} = n_{tot_kor} - (n_d + 1) \cdot 6 \quad (7.3)$$

Die reale Totzeit ergibt sich dann nach der Identifikation aus der identifizierten und dem Offset nach folgendem Zusammenhang:

$$t_{tot} = t_d + n_{off} \cdot \frac{20 \text{ sek}}{\frac{\text{rpm}}{1/\text{min}}} \quad (7.4)$$

Die Anzahl der Verschiebung in Segmenten n_{tot_kor} wird mit dem Korrelationsansatz aus Kapitel 3.5.1 bestimmt. Dabei wird folgende Vorgehensweise gewählt:

1. Erzeugung mittelwertfreier Signale
Der Grund für die Mittelwertfreiheit ist die Einhaltung der Voraussetzung für die Vereinfachung in Gleichung (3.58).
2. Filterung des Eingangssignals
Die Filterung wird notwendig, da die Länge einer positiven bzw. negativen Anregungsflanke der PRBS-Folge in der Größenordnung der Zeitkonstanten des Systems liegt. Dadurch ist die Annahme eines weißen Rauschprozesses nicht erfüllt.
3. Korrelationsanalyse

Die Vorgehensweise ist in der Abbildung 7.5 dargestellt. Im ersten Diagramm ist das mittelwertfreie Eingangs- und Ausgangssignal, im zweiten Diagramm das gefilterte mittelwertfreie Eingangs- und Ausgangssignal und im dritten Diagramm die Kreuzkorrelationsfunktion für das gefilterte und ungefilterte Eingangssignal abgebildet. Betrachtet man die Verschiebung des Maximums des gefilterten zum ungefilterten Kreuzkorrelationssignal, so wird bei der Totzeitbestimmung ein erheblicher Fehler begangen.

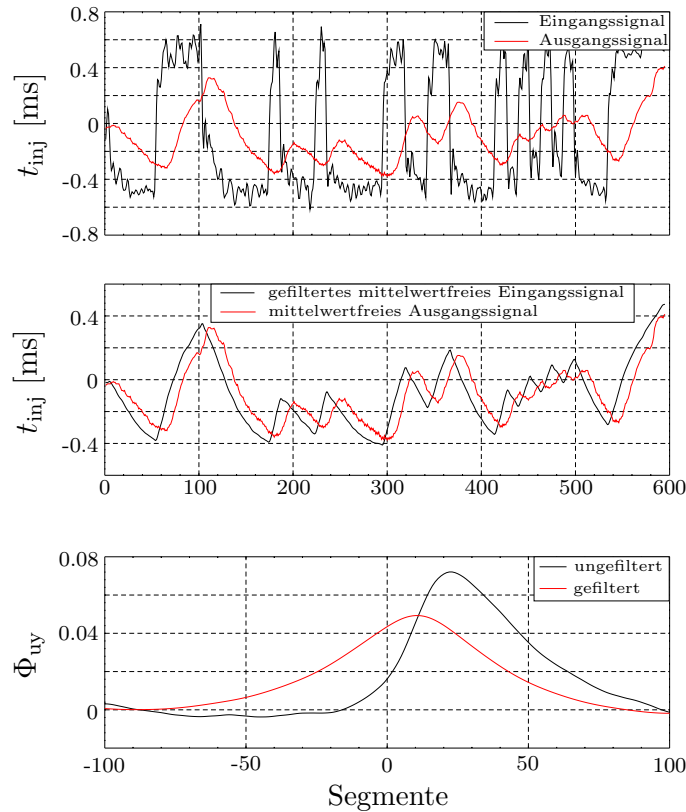


Abbildung 7.5: Korrelationsergebnis bei gefiltertem bzw. ungefiltertem Eingangssignal

Nachdem die ungefähre Totzeit mit dem Korrelationsansatz bestimmt worden ist, kann das Ausgangssignal mit einer nichtkausalen Verschiebung analog zu (3.45) bestimmt werden. Durch die Verifikation in Abbildung 7.6 werden die sehr guten Ergebnisse der Totzeitbestimmung mit der gefilterten Vorgehensweise dargestellt. In der Abbildung ist das ungefilterte und gefilterte Eingangssignal dem verschobenen Ausgangssignal gegenübergestellt. Mit diesen Ein- und Ausgangsdaten für das Modell kann dann mit dem adaptiven Verfahren die Totzeit t_d und die Saugrohrzeitkonstante τ_s geschätzt werden.

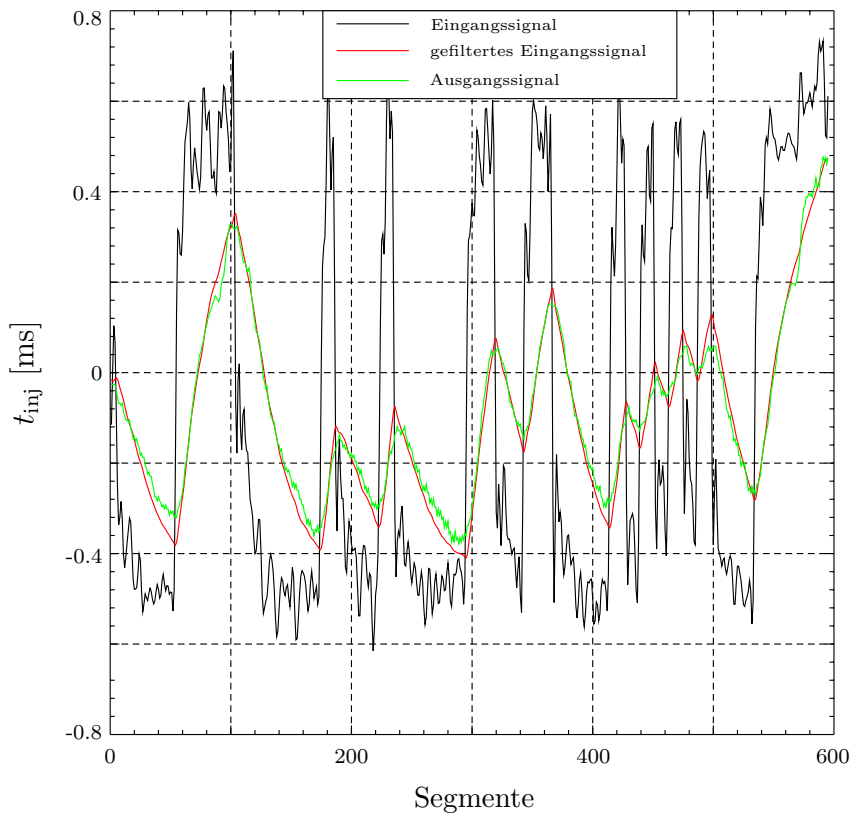


Abbildung 7.6: Verifikation des Korrelationsergebnisses

Zusammenfassung des Ablaufs des Schrittes I. der Identifikation des Luftpfads:

1. Anregung des Luftpfads mit PRBS-Folge; gleichzeitig wird der Kraftstoffpfad im quasistationären Zustand gehalten,
2. Bestimmung der ungefähren Totzeit mit Korrelationsansatz und anschließende Verschiebung des Ausgangssignals, so daß die zu identifizierende Totzeit im Bereich eines Abtastintervalls bleibt, siehe Bedingung in Gleichung (7.2),
3. Identifikation der Saugrohrzeitkonstante τ_s und der Totzeit t_d des gesamten Luftpfadmodells mit einem Kalman-Filter mit überlagertem ML-Verfahren zur Parameterschätzung,
4. Bestimmung der Gesamttotzeit mit Gleichung (7.4).

Identifikation der Parameter des Kraftstoffpfads

Im zweiten Schritt wird die Identifikation des Kraftstoffpfads durchgeführt. Dieser ist mit II. in der Abbildung 7.3 dargestellt. Zur Identifikation wird das Kraftstoffpfadmodell und die Vorgehensweise aus Kapitel 3.6.1 verwendet. Die Parameterschätzung wird mit einem Kalman-Filter nach dem Regressionsansatz aus Kapitel 5.1.3 realisiert. Dabei wird, wie in der Abbildung 7.3 unter Punkt II. dargestellt, der Luftpfad konstant gehalten und der Kraftstoffpfad angeregt. Realisiert wird dies, indem das PWG-Signal konstant gehalten wird und das gelesene Signal am Freischnittpunkt 1 mit einer überlagerten Anregung wieder in den Einspritzpfad zurückgegeben wird, siehe Abbildung 7.4. Mit diesen Daten wird das zurückgerechnete Kraftstoffsignal nach der Vorgehensweise aus der Abbildung 3.17 im Kapitel 3.6.1 gebildet und anschließend das Parameterschätzverfahren durchgeführt.

Bei dieser Vorgehensweise wird das Sondenverhalten durch eine Hochpaßfilterung mit Gleichung (3.76) kompensiert. Das resultierende Signal ist in der Abbildung 7.7 dem Lambdasondenmeßsignal gegenübergestellt. Es wird deutlich, daß das Rauschen verstärkt wird. Allerdings ist der Rauschanteil im Sondenmeßsignal tolerierbar groß, so daß akzeptable Ergebnisse durch diese Vorgehensweise erzielt werden.

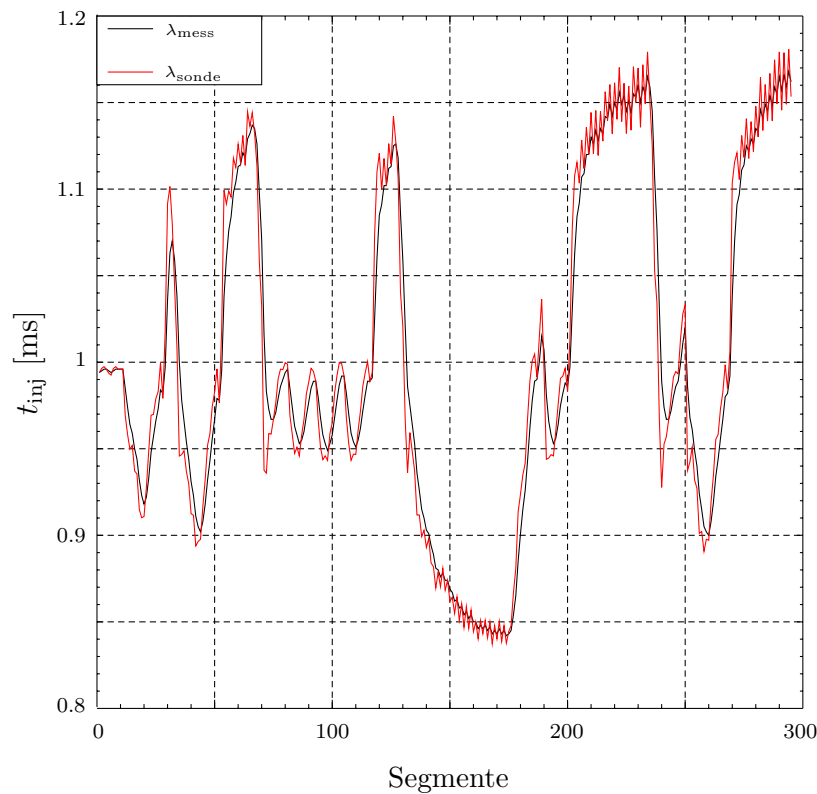


Abbildung 7.7: Dynamikkompensation der Lambdasonde

Zusammenfassend kann der Ablauf des Schrittes II. folgendermaßen beschrieben werden:

1. Anregung des Kraftstoffpfads mit PRBS-Folge; gleichzeitig wird der Luftpfad im quasistationären Zustand gehalten,
2. Berechnung des Ausgangssignals $t_{inj_kraft_zyl}$ aus dem Lambdameßwert:
 - Kompensation des Sondenverhaltens mit einem Hochpaßfilter (3.76),
 - Nichtkausale Verschiebung zur Totzeitkompensation analog Gleichung (3.77) mit der identifizierten Totzeit aus dem Luftpfad,
 - Berechnung der Ausgangsgröße $t_{inj_kraft_zyl} = \frac{t_{inj_luft_zyl}}{\lambda_{zyl}}$,
3. Identifikation der Wandfilmparameter des Kraftstoffpfads mit dem linearen Kalman-Filter Verfahren zur Lösung des Regressionsansatzes.

Die dargestellte Vorgehensweise zur Parameteridentifikation wurde nicht vollständig im Prototypensystem implementiert. Die im Kapitel 8 dargestellten Identifikationsergebnisse der Realdaten wurden am Arbeitsplatzrechner mit dem hier dargestellten Ablauf bestimmt.

7.2.3 Verifikation der Identifikationsergebnisse

Die Verifikation kann in zwei Schritte unterteilt werden:

1. Test des identifizierten Modells mit den Meßdaten eines Betriebspunkts,
2. Test des Modells für den Betriebsbereich am realen Streckenverhalten.

Nach der Identifikation der Parameter für einen Betriebspunkt wird in einem ersten Schritt das Modell mit den Meßdaten getestet. Hierzu wird das Modell mit dem Eingangsvektor des Meßsignals stimuliert und der Ausgang des Modells wird mit dem Ausgangsvektor des Meßsignals verglichen. Für das Ausgangssignal wird ein Fehlervektor des Modellwerts und des Meßwerts gebildet, der zur Bewertung herangezogen wird. Durch diesen Test kann die Konvergenz der verwendeten Identifikationsverfahren und die Abbildungsgenauigkeit des Modells überprüft werden.

Nach der Identifikation des gesamten Betriebsbereichs kann das identifizierte Modell in die Struktur der Vorsteuerung der dynamischen Gemischbildung eingefügt und am realen Streckenverhalten getestet werden.

Im Rahmen dieser Arbeit ist nur der erste Schritt der Verifikation durchgeführt worden.

7.3 Zusammenfassung

Mit dem dargestellten Prototypensystem ist ein automatisierter Parameteridentifikationsablauf darstellbar. Im Rahmen dieser Arbeit ist nur die Vorgehensweise der Meßdatenaufnahme realisiert worden. Mit dieser ist es nun möglich, das System zu initialisieren und in den richtigen Betriebszustand zu fahren, den Luft- sowie den Kraftstoffpfad anzuregen und die notwendigen Daten aufzuzeichnen.

Eine direkte Datenauswertung mit den untersuchten Verfahren ist denkbar, aber nur zum Teil implementiert worden. Die im Kapitel 8 dargestellten Parameteridentifikationsergebnisse mit Realdaten wurden am Arbeitsplatzrechner bestimmt und verifiziert. Für einen späteren automatisierten Einsatz ist eine direkte Verarbeitung auf dem Prototypensystem wichtig, da man den neuen Parametersatz direkt am realen System verifizieren kann.

8 Ergebnisse der Identifikation der dynamischen Gemischbildung

In diesem Kapitel werden die erzielten Ergebnisse der Identifikation des Luft- und Kraftstoffpfads mit Realdaten eines Aggregates vorgestellt. Hierbei handelt es sich um einen saugrohreinspritzenden Sechszylindermotor mit einem Hubraum von 3199 cm^3 .

Der Ablauf der Identifikation ist in zwei Schritte unterteilt worden. In einem ersten Schritt wird der Luftpfad mit den Parametern der Saugrohrzeitkonstante τ_s und der Totzeit t_d mit dem adaptiven linearen Kalman-Filter aus Kapitel 5.2.2 für einen bestimmten Arbeitspunkt identifiziert. Anschließend wird die ermittelte Totzeit t_d verwendet, um in einem zweiten Schritt den Kraftstoffpfad und seine Parameter der Wandfilmdynamik α, β, a, b und c mit einem linearen Kalman-Filter nach der Regressionsmethode aus Kapitel 5.1.3 zu bestimmen. Diese Vorgehensweise ist für den gesamten Betriebsbereich für den betriebswarmen Motor durchgeführt worden.

8.1 Ergebnisse der Identifikation des Luftpfads

In diesem Unterpunkt werden die erzielten Ergebnisse der Identifikation des Luftpfads des Schrittes I. aus Kapitel 7.2.2 dargestellt. Bevor die Daten dem eigentlichen Identifikationsverfahren zur Verfügung gestellt werden können, muß die Verschiebung mittels Korrelationsansatz ermittelt werden. Nach der Bestimmung der Totzeit und der anschließenden Verschiebung der Eingangsdaten nach Gleichung (7.3) kann der adaptive Parameter- und Zustandsschätzer mit Kalman-Filter und überlagertem ML-Verfahren gestartet werden.

8.1.1 Ergebnisse anhand eines Betriebspunkts

In der Abbildung 8.1 ist für den Betriebspunkt $t_l = 50 \%$ und $\text{rpm} = 2000 \frac{U}{\text{min}}$ der Schätzverlauf exemplarisch dargestellt. In den ersten beiden Diagrammen sind die Saugrohrzeitkonstante τ_s und die Totzeit t_d abgebildet und in den folgenden drei Diagrammen sind die Zustände des Modells dargestellt. Dem dritten Zustand ist die rückgerechnete Meßgröße gegenübergestellt und im letzten Diagramm ist das Residuum abgebildet. Nach zweihundert Filterzyklen wird die Adaption mit dem ML-Verfahren eingeschaltet. Nach einer kurzen Konvergenzzeit von 20 Zyklen sind die Saugrohrzeitkonstante τ_s und die Totzeit t_d bestimmt.

Das Measurement-Noise ist sehr klein eingestellt, so daß das Filter nahezu vollständig der Messung folgt; siehe dritter Zustand und Meßgröße. Der eigentliche Modellfehler ist im Residuum zu sehen.

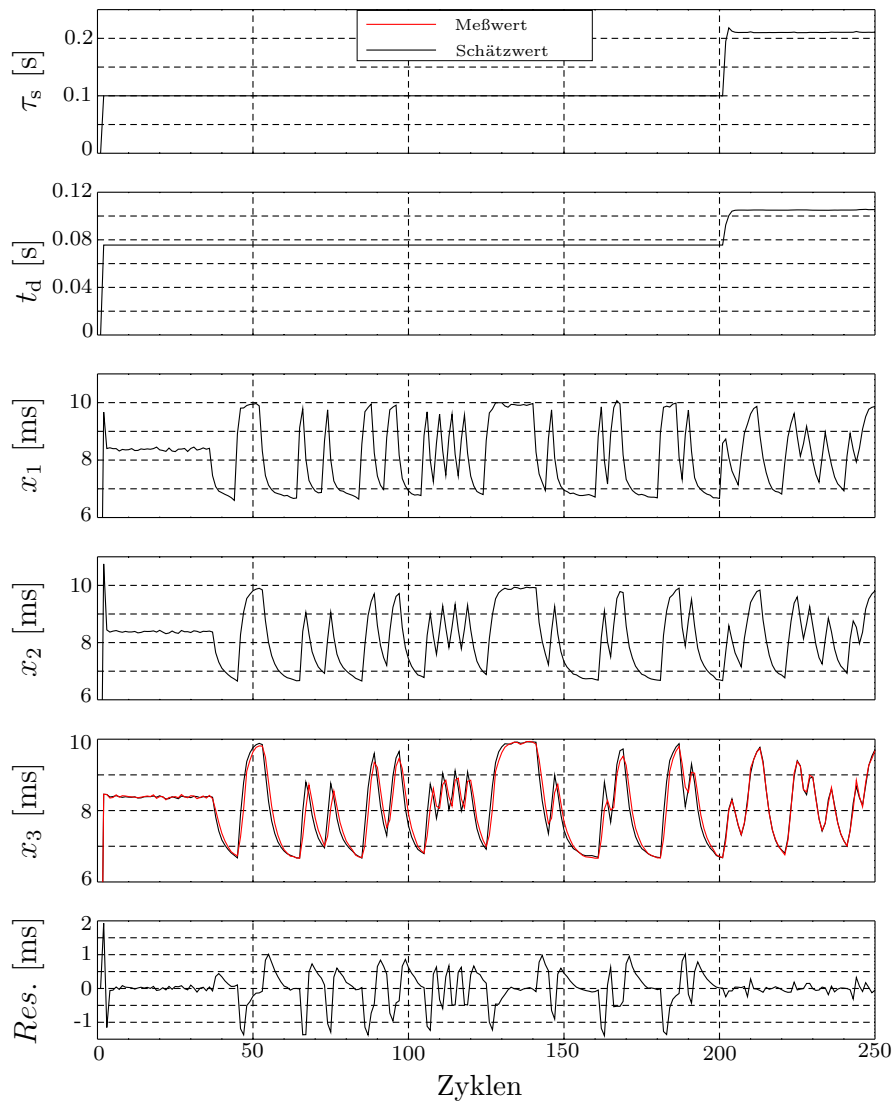


Abbildung 8.1: Parameter und Zustandsschätzwerte beim Filterlauf im Luftpfad

Im stationären Bereich kleiner 50 Zyklen ist das Residuum sehr klein. Für den instationären Bereich ohne Adaption, größer 50 und kleiner 200 Zyklen, ist das Residuum groß. Für den Bereich größer 200 Zyklen wird das Residuum während des Adaptionvorgangs für den instationären Fall sehr klein. Mit dem Vorgang des Filterlaufs in Abbildung 8.1 ist die Identifikation für den Betriebspunkt im Luftpfad abgeschlossen. Die Berechnung der realen Totzeit muß noch nach Gleichung (7.4) vorgenommen werden.

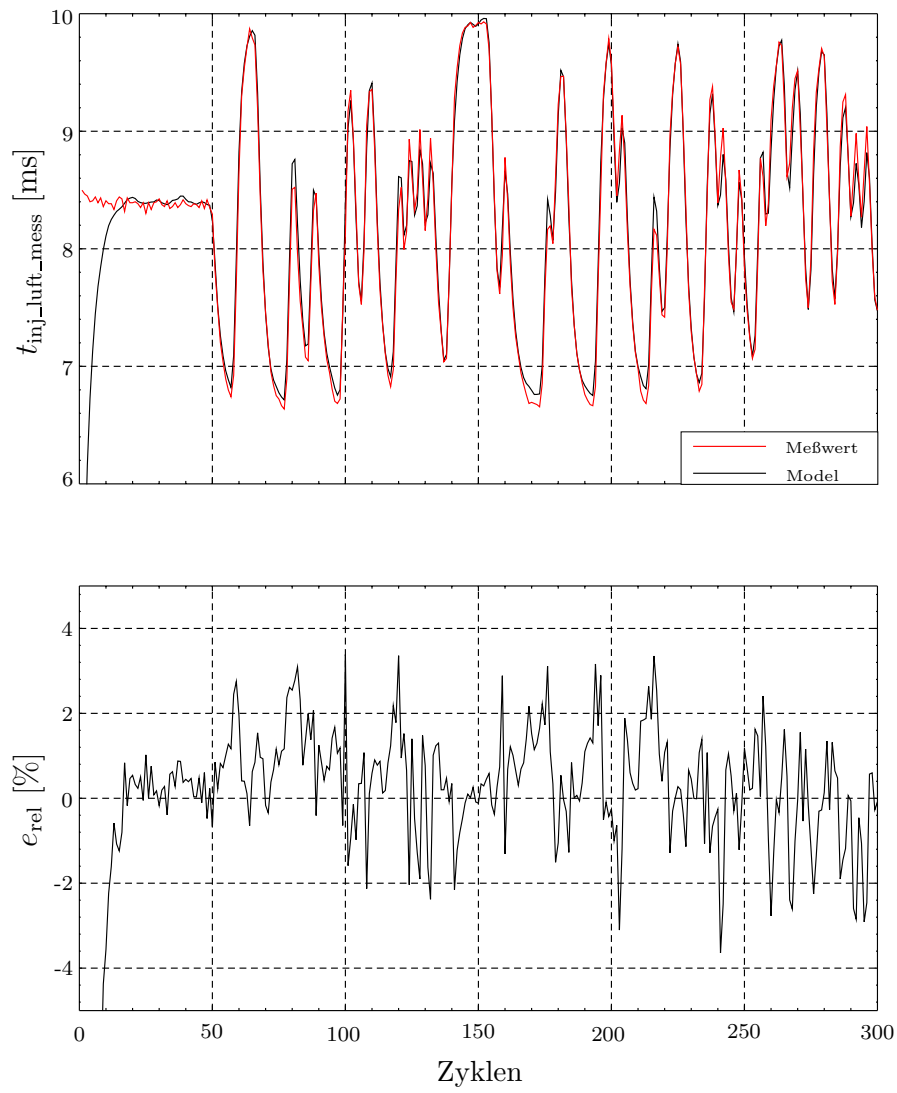


Abbildung 8.2: Verifikation der identifizierten Größen im Luftpfad

Anschließend wird eine Verifikation des Identifikationsergebnisses mit den verwendeten Daten durchgeführt. Im ersten Diagramm der Abbildung 8.2 ist der Modellausgangswert dem rückgerechneten Meßwert gegenübergestellt. Im zweiten Diagramm ist der relative Fehler abgebildet.

Das Schätzergebnis ist als sehr gut zu bezeichnen, da sich ein mittlerer quadratischer relativer Fehler von 1.03% nach Gleichung (8.2) und ein mittlerer relativer Fehler von 0.34% nach Gleichung (8.1) für den instationären Bereich einstellt.

$$\bar{e}_{\text{rel}} = \frac{\sum_{i=1}^N 100 \cdot \left[\frac{\text{Modellwert} - \text{Meßwert}}{\text{Meßwert}} \right]}{N} \quad (8.1)$$

$$e_{\text{rel-q}} = \frac{\sum_{i=1}^N 100 \cdot \sqrt{\left[\frac{\text{Modellwert} - \text{Meßwert}}{\text{Meßwert}} \right]^2}}{N} \quad (8.2)$$

8.1.2 Ergebnisse des Betriebsbereichs

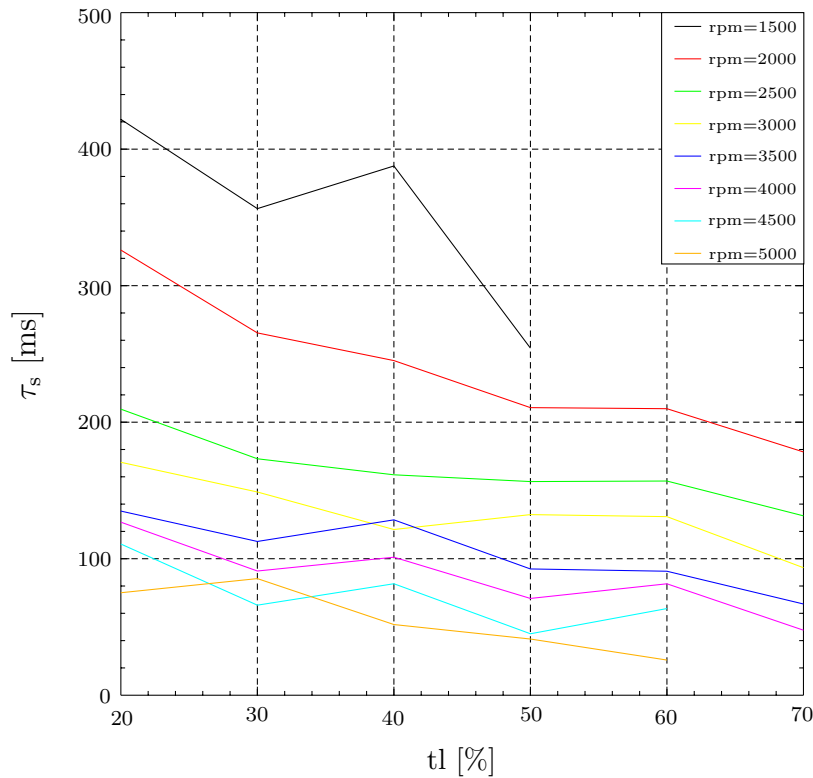
Die Vorgehensweise der Identifikation des Luftpfads ist dann für die Betriebspunkte in der Tabelle 8.1 durchgeführt worden:

		t/ %					
		20	30	40	50	60	70
rpm U/min	1500	+	+	+	+		
	2000	+	+	+	+	+	+
	2500	+	+	+	+	+	+
	3000	+	+	+	+	+	+
	3500	+	+	+	+	+	+
	4000	+	+	+	+	+	+
	4500	+	+	+	+	+	
	5000	+	+	+	+	+	

Tabelle 8.1: Untersuchte Betriebspunkte

Die identifizierten Saugrohrzeitkonstanten τ_s sind in der Tabelle 8.2 zu sehen und in der Abbildung 8.3 sind die Zeitkonstanten grafisch dargestellt.

		$\frac{tl}{\%}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{\text{rpm}}{U/\text{min}}$	1500	421.8	356.4	387.7	254.3		
	2000	326.1	265.4	245.1	210.7	209.9	178.2
	2500	209.5	173.2	161.5	156.5	156.9	131.4
	3000	170.6	148.9	121.4	132.3	130.8	93.4
	3500	134.9	112.6	128.5	92.5	90.8	66.8
	4000	126.8	91.0	101.1	70.9	81.6	47.6
	4500	110.8	66.0	81.7	45.0	63.4	
	5000	75.1	85.4	51.8	41.2	25.8	

 Tabelle 8.2: Kennfeld der identifizierten Saugrohrzeitkonstanten $\frac{\tau_s}{\text{ms}}$

 Abbildung 8.3: Verlauf der Saugrohrzeitkonstante τ_s über den Betriebsbereich

Betrachtet man den dargestellten Verlauf der Saugrohrzeitkonstante über Drehzahl und Last, so wird eine Abnahme bei steigender Last sowie bei steigender Drehzahl deutlich. Die dargestellten Kurvenverläufe über der Last könnten durch Geradengleichungen genähert werden. Dabei würde die negative Steigung mit zunehmender Drehzahl abnehmen, d.h. die Saugrohrzeitkonstante ist weniger sensitiv bei hohen Drehzahlen.

Die Totzeiten t_{tot} , die mit der Gleichung (7.4) bestimmt wurden, sind für den gesamten Betriebsbereich in der Tabelle 8.3 aufgelistet und in der Abbildung 8.4 bildlich dargestellt.

		$\frac{tl}{\%}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{\text{rpm}}{\text{U/min}}$	1500	122.4	91.9	62.8	68.2		
	2000	89.1	66.2	60.8	54.9	43.6	52.0
	2500	83.1	57.6	42.8	42.3	47.4	39.4
	3000	70.1	63.8	42.7	54.5	42.8	41.6
	3500	61.4	50.9	46.8	35.6	34.4	47.8
	4000	42.4	38.0	35.1	52.6	32.7	28.2
	4500	35.0	50.8	29.9	26.4	29.9	
	5500	36.8	33.6	34.1	27.3	39.5	

Tabelle 8.3: Kennfeld der identifizierten Totzeit $\frac{t_d}{\text{ms}}$

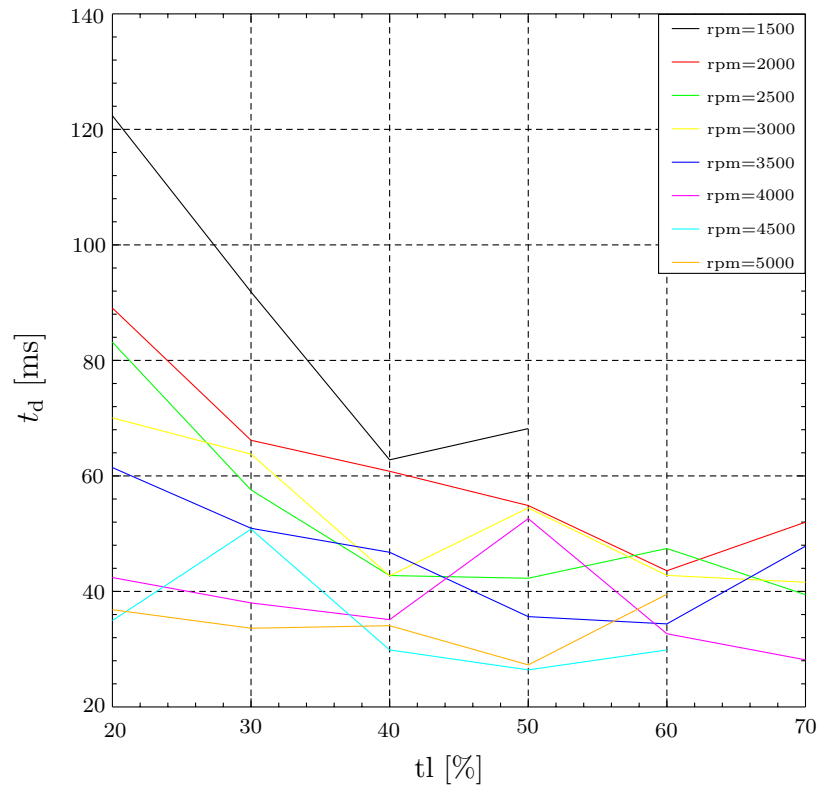


Abbildung 8.4: Verlauf der Totzeit t_d über den Betriebsbereich

Die identifizierten Totzeiten sind in der Abbildung über der Last mit der Drehzahl als Parameter dargestellt. Auch bei den Totzeiten ist der Effekt deutlich, daß bei höheren Drehzahlen und Lasten die Totzeiten stetig abnehmen. Allerdings sind einige Überlagerungen speziell im hohen Drehzahl-Lastbereich zu sehen.

Die Bewertung des erzielten Identifikationsergebnisses über den Betriebsbereich soll über den mittleren relativen Fehler nach der Berechnungsvorschrift (8.2) in Tabelle 8.4 und dem Mittelwert des relativen Fehlers nach der Berechnungsvorschrift (8.1) in Tabelle 8.5 erfolgen. Der mittlere relative Fehler liegt im gesamten Betriebsbereich bei Werten zwischen 0.83% und 2.16%. Dies zeigt, daß der Identifikationsablauf zur Parametrierung über den gesamten Betriebsbereich erfolgreich verlaufen ist. Die zu erwartenden maximalen Fehler beim Verifikationslauf sind kleiner als 5%.

		$\frac{t_l}{\%}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{\text{rpm}}{U/\text{min}}$	1500	0.85	1.24	1.56	1.56		
	2000	0.93	1.02	1.16	1.03	1.51	1.27
	2500	1.21	1.13	1.05	1.06	2.15	1.45
	3000	0.90	1.12	1.07	1.34	1.50	1.29
	3500	1.11	1.09	1.84	1.02	1.76	1.26
	4000	1.40	0.83	1.44	2.16	1.68	1.11
	4500	1.12	1.23	1.87	0.94	1.81	
	5000	1.16	1.03	1.13	1.18	1.51	

Tabelle 8.4: Mittlerer quadratischer relativer Fehler $\frac{e_{\text{rel-q}}}{\%}$ der Verifikation

Der Mittelwert des relativen Fehlers ist über den gesamten Betriebsbereich in der Größenordnung 0.02% bis 1.25%. Hieraus ist erkennbar, daß das parametrierte Modell einen sehr geringen Offsetfehler besitzt.

		$\frac{t_l}{\%}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{\text{rpm}}{U/\text{min}}$	1500	0.55	0.50	0.94	-0.35		
	2000	-0.46	0.47	-0.21	0.34	-0.12	0.33
	2500	1.00	0.64	-0.12	-0.35	1.33	0.75
	3000	0.07	0.27	-0.02	0.18	0.82	0.64
	3500	0.65	0.28	1.06	-0.14	0.78	-0.18
	4000	1.25	0.097	0.85	-0.09	0.49	0.41
	4500	0.31	-0.66	1.52	0.35	0.48	
	5000	0.76	0.41	0.42	-0.85	-0.84	

Tabelle 8.5: Mittelwert des relativen Fehlers $\frac{\bar{e}_{\text{rel}}}{\%}$ der Verifikation

Zusammenfassend ist zu sagen, daß der Luftpfad mit dieser Vorgehensweise sehr gut parametrierbar war und als Ergebnis die Kennfelder für die Saugrohrzeitkonstante und auch die Totzeit, die die Abgaslaufzeit beschreibt, zur Verfügung stehen.

8.2 Ergebnisse der Identifikation des Kraftstoffpfads

Die Ergebnisse der Identifikation des Kraftstoffpfads aus Punkt II. (Kapitel 7.2.2) werden in diesem Unterpunkt betrachtet. Nach der Rückrechnung des Ausgangssignals $t_{inj_kraft_zyl}$ nach Punkt 2. (Kapitel 7.2.2) und dem vorgegeben Eingangssignal t_{inj_kraft} steht der Ein- und Ausgangszusammenhang zur Verfügung, um das lineare Kalman-Filter mit dem Regressionsansatz zur Identifikation zu starten.

Im nächsten Unterpunkt sollen die Filterergebnisse eines Betriebspunkts exemplarisch vorgestellt werden. Anschließend werden dann die erzielten Ergebnisse über den untersuchten Betriebsbereich dargestellt und diskutiert.

8.2.1 Ergebnisse anhand eines Betriebspunkts

In der Abbildung 8.5 ist exemplarisch der Schätzverlauf für den Betriebspunkt $tl = 20\%$ und $rpm = 1500 \frac{U}{min}$ dargestellt. Hierin sind die Koeffizienten der Übertragungsfunktion a_1, a_2, b_0, b_1 und b_2 in Diagrammreihenfolge von oben nach unten zu sehen.

Dabei ist im Schätzverlauf der Bereich der ersten 200 Segmente auffällig, da keine Konvergenz erzielt wird. In diesem Bereich wird das System noch nicht angeregt, so daß keine Konvergenz zu erwarten ist. Nach dem Start der Anregung bei ca. 200 Segmenten beginnt das Filter mit seinem konvergenten Verlauf und findet die Schätzwerte nach ca. 1000 Segmenten. Die Konvergenz ist als ausreichend zu bezeichnen.

Die Filterergebnisse werden anhand der Verifikation analog zum Luftpfad bewertet. Dabei ist im ersten Diagramm in der Abbildung 8.6 der rückgerechnete Meßwert und der Modellausgangswert zu sehen. Im zweiten Diagramm ist der relative Fehler zwischen den beiden Werten dargestellt.

Das erzielte Ergebnis der ermittelten Übertragungsfunktion ist als sehr gut zu bezeichnen, da der relative Fehlerverlauf durch die inverse Rückrechnung der Lambdasondendynamik verstärkt wird. Der mittlere relative quadratische Fehler nach Gleichung (8.2) beträgt 2.27% und der Mittelwert nach Gleichung (8.1) beträgt -0.42%.

Die Übertragungsfunktion wird nun noch mit den Zusammenhängen aus den Gleichungen (8.3)-(8.7) in Aquino Parameter umgerechnet werden:

$$\alpha = -\frac{a_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_2} \quad (8.3)$$

$$\beta = -\frac{a_1}{2} - \sqrt{\left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_2} \quad (8.4)$$

$$a = \frac{b_2 - b_0 \cdot \alpha \cdot \beta + b_1 \cdot \alpha + b_0 \cdot (\alpha + \beta) \cdot \alpha}{(1 - \alpha) \cdot (\alpha - \beta)} \quad (8.5)$$

$$b = \frac{b_2 - b_0 \cdot \alpha \cdot \beta + b_1 \cdot \beta + b_0 \cdot (\alpha + \beta) \cdot \beta}{(1 - \beta) \cdot (\beta - \alpha)} \quad (8.6)$$

$$c = b_0 \quad (8.7)$$

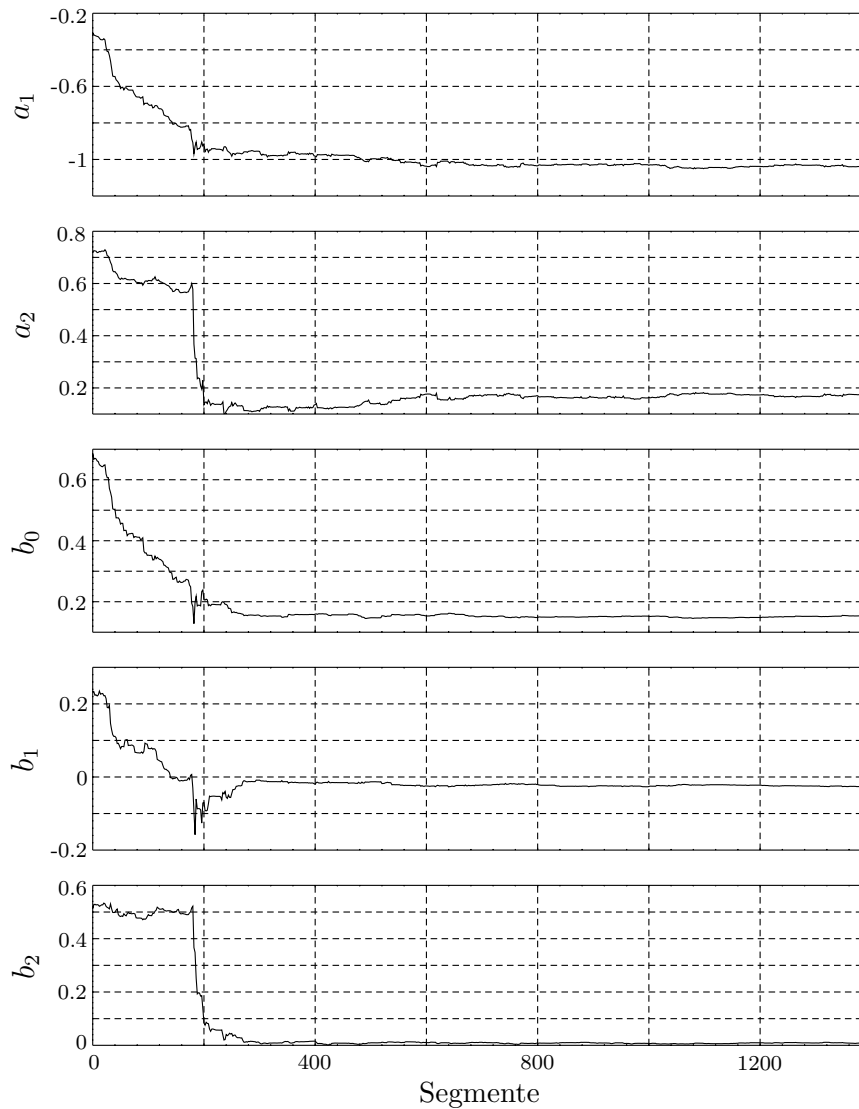


Abbildung 8.5: Identifizierte Koeffizienten der Übertragungsfunktion

Dabei werden folgende Parameterwerte erzielt:

$$\alpha = 0.827 \quad \beta = 0.247 \quad a = 0.842 \quad b = -0.024 \quad c = 0.152 \quad (8.8)$$

Versucht man die kleine und große Zeitkonstante der Wandfilmdynamik mit den Zusammenhängen (8.9) zu bestimmen, ergibt sich folgendes Ergebnis:

$$\tau_{wl} = -\frac{T}{\ln \alpha} \quad \text{und} \quad \tau_{wk} = -\frac{T}{\ln \beta} \quad \text{mit} \quad T = \frac{40 \text{ sek}}{\frac{\text{rpm}}{1/\text{min}}} \quad (8.9)$$

$$\tau_{wl} = 142 \text{ ms} \quad \text{und} \quad \tau_{wk} = 19.3 \text{ ms} \quad (8.10)$$

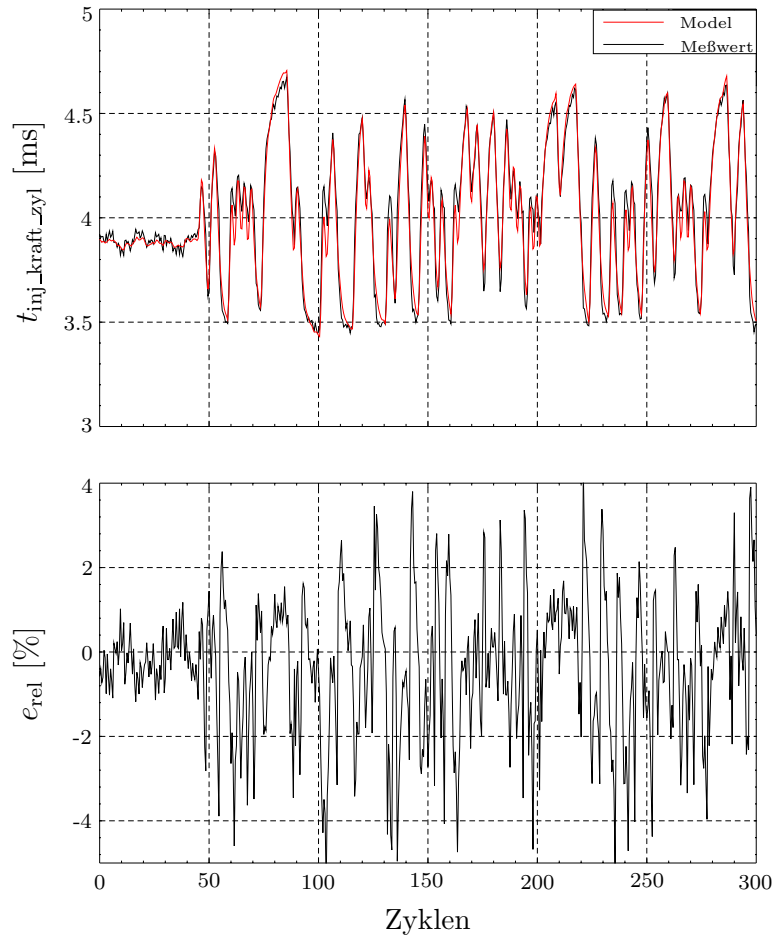


Abbildung 8.6: Verifikation der identifizierten Übertragungsfunktion im Kraftstoffpfad

8.2.2 Ergebnisse des Betriebsbereichs

Die Vorgehensweise der Identifikation des Kraftstoffpfads ist anschließend für den dargestellten Betriebsbereich aus Tabelle 8.1 vorgenommen worden. Die Ergebnisse der Identifikation der Wandfilmdynamik im Kraftstoffpfad werden in den Tabellen 8.6 - 8.14 und in den Abbildungen 8.7 - 8.14 dargestellt.

Die Identifikationsergebnisse werden analog zur Vorgehensweise der Identifikation im Luftpfad zuerst durch den Vergleich des identifizierten Modellverhaltens mit dem rückgerechneten Ausgangsverhalten der Wandfilmdynamik bewertet. Die zu betrachtenden Größen sind zum einen der mittlere quadratische Fehler in Tabelle 8.6 und zum anderen der mittlere relative Fehler in Tabelle 8.7. Der Signalverlauf der Modell- und der rückgerechneten Ausgangsgröße und der sich daraus ergebende relative Fehler während eines Verifikationsvorgangs sind in der Abbildung 8.6 für einen Betriebspunkt dargestellt.

Die relativen Fehler für den Betriebspunkt mit einer Lastgröße von $t_l = 60\%$ und einer Drehzahl $\text{rpm} = 5000 \frac{U}{\text{min}}$ liegen mit Fehlern von 7% und 2% weit außerhalb des Fehlerbereichs der anderen Betriebspunkte. Das Identifikationsergebnis dieses Betriebspunkts bildet das Modellverhalten sehr viel schlechter ab und wird aus diesem Grund als Ausreißer behandelt, der in den nachfolgenden Punkten nicht betrachtet wird.

Der mittlere relative quadratische Fehler liegt für die restlichen Betriebspunkte zwischen 2% und 5% . Dies zeigt, daß das Verhalten der Wandfilmdynamik mit dem Modellansatz des erweiterten Aquino-Modells sehr gut abgebildet werden konnte. Der mittlere relative Fehler ist kleiner als 1% . Daraus läßt sich folgern, daß das Modell einen sehr kleinen Offsetfehler besitzt.

		$\frac{t_l}{\%}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{\text{rpm}}{U/\text{min}}$	1500	2.27	2.22	2.27	2.42		
	2000	2.42	1.98	1.98	2.01	2.15	2.06
	2500	2.13	1.95	2.08	2.69	3.65	4.25
	3000	2.18	2.14	2.27	3.41	3.12	3.49
	3500	2.04	2.22	3.15	3.38	3.13	3.26
	4000	2.50	3.16	3.30	3.60	3.33	4.25
	4500	2.28	3.02	3.33	3.78	3.79	3.28
	5000	2.87	2.54	3.13	3.36	7.31	

Tabelle 8.6: Mittlerer relativer quadratischer Fehler $\frac{\bar{\epsilon}_{\text{rel-q}}}{\%}$

		$\frac{t_l}{\%}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{\text{rpm}}{U/\text{min}}$	1500	-0.42	-0.35	-0.24	-0.28		
	2000	-0.51	-0.33	-0.05	-0.18	-0.19	-0.28
	2500	-0.26	-0.29	-0.14	-0.34	-0.80	-0.90
	3000	-0.28	-0.23	-0.07	-0.66	-0.50	-0.78
	3500	-0.18	-0.22	-0.60	-0.80	-0.66	-0.62
	4000	-0.24	-0.48	-0.51	-0.85	-0.49	-0.76
	4500	-0.20	-0.55	-0.81	-0.86	-0.72	
	5000	-0.73	-0.36	-0.54	-0.59	-2.46	

Tabelle 8.7: Mittelwert des relativen Fehlers $\frac{\bar{\epsilon}_{\text{rel}}}{\%}$

Als weiteres Kriterium zur Bewertung der Identifikationsergebnisse wird der Verlauf der Summe der Aufteilungsfaktoren über den Betriebsbereich in der Abbildung 8.7 herangezogen.

Für ein physikalisch sinnvolles Modell muß der Zusammenhang (3.119) erfüllt sein. Für den hier vorliegenden Fall des betriebswarmen Motors ist der Faktor d für den Übergang ins Motoröl gleich null. Daraus ergibt sich, daß die Summe der Aufteilungsfaktoren a , b und c der drei Pfade des Wandfilmmodells gleich eins sind. Dies bedeutet physikalisch, daß kein Kraftstoffanteil im System gewonnen bzw. verloren werden kann und ist gleichzusetzen mit einer Verstärkung der Gleichanteile des Systems mit dem Faktor eins. Die Summe der Aufteilungsfaktoren weicht maximal um 2% von eins ab, so daß dieses Kriterium erfüllt ist.

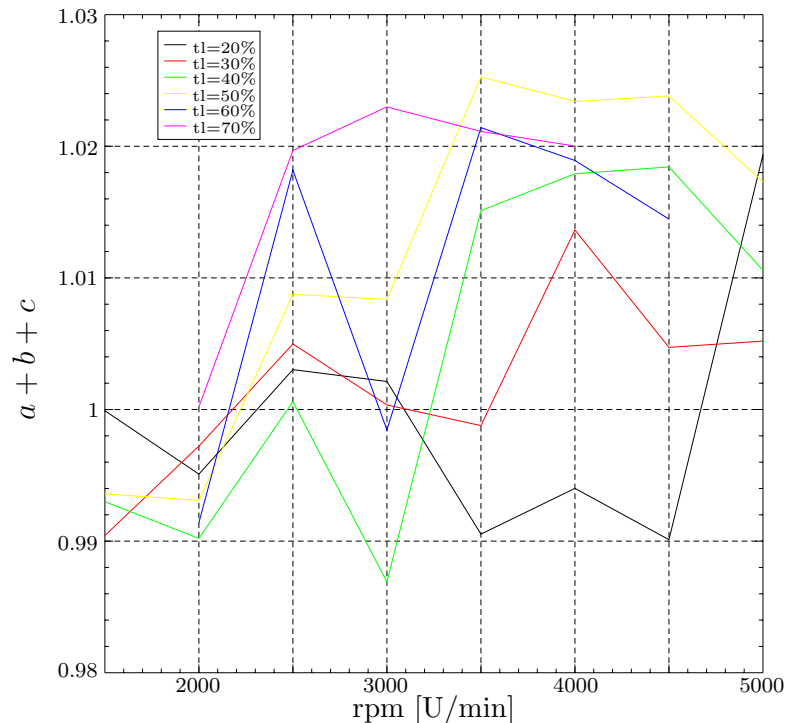


Abbildung 8.7: Verlauf der Summe der Aufteilungsfaktoren über dem Betriebsbereich

Die Diskussion der Parameterschätzwerte wird für die einzelnen Pfade der Wandfilmdynamik vorgenommen. Zuerst werden die Ergebnisse des Pfads mit der großen Zeitkonstante, dann die Ergebnisse des Pfads mit der kleinen Zeitkonstante und abschließend die Ergebnisse für den Durchgriff dargestellt.

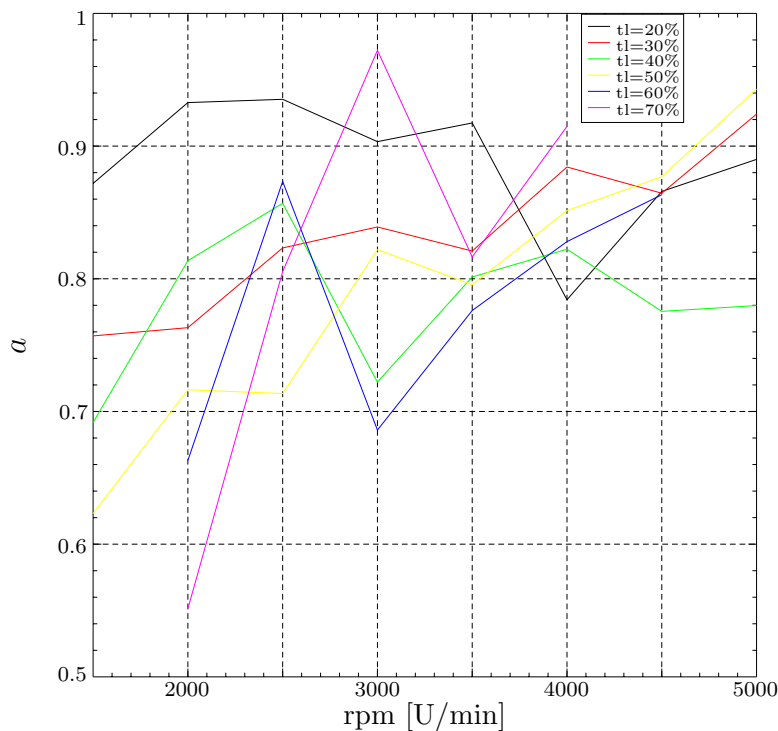
Parameterschätzwerte des Pfads der Wandfilmdynamik mit großer Zeitkonstante

Das Verhalten dieses Pfads wird durch die Parameter α und a bestimmt. Zuerst wird der Verlauf der identifizierten Werte des Aufteilungsfaktors a anhand der Tabelle 8.8 und der Abbildung 8.8 diskutiert. Anschließend wird der Parameter α und die daraus errechnete große Zeitkonstante τ_{w1} , die den dynamischen Anteil des Pfads beschreibt, analysiert.

		$\frac{t_l}{\%}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{\text{rpm}}{\text{U/min}}$	1500	0.872	0.757	0.692	0.623		
	2000	0.933	0.763	0.814	0.716	0.663	0.551
	2500	0.935	0.823	0.857	0.713	0.873	0.805
	3000	0.903	0.839	0.722	0.821	0.686	0.972
	3500	0.917	0.821	0.801	0.796	0.776	0.816
	4000	0.784	0.884	0.822	0.851	0.828	0.915
	4500	0.866	0.864	0.775	0.877	0.863	
	5000	0.890	0.924	0.780	0.943	0.766	

Tabelle 8.8: Kennfeld des identifizierten Parameters a des Aquino-Modells

Dieser Pfad ist über den gesamten Drehzahl-Lastbereich der dominante Anteil des identifizierten Wandfilmmodells. Dies geht aus den Werten des Aufteilungsfaktors a hervor, der mit Werten zwischen 0.551 und 0.972 deutlich über ein halb liegt. Die Summe der Aufteilungsfaktoren ist für den untersuchten Betriebsbereich annähernd eins. Daher nimmt dieser Pfad mehr als 50% des eingespritzten Kraftstoffs auf.

Abbildung 8.8: Verlauf des Parameters a über den Betriebsbereich

Der Aufteilungsfaktor steigt tendenziell zu höheren Drehzahlen und Lasten an, so daß sich die Dominanz des Einflusses erhöht. Dies bedeutet für das identifizierte Modell, daß das Systemverhalten stark durch die Dynamik der langen Zeitkonstante geprägt ist.

		$\frac{tl}{\%}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{rpm}{U/min}$	1500	0.827	0.752	0.701	0.715		
	2000	0.804	0.722	0.772	0.705	0.718	0.728
	2500	0.770	0.717	0.729	0.713	0.741	0.735
	3000	0.802	0.740	0.750	0.785	0.749	0.691
	3500	0.811	0.754	0.821	0.772	0.771	0.722
	4000	0.851	0.804	0.800	0.765	0.715	0.618
	4500	0.841	0.825	0.837	0.703	0.709	
	5000	0.871	0.802	0.805	0.630	0.897	

Tabelle 8.9: Kennfeld des identifizierten Parameters α des Aquino-Modells

Mit der Variable α kann mit der Beziehung (8.9) die große Zeitkonstante τ_{wl} bestimmt werden. Die Ergebnisse sind für α und die große Zeitkonstante τ_{wl} in den Tabellen 8.9 und 8.10 sowie in den Abbildungen 8.9 und 8.10 für den gesamten Drehzahl-Lastbereich dargestellt. Die Diskussion wird anhand der Zeitkonstante vorgenommen.

		$\frac{tl}{\%}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{rpm}{U/min}$	1500	142.2	94.8	75.9	74.2		
	2000	96.7	63.1	77.3	57.7	60.4	61.2
	2500	60.7	47.9	50.8	47.8	54.4	53.3
	3000	61.2	43.8	47.7	55.6	46.0	37.0
	3500	54.6	40.6	58.5	44.9	44.7	35.5
	4000	62.7	46.3	44.7	37.3	30.3	21.0
	4500	51.3	46.3	50.5	25.2	26.3	
	5000	58.1	35.9	36.3	17.4	74.6	

Tabelle 8.10: Kennfeld der großen Zeitkonstante $\frac{\tau_{wl}}{ms}$ des Aquino-Modells

Der Verlauf der identifizierten Zeitkonstante nimmt zu höheren Drehzahlen stark ab. Speziell für geringe Lasten ist ein nichtlinearer Verlauf zu erkennen. Für Lasten größer als 40% ist der Verlauf der Kurvenschar näherungsweise linear mit gleicher Steigung. Dabei liegen die Zeitkonstanten im gleichen Bereich. Dies bedeutet, daß der Einfluß des Wandfilmverhaltens für kleine Lasten und kleine Drehzahlen am stärksten ist. Die größte Zeitkonstante liegt bei 142.2ms und entspricht ungefähr zehn Segmenten bei einer Drehzahl von 1500 $\frac{U}{min}$. Dies bedeutet für den Einfluß der Dynamik der langen Zeitkonstante bei einem Sprung des Eingangssignals im Kraftstoffpfad, daß sich das dynamische Verhalten über fünfzig Einspritzungen auswirkt.

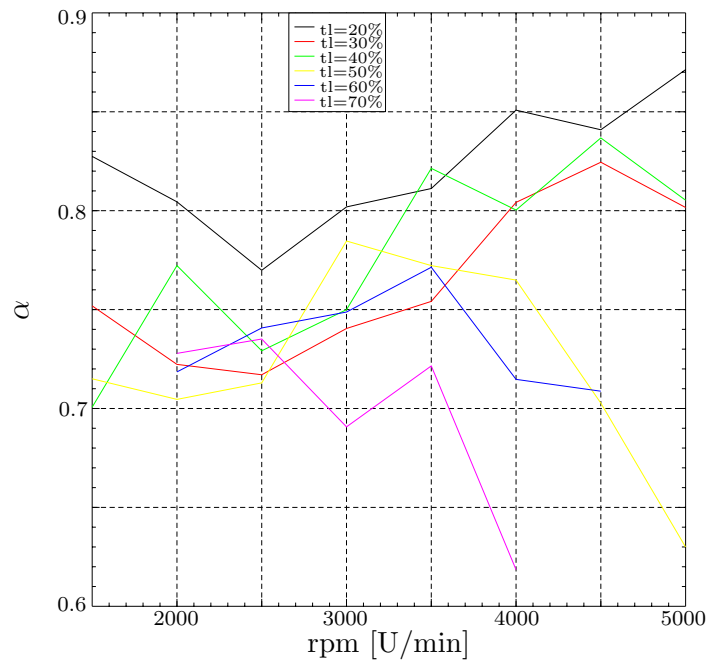


Abbildung 8.9: Verlauf des Parameters α über den Betriebsbereich

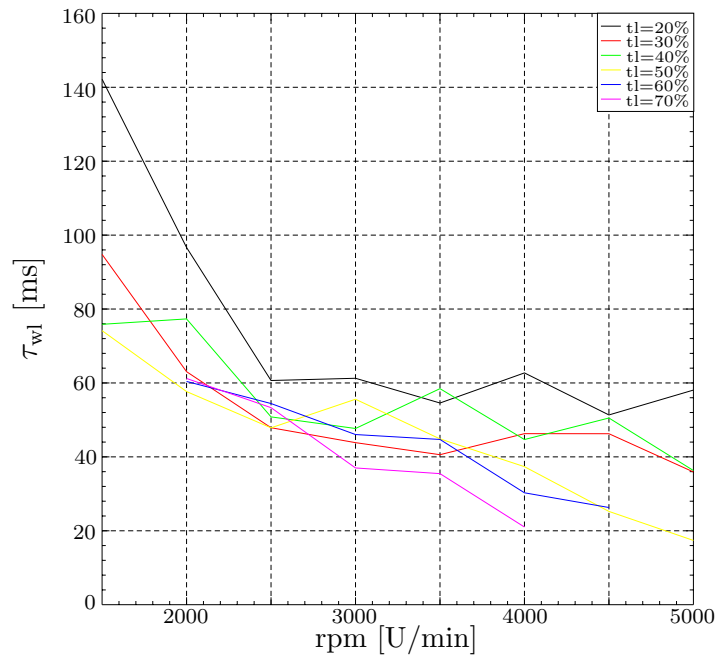


Abbildung 8.10: Verlauf der großen Zeitkonstante τ_{wl} über den Betriebsbereich

Parameterschätzwerte des Pfads der Wandfilmdynamik mit kleiner Zeitkonstante

Der zweite Pfad des Wandfilms ist durch die Parameter b und β bestimmt.

		$\frac{t_l}{\tau}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{\text{rpm}}{\text{U/min}}$	1500	-0.024	0.030	0.110	0.095		
	2000	-0.085	0.013	0.100	0.086	0.061	0.197
	2500	-0.080	-0.015	0.064	0.130	-0.147	-0.084
	3000	-0.041	-0.006	0.012	-0.039	-0.049	-0.202
	3500	-0.035	0.012	0.070	0.028	0.072	0.052
	4000	0.052	0.043	0.084	-0.055	0.062	-0.192
	4500	-0.009	0.002	0.039	-0.095	-0.113	
	5000	0.020	-0.003	0.071	-0.165	0.076	

Tabelle 8.11: Kennfeld des identifizierten Parameters b des Aquino-Modells

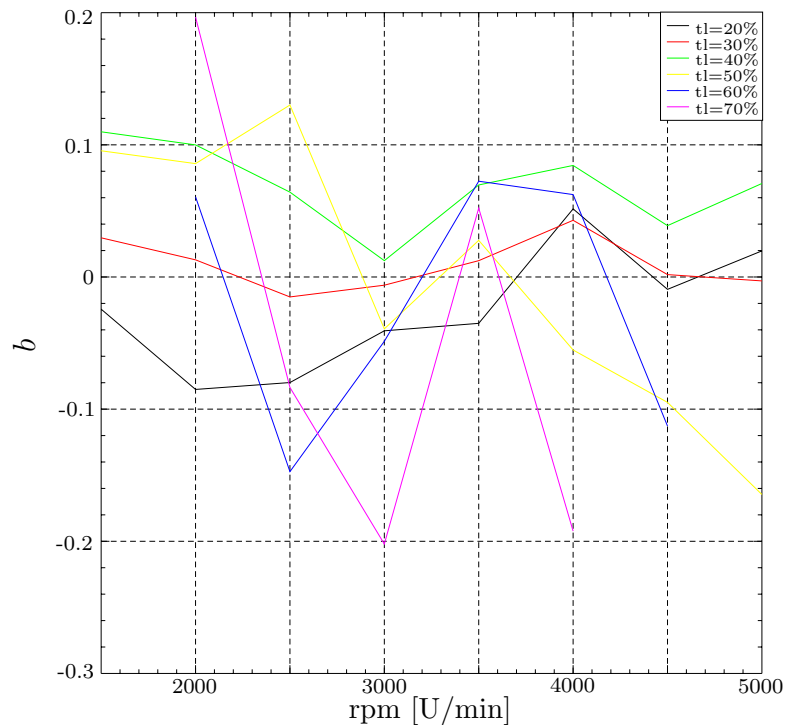


Abbildung 8.11: Verlauf des Parameter b über den Betriebsbereich

Zuerst soll der Parameter b des Aufteilungsfaktors anhand der Tabelle 8.11 und der Abbildung 8.11 analysiert werden. Anschließend wird der dynamische Anteil dieses Pfads, der Parameter β und die aus diesem errechnete kleine Zeitkonstante τ_{wk} mit den Abbildungen 8.12 und 8.13 diskutiert. Die Werte für die Parameter sind in den Tabellen 8.12 und 8.13 zu finden.

Der Einfluß dieses Pfads auf das Gesamtsystemverhalten ist gering, da der Aufteilungsfaktor b sehr kleine Werte im Bereich 0.2 und kleiner besitzt. Auffällig ist, daß der Parameter b sogar negative Werte annimmt, die ein in der Modellvorstellung nicht vorgesehenes physikalisches Verhalten darstellen. Daher kann dieser Pfad nicht losgelöst betrachtet werden. In der Gesamtheit aller drei Pfade wird das Ergebnis für die Summe der Aufteilungsfaktoren wieder physikalisch, wie vorher gezeigt worden ist.

		$\frac{U}{\%}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{\text{rpm}}{U/\text{min}}$	1500	0.247	0.176	0.109	0.137		
	2000	0.328	0.181	0.009	0.001	0.080	0.003
	2500	0.239	0.079	0.005	0.046	0.222	0.241
	3000	0.299	0.142	0.101	0.245	0.073	0.411
	3500	0.206	0.131	0.076	0.241	0.198	0.199
	4000	0.081	0.258	0.094	0.309	0.190	0.391
	4500	0.210	0.260	0.176	0.380	0.379	
	5000	0.256	0.214	0.176	0.341	0.336	

Tabelle 8.12: Kennfeld des identifizierten Parameters β des Aquino-Modells

Mit β kann mit der Beziehung 8.9 die kleine Zeitkonstante τ_{wk} ermittelt werden. Diese nimmt tendenziell wiederum zu höheren Drehzahlen und Lasten ab. Für Drehzahlen über $\text{rpm} = 3000 \frac{U}{\text{min}}$ und Lasten kleiner 70% liegt der Wert in einem Bereich zwischen 7 ms und 4 ms. Die Zeitkonstante liegt für den gesamten Drehzahl-Lastbereich in der Größenordnung von 2 Segmenten, d.h. nach 10 Einspritzungen ist der Einfluß abgeschlossen.

		$\frac{U}{\%}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{\text{rpm}}{U/\text{min}}$	1500	19.3	15.6	12.2	12.5		
	2000	18.8	12.0	4.3	2.5	7.9	3.3
	2500	11.1	6.3	3.0	5.3	10.9	11.5
	3000	11.2	6.8	6.0	9.6	5.1	15.4
	3500	7.2	5.6	4.5	8.2	7.2	7.2
	4000	4.0	7.4	4.2	8.5	6.1	10.7
	4500	5.7	6.6	5.2	9.2	9.3	
	5000	5.9	5.1	4.5	7.6	7.4	

Tabelle 8.13: Kennfeld der kleinen Zeitkonstante $\frac{\tau_{\text{wk}}}{\text{ms}}$ des Aquino-Modells

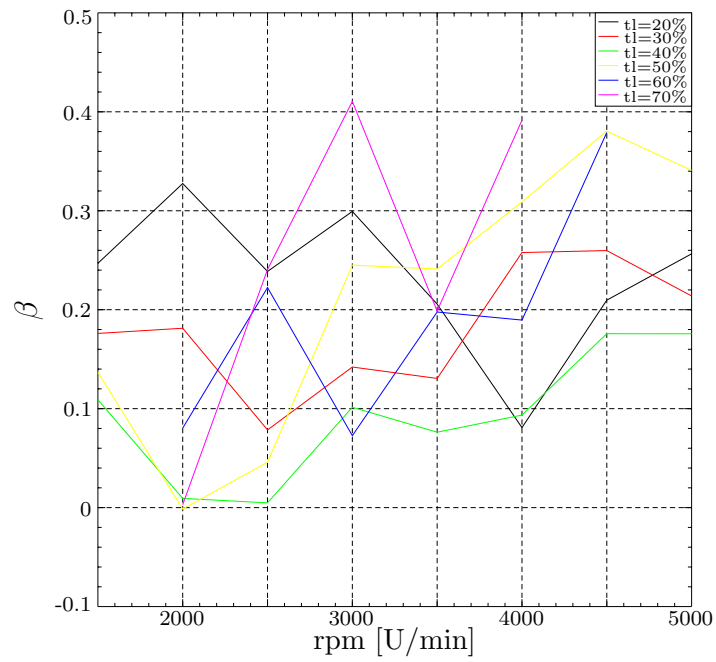


Abbildung 8.12: Verlauf des Parameters β über den Betriebsbereich

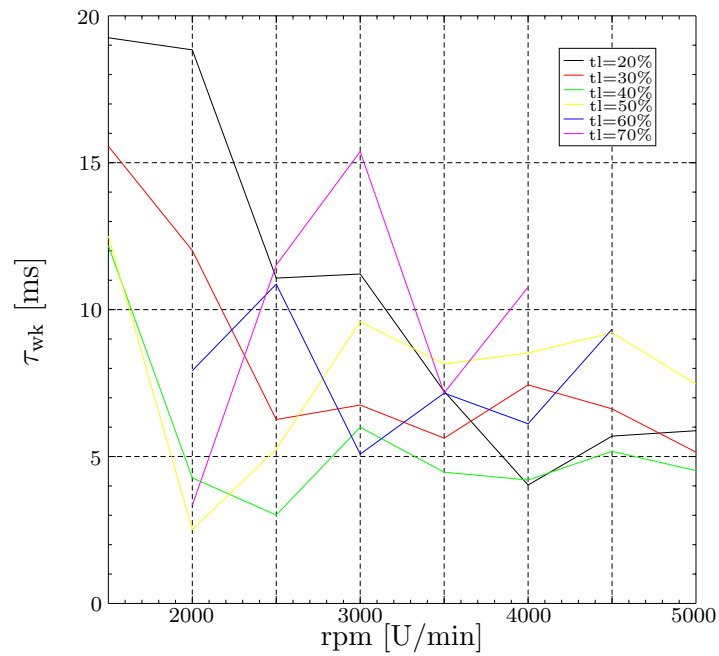


Abbildung 8.13: Verlauf der kleinen Zeitkonstante τ_{wk} über den Betriebsbereich

Parameterschätzwerte des Durchgriffs der Wandfilmdynamik

Als letzter Pfad wird der Durchgriff c betrachtet. Dieser nimmt für den gesamten Drehzahl-Lastbereich Werte zwischen 0 und 0.4 an. Der Durchgriff besitzt nach dem Pfad mit der langen Zeitkonstante den zweitgrößten Einfluß. Die großen Werte des Durchgriffs für Lasten von 60% und 70% werden durch den Pfad mit der kurzen Zeitkonstante und den negativen Parameterwerten b kompensiert, so daß der Summenwert der Aufteilungsfaktoren eins bleibt.

		$\frac{t_l}{\%}$					
		20	30	40	50	60	70
$\frac{\text{rpm}}{\text{U/min}}$	1500	0.152	0.204	0.191	0.275		
	2000	0.147	0.221	0.077	0.191	0.268	0.252
	2500	0.148	0.197	0.079	0.165	0.292	0.298
	3000	0.140	0.168	0.252	0.226	0.361	0.253
	3500	0.108	0.165	0.144	0.202	0.173	0.153
	4000	0.158	0.086	0.111	0.227	0.129	0.297
	4500	0.134	0.138	0.204	0.242	0.264	
	5000	0.110	0.084	0.160	0.239	0.153	

Tabelle 8.14: Kennfeld des Parameters c des Aquino-Modells

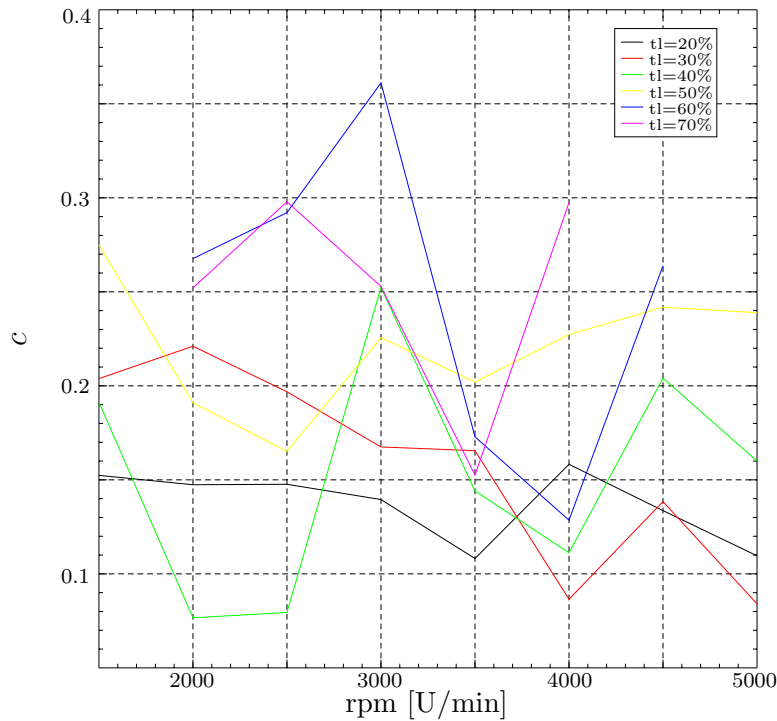


Abbildung 8.14: Verlauf des Parameter c über den Betriebsbereich

Mit der dargestellten Vorgehensweise konnte das Wandfilmmodell für den gesamten Betriebsbereich sehr gut identifiziert werden.

8.3 Zusammenfassung

In diesem Kapitel ist die Vorgehensweise für die Identifikation der Dynamiken des Luft- und Kraftstoffpfads in zwei Schritten vorgestellt worden.

Im ersten Schritt wurde die Saugrohrzeitkonstante und die Abgaslaufzeit mit einem adaptiven Parameter- und Zustandsschätzverfahren für einen Betriebspunkt bestimmt. Im zweiten Schritt wurde die identifizierte Totzeit der Parametrierung des Luftpfads verwendet, um die Parameter des Wandfilmmodells des Kraftstoffpfads für diesen Betriebspunkt mit einem reinen Parameterestimationsverfahren zu schätzen. Diese Vorgehensweise ist für den gesamten Betriebsbereich für den betriebswarmen Motor durchgeführt worden. Als Ergebnis der Identifikation des Luftpfads stehen die Kennfelder für die Totzeit und die Saugrohrzeitkonstante, die in den Tabellen 8.2 und 8.3 dargestellt sind, zur Verfügung.

Für den Kraftstoffpfad stehen die identifizierten Kennfelder über den gesamten Betriebsbereich für die drei Aufteilungsfaktoren a , b und c sowie den beiden Parametern α und β für die Dynamik des Wandfilmmodells zur Verfügung. Die Kennfelder für die Aufteilungsfaktoren sind in den Tabellen 8.8, 8.11 und 8.14 zu finden. In den Tabellen 8.9 und 8.12 sind die Kennfelder für die beiden Parameter der Dynamik dargestellt.

Die Ergebnisse der Identifikation des Systemverhaltens des Luft- sowie Kraftstoffpfads sind sehr gut, da die resultierenden relativen mittleren quadratischen Fehler der beiden Modelle zum Streckenverhalten in der Größenordnung von 2% - 5% liegen.

Mit der Identifikation der Dynamikanteile des Systemmodells sind die estimationstheoretischen Verfahren am Beispiel der dynamischen Gemischbildung erfolgreich dargestellt worden.

9 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wird die Leistungsfähigkeit estimationstheoretischer Ansätze für die Parameteridentifikation gezeigt. Die identifizierten Parameter können anschließend in einem Modell zur Darstellung des Streckenverhaltens in Steuerungen bzw. Regelungen von Aggregaten im Antriebsstrang eingesetzt werden. Die gesamten Untersuchungen werden am Anwendungsbeispiel der dynamischen Gemischbildung eines kanalspritzenden Ottomotors durchgeführt.

Zuerst wird für die modellbasierte Betrachtungsweise die mathematische Modellbildung und die Modellierung der dynamischen Gemischbildung als Grundlage für die folgenden Untersuchungen erarbeitet. Als Ergebnis stehen die Modelle und die Vorgehensweisen zur Identifikation des Luft- und Kraftstoffpfads im Kapitel 3.6 zur Verfügung. Anschließend werden die estimationstheoretischen Verfahren vorgestellt und mit synthetischen Daten in den abgeleiteten Modellen der dynamischen Gemischbildung untersucht.

In dieser Arbeit werden zum einen reine Parameterschätzverfahren und zum anderen Parameter- und Zustandsschätzverfahren betrachtet. Bei den Parameterschätzverfahren werden die Verfahren Weighted Recursive Least-Squares, Recursive Maximum-Likelihood und ein Kalman-Filter zur Lösung des Regressionsansatzes gegenübergestellt. Diese Verfahren schätzen die Koeffizienten der Übertragungsfunktion des Systems und sind besonders für LTI-Systeme geeignet, bei denen das vollständige Systemverhalten bestimmt werden soll. Die Schätzung einzelner physikalischer Parameter ist direkt nicht möglich, da die Bestimmung nach dem eigentlichen Identifikationsprozeß mit Hilfe einer Transformation der identifizierten Übertragungsfunktionskoeffizienten erfolgen muß. Ein Einsatz für Problemstellungen mit nichtlinearen Systemzusammenhängen ist nur nach einer Linearisierung möglich. Hierbei ist der Rechenzeitbedarf im Vergleich zu den Parameter- und Zustandsschätzern als gering zu bezeichnen.

Bei den untersuchten Verfahren stellte sich das Kalman-Filter in Bezug auf Konvergenzeigenschaften und Robustheit bei auftretenden überlagerten stochastischen Störgrößen als das Verfahren mit den besten Eigenschaften heraus. Außerdem zeichnete sich das Verfahren für die folgenden Punkte durch sehr gute Schätzergebnisse aus:

- Schätzung zeitveränderlicher Parameter (interne Modellierung),
- Überlagerung sehr starker Rauschprozesse (Hilfsvariablenansatz).

Aus diesen Gründen wurde das Kalman-Filter-Verfahren für die Auswertung der Realdaten im Kraftstoffpfad ausgewählt.

Zur gleichzeitigen Parameter und Zustandsschätzung sind das Extended-Kalman-Filter und ein adaptives Kalman-Filter mit überlagertem Maximum-Likelihood-Ansatz untersucht worden. Der Vorteil gegenüber den reinen Parameterschätzverfahren liegt in der Möglichkeit der direkten Bestimmung der unsicheren physikalischen Parameter des untersuchten Streckenmodells. Deshalb kann schon während des Filterlaufs durch die gleichzeitige Parameter- und Zustandsschätzung eine Aussage über das Identifikationsergebnis gemacht werden. Ein Nachteil liegt in den komplexeren und dadurch rechenzeitintensiveren Algorithmen. Beide Verfahren sind sowohl für den linearen als auch für den nichtlinearen Fall einsetzbar. Dabei kann das Extended-Kalman-Filter durch seine nichtlineare Struktur direkt eingesetzt werden. Das Verfahren mit Kalman-Filter und Maximum-Likelihood-Ansatz wird hierzu auf den nichtlinearen Fall erweitert.

Bei diesen beiden Verfahren hat sich der adaptive Ansatz mit deutlich besserem Konvergenzverhalten und deutlich robusteren Eigenschaften auf Startwerte und auftretende Rauschprozesse durchgesetzt. Das Extended-Kalman-Filter zur gleichzeitigen Parameter- und Zustandsschätzung ist nur für Problemstellungen mit einer geringen Anzahl unsicherer Parameter geeignet. Für das aufgeführte Beispiel im Kapitel 5.2.3 ist die Schätzung zweier unbekannter Parameter im Luftpfad nicht mehr möglich. Aus diesem Grund ist für den direkten Ansatz mit einem Extended-Kalman-Filter auf eine nichtlineare Betrachtung verzichtet worden. Dementgegen konnten bei der Untersuchung des Anwendungsbeispiels mit dem adaptiven Ansatz gleichzeitig bis zu sechs unbekannte Parameter geschätzt werden. Außerdem ist auch der Einsatz für die nichtlineare Modelldarstellung des Anwendungsbeispiels erfolgreich. Deshalb ist für die spätere Identifikation des Luftpfads mit Realdaten der adaptive Ansatz gewählt worden.

Nach der Bewertung und Auswahl der geeigneten Verfahren kann die Identifikation der dynamischen Gemischbildung mit Realdaten eines kanaleinspritzenden Ottomotors vorgenommen werden. Hierbei ist die Identifikation für die Bestimmung eines Betriebspunkts in zwei Schritte unterteilt worden.

Im ersten Schritt wird der Luftpfad mit dem adaptiven Ansatz des Parameter- und Zustandsschätzers mit Kalman-Filter und überlagertem Maximum-Likelihood-Ansatz identifiziert. Dabei werden die Saugrohrzeitkonstante und die Gesamttozeit des Systemmodells geschätzt. Die Totzeit beschreibt den Zeitraum vom Öffnen des Einlaßventils bis zum Erreichen des verbrannten Abgases nach dem Ausschlebevorgang an der Lambda-sonde. Anschließend wird im zweiten Schritt unter Verwendung der vorher bestimmten Totzeit der Kraftstoffpfad mit einem Kalman-Filter-Verfahren, das den Regressionsansatz löst, identifiziert. Danach sind die Parameter des Wandfilmmodells, eine kleine und eine große Zeitkonstante sowie die Aufteilungsfaktoren, bestimmt.

Die Identifikation des Drehzahl-Lastbereichs des betriebswarmen Motors konnte mit den gewählten Verfahren mit sehr guten Resultaten realisiert werden. Als Ergebnis stehen für den Luftpfad die Kennfelder der Saugrohrzeitkonstante sowie der Totzeit und für den Kraftstoffpfad die Kennfelder der kleinen und großen Zeitkonstante sowie die Aufteilungsfaktoren des Wandfilmmodells zur Verfügung. Mit der hier vorgestellten Vorgehensweise ist eine Automatisierung der Identifikation und Bedatung für den gesamten Betriebsbereich durchführbar.

Weiterführende Arbeiten sollten die dynamische Gemischbildung für den Kaltstart und den Warmlauf des Aggregats betrachten, um den gesamten Temperaturbereich abzudecken. Mit diesen Parametersätzen ist dann ein Modell der dynamischen Gemischbildung für alle Betriebszustände möglich. Außerdem ist die Implementierung der Parameteridentifikationsverfahren zur vollständigen Darstellung des automatisierten Identifikationsablaufs im Prototypensystem ein weiteres Betätigungsfeld.

Die in dieser Arbeit dargestellten Ansätze und Verfahren zur Identifikation dynamischer Modelle in Steuerungen bzw. Regelungen sind auf andere Problemstellungen im Antriebsstrang übertragbar. Der Einsatz solcher Verfahren bedeutet im ersten Schritt einen Mehraufwand im Entwicklungsablauf. Der Nutzen des automatisierten Ablaufs der Identifikation tritt erst zum Vorschein, wenn das entwickelte Verfahren für zukünftige Aufgaben standardisiert und für den Entwickler leicht zugänglich gemacht werden kann. Die modellbasierte Betrachtungsweise erleichtert eine Standardisierung für einen späteren Einsatz. Allerdings ist die Zugänglichkeit für den Anwender eine weitaus größere Herausforderung, da es sich bei dem zu entwickelnden Programm um kein Expertensystem für eine Parameteridentifikation handeln darf.

Um diesen Anforderungen für einen effektiven Einsatz dynamischer Verfahren gerecht zu werden, müssen erhebliche Anstrengungen bei der Weiterentwicklung unternommen werden. Einerseits besteht Weiterentwicklungsbedarf an Softwareprogrammen zur Aggregateabstimmung, die dem Anwender die notwendigen Identifikationsverfahren für das Entwicklungsumfeld im Fahrzeug oder an den Motorenprüfständen zugänglich macht. Andererseits müssen die Identifikationsverfahren für den allgemeinen Einsatz weiterentwickelt und standardisiert werden. Die ersten Softwareprodukte für eine automatisierte Aggregateabstimmung sind eingeführt worden und es wird sich zeigen wie hoch die Akzeptanz beim Anwender ist. Für die dynamische Aggregateabstimmung steht dieser Schritt noch aus. Dieser wird erst nach der erfolgreichen Umsetzung der Weiterentwicklung der Entwicklungsumgebung durchgeführt werden können.

Abschließend ist zu sagen, daß ein verbreiteter Einsatz der automatisierten statischen sowie dynamischen Aggregateabstimmung stark von der Anwenderfreundlichkeit und der Anwenderakzeptanz der auf dem Markt verfügbaren Softwareprodukte abhängen wird.

10 Anhang

10.1 Ansatz für Luftüberschuß

Die Differenzgleichung für die reaktionsfähige Luftmasse $m_{\text{luft_zyl}}$ im Zylinder lautet:

$$m_{\text{luft_zyl}}(k) = m_{\text{luft_fr}}(k) + x_{\text{rg}} \cdot m_{\text{luft_rg}}(k - 1) \quad (10.1)$$

$m_{\text{luft_rg}}(k - 1)$ entspricht der reaktionsfähigen Luftmasse im Abgas (vorheriges Arbeitspiel), $m_{\text{luft_fr}}$ entspricht der Frischluftmasse im Zylinder.

$$m_{\text{luft_rg}}(k - 1) = \begin{cases} m_{\text{luft_zyl}}(k - 1) - m_{\text{kraft_zyl}}(k - 1) \cdot 14.7 & \text{für } m_{\text{luft_zyl}} > m_{\text{kraft_zyl}} \cdot 14.7 \\ 0 & \text{für } m_{\text{luft_zyl}} \leq m_{\text{kraft_zyl}} \cdot 14.7 \end{cases} \quad (10.2)$$

10.2 Konvergenzansatz für die Identifizierbarkeit im Kraftstoffpfad

Da das Verfahren der Ausgangssensitivitätsanalyse zur Bestimmung der Identifizierbarkeit des Kraftstoffpfads im Kapitel 4.1.3 versagte, werden hier die Identifizierbarkeitsansätze über die Konvergenz des Schätzverfahrens zur Beurteilung eingesetzt. Für die Analyse werden die Ergebnisse der Untersuchungen der linearen Parameterschätzverfahren aus Kapitel 5.1.4 verwendet.

Die Least-Square-Identifizierbarkeit bezieht sich auf die Konvergenz eines Schätzverfahrens, das ein Gütefunktional mit quadratischen Fehlertermen minimiert. Die Schätzverfahren nach dem WRLS- und dem RML-Verfahren erfüllen diese Voraussetzung, siehe Gütefunktional in (5.11) und (5.46).

Das Konvergenzkriterium nach Tse und Anton in [29] schließt zusätzlich zur Least-Squares Identifizierbarkeit die Konvergenz in Wahrscheinlichkeit ein. Diese kann auf die Untersuchung der Kalman-Filter Verfahren übertragen werden, da das Filter für die Bestimmung der Zustandsschätzwerte die bedingte Verteilungsdichtefunktion $f_{\underline{x}/\underline{Y}^k}$ im Bezug auf die Meßwertgeschichte heranzieht.

Für die Untersuchung der reinen Parameterschätzverfahren ist ausschließlich das Modell der Wandfilmdynamik verwendet worden. Das Konvergenzverhalten ist für alle drei verwendeten Verfahren unter idealen Bedingungen als gut zu beurteilen. Dies bedeutet, das der Konvergenzansatz greift und das Wandfilmmodell unter den gegebenen Bedingungen identifizierbar ist.

Betrachtet man die Untersuchungen zur Parametrierung des Modells des gesamten Kraftstoffpfads mit einem adaptiven Parameter- und Zustandsschätzer im Kapitel 5.2.3, so wird auch hier ein sehr gutes Konvergenzverhalten bei der Schätzung erzielt. Dies bedeutet, daß auch für das Kraftstoffpfadmodell zur Bestimmung der Identifizierbarkeit das Konvergenzkriterium erfüllt ist.

Eine einschränkende Aussage ist mit dieser Vorgehensweise nicht möglich, allerdings zeigen die Schätzergebnisse für das reale Streckenverhalten im Kapitel 8.2 das die Identifizierbarkeit über den gesamten Betriebsbereich erfüllt ist.

10.3 Herleitung des Ansatzes zur Parameterschätzung mit dem RML-Verfahren

Ausgangspunkt ist die Taylorreihenentwicklung des Gütefunktional um den letzten Schätzwert $\hat{\underline{\theta}}(k-1)$ aus Gleichung (5.23):

$$V_k(\underline{\theta}) = V_k(\hat{\underline{\theta}}(k-1)) + V_k'(\hat{\underline{\theta}}(k-1)) \cdot [\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}(k-1)] + \frac{1}{2} \cdot [\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}(k-1)]^T \cdot V_k''(\hat{\underline{\theta}}(k-1)) \cdot [\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}(k-1)] + \text{h.o.t.} \quad (10.3)$$

$$\text{mit h.o.t.} \hat{=} \text{high order terms} \quad (10.4)$$

Die Bedingung für ein Extremum des Gütefunktional ist durch den Zusammenhang gegeben:

$$\left. \frac{\partial V_k}{\partial \underline{\theta}} \right|_{\underline{\theta}=\hat{\underline{\theta}}} = 0 \quad (10.5)$$

Wendet man diesen Zusammenhang für die Taylorreihenentwicklung an, dann ergibt sich folgende Darstellung für $\underline{\theta} = \hat{\underline{\theta}}(k)$:

$$0 = \left. \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} \left\{ V_k'(\hat{\underline{\theta}}(k-1)) \cdot [\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}(k-1)] + \frac{1}{2} \cdot [\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}(k-1)]^T \cdot V_k''(\hat{\underline{\theta}}(k-1)) \cdot [\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}(k-1)] + \text{h.o.t.} \right\} \right|_{\underline{\theta}=\hat{\underline{\theta}}(k)} \quad (10.6)$$

$$0 = V_k'(\hat{\underline{\theta}}(k-1)) + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot V_k''(\hat{\underline{\theta}}(k-1)) \cdot [\hat{\underline{\theta}}(k) - \hat{\underline{\theta}}(k-1)] + \text{h.o.t} \quad (10.7)$$

Wird die Gleichung (10.7) nach $\hat{\underline{\theta}}(k)$ aufgelöst, dann ergibt sich der Zusammenhang für den Maximum-Likelihood Schätzwert, unter der Voraussetzung, daß die auftretende Inverse existiert.

$$\hat{\underline{\theta}}(k) = \hat{\underline{\theta}}(k-1) - \left[V_k''(\hat{\underline{\theta}}(k-1)) \right]^{-1} \cdot V_k'(\hat{\underline{\theta}}(k-1))^T + \text{h.o.t.} \quad (10.8)$$

10.4 Herleitung einer äquivalenten Schreibweise für die Fehlerkovarianz $P(k)$ und dem Gain γ

Für die Ableitung der Beziehung wird folgendes Matrix-Inversions-Lemma benötigt:

$$[A + BCD]^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1}DA^{-1} \quad (10.9)$$

Dabei sind A , B , C und D Matrizen von kompatibler Dimension, so daß das Produkt BCD und die Summe $A + BCD$ existiert. Der Beweis für das Lemma kann durch eine rechtsseitige Multiplikation von Gleichung (10.9) geführt werden und man erhält:

$$\begin{aligned} & I + A^{-1}BCD - A^{-1}B[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1}D \\ & - A^{-1}B[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1}DA^{-1}BCD \\ = & I + A^{-1}B[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1} \{ [DA^{-1}B + C^{-1}]CD - D - DA^{-1}BCD \} \\ = & I + A^{-1}B[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1} \{ 0 \} = I \end{aligned} \quad (10.10)$$

Dies beweist den Zusammenhang in Gleichung (10.9). Das Verwenden des Lemmas für den Übergang der Gleichung (5.30) unter der Verwendung der Gleichung (5.33) ergibt den folgenden Zusammenhang:

$$\begin{aligned} P(k) &= [P^{-1}(k-1) + \psi(k) \cdot \psi(k)^T]^{-1} \\ &= P(k-1) \\ &- P(k-1) \cdot \psi(k) [\psi^T(k) \cdot P(k-1) \cdot \psi(k) + 1]^{-1} \cdot \psi(k)^T \cdot P(k-1) \\ &= P(k-1) - \frac{P(k-1) \cdot \psi(k) \cdot \psi(k)^T \cdot P(k-1)}{1 + \psi^T \cdot P(k-1) \cdot \psi(k)} \end{aligned} \quad (10.11)$$

$$\text{mit } A = P(k-1) = \bar{R}(k-1) = \frac{1}{k}R(k-1), \quad B = \psi(k), \quad C = 1, \quad D = \psi^T \quad (10.12)$$

Der Vorteil bei dieser Darstellung liegt an der Tatsache, daß die Inversion einer Matrix durch eine Division eines Skalars ersetzt worden ist, was die Berechnung erheblich vereinfacht. Mit der Gleichung (10.11) kann man zusätzlich einen Ausdruck für das Gain γ einführen:

$$\begin{aligned} \gamma(k) &= P(k) \cdot \psi(k) \\ &= P(k-1)\psi(k) - \frac{P(k-1) \cdot \psi(k) \cdot \psi(k)^T \cdot P(k-1)\psi(k)}{1 + \psi(k)^T \cdot P(k-1) \cdot \psi(k)} \\ &= \frac{P(k-1) \cdot \psi(k)}{1 + \psi(k)^T \cdot P(k-1) \cdot \psi(k)} \end{aligned} \quad (10.13)$$

Mit diesen Herleitungen stehen die Zusammenhänge für das Gain γ und die Fehlerkovarianzmatrix P zur Verfügung.

10.5 Herleitung des Maximum-Likelihood Verfahrens

In diesem Abschnitt werden die Filtergleichungen des Maximum-Likelihood Verfahrens hergeleitet. Beide Verteilungsdichtefunktionen in (5.137) sind gaußnormalverteilt und somit durch die ersten beiden Momente bestimmt.

1. VDF für den ersten Term in Gleichung (5.137)¹

$$f_{\underline{x}(k)/\underline{Y}^k} \Big|_{\underline{\vartheta}=\hat{\underline{\vartheta}}=\text{const}} = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \left[\underline{\xi} - \hat{\underline{x}}_k^+\right]^T \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \left[\underline{\xi} - \hat{\underline{x}}_k^+\right]\right\}}{(2 \cdot \pi)^{n/2} \cdot |P^+(k)|^{1/2}} \quad (10.14)$$

Hierin ist $\hat{\underline{x}}^+$ und P^+ implizit eine Funktion von $\underline{\theta}$.

2. VDF für die Produktterme in Gleichung (5.137)

Zur Bestimmung des ersten Moments muß der folgende Erwartungswert gebildet werden:

$$\begin{aligned} E\{\underline{y}(j)/\underline{Y}^{j-1}\} &= E\{C(j) \cdot \underline{x}(j) + \underline{v}(j)/\underline{Y}^{j-1}\} \\ &= C(j) \cdot E\{\underline{x}(j)/\underline{Y}^{j-1}\} + E\{\underline{v}(j)/\underline{Y}^{j-1}\} \\ &= C(j) \cdot \hat{\underline{x}}_j^- + \underline{0} \end{aligned} \quad (10.15)$$

Außerdem wird noch das zweite Moment, die bedingte Kovarianz, für die VDF benötigt.

$$\begin{aligned} E\{(\underline{y}(j) - C(j) \cdot \hat{\underline{x}}_j^-)(\underline{y}(j) - C(j) \cdot \hat{\underline{x}}_j^-)^T / Y^{j-1}\} &= \\ &= E\{(C(j) \cdot \underline{x}(j) + \underline{v}(j) - C(j) \cdot \hat{\underline{x}}_j^-) \cdot (C(j) \cdot \underline{x}(j) + \underline{v}(j) - C(j) \cdot \hat{\underline{x}}_j^-)^T\} \\ &= E\{C(j) \cdot (\underline{x}(j) - \hat{\underline{x}}_j^-) \cdot (\underline{x}(j) - \hat{\underline{x}}_j^-)^T \cdot C(j)^T / Y^{j-1}\} + R(j) \\ &= C(j) \cdot P^-(j) \cdot C(j)^T + R(j) = P_{\underline{y}\underline{y}}(j) \end{aligned} \quad (10.16)$$

Mit den beiden bestimmten Momenten ergibt sich folgende Verteilungsdichtefunktion für die Produktterme:

$$f_{\underline{y}(j)/\underline{Y}^{j-1}} \Big|_{\underline{\vartheta}=\hat{\underline{\vartheta}}=\text{const}} = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \left[\underline{\zeta} - C(j) \cdot \hat{\underline{x}}_j^-\right]^T \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1} \cdot \left[\underline{\zeta} - C(j) \cdot \hat{\underline{x}}_j^-\right]\right\}}{(2 \cdot \pi)^{m/2} \cdot |P_{\underline{y}\underline{y}}|^{1/2}} \quad (10.17)$$

Hierin sind $P_{\underline{y}\underline{y}}(j) = C(j) \cdot P^-(j) \cdot C(j)^T + R(j)$, $P_{\underline{y}\underline{y}}$ und $\hat{\underline{x}}_j^-$ implizit Funktionen von $\underline{\theta}$.

¹Herleitung von Loffeld in [20]: S.413 Gl. 578

10.5.1 Berechnung der Likelihood-Funktion

Mit den abgeleiteten VDF in den Gleichungen (10.14) und (10.17) steht die Likelihood-Funktion aus Gleichung (5.137) für ein Kalman-Filter als Zustandsschätzer und ein ML-Ansatz als Parameterschätzer zur Verfügung. Da die Logarithmus-Funktion monoton steigendes Verhalten besitzt, kann zur Bestimmung des Maximums die logarithmierte VDF aus Gleichung (5.137) herangezogen werden.

$$\begin{aligned}
 \ln f_{\underline{x}(k), \underline{Y}^k / \underline{\vartheta}}(\underline{\xi}, \underline{y}^k / \underline{\vartheta}) &= \\
 - \frac{n+m}{2} \cdot \ln(2 \cdot \pi) - \frac{1}{2} \cdot \ln(|P^+(k)|) - \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^k \ln(P_{\underline{y}\underline{y}}(j)) & \\
 - \frac{1}{2} \cdot [\underline{\xi} - \hat{\underline{x}}_k^+]^T \cdot P^+(k)^{-1} \cdot [\underline{\xi} - \hat{\underline{x}}_k^+] & \\
 - \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^k [\underline{\xi} - C(j) \cdot \hat{\underline{x}}_j^-]^T \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}(j) \cdot [\underline{\xi} - C(j) \cdot \hat{\underline{x}}_j^-] & \quad (10.18)
 \end{aligned}$$

Zur Bestimmung des Maximums der Likelihood-Funktion wird die partielle Ableitung der Funktion aus Gleichung (10.18) in eine partielle Ableitung der Zustände und eine partielle Ableitung der Parameter zerlegt. Im ersten Schritt wird die partielle Ableitungen zur Bestimmung des Maximums der Likelihood-Funktion nach der Variable $\underline{\xi}$ für die Zustandsschätzung betrachtet. Dabei wird der Parametervektor $\underline{\vartheta}$, wie vorher festgelegt, als konstant angenommen.

$$\left. \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} [\ln f_{\underline{x}(k), \underline{Y}^k / \underline{\vartheta}}(\underline{\xi}, \underline{y}^k / \underline{\vartheta})] \right|_{\underline{\vartheta} = \hat{\underline{\vartheta}}, \underline{\xi} = \hat{\underline{\xi}}} = \underline{0}^T \quad (10.19)$$

Mit diesen Bedingungen ergibt sich für die partielle Ableitung nach ξ :

$$[\underline{\xi} - \hat{\underline{x}}_k^+]^T \cdot P^+(k) \Big|_{\underline{\vartheta} = \hat{\underline{\vartheta}}, \underline{\xi} = \hat{\underline{\xi}}} = \underline{0}^T \quad (10.20)$$

$$\underline{\xi} = \hat{\underline{x}}_k^+ \Big|_{\underline{\vartheta} = \hat{\underline{\vartheta}}} \Rightarrow [\underline{\xi} - \hat{\underline{x}}_k^+] \Big|_{\underline{\vartheta} = \hat{\underline{\vartheta}}} = \underline{0} \quad (10.21)$$

In Gleichung (10.21) ist die Lösung für die Maximierung der Likelihood-Funktion im Bezug auf die Zustandsschätzung dargestellt, wenn der Schätzwert der Parameter konstant vorausgesetzt wird. Für die Zustandsschätzung ist für diese Bedingung der Maximum-Likelihood Schätzwert gleich dem Kalman-Filter Schätzwert des Zustandsschätzers. Mit diesem Ansatz läßt sich der Maximum-Likelihood Schätzwert für die Zustandsschätzung mit einem Kalman-Filter bestimmen. Im zweiten Schritt werden die partiellen Ableitungen nach dem Parametervektor $\underline{\vartheta}$ vorgenommen, um das Maximum der Likelihood-Funktion zu bestimmen.

$$\left. \frac{\partial}{\partial \underline{\vartheta}} [\ln f_{\underline{x}(k), \underline{Y}^k / \underline{\vartheta}}(\underline{\xi}, \underline{y}^k / \underline{\vartheta})] \right|_{\underline{\vartheta} = \hat{\underline{\vartheta}}, \underline{\xi} = \hat{\underline{\xi}}_k^+} = \underline{0}^T \quad (10.22)$$

Für die Ableitung der Likelihood-Funktion aus Gleichung (10.18) nach den Parametern $\underline{\vartheta}$ ergibt sich folgender Zusammenhang, wenn für die partiellen Ableitungen nach den Parametern die Beziehungen (10.24) und (10.25) verwendet werden und anschließend eine Multiplikation mit dem Faktor -2 durchgeführt wird:

$$\begin{aligned}
& -2 \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta_m} [\ln f_{\underline{x}(k), \underline{y}^k / \underline{\vartheta}}(\underline{\xi}, \underline{y}^k / \underline{\vartheta})] = \text{tr} \left\{ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \vartheta_m} \right\} \\
& -2 \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^+{}^T}{\partial \vartheta_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot [\underline{\xi} - \hat{\underline{x}}_k^+] \\
& - [\underline{\xi} - \hat{\underline{x}}_k^+]^T \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \vartheta_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot [\underline{\xi} - \hat{\underline{x}}_k^+] \\
& + \sum_{j=1}^k \text{tr} \left\{ P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot \frac{\partial P_{\underline{y}\underline{y}}}{\partial \vartheta_m}(j) \right\} \\
& -2 \cdot \sum_{j=1}^k \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^-{}^T}{\partial \vartheta_m} \cdot C^T \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot [\underline{\zeta} - C \cdot \hat{\underline{x}}_j^-] \\
& - \sum_{j=1}^k [\underline{\zeta} - C \cdot \hat{\underline{x}}_j^-]^T \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot \frac{\partial P_{\underline{y}\underline{y}}}{\partial \vartheta_m}(j) \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot [\underline{\zeta} - C \cdot \hat{\underline{x}}_j^-] \tag{10.23}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ln |X|}{\partial \vartheta_m} = \frac{\partial \ln |X|}{\partial |X|} \cdot \frac{\partial |X|}{\partial \vartheta_m} = \frac{1}{|X|} \cdot \frac{\partial |X|}{\partial \vartheta_m} = \text{tr} \left\{ |X|^{-1} \cdot \frac{\partial |X|}{\partial \vartheta_m} \right\} \quad \text{und} \tag{10.24}$$

$$\frac{\partial X^{-1}}{\partial \vartheta_m} = -X^{-1} \cdot \frac{\partial X}{\partial \vartheta_m} \cdot X^{-1} \tag{10.25}$$

Wird im zweiten Schritt der Maximumbestimmung der Likelihood-Funktion das Ergebnis des ersten Schrittes der Zustandsschätzung aus Gleichung (10.21) als bekannt vorausgesetzt, dann kann Gleichung (10.23) mit $\underline{\xi} = \hat{\underline{x}}_k^+|_{\underline{\vartheta}=\hat{\underline{\vartheta}}}$ vereinfacht und zu folgendem Zusammenhang zusammengefaßt werden:

$$\begin{aligned}
& \text{tr} \left\{ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \vartheta_m} \right\} \\
& - \sum_{j=1}^k \text{tr} \left\{ \left[P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) - P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot [\underline{y}_j - C \cdot \hat{\underline{x}}_j^-] \cdot [\underline{y}_j - C \cdot \hat{\underline{x}}_j^-]^T \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \right] \cdot \frac{\partial P_{\underline{y}\underline{y}}}{\partial \vartheta_m}(j) \right\} \\
& -2 \cdot \sum_{j=1}^k \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^-{}^T}{\partial \vartheta_m} \cdot C^T \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot [\underline{y}_j - C \cdot \hat{\underline{x}}_j^-] = 0 \tag{10.26}
\end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich das Endergebnis für die Bestimmung des Maximums der Likelihood-Funktion bei bekanntem Schätzwert der Zustandsschätzung durch einen Kalman-Filter:

$$\begin{aligned} & tr \left\{ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \vartheta_m} \right\} \\ & - \sum_{j=1-N+1}^k tr \left\{ \left[P_{yy}^{-1}(j) - P_{yy}^{-1}(j) \cdot \underline{r}_j \cdot \underline{r}_j^T \cdot P_{yy}^{-1}(j) \right] \cdot \frac{\partial P_{yy}}{\partial \vartheta_m}(j) \right\} \\ & - 2 \cdot \sum_{j=1-N+1}^k \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^{-T}}{\partial \vartheta_m} \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1}(j) \cdot \underline{r}_j = \underline{0} \end{aligned}$$

$$\text{mit } \underline{r}_j = [\underline{y}_j - C \cdot \hat{\underline{x}}_j^-] \quad \text{und} \quad P_{yy}(j) = C(j) \cdot P^-(j) \cdot C(j)^T + R(j) \quad (10.27)$$

Die erhaltene nichtlineare Gleichung ist nur durch ein iteratives Verfahren zu lösen. Zur Lösung wird das Newton Verfahren [8] eingesetzt, so daß die allgemeine Gleichung $f(\underline{x}) = 0$ mit dem Ansatz $\underline{x}_{i+1} = \underline{x}_i - f'(\underline{x}_i)^{-1} \cdot f(\underline{x}_i)$ gelöst wird. Mit der allgemeinen Gleichung (5.129) und der Reduktion auf eine reine Parameterschätzung ergibt sich mit dem Newton Verfahren:

$$\hat{\underline{\vartheta}}_{i+1} = \hat{\underline{\vartheta}}_i - \left\{ \left(\frac{\partial^2 L[\underline{\Theta}(k), \underline{Y}^k]}{\partial \underline{\vartheta}^2} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial L[\underline{\Theta}(k), \underline{Y}^k]}{\partial \underline{\vartheta}} \right\} \Big|_{\underline{\vartheta}=\hat{\underline{\vartheta}}_i} \quad (10.28)$$

Ein Problem des iterativen Lösens nach diesem Verfahren liegt im Aufwand der Bestimmung der zweiten Ableitungen. Es existieren folgende zwei Möglichkeiten, um den Aufwand für eine Berechnung so gering wie möglich zu halten:

- Vereinfachungen durch Beschränkungen im Systemmodell oder Beschränkung auf die Bestimmung von Parametern in Q und R,
- Ersetzen der zweiten Ableitung durch eine Näherung (Scoring-Verfahren).

Im weiteren Verlauf wird das Scoring-Verfahren dargestellt und die erste Möglichkeit wird nicht untersucht, da die Einschränkungen eine Allgemeingültigkeit verhindern.

10.5.2 Scoring-Verfahren

Um den Scoring-Algorithmus zur Lösung der vorher bestimmten nichtlinearen Gleichung (10.27) einzusetzen, müssen folgende Terme zur Lösung des Newton Verfahrens in Gleichung (10.28) bestimmt werden:

- Score-Vektor $\frac{\partial L[\underline{\Theta}(k), \underline{Y}^k]}{\partial \underline{\vartheta}}$,
- bedingte Informationsmatrix nach Rao $J[k, \hat{\underline{\vartheta}}]$.

Die bedingte Informationsmatrix von Rao ersetzt die zweite partielle Ableitung näherungsweise:

$$\frac{\partial^2 L[\underline{\Theta}(k), \underline{Y}^k]}{\partial \underline{\vartheta}^2} \approx -J[k, \hat{\underline{x}}(k), \hat{\underline{\vartheta}}] \quad (10.29)$$

Hierin ist die bedingte Informationsmatrix nach Rao definiert als:

$$J[k, \hat{\underline{x}}(k), \hat{\underline{\vartheta}}] \equiv \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial L[\underline{\Theta}(k), \underline{Y}^k]^T}{\partial \underline{\vartheta}} \cdot \frac{\partial L[\underline{\Theta}(k), \underline{Y}^k]}{\partial \underline{\vartheta}} \right\} \Bigg|_{\hat{\underline{\vartheta}} = \hat{\underline{\vartheta}}_i} \quad (10.30)$$

Werden die Vereinfachungen der Gleichung (10.5.2) und (10.30) in Gleichung (10.28) eingesetzt, ergibt sich die neue Berechnungsvorschrift für das Scoring-Verfahren:

$$\hat{\underline{\vartheta}}_{i+1} = \hat{\underline{\vartheta}}_i + \left\{ J[k, \hat{\underline{\vartheta}}]^{-1} \cdot \frac{\partial L[\underline{\Theta}(k), \underline{Y}^k]^T}{\partial \underline{\vartheta}} \right\} \Bigg|_{\hat{\underline{\vartheta}} = \hat{\underline{\vartheta}}_i} \quad (10.31)$$

Zur Anwendung des Scoring-Verfahrens müssen nun der Score-Vektor und die bedingte Informationsmatrix nach Rao bestimmt werden.

Berechnung des Score-Vektors

Der Score-Vektor ist p-dimensional und von der gleichen Form wie Gleichung (10.27), nur zusätzlich multipliziert mit -1/2. Für die Lösung werden allerdings die Parameterschätzwerte und nicht die unbekanntenen Maximum-Likelihood Schätzwerte verwendet. Um die benötigten Terme zu lösen, ist es praktisch, diese in N einzelne Score-Schritte zu zerlegen. Für diese Vorgehensweise ergibt sich der folgende Zusammenhang:

$$\frac{\partial L[\underline{\Theta}(k), \underline{Y}^k]}{\partial \underline{\vartheta}} = \gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{\vartheta}}] + \sum_{j=k-N+1}^k s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{\vartheta}}] \Bigg|_{\hat{\underline{\vartheta}} = \hat{\underline{\vartheta}}_i} \quad (10.32)$$

Durch den Vergleich der Gleichung (10.32) mit Gleichung (10.27) kann γ_m und s_m bestimmt werden:

$$s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{\vartheta}}] = \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^{-T}}{\partial \vartheta_m} \cdot C^T \cdot P_{\underline{yy}}^{-1}(j) \cdot \underline{r}_j \quad (10.33)$$

$$\gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{\vartheta}}(k)] = -\frac{1}{2} \cdot tr \left\{ \left[P_{\underline{yy}}^{-1}(j) - P_{\underline{yy}}^{-1}(j) \cdot \underline{r}_j \cdot \underline{r}_j^T \cdot P_{\underline{yy}}^{-1}(j) \right] \cdot \frac{\partial P_{\underline{yy}}}{\partial \vartheta_m}(j) \right\} \\ = -\frac{1}{2} \cdot tr \left\{ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \vartheta_m} \right\} \quad (10.34)$$

Berechnung der bedingten Informationsmatrix nach Rao

Mit der Verwendung der Gleichung (10.30) kann für die mn -te Komponente der bedingten Informationsmatrix folgender Zusammenhang abgeleitet werden:

$$\begin{aligned}
 J_{m,n} &= \mathbb{E} \left\{ \gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{\vartheta}}] \cdot \gamma_n[\underline{y}(k), \hat{\underline{\vartheta}}] \right\} \Big|_{\underline{\vartheta}=\hat{\underline{\vartheta}}_i} \\
 &+ \sum_{j=i-N+1}^i \mathbb{E} \left\{ s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{\vartheta}}] \cdot s_n[\underline{y}(j), \hat{\underline{\vartheta}}] \right\} \Big|_{\underline{\vartheta}=\hat{\underline{\vartheta}}_i}
 \end{aligned} \tag{10.35}$$

In der Gleichung (10.35) ergibt sich der erste Term zu:

$$\begin{aligned}
 &\mathbb{E} \left\{ \gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{\vartheta}}(k)] \cdot \gamma_n[\underline{y}(k), \hat{\underline{\vartheta}}(k)] \right\} \Big|_{\underline{\vartheta}=\hat{\underline{\vartheta}}_i} = \\
 &\frac{1}{2} \cdot \text{tr} \left[P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \vartheta_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \vartheta_n} \right. \\
 &\left. + 2 \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^-}{\partial \vartheta_m} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^{-T}}{\partial \vartheta_n} \right\} \right] \Big|_{\underline{\vartheta}=\hat{\underline{\vartheta}}_i}
 \end{aligned} \tag{10.36}$$

Und der zweite Term in Gleichung (10.35) ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
 &\mathbb{E} \left\{ s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{\vartheta}}(j)] \cdot s_n[\underline{y}(j), \hat{\underline{\vartheta}}(j)] \right\} \Big|_{\underline{\vartheta}=\hat{\underline{\vartheta}}_i} = \\
 &\frac{1}{2} \cdot \text{tr} \left[P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot \frac{\partial P_{\underline{y}\underline{y}}}{\partial \vartheta_m}(j) \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot \frac{\partial P_{\underline{y}\underline{y}}}{\partial \vartheta_n}(j) \right. \\
 &\left. + 2 \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot C \cdot \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^+}{\partial \vartheta_m} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^{+T}}{\partial \vartheta_n} \right\} \cdot C^T \right] \Big|_{\underline{\vartheta}=\hat{\underline{\vartheta}}_i} .
 \end{aligned} \tag{10.37}$$

Die Terme in Gleichung (10.36) und (10.37) werden zur Bestimmung der nichtlinearen Gleichung benötigt und sind ohne weitere Vereinfachungen hergeleitet. Der Rechenaufwand zur Bestimmung des Erwartungswerts dieser Gleichungen ist sehr hoch und für einen leistungsfähigen Algorithmus nicht akzeptabel. Deshalb wird für die Erwartungswertbildung die folgende Näherung eingeführt:

$$\mathbb{E} \left\{ \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^-}{\partial \vartheta_m} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^{-T}}{\partial \vartheta_n} \right\} \Big|_{\underline{\vartheta}=\hat{\underline{\vartheta}}_i} \simeq \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^-}{\partial \vartheta_m} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^{-T}}{\partial \vartheta_n} \Big|_{\underline{\vartheta}=\hat{\underline{\vartheta}}_i} \tag{10.38}$$

Ein heuristischer Beweis kann so geführt werden, daß die zweite Ableitung der Matrix in (10.29) beim Scoring-Algorithmus durch die Erwartungswertbildung der speziellen Sequenz von Daten angenähert wird. Damit sind die Einflüsse der Rauschzusammenhänge durch die Erwartungswertbildung verlorengegangen. Diese Zusammenhänge werden nun in einer anderen Form wieder eingeführt.

Daraus folgen die vereinfachten Bestimmungsgleichungen der Informationsmatrix nach Rao:

$$\begin{aligned}
& E \left\{ \gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{v}}] \cdot \gamma_n[\underline{y}(k), \hat{\underline{v}}] \right\} \Big|_{\hat{\underline{v}}=\hat{\underline{v}}_i} = \\
& \frac{1}{2} \cdot \text{tr} \left[P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \vartheta_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \vartheta_n} \right] + \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^+{}^T}{\partial \vartheta_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^+}{\partial \vartheta_n} \\
& E \left\{ s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{v}}] \cdot s_n[\underline{y}(j), \hat{\underline{v}}] \right\} \Big|_{\hat{\underline{v}}=\hat{\underline{v}}_i} = \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^-{}^T}{\partial \vartheta_m} \cdot C^T \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot C \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^-}{\partial \vartheta_n} \\
& + \frac{1}{2} \cdot \text{tr} \left[P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot \frac{\partial P_{\underline{y}\underline{y}}}{\partial \vartheta_m}(j) \cdot P_{\underline{y}\underline{y}}^{-1}(j) \cdot \frac{\partial P_{\underline{y}\underline{y}}}{\partial \vartheta_n}(j) \right] \quad (10.39)
\end{aligned}$$

Eigenschaften des Scoring-Verfahren

Durch die eingeführten Vereinfachungen von Termen zweiter Ordnung durch den Zusammenhang in Gleichung (10.38) verringert sich der Rechenaufwand des Scoring-Verfahrens erheblich und es werden nur Terme erster Ordnung zur Berechnung benötigt. Der Fehler, der durch diese Vereinfachung begangen wird, ist von der Ordnung $\frac{1}{N}$ für große N .

Für große N erreicht das Scoring-Verfahren sogar die Konvergenzeigenschaften des Newton Verfahrens. Im allgemeinen konvergiert es weniger schnell in der Nähe der Lösung im Vergleich zum Newton, aber es konvergiert aus größeren Bereichen bei erheblich geringerem Berechnungsaufwand. Für das Scoring-Verfahren ergeben sich einige Nachteile, die allerdings in der praktischen Anwendung beseitigt werden können.

Zum einen sind beim Filterstart für die Berechnung der Informationsmatrix nach Rao sehr kleine Werte für die Matrixelemente zu erwarten. Durch die Inversion der Informationsmatrix nach Rao zur Bestimmung der negativen Hesseschen Matrix in Gleichung (10.29) ergeben sich sehr große Matrixelemente, deshalb sind diese keine gute Näherung der negativen Hesseschen Matrix. Durch die Verwendung einer vorausberechneten, festen Informationsmatrix während des Einschwingverhaltens kann diesem Problem im angewendeten Filter begegnet werden. Die berechnete Näherung wird dann aktiviert, wenn sich die negative Hessesche Matrix in einer annehmbaren Größenordnung befindet.

Zum anderen bedeutet die wiederholte Berechnung der Informationsmatrix von Rao und die Bildung der Inversen einen erheblichen Berechnungsaufwand. Nach dem Übergangsverhalten verändert sich die Matrix nicht mehr erheblich, so daß es möglich ist, diese konstant zu halten und nur in bestimmten Berechnungsabständen zu überprüfen, ob eine Neuberechnung notwendig ist.

10.6 Identifikation des Luftpfads mit drei unbekanntem Parametern

Die Abbildung 10.1 zeigt die Schätzung der vollständigen Systemdynamik des Luftpfads. Dabei wurden folgende Parameterwerte eingestellt:

Filterparameter			Startwerte			Wahre Werte		
Q	R	N	$\frac{t_d(0)}{\text{ms}}$	$\frac{\tau_s(0)}{\text{ms}}$	$\frac{\tau_\lambda(0)}{\text{ms}}$	$\frac{t_d}{\text{ms}}$	$\frac{\tau_s}{\text{ms}}$	$\frac{\tau_\lambda}{\text{ms}}$
10^{-6}	10^{-12}	200	17.5	30	10	12.5	100	30

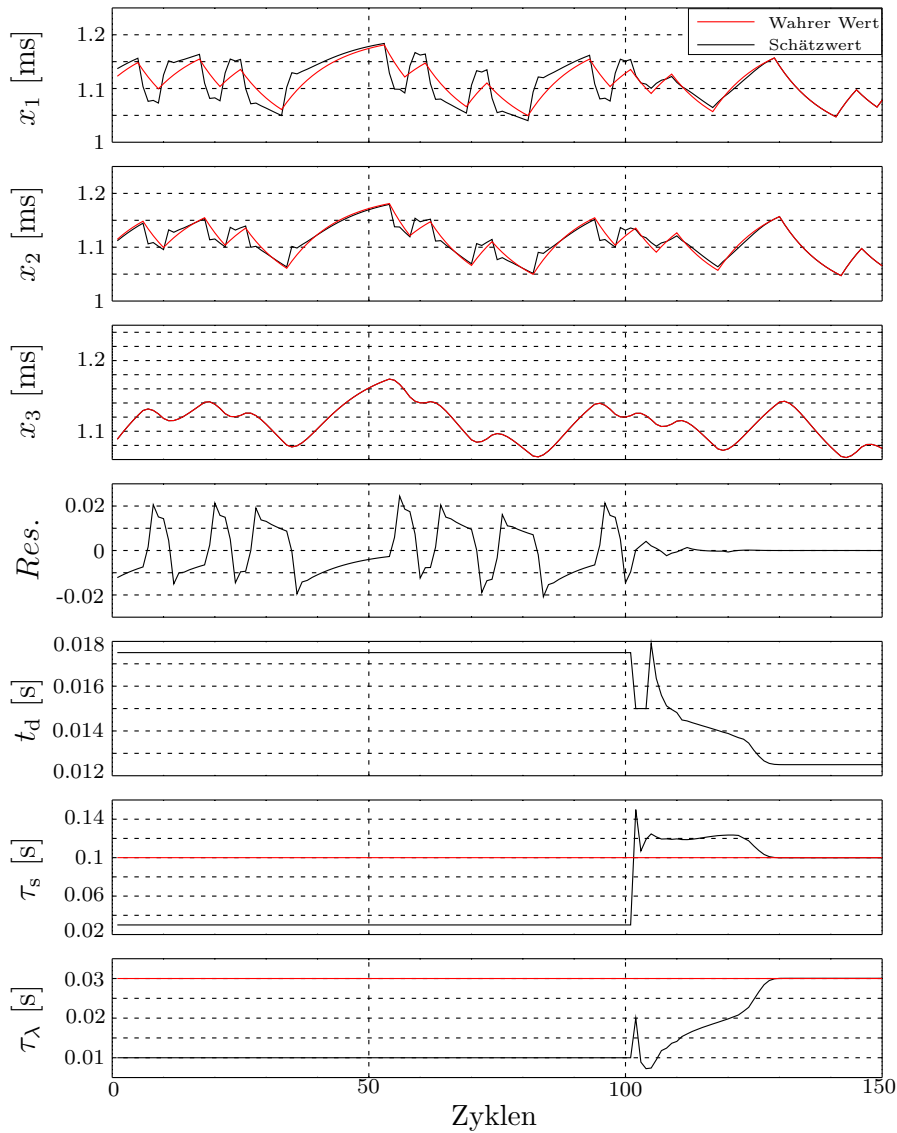


Abbildung 10.1: Identifikation des Luftpfads mit KF mit ML

In der Abbildung ist eine Vergangenheitssequenz von 100 Zyklen und der Schätzverlauf des adaptiven Parameter- und Zustandsschätzers dargestellt. In den ersten drei Diagrammen sind die Zustände des Modells des Luftpfads abgebildet. In den letzten drei Diagrammen sind die zu schätzenden Parameter, die der Totzeit, die der Saugrohrzeitkonstante und die der Lambdasondenzeitkonstante, abgebildet. Die Schätzung der Parameter beginnt in der Abbildung mit dem 100. Zyklus und ist nach 30 Zyklen abgeschlossen. Das Konvergenzverhalten des Schätzverfahrens ist gut und nach 30 Zyklen werden die wahren Werte der Parameter erreicht. Die Schätzung der vollständigen Systemdynamik zeigt die Leistungsfähigkeit des adaptiven Ansatzes.

10.7 Identifikation des Kraftstoffpfads mit sechs unbekanntem Parametern

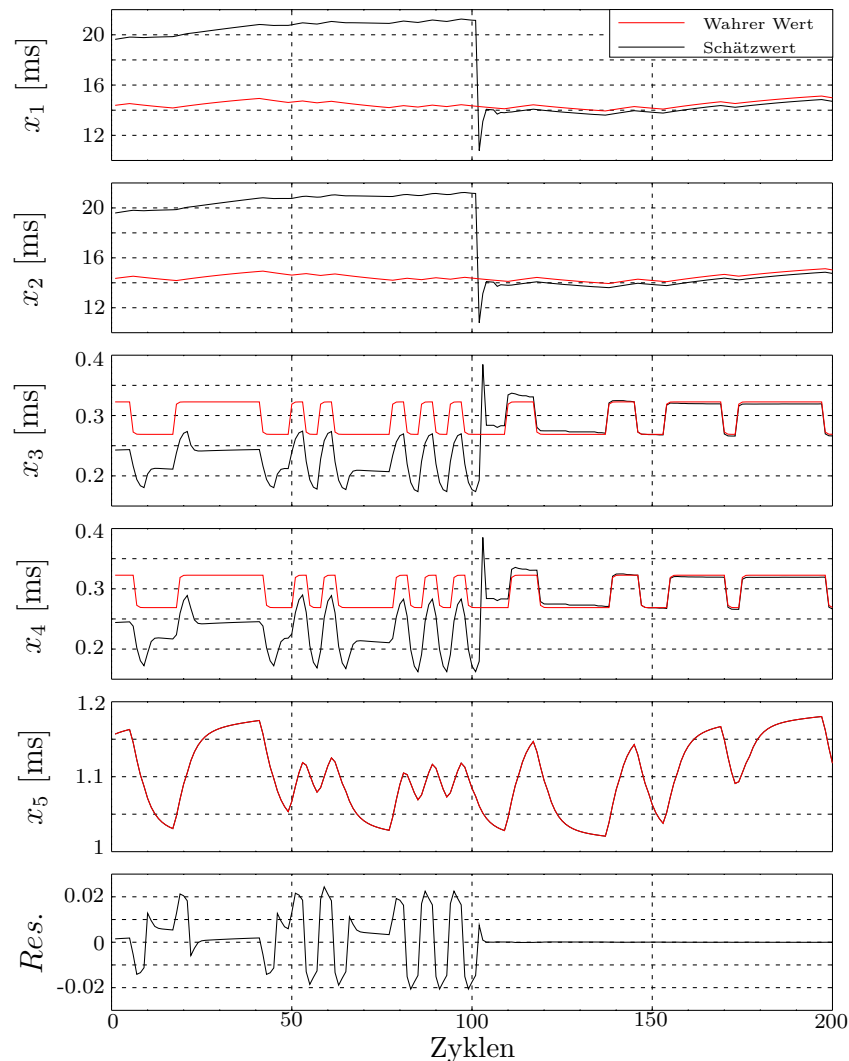


Abbildung 10.2: Zustandsschätzwerte des Filters mit KF mit ML

Zur Identifikation wurden folgende Werte eingestellt:

Filterparameter			Startwerte						Wahre Werte					
Q	R	N	α_0	β_0	a_0	b_0	c_0	$\frac{t_d(0)}{\text{ms}}$	α	β	a	b	c	$\frac{t_d}{\text{ms}}$
10^{-6}	10^{-12}	300	0.01	0.5	0.2	0.1	0.7	17.5	0.025	0.93	0.33	0.25	0.42	12.5

In den Abbildungen 10.2 sind die Zustandsschätzwerte und das Residuum des Kalman-Filters und in Abbildung 10.3 sind die Parameterschätzwerte des überlagerten Maximum-Likelihood Verfahren für die Schätzung von sechs unbekanntem Parametern im Kraftstoffpfad zu sehen. Geschätzt werden die fünf Parameter des Modells der Wandfilmdynamik und die Totzeit des Streckenverhaltens.

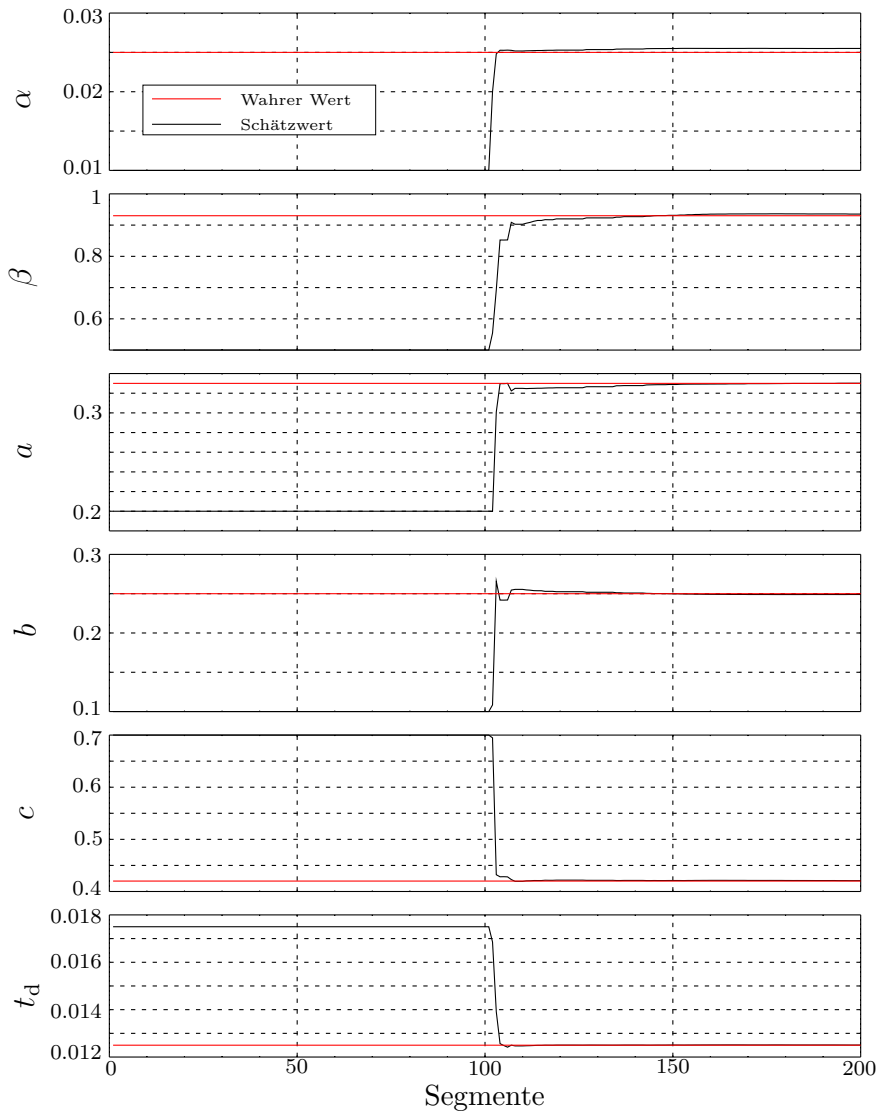


Abbildung 10.3: Parameterschätzwerte des Filters mit KF mit ML

In den beiden Abbildungen ist eine Vergangenheitssequenz von 100 Zyklen und ein Schätzverlauf von 100 Zyklen abgebildet. Die Schätzung beginnt in der Abbildung mit dem 100. Zyklus. Die Schätzung ist nach 50 Zyklen abgeschlossen und es werden annähernd die wahren Werte erreicht. Das Schätzergebnis ist als sehr gut zu bezeichnen und bekräftigt die Leistungsfähigkeit des adaptiven Parameter- und Zustandsschätzers.

Literaturverzeichnis

- [1] Aquino, C. S.: *Transient A/F Control Characteristics of a 5 Liter Central Injection Engine*, SAE 81094, 1981
- [2] Aquino, C. S., Fozo, R.: *Transient A/F Characteristics for Cold Operation of a 1.6 Liter Engine with Sequential Fuel Injection*, SAE 880691, 1988
- [3] Ault, B. A.: *System Identification and air-fuel ratio control of a spark-ignition engine*, Dissertation, Stanford University, 1994
- [4] Bellmann, R., Aström, K.J.: *On Structural Identifiability*, Math. Biosci, Vol. 7, Seiten 313-328, 1970
- [5] Bosch, R.: *Kraftfahrttechnisches Taschenbuch*, 22. Auflage, Springer Verlag Berlin, 1998
- [6] Bounkina, N.: *System identification algorithms applied to the fuel puddle dynamics of a spark-ignition engine*, Diploma Thesis, Moscow Aviation Institute, 1998
- [7] Bowden, R.: *The Theorie of Parametric Identification*, Econometrica, Vol. 41, Seiten 1069-1074, November 1973
- [8] Bronstein, I. N., Semandjaev, K. A.: *Taschenbuch der Mathematik*, 1. Auflage, Harri Deutsch Verlag Frankfurt am Main, 1993
- [9] Grewal, M. S., Glover, K.: *Identifiability of Linear and Nonlinear Dynamical Systems*, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 21(6), Seiten 833-837, Dezember 1976
- [10] Guzella, L.: *Modellierung und Regelung industrieller Anlagen*, Vorlesungsskript ETH-Zürich, 1997
- [11] Hart, M.: *Identifikation und Kompensation der Wandfilmdynamik zur Reduzierung des Abgasverhaltens bei Ottomotoren im Instationärbetrieb*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe, 1995
- [12] Hart, M., Ziegler M., Loffeld, O.: *Adaptive Estimation of Cylinder Air Mass using the Combustion Pressure*, SAE 980791, 1998

- [13] Hart, M.: *Auswertung direkter Brennrauminformationen am Verbrennungsmotor mit estimationstheoretischen Methoden*, Dissertation, Universität-Gesamthochschule Siegen, 1999
- [14] Heuwinkel, L.: *Zur Identifikation zeitvarianter Systeme mit linearen Optimalfiltern*, Dissertation, RWTH Aachen, 1982
- [15] Heywood, J. B.: *Internal Combustion Engine Fundamentals*, McGraw Hill International Editions, 1988
- [16] Holder, E.: *Motorseitige Maßnahmen zur Minderung der HC-Emissionen beim Kaltstart und Warmlauf*, Technischer Bericht, F1M-95 086, DaimlerChrysler AG, 1995
- [17] Krebs, V.: *Nichtlineare Filterung*, R. Oldenbourg Verlag München Wien, 1980
- [18] Krebs, V.: *Zur Erkennung nichtlinearer stochastischer Systeme*, Dissertation, TH-Darmstadt, 1975
- [19] Ljung, L., Söderström, T.: *Theory and Practice of Recursive System Identification*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1983
- [20] Loffeld, O.: *Estimationstheorie I und II*, Oldenbourg Verlag München Wien, 1990
- [21] Maybeck, P. S.: *Combined State and Parameter Estimation for Online Application*, Ph. D. Dissertation, MIT, Cambridge, Massachusetts, 1968
- [22] Maybeck, P. S.: *Stochastic models, estimation and control*, Academic Press New York, San Francisco, London, 1979
- [23] Mehlfeldt, D.: *Implementierung eines Identifikationsalgorithmus auf einem System mit Signalprozessoren und einem Mikrocontroller*, Diplomarbeit, Universität-GH Siegen, 1999
- [24] Müller, R.: *Modernes Motormanagement mit neuronalen Netzen*, Dissertation, Universität Würzburg, 1998
- [25] Neugebauer, S.: *GPA-Ottomotor (instationär)*, Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben Nr. 551, FVV Heft 604, 1995
- [26] Reuter, H.: *Zur Identifikation nichtlinearer Systemmodelle mit wenig A-priori-Informationen*, Fortschritt-Berichte VDI Reihe 8 Nr. 471, VDI-Verlag, 1995
- [27] Rösel, G.: *Reduzierung dynamischer Gemischfehler des Ottomotors durch nichtlineare Zustandsgrößen- und Parameterschätzung*, Dissertation, TU Dresden, 1996
- [28] Scherer, M.: *Methoden zur Reduzierung dynamischer Gemischfehler*, Dissertation, Universität-GH Siegen, 1998

- [29] Tse, E., Anton, J. J.: *On the Identifiability of Parameters*, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol., AC-17, Seiten 637-646, Oktober 1972
- [30] Turin, R. C.: *Untersuchung modellbasierter, adaptiver Verfahren zur Kompensation der Gemischiungsdynamik eines Otto-Motors*, Dissertation, ETH Zürich, 1992
- [31] Wittig, S.: *Saugrohrströmungen I und II*, Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben Nr. 453 und 545, FVV Heft 504 und Heft 568, 1992 und 1994
- [32] Ziegler, M.: *Adaptive Lastschätzung auf der Grundlage des Brennraumdrucks*, Diplomarbeit, Universität-GH Siegen, 1997
- [33] Ziegler, M., Hart, M., Loffeld, O., Scherer, M.: *Model-Based Calibration of Dynamic Plants in Engine Applications*, ISATA 00AE021, 2000