



Sascha Hohmann

# Die Entwicklung der Sterne

Eine elementarisierte Betrachtung

Sascha Hohmann

# Die Entwicklung der Sterne



Sascha Hohmann

# Die Entwicklung der Sterne

Eine elementarisierte Betrachtung

Dissertation 2019  
angenommen von der  
naturwissenschaftlich-technischen Fakultät der Universität Siegen

1. Gutachter: Prof. Dr. Oliver Schwarz (Universität Siegen)
2. Gutachter: Prof. Dr. Andreas Müller (Université Genève)

Datum der mündlichen Prüfung: 28. Mai 2019

#### Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;  
detaillierte Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar

#### Impressum

**Umschlagmotiv:**

ESA/Hubble & NASA

<https://www.spacetelescope.org/images/potw1537a/>

**Druck und Bindung:**

UniPrint, Universität Siegen

Gedruckt auf alterungsbeständigem holz- und säurefreiem Papier.

Siegen 2019: universi – Universitätsverlag Siegen  
[www.uni-siegen.de/universi](http://www.uni-siegen.de/universi)

ISBN 978-3-96182-050-4

Die Publikation erscheint unter der  
Creative Commons Lizenz CC-BY-SA



## **Kurzfassung**

In der vorliegenden Arbeit werden Wege untersucht, um die stellare Physik zu elementarisieren und in Lehrkonzepte zu überführen. Damit sollen angehenden oder tätigen Lehrenden der Physik Mittel an die Hand gegeben werden, die ein angemessenes Theorieverständnis ermöglichen. In erster Linie wird damit bezweckt, eine wesentliche Forschungsmethode der Astrophysik - nämlich Himmelskörper mathematisch so zu modellieren, dass an ihrer Oberfläche beobachtbare Phänomene vorhergesagt werden - im Lehr- und Unterrichtsbetrieb zu präsentieren. Bekanntlich werden viele astrophysikalische Phänomene in der Lehrliteratur nur phänomenologisch abgehandelt, wodurch das Desiderat entsteht, dass die eigentliche Untersuchungsmethodologie nur ungenügend vermittelt wird.

In der Promotionsschrift wird berücksichtigt, dass Astrophysik nur einen kleinen Teil eines Physikstudiums für das Lehramt ausmacht, der Stoff daher komprimiert und ohne tiefere Vorkenntnisse zu behandeln ist. Weiterhin wird anhand der Analyse von Aufgaben zweier Schulbuchreihen gezeigt, dass quantitatives Arbeiten insbesondere in der Sekundarstufe II einen großen Teil des Physikunterrichts ausmacht und sich daher mathematisches Modellieren für Übungen anbietet.

Von jeher unterliegt die Astrophysik einem besonders kritischen, erkenntnistheoretischen Blick, da sie naturgegeben weitgehend auf die experimentelle Untersuchung ihrer Forschungsgegenstände verzichten muss und nur anhand passiver Beobachtungen zu Erkenntnissen gelangen kann. Eine sinnvolle Beschäftigung mit modernen Forschungsergebnissen der Astrophysik ist daher ohne eine besondere Einbindung in einen erkenntnistheoretischen Rahmen kaum vorstellbar. Daher werden in der vorliegenden Schrift erkenntnistheoretische Grundlagen vorgestellt, die einen kritischen Blick auf die Entwicklung einer astrophysikalischen Theorie ermöglichen. Es werden Varianten aufgezeigt, die Sterne sowohl als quasi-statische Objekte zu betrachten als auch ihre Entwicklung näher zu beleuchten. Speziell auf die Bedingungen zur Entwicklung von Leben auf einem Planeten und die dabei bestehenden Zusammenhänge zum Zentralgestirn wird eingegangen, da die Frage nach Leben auf anderen Planeten ein für Lernende interessantes Thema ist. Die präsentierten Modelle benötigen dabei nur Mathematik und Physik der Grundvorlesungen, teilweise genügt Abiturniveau.

## **Abstract**

This thesis is about ways of simplifying stellar physics and of transferring them into teaching concepts. The aim is to provide future or active teachers of physics with the means to gain an appropriate understanding of theory. The main goal is to present an essential research method of astrophysics - to model celestial bodies mathematically in such a way that observable phenomena are predicted on their surface - in teaching. Currently, many astrophysical phenomena are only dealt with phenomenologically in teaching literature, which results in the desideratum that the actual research methodology is only insufficiently conveyed.

This doctoral thesis takes into consideration astrophysics being only a minor part of a physics course in the teaching-study program, therefore the material is condensed and can be accessed without deeper previous knowledge. Furthermore, the analysis of the tasks of two textbook series shows that quantitative work, especially in secondary level II, constitutes in a large part of physics teaching and that mathematical modelling therefore is suitable for exercises.

Astrophysics has always been subject to a particularly critical, epistemological view, since it naturally has to largely dispense with the experimental investigation of its research objects and can only lead to findings based on passive observations. A meaningful occupation with modern research results of astrophysics is therefore hardly imaginable without a special integration into an epistemological framework. Thus, the presented paper shows epistemological fundamentals that allow a critical view on the development of an astrophysical theory.

Variants are shown to view the stars both as quasi-static objects and to shed light their evolution. Particularly the conditions for the development of life on a planet and the existing connections to the central star are discussed, since the question of life on other planets is an interesting topic for learners. The presented models are based on basic mathematics and physics lectures, partly even high school level is sufficient.

## Resumen

En esta tesis, se investigan formas de elementalizar la física estelar y transferirla a los conceptos de enseñanza. El objetivo es proporcionar a los futuros profesores de física o a los profesores activos los medios para adquirir una comprensión adecuada de la teoría. El objetivo principal es presentar un método de investigación esencial de la astrofísica - es decir, modelar matemáticamente los cuerpos celestes de tal manera que se puedan predecir los fenómenos observables en su superficie- en el modo de enseñanza. Como se sabe, muchos fenómenos astrofísicos sólo se tratan fenomenológicamente en la bibliografía educativa, lo que da como resultado que la metodología de investigación real sólo se transmita de manera insuficiente.

En esta tesis doctoral se considera que la astrofísica es sólo una pequeña parte de un estudio de física para la profesión docente, por ello el material debe ser comprimido para poder manejarlo sin conocimientos complejos. Además, el análisis de ejercicios en dos series de textos escolares muestra que el trabajo cuantitativo, especialmente en los últimos años del nivel secundario, constituye una gran parte de la enseñanza de la física y que, por lo tanto, la modelización matemática es importante para los ejercicios.

La astrofísica siempre ha estado sujeta a una visión epistemológica particularmente crítica, ya que naturalmente trabaja sin la investigación experimental de sus objetos de investigación y sólo puede llegar a los hallazgos sobre la base de observaciones pasivas. Una labor significativa con los resultados de la investigación moderna de la astrofísica es, por lo tanto, difícilmente imaginable sin una integración especial en un marco epistemológico. Por lo tanto, el presente trabajo presenta fundamentos epistemológicos que permiten una visión crítica sobre el desarrollo de una teoría astrofísica. Se muestran variantes para ver las estrellas como objetos cuasiestáticos y para examinar su evolución. En particular, se discuten las condiciones para el desarrollo de la vida en un planeta y los nexos existentes con la estrella central, ya que la interrogante sobre la vida en otros planetas es un tema interesante para los estudiantes. Los modelos presentados sólo necesitan los conocimientos elementales de matemática y física de las clases básicas de universidad y en parte el nivel del último año de escuela es suficiente.

# Danksagung

An erster Stelle möchte ich mich bei all den Personen bedanken, die mich in den letzten Jahren unterstützt haben und ohne die diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre.

Mein besonderer Dank geht dabei an Frau Ingrid Kuhn. Die finanzielle Unterstützung der Wilfried-Kuhn-Stiftung hat mir nicht nur für drei Jahre die Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Physikdidaktik der Universität Siegen und damit die Erstellung dieser Arbeit ermöglicht, auch in den kommenden zwei Jahre wird für mich eine spannende Stelle finanziert, womit ich mich nach bestem Wissen bemühen werde, die wissenschaftliche Arbeit im Sinne Wilfried Kuhns fortzusetzen.

Der nächste Dank gilt Herrn Prof. Dr. Oliver Schwarz, der diese Arbeit betreut und mit vielen Ratschlägen zu ihr beigetragen hat. Ein weiterer besonderer Dank geht an meine beiden Bürokollegen Lenka Bzduskova und Philipp Raack, mit denen ich viele wissenschaftliche und weniger wissenschaftliche, dabei aber immer spannende, Gespräche hatte, und an Dr. Simon F. Kraus, der bei Fragen und Problemen immer hilfsbereit und kompetent eine Lösung wusste.

Auch allen weiteren Mitarbeitern der Arbeitsgruppe der Didaktik der Physik, Prof. Dr. Manfred Bodemann, Dr. Henrik Bernshausen, Dr. Christian Deitersen, Andree Georg, Dr. Volker Heck, Sabine Schirm-Springob, Mirko Schommer, Cornelia Schulte, Christoph Springob, Dr. Ina Stricker, Adrian Weber, Simone Wenderoth und Prof. Dr. Wolfram Winnenburg sei an dieser Stelle mein herzlicher Dank ausgesprochen.

Einen besonderen Dank möchte ich auch meinen Eltern aussprechen, im Besonderen (aber nicht nur) für die vielfältige Unterstützung während meines Studiums und meiner Promotion und für das sorgfältige Korrekturlesen dieser Arbeit.

Ein weiterer besonderer Dank geht an meine Freundin Alejandra Cosio Valencia für ihre Liebe, ihr Verständnis und ihre Geduld.

Siegen, im Februar 2019

Sascha Hohmann

# Inhaltsverzeichnis

<b>Konstanten und Abkürzungen</b>	<b>V</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Zielsetzung und wissenschaftliche Fragestellungen</b>	<b>9</b>
2.1 Zur aktuellen Situation der Astrophysik in Schule und Studium . . . . .	9
2.2 Fachliche Zielsetzung . . . . .	11
2.3 Weltbild-bildende Zielsetzung . . . . .	14
2.4 Fragestellungen dieser Arbeit . . . . .	14
<b>3 Der Anteil quantitativer physikalischer und astronomischer Aufgaben am Beispiel zweier Schulbuchreihen</b>	<b>17</b>
3.1 Untersuchte Reihen . . . . .	18
3.2 Untersuchung . . . . .	19
3.2.1 Kategorien . . . . .	19
3.2.2 Operatoren . . . . .	20
3.3 Ergebnisse . . . . .	21
3.4 Folgerungen . . . . .	23
<b>4 Fachliche, didaktische und erkenntnistheoretische Grundlagen der Mo- dellbildung</b>	<b>27</b>
4.1 Theorien . . . . .	28
4.2 Kenngrößen von Theorien . . . . .	29
4.2.1 Die historische Entwicklung einer Theorie . . . . .	30
4.2.2 Bestandteile von Theorien . . . . .	41
4.3 Modelle . . . . .	43
4.3.1 Aufgaben und Grenzen von Modellen . . . . .	44

# INHALTSVERZEICHNIS

---

4.3.2	Bestandteile von Modellen . . . . .	46
4.4	Modellierung als Problemlösestrategie . . . . .	48
4.4.1	Aufbau von Problemlöseprozessen . . . . .	49
4.4.2	Epistemic games . . . . .	51
4.4.3	Die Liste als Beispiel eines epistemic games . . . . .	53
4.5	Schwierigkeiten Lernender beim Modellieren . . . . .	55
<b>5</b>	<b>Astrophysikalische Elementarisierungen: Welche Themen? Welche Struktur?</b>	<b>59</b>
5.1	Elementarisierung und didaktische Reduktion . . . . .	61
5.2	Bildungstheoretische Betrachtung unter dem Fokus erkenntnistheoretischer Gesichtspunkte . . . . .	62
5.2.1	Begründete Auswahl der Modelle . . . . .	66
5.2.2	Der didaktische Anspruch einer Simulation . . . . .	67
5.2.3	Die Notwendigkeit von Beobachtungen . . . . .	71
5.3	Interfachliche Verknüpfungen . . . . .	74
<b>6</b>	<b>Stabile Himmelskörper im Universum</b>	<b>77</b>
6.1	Grundlagen . . . . .	78
6.1.1	Der Gravitationsdruck . . . . .	79
6.1.2	Massenabschätzung . . . . .	84
6.1.3	Überblick zum Vorgehen . . . . .	86
6.2	Abschätzungen verschiedener Himmelskörper . . . . .	87
6.2.1	Zusammenhänge zwischen den Himmelskörpern . . . . .	87
6.2.2	Die fehlerhafte Darstellung in einem Schulbuch . . . . .	88
6.2.3	Gasplaneten . . . . .	91
6.2.4	Braune Zwerge . . . . .	97
6.2.5	Hauptreihensterne . . . . .	106
6.2.6	Weißer Zwerge und Neutronensterne . . . . .	115
6.2.7	Einfachere Abschätzungen zu Radien von Neutronensternen . . . . .	121
6.3	Vergleich mit Beobachtungen . . . . .	128
<b>7</b>	<b>Die Entwicklung eines Sterns bis zur Hauptreihe</b>	<b>133</b>
7.1	Überblick über den Materiekreislauf . . . . .	135
7.2	Massenabhängige Bildung von Sternen . . . . .	137
7.2.1	Die Initial Mass Function . . . . .	137

# INHALTSVERZEICHNIS

---

7.2.2	Die Masse-Leuchtkraft-Beziehung der Hauptreihe . . . . .	140
7.2.3	Masseverteilung von Sternen . . . . .	145
7.2.4	Anteil an der Gesamtmasse . . . . .	149
7.2.5	Anteil an der Gesamtleuchtkraft . . . . .	152
7.2.6	Folgerungen . . . . .	160
7.2.7	Konkrete Berechnungen mithilfe von Excel . . . . .	162
7.3	Die Entwicklung eines sonnenähnlichen Sterns bis zur Hauptreihe . . . . .	165
7.3.1	Das Jeans-Kriterium . . . . .	167
7.3.2	Die Bedingung zur Kernfusion . . . . .	169
7.3.3	Die Entwicklung im Hertzsprung-Russell-Diagramm . . . . .	171
7.3.4	Weitere Faktoren bei der Entstehung der Sterne . . . . .	175
<b>8</b>	<b>Planeten, auf denen (höheres) Leben existieren könnte</b>	<b>177</b>
8.1	Die Suche nach Exoplaneten . . . . .	177
8.2	Kriterien für habitable Planeten . . . . .	178
8.2.1	Die Lebensdauer der Sterne . . . . .	181
8.2.2	Die Temperatur auf einem Planeten . . . . .	182
8.3	Die Stabilität einer Atmosphäre . . . . .	186
8.3.1	Warum hat Merkur keine stabile Atmosphäre? . . . . .	186
8.3.2	Strahlungsdruck und Fluchtgeschwindigkeit . . . . .	189
8.3.3	Atmosphären von Exoplaneten . . . . .	191
8.4	Fazit . . . . .	192
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>196</b>
9.1	Rückblick auf die Thesen . . . . .	197
9.2	Ausblick . . . . .	199
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>200</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>211</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>215</b>
	<b>Aufgabenkategorisierung: Cornelsen: Natur und Technik.</b>	<b>A 1</b>
	Physik 5/6 . . . . .	A 1
	Physik 7 bis 10 . . . . .	A 7
	Physik Oberstufe . . . . .	A 24

## INHALTSVERZEICHNIS

---

<b>Aufgabenkategorisierung: Dorn-Bader</b>	<b>B 1</b>
Physik 5/6 . . . . .	B 1
Physik 7 bis 10 . . . . .	B 5
Physik Oberstufe . . . . .	B 14
<b>Excel-Berechnungen zu Kapitel 7.2.7</b>	<b>C 1</b>

## Verwendete Konstanten

$AE$	Astronomische Einheit	$1,50 \cdot 10^{11} m$
$c$	Vakuumlichtgeschwindigkeit	$2,99 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$
$e$	Elementarladung	$1,60 \cdot 10^{-19} C$
$\epsilon_0$	Elektrische Feldkonstante	$8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$
$G$	Gravitationskonstante	$6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$
$h$	Plancksches Wirkungsquantum	$6,63 \cdot 10^{-34} Js$
$\hbar$	reduziertes Plancksches Wirkungsquantum	$1,05 \cdot 10^{-34} Js$
$k_B$	Boltzmann-Konstante	$1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$
$L_S$	Sonnenleuchtkraft	$3,85 \cdot 10^{26} W$
$m_P$	Protonenmasse	$1,67 \cdot 10^{-27} kg$
$m_N$	Neutronenmasse	$1,67 \cdot 10^{-27} kg$
$m_e$	Elektronenmasse	$9,11 \cdot 10^{-31} kg$
$M_S$	Sonnenmasse	$1,99 \cdot 10^{30} kg$
$M_J$	Jupitermasse	$1,90 \cdot 10^{27} kg$
$R_N$	Neutronenradius	$8,5 \cdot 10^{-14} m$
$\sigma$	Stefan-Boltzmann-Konstante	$5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$
$\tau_S$	Verweildauer der Sonne auf der Hauptreihe	$11 \cdot 10^9 a$

## Verwendete Abkürzungen

<i>Abb.</i>	Abbildung
<i>ART</i>	Allgemeine Relativitätstheorie
<i>CERN</i>	European Organization for Nuclear Research
<i>ECTS</i>	European Credit Transfer System
<i>GUT</i>	Grand Unified Theory
<i>HRD</i>	Hertzprung-Russell-Diagramm
<i>IMF</i>	Initial Mass Function
<i>Kap.</i>	Kapitel
<i>MLB</i>	Masse-Leuchtkraft-Beziehung
<i>MRB</i>	Masse-Radius-Beziehung
<i>SRT</i>	Spezielle Relativitätstheorie
<i>Tab.</i>	Tabelle
<i>TOE</i>	Theory of Everything
<i>vgl.</i>	vergleiche
<i>z.B.</i>	zum Beispiel

# Kapitel 1

## Einleitung

In der Physik gibt es diverse grundlegende Prinzipien, die mächtige Hilfsmittel bei der Erkenntnisgewinnung und auf dem Weg zu einem naturwissenschaftlichen Verständnis der Welt darstellen. Zu den wichtigsten Prinzipien zählen dabei zweifellos der Erhaltungsgedanke, Symmetrieüberlegungen sowie Stabilitäts- und Gleichgewichtsbetrachtungen für unterschiedliche Situationen, die bereits zu weitreichenden Erkenntnissen führen können. Diese spielen in der Lehre zwar eine gewisse Rolle, werden allerdings kaum auf Strukturen angewandt - weder auf solche irdischer noch auf welche planetarer, stellarer oder kosmologischer Art.

Ein wesentlicher, grundlegender Gedanke wird jedoch - trotz seiner Bedeutung als Denkwerkzeug - in der Schule und auch in wesentlichen Teilen eines Physik- oder Physiklehramtsstudiums wenig bis gar nicht behandelt: Das Entwicklungsprinzip. In der Biologie sind Entwicklungen allgegenwärtig: Angefangen beim Leben eines Menschen von der Geburt bis zum Tod über die Entwicklung eines Biotops bis hin zur Evolution des Lebens. Aber auch in anderen Naturwissenschaften lassen sich viele Phänomene und Beobachtungen nur über ihre Entwicklung sinnvoll erklären. Auf andere ermöglicht die Betrachtung ihrer Entwicklungsprozesse neue Blickwinkel. Eine Theorie zum Aufbau von Vulkanen wäre beispielsweise unmöglich, ohne die Entstehung des Vulkans durch austretendes Magma zu berücksichtigen. Nur über die Stabilität wäre kein Verständnis der auftretenden Strukturen zu erreichen. Um es zusammenfassend deutlich zu machen: Eine Schulphysik, die

den Entwicklungsgedanken nicht rezipiert hat, bleibt im Wesentlichen in einer statischen Denkauffassung gefangen, die der des 19. Jahrhunderts entspricht. Vor DARWIN wagte man kaum zu fragen, ob sich die biologischen Arten - insbesondere der Mensch als Gattung - entwickeln. Fragen danach, ob es Entwicklungen im Reich der Sterne, der Planeten, des Universums oder gar in der „Welt“ der (damals noch nicht entdeckten) Elementarteilchen gibt, lagen in weiter Ferne. Die in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts entstandene Astrophysik erschloss nach und nach - zu wesentlichen Teilen mit Hilfe des Entwicklungsgesetzes - die Welt des „Großen“ und des „Kleinen“. Heute ist es selbstverständlich, dass sich Planeten, Monde und Sterne aus Vorläuferstrukturen entwickeln - gleiches gilt auch für die aus diesen Himmelskörpern zusammengesetzten Gebilde, wie etwa Planetensysteme, Galaxien und noch größere Strukturen wie Galaxienhaufen. Im 20. Jahrhundert lernte man dann auch, das zuvor Undenkbare zu denken: Die Welt als Ganzes entwickelt sich und heute gilt es als gesichert, dass selbst die kleinsten (bekanntesten) Bestandteile unseres Universums, die Elementarteilchen, etwas Gewordenes sind: Während des Urknalls aus der Raumzeit geronnen Energie-Masse-Ladungsobjekte. Doch auch die Zeit und der Raum selbst sind Entitäten, die - wie die Kosmologie zeigt - im Laufe der Zeit Entwicklungsprozessen unterliegen. Trotzdem gilt das Prinzip der Entwicklung in der Physik - ebenso wie in der Chemie - im Kernlehrplan von Nordrhein-Westfalen nicht als Basiskonzept (vgl. Tab. 1.1). In anderen Bundesländern - beispielsweise Sachsen - wird dagegen explizit auf die Entwicklung der Sterne im Lehrplan Physik eingegangen [Säc11, S. 29]. Im Lehrplan Astronomie wird das Thema weiterführend behandelt [Säc04, S. 11].

Ebenso kann man Phänomene am Nachthimmel nur über Entwicklungsprozesse begreifen. Ein seltenes, aber eindrucksvolles Ereignis sind etwa Supernovae, die durchaus einen Einfluss auf die Menschheit und auch auf das Leben allgemein haben. Insbesondere die Supernovae von 1572 (BRAHESche Supernova) und die von 1604 (KEPLERSche Supernova) führten zur Hinterfragung der Fixsternsphäre und leisteten damit enorme Beiträge zur Entwicklung der Astronomie. Weiterhin gilt eine Supernova vor knapp 450 Millionen Jahren als möglicher Auslöser eines Massenaussterbens der Tierwelt infolge der dadurch entstandenen Gammastrahlung auf der Erde [Mel+04]. Ohne Kenntnisse über die Entwicklung der Sterne können derartige Prozesse nicht verstanden werden.

**Tabelle 1.1:** Die Basiskonzepte der drei naturwissenschaftlichen Fächer im Kernlehrplan NRW für das Gymnasium (Sekundarstufe I). Das Basiskonzept „Entwicklung“ taucht hier nur bei der Biologie, nicht aber bei der Physik oder der Chemie auf - obwohl Entwicklungen in beiden Fächern erst zur Entstehung und Entwicklung von Leben geführt haben und biologische Entwicklungen nur aufgrund physikalischer und chemischer Entwicklungen möglich sind. Nach [Min08][S. 15].

	<b>Basiskonzepte</b>			
<b>Physik</b>	System	Struktur der Materie	Energie	Wechselwirkung
<b>Biologie</b>	System	Struktur und Funktion	Entwicklung	
<b>Chemie</b>	Chemische Reaktion	Struktur der Materie	Energie	

Anhand dieser beiden Beispiele - weitere folgen im Verlauf dieser Arbeit - wurde skizziert, dass der Entwicklungsgedanke als eines der grundlegenden Phänomene und Denkwerkzeuge der Physik betrachtet werden muss. Er muss also als Teil des Bildungsguts gelten.

Dies führt zu der Fragestellung, wie Entwicklungsprozesse in der Physik gelehrt werden können. Die Entwicklung der Sterne soll in dieser Arbeit das übergeordnete Thema sein, an dem beispielhaft Entwicklungsprozesse und Möglichkeiten, sie in der Physik zu betrachten, dargestellt werden. Aus Raum- und Zeitgründen wird dabei im Wesentlichen auf die Kosmologie verzichtet, abgesehen von wenigen Ausnahmen werden also nur einzelne Sterne, nicht aber die Prozesse, die bei Galaxien oder noch größeren Strukturen eine Rolle spielen, modelliert. Hauptwerkzeug für die nachfolgenden Überlegungen ist dabei explizit nicht der Computer - dieser kommt lediglich vereinzelt zum Einsatz, um Rechnungen zu vereinfachen. Auch wenn diese insbesondere für den Aufbau von Sternen, aber auch ihre Entwicklung, viele Erkenntnisse liefern können, soll der Schwerpunkt hier auf dem grundlegenden Verständnis der Prozesse liegen. Mithilfe elementarer Ideen und Ansätze können bereits wichtige Erkenntnisse und Größenordnungen ermittelt werden, auch wenn dies häufig zu einem mittelnden Charakter der Ergebnisse führt. Ohne die grundlegenden Ideen verstanden zu haben, ist eine weiterführende, genauere Betrachtung mithilfe von Computern nicht sinnvoll. Mit einem Computer kann man zwar die Entwicklung simulierend nachvollziehen, aber letztlich nicht erkennen, warum ein

gewisser Entwicklungsprozess zwingend vonstatten gehen muss. Genau in dieser Einsicht soll ein didaktisches Hauptziel der vorliegenden Promotionsschrift bestehen. Das betrifft nicht nur die vertiefte Kenntnis eines wesentlichen physikalischen Basiskonzeptes, sondern auch das übergeordnete Bildungsziel der Erarbeitung eines Weltbildes. Die Einsicht in die Tatsache, dass unser Universum ein hochdynamisches, beständigen Veränderungen unterworfenes Gebilde darstellt, lässt sich aus der individuellen Anschauung nicht ableiten, da die in Frage stehenden Prozesse zumeist weitaus größere Zeitspannen beanspruchen, als die Lebensdauer des Individuums (vgl. auch Abb. 1.2). Ohne Bezugnahme auf physikalische Überlegungen ist keine vertiefte Einsicht in unsere Welt als Werdendes und Gewordenes möglich. Es soll gezeigt werden, wie viele Erkenntnisse man mit diesen eingeschränkten mathematischen und physikalischen Werkzeugen gewinnen kann. Dabei sind nicht Wissenschaftler die Zielgruppe, sondern Abiturienten und Studierende, die sich bisher wenig mit den entsprechenden Themen beschäftigt haben.

Bei der Beschäftigung mit Entwicklungsprozessen muss in den Naturwissenschaften immer beachtet werden, dass der Begriff der Entwicklung - anders als manchmal im allgemeinen Sprachgebrauch - kein wertendes Merkmal ist. Während die Entwicklung eines Menschen etwa in der Philosophie oder der Bildungswissenschaft auf ein höheres Ziel (etwa Mündigkeit oder das Verständnis der Welt) ausgerichtet ist, führt die Entwicklung in den Naturwissenschaften zu keinem „hochwertigeren“ Ergebnis - nur zu einem anderen.

Auch für andere Naturwissenschaftler, insbesondere auch aus der Biologie, kann die Beschäftigung mit den Grundlagen der Entwicklung von Sternen relevant sein. Einige wesentliche Entwicklungsprozesse, die das Leben auf der Erde geprägt haben, sind in Abb. 1.1 abgebildet. Um einen der Entwicklungsprozesse vollständig begreifen zu können, sind zumindest Grundkenntnisse der vorangegangenen Stufen relevant, da diese die danach folgenden Entwicklungen massiv prägen.

So ist die Entwicklung der Tiere<sup>1</sup> und des Menschen ohne einen Blick auf die Entwicklung der Säugetiere nicht zu verstehen, ebenso wie diese auf der Entwicklung

---

<sup>1</sup>Der Zeitpunkt, ab dem man von „Tierarten“ spricht, ist schwierig zu definieren. Als Anhaltspunkt wurde hier die *Kambrische Explosion* gewählt, während der sich in verhältnismäßig kurzer Zeit (einige Millionen Jahre) sehr viele Tierstämme gebildet haben, von denen auch die heutigen Tierarten abstammen [Bud03]. Mehrzellige Lebensformen existierten jedoch schon früher [El+10].

der Arten - basierend auf den mittlerweile ergänzten und erweiterten Theorien von CHARLES DARWIN (1808 - 1882) - beruht.

Zur Entwicklung der ersten Lebensformen auf der Erde gibt es jedoch noch sehr viele offene Fragen und unterschiedliche Ansätze - etwa die Ankunft außerirdischer Lebensformen auf Asteroiden oder unterschiedliche chemische Prozesse - werden als mögliche Initialzündung für das Leben auf der Erde diskutiert (vgl. zum Beispiel [Gar+12]). Hier wird die Notwendigkeit, sich auch mit der vorangegangenen Entwicklung zu beschäftigen, besonders deutlich: Die Entwicklung des Lebens ist extrem von den - damals vollkommen anderen - Bedingungen auf der Erde abhängig. Das System Erde-Mond macht seit seiner Entstehung eine kontinuierliche Entwicklung durch - zum Teil bedingt durch die Lebewesen auf der Erde, wie etwa die große Sauerstoffkatastrophe vor etwas mehr als zwei Milliarden Jahren [LRP14], zum Teil durch extrasolare Einflüsse wie Asteroideneinschläge, aber zu einem wesentlichen Teil auch durch die Entwicklung der Sonne.

Im Zuge dieser Entwicklung ändert sich nicht nur die Leuchtkraft und somit das Klima auf der Erde, am Ende ihres Lebens führt das Versiegen des Wasserstoffvorrats zur Entwicklung zu einem Roten Riesen und damit zur Zerstörung der Erde. Da die Sonne ein Stern ist, ist ihre Entwicklung ein Beispiel für die allgemeine Entwicklung der Sterne, die im Wesentlichen von ihrer Ausgangsmasse abhängt. Um aber Einflüsse wie die eingangs erwähnte Supernovae zu begreifen, ist ein Blick auf Sterne anderer Massen - insbesondere auf die massereicheren Exemplare - unerlässlich. Abb. 1.2 vergleicht unter anderem die unterschiedlichen Lebensdauern von schweren und leichten Sternen.<sup>2</sup>

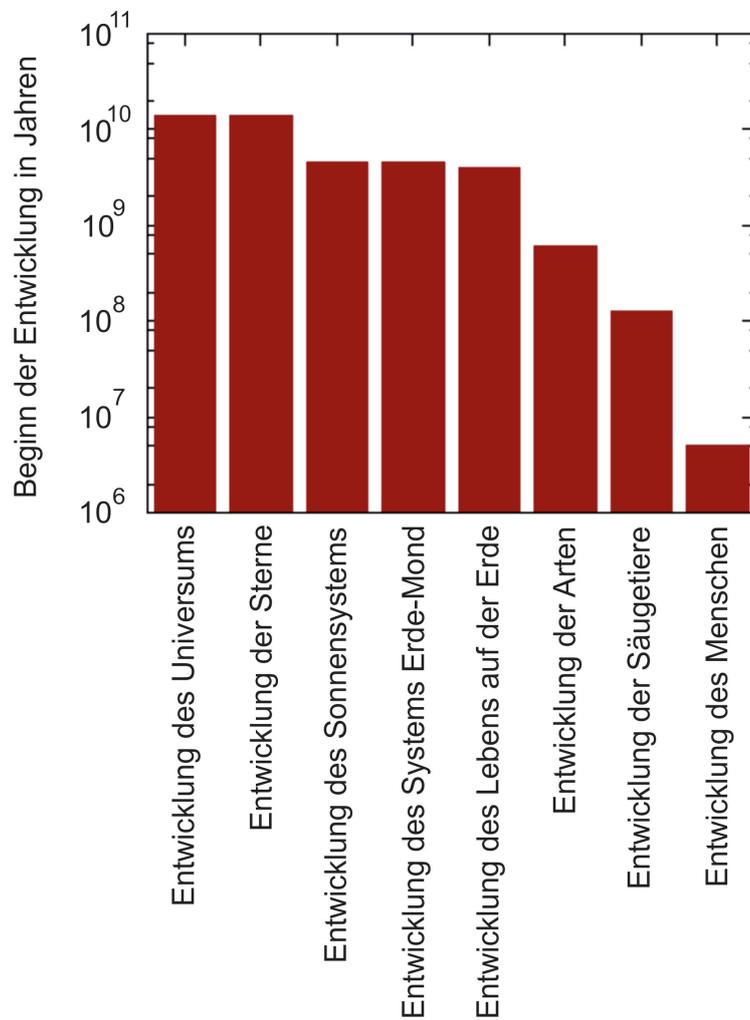
Die Entwicklung des Universums - nicht nur der Beginn durch den Urknall und der damit einhergehenden Entstehung erster Elemente, sondern auch seine Expansion und die wachsende Metallizität der Gas- und Molekülwolken<sup>3</sup> haben einen Einfluss auf die Entstehung und Entwicklung der Sterne.

Man kann die Entwicklung der Sterne jedoch nicht verstehen, ohne die damit einhergehende Synthese der Elemente zu betrachten. Die Kernfusion, die im Inneren

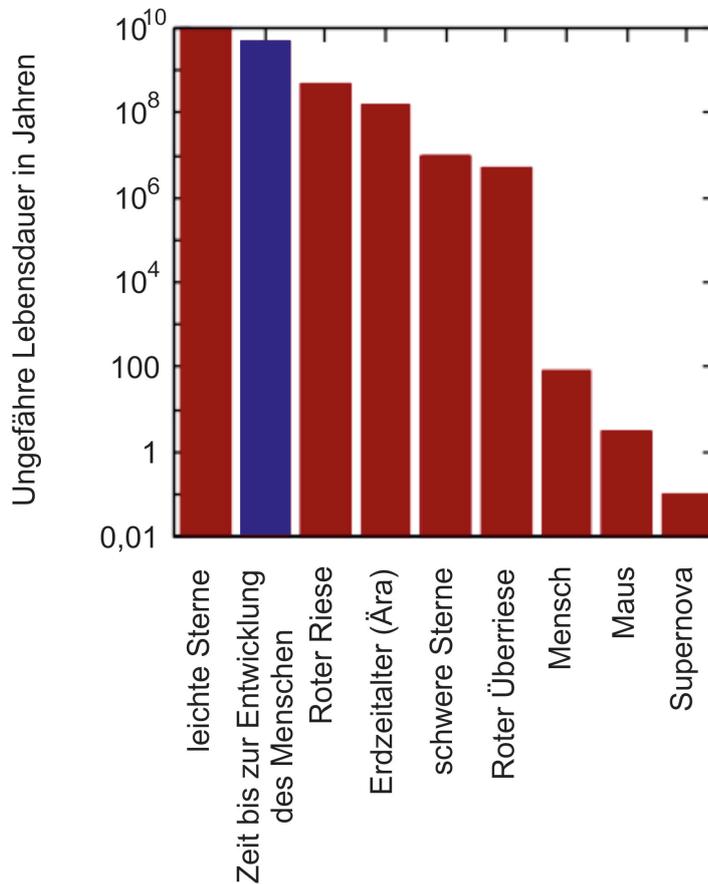
---

<sup>2</sup>Die Lebensdauer ist eine stetige Funktion der Masse eines Sterns (vgl. Kap. 7), hier werden lediglich zwei Beispiele gegeben: Ein leichter Stern mit weniger als einer Sonnenmasse und ein schwerer Stern mit einigen Zehn Sonnenmassen.

<sup>3</sup>In der Astrophysik werden im Allgemeinen alle Elemente, die schwerer als Helium sind, als Metalle bezeichnet.



**Abbildung 1.1:** Schematische Darstellung einiger wichtiger Entwicklungsprozesse bis hin zur Entwicklung des Menschen. Man erkennt, dass zwischen der Entstehung des Universums und der Entwicklung der ersten Sterne eine vergleichsweise kurze Zeitspanne vergangen ist, ebenso zwischen der Entwicklung des Sonnensystems, der des Systems Erde-Mond und sogar der der ersten Lebensformen. Bis sich aus den ersten Lebensformen komplexere Tiere entwickelt hatten, verging dagegen eine relativ lange Zeit.



**Abbildung 1.2:** Vergleich der Dauer verschiedener Zeitskalen, etwa der Lebensdauer leichter und schwerer Sterne, ihrer Riesenstadien am Ende ihrer Entwicklung bis hin zur Größenordnung der Lebenserwartung eines Menschen, einer Maus sowie der mittleren Dauer einer Supernovaexplosion. Zusätzlich wird in blau die Zeit angezeigt, die zwischen der Entstehung der Sonne und der Entwicklung des Menschen vergangen ist. Es wird deutlich, dass die Lebensdauer eines schweren Sterns (einige Millionen Jahre) um ein Vielfaches kürzer als die Entwicklungsdauer des Menschen und sogar als die eines Erdzeitalters ist.

der Sterne stattfindet - während eines Großteils der Lebensdauer die Wasserstofffusion - führt zu einer stetigen Erhöhung der mittleren Teilchenmasse. Dies führt zu einem stetigen Leuchtkraftanstieg eines Sterns. Weiterhin leitet das Versiegen des Wasserstoffvorrates die Entwicklung zu einem Roten Riesen erst ein und das Heliumbrennen beginnt, schließlich werden je nach Masse auch Elemente bis Neon synthetisiert. Die schwereren Elemente entstehen schließlich in den massereichsten Sternen während einer Supernovaexplosion.

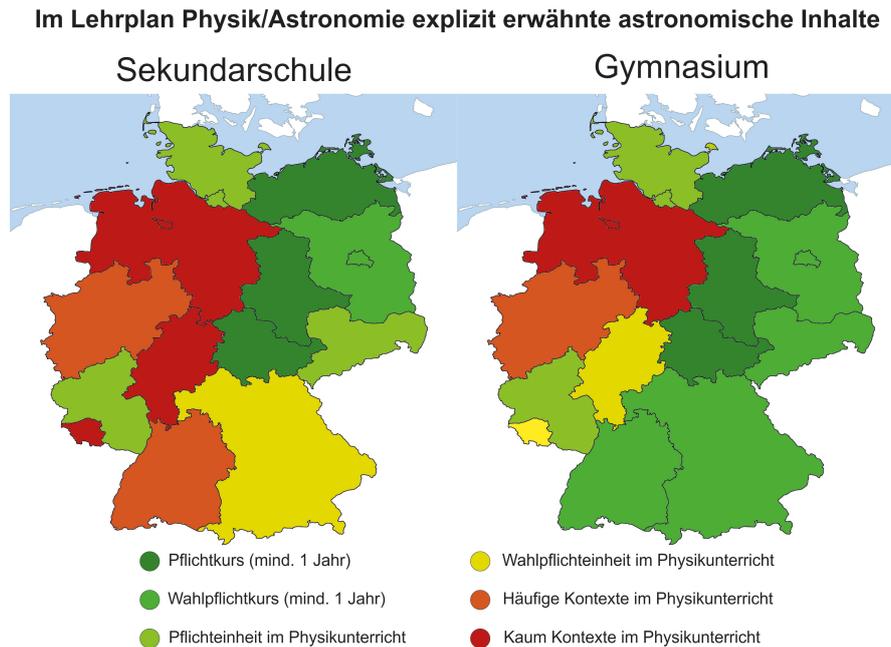
Stellt man sich nun ein Universum vor, in dem sich keine Sterne entwickeln, in dem die gesamte Materie etwa in stabilen Wolken gebunden ist, so wäre darin kein Leben möglich. Es gäbe nur die beim Urknall entstandenen Elemente Wasserstoff, Helium sowie Spuren von Lithium und Beryllium.

# Kapitel 2

## Zielsetzung und wissenschaftliche Fragestellungen

### 2.1 Zur aktuellen Situation der Astrophysik in Schule und Studium

Immer wieder wird von verschiedenen Stellen die Einführung eines bundesweiten Astronomieunterrichts in der Schule gefordert (vgl. etwa die Empfehlung des Rates Deutscher Sternwarten und der Astronomischen Gesellschaft [DR09] sowie den von vielen Seiten unterzeichneten offenen Brief an Bund und Länder [Clausnitzer.2009b]). Eigenständiger, verpflichtender Astronomieunterricht existiert jedoch nur in Thüringen, Sachsen-Anhalt und Mecklenburg-Vorpommern - eine Folge des traditionell stärker naturwissenschaftlich-technisch geprägten Unterrichts in der DDR [DR09], wobei der Nutzen eines Astronomieunterrichts als ein für Lernende interessantes und stark fächerübergreifendes Fach betont wird [Cla+09]. In Berlin und Brandenburg kann Astronomie oder Astrophysik für alle weiterführenden Schulformen für mindestens ein Jahr als Wahlpflichtkurs gewählt werden, in Bayern, Baden-Württemberg und Sachsen ist dies nur an Gymnasien möglich. Andere Bundesländer bieten astronomische und astrophysikalische Inhalte lediglich in einzelnen Unterrichtseinheiten oder in Kontexten an (vgl. Abb. 2.1



**Abbildung 2.1:** Erwähnung astronomischer/astrophysikalischer Themen in den Lehrplänen der jeweiligen Länder, Stand 2018. Aus: [Hoh18].

und [Hoh18]).

Um einen adäquaten Astronomieunterricht anbieten zu können, müssen angehende Lehrer jedoch auch in den Methoden und Theorien der Astronomie und der Astrophysik geschult werden. Die Deutsche Physikalische Gesellschaft nennt für ein Lehramtsstudium in der Physik eine Empfehlung von sechs ECTS-Punkten [HG14]. Eine Erhebung der Anteile der Astronomie im Lehramtsstudium mithilfe einer Analyse der Modulhandbücher deutscher Universitäten zeigt dabei folgendes: Betrachtet man die durchschnittlich in einem Bundesland vergebenen ECTS-Punkte, so wird diese Quote im Sekundarschulbereich von weniger als 25 Prozent der Bundesländer erreicht, selbst wenn Pflicht- und Wahlpflichtkurse gemeinsam berücksichtigt werden [Hoh18], der Median liegt bei etwa vier ECTS-Punkten. Im Gymnasialbereich zeigt sich eine stärkere Asymmetrie, während der Median wieder bei etwa vier liegt, gibt es auch einige Universitäten, bei denen die Astronomiebildung einen erheblich größeren Anteil einnimmt, was auch innerhalb der Bundesländer zu Ausreißern führt (vgl. Abb. 2.2). Für das Gymnasiallehramt spielt dabei die Kopplung an die Fachphysik eine wesentliche Rolle: Angehende Gymnasialleh-

**Tabelle 2.1:** Häufig und selten genannte Themen in den Modulhandbüchern für das Lehramtsstudium Physik, nach [Hoh18].

Oft genannte Themen	Selten genannte Themen
Kosmologie	Raumfahrt
Extragalaktische Astronomie	Mond
Aufbau/Entwicklung der Sonne	Weltbilder
Aufbau/Entwicklung der Sterne	Finsternisse
Optische Geräte	Astrobiologie

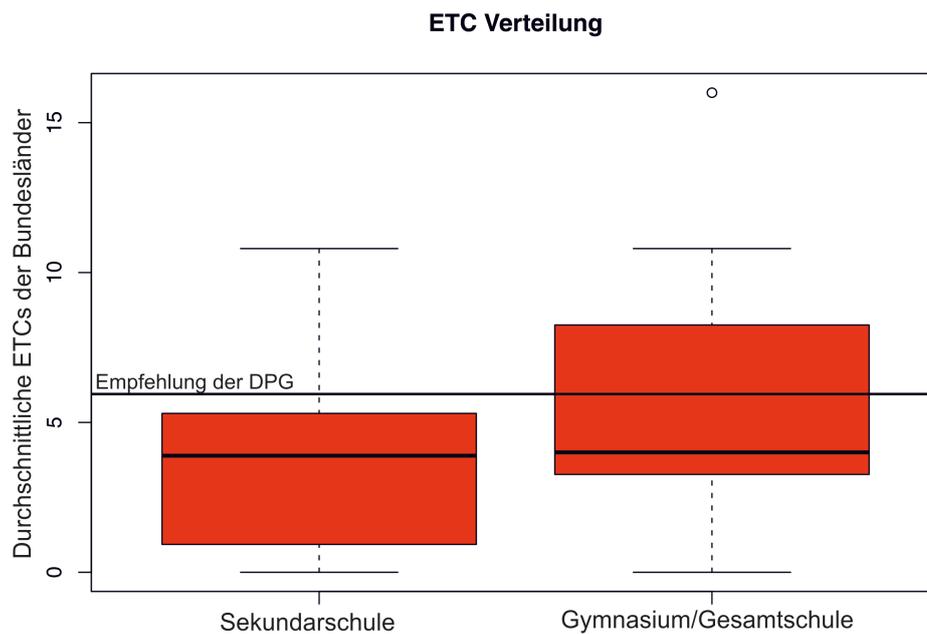
rer können Fachvorlesungen über Astrophysik besuchen, die teilweise Spezialthemen (etwa die Physik Brauner Zwerge und massearmer Sterne) behandeln [Hoh18; QHS18]. Generell lässt sich mit einem Blick auf die Themenverteilung sagen, dass Probleme aktueller Forschung deutlich stärker vertreten sind als Grundlagenfragen (vgl. Tab. 2.1).

Eine explizite Astronomielehrausbildung findet in Form eines Ergänzungsstudiums aktuell lediglich an der Friedrich-Schiller-Universität Jena und an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg statt.

Da sowohl die Einführung eines bundesweiten Astronomieunterrichts als auch die von weiteren Standorten zur dezidierte Gründung weiterer Standorte der Astronomielehrausbildung aktuell unwahrscheinlich sind, bietet sich eine stärkere Integration astronomischer und astrophysikalischer Inhalte in den Physik- und Geographieunterricht an [QHS18]. Damit dies angemessen erfolgen kann, sind jedoch Grundkenntnisse der Lehrenden erforderlich, die in einem kleinen Teil des Physik- oder Geographielehramtsstudiums erworben werden müssen. Diese beinhalten die Grundlagen astronomischer und astrophysikalischer Modelle sowie den Umgang mit ihnen und die Grundlagen der Beobachtung sowie die Arbeit mit Beobachtungsergebnissen.

## 2.2 Fachliche Zielsetzung

Aus den Überlegungen des vorherigen Abschnittes ergibt sich die Notwendigkeit, in komprimierter Form astronomische und astrophysikalische Grundlagen verschiede-



**Abbildung 2.2:** Boxplot-Diagramm der durchschnittlich in einem Bundesland vergebenen ECTS-Punkte im Bereich Astronomie/Astrophysik, berücksichtigt wurden sowohl Pflicht- als auch Wahlpflichtkurse. Die untere Antenne gibt wie üblich das Minimum an, die obere das Maximum. Die Grenzen des Kastens sind das untere und das obere Quartil, der Balken der Median. Aus: [Hoh18].

ner Bereiche darzustellen, ohne dafür erweitertes Wissen vorauszusetzen, das über den Grundkanon der Vorlesungen hinausgeht. Die vorliegende Arbeit konzentriert sich dabei auf die Physik der Sterne, ihre Entwicklungsstufen sowie den Einfluss der Sterne auf die Bewohnbarkeit eines Planeten.

Es sollen Grundlagen stellarer Astrophysik mit einfachen Mitteln dargestellt werden, wobei auch die Entstehung der Sterne betrachtet wird. Dabei wird zunächst der Stabilitätsgedanke betont, da die Entwicklung eines Sterns eine Abfolge mehrerer über unterschiedlich lange Zeiträume weitestgehend stabiler Zustände ist.

Es soll eine physikalische Grundlage zur Klassifikation verschiedener Himmelskörper im Universum geschaffen werden, die nicht auf Oberflächenstrukturen, sondern auf Teilchenzahlen basiert. Es wird gezeigt, dass dies auch für quantenmechanische Objekte wie Weiße Zwerge möglich ist, ohne tiefere Quantenmechanik betreiben zu müssen. Diese Klassifikation basiert auf dem Stabilitätsgedanken und ermöglicht auf der einen Seite eine unmittelbare Festigung desselben, auf der anderen Seite werden einige Eckpunkte der (späteren) Entwicklung der Sterne festgelegt.

Im Folgenden sollen sowohl statistische als auch auf einzelne Sterne bezogene Elemente der Entstehung präsentiert werden, wobei auch auf Tabellenkalkulationsprogramme zurückgegriffen wird, um den mathematischen Aufwand zu reduzieren.

Der Entwicklungsgedanke steht in der (Schul-)Biologie und in der (Schul-)Chemie im Zusammenhang mit der Entstehung und der Entwicklung des Lebens stärker im Fokus als in der Physik (vgl. Tab. 1.1). Doch die Entwicklung des Lebens auf einem Planeten ist eng verknüpft mit der Entwicklung des Sterns, um den der Planet kreist. Es sollen verschiedene Zusammenhänge gezeigt werden, die dies mit elementaren Mitteln verdeutlichen.

Alle präsentierten Modelle benötigen weder auf physikalischer noch auf mathematischer Ebene Grundlagen, die über die Inhalte der ersten Semester hinaus gehen. Aufgrund dieser Elementarisierungen und Vereinfachungen muss aber immer beachtet werden, dass das Ziel der Modelle keine möglichst genauen Zahlenwerte, sondern nur Größenordnungen und ein prinzipielles Verständnis sein können. Dies muss bei der Anwendung jederzeit betont werden.

## 2.3 Weltbild-bildende Zielsetzung

Die Vermittlung eines adäquaten Weltbildes, das nicht den Menschen, die Erde oder auch die Sonne in den Mittelpunkt des Universums stellt, sondern den Menschen als kleinen Teil eines größeren Ganzen begreift, ist ein zentraler Aspekt der Bildung. Die Entwicklung des heutigen, modernen Weltbildes war ein Jahrtausende andauernder Prozess, in dem das angenommene Zentrum der Welt von einzelnen Orten (etwa Jerusalem für viele Menschen im europäischen Mittelalter) über die Erde zur Sonne wanderte, bis schließlich die moderne Astrophysik und Kosmologie zeigten, dass die Erde lediglich ein kleiner Planet ist, der um einen relativ kleinen Stern kreist, der zusammen mit etwa ein- bis dreihundert Milliarden weiterer Sterne eine mittelgroße Galaxie bildet.

Die Erkenntnis, dass das Universum und die darin enthaltenen Objekte Entwicklungsprozessen unterliegen und nichts auf ewig statisches ist, ist mittlerweile eines der zentralen Elemente in Astrophysik und Kosmologie und gleichzeitig ein wesentlicher Bestandteil des aktuellen physikalischen Weltbildes. Dementsprechend gehört eine zumindest elementare, grundlegende Beschäftigung mit der Entwicklung sowohl des Universums als Ganzes - was nicht Bestandteil dieser Arbeit sein soll - als auch der Sterne und auch ihres Einflusses auf das Leben zu einem vollständigen, adäquaten, physikalischen Weltbild dazu. Das prinzipielle Verständnis - womöglich anschaulich - soll dabei im Zentrum stehen, auch wenn dies zu Lasten der Genauigkeit geht.

Gleichzeitig gehören auch Einsichten über die Grundlagen der Entwicklung von Theorien, die wiederum eine zentrale Basis von Weltbildern sind, zu einer reflektierten Analyse der Stellung des Menschen im Universum. Dazu werden in Kapitel 4 sowohl fachliche, didaktische und erkenntnistheoretische Grundlagen zur Modell- als auch zur Theoriebildung erläutert.

## 2.4 Fragestellungen dieser Arbeit

Im Einzelnen sollen innerhalb der vorliegenden Arbeit folgende Fragestellungen behandelt werden:

- **Welche Aussagen kann man hinsichtlich des Anteils an Aufgaben mit einem Anspruch an mathematisches Modellieren in Hinblick auf Physiklehrbücher für die Schule treffen?**

Diese Frage wird anhand einer Analyse des Anteils an quantitativen Aufgaben in Schulbüchern - Aufgaben, die einen mathematischen Modellierungsanteil enthalten - beantwortet.

- **Welche Formen des mathematischen Modellierens sind hinreichend, um dem in Kapitel 2 beschriebenen Anspruch des fachlich korrekten Elementarisierens (richtige numerische Größenordnung und korrektes Prinzipienverständnis) gerecht zu werden?**

Es sollen die notwendigen Grundlagen gezeigt werden, um Modelle zu bilden, die den genannten Ansprüchen genügen.

- **Wie können Aspekte der stellaren Physik und ihrer Entwicklung für Lehrerinnen und Lehrer elementarisiert dargestellt werden?**

Es ist zu zeigen, ob auch mit Modellen, die keine expliziten Kenntnisse der Astrophysik voraussetzen, adäquate Resultate erzielt werden können. Die notwendigen fachlichen Hintergründe sollen sich auf die Grundlagenvorlesungen beschränken.

- **Gibt es Möglichkeiten, den Einfluss eines Sterns auf die Entwicklung potentiellen Lebens auf „seinen“ Planeten elementarisiert darzustellen, ohne - wie in vielen anderen vereinfachten Darstellungen - flüssiges Wasser als Bedingung anzunehmen?**

In Hinblick auf das nachweislich große Interesse Lernender an der Frage nach Leben auf anderen Planeten ist es lohnenswert zu untersuchen, ob es Möglichkeiten zur Modellierung habitabler Zonen gibt, ohne flüssiges Wasser vorauszusetzen. Moderne astrobiologische Überlegungen deuten bekanntlich darauf hin, dass Wasser wahrscheinlich keine zwingende Voraussetzung für die Entstehung von Leben ist.

- **Wie kann man Lernenden verdeutlichen, dass ein modernes Weltbild ohne den Entwicklungsgedanken nicht vollständig ist?**

Die Verknüpfung zwischen elementarisierten Modellen und dem Entwick-

lungsgedanken soll in den verschiedenen Kapiteln immer wieder besonders betont werden.

# Kapitel 3

## Der Anteil quantitativer physikalischer und astronomischer Aufgaben am Beispiel zweier Schulbuchreihen

In diesem Kapitel wird eine Untersuchung der Aufgaben zweier Schulbuchreihen für das Fach Physik in Nordrhein-Westfalen vorgestellt, die im Rahmen dieser Arbeit erstellt wurde. Das Ziel dieser Untersuchung bestand darin, zu überprüfen, welchen Anteil quantitative Aufgaben in der Schule einnehmen und inwiefern dementsprechend die Arbeit mit mathematischen Modellen sowie ihre Entwicklung für Lehrerinnen und Lehrer relevant ist.

Studien wie beispielsweise die Studie von HÄRTIG, KAUERTZ und FISCHER über „Das Schulbuch im Physikunterricht“ zeigen, dass das Schulbuch häufig zur Unterrichtsvorbereitung und in vielen Fällen auch als Grundlage für Hausaufgaben und Fundgrube für Kontexte und Anwendungen genutzt wird [HKF12]. WENZEL und WILHELM geben in ihrer Erhebung über den Einsatz Neuer Medien bei Physik-Gymnasiallehrern an, dass 67 Prozent der Lehrerinnen und Lehrer angeben, das Schulbuch im Physikunterricht „oft“ zu verwenden, weitere 25 Prozent bezeichnen die Häufigkeit der Nutzung als „mittel“ und nur acht Prozent geben

an, es „selten“ einzusetzen [WW15]. Damit wird das Schulbuch häufiger verwendet als Computer oder Smartphones/Tablets. Weiterhin zeigen STRAHL, FRANZ und MÜLLER in ihrer Schulbuchanalyse, dass die Anzahl an Formeln pro Seite eines Schulbuches mit wachsender Klassenstufe steigt [SFM13].

### 3.1 Untersuchte Reihen

Untersucht wurde zum einen die Schulbuchreihe „Dorn-Bader“ aus dem Schroedel-Verlag, bestehend aus den Büchern „Physik 5/6 Gymnasium (Nordrhein-Westfalen)“ [Mül17], „Physik 2 Gymnasium (Nordrhein-Westfalen)“ [OBD10] sowie „Physik Gymnasium Sek II (Nordrhein-Westfalen)“ [OBD15]. Die Reihe ist für den Physikunterricht an Gymnasien in Nordrhein-Westfalen zugelassen.

Die zweite untersuchte Reihe sind die Schulbücher zum Fach Physik aus dem Cornelsen-Verlag, im Einzelnen bestehend aus „Natur und Technik: Physik 5/6 (Differenzierende Ausgabe Nordrhein-Westfalen R 5/6“ [MN11], „Natur und Technik: Physik 5/6 (Differenzierende Ausgabe Nordrhein-Westfalen R 7-10“ [MN13] und „Physik Oberstufe Gesamtband“ [DE08]. Die beiden „Natur und Technik“ Bücher sind für den Physikunterricht an Realschulen zugelassen, der Oberstufenband ist für das Gymnasium zugelassen.<sup>1</sup>

Die Reihen wurden so gewählt, dass sowohl eine Reihe für die Sekundarstufe I der Realschule (Cornelsen) als auch eine Reihe für die des Gymnasiums (Schroedel) untersucht wurden, um einen exemplarischen Vergleich zu ermöglichen und die Frage zu untersuchen, ob in beiden Schulformen quantitative Aufgaben in der Sekundarstufe I eine Rolle spielen. Weiterhin wurden aus beiden Verlagen die Bücher für die Oberstufe untersucht, um zu ermitteln, inwiefern der Anteil quantitativer Aufgaben in der Sekundarstufe II zunimmt.

---

<sup>1</sup>Für die Zulassungen siehe [Sch18], die Zulassung für Physikbücher der Oberstufe erfolgt pauschal, sofern keine Änderung des Lehrplans vorliegt.

## 3.2 Untersuchung

### 3.2.1 Kategorien

Für die Untersuchung wurden sämtliche Übungsaufgaben der Buchreihen systematisch betrachtet und kategorisiert. Der Schwerpunkt für diese Arbeit liegt dabei auf den quantitativen und semi-quantitativen Aufgaben. Aufgaben können gleichzeitig mehreren Kategorien zugeordnet werden.

Da es in der Literatur keine standardisierten, validen Kategorien für Aufgaben aus physikalischen Schulbüchern gibt, wurden die hier verwendeten Kategorien vom Autor entwickelt.

**Quantitativ** Als quantitativ gelten Aufgaben, bei denen mit Gleichungen oder ähnlichen mathematischen Apparaten gearbeitet werden muss, insbesondere Herleitungen, Berechnungen (inklusive der Berechnung von radioaktiven Zerfallsreihen) und Beweise. Nicht als quantitativ gelten Aufgaben, in denen eine Formel lediglich wiedergegeben werden soll, ohne damit weiter zu arbeiten.

**Semi-quantitativ** Semi-quantitative Aufgaben sind im Wesentlichen „wenn...dann“-Aufgaben. Hierunter fallen Aufgaben, bei denen begründet werden soll, wie sich eine Größe verhält, wenn eine andere verändert wird, ohne es jedoch zu berechnen.

**Qualitativ** Qualitative Aufgaben sind Aufgaben, in denen (weitestgehend) verbal Sachverhalte erläutert und beschrieben werden sollen, ohne in größerem Maß auf die Mathematik dahinter einzugehen beziehungsweise mit gegebenenfalls erwähnten Formeln zu arbeiten. Aufgaben, in denen ein Experiment beschrieben und erläutert werden soll, ohne es jedoch durchzuführen, fallen auch in diese Kategorie.

**Skizzieren** Unter Skizzieren werden Aufgaben geführt, bei denen selbst Skizzen oder Grafiken wie etwa Schaltpläne erstellt werden sollen.

**Grafische Interpretation** Bei Aufgaben der Kategorie grafische Interpretation wird mit bereits gegebenen oder zuvor selbst erstellten Skizzen oder Grafiken gearbeitet, Werte daraus bestimmt oder interpretiert.

**Experimentieren** Aufgaben, in denen ein Experiment selbst durchgeführt werden soll (unabhängig davon, ob es ein vorgegebenes oder ein selbst geplantes Experiment ist) fallen in die Kategorie Experimentieren. Die Beschreibung und Interpretation der Ergebnisse sind ebenfalls Teil der Kategorie, wird jedoch explizit eine umfassendere Erläuterung gefordert, ist die Aufgabe zusätzlich qualitativ, soll etwas berechnet werden, ist sie zusätzlich quantitativ.

**Kommunikation** Kommunikative Aufgaben erfordern die Zusammenarbeit mit Mitschülern oder anderen Personen. Aufgaben, bei denen ein Einzelreferat gefordert wird, fallen nicht darunter.

**Sonstiges** Aufgaben, die keiner der vorherigen Kategorien zugeordnet werden können, fallen unter sonstiges. Dazu gehören beispielsweise Spiele.

### 3.2.2 Operatoren

Keine der beiden Buchreihen verwendet feste Operatoren, die immer sofort eine eindeutige Kategorisierung ermöglichen, daher sind in Tabelle 3.1 die wichtigsten Operatoren dargestellt, mit denen die Aufgaben kategorisiert wurden. Da diese jedoch nicht immer unmissverständlich sind, müssen nicht nur Operatoren, sondern der gesamte Aufgabentext und gegebenenfalls auch der Kontext betrachtet werden, um die Aufgaben zu kategorisieren.

Als Beispiel seien hier zwei Aufgaben aus dem Oberstufenbuch von Schroedel genannt, die beide mit dem Operator „Begründen Sie“ arbeiten:

Geostationäre Satelliten befinden sich immer über demselben Punkt der Erdoberfläche. Sie werden zum Beispiel zur Wetterbeobachtung genutzt.

a) [...]

b) Begründen Sie, was physikalisch dagegen spricht, dass sich ein geostationärer Satellit über der Stadt Essen befindet.

c) [...] [OBD15, S. 100 A8]

In dieser Aufgabe deutet der Operator „Begründen Sie“ auf eine verbale Lösung der Aufgabe hin, die gegebenenfalls mit (lediglich wiedergegebenen) Formeln unterstützt wird, ohne dass mit diesen Formeln gearbeitet wird.

Begründen Sie, warum die Konstante  $a^3/T^2$  für die Planeten etwa 330000-mal so groß ist, wie für den Mond oder andere Erdsatelliten.

Wie groß wäre sie für einen Mondsatelliten? [OBD15, S. 103 A1]

Hier wird im ersten Teil der Aufgabe wieder mit dem Operator „Begründen Sie“ gearbeitet, jedoch wird aus dem Zusammenhang deutlich, dass die Begründung mathematisch erfolgen soll, um den gegebenen numerischen Faktor zu bestätigen.

Anhand des Beispiels wird deutlich, dass die Zuordnung der Operatoren zu den Kategorien nicht immer eindeutig ist und manche Operatoren zu verschiedenen Kategorien zugeordnet werden können. Die in Tabelle 3.1 angegebenen Zuordnungen sind daher in einigen Fällen nur die häufigsten Zusammenhänge.

### 3.3 Ergebnisse

Die wichtigsten Ergebnisse der Untersuchung werden im Folgenden präsentiert, die detaillierte Kategorisierung für die einzelnen Aufgaben befindet sich im Anhang. In Tabelle 3.2 finden sich die Anteile der verschiedenen Aufgabentypen für die drei betrachteten Bücher der Cornelsen-Reihe, in Tabelle 3.3 die der Schroedel-Reihe. Bei beiden Buchreihen lassen sich anhand der Tabelle sofort deutliche Tendenzen erkennen:

**Die Anteile der verschiedenen Aufgabentypen sind bei beiden Reihen ähnlich.** Sowohl Cornelsen (Realschule) als auch Schroedel (Gymnasium) bieten

Der Anteil quantitativer physikalischer und astronomischer Aufgaben am Beispiel zweier Schulbuchreihen

---

**Tabelle 3.1:** Einige der in den Schulbüchern verwendeten Operatoren.

Kategorie	Operatoren
Quantitativ	wie weit/groß/schnell/..., berechne, gib in ... an, schätze, ...
Semi-quantitativ	wie ändert sich ..., vergleiche, welcher Zusammenhang besteht, je-desto-Sätze
Qualitativ	nenne, was versteht man unter, beurteile, wie ist das möglich, erkläre, begründe, finde Beispiele, ...
Skizzieren	zeichne, fertige eine Zeichnung an, stelle in einem Diagramm dar
Grafische Interpretation	lies ab, überprüfe Schaltpläne, interpretiere das Diagramm
Experimentieren	überprüfe, probiere, erzeuge, plane einen Versuch und führe ihn durch, miss, ...
Kommunikation	diskutiere, führe eine Umfrage durch, ...
Sonstiges	spiele, organisiere, Textarbeit, ...

in der Jahrgangsstufe 5/6 nur sehr wenige quantitative Aufgaben an. Bei Cornelsen beschränken sich diese auf Aufgaben, bei denen mithilfe der Schallgeschwindigkeit und einer Zeitspanne eine Entfernung bestimmt werden soll (zum Beispiel „Du siehst einen Blitz. Sechs Sekunden später hörst du Donner. Wie weit ist das Gewitter entfernt?“ [MN11, S. 41 A1]). Bei Schroedel behandeln die quantitativen Aufgaben das Rechnen mit Temperaturen auf der Celsius-Skala [Mül17, S. 14 A3], die Ausdehnung des Eiffelturms bei Erwärmung [S. 21 A1] und einfachste Anwendungen aus der Elektrizitätslehre [S. 65 A2, S. 69 A11] sowie die Umrechnung von Lichtjahren in Meter [S. 81 A7]. In späteren Schuljahren nimmt der Anteil quantitativer Aufgaben in beiden Reihen in vergleichbarem Rahmen zu, wobei der Anteil in der Schroedel-Reihe jeweils um sechs Prozent höher ausfällt.

Auch die anderen Aufgabentypen unterscheiden sich nicht stark, lediglich beim Anteil qualitativer Aufgaben lässt sich eine größere Differenz von bis zu 16 Prozent (Differenz zwischen den Oberstufenbüchern) feststellen, vergleiche dazu auch die Abbildungen 3.1 und 3.2.

**Der Anteil der quantitativen Aufgaben nimmt mit zunehmender Klas-**

## Der Anteil quantitativer physikalischer und astronomischer Aufgaben am Beispiel zweier Schulbuchreihen

---

**Tabelle 3.2:** Ergebnisse der Cornelsen-Reihe, angegeben ist der jeweilige Anteil der Aufgaben, der einer Kategorie zugeordnet werden konnten (gleichzeitige Zuordnung zu mehreren Kategorien war möglich).

	Cornelsen 5/6	Cornelsen 7-10	Cornelsen Oberstufe
Quantitativ	0,03	0,23	0,42
Semi-quantitativ	0,01	0,01	0,02
Qualitativ	0,83	0,74	0,66
Skizzieren	0,08	0,09	0,10
Grafische Interpretation	0,02	0,04	0,04
Experimentieren	0,11	0,04	0,02
Kommunikation	0,00	0,01	0,00
Sonstiges	0,01	0,01	0,00
Anzahl der Aufgaben	271	851	723

---

**senstufe zu.** In beiden Lehrbuchreihen werden in der Klassenstufen 5 und 6 kaum quantitative Aufgaben angeboten, in den folgenden Schuljahren nimmt ihr Anteil deutlich zu, bis er in der Oberstufe 42 (Cornelsen) beziehungsweise 48 Prozent (Schroedel) beträgt, vergleiche dazu auch Abbildung 3.3.

**Die Anzahl der Aufgaben pro Schuljahr nimmt mit zunehmender Klassenstufe zu.** Dies gilt für beide Schulbuchreihen, wobei die Gesamtzahl der Aufgaben in der Cornelsen-Reihe konstant höher liegt als in der Schroedel-Reihe. Die Anzahl der Aufgaben wächst von etwa 136 (Cornelsen) beziehungsweise 102 (Schroedel) für die Klassenstufen 5/6 auf rund 241 beziehungsweise 153 pro Jahr in der Oberstufe.

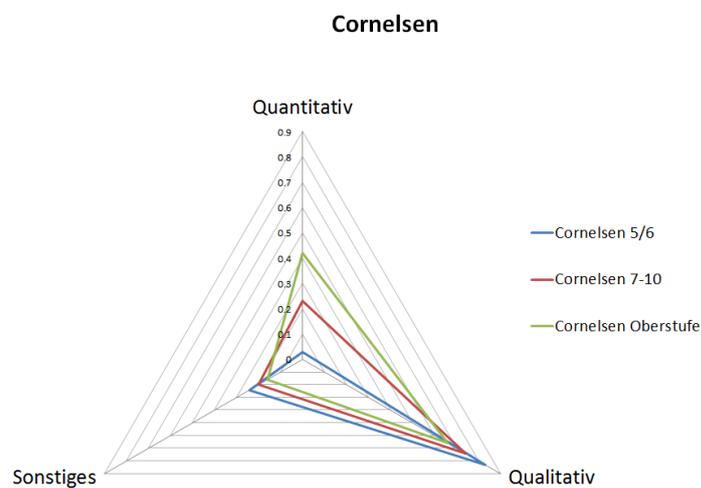
### 3.4 Folgerungen

Die Untersuchung zeigt, dass in den beiden exemplarisch betrachteten Reihen von Cornelsen und Schroedel quantitative Aufgaben mit zunehmender Klassenstufe eine wachsende Rolle spielen - zum einen, da ihr Anteil an den zur Verfügung gestellten Aufgaben beständig wächst und zum anderen, da die Gesamtzahl der Aufgaben pro Jahr kontinuierlich zunimmt. Ein wesentlicher Unterschied zwischen der Buchreihe für die Realschule und der für das Gymnasium ist dabei nicht fest-

Der Anteil quantitativer physikalischer und astronomischer Aufgaben am Beispiel zweier Schulbuchreihen

**Tabelle 3.3:** Ergebnisse der Schroedel-Reihe, angegeben ist der jeweilige Anteil der Aufgaben, der einer Kategorie zugeordnet werden konnten (gleichzeitige Zuordnung zu mehreren Kategorien war möglich).

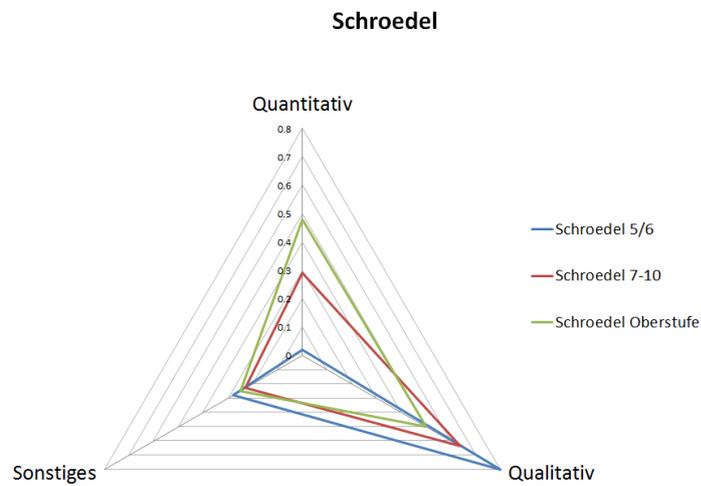
	Schroedel 5/6	Schroedel 7-10	Schroedel Oberstufe
Quantitativ	0,02	0,29	0,48
Semi-quantitativ	0,00	0,01	0,01
Qualitativ	0,80	0,64	0,50
Skizzieren	0,11	0,07	0,13
Grafische Interpretation	0,02	0,04	0,06
Experimentieren	0,09	0,09	0,05
Kommunikation	0,04	0,01	0,00
Sonstiges	0,00	0,00	0,00
Anzahl der Aufgaben	203	469	459



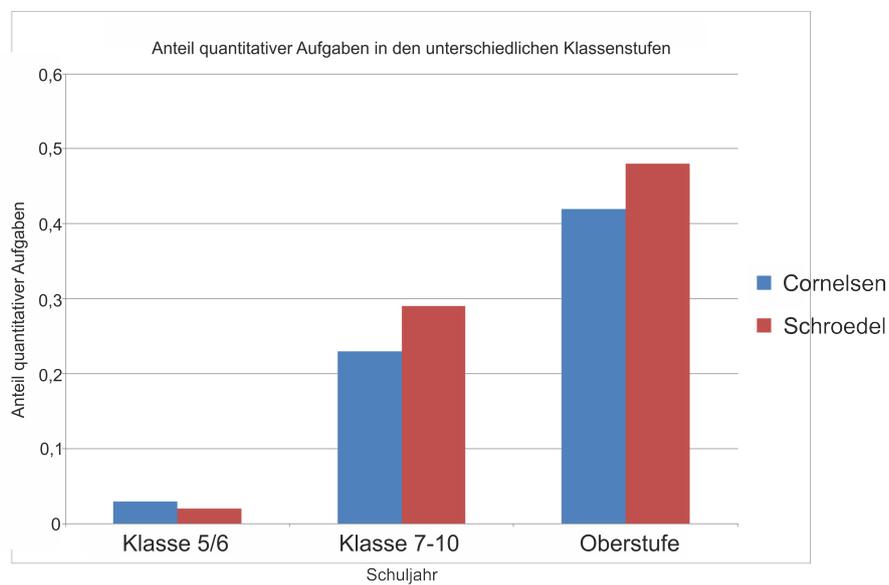
**Abbildung 3.1:** Vergleich der drei Schulbücher von Cornelsen, zur Übersichtlichkeit wurden einige Kategorien unter „Sonstiges“ zusammengefasst.

Der Anteil quantitativer physikalischer und astronomischer Aufgaben am Beispiel zweier Schulbuchreihen

---



**Abbildung 3.2:** Vergleich der drei Schulbücher von Schroedel, zur Übersichtlichkeit wurden einige Kategorien unter „Sonstiges“ zusammengefasst.



**Abbildung 3.3:** Der Anteil quantitativer Aufgaben der beiden untersuchten Schulbuchreihen für die Klassenstufen 5/6, 7 bis 10 sowie die Oberstufe.

stellbar. Somit sind mathematische Aufgaben schon in der Sekundarstufe I ein keinesfalls vernachlässigbarer Faktor, auch wenn der mathematische Anspruch der Aufgaben zumeist nicht sehr hoch ist.

In der Sekundarstufe II sind quantitative Aufgaben - auch auf einem höheren Niveau - ein wesentlicher Teil der Schulbücher. Um hier nicht nur eigene Lösungen zu kennen, sondern auch andere Modellierungsansätze adäquat beurteilen zu können, ist eine Beschäftigung mit den Grundlagen der Modelle sinnvoll. Insbesondere wenn Fehler in den Überlegungen der Lernenden auftreten, können die Problemlöseprozesse besser nachvollzogen und Fehlerquellen gefunden werden.

Speziell bei astrophysikalischen Aufgaben wird dabei eine neue Ebene der mathematischen Modellierung benötigt, da die betrachteten Objekte in vielen Fällen eine Überprüfung der Anwendbarkeit physikalischer Gesetze erfordern. Diese Überprüfung und das damit einhergehende Planen vor der Modellierung steht dem sogenannten *Plug-and-Chug* (vgl. Kap. 4.4) entgegen, das oftmals unreflektiert von Lernenden verwendet wird [TR07].

# Kapitel 4

## Fachliche, didaktische und erkenntnistheoretische Grundlagen der Modellbildung

Modelle sind ein unverzichtbares Hilfsmittel bei der Erkenntnisgewinnung in der Physik - sowohl in Bezug auf aktuelle Forschung, als auch bei der Förderung von Verständnis bei Lernenden. Gleichzeitig nimmt der Anteil an Aufgaben im Schulunterricht, in denen mathematisch modelliert wird, mit zunehmender Klassenstufe immer weiter zu, wie in Kapitel 3 gezeigt wurde. Nichtsdestotrotz wird die Theorie über Modelle in der Lehrer- und Physikerausbildung wenig bis gar nicht behandelt. Dementsprechend wird auch selten Hilfestellung bei der Entwicklung von Modellen gegeben (vgl. zum Beispiel [Hes87]). HESTENES hat in den Vereinigten Staaten seit den 1980er Jahren Versuche unternommen, eine „Theorie des Modellierens“ an Universitäten und Schulen zu etablieren (vgl. [Hes09]).

Die Kernlehrpläne für den Physikunterricht in der Sekundarstufe II in Nordrhein-Westfalen [Min14b] sehen den Kompetenzbereich „Erkenntnisgewinnung“ vor, in dem der Unterpunkt „E6: Modelle“ enthalten ist:

[Die Schülerinnen und Schüler können] Modelle entwickeln sowie physikalisch-technische Prozesse mithilfe von theoretischen Modellen, mathematischen Modellierungen, Gedankenexperimenten und Simulatio-

nen erklären oder vorhersagen [Min14b, S. 28].

Weiterhin sollen die Schülerinnen und Schüler im Kompetenzbereich „Bewertung“ gemäß Unterpunkt „B4: Möglichkeiten und Grenzen“

begründet die Möglichkeiten und Grenzen physikalischer Problemlösungen und Sichtweisen bei innerfachlichen, naturwissenschaftlichen und gesellschaftlichen Fragestellungen bewerten [Min14b, S. 29].

Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe II sollen also nicht nur mit vorgegebenen Modellen arbeiten, sondern auch selbstständig Modelle entwickeln und kritisch betrachten sowie hinterfragen können. Die Kombination beider Fähigkeiten ermöglicht es, selbstständig Probleme zu lösen und auch die Lösungen und Behauptungen anderer reflektiert zu beurteilen. Der Fähigkeit, kritisch zu modellieren, kommt in dieser Sichtweise also nicht nur eine physikalische, sondern auch eine gesellschaftliche Bedeutung zu. Selbstredend ist aber aus didaktisch-pädagogischen Gründen das herausragendste Argument für die Schulung einer Modellbildungsfähigkeit die Entwicklung einer frei denkenden, sich selbst in der Welt orientierenden Persönlichkeit. Um eine adäquate Vermittlung dieser Fähigkeit zu gewährleisten, ist also eine Beschäftigung mit der Theorie der Modelle für Lehrende in der Physik unerlässlich, ebenso wie das Einüben typischer Vorgehensweisen beim Erstellen von Modellen. Der Hauptfokus dieser Arbeit liegt darauf, genau unter diesem Aspekt ein Angebot aus einem Themenfeld vorzulegen, das bei Lernenden nachweislich auf ein großes Interesse stößt (vgl. z.B. [SS10]). Für tiefgreifende Betrachtungen zur Modellbildungstheorie sei auf die entsprechende Literatur verwiesen (etwa [Sch77] und [Hes87]).

## 4.1 Theorien

Zunächst sollen einige Aspekte zu physikalischen Theorien erläutert werden. Physikalische Theorien sind das Fundament, auf dem Modelle gebildet werden. Im Wechselspiel mit Experimenten werden Theorien entwickelt, verworfen, angepasst und liefern Grundlagen für neue Ideen und Forschungen. Das Ziel vieler Physikerinnen und Physiker - unter anderem haben sich auch HEISENBERG und EINSTEIN

daran versucht - ist dabei die Suche nach einer vereinheitlichten Theorie (der so genannten Theory of Everything (TOE)). Diese Suche verdeutlicht ein wesentliches Merkmal physikalischer Theorien - das Umspannen eines möglichst großen Bereichs der Realität. Dies verdeutlicht das Bestreben, eine höher elaborierte Theorie zu entwickeln, in der bisherige Theorien Spezialfälle darstellen. Bisher bleiben die Gravitation in der Form der Allgemeine Relativitätstheorie (ART) und die anderen drei Grundkräfte der Physik in Form der (ebenfalls noch nicht vollständig entwickelten) Grand Unified Theory (GUT) unvereinbar, was insbesondere bei der Betrachtung Schwarzer Löcher Fragen aufwirft.

## 4.2 Kenngrößen von Theorien

In vielen Fällen gibt es verschiedene Theorien, die prinzipiell auf eine Situation angewendet werden können. Welche in Frage kommen, hängt dabei von der zu beschreibenden Situation, der benötigten Genauigkeit und den zur Verfügung stehenden Mitteln ab. Theorien, die auf einem Gebiet hervorragende Resultate liefern, sind in anderen Situationen also möglicherweise nicht anwendbar oder versagen vollkommen. Es gibt jedoch auch Theorien, die einen Sachverhalt zwar nicht auf die genaueste, aber dafür auf eine praktischere Art beschreiben, die für viele Situationen vollkommen ausreichend ist. Im Folgenden werden vier relevante Kenngrößen für Theorien definiert.

Die **Reichweite** beschreibt die Größe des Feldes, auf das eine Theorie angewendet werden kann, sowie die dafür benötigten Voraussetzungen. Eine Theorie, die mit wenigen Bedingungen auskommt, hat eine größere Reichweite, als eine mit vielen Einschränkungen. Während antike Theorien häufig den Anspruch hatten, ein großes Feld zu behandeln, bezogen sich die ersten physikalisch-mathematischen Theorien im heutigen Sinne auf relativ eng gefasste Bereiche - verzichteten dabei aber auf Voraussetzungen wie göttlichen Willen. Die Entwicklung im Laufe der Zeit führten jedoch zu Erweiterungen und Vereinheitlichungen, so dass die Reichweite der aktuellen Theorien wieder zunahm.

Die **Erklärungsfähigkeit** gibt die Möglichkeiten einer Theorie im Rahmen ihrer Reichweite an, Beobachtetes und Gemessenes zu beschreiben, erklären und einzu-

ordnen, ohne dass dabei Widersprüche entstehen oder zusätzliche Modifikationen nötig sind.

Die **Vorhersagekraft** beschreibt die Tragweite der möglichen Hypothesen einer Theorie und - soweit eine Überprüfung möglich ist - die Richtigkeit ihrer Vorhersagen.

Die vierte Kenngröße ist die **Einfachheit**. Diese beschreibt den zum Verständnis und für die Anwendung der Theorie nötigen mathematischen und physikalischen Aufwand.

Die Effizienz einer Theorie lässt sich somit als Verhältnis zwischen Reichweite, Erklärungsfähigkeit und Vorhersagekraft auf der einen und Einfachheit auf der anderen ausdrücken.

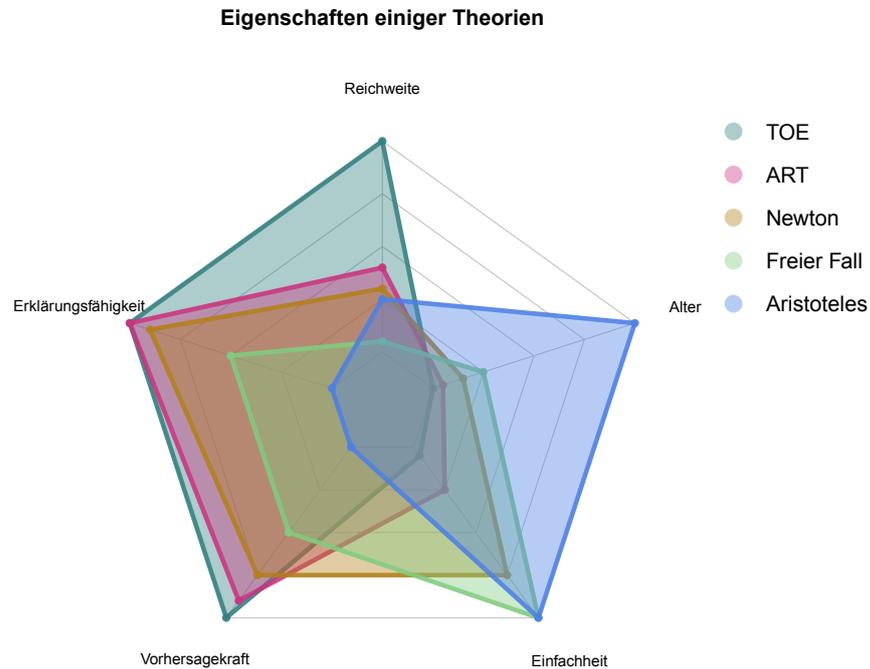
Erkenntnistheoretisch verwirrend mag für Außenstehende vielleicht der große Pragmatismus sein, mit der die physikalische Forschung Theorien und Modelle nutzt. Viele Physiker springen scheinbar beliebig zwischen verschiedenen Modellen und Modellebenen hin und her. Das so eben genannte Prinzip der Einfachheit besagt nicht, dass man nur eine möglichst einfache Theorie auswählen darf, sondern gestattet viel mehr das Nutzen verschiedener zweckmäßiger Theorien. Erfahrungsgemäß haben hier Anfänger größere Probleme, verwechseln sie doch die modellhafte Naturbeschreibung mit der Natur selbst, so dass sie unbewusst immer nur ein Modell für das „Richtige“ halten.

### 4.2.1 Die historische Entwicklung einer Theorie

Die Entwicklung der Theorie der Gravitation soll anhand einiger Eckpunkte (ohne Anspruch auf Vollständigkeit) als Beispiel für die Kenngrößen dienen. Eine grafische Übersicht findet sich in Abbildung 4.1. Den Anstoß für die Entwicklung einer neuen Theorie geben häufig neu entdeckte Phänomene oder Bereiche, wie etwa die Elektrodynamik, die im neunzehnten Jahrhundert zu den MAXWELLSchen Gleichungen führten (vgl. beispielsweise [Hei03, S. 115f]).<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Eine Ausnahme bildet dabei die ART, die zunächst als Theorie entwickelt wurde und erst später experimentell nachgewiesen werden konnte.



**Abbildung 4.1:** Grafische Veranschaulichung einiger Eckpunkte der Entwicklung der Theorie der Gravitation mit dem Alter als zusätzlichen Punkt. Es zeigt sich, dass Theorien tendenziell genauer und weitreichender, allerdings auch komplizierter, werden. Das Diagramm ist qualitativ zu verstehen.

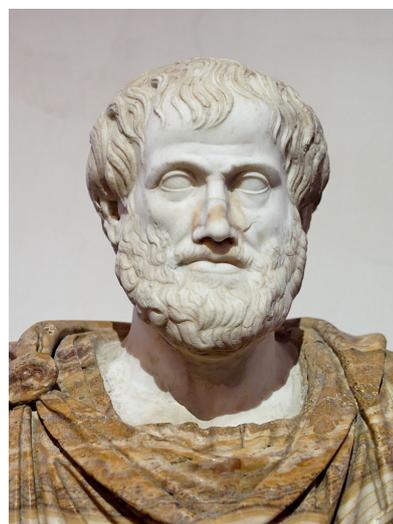
**Tabelle 4.1:** Die Elementarkörper nach ARISTOTELES. Die Eigenschaften bezüglich der Masse sind absolut und nicht mit der modernen Definition der Dichte vergleichbar (vgl. [Sim90, S. 84f.]).

	Natürlicher Ort	Eigenschaft
<b>Erde</b>	Erboden	Absolut schwer
<b>Wasser</b>	Über der Erde	Relativ schwer
<b>Luft</b>	Über dem Wasser	Relativ leicht
<b>Feuer</b>	Über der Luft	Absolut leicht
<b>Äther</b>	Oberhalb der Mondsphäre	Masselos

**Aristoteles** Die ersten überlieferten Theorien über die Gravitation wurden in der Antike aufgestellt, bekannt ist insbesondere die Theorie von ARISTOTELES. Für ARISTOTELES fallen Körper aufgrund einer „natürlichen Bewegung“ zu seinem „natürlichen Ort“ [Kuh16, S. 18]. Er schreibt sämtlichen unbelebten Körpern natürliche Eigenschaften zu, die zu einer Bewegung führen - wo der natürliche Ort liegt, hängt dabei vom betrachteten Material („Elementarkörper“) ab. Für erd- oder wasserartige (schwere) Körper ist die Erdoberfläche der natürliche Ort [Käl97, S. 120], darüber gibt es die leichten Körper Luft und Feuer, die nach oben streben (vgl. Tab. 4.1). Belebte Wesen bewegen sich dagegen aufgrund ihres freien Willens.

Insgesamt beschreibt ARISTOTELES mit seiner Theorie aber nicht nur die Gravitation, sondern die gesamte Bewegungslehre, indem er sie um erzwungene Bewegungen erweitert. Diese wird etwa durch einen Wurf erzwungen, wobei beim Verlassen der Hand die Luft als „Bewegungsüberträger“ fungiert. Je höher die Luftschichten liegen, desto schlechter können sie die Bewegung übertragen. Irgendwann endet die erzwungene Bewegung und die natürliche Bewegung zum Erdboden setzt ein. Weiterhin betrachtet ARISTOTELES die (scheinbare) Bewegung der Sterne und Planeten. Da diese jedoch nicht zu einem natürlichen Ort - dem Erdboden - streben, sondern scheinbar ewig kreisen, führt er den Äther ein und unterscheidet damit zwischen „irdischer“ (sublunar) und „Himmelsphysik“ [Kuh16, S. 18].

Die Theorie soll also die gesamte Bewegungslehre inklusive des Firmamentes beschreiben, benötigt dafür aber zwei unterschiedliche Ansätze. Bei systematischen Messungen und Beobachtungen stößt man schnell an Grenzen bei Erklärfähigkeit und Vorhersagekraft (etwa bei einem Vakuum). Die Theorie ist dabei aber leicht verständlich und kommt - der Zeit geschuldet - ohne einen mathematischen Apparat aus. PIAGET bezeichnet die Theorie als Stufe der kognitiven Operation, wie er

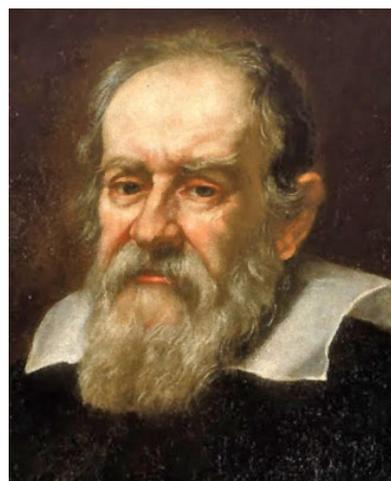


**Abbildung 4.2:** Römische Kopie einer Büste von ARISTOTELES.

sie bei Kindern zwischen neun und zehn Jahren vorfindet [Pia+75, S. 66f.]. Trotz der Ungenauigkeiten blieb die Aristotelische Theorie bis zum Ende des Mittelalters in Europa die wesentliche Theorie über die Gravitation.<sup>2</sup>

**Freier Fall nach Galileo** Erst am Ende des sechzehnten und Anfang des siebzehnten Jahrhunderts bildete GALILEO GALILEI mit seiner systematischen Untersuchung der Fallgesetze mithilfe der schiefen Ebene, der Zusammenführung von „irdischer“ und „himmlischer“ Physik und der Entwicklung des Trägheits- und des Relativitätsprinzips die Grundlagen für eine - im heutigen Sinne - physikalisch-beschreibenden Theorie der Gravitation, ohne jedoch auf ihre Ursache einzugehen (vgl. [Kuh16] und [Sim90]). Zu beachten ist jedoch, dass er seine Überlegungen ohne einen (modernen) Kraft- und Energiebegriff anstellte.

Die Bewegungen der Planeten führt GALILEO nicht auf eine Gravitation zurück, sondern auf die „zirkulare Trägheit“ [Kuh16, S. 136ff.], wonach eine einmal begonnene Rotation ohne äußere Einflüsse ewig fortgesetzt wird - dies soll sowohl für die Planeten, als auch auf der Erde gelten. Für nicht rotierende Bewegungen hat GALILEO den Zusammenhang zwischen Weg und Zeit einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung erkannt, mit dem der freie Fall im Vakuum oder bei niedrigen Geschwindigkeiten und kompakten Formen des fallenden Körpers präzise beschrieben werden kann.<sup>3</sup>



**Abbildung 4.3:** Porträt von GALILEO GALILEI, gemalt von Justus Sustermans (1636).

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

In der modernen Darstellung steht  $s$  für die zurückgelegte Strecke,  $t$  für die be-

<sup>2</sup>In der Antike herrschte an quantitativen Vorhersagen im Rahmen philosophischer Überlegungen ohnehin kein Interesse, vgl. z.B. [Käl97].

<sup>3</sup>GALILEO hat das Gesetz jedoch nicht in dieser mathematischen Form beschrieben, da ihm die entsprechende Mathematisierung noch nicht zur Verfügung stand.

nötigte Zeit und  $g$  für die Gravitationsbeschleunigung am betrachteten Standort. Zusätzlich hat GALILEO entdeckt, dass sich ein geworfener Körper auf einer Parabelbahn bewegt. Somit erlaubt seine Bewegungslehre in der modernen Schreibweise die Beschreibung der Bahnen nicht-zirkulierender<sup>4</sup> Körpern innerhalb eines (nicht zu starken) Gravitationsfeldes im Vakuum (oder bei hinreichend niedrigen Geschwindigkeiten), auch wenn GALILEO dies nicht so bezeichnet. Bewegen sich die beschriebenen Körper auf Kreisbahnen, so zeigen sich durch das falsche Konzept der zirkularen Trägheit Abweichungen. Wenn kein Vakuum herrscht, kommt es zusätzlich zu Abweichungen, sobald der Luftwiderstand eine Rolle zu spielen beginnt. Für die meisten Messungen des Alltags sind Erklärbarkeit und Vorhersagekraft jedoch ausreichend, gleichzeitig sind die mathematischen Anforderungen sehr gering.

### **Newtonsche Gravitation** ISAAC NEWTON

hat mit seinem Werk „Philosophiae Naturalis Principia Mathematica“ Ende des siebzehnten Jahrhunderts erstmals eine Gravitationstheorie im modernen Sinne entwickelt, indem er GALILEOS Erkenntnisse über die Bewegungslehre mit den von JOHANNES KEPLER entwickelten Gesetzen kombinierte. Das Werk gilt als Grundstein der klassischen Mechanik. Hier entwickelte er - in geometrischer Form - auch sein Gravitationsgesetz, mit dem nahezu alle gravitationsdominierten Phänomene im Sonnensystem beschrieben werden können (vgl. z.B. [Kuh16, S. 221ff.]):



**Abbildung 4.4:** Porträt von Isaac Newton, gemalt von Godfrey Kneller (1702).

$$F_G = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

<sup>4</sup>sich nicht auf Kreisbahnen bewogender

In der modernen Schreibweise steht  $F_G$  für die wirkende Gravitationskraft,  $G$  ist die Gravitationskonstante,<sup>5</sup>  $m_1$  und  $m_2$  sind die beiden beteiligten Massen und  $r$  ihr Abstand. Zu beachten ist jedoch, dass der Kraftbegriff von Newton noch nicht gänzlich dem modernen Kraftbegriff entsprach. Im heutigen Sinne entspricht eine Kraft einer Impulsänderung pro Zeiteinheit, während eine Kraft für Newton der Gesamtänderung des Impulses bei einem Vorgang entspricht. Es gilt also [Sim90, S. 254f.]:

$$F_{Newton} = \int F_{Modern} dt$$

Insgesamt hat Newton eine sehr präzise beschreibende Theorie entwickelt, die - in moderner Schreibweise - gleichzeitig mit einem moderaten mathematischen Apparat auskommt. Sowohl die Bewegungen der Planeten als auch Wurf- und Fallbewegungen lassen sich weitestgehend zutreffend vorhersagen. Grenzen zeigen sich innerhalb des Sonnensystems im Wesentlichen bei einer leichten Abweichung der Periheldrehung des Merkur gegenüber den Erwartungen und im Widerspruch zur - damals noch nicht bekannten - Speziellen Relativitätstheorie, da die Newtonsche Gravitation eine sofortige Wechselwirkung zwischen zwei Körpern annimmt, ohne dabei zu beschreiben, wie diese stattfindet. Weiterhin wird die Theorie bei Extremsituationen - insbesondere sehr kompakten Objekten - ungenau. Insgesamt werden also nahezu alle mit einfachen Hilfsmitteln wie den damals verfügbaren Teleskopen beobachtbaren, gravitationsdominierten Phänomene erklärbar.

Die Theorie gibt zusätzlich zum ersten Mal eine Quelle der Gravitation - die beiden betrachteten Massen - an und steigert somit die Vorhersagekraft, da auch die Gravitation und Bewegungen auf anderen Himmelskörpern oder die von Kleinkörpern wie Asteroiden beschrieben werden können. Die Reichweite steigt dagegen nur leicht an, da auch GALILEOS Theorie den Anspruch auf eine Beschreibung der Planetenbahnen hatte.

---

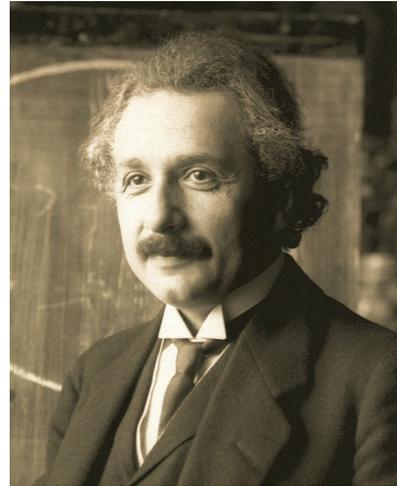
<sup>5</sup>Diese war damals noch nicht bekannt und wurde von Newton grob abgeschätzt, eine genauere Bestimmung erfolgte 1789 durch CAVENDISH [Kuh16, S. 232].

**Allgemeine Relativitätstheorie** Die zu Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts von ALBERT EINSTEIN entwickelte Allgemeine Relativitätstheorie ist laut JÜRGEN EHLERS „eines der wichtigsten Beispiele dafür, daß eine vielfach bewährte, ‚abgeschlossene‘ Theorie [...] durch eine ‚umfangreichere‘ Theorie [...] ersetzt wird“ [Ehl81, S. 65]. Ungewöhnlich ist, dass die ART vollkommen unabhängig von experimentellen Ergebnissen oder Widersprüchen in anderen Theorien entwickelt wurde, sondern dass EINSTEIN durch „erkenntnistheoretische Überlegungen“ [Kuh16, S. 386] das von Galilei entwickelte Relativitätsprinzip auf gegeneinander beschleunigte Bezugssysteme erweiterte. Dafür wurde das aus der Spezielle Relativitätstheorie (SRT) bekannte Konzept der Raumzeit erweitert, so dass anstatt einer pseudo-euklidischen Metrik (dem *Minkowskiraum*) eine nichteuklidische Metrik benötigt wurde [Kuh16, S. 390f.]. Die *Einsteinsche Feldgleichung* lautet (vgl. z.B. [GH10, S. 180]):

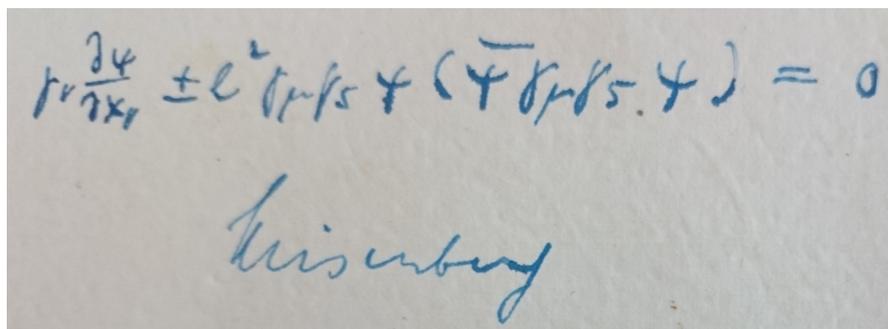
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$$

$R_{\mu\nu}$  ist der Ricci-Tensor,  $R$  der Krümmungsskalar und  $g_{\mu\nu}$  der metrische Tensor.  $\kappa$  ist eine Konstante, den dritte Term mit der kosmologischen Konstanten  $\Lambda$  hat Einstein ursprünglich hinzugefügt, um ein statisches Universum zu beschreiben. Nachdem die Expansion des Universums nachgewiesen wurde, wurde dieser Term gestrichen ( $\Lambda = 0$ ), moderne kosmologische Beobachtungen erfordern jedoch wieder eine kosmologische Konstante. Für eine detaillierte Darstellung sei auf die entsprechende Literatur verwiesen.

Die ART ist hervorragend geeignet, um gravitationsdominierte Phänomene nahezu aller Art zu beschreiben, bei denen die Newtonsche Gravitation versagt. So kann die Abweichung der Periheldrehung des Merkur von der klassischen Theorie ebenso präzise vorausgesagt werden - maßgeblich war dabei das konstante Verhältnis



**Abbildung 4.5:** Foto von ALBERT EINSTEIN, gemacht von Ferdinand Schmutzer (1921).



The image shows a handwritten mathematical equation in blue ink on a light-colored background. The equation is 
$$r \frac{\partial \psi}{\partial x} \pm c^2 \psi + (\bar{\psi} \psi - \psi) = 0$$
 Below the equation, the name 'Heisenberg' is written in a cursive script.

**Abbildung 4.6:** Die von Heisenberg propagierte Gleichung, mit der zunächst eine GUT beschrieben werden und die die Grundlage einer TOE bilden sollte [Hei84]. Notiz von 1959 aus dem Nachlass von WILFRIED KUHN.

zwischen träger und schwerer Masse - wie das Verhalten von Licht in einem starken Gravitationsfeld. Auch die Bewegungen der anderen Planeten im Sonnensystem können mithilfe der Theorie beschrieben werden, hier ist der Aufwand jedoch erheblich höher als bei einer Berechnung mithilfe der Newtonschen Gravitation. Gleichzeitig sind die Resultate nur wenig präziser.

Um die höhere Reichweite und Präzision zu erreichen, ist ein enormer mathematischer Aufwand notwendig. Dafür gibt die ART an, wodurch die Wechselwirkung übertragen wird - die Krümmung der Raumzeit. Trotzdem beschränkt sich die Theorie auf Phänomene der Gravitation, insbesondere bei Schwarzen Löchern, die Eigenschaften aus der Quantentheorie aufweisen, kommt sie an ihre Grenzen.

**Theory of Everything** Eines der großen Forschungsfelder der modernen Physik ist die bereits auf Seite 29 angesprochene Suche nach einer „Theory of Everything“, manchmal auch abwertend als „Weltformel“ bezeichnet. HEISENBERG hat beispielsweise 1958 auf einem Vortrag in Göttingen seinen Entwurf einer derartigen Formel vorgestellt (vgl. Abb. 4.6), wobei er auch zugab, dass es bis zur endgültigen Lösung noch ein weiter Weg sei - insbesondere die Gravitation stellte noch ein Problem dar. Der durch die Presse geprägte und von HEISENBERG missbilligte Ausdruck der „Weltformel“ führte zunächst zu einem großen, öffentlichen Interesse, falsche Vorhersagen - soweit welche möglich waren - ließen dieses jedoch schnell erlahmen. Mit der Entwicklung des Standardmodells der Teilchenphysik stand in den 1970er Jahren schließlich eine Theorie zur Verfügung, die der HEISENBERGS in allen Belangen

**Tabelle 4.2:** Die Entwicklung von den vier Grundkräften hin zu einer zunehmenden Vereinigung der Theorien. Fett gedruckte Theorien sind Gegenstand aktueller Forschung und noch in einem frühen Entwicklungsstadium, die kursiv gedruckte „Theory of Everything“ steht noch ganz am Anfang ihrer Entwicklung, da auch die Vorstufen noch nicht vollendet sind. Die grau hinterlegten Theorien werden in diesem Kapitel kurz angesprochen.

Starke Wechselwirkung	Elektromagnetische Wechselwirkung	Schwache Wechselwirkung	Gravitation (Newton)
Quantenchromodynamik	Elektroschwache Wechselwirkung		ART
Standardmodell der Teilchenphysik			<b>Quanten- gravitation</b>
<b>Grand Unified Theory</b>			
<i>Theory of Everything</i>			

überlegen war [Sal93]. Die Theorie wird laut SALLER nur noch „als anspruchsvoller, aber letztlich gescheiterter Versuch [...] in einem Atemzug genannt mit EINSTEINS Suchen nach einer einheitlichen Theorie von Materie und Gravitation“ [Sal93, S. 321]. Auch im künstlerischen Schaffen wird die Suche nach einer vereinheitlichten Theorie angesprochen, etwa in „Die Physiker“ von FRIEDRICH DÜRRENMATT von 1962 oder in dem modernen Science-Fiction-Film „Interstellar“ von 2014 [Nol14]. Heute wird unter anderem am European Organization for Nuclear Research (CERN) mit enormem Aufwand an einer möglichst weitreichenden Vereinheitlichung der Theorien gearbeitet. Aktuell gilt die Gleichung

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\
 & + i\bar{\psi}\not{D}\psi \quad (+h.c.) \\
 & + \bar{\psi}_i y_{ij} \psi_j \phi + h.c. \\
 & + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi)
 \end{aligned}$$

im Zusammenhang des Standardmodells der Teilchenphysik als beste Annäherung an eine GUT, die dann die Vorstufe einer TOE darstellen würde (vgl. Tab. 4.2). Um ein grundlegendes Verständnis der Gleichung zu entwickeln, sind weitere Er-

läuterungen notwendig (vgl. [WWV17] und Abb. 4.7).

Die *Lagrange-Dichte*  $\mathcal{L}$  ist so definiert, dass die Lagrange-Funktion  $L$  das Integral über alle drei Raumrichtungen über die Dichte ergibt:

$$L = \int \mathcal{L} dx^3$$

Die hier angewendete Lagrange-Funktion ist vergleichbar mit der aus der klassischen Mechanik bekannten Funktion, die sich als Differenz zwischen kinetischer und potentieller Energie ergibt, und die eine sehr elegante Beschreibung von Bewegungsgleichungen ermöglicht.

Im ersten Term steht das Skalarprodukt des Feldstärketensors. In diesem werden sowohl die Existenzbedingungen eines (Eich-)Bosons (Wechselwirkungsteilchen, beispielsweise von Photonen) als auch die Interaktionen mit anderen Teilchen gleicher Art (Selbstwechselwirkung, im Beispiel mit anderen Photonen) beschrieben. Lediglich das Higgs-Boson wird hier nicht beschrieben. Je nach Teilchen ist der Feldstärketensor anders definiert.

Der zweite Term beschreibt die Wechselwirkung der Bosonen mit Materie, also mit (Anti-)Quarks und (Anti-)Leptonen. Diese werden über die Felder  $\psi$  und  $\bar{\psi}$  beschrieben.  $\not{D}$  ist die kovariante Ableitung, die wieder alle Bosonen bis auf das Higgs-Boson berücksichtigt - hier allerdings ohne Selbstwechselwirkung. Die unterschiedlichen Felder und die kovariante Ableitung unterscheiden sich wieder je nach betrachteten Teilchen, die Grundstruktur ist jedoch in allen Fällen gleich und beschreibt damit drei der Grundkräfte der Physik: Elektromagnetismus, schwache und starke Wechselwirkung.

Der in der gleichen Zeile folgende, eingeklammerte Term *h.c.* beschreibt das so genannte „hermetisch Konjugierte“ (engl.: hermitian conjugate) des zweiten Terms. Dieser Beitrag hat keine physikalische Bedeutung, sondern dient dazu, komplexe Resultate zu vermeiden. Mathematisch gesehen ist der zweite Term allerdings selbst-adjungiert und kann daher nicht zu komplexen Resultaten führen (erkennbar an  $\psi$  und seinem transponierten und komplex-konjugierten Gegenstück  $\bar{\psi}$ ), weshalb der *h.c.*-Term in dieser Zeile nicht immer angegeben wird.

Der Term in der dritten Zeile beschreibt, wie Leptonen und Quarks mit dem HIGGS-Feld  $\phi$  (auch BROUT-ENGLERT-HIGGS-Feld genannt) interagieren. Über

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} &= \underbrace{-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}_{\text{Bosonen}} \\
 &+ \underbrace{i\bar{\psi}\not{D}\psi}_{\text{Wechselwirkungen zwischen Leptonen und Quarks}} + \underbrace{h.c.}_{\text{hermetisch Konjugiertes}} \\
 &+ \underbrace{\bar{\psi}_i y_{ij} \psi_j \phi}_{\text{Masse für Materieteilchen}} + \underbrace{h.c.}_{\text{Masse für Anti-Materieteilchen}} \\
 &+ \underbrace{|D_\mu \phi|^2}_{\text{Masse für Bosonen}} - \underbrace{V(\phi)}_{\text{Higgs-Selbstwechselwirkung}}
 \end{aligned}$$

**Abbildung 4.7:** Die Gleichung zum Standardmodell der Teilchenphysik zusammengefasst beschrieben, nach [WWV17, S. 8].

die Interaktion mit dem Feld erhalten die Teilchen ihre Masse. Diese ist direkt mit den Einträgen der sogenannten YUKAWA-Matrix  $y_{ij}$  verknüpft, wobei die Einträge experimentell ermittelt werden müssen und bisher nicht theoretisch hergeleitet werden können. Hier ist der folgende Ausdruck  $h.c.$  zwingend erforderlich, da der erste Term der Zeile nicht selbst-adjungiert ist. Anders als im ersten  $h.c.$ -Term hat dieser auch eine physikalische Bedeutung: Er beschreibt die gleiche Interaktion wie der erste Teil der Zeile, hier allerdings zwischen Anti-Leptonen und Anti-Quarks und dem Feld.

Der vorletzte Term beschreibt die Kopplung zwischen dem Higgs-Feld sowie den Bosonen. Gluonen interagieren jedoch nicht mit dem Feld, während Photonen zwar interagieren, dabei jedoch keine Masse erhalten. Die Bosonen der schwachen Wechselwirkung koppeln jedoch mit dem Higgs-Feld, für  $W$ -Bosonen wurde dies 2012 am CERN bereits experimentell nachgewiesen.

Der letzte Teil der Gleichung beschreibt das Potential des Higgs-Feldes. Zu beachten ist, dass das Potential nicht ein Minimum, sondern eine unendliche Anzahl verschiedener Minima hat. Weiterhin wird über diesen Term beschrieben, wie Higgs-Bosonen mit anderen Higgs-Bosonen wechselwirken.

Für eine ausführlichere Erläuterung der einzelnen Elemente der Gleichung sei auf entsprechende Literatur verwiesen, für eine beschreibende Einführung beispielsweise auf [WWV17]. Man muss beachten, dass es sich selbst dabei nur um eine Kurzversion handelt, für die vollständige Beschreibung muss weitere Fachliteratur herangezogen werden.

Schon die hier angegebene Beschreibung der Lagrange-Dichte macht deutlich, dass

der benötigte mathematische Aufwand gegenüber der ART nochmals deutlich gesteigert ist, obwohl die Gravitation hier noch nicht berücksichtigt ist. Eine alles beschreibende Theorie wäre also mathematisch nochmals komplizierter, die Reichweite wäre jedoch deutlich erhöht. Erklärungsfähigkeit und Vorhersagekraft würden weniger stark ansteigen, da die ART alle beobachtbaren rein gravitationsbasierten Phänomene im Rahmen der Messgenauigkeit bereits sehr gut beschreibt. Nur bei Schwarzen Löchern könnte eine TOE eine größere Vorhersagekraft aufweisen, etwa bei der (noch nicht nachgewiesenen) Hawking-Strahlung.

Eine wirklich „allumfassende“ Theorie müsste jedoch nicht nur das sichtbare Universum, sondern auch das dunkle Universum - das heißt Dunkle Materie und Dunkle Energie, die einen Großteil des Universums ausmachen - beschreiben.

## 4.2.2 Bestandteile von Theorien

Nachdem jetzt die Entwicklung einer Theorie mit den komplexer werdenden Grundlagen über die Zeit beschrieben wurde, sollen im Folgenden einige erkenntnistheoretische Grundlagen vorgestellt werden, die für das Verständnis des Aufbaus einer Theorie wesentlich sind [Sch77, S. 31].

In der Physik stehen die unterschiedlichen Theorien (beispielsweise die Mechanik, Elektrodynamik oder auch die Allgemeine Relativitätstheorie) nicht „für sich“ da, sondern bauen in unterschiedlichem Umfang aufeinander auf [Sch77, S. 32]. SCHÜR-MANN nennt als Beispiel die Elektrodynamik, die auf der Mechanik aufbaut, indem sie Begriffe wie etwa den Kraftbegriff verwendet. Daraus ergeben sich nach GÜNTHER LUDWIG drei Begriffe [Lud90], die zunächst definiert werden müssen (vgl. auch Abb. 4.8).

**Realtextstück** Ein Realtextstück ist ein expliziter, vorzeigbarer Sachverhalt, das heißt beispielsweise ein konkretes Messergebnis, oder ein Begriff aus einer „untergeordneten“ Theorie, etwa der bereit erwähnte Kraftbegriff in der Mechanik. Durch zusätzliche Experimente oder durch die Zunahme weiterer Vortheorien können weitere Realtextstücke zu einer Theorie hinzugefügt werden, im Allgemeinen werden einmal existente Realtextstücke aber nicht mehr verändert. Realtextstücke

können dabei niemals das implizite Resultat einer Theorie sein.

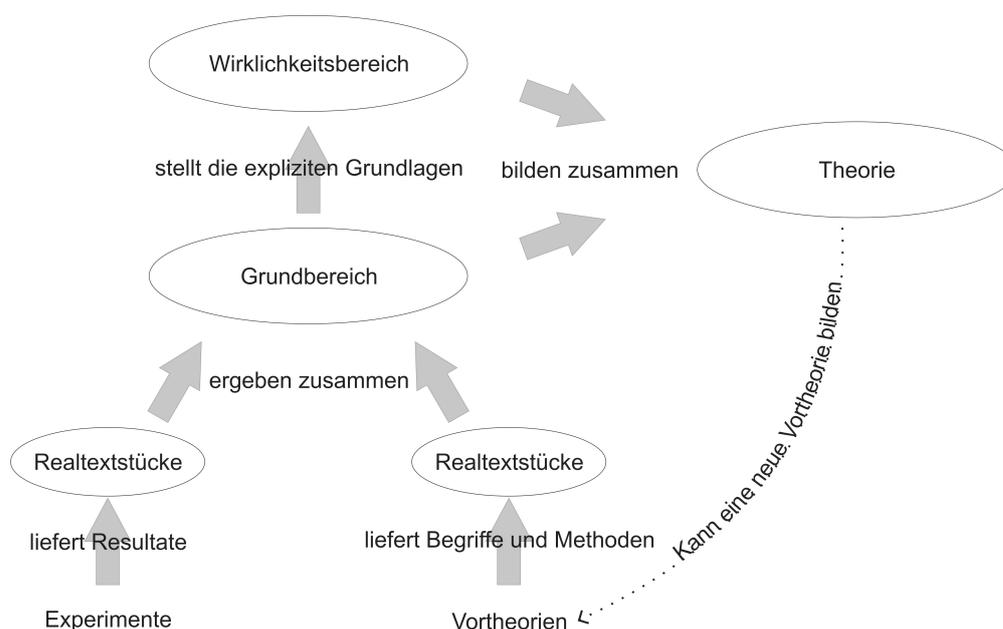
**Grundbereich** Der Grundbereich umfasst alle Realtextstücke. Werden also zusätzliche Realtextstücke zu einer Theorie hinzugefügt, so erweitert sich auch der Grundbereich. Kein Element des Grundbereiches kann dabei durch die betrachtete Theorie bewiesen oder hergeleitet werden. Der Grundbereich bildet die Grundlage, auf der die Theorie entwickelt wird. Der Grundbereich ist mit der Kenngröße „Erklärungsfähigkeit“ verbunden (vgl. Kap. 4.2). Die Erklärungsfähigkeit gibt zum einen das Maß an, wie präzise der Grundbereich beschrieben werden kann und zum anderen, wie vollständig der Grundbereich im Sinne der Reichweite ist, das heißt, ob alle relevanten Beobachtungen, Messungen und Ergebnisse in die Theorie einbezogen sind.

**Wirklichkeitsbereich** Der Wirklichkeitsbereich umfasst alles, was mithilfe der betrachteten Theorie definiert, berechnet und bewiesen werden kann, mit Ausnahme des Grundbereichs. Somit bezeichnet er alle im Sinne der Theorie *physikalisch möglichen* Begriffe.

Prinzipiell ist also zunächst jede in sich konsistente Theorie denkbar, die insbesondere im Grundbereich oder zwischen Grund- und Wirklichkeitsbereich keinen Widerspruch aufweist. In einer zunächst widerspruchsfreien Theorie kann durch das Hinzufügen von neuen Realtextstücken und der damit einhergehenden Erweiterung des Grundbereiches (etwa durch neue Experimente) ein Widerspruch entstehen, der eine Modifikation oder eine Neuentwicklung der Theorie erfordert. In Kapitel 4.2 entspricht die Vorhersagekraft etwa dem Wirklichkeitsbereich, wobei in die Vorhersagekraft zusätzlich die Richtigkeit der Hypothesen einfließt, soweit diese überprüfbar ist.

Während somit die „Bausteine“ einer Theorie beschrieben sind, gibt es nach HESTENES drei wesentliche Komponenten einer (wissenschaftlichen) Theorie [Hes87]:

- Eine Theorie hat ein Gerüst aus übergeordneten und spezifischen Gesetzen, die die in der Theorie verwendeten Variablen und Gesetze charakterisieren.



**Abbildung 4.8:** Schematische Darstellung der drei Grundbestandteile einer Theorie nach Ludwig.

- Es existiert eine semantische Basis von Gesetzen, die die Variablen und Konstanten mit den Eigenschaften realer Objekte verknüpfen.
- Die Theorie hat eine Superstruktur von Definitionen, Konventionen und Theoremen, um das Modellieren in verschiedenen Situationen zu ermöglichen.

Das Gerüst beschreibt im Wesentlichen die Struktur der Theorie, während die semantische Basis die Interpretation der Theorie sowie abgeleiteter Modelle bestimmt. Wird eines von beidem in größerem Umfang geändert, handelt es sich um eine neue Theorie [Hes87]. Die Superstruktur kann dagegen mit der Zeit wachsen und sich ändern, wenn neue Anwendungen der Theorie hinzu kommen.

### 4.3 Modelle

Ein physikalisches Modell ist eine im Allgemeinen vereinfachende Repräsentation eines realen Sachverhaltes - entweder als physisches Modell (wie etwa ein Glo-

bus als Modell der Erde) - oder als mathematisches Modell, basierend auf einer physikalischen Theorie. Diese Arbeit behandelt mathematische Modelle, wenn im Folgenden von Modellen die Rede ist, sind dementsprechend jeweils mathematische Modelle gemeint.

### 4.3.1 Aufgaben und Grenzen von Modellen

Mathematische Modelle in der Physik haben die Aufgabe, reale Objekte so auf begrifflich formale Weise zu beschreiben, dass man sie mit den Denkmethoden und Verfahren der Mathematik untersuchen kann. STEPHEN HAWKING erläutert in seinem populärwissenschaftlichen Werk „Der große Entwurf“ vier Kriterien für ein „gutes“ Modell. Dort heißt es:

Ein Modell ist gut, wenn es:

1. elegant ist,
2. nur wenige willkürliche oder solche Elemente enthält, die sich gezielt anpassen lassen,
3. mit den vorhandenen Beobachtungen übereinstimmt und sie erklärt,
4. detaillierte Vorhersagen über zukünftige Beobachtungen macht, die das Modell widerlegen oder falsifizieren können, wenn sie sich nicht bewahrheiten. [HM10, S. 50]

Hier wird deutlich, dass sich auch die genannten Kriterien für Modelle auf die Bestandteile einer Theorie beziehen. Punkt 3 - die vorhandenen Beobachtungen - beziehen sich auf die betrachteten Realtextelemente (siehe Seite 42) der Theorie. Es muss aber nicht der gesamte Grundbereich abgedeckt werden, da die meisten Modelle nicht die gesamte darunter liegende Theorie beschreiben - gegebenenfalls müssen Einschränkungen des Modells gemacht werden. Die zukünftigen Beobachtungen (Punkt 4) beziehen sich auf den Wirklichkeitsbereich (Seite 42). Auch hier müssen - je nach Modell mehr oder weniger starke - Einschränkungen der Reichweite gemacht werden.

Dabei ist zu beachten, dass es sich immer nur um eine Beschreibung und nicht um die Welt selbst handeln kann. In mathematischen Modellen wird mit Idealisierungen und Vereinfachungen gearbeitet, „exakte“ Berechnungen, die alle Details einbeziehen, sind nicht möglich - und für die meisten Situationen auch nicht notwendig. HANS WERNER SCHÜRMANNS beschreibt als Beispiel die Anwendung der euklidischen Geometrie auf den physikalischen Raum. Ein Punkt ohne Ausdehnung ist kein physikalischer Objekt, weiterhin folgt durch die Anwendung aus der Unbeschränktheit des euklidischen Raumes die Unbeschränktheit des physikalischen Raumes<sup>6</sup> [Sch77, S. 23ff.]. ALBERT EINSTEIN hat den dahinter liegenden Gedanken in seiner vielbeachteten Rede über die Geometrie und Erfahrung 1921 wie folgt zusammengefasst:

Insofern sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher, und insofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf die Wirklichkeit [Sim05].

Trotzdem werden die Sätze der Mathematik mit großem Erfolg auf die Wirklichkeit angewandt. Die Mathematik ermöglicht eine - durch stetig wachsende Rechenleistungen von Computern immer genauere - Beschreibung der Welt. EINSTEINS Satz behält aber trotzdem seine Gültigkeit: Auch die exaktesten Theorien und Modelle beruhen noch auf Idealisierungen.

Damit ist die erreichbare Genauigkeit einer Theorie oder eines Modells durch äußere Faktoren wie die verfügbare Rechenleistung und die experimentellen Möglichkeiten begrenzt, für eine unbegrenzte Genauigkeit wären jedoch unbegrenzte Kapazitäten notwendig. Im experimentellen Bereich ist diese Einschränkung wesentlicher Teil der schulischen (etwa im Bereich der Datenanalyse als vorgeschlagene Form der Leistungsüberprüfung, siehe [Min14b, S. 54]) und der universitären Ausbildung im Bereich der Physik, in der physikalische Praktika mit Auswertungen und den zugehörigen Fehlerrechnungen einen wesentlichen Teil des Bachelor- und teilweise auch des Masterstudiums ausmachen.

---

<sup>6</sup>Zusätzlich kann der physikalische Raum im Sinne der Allgemeinen Relativitätstheorie bekanntermaßen nicht überall adäquat mithilfe der euklidischen Geometrie beschrieben werden.

### 4.3.2 Bestandteile von Modellen

Ähnlich wie für Theorien lassen sich auch für mathematische Modelle einige Bestandteile identifizieren, aus denen ein Modell aufgebaut ist. Nach HESTENES besteht ein Modell im Wesentlichen aus vier Bestandteilen [Hes87]:

- Eine Reihe von Bezeichnungen für das beschriebene Objekt und die zugehörigen Bestandteile sowie die weiteren interagierenden Elemente.
- Ein Set beschreibender Variablen und Konstanten. Diese werden nochmals unterteilt:
  - Objektvariablen: Diese Variablen hängen von modellierten Objekt ab, bleiben aber zeitlich konstant. Ein Beispiel wäre etwa die Masse eines Sterns während seiner Hauptreihenphase, die als weitestgehend konstant angenommen werden kann.
  - Statusvariablen: Statusvariablen beschreiben Eigenschaften des Modells, die sich zeitlich ändern. Ob es sich bei einer Variablen um eine Status- oder eine Objektvariable handelt, hängt dabei oftmals vom konkreten Modell oder der Situation ab - so kann etwa der Radius eines Sterns in seiner Hauptreihenphase als konstant angesehen werden,<sup>7</sup> in seiner Entstehungsphase des Sterns variiert dieser jedoch stark und muss somit als Statusvariable betrachtet werden. Prinzipiell können Objektvariablen auch als zeitlich konstante Statusvariablen betrachtet werden.
  - Interaktionsvariablen: Diese beschreiben die Wechselwirkung zwischen dem modellierten Objekt und den weiteren zusätzlichen Elementen, etwa über Druck, Kraft oder Arbeit.
- Gleichungen, die Struktur und zeitliche Entwicklung beschreiben.
- Einer physikalischen Interpretation, die den Zusammenhang zwischen den verwendeten, beschreibenden Variablen und den repräsentierten Objekten herstellt.

---

<sup>7</sup>Soweit es sich nicht um einen pulsierenden Stern handelt.

Ohne eine Interpretation besitzt ein mathematisches Modell keine physikalische Aussagekraft, da es sich dann lediglich um eine Reihe abstrakter mathematischer Gleichungen und Ausdrücke handelt. Gerade diese Interpretation stellt jedoch häufig ein Problem für Lernende dar, insbesondere wenn das benötigte physikalische und mathematische Niveau der Modellierungen steigt.

Speziell in der stellaren Physik kann auf elementarem Niveau häufig nahezu ausschließlich mit Objekt- und Interaktionsvariablen gearbeitet werden, da viele Vorgänge über lange Zeiträume stattfinden und daher als konstant angesehen werden. In Kapitel 6 wird eine Theorie vorgestellt, auf deren Grundlage verschiedene Himmelskörper modelliert werden können. Die Basis dieser Theorie ist das hydrostatische Gleichgewicht, konkret bedeutet das, dass sich Gravitations- und ein Gegendruck ausgleichen und sich damit einen stabilen Zustand bildet. Wählt man eines der konkreten Modelle aus (also einen der Himmelskörper, als Beispiel sei der Weiße Zwerg genannt), so lassen sich daran die Bestandteile des Modells identifizieren:

- Die verschiedenen Bestandteile werden bezeichnet: Das modellierte Objekt ist ein Weißer Zwerg, er besteht aus Protonen und Elektronen, wobei die Elektronen (über den Entartungsdruck) gleichzeitig interagierende Objekte sind.
- Es gibt einige Objektvariablen, etwa seine Masse und sein Radius (die hier beide berechnet werden), die Protonen- und die Elektronenmasse, die Teilchenzahl und weitere. Da es sich um ein statisches Modell handelt, werden keine Statusvariablen benötigt - wohl aber Interaktionsvariablen wie der Gravitationsdruck und der Fermidruck.
- Das Modell besteht aus beschreibenden Gleichungen, etwa für den Gravitationsdruck, für den Fermidruck, daraus folgend auch für Masse und Radius.
- Weiterhin existiert eine physikalische Interpretation, etwa darüber, was die Gleichungen für Druck, Masse und so weiter aussagen.

Diese Bestandteile sind charakteristisch für mathematische Modelle jeder Art und gerade bei komplizierteren Modellen kann es helfen, zunächst einmal die einzelnen Bestandteile zu identifizieren und zu analysieren.

## 4.4 Modellierung als Problemlösestrategie

Jeder Mensch wird von Zeit zu Zeit mit Problemen verschiedener Art konfrontiert, die es zu lösen gilt - nicht nur in der Schule, im Studium oder im Beruf, sondern auch im alltäglichen Leben. Die Schule hat den Auftrag, den Schülerinnen und Schülern Fähigkeiten zum Problemlösen zu vermitteln - gerade im Fach Mathematik ist das Problemlösen einer der großen Kompetenzbereiche. Dort heißt es:

**Kompetenzbereich Problemlösen** Die mathematische Bearbeitung außer- oder innermathematischer Kontexte führt immer wieder zu Problemstellungen, die (zunächst) nicht schematisch oder in direkter Anlehnung an bekannte Muster und Verfahren bearbeitet werden können. Das Problemlösen ist der Prozess der Bearbeitung solcher Problemstellungen durch Erkunden, Lösen durch Anwendung heuristischer Strategien und Reflektieren von Lösungsansätzen [Min14a, S. 16].

Für viele Lernende - insbesondere zu Beginn ihrer physikalischen Ausbildung - besteht die Anwendung mathematischer Modelle zur Lösung physikalischer Probleme im Wesentlichen aus dem, was von JONATHAN TUMINARO und EDWARD REDISH *Plug-and-Chug* genannt wird [TR07]. Übersetzt bedeutet dies etwa „Einsetzen und Weitertuckern“, also das Einsetzen in eine Formel, die passend erscheint, um mit der nächsten Formel weiter zu arbeiten, bis man das gewünschte Ergebnis erhält. Die physikalische Situation steht dabei deutlich im Hintergrund, es geht den Lernenden in erster Linie um das numerische Ergebnis [Uhd12, S. 26].

Im wissenschaftstheoretischen Sinn handelt es dabei jedoch nicht um einen Problemlösevorgang. Laut der Definition von SMITH ist ein Problem eine Aufgabe, die eine *zielgerichtete* Analyse und Argumentation erfordert. Diese müssen auf einem Verständnis des zugrunde liegenden (Fach-)Gebietes aufbauen - unreflektiertes Einsetzen und Ausrechnen gehört also nicht dazu [Smi09, S. 8]. Ob es sich jedoch um ein wissenschaftliches Problem mit einer neuartigen Fragestellung oder um eine Übungsaufgabe handelt, ist dabei nicht relevant, weshalb SMITH seine Definition als kontinuierlich verstanden haben will. Die dabei auftretenden Aspekte sind in Abbildung 4.9 dargestellt. Auf diese Definition soll auch im Folgenden



**Abbildung 4.9:** Die fünf Aspekte, über die sich die kontinuierliche Definition von der Übungsaufgabe bis zum „realen“ Problem erstreckt, nach [Smi09, S. 7].

zurückgegriffen werden.

In der Physik ist eine (mathematische) Modellierung im Allgemeinen der Hauptbestandteil einer zielgerichteten Analyse eines Problems - sei es bei Übungsaufgaben (in denen etwas berechnet oder hergeleitet werden soll), bei der Planung von Experimenten (bei denen zunächst die zu erwartenden Parameter abgeschätzt werden müssen, um einen sinnvollen Aufbau zu gewährleisten) oder bei aktueller theoretischer Forschung.

#### 4.4.1 Aufbau von Problemlöseprozessen

In der Psychologie werden nach JOHN ANDERSON Problemlöseprozessen - unabhängig davon, auf welches Fachgebiet sie sich beziehen oder wie komplex sie sind - drei essentielle Merkmale zugeordnet, die bezeichnend für derartige Prozesse sind und die die bereits erwähnte Definition von SMITH ergänzen [And13, S. 164]:

- Zielgerichtetheit: Im Zuge des Problemlöseprozesses wird systematisch auf ein bestimmtes Ziel hingearbeitet, dies deckt sich mit der zielgerichteten Analyse und Argumentation von SMITH.
- Zerlegung in Teilziele: Um das Gesamtziel zu erreichen, werden Zwischenziele identifiziert und abgearbeitet.
- Anwendung von Operatoren: Operatoren sind Handlungen, die „den vorliegenden Problemzustand in einen anderen Problemzustand“ transformieren.

Durch die Anwendung der Operatoren können Teilziele erreicht werden, die zum Gesamtziel führen.

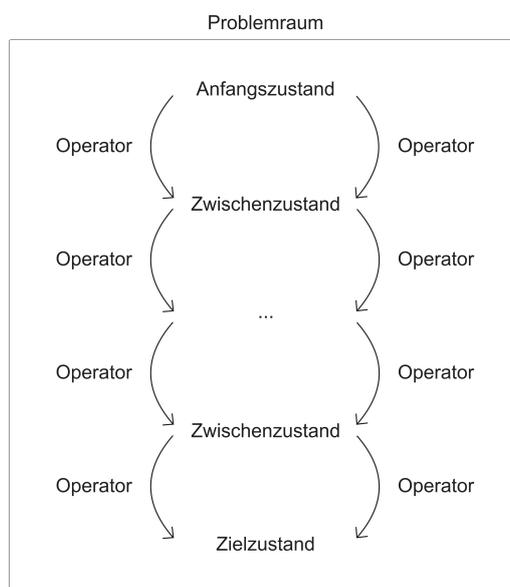
Um ein Problem formal korrekt beschreiben zu können, wurden von NEWELL und SIMON 1972 einige Begriffe eingeführt. Ein Problem besteht aus dem *Anfangszustand*, die „unvollständige Information oder die unbefriedigende Zustandslage“ [GZ15, S. 311], die die Ausgangslage darstellt, dazu aus dem *Zielzustand* - der Information oder dem Zustand, den man erreichen möchte - sowie der Menge an Operatoren, die nötig sind, um vom Anfangs- den Zielzustand zu erreichen. Alle möglichen Zustände (das heißt Anfangs- und Endzustand, aber auch alle möglichen Zwischenzustände) bilden zusammen mit den Operatoren den *Problemraum* (vgl. auch Abb. 4.10 und - im Falle eines komplexeren Problems - Abb. 4.11).

Als Analogie findet sich in der Literatur sowohl bei ZIMBARDO als auch bei ANDERSON der Weg durch ein Labyrinth: Das Labyrinth selbst entspricht dem Problemraum, der Anfangszustand dem aktuellen Standort und der Zielzustand dem Ausgang. Sämtliche Orte, an denen man im Labyrinth stehen kann, bilden die Zwischenzustände. Die möglichen (erlaubten) Richtungsänderungen sind die Operatoren.

Sind alle Elemente des Problems genau festgelegt, so handelt es sich um ein „wohldefiniertes Problem“, sind sie nur unzureichend genau, ist es ein „schlecht definiertes Problem“ [GZ15, S. 312]. Aufgaben aus Schulbüchern sind im Allgemeinen wohldefiniert, als Beispiel sei hier eine Aufgabe aus einem Schulbuch Physik für die Sekundarstufe II (NRW) skizziert (Schroedel-Verlag):

Ein Po-210-Präparat hat die Aktivität 3000 Bq. Bestimme sie zwei Jahre zuvor [OBD15, S. 193, A5].

Der Anfangszustand ist der beschriebene Zustand - ein Präparat mit einer gegebenen Aktivität. Der Zielzustand ist es, zu wissen, wie hoch die Aktivität vor zwei Jahren war. Dazu stehen diverse, definierte Operatoren zu Verfügung, unter anderem der Operator „Halbwertszeit von Po-210 nachschauen“, dazu (je nach Kenntnisstand der Lernenden) verschiedene Operatoren zur Ermittlung der Aktivität vor zwei Jahren, etwa die Anwendung des Zerfallsgesetzes (mit dem zugehörigen mathematischen Apparat) oder eine zeichnerische Lösung. Die Lösungsmöglichkeiten



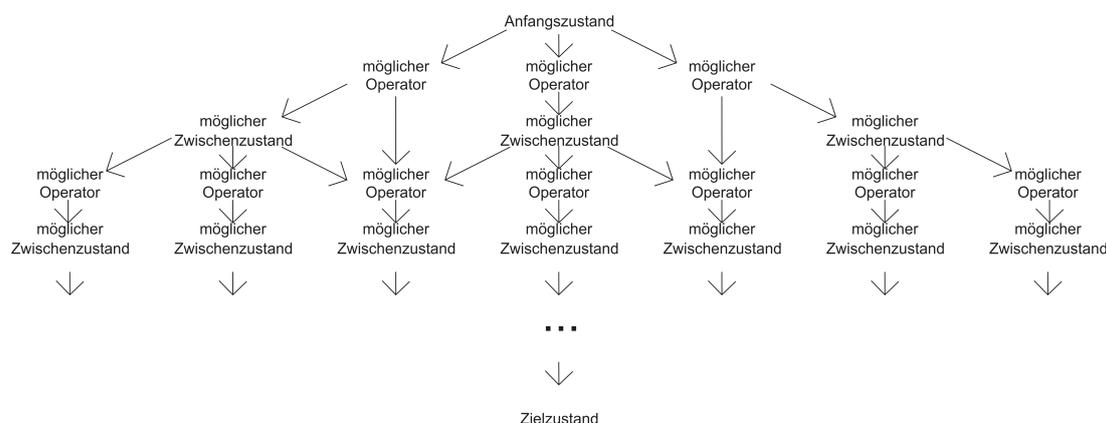
**Abbildung 4.10:** Der Aufbau eines (linear ablaufenden) Problemlöseprozesses mit den Bestandteilen Anfangszustand, Zwischenzustand, Zielzustand und Operator, die zusammen den Problemraum bilden. Sind alle Bestandteile eindeutig, so handelt es sich um ein wohldefiniertes, andernfalls um ein schlecht definiertes Problem.

lassen nur definierte Zwischenzustände zu (auch bei fehlerhaften Umformungen sind die Zwischenzustände definiert). Somit ist der gesamte Problemraum eindeutig und das Problem ist wohldefiniert.

Dagegen ist das Verfassen eines Romans kein wohldefiniertes Problem. Der Anfangszustand „der Roman ist noch nicht verfasst“ und der Zielzustand „der Roman ist fertig“ sind eindeutig definiert, allerdings gibt es keine eindeutigen Operatoren, mit denen das Problem gelöst werden kann - andernfalls könnten auch Computer systematisch Romane schreiben, hier ist aber Kreativität nötig. Ebenso sind die Zwischenzustände nicht eindeutig, da mit jedem neuen Wort ein neuer Zwischenzustand erreicht wird (vgl. auch [GZ15, S. 312]).

#### 4.4.2 Epistemic games

Bei wohldefinierten, wenig komplexen Problemen ist es oftmals einfach, den Zielzustand zu erreichen. Hier gibt es wenige Operatoren und damit wenige infrage kommende Zwischenzustände. Bei komplexen Problemen - auch wenn sie wohlde-



**Abbildung 4.11:** Ein Flussdiagramm eines komplexeren Systems mit einer größeren Anzahl möglicher Operatoren und dementsprechend auch mit einer großen Anzahl an möglichen Zwischenzuständen, die nicht linear abgearbeitet werden müssen.

finiert sind - oder bei schlecht definierten Problemen ist die Auswahl an Operatoren und Zwischenzuständen häufig größer, so dass es schwierig ist, systematisch einen Weg zum gewünschten Ziel zu finden. Um dies zu vereinfachen, kann man Zwischenziele definieren, die zunächst erreicht werden sollen und das komplexe Problem somit auf weniger komplexe Teilprobleme herunter brechen oder das Problem zunächst zu veranschaulichen. Ein Hilfsmittel dazu sind die so genannten *epistemic games*.

In einer Studie haben Tuminaro und Redish sechs epistemic games - erkenntnistheoretische Spiele, in Anlehnung an die Sprachspiele nach WITTGENSTEIN - identifiziert. Ein solches „Spiel“ ist ein mehr oder weniger komplexer Satz von Regeln und Strategien, der bei der Lösung eines Problems angewendet wird. Definiert wurde der Begriff von COLLINS und FERGUSON [CF93]. Eine aktuelle psychologische Definition des allgemeinen Begriffes „game“ findet sich bei MARKAUSKAITE und GOODYEAR:

A game is a form of action that entangles rules of thought and rules of culture with affordances and constraints, symbolic inscriptions and the physical world [MG17].

Diese Definition umfasst also nicht nur intellektuelle, sondern auch kulturelle Regeln, über die mit Affordanzen<sup>8</sup> und Beschränkungen mit der physikalischen Welt interagiert werden kann. Mit dem Zusatz „epistemic“ ergeben sich also Handlungen, bei denen mithilfe erkenntnistheoretischer Hilfsmittel mit der physikalischen Welt interagiert werden kann, was einen Erkenntnisgewinn ermöglicht.

Im Unterschied zu Theorien und Modellen, die relativ spezifische Bereiche abdecken - auch im Falle einer GUT würde von der Theorie „nur“ die Physik behandelt - stellen die epistemic games die deutlich allgemeineren Methoden dar, mit denen verschiedenste Fragestellungen bearbeitet werden können, unabhängig vom Themengebiet.

Als eine wesentliche Aufgabe dieser erkenntnistheoretischen Spiele stellen die Autoren die Frage nach der „Natur“ einer Sache heraus. Wichtige Elemente sind dabei unter anderem das Vergleichen und Gegenüberstellen, Kosten-Nutzen-Vergleiche und das Bilden hierarchischer Strukturen. So wird die untersuchte Sache in ihre Bestandteile hinunter gebrochen und Beziehungen und Unterschiede der verschiedenen Teile werden betrachtet. Mithilfe derartiger Techniken können Probleme zerlegt und analysiert werden. Damit wird ein wesentlicher Aspekt eines Problemlöseprozesses - die Zerlegung in Teilziele (Seite 49) erleichtert.

Als einfachstes Beispiel stellen COLLINS und FERGUSON das Erstellen einer Liste vor, um eine Frage zu beantworten.

### 4.4.3 Die Liste als Beispiel eines epistemic games

Es gibt verschiedene Formen von Listen, die - je nach Fragestellung - aufgestellt werden können. Listen können etwa einfache Aufzählungen sein (als Vorgriff auf Kapitel 6 sollen hier als Beispiel die möglichen Typen stabiler Himmelskörper im Universum dienen), oder es können Vergleichslisten sein (Vergleich der Eigenschaften der Himmelskörper). Wenn die Elemente der Liste dabei nicht einfach nachgeschaut, sondern erarbeitet werden müssen, findet ein erkenntnistheoretischer Prozess statt [CF93].

---

<sup>8</sup>Hierbei handelt es sich um die „Bezeichnung für den unmittelbar in der Wahrnehmung gegebenen handlungsauffordernden Charakter bestimmter Umweltgegebenheiten“ [Day17], so „lädt“ ein Stuhl zum Sitzen ein.

Als „Regeln“ haben die Autoren in ihrem Artikel fünf Normen für das Aufstellen von Listen festgelegt:

- Gleichheit: Alle Elemente der Liste sollten einer ähnlichen Form beziehungsweise gleichen Voraussetzungen genügen, so dass eine Vergleichbarkeit gewährleistet ist.
- Abdeckung: Alle (relevanten) Möglichkeiten oder Fälle sollten abgedeckt sein.
- Deutlichkeit: Alle Elemente sollten eindeutig sein, das heißt, Überlappungen sollten vermieden werden.
- Vielzahl: Die Liste sollte aus mehr als einem Element bestehen, andernfalls ist die Liste das falsche Werkzeug
- Kürze: Kurze Listen führen eher zu präziseren Antworten zu einer Fragestellung und sind daher zu bevorzugen.

Stellt man nun die Frage, welche stabilen Himmelskörper im Universum existieren (können), so kann man zunächst beispielsweise mit einer kurzen Liste starten, die aus lediglich drei Elementen besteht:

- Gravitationsdominierte, näherungsweise kugelförmige Himmelskörper (beispielsweise Sterne, Planeten, große Monde, kompakte Objekte, ...)
- Unregelmäßig geformte Himmelskörper (beispielsweise Asteroiden, Meteore, kleine Monde, ...)
- Schwarze Löcher

Die Kategorien *Gleichheit* (alle Elemente sind Himmelskörper), *Abdeckung* (nach dem aktuellen Stand der Forschung ist alles abgedeckt - runde Körper, unregelmäßige Körper und Schwarze Löcher als Sonderfall, bei dem physikalisch keine Aussage über die Form gegeben werden kann). *Vielzahl* und *Kürze* sind eindeutig erfüllt. Lediglich die Kategorie *Deutlichkeit* ist schwieriger zu bestimmen, da der Übergang von unregelmäßig geformten zu kugelförmigen Himmelskörpern fließend ist. Eine mögliche Abschätzung für eine Grenze bietet WEISSKOPF in seinem Artikel „Of Mountains, Atoms and Stars“, indem der Radius eines Himmelskörpers

**Tabelle 4.3:** Gravitationsdominierte Himmelskörper mit den zugehörigen Gegendrücken.

Himmelskörper	Gegendruck
Gesteinsplanet/Mond	Druckfestigkeit des Gesteins
Gasplanet	Elektrostatischer Druck
Brauner Zwerg	thermischer Entartungsdruck
Leichter Stern	Gasdruck
Schwerer Stern	Strahlungsdruck
Kompaktes Objekt	relativistischer Entartungsdruck

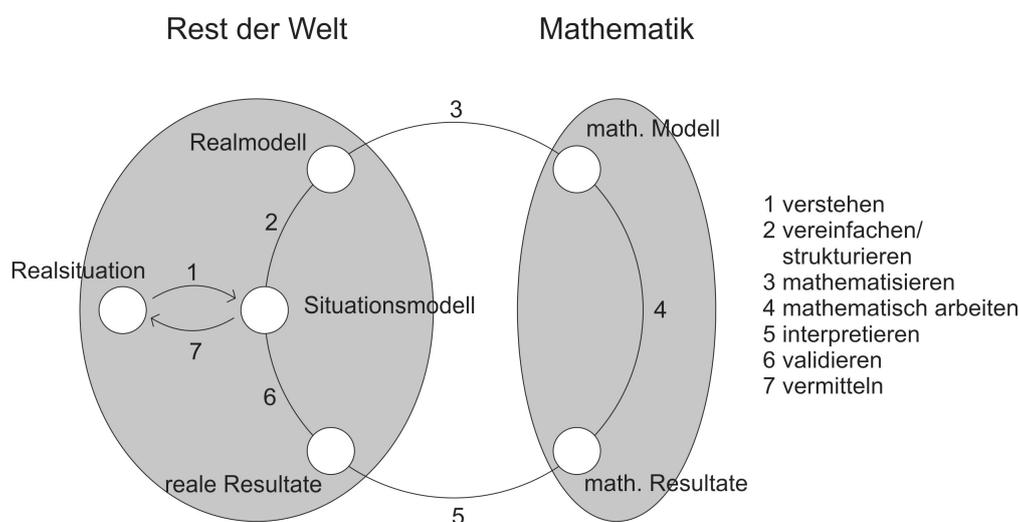
in Relation zur Höhe seiner höchsten Berge gesetzt wird [Wei75]. Nichtsdestotrotz ergibt sich dabei keine feste Grenze.

Für die Himmelskörper, die zur ersten Kategorie gehören, werden in Kapitel 6 Abschätzungen vorgestellt, mit denen Eckparameter bestimmt werden können. Dafür wird jedem Typ eines Himmelskörpers ein Gegendruck zugeordnet, der der Gravitation entgegen wirkt. Ohne Beobachtungen könnte man sich theoretisch überlegen, welche Formen von Gegendrücken möglich wären, und damit die gängigen Typen von Himmelskörpern bestimmen (vgl. Tab. 4.3) und eine weitere Liste erstellen, bei der zusätzlich die Eigenschaft „Gegendruck“ als Vergleichseigenschaft hinzugezogen wird.

Man kann sich theoretisch beliebige weitere Gegendrücke vorstellen und die Liste erweitern, etwa mit hypothetischen rotationsstabilisierten Himmelskörpern.

## 4.5 Schwierigkeiten Lernender beim Modellieren

Gerade in der Mathematikdidaktik haben so genannte Modellierungskreisläufe eine lange Tradition. Diese sollen die intellektuellen Vorgänge, die bei einer Modellierung ablaufen, darstellen. Zu beachten ist, dass es sich auch bei dem Kreislauf selbst um ein Modell handelt - es ist also eine idealisierte Vorstellung, wie ein Modellierungsprozess durchlaufen wird. Beispielhaft soll hier der Kreislauf nach BLUM vorgestellt werden, an dem einige Hürden bei der mathematischen Modellierung identifiziert werden können (vgl. Abb. 4.12). Für Schülerinnen und Schüler



**Abbildung 4.12:** Der siebenstufige Modellierungskreislauf nach Blum, nach [BGK13, S. 18].

ist dieser Kreislauf meistens zu komplex, um die eigenen Modellierungsfähigkeiten kritisch betrachten zu können, für Lehrende kann er jedoch eine gewinnbringende Hilfestellung darstellen [Hin12, S. 19].

Vorangestellt sei, dass empirische Studien gezeigt haben, dass der Kreislauf in der Praxis nicht exakt so durchlaufen wird, wie von BLUM dargestellt. Vielmehr spielt eine deutlich größere Anzahl von Zwischenschritten eine wesentliche Rolle, zwischen denen Schülerinnen und Schüler immer wieder hin und her springen, und zwar innerhalb der „idealen“ mathematischen Welt wie auch zwischen der „realen“ Welt und der Mathematik. Nichtsdestotrotz stellen die im Kreislauf abgebildeten Zwischenschritte einen starken Hinweis auf potentielle Fehlerquellen dar [KSB12].

In dem Modellierungskreislauf wird insbesondere zwischen dem „Rest der Welt“ - der natürlich nur einen Ausschnitt aus der realen Welt darstellt - sowie der Mathematik unterschieden. Im Folgenden sollen die einzelnen Zwischenschritte beim Erkenntnisprozess sowie die Wege dazwischen kurz erläutert werden (vgl. auch [Hin12] und [BGK13, S. 19]):

**Verstehen** Im ersten Schritt wird aus einer Realsituation, die beispielsweise in Form einer Aufgabe gestellt wird, ein eigenes mentales Modell - das Situationsmo-

dell - konstruiert, das zum Verständnis der Fragestellung beiträgt. Dabei soll der gegebene Text in eine Vorstellung des Lernenden transferiert werden. Ist beispielsweise nach der Grenzmasse eines Weißen Zwerges gefragt (vgl. Kap. 6.2.6), so soll aus dem Text das „Bild“ eines Weißen Zwerges transferiert werden.

**Vereinfachen/Strukturieren** Hier soll aus dem Situationsmodell ein Realmodell entwickelt werden. Anders als dieser Begriff nahelegt, handelt es sich beim Realmodell keineswegs um die Realität, sondern bereits um ein Abbild, bei dem Elemente der Realität weggelassen werden. Dazu werden wichtige von unwichtigen Informationen getrennt und ein solches Modell gebildet, bei dem die zur Verfügung stehende Mathematik greifen kann. Im Fall des Weißen Zwerges wäre ein mögliches Realmodell eine Kugel, deren Volumen sich aus dem benötigtem Volumen ihrer Einzelteile zusammensetzt.

**Mathematisieren** Hier erfolgt der Übergang zu einem mathematischen Modell, indem das idealisierte Realmodell in mathematischen Termen, Funktionen, Diagrammen oder ähnlichem ausgedrückt wird. So wird etwa das Volumen der Kugel mit dem Radius  $R$  mit  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$  angegeben.

**Mathematisch Arbeiten** Es wird innerhalb der Mathematik nach ihren Regeln gearbeitet, um das gesuchte Resultat zu bestimmen. Im Beispiel werden also die Abhängigkeiten nach der Masse  $M$  umgeformt und diese berechnet.

**Interpretieren** Die berechneten Ergebnisse - bisher nur Zahlenwerte, Funktionen oder ähnliches - werden auf die Realsituation bezogen interpretiert. So wird der zuvor bestimmte Wert  $M$  als Masse interpretiert.

**Validieren** Die interpretierten realen Resultate werden im Situationsmodell auf Plausibilität überprüft. Gegebenenfalls müssen Änderungen am Realmodell oder im innermathematischen Bereich vorgenommen werden. Ein Resultat von beispielsweise zwei Kilogramm wäre nicht plausibel als Grenzmasse eines Weißen Zwerges,

zwei Sonnenmassen dagegen lägen - je nach Modellierung - in einer realistischen Größenordnung.

**Vermitteln** Wurden die Resultate positiv validiert, so werden sie auf die Realsituation angewandt und damit die Ausgangsfrage beantwortet. So könnte die Frage nach der Massengrenze mit etwa zwei Sonnenmassen beantwortet werden.

Es zeigt sich, dass Lernende in jedem dieser Schritte Schwierigkeiten haben, weswegen Lehrerinnen und Lehrer diese Schritte intensiv einüben sollten, um auf der einen Seite die auftretenden Probleme zu identifizieren und auch die einzelnen Teilschritte gezielt schulen zu können [BGK13, S. 19].

## Kapitel 5

# Astrophysikalische Elementarisierungen: Welche Themen? Welche Struktur?

In der bereits in der Einleitung angesprochenen ROSE-Studie [SS10; Els07] zeigt sich deutlich, dass Astronomie und Astrophysik sowohl bei Mädchen als auch bei Jungen ein überdurchschnittliches Interesse hervorrufen. Gerade Jungen interessieren sich für astrophysikalische Themen - insbesondere die spektakulären Phänomene - aber auch bei Mädchen finden sich Aspekte aus der Astrophysik unter den vorderen Plätzen. Speziell auch bisher ungeklärte Fragen, die die Astrophysik häufig zu bieten hat, sind für beide Geschlechter nahezu gleich interessant (der Mittelwert auf einer vierstufigen Skala beträgt bei Mädchen 3,3 und bei Jungen 3,2, vgl. Tab. 5.1). Vor allem bei diesen Themen stellt sich dann aber die Frage, wie eine adäquate Behandlung mit den verfügbaren mathematischen und physikalischen Mitteln möglich ist - ein Problem, das nicht nur in der Schule, sondern auch in den ersten Semestern eines Physikstudiums besteht.

**Tabelle 5.1:** Die 10 interessantesten Themen für Mädchen und Jungen, nach [Els07, S. 6]. Die fett gedruckten Themen stehen in direktem oder indirektem Zusammenhang mit der Astronomie oder Astrophysik.

	<b>Was Mädchen interessiert</b>	<b>MW</b>	<b>Was Jungen interessiert</b>	<b>MW</b>
1	Warum wir im Schlaf träumen und was die Träume bedeuten können	3,5	Wie eine Atombombe funktioniert	3,3
2	Was wir über Krebs wissen und wie man ihn behandeln kann	3,4	<b>Wie sich Schwerelosigkeit im All anfühlt</b>	<b>3,3</b>
3	Wie man Erste Hilfe leisten kann und medizinische Ausrüstung benutzt	3,4	<b>Schwarze Löcher, Supernovae und andere spektakuläre Phänomene im Weltall</b>	<b>3,2</b>
4	Was wir über Aids/HIV wissen und wie die Verbreitung kontrolliert werden kann	3,4	Wie Computer funktionieren	3,2
5	<b>Wie es sich anfühlt, schwerelos im All zu schweben</b>	<b>3,3</b>	<b>Phänomene, die Wissenschaftler bisher nicht erklären konnten</b>	<b>3,2</b>
6	Wie unterschiedliche Drogen auf den Körper wirken	3,3	<b>Wie Meteoriten, Kometen oder Asteroiden auf der Erde Katastrophen auslösen</b>	<b>3,2</b>
7	<b>Phänomene, die Wissenschaftler bisher nicht erklären konnten</b>	<b>3,3</b>	Explosive Chemikalien	3,2
8	Wie Alkohol und Nikotin den Körper beeinflussen können	3,3	Wie unterschiedliche Drogen auf den Körper wirken	3,2
9	Wie man trainieren muss, um fit und gesund zu bleiben	3,3	Wie man Erste Hilfe leisten kann und medizinische Ausrüstung benutzt	3,1
10	Geschlechtskrankheiten, und wie man sich davor schützen kann	3,2	Sexualität und Fortpflanzung	3,1

## 5.1 Elementarisierung und didaktische Reduktion

Um diese Themen überhaupt behandeln zu können, ist eine erhebliche *Elementarisierung* notwendig. Dabei soll sich auf die Definition von KIRCHER berufen werden, wo der Begriff der *didaktischen Reduktion* als äquivalent dazu betrachtet wird. Dort heißt es:

Schwierige Begriffe und komplexe Geräte müssen zunächst elementarisiert, das heißt so vereinfacht werden, dass sie von einer bestimmten Adressatengruppe gelernt werden können. Dabei darf der physikalische Sinn eines Begriffs nicht verfälscht, die Funktionsweise eines Gerätes nicht auf falsche physikalische Grundlagen bezogen und nicht trivialisiert werden. Dieser Vorgang des Vereinfachens und Zerlegens soll zu kleineren *Sinneinheiten* führen, die dann im Verlauf des Unterrichts wieder aneinander gefügt werden [KGH15, S. 109].

Dabei ist jedoch darauf zu achten, dass die Elementarisierungen jederzeit *richtig* und *erweiterbar* - bei KIRCHER unter *fachgerecht* zusammengefasst [KGH15, S. 111] - werden. Wissenschaftliche Vollständigkeit im Sinne der Betrachtung sämtlicher Effekte und Parameter ist dagegen nicht zwangsweise notwendig und in den meisten Fällen nicht möglich.

Da eine sinnvolle Elementarisierung nur möglich ist, wenn der Kenntnisstand der Lernenden bekannt ist (*schülergerecht* [KGH15, S. 112]), können hier keine allgemeingültigen Vorschläge für die Schule gemacht werden. Damit Lehrerinnen und Lehrer diese Themen für ihren Unterricht entsprechend elementarisieren können, müssen sie zunächst selbst (grundlegende) Kenntnisse haben. Die in den folgenden Kapiteln präsentierten Elementarisierungen sollen dies leisten und Lehrenden die Möglichkeit geben, ausgewählte Beispiele zu geben, um die notwendigen Grundlagen für eine adäquate Anpassung der Inhalte an die jeweiligen Lerngruppen zu ermöglichen [KGH15, S. 112].

Weiterhin sollen die Elementarisierungen *zielgerecht* [KGH15, S. 113] sein. Dazu stellt sich zunächst die Frage, welche Inhalte von einem bildungstheoretischen Standpunkt aus vermittelt werden sollen (vgl. Kap. 5.2). Es stellt sich nicht nur die Frage nach einem Alltagsbezug, auch motivationspsychologische und wissen-

**Tabelle 5.2:** Kriterien für eine angemessene Elementarisierung in der Schule, nach [KGH15, S. 111 - 113].

fachgerecht	schülergerecht	zielgerecht
- fachlich angemessen	- angemessener	- didaktische Relevanz
- ohne Umlernen	Umgang mit	- bildungstheoretische
erweiterbar	Alltagsvorstellungen	Aspekte
- nicht zwangsweise	- angepasst auf	- Entwicklung eines
vollständig	Vorwissen und	adäquaten Weltbildes
	Verständnis	- Motivationspsychologie
		- Alltagsbezug

schaftstheoretische Aspekte, die entscheidend zu einem modernen Weltbild beitragen, sind hierbei relevant.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die vorgestellten Überlegungen das Ziel haben, eine physikalisch und erkenntnistheoretische Modellbildung vorzunehmen. Die elementarisierten Modelle sollen funktionieren - das heißt, Ergebnisse liefern, die in einer plausiblen Größenordnung liegen und die sich mit Beobachtungen vereinbaren lassen. Alle Aspekte der Realität und aktueller Forschungsmodelle müssen und können dabei nicht abgebildet werden. Nichtsdestotrotz sollen die Modelle den Regeln der Modellbildung genügen (vgl. dazu Kapitel 4).

## 5.2 Bildungstheoretische Betrachtung unter dem Fokus erkenntnistheoretischer Gesichtspunkte

Unter dem im vorherigen Abschnitt angesprochenen Aspekt der *Zielgerichtetheit* muss die Frage gestellt werden, was im Schulunterricht behandelt werden sollte. Dabei sind im Wesentlichen zwei Aspekte relevant (vgl. auch Tab. 5.2): Bildungstheoretische Relevanz als Kombination von didaktischer Relevanz und bildungstheoretischen Aspekten sowie motivationspsychologische Überlegungen, die sich an den Wünschen und Interessen der Lernenden orientieren. Doch auch die *Schülergerichtetheit* muss beachtet werden - wichtig ist dabei insbesondere die Anpassung an vorhandenes Wissen.

**Bildungstheoretische Relevanz** Die Astronomie und damit verknüpft die Suche nach dem „richtigen“ Weltbild ist eine der ältesten Wissenschaften der Menschheit. Durch die Verbindung mit den mathematischen Methoden der Physik im siebzehnten Jahrhundert und den experimentellen Methoden der Physik im neunzehnten Jahrhundert (Spektralanalyse und Photometrie) entstand die Astrophysik, auf deren Forschungsergebnissen große Teile des menschlichen Wissens über das Universum und seine Bestandteile beruhen. Während sie für den Alltagsbezug der Lernenden - abgesehen von eventuell vorhandenem persönlichem Interesse - wenig relevant ist, spielt sie im Kanon menschlicher Erkenntnis und menschlichem Wissen eine große Rolle. Ohne Astrophysik kann der (grundlegende) Aufbau von Sonnensystem und Universum nicht nachvollzogen werden, so dass ein wesentlicher Teil eines adäquaten, modernen Weltbildes fehlen würde. In der Denkschrift der Deutschen Forschungsgemeinschaft zu Status und Perspektiven der Astronomie in Deutschland 2003-2016 wird sowohl der motivierende als auch der zum Weltbild beitragende Aspekt der Astronomie - was sich auch auf die Astrophysik übertragen lässt - wie folgt beschrieben:

Astronomie ist sehr populär; das Fach zählt mit zu den Zugpferden, welche junge Menschen für das Studium der Physik begeistern. Die Faszination naturwissenschaftlicher Forschung lässt sich durch die Astronomie besonders eindrucksvoll demonstrieren, auch weil die Fragen nach dem Ursprung und der Entwicklung des Universums einen zentralen Aspekt unseres Weltbildes darstellen. [Mor03, S. 190]

So hat die Astrophysik zu der Überzeugung geführt, dass die auf der Erde geltenden Naturgesetze überall im Universum gelten. Mit zunehmend komplexer werdenden Modellen können beobachtete Objekte mithilfe der nach den hiesigen Naturgesetzen entwickelten Theorien immer präziser beschrieben werden, aber auch verhältnismäßig einfache Modelle können schon treffende Ergebnisse liefern, wie die folgenden Kapitel zeigen werden. Um dies für Lernende verständlich zu machen, müssen dabei bekannte physikalische Gesetze verwendet werden (schülergerecht). Doch auch die Erkenntnis, welche Arten von Objekten das Universum bevölkern und insbesondere, dass diese nicht in beliebigen und zufälligen Formen und Größen existieren können, ist von zentraler Bedeutung. Die Existenz dieser Himmelskörper

ist an deterministische, physikalische Gesetze gebunden und diese können nicht - wie manchmal in Science-Fiction-Werken zu sehen - beliebige Größen und Formen annehmen.

Doch auch Erkenntnisse, die das alltägliche Leben stärker betreffen, können mithilfe der Astrophysik gewonnen werden. So ist das Universum von Entwicklungsgesetzen geprägt, die verglichen mit dem menschlichen Leben einen statischen Eindruck erwecken, in Wahrheit vor dem Hintergrund angepasster Zeitskalen aber hochdynamische Vorgänge zum Ausdruck bringen.<sup>1</sup> Diese Entwicklungsprozesse betreffen in erster Linie Sterne und die darin synthetisierten Elemente - nach der Entstehung des Universums waren zunächst nur Wasserstoff, Helium und Spuren von Lithium vorhanden. Schwerere Elemente, aus denen sowohl die Erde (Eisen, Sauerstoff, Silizium und andere Elemente) als auch Menschen (Kohlenstoff) bestehen, wurden erst durch Kernfusion in den ersten Sternen erzeugt. Da ein Leben auf einem Planeten ohne die Energie eines Zentralgestirns nicht denkbar ist, ist auch die Frage nach den Möglichkeiten zur Entwicklung von Leben unmittelbar mit der Entwicklung von Sternen verknüpft.

**Verfügbares Wissen** Bereits angesprochen wurde die Anpassung auf das vorhandene Wissen der Lernenden. Um physikalische Sachverhalte verstehen zu können, werden sowohl grundlegendere physikalische Elemente, auf denen neue Erkenntnisse aufbauen sollen, als auch mathematische Kenntnisse benötigt, um Berechnungen durchzuführen. Welche Grundlagen dabei zur Verfügung stehen, bestimmt, auf welchem Level man elementarisieren kann.

Ohne mathematische und physikalische Grundlagen lässt sich beispielsweise die Physik eines Sterns nur phänomenologisch sehr grundlegend beschreiben, etwa als heiße Gaskugel, die aufgrund ihrer Hitze glüht - wie ein Stück Eisen in der Schmiede - und dabei je nach Temperatur genau wie das Metall seine Farbe ändert (*Analogiebildung*, vgl. Abb. 5.1). Für weiterführende Beschreibungen sind zunächst physikalische Grundlagen (etwa Kernfusion als Energiequelle oder das ideale Gasgesetz als gut funktionierende Modellierung) notwendig - Kenntnisse, die hier vorausgesetzt

---

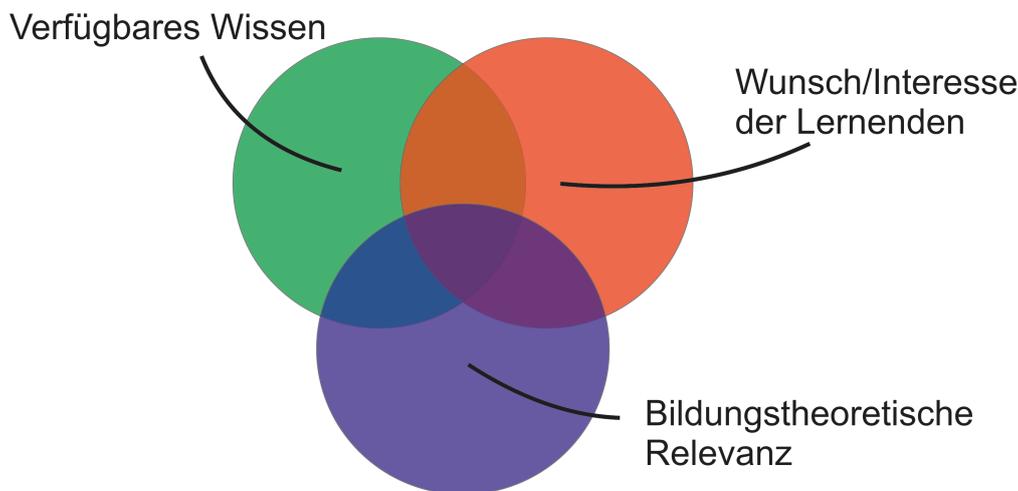
<sup>1</sup>In den meisten Fällen handelt es sich hier um Millionen bis Milliarden von Jahren, lediglich spezielle Ereignisse wie Supernovae oder das Verschmelzen zweier massiver Objekte ereignen sich in für menschliche Verhältnisse kurzen Zeitspannen.



**Abbildung 5.1:** Ein Stück glühendes Eisen als Analogie zu einem leuchtenden Stern und damit als erster Erklärungsansatz.

werden können, in der Schule jedoch nicht bei jeder Lerngruppe bekannt sind. Für theoretische Modellierungen sind weiterhin mathematische Kenntnisse unabdingbar. Für die meisten in den folgenden Kapiteln vorgestellten Modelle reichen elementare Rechenoperationen (Grundrechenarten, Bruchrechnung und Potenzrechnung), bei den komplizierteren Überlegungen sind jedoch auch Differenzial- und Integralrechnung notwendig - Kenntnisse, die in der Schule erst am Ende der Schulzeit gelehrt werden.

**Schnittmenge** Als Lehrstoff prädestiniert sind Inhalte, die sowohl die beiden angesprochenen Aspekte „bildungstheoretische Relevanz“ und „verfügbares Wissen“ erfüllen, als auch das Interesse der Lerngruppe wecken. Die folgenden Kapitel sollen Möglichkeiten vorstellen, Inhalte im Zentrum dieser Schnittmenge zu behandeln (vgl. Abb. 5.2), wobei zu beachten ist, dass das verfügbare Wissen in Form der physikalischen und mathematischen Grundlagen auf Abiturwissen basiert und daher von Lehrenden gegebenenfalls noch stark auf die jeweilige Zielgruppe ange-



**Abbildung 5.2:** Schnittmenge zwischen verfügbarem Wissen (grün), für die Lernenden interessanten Themen (rot) und bildungstheoretisch relevanten Themen (blau) als Mengendiagramm. Ein Ziel dieser Arbeit ist die Präsentation von Inhalten in der Schnittmenge der drei Kreise.

passt werden muss.

### 5.2.1 Begründete Auswahl der Modelle

Die in den folgenden Kapiteln vorgestellten Modelle sollen die elementare Beschreibung von Grundzügen der stellaren Physik, ihrer Entwicklung sowie den Einfluss von Sternen auf die Möglichkeiten der Entwicklung des Lebens ermöglichen.

Dabei wird darauf geachtet, dass möglichst wenig Wissen benötigt wird, das über die Inhalte der physikalischen Grundvorlesungen der ersten Semester - und weitestgehend auch über die Inhalte des Abiturs - hinausgeht. Mathematisch soll größtenteils auf Abiturniveau gearbeitet werden. Dies ermöglicht Lehrenden einen einfachen Einstieg in die Modelle und dementsprechend Möglichkeiten zur Anpassung und Anwendung im eigenen Unterricht.

Die motivierenden Aspekte der Astrophysik für Lernende wurden bereits angesprochen, ebenso wie die bildungstheoretische Relevanz - insbesondere für den Entwicklungsgedanken.

Die in Kapitel 6 vorgestellten Möglichkeiten zur Modellierung stabiler Himmelskörper gewähren auf der einen Seite einen elementaren Zugang zur Beschreibung eines

großen Teils der verschiedenen Typen stabiler Himmelskörper im Universum - und damit zur Beschreibung großer Teile des Universums, das die Menschheit umgibt. Gleichzeitig wurden die einzelnen Himmelskörper darin so gewählt, dass sich eine Verknüpfung der wichtigsten, in der Schule behandelten, Themenfelder ergibt: Mechanik als Grundlage aller Körper, Elektrostatik für Gasplaneten, Thermodynamik für Hauptreihensterne und Quantenmechanik für Weiße Zwerge, Neutronensterne und (wieder in Kombination mit der Thermodynamik) für Braune Zwerge.

In Kapitel 7 werden Aspekte der Entstehung von Sternen sowie statistische Überlegungen zur Massen- und Leuchtkraftverteilung der Sterne im Universum vorgestellt. Gerade die Überlegungen zur Verteilung zeigen auch, dass die Entwicklung der Sterne einen großen Einfluss darauf hat, welche von ihnen man im Universum findet und dass die Entwicklung noch nicht abgeschlossen ist - in einigen Milliarden Jahren wird sich die Verteilung deutlich geändert haben. Es wird also gezeigt, dass eine statische Betrachtungsweise des Universums diesem nicht gerecht wird und dass Entwicklungsprozesse ein wesentlicher Bestandteil der stellaren Physik sind.

Kapitel 8 zeigt schließlich auf, wie die Frage nach der Möglichkeit von Leben auf anderen Planeten beantwortet werden *könnte*. Studien zeigen immer wieder, wie motivierend die Frage nach Leben außerhalb der Erde sein kann. Durch die Verknüpfung von Aspekten des biologischen Lebens mit den Gegebenheiten der Sternentwicklung wird aufgezeigt, dass sich Leben nur dann entwickeln kann, wenn Sterne einen solchen Abschnitt ihrer Entwicklung durchlaufen, der die dafür günstigen physikalischen Parameter bietet. Dies ist auch verknüpft mit der so genannten Verweildauer der Sterne in ihrer Hauptreihenphase.

### 5.2.2 Der didaktische Anspruch einer Simulation

Computersimulationen nehmen in der Physik eine wichtige Rolle ein, seitdem es geeignete Rechner gibt. Mit wachsender Leistung wurden die Simulationen zunehmend komplexer, so dass heutzutage Simulationen möglich sind, die sich extrem genau mit Beobachtungen und Experimenten decken. Gerade im Bereich der Astrophysik, in der im Allgemeinen nicht am Objekt experimentiert werden kann, bieten

Simulationen Möglichkeiten, um Modelle zu überprüfen.

Es gibt einige Vorteile, die für den Einsatz von Simulationen sprechen (vgl. [Bos14, S. 13]):

1. Es ist nicht notwendig, mit realen Gegenständen zu experimentieren, wodurch weder für die Gegenstände noch für die Experimentierenden eine Gefährdung entsteht.
2. Die Software kann kostengünstig entwickelt und vervielfältigt werden, so dass in einer Lerngruppe jeder Lernende aktiv arbeiten kann.
3. Es können Situationen simuliert werden, die experimentell unmöglich behandelt werden können - gerade in der Astrophysik.
4. Während bei einem realen Experiment Zeit und Raum für den Auf- und Abbau, die Kalibrierung benötigt wird, können mit einer Simulation - sofern sie einmal geschrieben wurde - schnell Ergebnisse berechnet werden. Weiterhin ist eine Anpassung einzelner Parameter oder sogar der gesamten Situation verhältnismäßig schnell möglich, so dass ein breiteres Spektrum an Situationen abgedeckt werden kann.

Simulationen bieten also eine schnelle, kostengünstige Möglichkeit, um theoretische Modelle zu überprüfen oder Zusammenhänge zu erkennen.

Sie haben jedoch den Nachteil, dass sie programmiert sind und damit auf theoretischen Überlegungen basieren. Für die daraus resultierenden Konsequenzen muss zwischen didaktischen und wissenschaftlichen Simulationen unterschieden werden, die verschiedene Ansprüche und Ziele haben.<sup>2</sup>

Unabhängig davon, ob es sich um eine didaktische oder eine wissenschaftliche Simulation handelt, muss immer bedacht werden, dass eine Simulation auf einem Modell beruht - also einer vereinfachenden Abbildung der Realität [Bos14, S.27].

**Didaktische Simulationen** Didaktische Simulationen sind ein in der Lehre zunehmend eingesetztes Hilfsmittel zur Vermittlung von Inhalten. Aufgrund der in

---

<sup>2</sup>Weitere Formen der Simulation, etwa sicherheits- oder verkehrstechnische Simulationen, sollen hier nicht weiter behandelt werden. Nähere Informationen dazu finden sich beispielsweise in [Bos14].

der Schule nur eingeschränkt vorhandenen Ressourcen Zeit und Geld können so Experimente simuliert werden, die mit realen Experimenten nicht durchgeführt werden können oder - aufgrund von Sicherheitsbestimmungen - dürfen. Der Anspruch einer didaktischen Simulation ist also eine Unterstützung des Lernprozesses von Lernenden, ohne dabei alle Aspekte der simulierten Situation zu berücksichtigen - ähnlich wie elementarisierte theoretische Modelle. Eine Simulation, wie gut sie auch sein mag, garantiert alleine aber keinen Lernerfolg [Gir04] und [KGH15, S. 862]. WIEMANN beschreibt einige Voraussetzungen zum sinnvollen Einsatz von Simulationen [Wie+10] und [KGH15, S. 862]:

1. Die Definition spezifischer Lernziele
2. Ermutigen der Lernenden, sinnvoll und logisch zu argumentieren
3. Aufbau und Verbindung zu vorhandenem Wissen, speziell auch die Ansprache von eventuellen Prä- und Misskonzepten
4. Die Verbindung mit Erfahrungen aus der realen Welt
5. Der Einsatz von produktiven Kooperationen der Lernenden
6. Einer gewissen Freiheit beim Nutzen der Simulationen
7. Nutzen verschiedener Repräsentationsformen, etwa Worte und Diagramme
8. Den Lernenden bei der Kontrolle ihres Verständnisses helfen

Punkt 3 macht deutlich, dass eine Simulation ohne Verständnis der dahinter liegenden Grundlagen wenig effizient ist, da keine Verbindung zu vorhandenem Wissen erstellt werden kann. Die meisten in der Schule eingesetzten Simulationen behandeln - entsprechend den Lehrplänen - experimentell und theoretisch gut verstandene Phänomene, etwa zum Aufbau von Stromkreisen oder zum photoelektrischen Effekt [Wie+10]. Abweichungen zwischen Experiment und Simulation fallen daher gering aus, alle Ergebnisse können mithilfe der bekannten Theorien erklärt werden.

Nichtsdestotrotz können Simulationen in der Lehre keine Experimente ersetzen [KGH15, S. 859], ebenso eignen sie sich nicht als Instrument zur Diagnostik experimenteller Fähigkeiten [STS14]. Fachdidaktisch stellt sich hier die Frage, ob es

bei Simulationen immer möglich sein kann oder muss, zumindest die physikalischen Grundgedanken zu erkennen und die Simulation im Wesentlichen zur Berechnung von Details zu nutzen oder ob es möglich ist, grundlegende Erkenntnisse nur mithilfe der Ergebnisse der Simulation zu gewinnen.

**Wissenschaftliche Simulationen** In der aktuellen Forschung sind Simulationen ein unverzichtbares Hilfsmittel zur Überprüfung von Modellen. Mithilfe von Simulationen können nicht messbare beziehungsweise beobachtbare Details simuliert, die beobachtbaren Konsequenzen daraus berechnet und mit Messungen verglichen werden. Auch im Labor können in den meisten Fällen nicht sämtliche Details vermessen werden.

Betrachtet man etwa die aktuelle Forschung im Bereich der Elementarteilchenphysik am CERN, so werden dort mit großem Aufwand Partikel im Large Hadron Collider - dem aktuell leistungsstärksten Teilchenbeschleuniger der Welt - beschleunigt und kollidieren miteinander. Riesige Detektoren wie der ATLAS-Detektor registrieren die Teilchenbahnen der bei der Kollision entstehenden Partikel, aus denen unter anderem mithilfe von Simulationen Rückschlüsse auf den inneren Aufbau der Teilchen sowie eventuell entstandene, nicht detektierbare<sup>3</sup> zwischendurch entstandene Partikel gezogen werden können. Weichen die Messungen von den Simulationen ab, so deutet dies auf Fehler in dem der Simulation zugrunde liegenden Modell hin. Es muss aber beachtet werden, dass auch passende Ergebnisse zwischen Simulation und Experiment keine Garantie für die Richtigkeit einer Simulation darstellen, da Modelle lediglich falsifiziert, nicht aber endgültig verifiziert werden können.

In der Astrophysik sind im Allgemeinen keine Laborexperimente möglich, so dass nur Beobachtungen und Messungen der Signale weit entfernter Objekte gemacht werden können. Gerade im Bereich der Sternphysik kann fast nur auf Daten der Oberfläche der Sterne, nicht aber auf Daten aus dem Inneren zurückgegriffen werden.<sup>4</sup> Die ersten theoretischen Modelle entstanden im ersten Drittel des zwanzigsten Jahrhunderts von EDDINGTON, diese beschrieben größtenteils den statischen

---

<sup>3</sup>Dies sind beispielsweise Teilchen mit einer extrem kurzen Lebensdauer oder einer niedrigen Wechselwirkungswahrscheinlichkeit mit dem Detektor.

<sup>4</sup>Die Messung von Neutrinos, die etwa bei der Kernfusion im Inneren der Sonne freigesetzt werden, sei davon ausgenommen.

Aufbau der Sterne. Mithilfe von Simulationen können mittlerweile auch dynamische Prozesse, etwa konvektive Bewegungen oder Entstehungs- und Entwicklungsprozesse, mit zunehmender Komplexität modelliert werden. Hier führen die Simulationen mit zunehmender Rechenleistung auch zu Ergebnissen, die nicht verstanden werden. Dabei stellt sich - äquivalent zu den didaktischen Simulationen - die Frage, ob dies eine (wissenschaftliche) Erkenntnis bergen kann oder lediglich eine Folge von falschen Annahmen im Modell oder einer falschen Programmierung der Simulation sein kann.

In der Tat kann eine Simulation bei hochkomplexen Vorgängen, die das menschliche Denken überfordern, einen neuen Erkenntnisgewinn bringen. Insbesondere bei der Frage, ob sich ein Prozess in seiner Endphase chaotisch entwickelt, kann eine Simulation hilfreich sein und zu echten physikalischen Entdeckungen führen, obwohl diese für den Menschen nicht mehr direkt nachvollziehbar sind.

### 5.2.3 Die Notwendigkeit von Beobachtungen

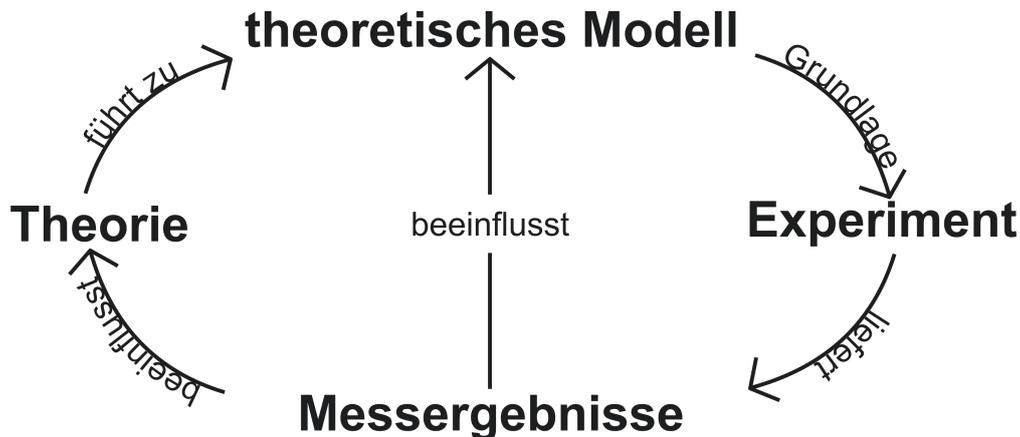
In der Physik entstehen Modelle und Theorien als Wechselspiel zwischen theoretischen Überlegungen und Experimenten, das eine beeinflusst das andere. Theorien führen zu auf ihnen basierenden Modellen, welche wiederum die Grundlagen für Experimente liefern. Mithilfe von Experimenten erhält man Messergebnisse, die dann die verwendeten theoretischen Modelle falsifizieren oder bestätigen<sup>5</sup> oder gegebenenfalls sogar die gesamte Theorie beeinflussen können (vgl. Abb. 5.3). Das Experiment wird dabei gelegentlich als „Frage an die Natur“ bezeichnet [Fis67, S. 110], die möglichst präzise gestellt werden muss, um eine möglichst exakte Antwort zu erhalten. Eine zu allgemeine Frage kann zu keiner präzisen Antwort führen.<sup>6</sup>

In der Astrophysik sind Messungen am direkten Objekt jedoch im Allgemeinen

---

<sup>5</sup>Eine endgültige Verifizierung einer Theorie oder eines Modells ist aus wissenschaftstheoretischer Sicht unmöglich, da nicht alle möglichen Situation überprüft werden können. Somit ist nur eine situationsabhängige Verifizierung im Rahmen der Messungenauigkeit möglich.

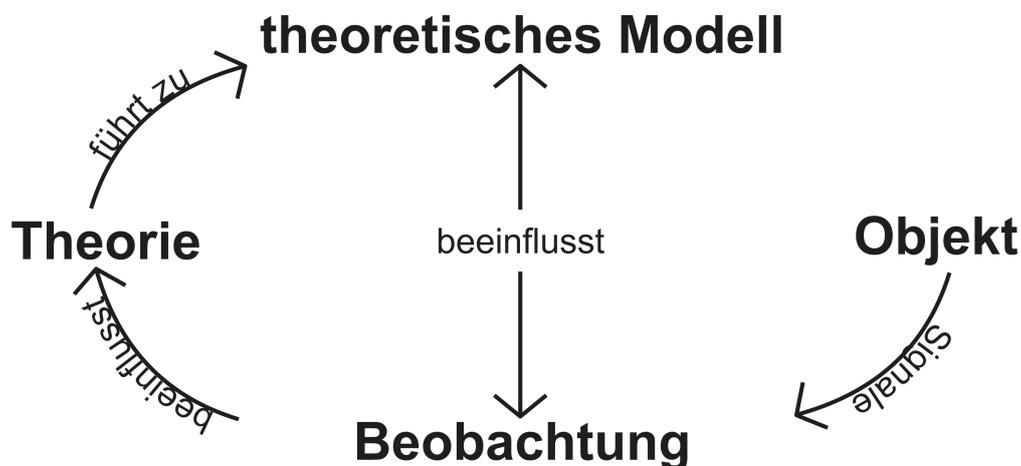
<sup>6</sup>Ein aus der Popkultur berühmtes Beispiel dafür findet sich in dem Buch „Per Anhalter durch die Galaxis“ von Douglas Adams, in dem ein Supercomputer gebaut wird, um - nach einigen Millionen Jahren Rechenzeit - die „Frage nach dem Leben, dem Universum und dem ganzen Rest“ zu beantworten und als Antwort schließlich die nichtssagende Zahl „42“ gibt, woraufhin mithilfe eines neuen, größeren Computers (der Erde) die Frage dazu herausgefunden werden soll.



**Abbildung 5.3:** Der grundlegende Erkenntniszyklus in der Physik als Wechselspiel zwischen Theorie und Experiment.

nicht möglich, daher ist man hier auf Beobachtungen - nach ERNST MACH die „Anpassung unserer Gedanken an die Tatsachen“ [Fis67, S. 102] - angewiesen, ohne direkt experimentieren zu können. Es sind also nur in eingeschränktem Maße präzise, gerichtete „Fragen“ an die Natur möglich. Gerade die Notwendigkeit des Experimentes, unter gleichen Voraussetzungen und Bedingungen wiederholt werden zu können, ist nicht immer gegeben, gerade bei seltenen Ereignissen wie Supernovae ist man auf einzelne, nicht wiederholbare Situationen angewiesen. Nichtsdestotrotz wird auch in der Astrophysik der grundsätzliche Erkenntniszyklus beibehalten, im theoretischen Bereich ist die Vorgehensweise im Wesentlichen identisch. Im Gegensatz zu geplanten Experimenten sind die zu beobachtenden Objekte jedoch nicht beeinflussbar, lediglich die zur Beobachtung verwendeten Kanäle - etwa welcher Wellenlängenbereich im elektromagnetischen Spektrum genutzt oder ob nach Teilchen wie Neutrinos gesucht wird - können aufgrund von Theorien verändert werden (vgl. Abb. 5.4). Gleichzeitig gibt die Beobachtung aber die Möglichkeit, eine unerwartete Entdeckung zu machen.

Ein historisches Beispiel für die Notwendigkeit von Beobachtung zur Entwicklung neuer Modelle und Theorien ist etwa die Geschichte der Entdeckung Weißer Zwerge. Schon im neunzehnten Jahrhundert wurden die ersten Weißen Zwerge entdeckt, ohne sie jedoch als solche zu identifizieren. Insbesondere bei Sirius war von FRIEDRICH BESSEL 1845 eine Unregelmäßigkeit der Eigenbewegung beobachtet worden, die er auf einen unsichtbaren Partner zurückführte [Bes45]. Im späteren



**Abbildung 5.4:** Der grundlegende („unterbrochene“) Erkenntniszyklus in der Astrophysik als Wechselspiel zwischen Theorie und Beobachtung.

neunzehnten Jahrhundert wurde die Masse des Weißen Zwerges zunehmend genauer bestimmt und zu Beginn des zwanzigsten Jahrhundert wurde mithilfe der Spektralanalyse herausgefunden, dass Weiße Zwerge eine Kombination aus kleinem Volumen und dabei hoher Masse darstellten - ein Sachverhalt, den die damaligen Sternenmodelle, die vor allem von ARTHUR EDDINGTON entwickelt wurden, nicht zufriedenstellend erklären konnten [Sri99, S. 2]. Dies war erst unter Einbeziehung der Quantenmechanik in Form des Pauli-Prinzips möglich, wie RALPH FOWLER aufzeigte [Fow26] (vgl. auch Kap. 6.2.6). Beobachtete, nicht verstandene Objekte haben also zur Anwendung moderner quantenmechanischer Theorien auf makroskopische Objekte geführt.

Bei Neutronensternen wiederum zeigt sich das Wechselspiel zwischen Theorie und Beobachtung aus anderer Perspektive. Die ersten Theorien zu Neutronensternen wurden kurz nach der Entdeckung des Neutrons in den 1930er Jahren aufgestellt, während erst am Ende der 1960er Jahre der erste Neutronenstern in Form eines Pulsars entdeckt und als solcher identifiziert wurde (siehe ebenfalls Kap. 6.2.6). Hier wurde also die Theorie durch Beobachtungen bestätigt.

Beobachtungen sind also notwendig, um die Richtigkeit der in den folgenden Kapiteln vorgestellten Modelle zu begründen. Gleichzeitig bieten Beobachtungen - die in Bundesländern, in denen Astronomie als eigenständiges Schulfach unterrichtet wird, im Lehrplan verankert sind - eine Möglichkeit, das Interesse Lernender zu

fördern.

### 5.3 Interfachliche Verknüpfungen

In der Schulphysik werden die verschiedenen interfachlichen Bereiche - etwa Mechanik, Thermodynamik und Quantenmechanik - im Allgemeinen weitestgehend getrennt behandelt, ohne große Verknüpfungen zwischen den Teildisziplinen herzustellen. Da die Verbindung der verschiedenen Aspekte der Physik jedoch eines der großen Bestreben der Physiker darstellt (vgl. Kap. 4.2), sollte eine zumindest elementarisierte Verbindung der Teilgebiete angestrebt werden.

Dies stellt Lernende jedoch oftmals vor Schwierigkeiten, da die unterschiedlichen Bereiche der Physik als abgeschlossene „Schubladen“ betrachtet werden - Mechanik hat also keinen Zusammenhang zur Quantenphysik und ähnlichem.<sup>7</sup> In der Mathematikdidaktik wurde dieses Schubladendenken bereits in den 1980er Jahren von BAUERSFELD erforscht - allerdings im Zusammenhang mit der Anwendungsorientierung (vgl. etwa [Bau83, S. 3]). Beispielsweise wird hier von der theoretischen „Arithmetikwelt“ und der angewandten „Geldwelt“ gesprochen. Vergleichbare Rechnungen konnten von Kindern in der Geldwelt erheblich besser gelöst werden als in der Arithmetikwelt. In der Physikdidaktik stehen explizite Forschungen zu diesem Thema meist unter der größeren Überschrift „Kontextorientierung“, in der Didaktik der Astrophysik gibt es hingegen bislang kaum vergleichbare Ansätze. Dies mag daran liegen, dass Kontextorientierung oder Anwendungsbezogenheit zumeist auf die Alltagswelt der Lernenden abzielen, was bei astrophysikalischen Fragestellungen kaum möglich ist (vgl. zum Beispiel [Mic15]). Speziell für die Astrophysik würde sich ein sehr weites Feld aufspannen, wenn man rein anschaulich die Kategorie „Schubladendenken“ zum Ausgangspunkt didaktischer Forschung machen möchte. Zum einen gibt es natürlich auch in der Astrophysik das typische Schubladendenken innerhalb der wissenschaftlichen Teilgebiete, zum anderen das Schubladendenken in Hinblick auf das theoretische Denken und seine

---

<sup>7</sup>Die einzige Verbindung, die häufig anzutreffen ist, ist das Bohr'sche Atommodell, indem die Quantisierungsbedingung auf klassische Sachverhalte angewendet wurde, ohne dies jedoch begründen zu können.

Anwendung. Von neuer Dimension und zusätzlich hinzutretend ist allerdings eine erkenntnistheoretische Dimension: Ist es überhaupt gerechtfertigt, die auf der Erde entdeckten und angewandten physikalischen Gesetze auf die Betrachtung von Objekten und Regionen im Universum auszudehnen, die teilweise unvorstellbar weit von der Erde entfernt sind? Die negative Antwort auf diese Frage wäre eine weitere gedankliche „Schublade“: Man kann zwar über viel theoretisch nachdenken, aber ob die entfernte Welt tatsächlich so ist, bleibt unbeantwortet. Überhaupt nicht untersucht ist bislang, ob diese Problemstellung für Lernende ein echtes Hemmnis darstellt. In der wissenschaftshistorischen Forschung ist das soeben erwähnte erkenntnistheoretische Problem auch für viele gestandene Physiker und Astronomen sehr gut belegt, beispielsweise beendet JAMES JEANS sein Review über ROBERT EMDENS Werk „Gaskugeln: Anwendungen der mechanischen Wärmelehre“ mit den Worten:

The reviewer cannot but feel that many of the problems will only progress when they are treated from a more physical point of view than that of Dr. Emden, but this does not prevent his offering a very warm although somewhat belated welcome to what is obviously a piece of fine mathematical work [Jea09].

Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts bezeichnete JEANS die Anwendungen der Wärmelehre auf die Struktur der Sterne von EMDEN also als unphysikalisch, aber als „feines Stück mathematischer Arbeit“, die Anwendung an sich hielt er aber für schwierig, da die Laborbedingungen nicht auf die Bedingungen astronomischer und astrophysikalischer Sachverhalte extrapoliert werden können.

Hier zeigt sich das Problem der Anwendung des einen interfachlichen Teilgebietes - der Wärmelehre - auf ein anderes - die Astrophysik. Speziell im Fall der Astrophysik stellt sich dabei die Frage, wie mit Überlegungen umgegangen werden soll, zu denen weder Experimente noch (direkte) Beobachtungen möglich sind. Können trotzdem Aussagen aufgrund bekannter physikalischer Gesetze darüber gemacht werden? Moderne Beobachtungsmöglichkeiten bieten mittlerweile die Chance, viele Modellierungen zumindest indirekt zu überprüfen, bei anderen ist dies aus physikalischen Gründen unmöglich, etwa bei den ersten Momenten des Urknalls oder hinter dem Ereignishorizont eines Schwarzen Loches. Ob und wie sich diese Frage

auf das Verständnis heutiger Lernender auswirkt, die - anders als beispielsweise JEANS - damit aufgewachsen sind, dass physikalische Gesetze auf astrophysikalische Situationen angewendet werden, ist eine interessante Forschungsfrage, die jedoch in dieser Arbeit nicht beantwortet werden soll.

# Kapitel 6

## Stabile Himmelskörper im Universum

Es gibt im Universum eine Reihe unterschiedlicher Himmelskörper - angefangen von winzigen Meteoroiden von der Größe eines Staubkorns bis hin zu gigantischen Riesensternen, deren Radius größer als der Abstand zwischen Erde und Sonne ist. In diesem Kapitel wird ein Modell vorgestellt, das mithilfe elementarer Mathematik und einiger physikalischer Grundannahmen Abschätzungen über Masse und Radius vieler größerer Himmelskörper ermöglicht. Wesentliche Teile des sichtbaren Universums bestehen aus diesen Himmelskörpern. Dabei soll nicht nur die maximal mögliche Masse und der maximal mögliche Radius, sondern auch eine Masse-Radius-Beziehung (MRB) hergeleitet werden, die es ermöglicht, die Himmelskörper in einem großen Bereich vereinheitlicht zu beschreiben. Für Hauptreihensterne ist diese MRB Lehrstoff in den astrophysikalischen Grundvorlesungen, für andere Himmelskörper werden die analogen Beziehungen dagegen seltener behandelt.

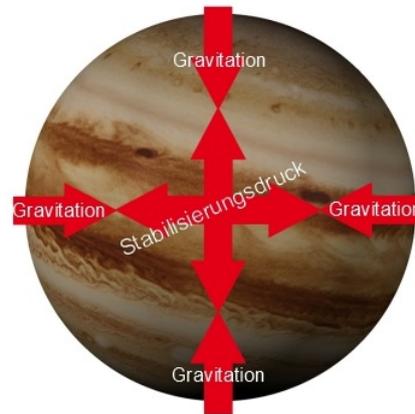
Das im Folgenden präsentierte Modell zeigt dabei nicht nur die Größenordnungen und Masse-Radius-Beziehungen der Himmelskörper, sondern ermöglicht zusätzlich eine Verknüpfung verschiedener Bereiche der Physik. So werden Elektrostatik, Thermodynamik und Quantenmechanik jeweils mit der klassischen Mechanik verknüpft, um Erkenntnisse zu gewinnen. Die Themen werden jedoch im Allgemeinen

nur getrennt unterrichtet, was auch ein Blick in Lehrbücher für Schule und Studium und die übliche Einteilung der experimentellen sowie der theoretischen Vorlesungen zeigt (vgl. beispielsweise [Dep12]). Einen Zusammenhang zwischen beiden - und auch den anderen - Teilbereichen der Physik herzustellen, sollte ein Ziel in der Lehre der Physik sein, nicht nur, weil die Suche nach der Vereinheitlichung der Theorien eines der größten Bestreben der Physiker darstellt, sondern auch, weil das Denken in Zusammenhängen ein effektives Erkenntnismittel darstellt.

Zu den Pionieren bei der Entwicklung elementarisierter astrophysikalischer Modelle zählt der österreichische Physiker VIKTOR WEISSKOPF, der unter anderem in seinem Artikel „Of Atoms, Mountains, and Stars: A Study in Qualitive Physics“ aus dem Jahr 1975 einige prinzipielle Ansätze vorstellt [Wei75]. Beachtenswert sind auch die auf WEISSKOPF folgenden Arbeiten von ROMAN SEXL sowie von CELNIKIER [Cel89]. Der Autor der vorliegenden Untersuchung schließt mit seinen Überlegungen an diese Publikationen an und präsentiert nachfolgend mögliche Erweiterungen respektive andere elementarisierte Zugänge. Dabei ist auch der Einsatz einfacher Tabellenkalkulationsprogramme - die den genannten Autoren in der für Lernende heute nutzbaren Breite (zum Beispiel Excel) noch nicht zur Verfügung standen - von Bedeutung.

## 6.1 Grundlagen

Die entscheidende Grundbedingung für einen stabilen Himmelskörper ist ein Gleichgewicht der Drücke. Jeder Himmelskörper hat eine gewisse Masse und unterliegt somit der Selbstgravitation - für massereichere Himmelskörper kann man daher näherungsweise Kugelsymmetrie annehmen, da die Kugel die energetisch günstigste Form darstellt. Es wirkt also ein Gravitationsdruck von außen, der die gesamte Masse zum Zentrum drückt. Um einen Ausgleich zu erhalten, muss ein - wie auch immer gearteter - Gegendruck (im Folgenden: *Stabilitätsdruck*) existieren (vgl. Abb. 6.1), der die Konzentration der Masse auf eine Singularität verhindert. Fehlt dieser Gegendruck, wird aus dem Objekt ein Schwarzes Loch. Andernfalls bestimmt der Gegendruck, wie groß der maximale Gravitationsdruck werden kann, bevor der Himmelskörper kollabiert, und damit auch, um welchen Typ von Him-



**Abbildung 6.1:** Stabilität als Ausgleich von Gravitation und Stabilisierungsdruck am Beispiel Jupiter. Würde eines von beiden überwiegen, so würde der Himmelskörper expandieren beziehungsweise kollabieren.

melskörper es sich handelt. Der entscheidende Grundgedanke ist also:

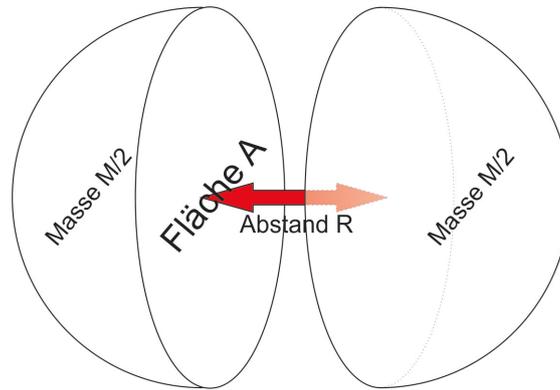
$$P_{Grav} = P_{Stab}$$

### 6.1.1 Der Gravitationsdruck

Zunächst wird eine Abschätzung für den Gravitationsdruck benötigt. Diese ist für alle Himmelskörper gleich, lediglich der Gegendruck unterscheidet sich.

Es gibt unterschiedliche Ansätze, die man wählen kann, um den Gravitationsdruck zu ermitteln. Eine Möglichkeit stellt beispielsweise das Halbkugelmodell dar, alternativ ist beispielsweise auch eine Herleitung über ein Säulenmodell möglich. Beide Ansätze werden kurz vorgestellt.

**Das Halbkugelmodell** Das Halbkugelmodell stellt eine sehr einfache Möglichkeit dar, den Druck im Inneren eines (nahezu) kugelförmigen Himmelskörpers unter der Annahme einer konstanten Dichte zu bestimmen [Boe+04, S.131]. Masse und Radius müssen bekannt sein. Dazu wird der Körper in zwei Halbkugeln mit der



**Abbildung 6.2:** Das Halbkugelmodell zum Abschätzen des Druckes im Inneren eines Himmelskörpers. Der Körper wird in zwei Halbkugeln gleicher Masse unterteilt, die sich gegenseitig anziehen, nach [Boe+04, S. 131].

jeweils halben Gesamtmasse unterteilt, die sich über die Gravitationskraft gegenseitig anziehen. Als grober Abstand beider Halbkugeln bietet sich der Radius des Himmelskörpers an<sup>1</sup>.

Beide Halbkugeln ziehen sich nun an und erzeugen an ihrer Grundfläche  $A$  einen Druck, wie in Abbildung 6.2 zu sehen. Die Fläche, auf die die Gravitationskraft wirkt, hängt vom Radius des Himmelskörpers ab:

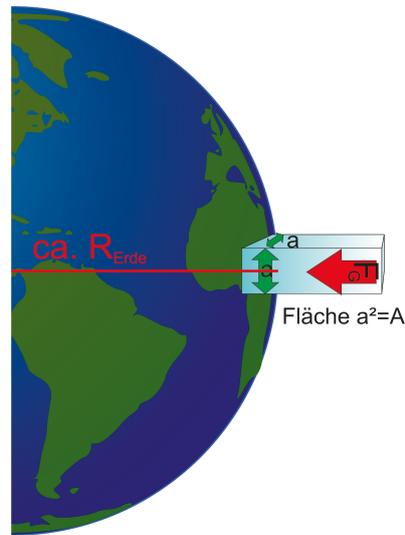
$$P_{Grav} = \frac{F}{A} = \frac{G \frac{M^2}{4R^2}}{\pi R^2} = \frac{GM^2}{4\pi R^4}$$

Das Halbkugelmodell bietet eine einfache Abschätzung, es wird in dieser Form jedoch ungenau, wenn man keine konstante Dichte annimmt. Zusätzlich muss es modifiziert werden, falls der Druck an anderen Stellen als im Zentrum bestimmt werden soll.

**Das Säulenmodell** In der Herleitung komplizierter, dafür aber genauer bei der Betrachtung von Druckverläufen, ist das Säulenmodell. Als Grundidee bietet sich

---

<sup>1</sup>Streng genommen müsste der Abstand der beiden Schwerpunkte der Halbkugeln bestimmt werden. Ein Volumenintegral über eine Halbkugel mit konstanter Dichte ergibt als Abstand zwischen Schwerpunkt und Seitenfläche  $\frac{3}{8}R$ , also als Abstand beider Schwerpunkte  $\frac{3}{4}R$ . Der Fehler durch die Abschätzung mithilfe des Gesamtradius fällt daher im Vergleich mit anderen Fehlern durch Vereinfachungen (zum Beispiel die Annahme einer konstanten Dichte) nicht übermäßig ins Gewicht und kann hier daher vernachlässigt werden.



**Abbildung 6.3:** Ein Säulenmodell der Atmosphäre.

zunächst ein Blick auf eine Atmosphäre (wie beispielsweise die der Erde) an, was zum *pascalschen Gesetz* führt: Es wird der Druck betrachtet, den eine Luftsäule der Höhe  $H$  auf eine Fläche  $A$  am Boden ausübt<sup>2</sup> (vgl. Abb. 6.3).

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{F}{A} = \frac{m_{Atm} \cdot g}{A} \\
 &= \frac{A \cdot H \cdot \rho_{Atm} \cdot g}{A} \\
 \Rightarrow P &= H \cdot \rho_{Atm} \cdot g
 \end{aligned}$$

Da sich die betrachtete Fläche  $A$  wegekürzt, ist es egal, wie groß diese ist. Gegebenenfalls tritt als zusätzlicher Term der Umgebungsdruck  $P_0$  auf, der zu  $P$  addiert werden muss. Bestimmt man beispielsweise den Druck in einem Schwimmbecken, so würde es sich dabei um den Luftdruck handeln. Beschreibt man jedoch den Druck vom Weltall aus, so fehlt dieser Term  $P_0$  natürlich, da der (hydrostatische) Druck im Weltall (nahezu) wegfällt.

Um nun die Druckdifferenz  $\Delta P$  zwischen zwei Punkten zu betrachten, muss man

<sup>2</sup>Eigentlich steht in der Pascalschen Gleichung ein Minus, da die Verläufe von Druck und Dichte entgegengesetzt sind. Für die nachfolgenden Abschätzungen ist dies nicht von Belang, da wir uns für Beträge interessieren.



**Abbildung 6.4:** Druckdifferenz zwischen zwei Schichten unterschiedlicher Höhe.

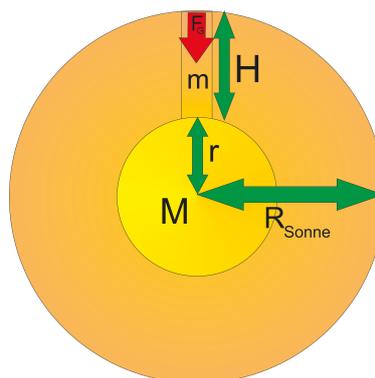
sich den Höhenunterschied  $\Delta H$  der beiden Punkte anschauen (vgl. Abb. 6.4). Für kleine Höhenunterschiede kann die Gravitationsbeschleunigung  $g$  als konstant angesehen werden.

$$P = \rho_{Atm} \cdot g(H) \cdot H \quad (6.1)$$

$$\Rightarrow \Delta P = \rho_{Atm} \cdot g(H) \cdot \Delta H \quad (6.2)$$

Mithilfe dieser Gleichung kann man sehr detaillierte Druckverläufe modellieren, eine entsprechende Dichteverteilung vorausgesetzt. Tabellenkalkulationsprogramme geben die Möglichkeit, viele Schritte automatisch berechnen zu lassen und damit, bei jedem Schritt eine kleine Höhendifferenz  $\Delta H$  zu wählen. Hier stellt sich jedoch die Frage nach den Größenordnungen der Himmelskörper, nicht nach ihrem detaillierten inneren Aufbau. Es wird daher eine konstante Dichte angenommen.

In Gleichung 6.2 kann die Gravitationsbeschleunigung durch einen allgemeinen Term über die Dichte ausgedrückt werden. Die exakte Benennung kann man Abb. 6.5 entnehmen.



**Abbildung 6.5:** Das Säulenmodell verallgemeinert auf einen anderen Himmelskörper, hier die Sonne.

**Tabelle 6.1:** Vergleich von berechneten Drücken im Zentrum mithilfe des Säulenmodells und mithilfe komplexer Modelle, Werte aus [AI71; DA81].

Körper	Berechneter Druck	Literaturwert
Sonne	$1,35 \cdot 10^{14} Pa$	$2 \cdot 10^{16} Pa$
Erde	$1,7 \cdot 10^{11} Pa$	$3,6 \cdot 10^{11} Pa$
Weißer Zwerg	$3,6 \cdot 10^{22} Pa$	$2,5 \cdot 10^{22} Pa$

$$\begin{aligned}
 \Delta P &= \rho \cdot g \cdot \Delta H \\
 &= \rho G \cdot \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho}{r^2} \Delta H \\
 &= \rho^2 G \cdot \frac{4}{3}\pi (R - H) \Delta H
 \end{aligned}$$

Der Gesamtdruck ergibt sich durch die Summe aller Einzeldrücke. Dabei steigt die Genauigkeit mit schrumpfendem  $\Delta H$ . Im Extremfall kann man dieses gegen Null laufen lassen:  $\Delta H \rightarrow 0$ . Hier handelt es sich um die Änderungsrate des Druckes in Abhängigkeit der Tiefe. Um den Druck zu erhalten, muss man also das Integral bilden:

$$\begin{aligned}
 P &= \int_0^R \frac{4}{3}\rho^2 G \pi (R - H) dH \\
 &= \frac{4}{3}\rho^2 G \pi R H - \rho^2 G \frac{2}{3}\pi H^2
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(H) = \frac{4}{3}\rho^2 G \pi H \left( R - \frac{1}{2}H \right)$$

Mit dieser Gleichung kann man die Drücke im Inneren homogener, kugelsymmetrischer Himmelskörper abschätzen, sofern man die (mittlere) Dichte und den Radius kennt. Für den Druck im Zentrum gilt  $H = R$  (vgl. Abb. 6.5). Setzt man typische Werte für Sonne, Erde und Weiße Zwerge ein (vgl. Tabelle 6.1), so zeigt sich, dass das Modell für weitgehend inkompressible Materie (Erde, Weißer Zwerg) eine gute Näherung darstellt, bei kompressibler Materie wie Sternen jedoch einen größeren Fehler aufweist.

Statt über die Dichte kann man die Gleichung auch mithilfe der Masse formulieren. Für eine konstante Dichte ergibt sich für den Druck im Zentrum durch einfaches Umformen folgende Gleichung:

$$P(R) = \frac{3GM^2}{8\pi R^4} \quad (6.3)$$

Wie man sieht, ergeben beide Modelle sehr ähnliche Gleichungen für den Druck im Inneren eines Himmelskörpers mit konstanter Dichte. Der durch das Säulenmodell berechnete Druck ist um einen Faktor 1,5 größer als der durch das Halbkugelmodell bestimmte Wert, allerdings weisen beide Modelle eine charakteristische Proportionalität auf, die für alle ähnlichen Modelle gilt (vgl. [Sch65, S. 43]):

$$P \propto \frac{M^2}{R^4} \quad (6.4)$$

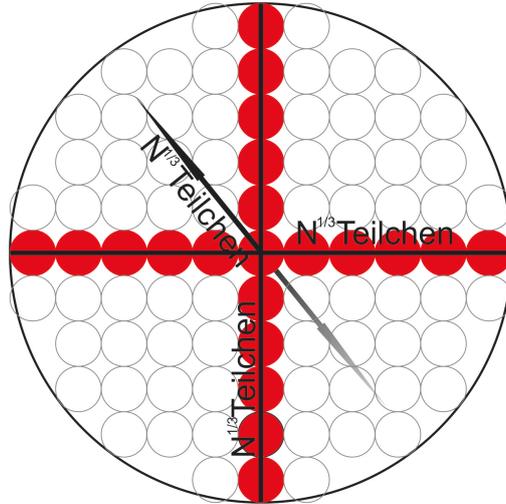
### 6.1.2 Massenabschätzung

Der Sinn dieses Modells soll in erster Linie nicht darin liegen, den Druck im Inneren von verschiedenen Himmelskörpern zu ermitteln. Hier kann das Modell mangels Genauigkeit - auch unter großzügigen Gesichtspunkten der Elementarisierung - weder neue wissenschaftliche Erkenntnisse liefern noch kann man berechnete Drücke gut überprüfen, um die Modellannahmen zu testen. Man kann aber einen Zusammenhang zwischen dem Gravitationsdruck zusammen mit dem möglichen Gegendruck sowie der maximalen möglichen Masse herstellen.

**Teilchenzahl** Um die Masse zu bestimmen, benötigt man die zur Stabilität eines Himmelskörpers beitragende Teilchenzahl - in den meisten Fällen können als einfache Abschätzung Protonen (Wasserstoffkerne)<sup>3</sup> als stabilisierende Teilchen gewählt werden. Jedes Teilchen nimmt einen gewissen Raum ein. Mithilfe einfacher

---

<sup>3</sup>In einigen Fällen ist die Stabilität durch entartete Materie gegeben, so dass nicht Protonen, sondern die entarteten Teilchen den Himmelskörper stabilisieren. Die Zahl der Protonen und der zur Stabilität beitragenden Teilchen ist allerdings - eine entsprechende Modellierung mit Wasserstoff als Hauptbestandteil vorausgesetzt - gleich. In den jeweiligen Fällen wird dies explizit gezeigt.



**Abbildung 6.6:** Zur Teilchenzahl von Himmelskörpern, aus [Hoh17c].

geometrischer Überlegungen kann man so aus dem eingenommenen Raum jedes Teilchens (im Folgenden *Phasenraumvolumen*<sup>4</sup> genannt) auf das Gesamtvolumen beziehungsweise aus dem Teilchenradius  $r$  (*Phasenraumradius*) auf den Gesamtradius schließen (vgl. Abb. 6.6).

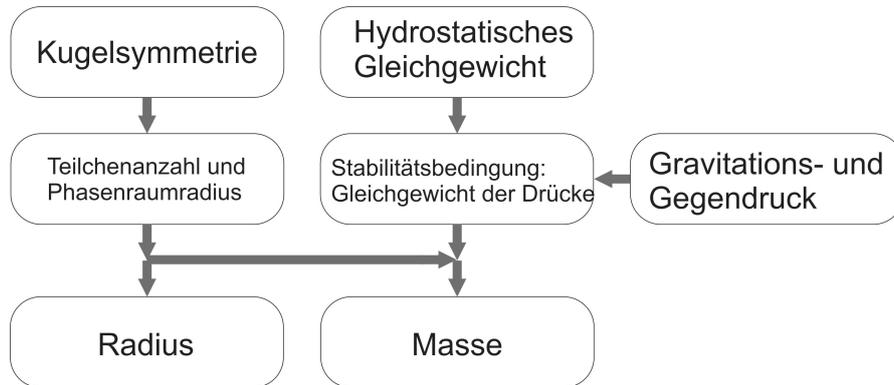
Da sich die Gesamtzahl  $N$  der stabilisierenden Teilchen in alle drei Raumrichtungen verteilt, geht in den Radius die dritte Wurzel der Gesamtzahl ein. Diese ergibt sich als Quotient der Gesamtmasse des Himmelskörpers und der Masse und der mittleren Teilchenmasse.<sup>5</sup>

$$R = N^{\frac{1}{3}} \cdot r = \left( \frac{M}{\mu m_P} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot r \quad (6.5)$$

**Masse** Kombiniert man nun Gleichung 6.3 mit Gleichung 6.5 und berücksichtigt das Gleichgewicht zwischen Gravitations- und Stabilisierungsdruck, so erhält man

<sup>4</sup>Dies ist eine Anleihe an den klassischen Phasenraum aus Orts- und Impulskordinaten, der bei einer vollständigen quantenmechanischen Beschreibung der Himmelskörper auch zu betrachten wäre, für diese elementarisierten Zwecke genügt aber der Ortsraum.

<sup>5</sup>Auch hier stellt entartete Materie eine Ausnahme dar.



**Abbildung 6.7:** Flussdiagramm zur Größenabschätzung von Himmelskörpern.

für die maximale Masse eines Körpers:

$$M_{Max} = \left( \frac{8\pi P_{Max} r^4}{3G(\mu m_P)^{\frac{4}{3}}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (6.6)$$

Es ergibt sich also eine Gleichung, mit deren Hilfe man die maximale Masse eines Himmelskörpers bestimmen kann, sofern man seinen Stabilisierungsdruck sowie den Raum, den ein stabilisierendes Teilchen einnimmt, kennt. Somit ist es möglich, über einen beliebigen Stabilisierungsdruck eine Masse zu ermitteln, diese mit Beobachtungen zu vergleichen und schließlich zu evaluieren, ob Himmelskörper mit derartigen Stabilitätsdrücken existieren (können) beziehungsweise auf welche Weise bekannte Himmelskörper stabilisiert werden.<sup>6</sup>

### 6.1.3 Überblick zum Vorgehen

Im Folgenden wird nochmals kurz das Vorgehen zusammengefasst, nach dem nun einige Himmelskörper beleuchtet werden (vgl. Abb. 6.7). Die erste Grundannahme ist die Kugelsymmetrie. Diese ist für massereichere Himmelskörper näherungsweise gerechtfertigt<sup>7</sup> und ermöglicht eine erhebliche Vereinfachung der geometrischen Betrachtung. Mithilfe der Symmetrieüberlegungen und dem Phasenraumradius erhält

<sup>6</sup>Da generell nur Obergrenzen ermittelt werden, bedeutet ein nicht gefundener Himmelskörper mit der Maximalmasse nicht, dass kein Körper dieser Art existieren kann.

<sup>7</sup>Eine sehr schöne Abschätzung dazu findet sich in [Wei75].

man die Teilchenzahl (Gleichung 6.5). Weiter benötigt man als Grundannahme das hydrostatische Gleichgewicht. Dieses gibt mit dem Gravitations- und dem Stabilisierungsdruck die Stabilitätsbedingung: Das Gleichgewicht der Drücke (Gleichung 6.6).

Eine Kombination von Phasenraumradius sowie der Stabilitätsbedingung ergibt die gesuchte Masse, über die man mithilfe von der Teilchenanzahl sowie dem Phasenraumradius den Gesamtradius des Himmelskörpers abschätzen kann.

## 6.2 Abschätzungen verschiedener Himmelskörper

### 6.2.1 Zusammenhänge zwischen den Himmelskörpern

Im Folgenden werden einige konkrete Abschätzungen zu Himmelskörpern vorgestellt. Behandelt werden dabei Weiße Zwerge, Neutronensterne, Hauptreihensterne, Gasplaneten sowie Braune Zwerge. Kurz wird zudem auf Schwarze Löcher eingegangen. Diese verschiedenen Arten von Himmelskörpern stehen jedoch nicht vollkommen unabhängig voneinander, sondern es bestehen Zusammenhänge, die hier kurz erläutert werden sollen (vgl. Abb. 6.8).

Am Anfang der Entwicklung von Himmelskörpern steht eine Gaswolke, die größtenteils aus Wasserstoff besteht. Diese kann als Folge der Gravitation kontrahieren.<sup>8</sup> Für gewöhnlich entstehen in einer Wolke hunderte bis tausende Himmelskörper. Was dann geschieht, hängt von der Masse ab, die die im Inneren der Wolke entstehenden Körper ausbilden.

Durch eine große Masse entsteht im Zentrum des Körpers ein großer Druck (vgl. Gl. 6.3) und damit auch eine hohe Temperatur, durch die die Kernfusion möglich ist. Ab einer gewissen Grenzmasse kann die Proton-Proton-Reaktion einsetzen, durch die Wasserstoff zu Helium fusioniert wird - ein *Hauptreihenstern* entsteht. Erreicht der Körper nicht die nötige Masse für die Proton-Proton-Reaktion, kann dennoch Deuterium in seinem Kern fusionieren, man spricht dann von einem *Braunen Zwerg*. Reicht die Masse auch dafür nicht aus, so entsteht ein *Gasplanet*.

---

<sup>8</sup>Ob eine Gaswolke kontrahiert, hängt in erster Linie von ihrer Temperatur und Ausdehnung ab. Eine elementare Abschätzung ist mithilfe des Jeans-Kriteriums möglich, vgl. Kap. 7.3.1.

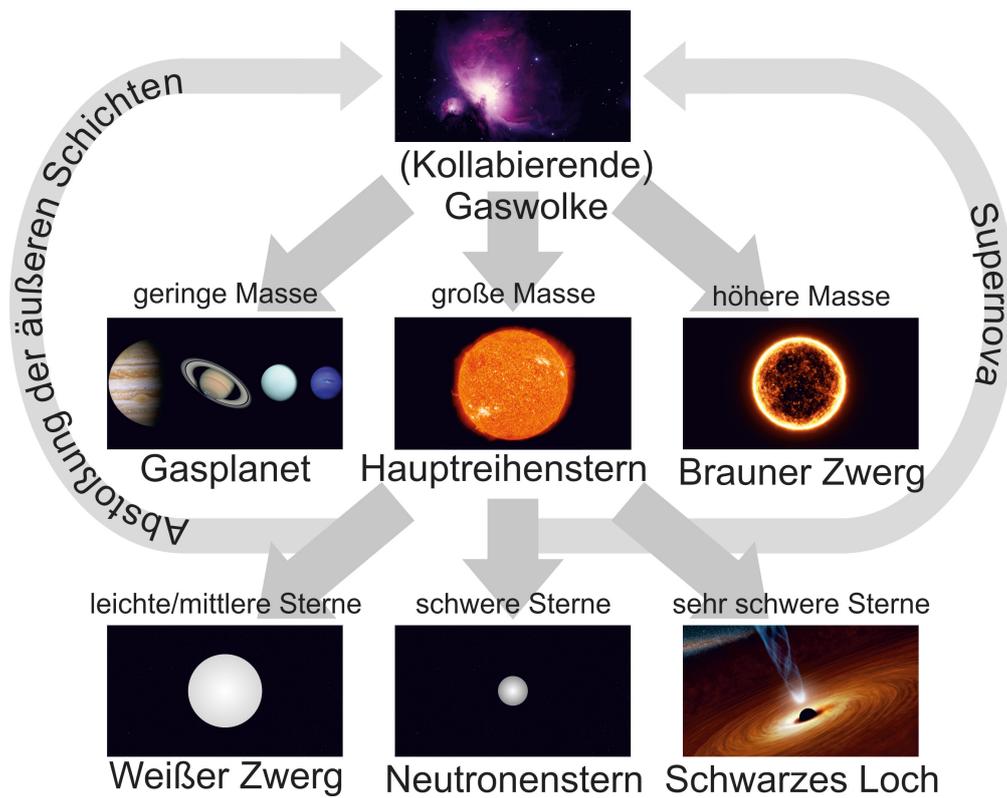
Was mit einem Hauptreihenstern passiert, wenn sein Brennstoffvorrat aufgebraucht ist, hängt wieder von seiner Masse ab: Massearme Sterne wie die Sonne fusionieren am Ende ihrer Lebenszeit Helium zu Kohlenstoff und Sauerstoff, blähen sich zu einem Roten Riesen auf und stoßen schließlich durch die fehlende gravitative Bindung ihre äußeren Schichten ab - als Kern bleibt ein *Weißer Zwerg* übrig. Deutlich massereichere Sterne können weitere Elemente fusionieren und explodieren schließlich in einer Supernova, am Ende bleibt als Kern ein *Neutronenstern* übrig. Die massereichsten Sterne kollabieren bei einer Supernova zu einem *Schwarzen Loch*. In sämtlichen Fällen wird ein großer Teil der Masse des Sterns abgestoßen und zurückgeführt in den interstellaren Materiekreislauf. Die abgestoßenen Massen können neue verdichtete Gaswolken bilden, aus denen wieder neue Himmelskörper entstehen.<sup>9</sup>

### 6.2.2 Die fehlerhafte Darstellung in einem Schulbuch

Wie wichtig physikalisch stimmige Elementarisierungen für die Hand von Lehrenden und Lernenden sind, mag die folgende fehlerhafte Darstellung in einem Schulbuch belegen, welches derzeit in Nordrhein-Westfalen genutzt wird. Die Entwicklung der Sterne wird - obwohl sie in den Lehrplänen nicht überall vorgesehen ist - in manchen Schulbüchern in Nordrhein-Westfalen angeschnitten (vgl. [MN13]). Es besteht die Möglichkeit, dass astronomisch interessierte Schülerinnen und Schüler die entsprechenden Kapitel lesen, ohne dass sie im Unterricht explizit behandelt werden. Dabei erweist sich das Kapitel über Astronomie und Astrophysik jedoch als sehr fehlerbehaftet, so wird etwa Sirius als der nächste Stern beschrieben [MN13, S. 75] und der Urknall als eine „Explosion“ bezeichnet [MN13, S. 76]. Insbesondere der Abschnitt über die Entstehung und die Entwicklung der Sterne weist dabei viele falsche oder zumindest missverständliche Formulierungen auf (vgl. Abb. 6.9).

---

<sup>9</sup>Alle schwereren Elemente außer Wasserstoff, Helium und Spuren von Lithium sind im Inneren von Sternen entstanden und nach deren Lebensende in den Materiekreislauf zurückgeführt worden. Gesteinsplaneten wie die Erde waren also in der frühen Phase des Universums nicht möglich, da es die entsprechenden Elemente nicht gab - erst nachdem nach einigen Millionen Jahren die ersten massereichen Sterne starben, waren schwerere Elemente wie Silizium und Eisen vorhanden.



**Abbildung 6.8:** Schematische Darstellung der Entwicklung einer (kollabierenden) Gaswolke zu den wichtigsten Himmelskörpern, die dabei entstehen können. In den meisten Fällen entstehen dabei mehrere Himmelskörper aus einer Wolke, aus [Hoh17b].

## Aus der Astronomie / Das Leben eines Sterns

Wie kann man verstehen, dass es so viele verschiedene Arten von Sternen und Nebeln am Himmel gibt? Werden Sterne vielleicht geboren, leben sie eine Zeit lang und sterben dann?

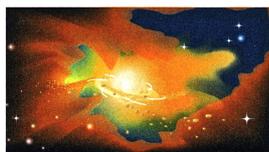
Heute stellen sich die Astronomen die Geschichte der Sterne so vor:

- Es beginnt mit einem großen Gasnebel wie dem Orionnebel. ▶1 Staub und Gas werden durch die Gravitationskraft zu einem Gasball zusammengezogen. Der Gasball erhitzt sich dabei wie die Luft beim Zusammenpressen in einer Luftpumpe. ▶2
- Bei einer Temperatur von einigen Millionen Grad Celsius werden die Atomkerne im Gasball so fest zusammengepresst, dass sie miteinander verschmelzen. Dabei wird ungeheuer viel Energie abgestrahlt. ▶3
- Die Gravitationskraft zieht den hell leuchtenden Gasball weiter zusammen. Das heiße Gas im Innern versucht sich dagegen auszudehnen. Ein Gleichgewicht zwischen den Kräften nach innen und nach außen entsteht. Ein Stern ist geboren. ▶4
- In diesem Gleichgewicht strahlt der Stern einige Milliarden Jahre lang. Er verteilt seine Energie in den Weltraum. Auch unsere Sonne ist in einem solchen Gleichgewicht.
- Irgendwann sind alle Atomkerne im innersten Bereich des Sterns zu größeren Atomkernen verschmolzen. Nun wandert die „Brennzone“ nach außen. Schließlich langt sie dicht unter der Oberfläche des Sterns an.
- Die Oberfläche bläht sich auf und kühlt dabei ab. Der Stern verwandelt sich in einen Roten Riesen. ▶5 Das wird mit unserer Sonne in etwa 5 Milliarden Jahren geschehen.



1 Orionnebel

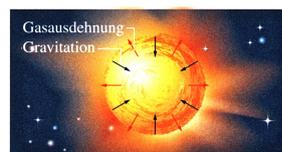
- Wenn alle Atomkerne miteinander verschmolzen sind, erlischt die Energiequelle des Sterns. Das Gleichgewicht ist zerstört. Der Stern bricht unter der Gravitationskraft in sich zusammen. Dabei wird noch einmal für kurze Zeit sehr viel Energie frei. Einige Wochen leuchtet der Stern tausendmal heller als je zuvor. Man beobachtet eine *Supernova*. ▶6 Staub und Gas für neue Sterne werden in den Weltraum geschossen.
- Danach bleibt der innerste Kern meist als sehr heißer *Weißer Zwerg* übrig. ▶7 Er kühlt langsam ab.
- Bei sehr großen Sternen stürzen die Überreste nach einer Supernova immer weiter in sich zusammen. Sie konzentrieren sich auf kleinstem Raum. Ein Schwarzes Loch entsteht. Seine Gravitationskraft ist so groß, dass selbst Licht nicht mehr entweichen kann! Wie ein Staubsauger saugt es alle Sterne in der Nähe an und „verschlingt“ sie. Astronomen vermuten im Zentrum der meisten Galaxien ein Schwarzes Loch.



2 Der Gasball wächst.



3 Atomkerne verschmelzen.



4 Der Stern im Gleichgewicht



5 Roter Riese



6 Supernova



7 Weißer Zwerg

**Abbildung 6.9:** Seite 68 aus dem Physik Schulbuch des Cornelsen-Verlages für die Klassen 7 bis 10 für die Realschule, aus [MN13, S. 68].

Die in diesem Buch erläuterte Entwicklungsgeschichte eines Sterns trifft in wesentlichen Teilen auf die der Sonne zu, wird allerdings in einigen Teilen mit der Entwicklung erheblich schwererer Sterne vermischt.

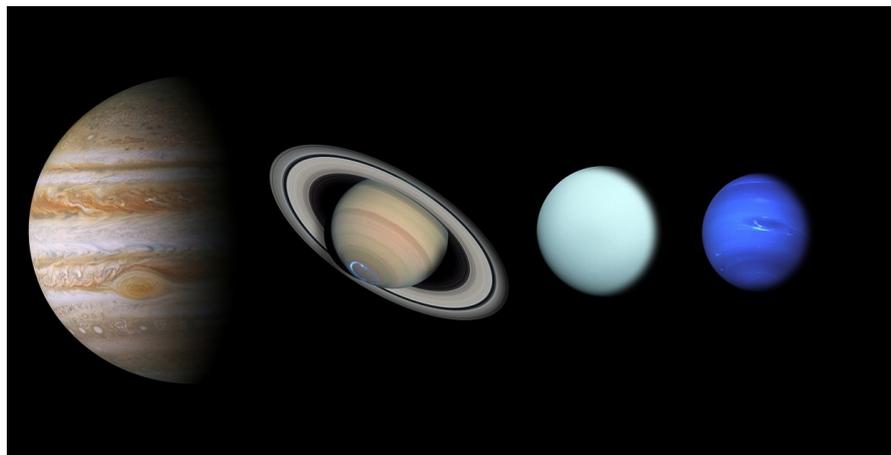
Zu Beginn wird suggeriert, dass aus einer Gaswolke wie dem Orionnebel lediglich ein Stern entsteht, während in Wirklichkeit aus einer Wolke hunderte bis tausende von Sternen entstehen (vgl. Kap. 6.2.1). Der Vollständigkeit halber sei die Aussage, dass das heiße Gas versucht, sich auszudehnen und damit der Gravitation entgegenwirkt, erwähnt. Diese ist für leichte Sterne wie die Sonne richtig, für schwere Sterne ist jedoch der Strahlungsdruck deutlich relevanter. In der siebten bis zehnten Klasse ist dieser jedoch aufgrund der komplett fehlenden Grundlagen der Quantenphysik kaum vermittelbar.

Nun heißt es aber, dass der Stern einige Milliarden Jahre lang leuchtet - wieder trifft dies für leichte Sterne wie die Sonne zu, nicht aber für schwere Sterne, die - je nach Masse - nur einige Millionen Jahre lang brennen. Weiterhin wird später im ersten Punkt der zweiten Spalte suggeriert, dass *alle* Atomkerne im Stern verschmelzen würden. Dies suggeriert, dass sämtliche Atome zu einem einzigen, gewaltigen Kern mit der Masse des Sterns verschmelzen würden. Explizit auf die nach dem Wasserstoffbrennen auftretenden Fusionen wird dabei jedoch nicht eingegangen.

Anschließend wird die Aussage getätigt, dass jeder Stern am Ende in einer Supernova endet. Dies trifft nur auf massereiche Sterne zu und passt damit nicht zu der bisher besprochenen Entwicklungsschritten, die eher auf einen sonnenähnlichen Stern passen. Zudem verbleiben am Ende einer Supernova keine Weißen Zwerge - wie im Buch beschrieben - sondern Neutronensterne oder Schwarze Löcher. Schwarze Löcher werden nur als Überrest von sehr großen Sternen erwähnt, Neutronensterne gar nicht.

### 6.2.3 Gasplaneten

Das erste Beispiel für die Anwendung des in Kapitel 6.1 vorgestellten Modells stellen Gasplaneten dar. Im Sonnensystem umkreisen vier Gasplaneten die Sonne (vgl. Abb. 6.10) - Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun. Jupiter als „König der



**Abbildung 6.10:** Die vier Gasplaneten des Sonnensystems (nicht maßstabsgetreu): Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun.

Planeten“ fasziniert die Menschheit mit seinem gelblichen und hellen Schein seit Jahrhunderten, in Babylonien wurde er als „Königsstern“ bezeichnet, im alten Rom mit dem obersten Gott assoziiert [Her97, S. 18]. Gleichzeitig vereint er in sich mehr Masse als alle anderen Planeten des Sonnensystems zusammen (vgl. Abb. 6.12).

Ebenfalls seit der Antike ist Saturn bekannt, der mit seinen imposanten Ringen einen beeindruckenden Anblick bietet. Auch wenn die Ringe erst mit der Erfindung des Fernrohrs zu Beginn der Neuzeit entdeckt wurden, spielte auch Saturn in der antiken Mythologie eine große Rolle. Der österreichische ASTRONOM KONRADIN FERRARI D’OCCHIEPPO stellte sogar die Theorie auf, dass eine Konjunktion zwischen Jupiter und Saturn im Jahr 7 v. Chr. als



**Abbildung 6.12:** Größenvergleich zwischen Erde und Jupiter.

„Stern von Bethlehem“ interpretiert wurde (vgl. [Her97, S. 22ff.] und Abb. 6.11). Auch wenn diese Theorie sehr umstritten ist, zeigt sie dennoch den Einfluss, den beide Planeten auf die Kulturgeschichte genommen haben.

Die beiden äußeren Gasplaneten des Sonnensystems - Uranus und Neptun - wurden erst in der Neuzeit entdeckt und haben daher keine vergleichbare historisch-mythologische Bedeutung. Nichtsdestotrotz übt vor allem Neptun, der in Raum-



**Abbildung 6.11:** Die Konjunktion der beiden größten Gasplaneten des Sonnensystems - Jupiter und Saturn - am 12. September im Jahre 7 v. Chr. im Südosten Jerusalems. Diese wurde als möglicher „Stern von Bethlehem“ interpretiert. Aufgenommen mit der Astronomie-Software Stellarium. Da in der historischen Zeitrechnung kein Jahr Null existiert, wohl aber in der astronomischen Zeitrechnung (verwendet von Stellarium) entspricht das Jahr  $-6_{\text{astrom.}}$  dem Jahr  $-7_{\text{hist.}}$  (vgl. [Ham17]).

sondenbildern tiefblau dargestellt wird, eine gewisse Faszination auf Menschen aus. Auch in der Moderne werden den anderen Planeten unseres Sonnensystems teils verheerende Auswirkungen auf die Erde zugesprochen: Für den 21. Dezember 2012 wurde behauptet, alle Planeten im Sonnensystem würden in einer Linie stehen und durch die dadurch wirkenden Gravitationskräfte würden Katastrophen ausgelöst. Mithilfe von Programmen wie Stellarium oder Celestia kann man zeigen, dass dies nicht der Fall ist - außerdem wäre die Gravitationswirkung der anderen Planeten auf die Erde schwächer als die des Mondes (vgl. [Fre09]). Trotzdem kann man sich die Frage stellen, ob ein Gasplanet der für diese Klasse von Himmelskörpern maximal möglichen Masse an Jupiters Stelle einen Einfluss auf die Erde hätte.

Das wäre im Unterrichts- und Lehrprozess beispielsweise ein motivationaler Grund, einen näheren Blick auf die Gasplaneten zu werfen. Gasplaneten stehen in Bezug der Masse an der unteren Grenze der Himmelskörper im hydrostatischen Gleichgewicht - sie sind jedoch abgesehen von der Sonne die einzigen Körper dieser Art, die in „näherer Umgebung“ beobachtet werden können. Zudem ist die Suche nach Exoplaneten ein aktuelles Forschungsfeld.

**Abschätzung von Masse und Radius** Gasplaneten werden im Wesentlichen durch ein Potential in der Größenordnung des Coulomb-Potentiales stabilisiert. Dies ergibt sich unmittelbar aus der Überlegung, dass Gasplaneten aus stabilen (sich „klassisch“ verhaltenden) Atomen bestehen. Bei der Stabilität der Atome spielen auf der einen Seite das Coulomb-Potential der elektrisch geladenen Bausteine als komprimierender Beitrag eine Rolle, auf der anderen Seite wächst mit schrumpfendem Abstand zwischen Kern und Elektron infolge der Heisenbergschen Unschärferelation ein entgegengerichtetes Potential (die Herleitung dieses Potentials ist ähnlich wie die Herleitung des Stabilisierungsdruckes Brauner und Weißer Zwerge, siehe Seite 100 bzw. Seite 118). Als stabile Bahn des Elektrons im Wasserstoffatom ergibt sich die Größenordnung des Bohrschen Radius. Als Vereinfachung bietet sich also die Berechnung mithilfe des Coulomb-Potentiales an, auch wenn die Atome von außen betrachtet natürlich elektrisch neutral sind und sich damit nicht abstoßen können (vgl. auch [MS96]).

Um mithilfe des Coulomb-Potentiales einen Druck ermitteln zu können, kann man

den Druck als eine Energiedichte betrachten. Eine Einheitenanalyse zeigt die Äquivalenz:

$$[P] = Pa = \frac{N}{m^2} = \frac{J}{m \cdot m^2} = \frac{[E]}{[V]}$$

Mithilfe des Coulomb-Potentials ergibt sich damit für den Stabilisierungsdruck:

$$P_{max} = \frac{E}{V} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3e^2}{16\pi^2\epsilon_0 r^4}$$

Dieser Druck ist natürlich ebenfalls ein mittlerer Druck, der hier in dem Teilvolumen einer Phasenraumzelle berechnet wird. Dies eingesetzt in Gleichung 6.6 ergibt einen Term für die maximal mögliche Masse eines durch Coulomb-Abstoßung stabilisierten Körpers:

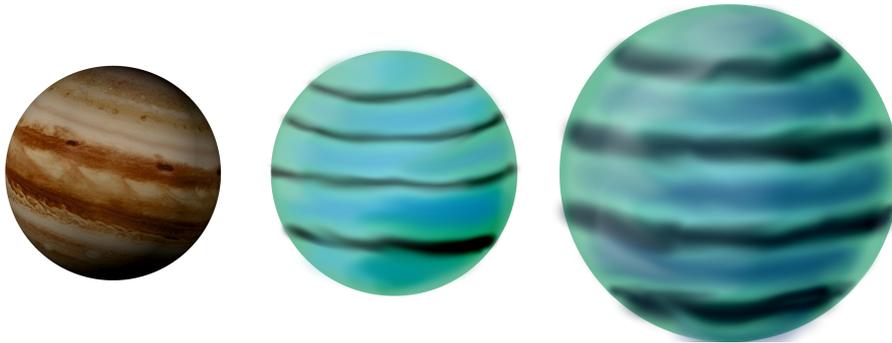
$$M_{Max} = \left( \frac{3e^2 8\pi r^4}{3G(\mu m_P)^{\frac{4}{3}} 16\pi^2 \epsilon_0 r^4} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (6.7)$$

$$= \left( \frac{e^2}{2\pi G(\mu m_P)^{\frac{4}{3}} \epsilon_0} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (6.8)$$

Dieser Term hängt - abgesehen von  $\mu$  - nur von Konstanten ab. Nimmt man nun eine Wasserstoffkugel an und setzt damit  $\mu = 1$ , so ergibt sich eine maximale Masse von etwa 3,3 Jupitermassen und eine Teilchenanzahl in der Größenordnung von  $10^{54}$  Wasserstoffatomen.

In Gleichung 6.8 sieht man, dass sich der Phasenraumradius  $r$  wegekürzt, somit kann daraus keine Abschätzung für den Gesamtradius gemacht werden. Da für das Modell Wasserstoffatome angenommen wurden, bietet sich als Abschätzung für den Radius eines Atoms der Bohr'sche Radius  $a_0$  an. Mit diesem und Gleichung 6.5 ergibt sich damit ein maximaler Radius von etwa 80.000 km.

In der Literatur werden als Obergrenze der Masse etwa 13 Jupitermassen angegeben [UBB05, S. 310], die vom Radius her größten Planeten haben einen Radius von rund 110.000 km [And+10] (vgl. Abb. 6.13). Für genauere Resultate müssen natürlich weitere Faktoren bezüglich des inneren Aufbaus, insbesondere in Hinblick auf Phasenzustände unter sehr hohen Drücken im Kern, berücksichtigt wer-



**Abbildung 6.13:** Die Größe von Jupiter, dem größten nach dem Modell möglichen Planeten und dem größten bisher gefundenen Planeten im Vergleich.

den. Allerdings erhält man durch dieses Vorgehen Resultate, die die physikalischen Grundeffekte korrekt berücksichtigen und zudem in der richtigen Größenordnung liegen.

**Einfluss auf die Erde** Angenommen, ein Planet der soeben berechneten Masse würde nun an Jupiters Stelle um die Sonne kreisen - hätte er - zumindest bei minimalem Abstand - einen starken gravitativen Einfluss auf die Erde?

Um dies abzuschätzen, kann man die Gravitationskräfte von Mond und dem Gasplaneten vergleichen:

$$F_{Mond} = N \cdot F_{Gasplanet}$$

$$N = \frac{M_{Mond}}{3,3M_{Jupiter}} \cdot \frac{r_{EJ}^2}{r_{EM}^2}$$

$$N \approx 30$$

Der Einfluss des Mondes wäre also auch dann noch 30 mal höher als der durch den Planeten - für einen vergleichbar starken Einfluss müsste der minimale Abstand zwischen Planet und Erde weniger als eine Astronomische Einheit betragen. Selbst wenn man einen um den Faktor 13 schwereren Planeten annimmt, wäre der Einfluss des Mondes fast achtmal stärker, dieser Planet hätte in einem Abstand von etwa 1,5 Astronomischen Einheiten eine ähnlich starke Anziehungskraft.<sup>10</sup>

---

<sup>10</sup>Zum Vergleich: Der minimale Abstand zwischen Erde und Jupiter beträgt etwa 4 Astronomische Einheiten.

**Masse-Radius-Beziehung für Gasplaneten** Eine Masse-Radius-Beziehung für Gasplaneten ist in diesem Modell einfach zu bestimmen. Da der Phasenraumradius konstant ist und damit unabhängig von der Masse ist, kann man von einer konstanten Dichte ausgehen - mithilfe von Gleichung 6.5 ergibt sich also:

$$R \propto M^{\frac{1}{3}}$$

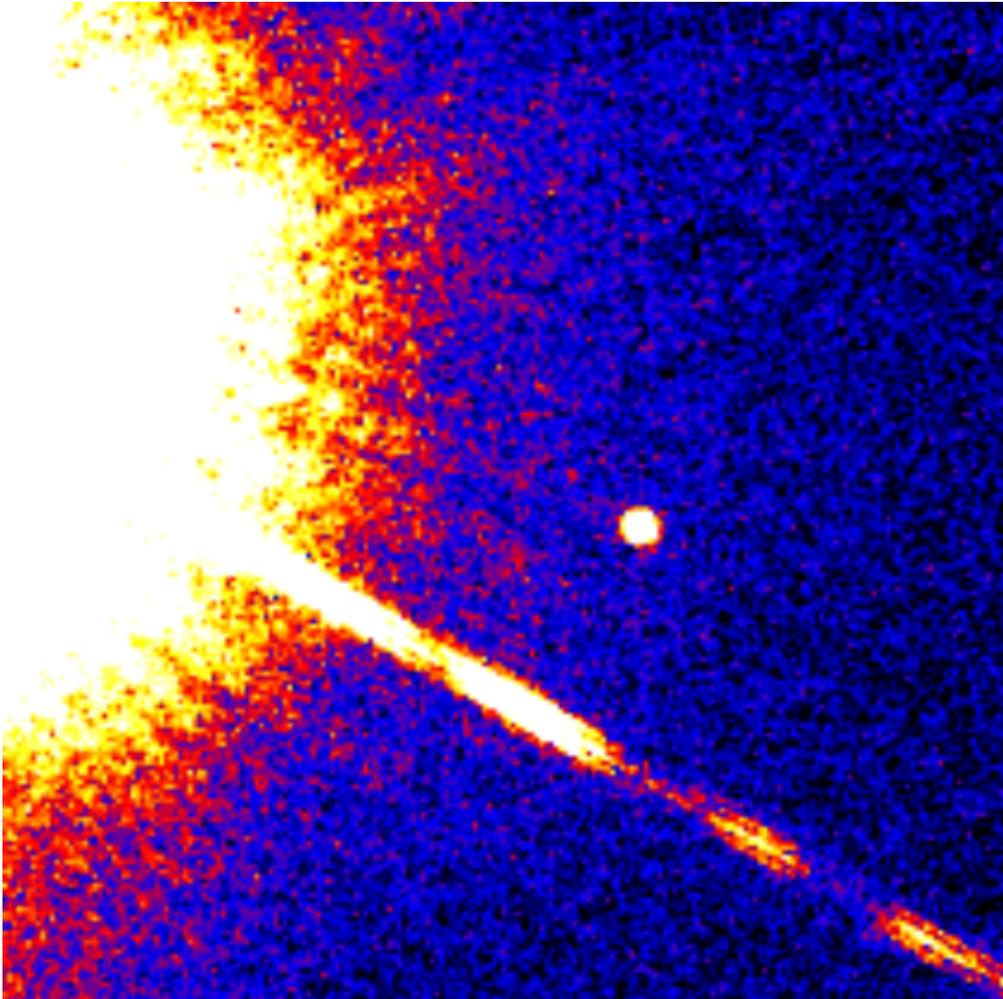
Gasplaneten verhalten sich mit wachsender Masse also so, wie man es intuitiv erwarten würde - sie werden größer.

#### 6.2.4 Braune Zwerge

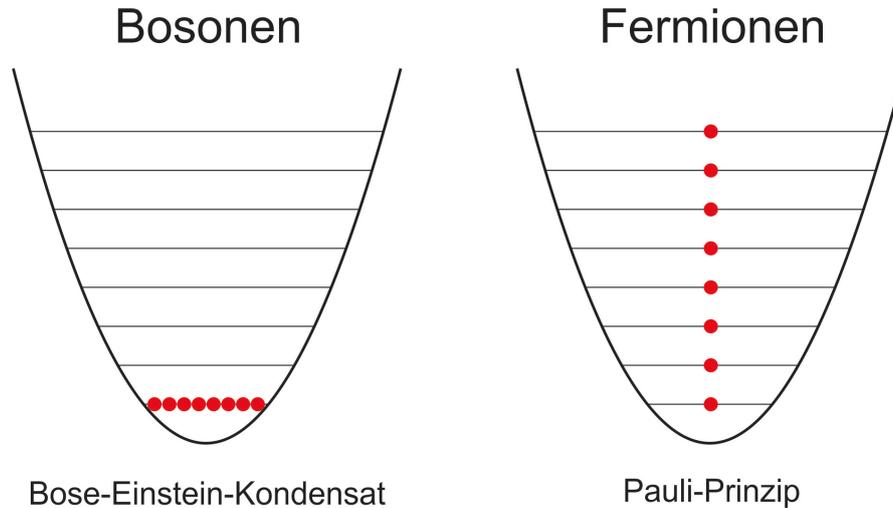
Diejenigen Himmelskörper, die sich als massereichere Objekte an die Gasriesen anschließen, sind die Braunen Zwerge. Auch diese Objekte entstehen bei der Kontraktion interstellarer Materie aus einer Gaswolke und befinden sich im hydrostatischen Gleichgewicht. Hier handelt es sich um Himmelskörper, die zu schwer sind, um durch die Coulomb-Abstoßung zwischen den Atomen stabilisiert zu werden (vgl. vorheriger Abschnitt), die jedoch nicht die erforderliche Masse besitzen, um eine dauerhafte Proton-Proton-Fusion durchführen zu können.

Braune Zwerge wurden Anfang der 60er Jahre von SHIV KUMAR theoretisch postuliert (vgl. [Kum03]), allerdings haben sie eine sehr geringe Leuchtkraft und wurden daher erst spät detektiert - Gliese 229B war 1995 das erste nachgewiesene Objekt dieser Art (vgl. [Nak+95]). Mittlerweile wurden über 1000 Braune Zwerge entdeckt (vgl. [Gel+12]).

**Abschätzung von Masse und Radius I** Die Fusionsrate im Inneren der Braunen Zwerge ist äußerst gering. Bei ihrer Entstehung kann der Gasdruck keine stabilisierende Wirkung entfalten, so dass sie zu relativ kompakten, aber energiearmen Objekten schrumpfen. Als Stabilisierungsmechanismus kommt daher weder der Gasdruck noch relativistischer Teilchendruck infrage. Vielmehr kann es sich nur um klassisch entarteten Elektronendruck handeln - klassisch in dem Sinne, dass die Elektronen thermodynamische und nicht-relativistische Partikel sind.



**Abbildung 6.14:** Ein 1995 vom Hubble Space Telescope aufgenommenes Infrarotbild des Gliese 229 Systems, bestehend aus dem Roten Zwerg Gliese 229a (links) und dem Braunen Zwerg Gliese 229b (rechts). Zu beachten ist, dass die Größenverhältnisse nicht korrekt sichtbar sind, da 229a aufgrund seiner um ein vielfaches höheren Leuchtkraft überbelichtet ist und über seine Größe hinaus strahlt. Tatsächlich ist der Radius 229a etwa um einen Faktor sechs größer als der von 229b. Credit: S. Kulkarni (Caltech), D. Golimowski (JHU) and NASA/ESA.



**Abbildung 6.15:** Bosonen können unter entsprechenden Bedingungen ein Bose-Einstein-Kondensat bilden, bei alle Bosonen in allen Quantenzahlen übereinstimmen. Fermionen wie zum Beispiel Elektronen unterliegen dagegen dem Pauli-Prinzip und können daher nicht in sämtlichen Quantenzahlen übereinstimmen, was zu einem Gegendruck führt. Grafik nach [Cam16, S. 157].

Als Gegendruck wirkt schließlich die *thermische Entartung* der Elektronen im Inneren des Braunen Zwerges.

Elektronen sind Fermionen, das heißt, sie gehorchen dem Pauli-Prinzip - man kann sie im Phasenraum nicht beliebig dicht beieinander setzen, da jeder Quantenzustand in einem Atom nur einmal besetzt werden darf. Jedes Elektron benötigt einen gewissen Raum, der mithilfe des Phasenraumradius abgeschätzt werden kann. Bei wachsendem Gravitationsdruck bauen die Elektronen daher einen Gegendruck, den Entartungs- oder Fermidruck, auf, um dem „Zusammenpressen“ entgegen zu wirken<sup>11</sup> (vgl. Abb. 6.15 und [Cam16, S. 156ff.]).

Die Entartung der Elektronen Brauner Zwerges ist thermischer Art - das heißt, sie werden durch Elektronen stabilisiert, bei denen die thermische Energie  $k$  der dominierende Faktor ist. Für die Energie eines Elektrons der Temperatur  $T$  gilt:

$$E = \frac{3}{2}k_B T = \frac{p^2}{2m} \quad (6.9)$$

<sup>11</sup>Bosonen wie beispielsweise Photonen oder Gluonen gehorchen dagegen nicht dem Pauli-Prinzip und können daher Kondensate bilden, bei denen sich sämtliche Teilchen im gleichen Quantenzustand befinden - so genannte Bose-Einstein-Kondensate.

Nun kann man mithilfe der Heisenbergschen Unschärferelation den Impuls jedes Elektrons abschätzen und in Gleichung 6.9 einsetzen:

$$p = \frac{\hbar}{r}$$

$$\Rightarrow E = \frac{3}{2}k_B T = \frac{\hbar^2}{2mr^2}$$

Der Phasenraumradius  $r$ , den jedes Teilchen einnimmt, kann nun durch Umstellen ermittelt werden:

$$r = \sqrt{\frac{\hbar^2}{3mk_B T}} = \frac{\lambda_{dB}}{4\pi^2}$$

Es zeigt sich, dass das von jedem Teilchen eingenommene Volumen - abgesehen von einer Konstanten - in jeder Raumrichtung der dem Teilchen zugehörigen de-Broglie-Wellenlänge entspricht - ein eindeutiger Hinweis auf die quantenmechanische Natur Brauner Zwerge.

Nun kann man den Druck - genau wie im vorherigen Kapitel bei den Gasplaneten - als Energiedichte betrachten und so den Stabilisierungsdruck bestimmen. Die thermische Energie und das Volumen, das ein Elektron benötigt,<sup>12</sup> sind bekannt:

$$P = \frac{E}{V} = \frac{\frac{3}{2}k_B T}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\lambda_{dB}}{4\pi^2}\right)^3}$$

Man sieht, dass der Fermidruck mit wachsender Temperatur stark ansteigt - bei leichteren Himmelskörpern wie Gasplaneten ist er aufgrund der deutlich niedrigeren Temperatur im Zentrum zwar vorhanden, aber im Vergleich zur Coulomb-Abstoßung nicht signifikant.

Setzt man nun den Stabilisierungsdruck in Gleichung 6.6 ein, so kann man einen Ausdruck für die maximale Masse eines Braunen Zwerges herleiten:

$$M = \left( \frac{3k_B T \cdot \lambda_{dB}}{4\pi^2 m_P^{\frac{4}{3}}} \right)^{\frac{3}{2}} = \left( \frac{(3k_B T)^{\frac{1}{2}} \hbar}{G m_P^{\frac{4}{3}} m^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (6.10)$$

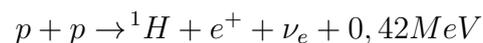
---

<sup>12</sup>Nicht zu verwechseln mit einer Ausdehnung eines Elektrons, diese werden weiterhin als punktförmig angenommen.

Es zeigt sich, dass die maximal mögliche Masse  $M$  eines Braunen Zwerges mit steigender Masse  $m$  des thermischen Teilchens schrumpft. Die mögliche Masse eines hypothetischen, durch thermische Neutronen stabilisierten Himmelskörpers gleicher Temperatur wäre also etwa um einen Faktor  $2000^{3/4} \approx 300$  niedriger als bei Elektronen.

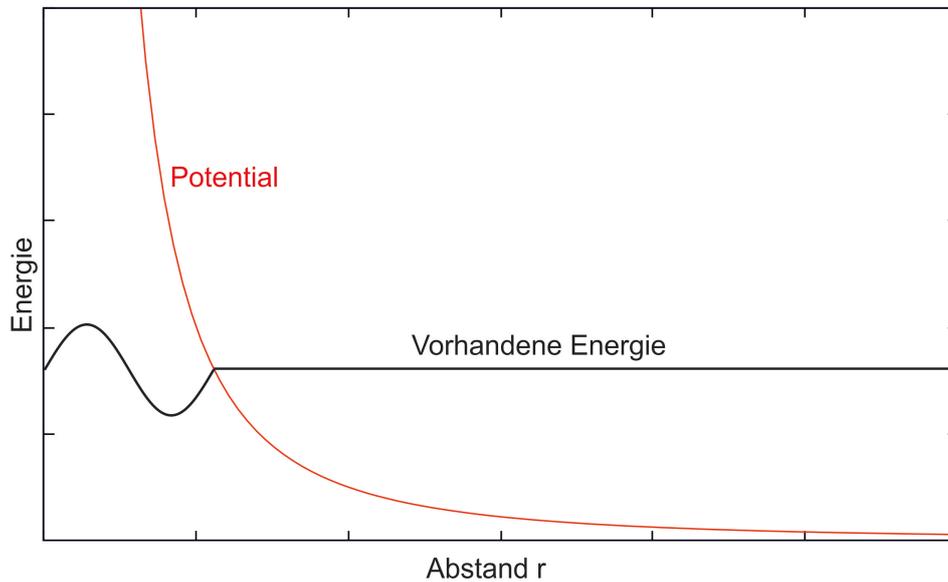
**Abschätzung der nötigen Temperatur zur Kernfusion** Wie bereits eingangs erwähnt, ist ein Brauner Zwerg dadurch charakterisiert, dass er im Zentrum nicht die nötige Temperatur für eine Proton-Proton-Fusion aufbringen kann. Die Temperatur, bei der die Proton-Proton-Reaktion einsetzt, kann auch einfache Weise abgeschätzt werden (nach [Lot16]).

Die grundsätzliche Reaktionsgleichung der Proton-Proton-Fusion sieht wie folgt aus:



Bei jeder Reaktion wird also die Energie  $E = 0,42\text{MeV}$  frei. Damit Fusion möglich ist, müssen die Protonen sich nah genug kommen - also die Coulomb-Abstoßung überwinden. Da diese aber mit sinkendem Abstand stark ansteigt, können sich beide Protonen klassisch nicht beliebig nahe kommen. Sie erreichen vielmehr nur einen gewissen Mindestabstand  $r_{min}$ , ab dem die verbleibende Distanz auf andere Weise überbrückt werden muss - quantenmechanisch wird dies durch den Tunneleffekt beschrieben. Damit die Quantenmechanik und damit der Tunneleffekt relevant werden, muss man sehr kleine Abstände betrachten. Als eindeutig quantenmechanische Richtgröße bietet sich dabei die de-Broglie-Wellenlänge der Protonen an. Als Größenordnung gilt also, dass die de-Broglie-Wellenlänge des Protons und der minimale Abstand in der gleichen Größenordnung sein müssen. Somit besteht die Möglichkeit, dass der „fehlende“ Abstand durchtunnelt werden kann (vgl. Abb. 6.16).

Für die de-Broglie-Wellenlänge eines Teilchens der Masse  $m$  und der Geschwindigkeit  $v$  gilt:



**Abbildung 6.16:** Der Tunneleffekt zur Kernfusion. Die vorhandene Energie reicht nicht aus, damit das Coulomb-Potential überwunden werden kann - das letzte Stück muss durchtunnelt werden, aus [Hoh17b].

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \approx r_{Min}$$

Mithilfe der Energieerhaltung kann nun ein Term für die nötige Geschwindigkeit ermittelt werden, bei der sich die Teilchen auf den Mindestabstand  $r_{min}$  annähern:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m_P v^2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_{Min}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2 m_P v}{h} \\ \Rightarrow v &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{h} \end{aligned}$$

Die notwendige Geschwindigkeit erhalten Protonen über ihre Temperatur, man setzt die hier bestimmte Geschwindigkeit also mit der thermischen Geschwindigkeit

gleich, die aus der Gastheorie als mittleres Geschwindigkeitsquadrat folgt:

$$\begin{aligned}
 v &= v_{Th} \\
 \frac{1}{2}m_P v^2 &= \frac{3}{2}k_B T \\
 \Rightarrow v &= \sqrt{\frac{3k_B T}{m_P}} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{h} \\
 \Rightarrow T &= \frac{m_P e^4}{12\pi^2 \epsilon_0^2 k_B h^2} \approx 20 \cdot 10^6 K
 \end{aligned} \tag{6.11}$$

Analog kann man einen Vergleichswert bestimmen, mit dem eine „klassische“ Kernfusion ohne Tunneleffekt möglich wäre. Um dies zu erreichen, müssten sich die Protonen nur über ihre kinetische Energie nahe genug kommen, damit die starke Kernkraft dominiert. Der hierfür erforderliche Abstand beträgt rund  $1\text{ fm}$ . Um dies zu erreichen, wäre eine Temperatur von über  $10^9\text{ K}$  nötig - mehrere Größenordnungen über der Kerntemperatur von Sternen.

Die hier bestimmten knapp 20 Millionen Kelvin stimmen relativ gut mit der zur Kernfusion nötigen Temperatur unter Laborbedingungen überein, diese liegt bei knapp 30 Millionen Kelvin [Lot16]. Die im Inneren von Sternen herrschenden Bedingungen unterscheiden sich jedoch deutlich von denen im Labor, vor allem in Hinblick auf die vorherrschenden Dichten und Drücke. Daher reicht dort bereits eine deutlich niedrigere Temperatur von etwa drei Millionen Kelvin aus, um eine dauerhafte Proton-Proton-Fusion zu ermöglichen. Dies lässt sich unter anderem auch darauf zurückführen, dass die Protonen nicht alle die gleiche Energie haben, sondern sich - gemäß der Boltzmann-Verteilung - mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten bewegen. Somit erreicht bei einer Temperatur von drei Millionen Kelvin ein Teil der Protonen die zu einer Temperatur von 20 Millionen Kelvin äquivalenten Geschwindigkeit. Daher wird im Folgenden die hier abgeschätzte Temperatur weiter verwendet.<sup>13</sup>

---

<sup>13</sup>In der Literatur sind verschiedene elementare Herleitungen zu finden, die das Fusionsfenster nach Gamow beschreiben (vgl. beispielsweise [Demptroder.2017], eine Herleitung findet sich auch in älteren Physiklehrbüchern für die Schule, vgl. etwa [EHK93, S. 436]). Das bisherige Vorgehen reicht für diese Zwecke jedoch vollkommen aus.

**Abschätzung von Masse und Radius II** Nun kann man Gleichung 6.10 und Gleichung 6.11 kombinieren, um einen nur von numerischen und Naturkonstanten abhängigen Term für die maximale Masse eines Braunen Zwerges zu erhalten:

$$\begin{aligned}
 M_{BZ} &= \left( \frac{\left( \frac{3k_B m_P}{12\pi^2 \epsilon_0^2 k_B} \frac{e^4}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} \hbar}{G m_P^{\frac{4}{3}} m_e^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{2}} \\
 &= \left( \frac{e^2}{4\pi^2 G \epsilon_0 m_P^{\frac{5}{6}} m_e^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{2}} \\
 &\approx 1,16 \cdot 10^{29} \text{ kg} \approx 60 M_{Jupiter}
 \end{aligned}$$

Braune Zwerge können also etwa die sechzigfache Jupitermasse beziehungsweise 6% der Sonnenmasse erreichen, dies entspricht der Größenordnung von  $5 \cdot 10^{55}$  Protonen und der gleichen Anzahl an Elektronen. In der Literatur werden etwa 8% angegeben [UBB05, S. 207]. Trotz der großen Abweichung bei der Temperatur ergibt sich mithilfe des Modells also ein sehr gutes Ergebnis - zu beachten ist aber, dass dies durch verschiedene Abweichungen entsteht, die sich gegenseitig aufheben. Der exakte innere Aufbau von Braunen Zwergen ist nach wie vor ein aktuelles Forschungsfeld und nicht vollständig geklärt.

Über Gleichung 6.5 und den bekannten Phasenraumradius des Braunen Zwerges kann nun auch der Radius eines Braunen Zwerges maximaler Masse bestimmt werden. Es ergibt sich ein Radius von etwa 50.000 km, also etwas kleiner als der von Jupiter.

**Masse-Radius-Beziehung Brauner Zwerge** Interessant ist ein Blick auf die Masse-Radius-Beziehung Brauner Zwerge. Während die Dichte bei Gasplaneten in diesem Modell als konstant angenommen wird (was näherungsweise zutrifft), kann man diese Annahme bei Braunen Zwergen aufgrund der thermischen Entartung der Elektronen nicht machen.

Je stärker die Materie - und mit ihr die Elektronen - komprimiert werden, desto größer ist der Gegendruck, den sie aufbringen können. Dementsprechend wird die Materie bei steigendem Druck und damit steigender Masse stärker komprimiert

und schrumpft, entgegen der intuitiven Vorstellung. Für den Zusammenhang zwischen Temperatur und Teilchengeschwindigkeit gilt wieder:

$$T = \frac{m_P}{3k_B} v^2$$

Nun kann man diesen Term für die Temperatur in Gleichung 6.10 einsetzen und erhält eine Relation von Masse eines Braunen Zwerges und der Teilchengeschwindigkeit in seinem Innern:

$$M(v) = \left( \frac{m_p^{\frac{1}{2}} v \hbar}{G m_p^{\frac{4}{3}} m^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{2}} = \text{const} \cdot v^{\frac{3}{2}}$$

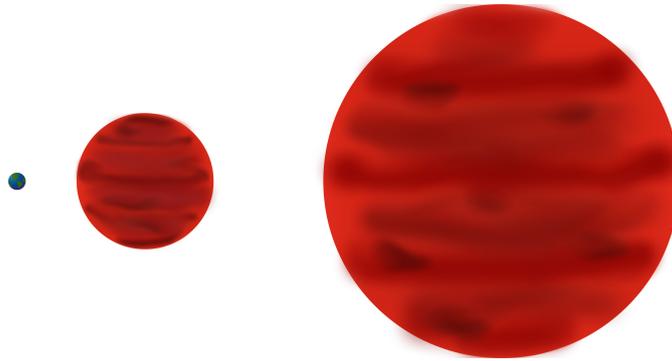
$$v(M) = \text{const} \cdot M^{\frac{2}{3}}$$

Über Gleichung 6.5 und den Phasenraumradius des Braunen Zwerges erhält man den Zusammenhang zwischen Masse und Radius:

$$R(M) = \left( \frac{M}{\mu m_P} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\hbar}{m \cdot \text{const} \cdot M^{\frac{2}{3}}}$$

$$\Rightarrow R \propto M^{-\frac{1}{3}}$$

Die kleinsten Braunen Zwerge sind also die massereichsten von ihnen (vgl. Abb. 6.17). Beobachtungen und andere Modelle bestätigen diesen auf den ersten Blick überraschenden Zusammenhang.



**Abbildung 6.17:** Vergleich der Größe der Erde, eines Braunen Zwerges mit der in diesem Modell ermittelten maximalen Masse (etwa 60 Jupitermassen) und eines Braunen Zwerges minimaler Masse (etwa 3,3 Jupitermassen).

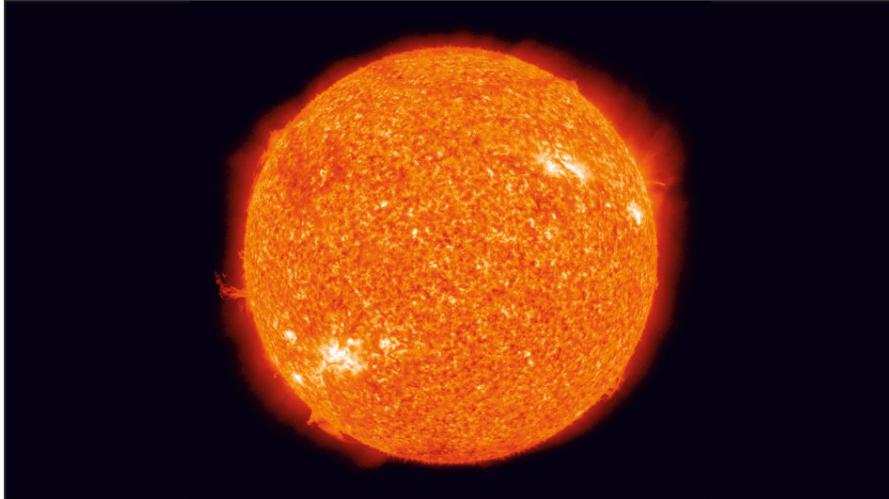
## 6.2.5 Hauptreihensterne

Die schwersten möglichen Himmelskörper, die direkt aus einer Gaswolke entstehen, und gleichzeitig die schwersten Himmelskörper, die sich im hydrostatischen Gleichgewicht befinden, sind Hauptreihensterne (aus Gründen der Lesbarkeit im Folgenden nur *Sterne* genannt). Ein Stern unterscheidet sich von einem Braunen Zwerg dadurch, dass er während seiner gesamten Lebensdauer auf der Hauptreihe Wasserstoff zu Helium fusioniert - dementsprechend haben Sterne einen höheren Heliumanteil als Braune Zwerge. Die dabei abgegebene Energie wird als elektromagnetische Strahlung freigesetzt und erzeugt einen Strahlungsdruck. Dieser wird bei massereicheren Sternen zunehmend der dominierende Faktor beim Stabilisierungsdruck, während bei masseärmeren Sternen wie der Sonne der Gasdruck die dominierende Rolle spielt<sup>14</sup> - da hier wieder eine Obergrenze bestimmt werden soll, wird also der Strahlungsdruck betrachtet.

Anders als bei den bisher betrachteten (und auch bei den noch folgenden) Himmelskörpern werden Sterne langfristig durch einen „aktiven“ Vorgang, die Kernfusion, stabilisiert. Während die anderen Objekte also weitestgehend statisch sind und eine theoretisch unbegrenzte Lebensdauer aufweisen, hängt die Lebensdauer eines Sternes von einem Vorrat an Wasserstoff und seinem Verbrauch durch Fusionen

---

<sup>14</sup>Der Gasdruck wächst linear mit der Temperatur im Zentrum, wie die ideale Gasgleichung nahe legt. Der Strahlungsdruck wächst dagegen mit der vierten Potenz, eine Herleitung dazu kommt im folgenden Abschnitt.



**Abbildung 6.18:** Die Sonne - ein Hauptreihenstern. Beobachtungen zeigen, dass die Sonne im Vergleich zu anderen Hauptreihensternen eher klein ist. Wie groß können Sterne also werden?

ab. Die Spanne reicht dabei von vielen Milliarden Jahren bei den masseärmsten bis hin zu wenigen Millionen Jahren bei den massereichsten Sternen, die schließlich in einer Supernova enden. Auch bei Sternen sorgt natürlich das Wechselspiel von Gravitations- und Gegendruck für Stabilität. Der Gegendruck - bei der Sternentstehung noch thermisch durch umgewandelte potentielle Energie bedingt - kann langfristig nur aufrecht erhalten werden, wenn der Energieverlust an der Sternoberfläche kompensiert wird. Dies bewirkt die Kernfusion.

Die Sterne faszinieren die Menschen seit Jahrtausenden. Schon in der Steinzeit wurde die Sonne, ohne die kein Leben auf der Erde möglich wäre, verehrt und auch die Benennung von Sternbildern in nahezu jeder frühen Kultur zeigt die Ausstrahlung, die von den Gestirnen ausgeht. Ein Blick zum Himmel in einer klaren, dunklen Nacht genügt, um tausende von ihnen zu sehen - nahezu alle sind Sterne, von denen sich die meisten im Hauptreihenstadium befinden. Es lohnt sich also, speziell solche Sterne intensiver zu betrachten.

**Abschätzung von Masse und Radius** Da es sich bei Sternen um dynamische Systeme handelt, ist die Abschätzung in Bezug auf den Stabilisierungsdruck (in diesem Fall der Strahlungsdruck) etwas komplizierter als in den bisher behandelten

Fällen. Dafür liefert das Modell auch Hinweise auf den Lebensweg eines Sterns nach dem Verlassen der Hauptreihe. Die mögliche Masse ändert sich drastisch mit der mittleren Teilchenmasse und damit der chemischen Zusammensetzung des Sterns, weshalb hier eine genauere Modellierung angebracht ist. Für die Materie wird eine Kombination aus ionisiertem Wasserstoff (75%) und ionisiertem Helium (25%) angenommen [UBB05, S. 292]. Dies ergibt eine mittlere Teilchenmasse von  $\mu \approx 0,7$ .

Der Strahlungsdruck hängt stark von der Temperatur im Inneren des Sterns ab. Um diese zu ermitteln, kann das Plasma des Sterns als ideales Gas betrachtet werden. Es gilt also die ideale Gasgleichung mit dem Druck  $p$ , der Teilchenanzahl  $N$ , der Temperatur  $T$  sowie dem Volumen  $V$ :

$$p = \frac{Nk_B T}{V}$$

Die Teilchenanzahl kann wie in Gleichung 6.5 über das Verhältnis zwischen Gesamtmasse und (mittlerer) Teilchenmasse beschrieben werden; das Volumen ist über den Radius gegeben. Um die Temperatur zu bestimmen, kann der durch das ideale Gasgesetz gegebene Druck mit dem Gravitationsdruck (Gl. 6.3) gleichgesetzt werden:

$$\begin{aligned} p &= \frac{M}{\mu m_P} \frac{k_B T}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3M^2 G}{8\pi R^4} \\ T &= \frac{MG\mu m_P}{2k_B R} \end{aligned} \tag{6.12}$$

Man muss beachten, dass hier die Temperatur im Zentrum des Sterns, nicht seine mittlere Temperatur bestimmt wurde. Da über 90% der Leuchtkraft (also der Leistung) eines Sterns im Kern erzeugt werden<sup>15</sup> [UBB05, S. 291], kann man jedoch gut mit der Kerntemperatur arbeiten. Mit dieser Temperatur kann man den Kern als eigenen Körper mit der ermittelten Kerntemperatur betrachten und dann mithilfe des Stefan-Boltzmann-Gesetzes die „Kernleuchtkraft“ abschätzen. Gemäß der Energieerhaltung muss die Leuchtkraft des Kerns mit der an der Oberfläche

---

<sup>15</sup>Im Kern herrschen deutlich höhere Temperaturen als in den äußeren Schichten des Sterns. Da sämtliche Kernfusionen mit steigender Temperatur deutlich wahrscheinlicher werden, finden die meisten Fusionen im Kern statt, vergleiche dazu auch [AI71].

des Sterns übereinstimmen.<sup>16</sup> Das Stefan-Boltzmann-Gesetz beschreibt einen Zusammenhang zwischen Leistung und (Oberflächen-)Temperatur. Um eine Energie zu ermitteln, kann die Leistung mit der Zeit multipliziert werden. Dazu wird eine modifizierte Stefan-Boltzmann-Konstante eingeführt:

$$\sigma^* := \sigma \cdot 1s = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{Ws}{m^2 K^4} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{J}{m^2 K^4}$$

Für die in einer Sekunde freiwerdende Energie im Kern gilt also:

$$E = 4\pi R_K^2 \sigma^* T_K^4$$

Die Temperatur des Kerns wurde in Gleichung 6.12 ermittelt, seinen Radius kann man als Anteil  $1/n = R_{Kern}/R$  vom Gesamtradius  $R$  des Sterns abschätzen. Damit kann die Energie in Abhängigkeit von Radius, Masse und mittlerer Teilchenmasse bestimmt werden:

$$\begin{aligned} E &= 4\pi \left(\frac{1}{n}R\right)^2 \sigma^* \frac{M^4 G^4 \mu^4 m_p^4}{16k_B^4 R^4} \\ &= \frac{\pi \sigma^* G^4 m_p^4 \mu^4 M^4}{4k_B^4 n^2 R^2} \end{aligned}$$

Analog zu den bisherigen Beispielen kann man den Druck wieder als Energiedichte betrachten und erhält den durch den Strahlungsdruck wirkenden Stabilisierungsdruck:

$$P = \frac{E}{V} = \frac{3\sigma^* G^4 m_p^4 \mu^4 M^4}{16k_B^4 n^2 R^5}$$

Diese Gleichung kann nun wieder mit Gleichung 6.3 gleichgesetzt werden:

$$\frac{M^2}{R} = \frac{2k_B^4}{\sigma^* G^3 m_p^4 \pi} \frac{n^2}{\mu^4} \tag{6.13}$$

Dieser Ausdruck gilt bisher für alle Sterne im hydrostatischen Gleichgewicht, nicht nur für Hauptreihensterne. Es lohnt sich daher, ihn genauer zu betrachten.

---

<sup>16</sup>Andernfalls müsste die durch Fusion freiwerdende Energie in einigen Sternschichten „steckenbleiben“ und dort zu einer Erhöhung der thermischen Energie führen.

Den größten Teil seines Lebens verbringt ein Stern auf der Hauptreihe des Hertzsprung-Russell-Diagramms (HRD), hier wird Wasserstoff zu Helium fusioniert. Wenn sich der Wasserstoffvorrat erschöpft, so startet die Fusion von Helium zu Kohlenstoff und gegebenenfalls (je nach Masse des Sterns) finden weitere Fusionen bis hin zu Eisen statt. Durch die Fusionen nimmt der Anteil an schwereren Elementen kontinuierlich zu - damit auch die mittlere Masse  $\mu$ . Um bei konstanter Masse<sup>17</sup> das hydrostatische Gleichgewicht zu erhalten und damit die Gleichung weiterhin zu erfüllen, muss also entweder der Anteil des Kerns am Gesamtradius schrumpfen oder der Stern muss expandieren. Beides passiert in der Spätphase eines Sternenlebens: Der Stern bläht sich zu einem Riesenstern auf. Durch den enorm wachsenden Radius schrumpft gleichzeitig der Anteil des Kerns am Gesamtradius. Man muss hierbei aber beachten, dass bei der Expansion zu einem Riesenstern weitere Faktoren eine Rolle spielen, unter anderem das Schalenbrennen [UBB05, S. 295f.]. Es entsteht also zusätzlicher Strahlungsdruck in weiter außen liegenden Schichten. Nichtsdestotrotz zeigt die Gleichung einen Anhaltspunkt, wieso Sterne sich zu Roten Riesen entwickeln - und auch, wieso dies bei sehr leichten Sternen mit deutlich weniger als einer Sonnenmasse wahrscheinlich nicht der Fall ist:<sup>18</sup> Bei einer zu niedrigen Masse reicht der Druck und damit die Kerntemperatur nicht aus, um das Helium weiter zu fusionieren. Dementsprechend wächst die mittlere Masse nicht stark an und es findet keine Expansion statt.

**Die Masse-Radius-Beziehung für Hauptreihensterne** Zur weiteren Modellierung der Hauptreihensterne wird im Folgenden die MRB für Hauptreihensterne benötigt. Die Existenz einer MRB kann elementarisiert hergeleitet werden, ohne dabei jedoch den exakten Exponenten zu erhalten. Ähnliche elementarisierte Herleitungen findet man beispielsweise in [Boe+04, S. 182].

Für Sterne gilt mit Gleichung 6.4 und der idealen Gasgleichung das *Lanesche Ge-*

---

<sup>17</sup>Der Massenverlust durch Kernfusion ist vernachlässigbar.

<sup>18</sup>Solche Sterne sind allerdings im gegenwärtigen Universum nicht in ihrem Endstadium zu beobachten, da ihre Lebensdauer das bisherige Alter des Universums deutlich übersteigt.

setz [Boe+04, S. 179]:

$$T = \frac{pV}{Nk_B} = \frac{pV}{\frac{2M}{m_P} \cdot k_B} \propto pVM^{-1} \propto \frac{M^2}{R^4} \cdot R^3 \cdot M^{-1} = \frac{M}{R}$$

Wie üblich bezeichnet  $T$  die Temperatur,  $p$  den (mittleren) Druck im Inneren des Sterns,  $V$  sein Volumen,  $M$  seine Masse,  $m_P$  die Protonenmasse,  $N$  die Teilchenanzahl und  $R$  seinen Radius. Aufgrund der ionisierten Materie beträgt die mittlere Teilchenmasse etwa eine halbe Protonenmasse.

Überlegungen zu den im Inneren des Sterns ablaufenden Fusionsprozessen können nun zu einer MRB führen. Betrachtet man die mittlere Energie  $\varepsilon$ , die bei der Fusion pro Massen- und Zeiteinheit freigesetzt wird, so hängt diese sowohl von der Dichte als auch von der herrschenden Temperatur ab. Je höher die Materiedichte ist, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich zwei Kerne stark genug annähern, um zu fusionieren, dementsprechend wächst die Energiefreisetzung linear mit der Dichte. Gleichzeitig wächst die Wahrscheinlichkeit, dass sich zwei Kerne begegnen, mit ihrer Bewegungsgeschwindigkeit, die von der Temperatur abhängt. Bei einer höheren Temperatur ist es den Kernen zudem möglich, sich auf klassischem Weg entgegen der Coulomb-Abstoßung stärker anzunähern, so dass ein kürzerer Weg mithilfe des Tunneleffektes zurückgelegt werden muss (vgl. Abb. 6.16). Da die Temperatur dies nicht linear beeinflusst, wird hier ein unbekannter Exponent  $n \geq 2$  angenommen, da mindestens zwei Einflüsse der Temperatur bekannt sind (erhöhte Geschwindigkeit und reduzierter Minimalabstand):

$$\varepsilon \propto \rho T^n \propto \frac{M}{R^3} \cdot \frac{M^n}{T^n} = \frac{M^{n+1}}{R^{n+3}}$$

Weiterhin gilt für die mittlere Energiefreisetzung pro Massen- und Zeiteinheit  $t$  mithilfe der Masse-Leuchtkraft-Beziehung (vgl. Kap. 7.2.2):

$$\varepsilon = \frac{E}{t \cdot M} = \frac{L}{M} \propto \frac{M^3}{M} = M^2$$

Fasst man beide Relationen zusammen, ergibt sie folgende MRB:

$$M^2 \propto \frac{M^{n+1}}{R^{n+3}}$$
$$R \propto M^{\frac{n-1}{n+3}}$$

Somit liegt die erwartete MRB zwischen

$$R \propto M^{0,2}$$

für  $n = 2$  und

$$R \propto M$$

für große Werte von  $n$ . Beobachtungen zeigen, dass der Exponent bei 0,6 liegt, dies entspricht  $n = 6$ . Es gilt also:

$$R \propto M^{0,6}$$
$$\Rightarrow R = x \cdot M^{0,6}$$

Für schwere Sterne, bei denen der Strahlungsdruck dominiert, müssen die Gleichungen etwas modifiziert werden. Hier gilt nicht das Lansche Gesetz, sondern folgender Zusammenhang (vgl. Gl. 7.2):

$$T^4 \propto \frac{M^2}{R^4}$$

Damit ergibt sich für die mittlere Energiefreisetzung  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon \propto \rho T^n \propto \frac{M}{R^3} \cdot \frac{M^{\frac{1}{2}n}}{T^n} = \frac{M^{\frac{1}{2}n+1}}{R^{n+3}}$$

Weiterhin gilt ein anderer Zusammenhang zwischen Masse und Leuchtkraft (vgl. Gl. 7.3):

$$L \propto M$$

$$\varepsilon = \frac{E}{t \cdot M} = \frac{L}{M} \propto \frac{M}{M} = 1$$

Somit gilt zusammengefasst:

$$1 \propto \frac{M^{\frac{1}{2}n+1}}{R^{n+3}}$$

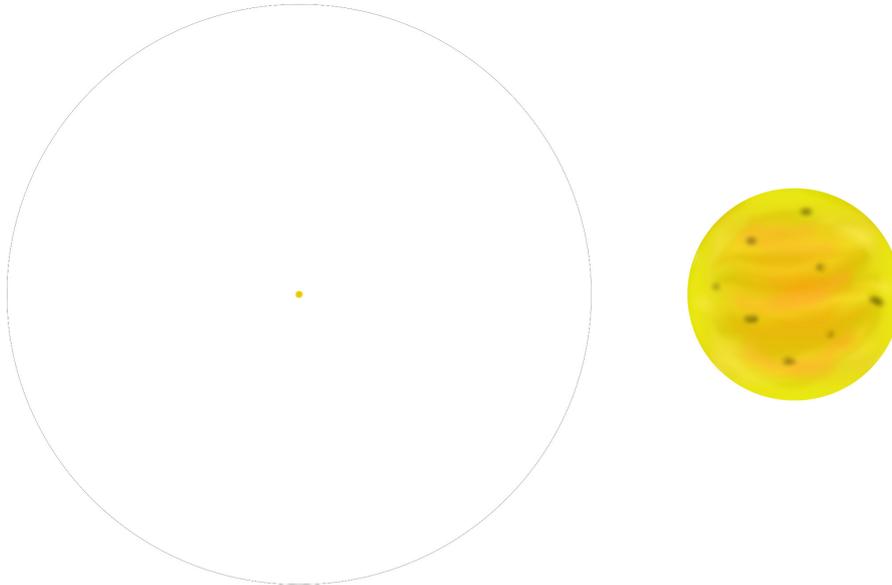
$$R \propto M^{\frac{\frac{1}{2}n+1}{n+3}}$$

Für schwere Sterne ergeben sich dementsprechend Exponenten zwischen 0,4 und eins, die Größenordnung ist also die selbe wie für leichte Sterne, so dass im Folgenden mit einer über alle Massen konstanten MRB gearbeitet wird.

**Maximale Masse** Der folgende Abschnitt gilt nur noch für Hauptreihensterne, die mittlere Teilchenmasse bleibt dementsprechend weitestgehend konstant. Zudem kann man die zuvor hergeleitete Masse-Radius-Beziehung für Hauptreihensterne anwenden und damit den Radius aus Gleichung 6.13 eliminieren. Setzt man diese in die Gleichung ein, so erhält man für die maximale Masse eines Hauptreihensterns:

$$M = \left( \frac{2k_B^4 x}{\sigma^* G^3 m_p^4 \pi \mu^4} n^2 \right)^{\frac{5}{7}}$$

Anders als bei den bisherigen Beispielen von Himmelskörpern im hydrostatischen Gleichgewicht zeigt sich hier, dass die maximale Masse eines Sterns nicht nur von fundamentalen Konstanten und der mittleren Teilchenmasse, sondern auch vom inneren Aufbau des Sterns abhängt: Ein größerer Anteil des Kerns würde eine größere Masse ermöglichen. Da eine Messung des Anteils des Kerns nicht möglich ist, muss hier auf andere Modellierungen zurückgegriffen werden. Diese besagen, dass der Kern eines Sterns etwa ein Fünftel seines Radius ausmacht (vgl. [UBB05, S. 291]). Der Faktor  $n$  ist also etwa fünf. Damit und mithilfe eines durch Radius und Masse der Sonne bestimmten Faktors  $x \approx 4,62 \cdot 10^{-10} \frac{m}{kg^{0,6}}$  ergibt sich eine



**Abbildung 6.19:** Größenvergleich zwischen der Sonne mit der Bahn des Merkur mit dem nach dem Modell größtmöglichen Hauptreihenstern.

maximale Sternenmasse von etwa 280 Sonnenmassen und damit eine Teilchenzahl von etwa  $10^{59}$  Protonen und der entsprechende Anzahl an Elektronen.

Mithilfe der Masse-Radius-Beziehung lässt sich der Radius eines Sterns dieser Masse abschätzen, es ergeben sich rund  $2,1 \cdot 10^7 \text{ km}$  (vgl. Abb. 6.19). Zusätzlich kann die Temperatur im Zentrum mithilfe von Gleichung 6.12 bestimmt werden: Hier erhält man eine Temperatur von knapp 80 Millionen Kelvin.

**Masse-Kerntemperatur-Beziehung** Zusätzlich zu einer Masse-Radius-Beziehung kann über Gleichung 6.12 eine Masse-Kerntemperatur-Beziehung ermittelt werden. Zur Erinnerung:

$$T = \frac{MG\mu m_p}{2k_B R}$$

$$\Rightarrow T \propto \frac{M}{R}$$

Mithilfe der Masse-Radius-Beziehung ergibt sich also:

$$T \propto M^{0,4} \tag{6.14}$$

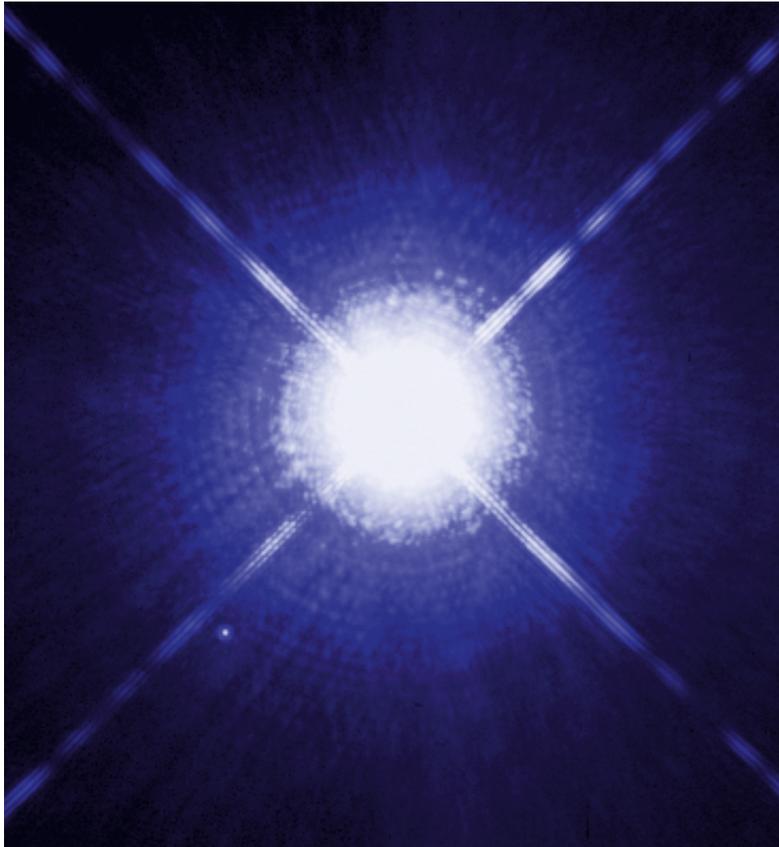
**Tabelle 6.2:** Vergleich der Kerntemperatur nach [AC00, S. 211] mit den nach Gleichung 6.12 (Spalte „ $T_{Kern}$  (Gasdr.)“ und nach Relation 6.14 (Spalte „ $T_{Kern}$  (Strahlungsdr.)“) ermittelten Werten. Für die Proportionalitätsbetrachtung wurde die Kerntemperatur der Sonne auf  $15 \cdot 10^6 K$  gesetzt (vgl. [Boe+04, S. 321]).

Masse	$T_{Kern}$ (Literatur)	$T_{Kern}$ (Gasdr.)	$T_{Kern}$ (Strahlungsdr.)
20 $M_S$	$34 \cdot 10^6 K$	$27 \cdot 10^6 K$	$50 \cdot 10^6 K$
10 $M_S$	$31 \cdot 10^6 K$	$20 \cdot 10^6 K$	$38 \cdot 10^6 K$
5 $M_S$	$27 \cdot 10^6 K$	$15 \cdot 10^6 K$	$29 \cdot 10^6 K$
2 $M_S$	$20 \cdot 10^6 K$	$11 \cdot 10^6 K$	$20 \cdot 10^6 K$
1 $M_S$	$15 \cdot 10^6 K$	$8 \cdot 10^6 K$	$15 \cdot 10^6 K$
0,5 $M_S$	$8 \cdot 10^6 K$	$6 \cdot 10^6 K$	$11 \cdot 10^6 K$

Ein kurzer Vergleich zeigt, dass die Relation für Sterne bis etwa fünf Sonnenmassen Ergebnisse liefert, die gut mit anderen Modellen übereinstimmen. Die Berechnung über Gleichung 6.12 ergibt zu niedrige Werte, da die Temperatur im Inneren der Sonne um etwa einen Faktor zwei zu niedrig geschätzt wird und sich diese Abweichung durch sämtliche Resultate zieht. Bei schwereren Sternen werden die Abweichungen größer, was primär auf höhere Dichten im Inneren schwerer Sterne zurückzuführen ist: Die Dichte im Inneren eines Sterns mit der zwanzigfachen Sonnenmasse ist etwa um einen Faktor 3,5 höher als im Inneren der Sonne (vgl. [AC00, S. 211] und [Hoh15, S. 48]). Dadurch ergibt sich eine deutlich abweichende Massenverteilung, was wiederum einen großen Einfluss auf den Druck und damit die Temperatur hat. Nichtsdestotrotz erhält man eine einfache Methode, die Temperatur im Inneren von Sternen abzuschätzen und damit ein erstes Element des inneren Aufbaus von Sternen zu betrachten.

### 6.2.6 Weiße Zwerge und Neutronensterne

Weißer Zwerge und Neutronensterne sind in erster Näherung physikalisch sehr ähnlich und werden deshalb gemeinsam behandelt. Beide entstehen nicht direkt aus einer gravitierenden Gaswolke, sondern sind die Überreste von erloschenen Sternen. Ob sich aus einem Vorläuferstern ein Weißer Zwerg oder ein Neutronenstern bildet, hängt von dessen ehemaliger Masse ab. Da in keinem der beiden Klassen



**Abbildung 6.20:** Eine Aufnahme des Hubble-Weltraumteleskops von dem Doppelsternsystem Sirius A (im Zentrum) und Sirius B (der Punkt links unten). Der Weiße Zwerg Sirius B das erste entdeckte kompakte Objekt. Dieses Objekt hat etwa die Größe der Erde bei der Masse der Sonne. Ein Neutronenstern ähnlicher Masse wäre noch um ein Vielfaches kleiner. Credit: NASA, ESA, H. Bond (STScI), and M. Barstow (University of Leicester).

von Himmelskörpern noch Kernfusion stattfindet, könnten sie niemals langfristig durch den Strahlungsdruck stabilisiert werden. Der Gegendruck, der die Gravitation ausbalanciert, wird durch relativistisch entartete Teilchen hervorgerufen - im Fall von Weißen Zwergen handelt es sich hierbei um Elektronen, im Fall von Neutronensternen um Neutronen.

Der erste Weiße Zwerg - Sirius B - wurde bereits 1863 von ALVAN CLARK entdeckt. Schon 1844 hatte FRIEDRICH BESSEL aufgrund von Beobachtungen einen Begleiter von Sirius vermutet, um seine Bewegungen erklären zu können [Cam16, S. 155ff.]. Der gefundene Begleiter hatte jedoch Eigenschaften, die man sich mit dem damaligen Stand der Physik nicht erklären konnte. Erst 1926, nach den Anfängen der Quantenmechanik, entwickelte RALPH HOWARD FOWLER eine Theorie: Der Fermidruck der Elektronen sorgt für die Stabilität des Weißen Zwerges. Die ersten stimmigen Modelle wurden schließlich von dem wohl bekanntesten Pionier der Erforschung Weißer Zwerge entwickelt: SUBRAHMANYAN CHANDRASEKHAR. Nach ihm wurde schließlich die Obergrenze für die mögliche Masse eines Weißen Zwerges benannt, die er 1930 im Alter von 19 Jahren berechnet hatte.<sup>19</sup>

1932 - zwölf Jahre nach der ersten Vermutung eines neutralen Kernbausteins durch ERNEST RUTHERFORD und kurz nach der Entdeckung des Neutrons durch JAMES CHADWICK - postulierte der russische Physiker LEW DAWIDOWITSCH LANDAU Neutronensterne (vgl. auch [Yak+13]), die ähnlich wie Weiße Zwerge stabilisiert sein sollten - allerdings nicht durch entartete Elektronen, sondern durch entartete Neutronen.<sup>20</sup> Dies führt zu einer ähnlichen Grenzmasse wie die Weißer Zwerge bei einem deutlich geringeren Radius und damit einer erheblich höheren Dichte. Moderne Forschungen geben eine Grenzmasse von knapp über zwei Sonnenmassen für Neutronensterne an [RMW18]. Landau war es auch, der 1932 eine ähnliche Abschätzung wie die hier gegebene für Weiße Zwerge entwickelt hat [Cam16, S. 165].

---

<sup>19</sup>Allerdings war er damit nicht der Erste, unter anderem WILHELM ANDERSON hatte bereits 1929 eine Grenze abgeschätzt, ab der die Dichte von Materie „beliebig groß werden“ kann [And30, S. 280], vgl. auch [And29] - alles oberhalb dieser Grenze entwickelte sich nach damaliger Ansicht also zu einem Schwarzen Loch (Neutronensterne waren noch nicht bekannt). Chandrasekhar hat die Grenzmasse allerdings erheblich präziser berechnet und gilt damit gemeinhin als ihr Entdecker [Sri14, S. 129ff].

<sup>20</sup>Wahrscheinlich ist der Artikel bereits 1931 und damit kurz vor der Entdeckung des Neutrons entstanden [Yak+13, S. 4].

**Abschätzung von Masse und Radius** Die grundlegenden Gleichungen sind vergleichbar mit denen des Braunen Zwerges (vgl. Kap. 6.2.4), da es sich bei beiden Stabilitätsdrücken um Entartungsdrücke handelt. Der Unterschied ist der Typ der Entartung: Während diese bei Braunen Zwergen thermisch bedingt ist, werden Weiße Zwerge und Neutronensterne durch relativistische Entartung stabilisiert. Sowohl Elektronen als auch Neutronen sind Fermionen, beide gehorchen also dem Pauli-Prinzip (vgl. Abb. 6.15). Zudem gilt für beide die Heisenbergsche Unschärferelation: <sup>21</sup>

$$p = \frac{\hbar}{r}$$

Den Impuls kann man in erster Näherung klassisch betrachten und als Obergrenze die Lichtgeschwindigkeit annehmen<sup>22</sup> und damit den Phasenraumradius und die Energie abschätzen:

$$\begin{aligned} \frac{\hbar}{r} &= mc \\ \Rightarrow r &= \frac{\hbar}{mc} \\ E &= \frac{1}{2}mc^2 \end{aligned}$$

Über die Betrachtung des Drucks als Energiedichte erhält man den Entartungsdruck:

$$P = \frac{E}{V} = \frac{mc^2}{2 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3m^4c^5}{8\pi\hbar^3}$$

Der Unterschied zwischen Weißen Zwergen und Neutronensternen liegt in der Masse  $m$  der stabilisierenden Teilchen: Für Weiße Zwerge ist dies die Elektronen-, für

---

<sup>21</sup>Physikalisch ähnlich wäre auch eine Herleitung mithilfe der de-Broglie-Wellenlänge. Dabei würde angenommen, dass der Phasenraumradius einer halben Wellenlänge entspricht, damit sich eine stehende Welle bilden kann. Mit der de-Broglie-Wellenlänge  $\lambda = h/p$  würde sich lediglich der numerische Vorfaktor ändern. Physikalisch sind beide Elementarisierungen sinnvoll, allerdings sind die Ergebnisse mithilfe der Unschärferelation besser, daher wird mit dieser gearbeitet.

<sup>22</sup>Eine relativistische Rechnung würde natürlich ein genaueres Ergebnis liefern, was bei dieser Abschätzung im Vergleich zu den anderen Vereinfachungen aber nicht weiter relevant ist. Der klassisch bestimmte Impuls entspricht einem relativistischen Impuls bei einer Geschwindigkeit von etwa  $0,7c$ .

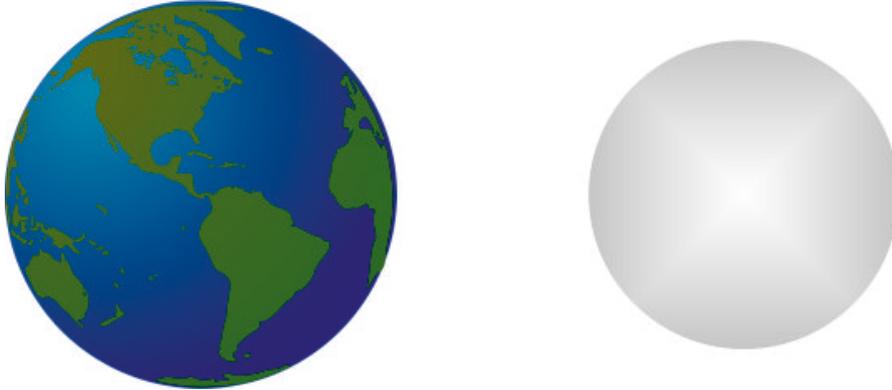
Neutronensterne die Neutronenmasse. Über Gleichung 6.6 kann damit die maximal mögliche Masse beider Himmelskörper bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
 M_{Max} &= \left( \frac{8\pi \frac{3m^4 c^5}{8\pi \hbar^3} \left(\frac{\hbar}{mc}\right)^4}{3G(\mu \cdot m_P)^{\frac{4}{3}}} \right)^{\frac{3}{2}} \\
 &= \left( \frac{c\hbar}{(\mu \cdot m_P)^{\frac{4}{3}} G} \right)^{\frac{3}{2}}
 \end{aligned}$$

Abgesehen von  $\mu$  entspricht dieser Term der Abschätzung, die LANDAU zu Weißen Zwergen gemacht hat. Die Teilchenmasse  $m$  kürzt sich in der Gleichung weg - die maximale Masse von Weißen Zwergen und Neutronensternen ist also in der gleichen Größenordnung. Genau wie bei Braunen Zwergen kann man hier für den Ausdruck  $\mu$  jedoch nicht einfach von der mittleren Teilchenmasse ausgehen, sondern muss beachten, dass die Stabilität durch Elektronen beziehungsweise Neutronen verursacht wird. Nimmt man für Weiße Zwerge als einfachstes Modell eine Wasserstoffkugel an, so ist die Anzahl der Protonen und der Elektronen gleich. Wird also die Protonenanzahl bestimmt, dann ergibt sich daraus direkt die Elektronenzahl und damit die Anzahl der stabilisierenden Teilchen:  $\mu$  kann also eingesetzt werden. Ein Neutronenstern besteht in der einfachsten Modellierung nur aus Neutronen. Da diese fast die gleiche Masse haben wie Protonen, ergibt sich wieder eine mittlere Teilchenmasse von eins. Man erhält für beide Körper eine maximale Masse von etwa 1,8 Sonnenmassen, dies entspricht etwa  $10^{57}$  Protonen (im Fall eines Weißen Zwerges) beziehungsweise der gleichen Anzahl an Neutronen (im Fall eines Neutronensterns).

Mithilfe von Gleichung 6.5 ergibt sich damit für Weiße Zwerge ein Radius von etwa 5000 km (vgl. Abb. 6.21) und für Neutronensterne einer von etwa 2,7 km (vgl. Abb. 6.22) . Ein Vergleich eines Neutronensterns mit seinem Schwarzschild-Radius zeigt dabei die Grenzen dieses Modells: Der Neutronenstern müsste zu einem Schwarzen Loch kollabieren.

**Masse-Radius-Beziehung von Weißen Zwergen und Neutronensternen**  
 Die Masse-Radius-Beziehung beider Objekte ist - bedingt durch ihre Entartung -



**Abbildung 6.21:** Ein Weißer Zwerg maximaler Masse (und daher mit minimalem Radius) im Größenvergleich mit der Erde.



**Abbildung 6.22:** Ein Neutronenstern maximaler Masse (und daher mit minimalem Radius) im Größenvergleich mit der Größe Berlins.

wieder vergleichbar zu der Brauner Zwerge. Masse und Radius werden auch hier über die Geschwindigkeit der Elektronen beziehungsweise Neutronen bestimmt. Diese kann hier jedoch näherungsweise die Lichtgeschwindigkeit erreichen, was der zuvor ermittelten Massengrenze kompakter Objekte entsprechen würde. Ist die Teilchengeschwindigkeit geringer, so haben die Objekte eine kleinere Masse. Man kann also die Masse in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit und somit auch die Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Masse ausdrücken:

$$M(v) = \left( \frac{v\hbar}{(\mu m_P)^{\frac{4}{3}} G} \right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow v(M) = \frac{(\mu m_P)^{\frac{4}{3}} G}{\hbar} \cdot M^{\frac{2}{3}}$$

Mithilfe der Heisenbergschen Unschärferelation kann der Phasenraumradius für eine beliebige Geschwindigkeit  $v$  ermittelt werden. Dies in Kombination mit Gleichung 6.5 ergibt den Zusammenhang zwischen Masse und Radius:

$$R(M) = \text{const.} \cdot \frac{1}{M^{\frac{1}{3}}}$$

Für Weiße Zwerge und Neutronensterne gilt also das Gleiche wie für Braune Zwerge:

$$R \propto M^{-\frac{1}{3}}$$

### 6.2.7 Einfachere Abschätzungen zu Radien von Neutronensternen

Im Folgenden sollen einige alternative Ansätze vorgestellt werden, mit denen man den Radius von Neutronensternen grob abschätzen kann.

**Schwarzschild-Radius** Eine erste alternative Abschätzung zum (minimalen) Radius eines Neutronensterns lässt sich mithilfe des Schwarzschild-Radius durchführen. Der Schwarzschild-Radius beschreibt den Ereignishorizont eines nicht rotie-

renden, ungeladenen Schwarzen Loches. In der Literatur ist häufig eine elementare Herleitung zu finden, die darauf basiert, dass die Fluchtgeschwindigkeit von einem Körper mit der Lichtgeschwindigkeit gleichgesetzt wird. Zunächst wird dafür die kinetische Energie mit der potentiellen Energie gleichgesetzt:

$$E_{kin} = E_{pot}$$
$$\frac{1}{2}mv^2 = G \cdot \frac{m \cdot M}{R}$$

Hier ist  $G$  wie üblich die Gravitationskonstante,  $m$  die Masse eines beliebigen Testkörpers,  $v$  seine Geschwindigkeit,  $M$  die Masse des betrachteten Himmelskörpers und  $R_S$  sein Radius. Damit ergibt sich für den Radius eines Himmelskörpers in Abhängigkeit von seiner Masse und der Fluchtgeschwindigkeit folgender Term:

$$R = \frac{2GM}{v^2}$$

Und für den Schwarzschild-Radius mit der Bedingung  $v = c$  folgendes:

$$R_S = \frac{2GM}{c^2}$$

Da Neutronensterne die kompaktesten Objekte sind, deren Radius größer als der Schwarzschild-Radius ist, kann als Grenzfall der Schwarzschild-Radius bei gegebener Masse  $M$  - gerechnet wird hier mit den zuvor bestimmten 1,8 Sonnenmassen - betrachtet werden. Es ergibt sich damit ein Radius von etwa 5,3 Kilometern.<sup>23</sup>

**Dichte von Neutronen** Eine andere Möglichkeit bietet die Argumentation über die Dichte von Neutronen. Da Neutronensterne zu wesentlichen Teilen aus dicht gepackten Neutronen bestehen, sollte ihre Dichte in der gleichen Größenordnung liegen wie die Dichte von Neutronen. Mit der Neutronenmasse  $m_N$  und dem Neu-

---

<sup>23</sup>Das Bemerkenswerte an dieser rein klassischen Herleitung ist, dass sie nicht nur annähernd, sondern im Sinne der ART sogar das exakte Ergebnis für den Schwarzschild-Radius liefert.

tronenradius  $R_N$  ergibt sich folgende Dichte  $\rho_N$ :

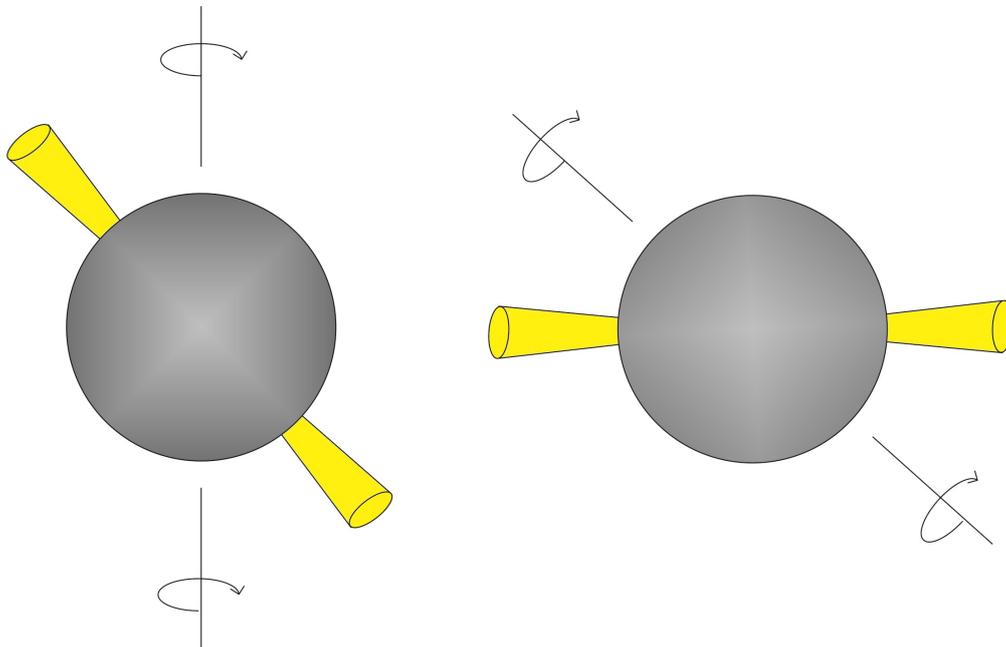
$$\rho_N = \frac{m_N}{\frac{4}{3}\pi R_N^3} \approx 10^{17} \frac{kg}{m^3}$$

Setzt man diese Dichte nun in die Gleichung für den Radius einer Kugel mit konstanter Dichte ein, so ergibt sich die zu erwartende Größenordnung eines Neutronensterns:

$$R = \left( \frac{3M}{4\pi\rho_N} \right)^{\frac{1}{3}} \approx 17km$$

Hier ist aber zu beachten, dass die Dichte von Neutronensternen nicht für alle Massen konstant ist. Mit dieser Abschätzung lässt sich also eine Größenordnung, keineswegs aber eine Masse-Radius-Beziehung herleiten. Unter didaktischen Gesichtspunkten bleibt anzumerken, dass man die Herleitung auf die Annahme eines kugelförmigen Neutrons gründet - sich damit also alle hinreichend bekannten Probleme dieser Anschauungsweise in Hinblick auf die moderne Quantenphysik einhandelt. Daher gilt für diese wie auch für alle anderen elementarisierten „Herleitungen“: Die einfache Mathematik geht einher mit hohen Anforderungen in die erkenntnistheoretische Einsicht der Lernenden in den Modellbildungsprozess der Physik. Anfänger haben immer das Problem, sich in der erforderlichen Weise von einem Modell zu distanzieren und es gleichzeitig für Überlegungen zu nutzen.

**Rotation von Neutronensternen** Die meisten Neutronensterne rotieren mit einer hohen Geschwindigkeit um sich selbst, was sich auf die Drehimpulserhaltung bei ihrer Entstehung zurückführen lässt. Die Radien der Vorgängersterne sind um mehrere Größenordnungen größer als die der Neutronensterne, so dass sich die Rotationszeit enorm verkürzen muss, auch wenn der Vorgängerstern wesentliche Teile seiner Masse abstößt und dabei Drehimpuls abgibt. Ähnlich wie bei einer Pirouette beim Eiskunstlauf, bei der die Arme angezogen werden, um die Rotationsgeschwindigkeit zu vergrößern, steigert die Konzentration der Masse auf das kompakte Objekt die Rotationsgeschwindigkeit desselben. Einen solchen rotierenden Neutronenstern nennt man Pulsar. Pulsare zeichnen sich dadurch aus, dass



**Abbildung 6.23:** Schematische Darstellung eines Pulsars. Den linken Pulsar könnte man von der Erde aus nicht registrieren, da der Strahlungskegel nicht die Richtung des Beobachters (aus der Sicht des Lesers) durchquert. Der rechte Pulsar könnte dagegen erfasst werden.

sie sehr gleichmäßige Pulse aussenden, die durch eine Abweichung der Richtung der Magnetfeldlinien und der Rotationsachse entstehen. Liegt die Erde nun in der Richtung der ausgesendeten Pulse, so können diese gemessen werden (vgl. Abb. 6.23).

Mithilfe der Drehimpulserhaltung kann die Größenordnung der Rotationszunahme abgeschätzt werden. Allgemein gilt für den Betrag des Drehimpulses  $L$  mit dem Trägheitsmoment  $I$  und der Winkelbeschleunigung  $\omega$  folgender Zusammenhang:

$$L = I \cdot \omega$$

Für das Trägheitsmoment einer Vollkugel der Masse  $m$ , mit dem Radius  $r$  und der konstanten Dichte  $\rho$  gilt:

$$I_{Kugel} = \frac{2}{5}mr^2 = \frac{2}{5}m \left( \frac{3m}{4\pi\rho} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{5} \cdot \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{m^{\frac{5}{3}}}{\rho^{\frac{2}{3}}}$$

Damit gilt für den Drehimpuls einer Vollkugel:

$$L_{Kugel} = I_{Kugel} \cdot \omega = \frac{2}{5} \cdot \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{m^{\frac{5}{3}}}{\rho^{\frac{2}{3}}} \cdot \omega$$

Soll der Drehimpuls einer Vollkugel also erhalten bleiben, so gilt:

$$L_1 = L_2$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{m_1^{\frac{5}{3}}}{\rho_1^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{\rho_2^{\frac{2}{3}}}{m_2^{\frac{5}{3}}}$$

Während der späten Entwicklung eines schweren Sterns mit mehreren Sonnenmassen werden große Teile seiner Masse in Form von Gaswolken während der Riesenphase oder während einer Supernova abgestoßen, so dass nur ein verhältnismäßig kleiner Anteil der Masse übrig bleibt, der den Neutronenstern bildet. Die abgestoßenen Massen tragen einen wesentlichen Teil des ursprünglich vorhandenen Drehimpulses des Sterns weg, was sich in langsam rotierenden Gaswolken zeigt. Durch den im Vergleich zu den Ausmaßen eines Sterns enormen Abstand zum Rotationszentrum ist die Rotationsgeschwindigkeit der Wolken sehr gering.

Da nur die im Zentrum in Form des Neutronensterns übrig bleibende Masse Drehimpuls zum kompakten Kern beitragen kann, können die beiden Massen  $m_1$  und  $m_2$  näherungsweise gleichgesetzt werden, so dass nur die Dichten für die Rotationsgeschwindigkeit relevant sind. Typischerweise hat ein Stern mit einigen Sonnenmassen in den Zentralbereichen eine Dichte in der Größenordnung von  $\rho_1 \approx 5 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , während die des Neutronensterns wieder als vergleichbar zu der von Neutronen angenommen wird. Es gilt also:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\rho_2^{\frac{2}{3}}}{\rho_1^{\frac{2}{3}}} \approx 10^9$$

Die Winkelgeschwindigkeit eines Pulsars liegt also um einen Faktor von etwa einer Milliarde höher als die eines Hauptreihensterns. Für Hauptreihensterne liegt die Zeit für eine Drehung um sich selbst typischerweise in der Größenordnung von wenigen Wochen, so dass sich für Neutronensterne eine Rotationsdauer von wenigen

Sekunden bis zu einigen Millisekunden ergibt.

Damit kann man eine einfache Abschätzung zum Radius eines Pulsars durchführen. Die Rotationsgeschwindigkeit am Rand des Pulsars darf gemäß der Speziellen Relativitätstheorie (SRT) nicht die Lichtgeschwindigkeit überschreiten. Mit dem Umfang  $2\pi r$  und der Rotationsdauer  $t$  gilt also:

$$\frac{2\pi r}{t} \leq c$$

Mit einer Rotationsdauer von etwa einer Millisekunde als untere Grenze ergibt sich damit im Grenzfall ( $v = c$ ) ein Radius von rund 50 Kilometern - also deutlich mehr als bei den anderen Abschätzungen und den bisherigen Messungen (vgl. Kap. 6.3). Bei einer Geschwindigkeit nahe der Lichtgeschwindigkeit sollte jedoch zumindest die SRT berücksichtigt werden. Diese führt zu einer Längenkontraktion, die mithilfe des Lorentz-Faktors bestimmt werden kann. Für die Längenkontraktion einer Ruhelänge  $l_0$  gilt:

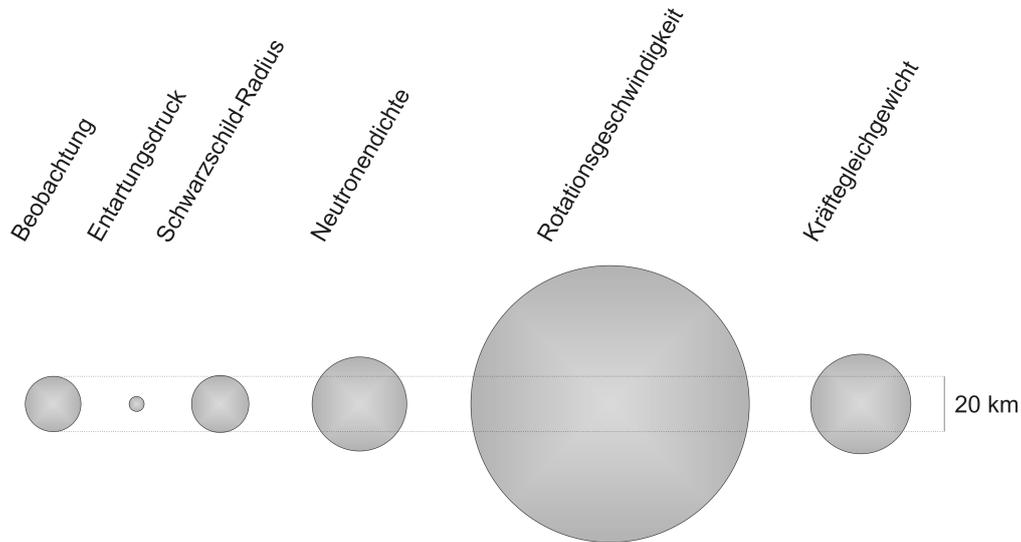
$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Da eine Gleichsetzung von  $v$  und  $c$  hier nicht zielführend ist - dies würde zu einer Länge  $l$  von 0 führen - wird hier als Beispiel mit einer Rotationsgeschwindigkeit von  $v \approx 0,9c$  gerechnet. Der zugehörige Radius wäre nicht-relativistisch betrachtet nur unwesentlich kleiner - etwa 48 Kilometer, der zugehörige Umfang wären rund 300 Kilometer. Da der Umfang immer parallel zum Geschwindigkeitsvektor liegt, kann die Längenkontraktion hier angewendet werden. Damit ergibt sich:

$$U = 300km \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,9c)^2}{c^2}} \approx 130km$$

Der dazugehörige Radius liegt bei etwa 20 Kilometern - also wieder in der Größenordnung der anderen Abschätzungen.

Eine alternative Abschätzung zum Radius eines Pulsars ergibt jedoch einen Radius, der näher an den Beobachtungen liegt. Dazu wird die Stabilität des Pulsars betrachtet: Damit der rotierende Neutronenstern nicht auseinander gerissen wird, muss die nach außen wirkende Kraft - die Zentrifugalkraft - etwa der zum Zentrum



**Abbildung 6.24:** Vergleich der Radien eines Neutronensterns mit 1,8 Sonnenmassen nach den verschiedenen vorgestellten Abschätzungen sowie mit der gemessenen Größenordnung (ohne die Längenkontraktion bei der Rotationsgeschwindigkeit).

wirkenden Gravitationskraft entsprechen. Für die Zentrifugalkraft gilt:

$$F_Z = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \left(\frac{2\pi}{t}\right)^2 \cdot r$$

Setzt man diese betragsmäßig mit der Gravitationskraft gleich, so erhält man:

$$\begin{aligned} m \cdot \left(\frac{2\pi}{t}\right)^2 \cdot r &= G \frac{Mm}{r^2} \\ \Rightarrow r &= \left(\frac{GMt^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

Setzt man hier wieder eine Masse von 1,8 Sonnenmassen sowie eine Rotationsdauer von einer Millisekunde ein, so ergibt sich ein Radius von etwa 18 Kilometern. In Abb. 6.24 sind die verschiedenen berechneten Radien im Vergleich mit der gemessenen Größenordnung dargestellt.

**Tabelle 6.3:** Vergleich zwischen modellierten Werten und Beobachtungen sowie die Abweichung des modellierten Wertes gegenüber der Beobachtung, vgl. [UBB05; Cha+13; Cro+10; And+10]). Die beobachtete maximale Sternmasse beschreibt den schwersten Stern in seinem aktuellen, beobachtbaren Zustand, bei seiner Entstehung war er noch schwerer ( $300_{-40}^{+100} M_S$ , vgl. [Cro+10]).

	Masse Modell	Masse Beobachtung	Abweichung
Weißer Zwerg	$1,8 M_S$	$1,44 M_S$	+25%
Neutronenstern	$1,8 M_S$	$2,8 M_S$	-35%
Gasriese	$3,3 M_J$	$13 M_J$	-75%
Brauner Zwerg	$60 M_J$	$75 M_J$	-20%
Stern	$280 M_S$	$265_{-35}^{+80} M_S$	+5%
	Radius Modell	Radius Beobachtung	Abweichung
Weißer Zwerg	$5000 km$	ca. $10000 km$	-50%
Neutronenstern	$2,7 km$	ca. $16 km$	-80%
Gasriese	$80000 km$	ca. $110000 km$	-30%
Brauner Zwerg	$50000 km$	ca. $90000 km$	-55%
Stern	$2,1 \cdot 10^7 km$	ca. $2,5 \cdot 10^7 km$	-15%

### 6.3 Vergleich mit Beobachtungen

Im Folgenden sollen die ermittelten Grenzmassen und -radien mit beobachteten Werten verglichen werden, um einen Rückbezug auf die Realität und damit eine Bewertung des auf Kapitel 6.1 basierenden Modells zu gewährleisten.

Die Werte wurden dazu in Tabelle 6.3 zusammengefasst und mit Beobachtungen verglichen. Es zeigt sich, dass das Modell für alle betrachteten Himmelskörper Werte in der richtigen Größenordnung liefert und die Massenabweichungen abgesehen von Gasriesen verhältnismäßig gering sind. Bei den Radien fällt auf, dass alle berechneten Werte unterhalb der beobachteten Größen liegen. Die Modellüberlegungen unterschätzten also allgemein die Radien, auch wenn die grobe Größenordnung passt.

Insbesondere bei Neutronensternen ist die Abweichung des Radius relativ groß. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei Neutronensternen - anders als bei Weißen Zwergen oder den weniger kompakten Objekten - die Allgemeine Relativitätstheorie eine wesentliche Rolle spielt. Diese wurde hier nicht beachtet. Es zeigt sich

**Tabelle 6.4:** Die Teilchenzahlen der verschiedenen Himmelskörper im Vergleich.

Himmelskörper	Teilchenzahl
Weißer Zwerg	$10^{57}$
Neutronenstern	$10^{57}$
Gasriese	$10^{54}$
Brauner Zwerg	$10^{55}$
Stern	$10^{59}$

wieder der Gegensatz, den viele Modellklassen über ein und dasselbe Naturobjekt repräsentieren: Je einfacher das Modell, desto schlechter die Übereinstimmung mit dem Naturgegebenen. Je anspruchsvoller das Modell, desto passgenauer sind Theorie und Wirklichkeit - auf der Strecke bleibt dabei leider oftmals ein lebendig anschauliches Verständnis der Zusammenhänge. Ein Modell, das Neutronensterne exakter beschreibt, muss die Allgemeine Relativitätstheorie mit einbeziehen. Dadurch erhöht sich die Reichweite, schließlich können auch bei weniger kompakten Objekte Effekte aus der ART beachtet werden - sie spielen allerdings keine dominierende Rolle. Dementsprechend wird das Modell zwar weitreichender, aber auch gleichzeitig komplizierter. Ob eine derartige Betrachtung notwendig ist, hängt wieder von der Zielsetzung ab.

Weiterhin fällt auf, dass die im Modell ermittelte Obergrenze für Sterne etwa um einen Faktor zwei größer ist als die allgemein als Obergrenze betrachtete Masse von rund 150 Sonnenmassen. Beobachtungen der letzten Jahre deuten jedoch auf die wahrscheinliche Existenz solcher schweren Sterne hin, auch wenn sie sehr selten sind. Dies liegt an zwei Faktoren: Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein so schwerer Stern bildet, ist sehr gering, da eine riesige Menge Wasserstoff als Material benötigt wird und derartig schwere Sterne nur wenige Millionen Jahre lang leben, im Gegensatz zu leichten Sternen wie der Sonne, die Milliarden von Jahren alt werden (vgl. Kap. 7.2). In der Milchstraße wurden bisher keine dermaßen schweren Sterne gefunden, der beschriebene Stern R136a ([Cro+10]) befindet sich in der großen Magellanschen Wolke. Sterne stellen zudem einen Spezialfall dar: Während bei den anderen Himmelskörpern der Stabilisierungsdruck nicht von der Masse des Objek-

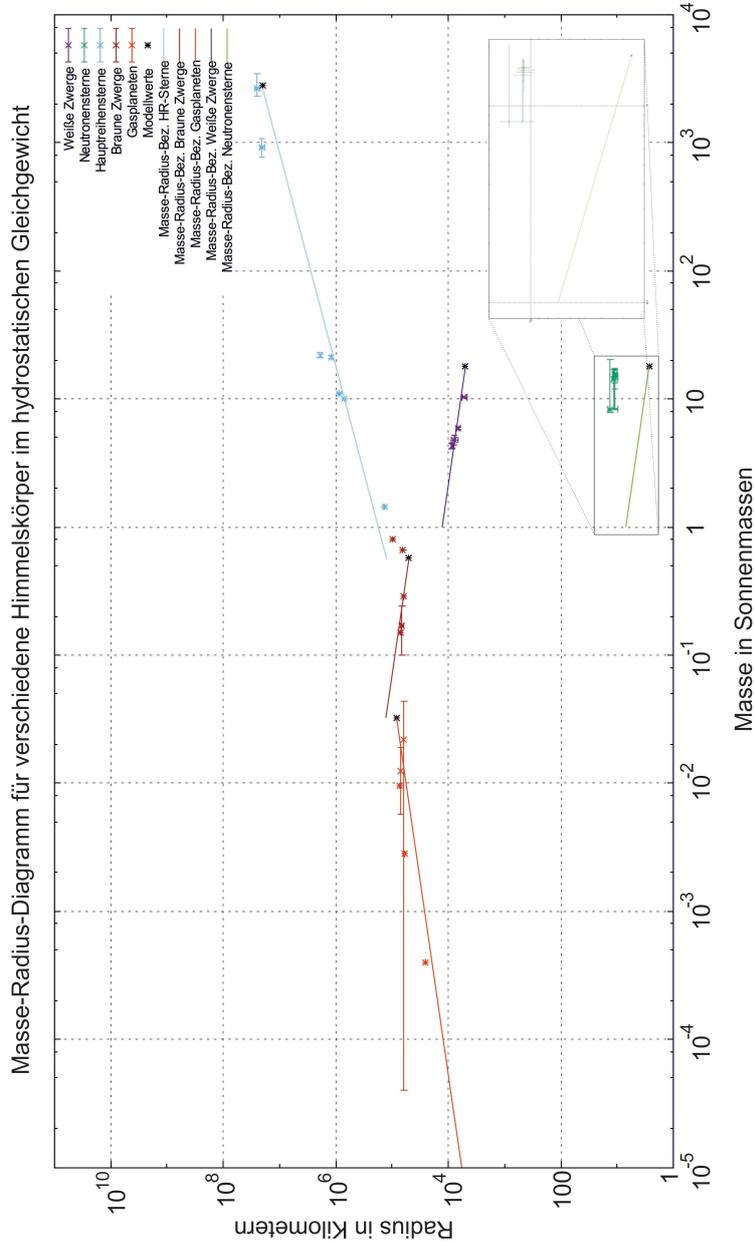
---

<sup>24</sup>Zumindest nicht in diesem Modell, bei genaueren Rechnungen ergeben sich in höheren Ordnungen Abhängigkeiten, da beispielsweise der Phasenraumradius von der Masse beeinflusst wird.

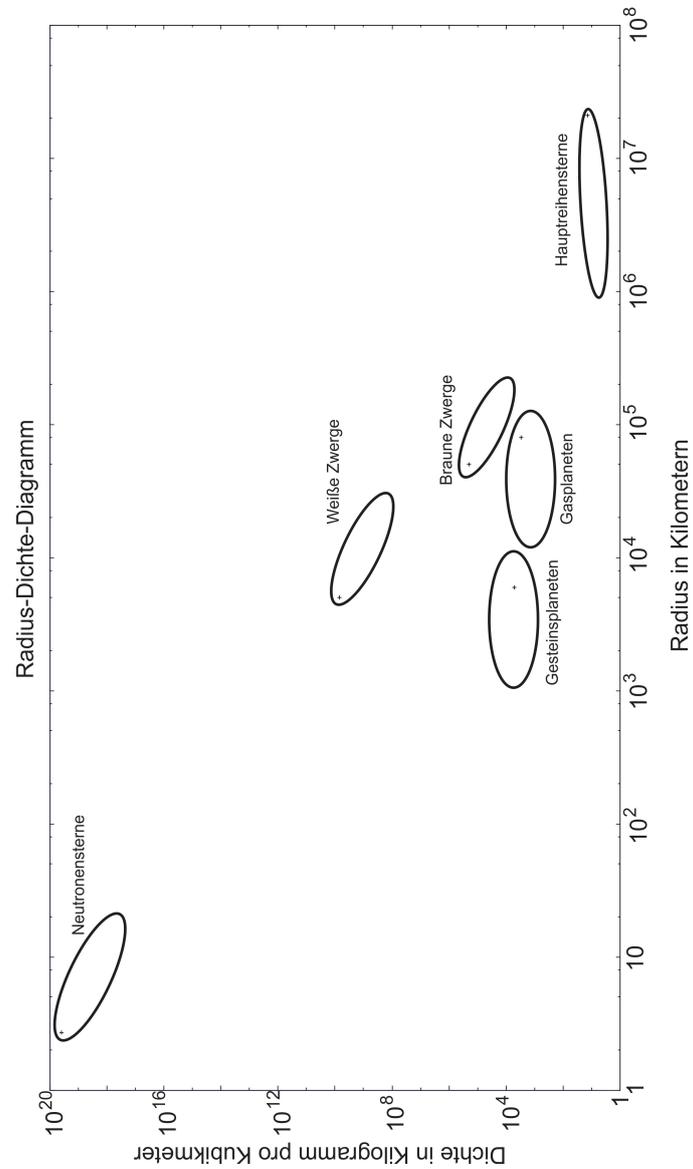
tes abhängt,<sup>24</sup> zeigt sich in Gleichung 6.13 eine Proportionalität von  $P_{Stab} \propto M^4$ . Somit wächst der Stabilisierungsdruck mit zunehmender Masse schneller als der Gravitationsdruck. Andere Himmelskörper würden beim Hinzufügen weiter Masse also kollabieren, während bei Sternen der Strahlungsdruck stärker wachsen und der Stern bei einer Masse oberhalb der Grenze seine äußeren Schichten abstoßen würde.

In Tabelle 6.4 werden die typischen (maximalen) Größenordnungen der jeweiligen Teilchenzahlen der unterschiedlichen Himmelskörper angegeben. Gasriesen und Braune Zwerge können über die reine Teilchenzahl weitestgehend eindeutig identifiziert werden, während diese bei Weißen Zwergen und Neutronensternen in der gleichen Größenordnung liegt und diese somit ohne weitere Informationen nicht unterschieden werden können. Sterne können deutlich höhere Teilchenzahlen erreichen als die anderen Körper, allerdings ist die Spanne sehr groß, so dass die Anzahl auch in der Größenordnung kompakter Objekte liegen kann.

Zusätzlich werden noch die elementar bestimmten Masse-Radius-Beziehungen mit Beobachtungen verglichen (vgl. Abb. 6.25). Es zeigt sich, dass die ermittelten Zusammenhänge sehr gut zu den Messungen passen, lediglich im Fall der Neutronensterne folgt zwar die im Prinzip korrekte Abhängigkeit der Größen, der Absolutwert des Radius wird aus bereits angeführten Gründen im Grenzfall unterschätzt. In Abb. 6.26 - einem Radius-Dichte-Diagramm - werden schließlich die Dichtebereiche, die die einzelnen Typen von Himmelskörpern annehmen können, dargestellt. Dort wird deutlich, dass nur ein begrenzter Teil der Himmelskörper erklärt werden kann, ohne dass man die Entwicklung der Sterne berücksichtigt. Weiße Zwerge und Neutronensterne entstehen nicht „direkt“ aus Gaswolken, sondern sind die Überreste ausgebrannter Sterne - also der Endpunkte der Sternentwicklung.



**Abbildung 6.25:** Die im Kapitel bestimmten Masse-Radius-Beziehungen im Vergleich mit Beobachtungen inklusive Messungenauigkeiten. Die Beziehung und die Messwerte von Neutronensternen wurden zur besseren Sichtbarkeit nochmals vergrößert dargestellt. Die Werte stammen aus [Egg+04; Han+14; Pro+98; Ker+03; SLB10].



**Abbildung 6.26:** Ein Radius-Dichte-Diagramm der betrachteten Himmelskörper. Der eingetragene Wert bezeichnet jeweils den in diesem Kapitel berechneten Fall, die Ellipse die jeweiligen ungefähren Zustände, die die jeweiligen Himmelskörper annehmen können. Zusätzlich wurden Gesteinsplaneten eingetragen, deren Dichte etwa der der Erde entspricht (die Dichte von Planeten ohne Eisenkern wie etwa Mars ist geringfügig niedriger).

# Kapitel 7

## Die Entwicklung eines Sterns bis zur Hauptreihe

Die Entstehung der Sterne ist ein hochaktuelles Forschungsgebiet, bei dem noch viele Fragen ungeklärt sind. Zudem ist die Frage nach der Entstehung der Sonne zentral mit der Frage nach Leben verknüpft - wäre die Sonne nicht vor einigen Milliarden Jahren genau so entstanden, hätte sich das Leben auf der Erde nicht so entwickeln können, wie es sich entwickelt hat. Ohne einen Stern als Energiequelle in der unmittelbaren Umgebung ist jede Form von Leben undenkbar. Es ist also lohnenswert, Sterne und ihre Entstehung näher zu betrachten.

Schon einfache Überlegungen zeigen, dass Sterne nur eine begrenzte Zeit leuchten können - eine unendliche Lebensdauer wäre eine Verletzung der Energieerhaltung, da die Sterne permanent Energie abstrahlen und diese irgendwo „aus dem Nichts“ erzeugt werden müsste. Weiterhin kann elementar ein Zusammenhang zwischen der Masse und der Verweildauer eines Sterns auf der Hauptreihe, die einen Großteil seiner Gesamtlebensdauer ausmacht, aufgezeigt werden. In der einfachsten Formulierung, in der die Leuchtkraft eines Sterns - egal wie groß seine Masse ist - proportional zur dritten Potenz seiner Masse ist (vgl. Kap. 7.2.2), kann die Lebensdauer wie folgt abgeschätzt werden:

$$\text{Lebensdauer} \propto \frac{\text{Vorrat}}{\text{Verbrauch}} = \frac{M}{L} \propto \frac{M}{M^3} = \frac{1}{M^2}$$

Der Verbrauch eines Sterns entspricht seiner Leuchtkraft  $L$ . Sein Vorrat ist über die vorhandene Masse  $M$  gegeben. Massereiche Sterne haben also eine erheblich kürzere Lebensdauer als leichte Sterne, so verweilt ein Stern mit der doppelten Sonnenmasse (wie beispielsweise Sirius A) nur ein Viertel der Zeit auf der Hauptreihe, die die Sonne dort verbringt. Die Lebensdauer der masseärmsten Sterne übersteigt das aktuelle Alter des Universums dagegen um ein Vielfaches.

Wären also alle Sterne gleichzeitig entstanden, dürften sich keine massereichen Sterne mehr auf der Hauptreihe befinden. Trotzdem hat man massereiche Sterne gefunden, die erst wenige Millionen Jahre alt sein können - es müssen also permanent neue Sterne entstehen.<sup>1</sup>

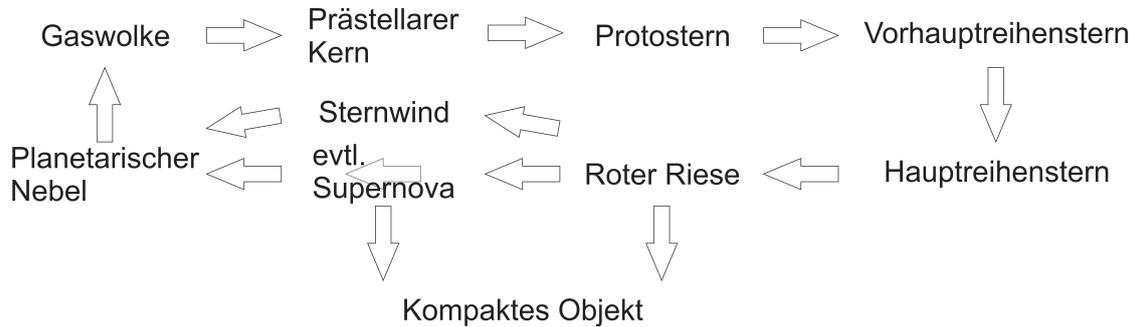
Die begrenzte Lebensdauer der Sterne trägt weiterhin - zusammen mit der Expansion und dem limitierten Alter des Universums - zur Auflösung des *Olbersschen Paradoxon* bei. In der Formulierung von OLBERS lautete es:

Sind wirklich im ganzen unendlichen Raum Sonnen vorhanden, sie mögen nun in ungefähr gleichen Abständen von einander, oder in Milchstrassen-Systeme vertheilt sein, so wird ihre Menge unendlich, und da müsste der ganze Himmel eben so hell sein wie die Sonne. Denn jede Linie, die ich mir von unserem Auge gezogen denken kann, wird nothwendig auf irgend einen Fixstern treffen, und also müsste uns jeder Punkt am Himmel Fixsternlicht, also Sonnenlicht zusenden [Sch94, S. 135].

Gäbe es also ein beobachtbares Universum mit unbegrenzter Ausdehnung, in dem sich eine unendliche Anzahl von unendlich langer Zeit existierenden Sternen befindet, würde der Nachthimmel taghell erscheinen. Olbers selbst versuchte, diesen Widerspruch aufzulösen, indem er die „absolute Durchsichtigkeit des Universums“ nicht nur als „unerwiesen, sondern auch [als] ganz unwahrscheinlich“ bezeichnete [Sch94, S. 137], das Licht der Sterne wird also durch Materie abgeschwächt. Moderne Messungen zeigen, dass das beobachtbare Universum nur eine begrenzte

---

<sup>1</sup>Betrachtet man einen einzelnen Kugelsternhaufen, so kann man tatsächlich davon ausgehen, dass alle Sterne gleichzeitig entstanden sind und keine neuen Sterne mehr entstehen. Bei der Entstehung der Sterne sollten Sterne aller Massen entstanden sein, wovon die massereichsten zuerst erlöschen. Anhand der schwersten, sich noch auf der Hauptreihe befindlichen Sterne kann man auf das Alter des Kugelsternhaufens schließen.



**Abbildung 7.1:** Schematische Darstellung des Materiekreislaufs.

te Ausdehnung hat und daher nur das Licht einer limitierten Anzahl an Sternen die Erde erreicht hat. Diese Zahl wird durch die begrenzte Lebensdauer der Sterne weiter reduziert, so dass der Nachthimmel dunkel erscheint.

## 7.1 Überblick über den Materiekreislauf

Durch die begrenzte Lebensdauer der Sterne wird ein Teil der in ihnen gebundenen Materie am Ende ihres Lebens wieder freigesetzt, was zur Bildung neuer Himmelskörper führen kann (vgl. auch Kap. 6.2).

Am Anfang der Entwicklung von Sternen, die eine gewisse Region des Universums als erstes bevölkern, stehen Gaswolken, die hauptsächlich aus Wasserstoff und zusätzlich aus Helium in der Elementverteilung bestehen, die unmittelbar aus dem Urknall hervorgegangen ist. Durch die Gravitation ist das Gas im Universum nicht gleichmäßig verteilt, sondern in Wolken konzentriert. Wenn die Rahmenparameter der Wolke - insbesondere Masse, Ausdehnung und Temperatur - das Jeans-Kriterium erfüllen (vgl. Kapitel 7.3.1), beginnt die Wolke unter ihrer eigenen Gravitation zu kollabieren, es bilden sich Anomalien mit einer höheren Dichte. Diese ziehen zunehmend mehr Masse an, die sich zunächst noch im Zustand des freien Falles auf den Schwerpunkt befindet. Mit geringer werdendem Abstand zwischen den Teilchen beginnen diese zu interagieren, so dass die Gesetze der Thermodynamik wirken. Damit steigen der Druck und die Temperatur im Zentrum der Anomalien. Ist die Temperatur hoch genug (für eine elementare Abschätzung der nötigen Temperatur, siehe Abschnitt 6.2.4, komplexere Berechnungen ergeben eine

nötige Temperatur von etwa drei Millionen Kelvin [UBB05, S. 285]), so kann die Proton-Proton-Fusion starten, die für den Großteil der Lebensdauer eines Sterns seine Energieversorgung sicherstellt. Je massereicher ein Stern ist, desto höher ist seine Zentraltemperatur. Reicht die Masse jedoch nicht dazu aus, eine Temperatur von drei Millionen Kelvin zu erreichen, so bildet sich ein Brauner Zwerg oder ein Gasplanet. Da sowohl Braune Zwerge als auch Gasplaneten eine unbegrenzte Lebensdauer haben, ist ihre Masse ohne äußere Einflüsse für den Materiekreislauf verloren.

Wenn der Wasserstoffvorrat der Sterne unter ein kritisches Limit sinkt - wo dieses genau liegt, hängt von der chemischen Zusammensetzung ab - verlässt der Stern die Hauptreihe und beginnt, sich zu einem Riesenstern zu entwickeln.<sup>2</sup> Während der Riesenphase verlieren Sterne einen Teil ihrer Masse, da die äußeren Schichten durch die starken Sternwinde und die schwache gravitative Bindung abgestoßen werden. Bei schweren Sternen gibt es einen zusätzlichen, enormen Massenverlust durch Supernovae, bei denen ein großer Teil der übrig gebliebenen Masse ins Universum geschleudert wird. Die abgestoßenen Massen bilden Nebel, deren charakteristisches Aussehen auf die Art und Weise der Entstehung hindeutet: Zerfetzte „Gebilde“ lassen sich fast immer mit einer Vorgängernova assoziieren, radialsymmetrische oder ellipsoidische Objekte deuten auf das relativ „friedliche“ Abstoßen der äußeren Sternhüllen bei der Entstehung eines Weißen Zwerges hin (die so genannten planetarischen Nebel<sup>3</sup>). Diese Nebelmassen können als Baumaterial für neue Himmelskörper dienen.

Ein Teil der Masse ist jedoch auch hier für den Materiekreislauf verloren, da im Inneren des Nebels ein kompaktes Objekt (je nach Masse ein Weißer Zwerg, ein Neutronenstern oder ein Schwarzes Loch, vgl. auch Abschnitt 6.2) verbleibt.<sup>4</sup> In Abb. 7.1 ist der Materiekreislauf nochmals schematisch zusammengefasst.

---

<sup>2</sup>Eine Ausnahme sind hierbei die leichtesten, nahezu voll konvektiven Sterne. Diese erreichen niemals das Riesenstadium, sondern kontrahieren ohne großen Massenverlust zu einem Weißen Zwerg.

<sup>3</sup>Planetarische Nebel haben - anders als der Name es suggeriert - nichts mit Planeten zu tun. Der Name ist historisch bedingt, da planetarische Nebel in Teleskopen ähnlich wie Uranus oder Neptun aussehen (vgl. [VR12, S. 700]).

<sup>4</sup>Die einzige Ausnahme sind Weiße Zwerge in einem Doppelsternsystem. Durch Akkretion von Masse des Partnersterns kann die Masse des Weißen Zwerges die kritische Grenzmasse übersteigen und es kommt zu einer Supernova vom Typ Ia, durch die ein Teil der Masse des Zwerges abgestoßen wird.

## 7.2 Massenabhängige Bildung von Sternen

### 7.2.1 Die Initial Mass Function

Bei dem Kollaps einer Gaswolke (vgl. Kap. 7.3.1) entstehen im Allgemeinen eine größere Anzahl von Sternen unterschiedlicher Massen. Als Initial Mass Function (IMF) wird dabei die Funktion bezeichnet, mit der die Verteilung der Sterne einer Population in Abhängigkeit ihrer (ursprünglichen) Masse beschrieben wird. Übersetzt lautet die Bezeichnung „ursprüngliche Massenfunktion“, da es sich bei der Funktion um eine Massenverteilung der *entstandenen* Sterne handelt, unabhängig von der Lebensdauer der Sterne.

Die grundsätzliche Form einer IMF lautet also:

$$d\xi \propto M^{-\beta} dM$$

Die erste IMF wurde 1955 von SALPETER vorgeschlagen. Dazu wurden einige Annahmen getroffen, die teilweise in Grundzügen auch in modernen Initial Mass Functions die Basis bilden [Sal55]:

- Die Sternentstehungsrate in der Umgebung des Sonnensystems hat sich seit der Entstehung der Milchstraße nicht wesentlich verändert.
- Der Vorfaktor der Proportionalität hängt nur schwach von der Masse der Sterne ab und hat sich über die Zeit nicht verändert.
- Die Masse eines Sterns ändert sich während der Hauptreihenphase nur unwesentlich, Massenverluste durch Kernfusion, Sternenwinde und ähnliches sind ebenso vernachlässigbar wie der Massenzuwachs durch Akkretion.
- Die meisten Sterne haben eine eher inhomogene Struktur, das heißt, das Helium sammelt sich im Kern an, und sie verlassen die Hauptreihe, wenn etwa zwölf Prozent ihrer Masse von Wasserstoff zu Helium umgewandelt wurden.

Mithilfe dieser Überlegungen und Beobachtungen der Helligkeiten von Sternen in der Umgebung des Sonnensystems hat SALPETER schließlich die erste IMF, die

er bis zu einer Masse von etwa 0,4 bis rund 10 Sonnenmassen als gültig ansah, aufgefunden, für masseärmere und -reichere Sterne hatte er nicht genügend Beobachtungsdaten in guter Qualität zur Verfügung.

Der ermittelte Exponent der Funktion liegt bei  $\beta = 2,35$ , so dass sich für die erste Initial Mass Function folgender Term ergibt:

$$d\xi \propto M^{-2,35} dM$$

Moderne Beobachtungen und theoretische Modelle zeigen jedoch, dass der Exponent  $\beta$  nicht konstant ist, sondern wiederum von der Masse abhängt - leichte Sterne entstehen erheblich häufiger als schwere Exemplare. Bis in die Gegenwart hinein ist die moderne Form der IMF Gegenstand moderner Debatten. Nach PAVEL KROUPA [Kro+13] gilt

$$d\xi \propto M^{-\beta(M)} dM$$

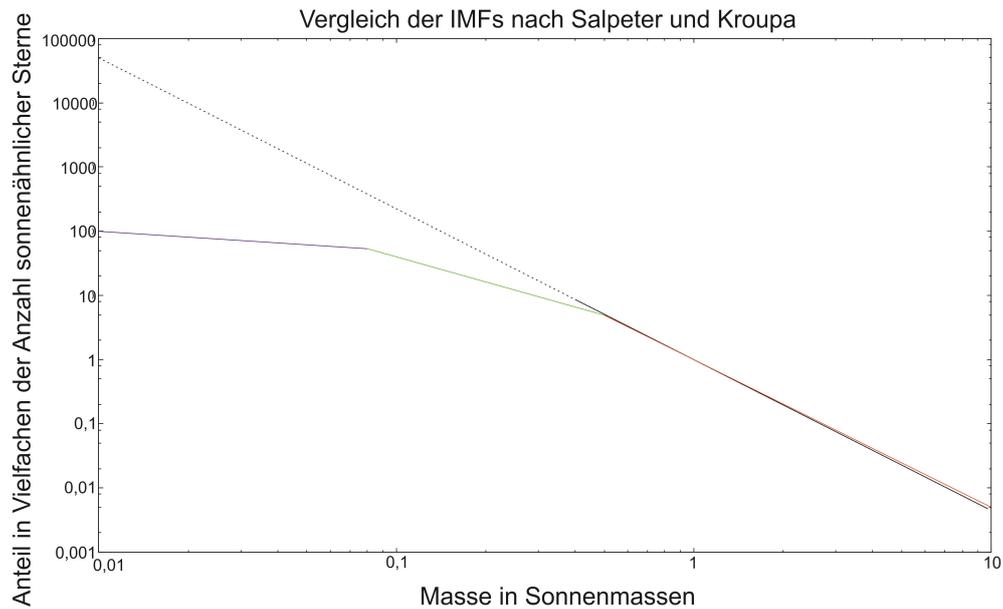
mit

$$\begin{aligned} \beta &= 0,3 & (M < 0,08M_S) \\ \beta &= 1,3 & (0,08M_S < M < 0,5M_S) \\ \beta &= 2,3 & (0,5M_S < M) \end{aligned}$$

Mit der Kontinuitätsbedingung kann man die drei Bereiche nach KROUPA verknüpfen, da sich die IMF nicht sprunghaft ändert. Nähert man sich den Grenzmassen von 0,08 beziehungsweise 0,5 Sonnenmassen also von unten und von oben an, muss der selbe Anteil der entstehenden Sterne als Resultat herauskommen:

$$\begin{aligned} d\xi_{unten}(M = 0,08M_S) &= d\xi_{oben}(M = 0,08M_S) \\ d\xi_{unten}(M = 0,5M_S) &= d\xi_{oben}(M = 0,5M_S) \end{aligned}$$

Damit erhält man mit den jeweiligen Vorfaktoren  $B$  insgesamt folgende Beziehun-



**Abbildung 7.2:** Vergleich der IMF nach Salpeter (schwarz von 0,4 bis 10 Sonnenmassen) mit der nach Kroupa (blau bis 0,08 Sonnenmassen, grün bis 0,5 Sonnenmassen und rot für schwerere Sterne). Die gestrichelte schwarze Linie ist die Fortsetzung der IMF nach Salpeter für leichtere Sterne.

gen:

$$\xi(M) = B \left( \frac{M}{M_S} \right)^{-\beta(M)}$$

$$\xi(M) = 12,5 \left( \frac{M}{M_S} \right)^{-0,3} \quad (M < 0,08M_S)$$

$$\xi(M) = \left( \frac{M}{M_S} \right)^{-1,3} \quad (0,08M_S < M < 0,5M_S)$$

$$\xi(M) = 2 \left( \frac{M}{M_S} \right)^{-2,3} \quad (0,5M_S < M)$$

Der dabei entstehende Graph ist in Abbildung 7.2 dargestellt und wird mit der ersten IMF verglichen. Die IMF nach SALPETER zeigt dabei für leichte Sterne von etwa 0,4 Sonnenmassen ein Übergewicht gegenüber moderneren Modellierungen. Extrapoliert man die Funktion für noch masseärmere Sterne, so nimmt deren Anzahl einen weitaus größeren Anteil der entstehenden Sterne ein (vgl. Abb. 7.2).

## 7.2.2 Die Masse-Leuchtkraft-Beziehung der Hauptreihe

Für Sterne, die sich auf der Hauptreihe befinden - das heißt in ihrer Lebensphase, in der sie im Wesentlichen Wasserstoff zu Helium fusionieren - gilt eine Masse-Leuchtkraft-Beziehung (MLB). Diese besagt, dass einem Hauptreihenstern einer bestimmten Leuchtkraft eine eindeutige Masse und einer bestimmten Masse eine eindeutige Leuchtkraft zugeordnet werden kann.

Bei der Entdeckung der MLB bezieht man sich heute hauptsächlich auf ARTHUR EDDINGTON, der allerdings, wie heute bekannt ist, Vorläufer hatte [UBB05, S. 193].

Der prinzipielle Aufbau einer MLB sieht wie folgt aus:

$$\left(\frac{L}{L_S}\right) = A \cdot \left(\frac{M}{M_S}\right)^\alpha$$

Mit der Leuchtkraft  $L$  und der Masse  $M$  eines Sterns, der Leuchtkraft  $L_S$  und der Masse  $M_S$  der Sonne, einer Proportionalitätskonstanten  $A$  sowie dem (konstanten) Potenzfaktor  $\alpha$ . Anders formuliert gilt:

$$L \propto M^\alpha$$

In seiner elementarsten Form ist der Potenzfaktor  $\alpha$  für alle Sternmassen gleich. Die folgende Herleitung ergibt den konstanten Wert drei.

**Elementare Herleitung** Die Leuchtkraft eines Sterns kann mithilfe des Stefan-Boltzmann-Gesetzes bestimmt werden (für eine alternative Herleitung siehe auch [Sch07, S. 38ff.]). Dieses lautet:

$$L = A_{\text{Stern}} \cdot \sigma T_{\text{eff}}^4 = 4\pi R_{\text{Stern}}^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

$A_{\text{Stern}}$  ist die Oberfläche eines Sterns,  $R_{\text{Stern}}$  sein Radius,  $T_{\text{eff}}$  seine Effektiv- bzw. Oberflächentemperatur und  $\sigma$  die Stefan-Boltzmann-Konstante. Betrachtet man das Produkt von  $\sigma$  und der vierten Potenz der Effektivtemperatur, so zeigt sich

mittels einer Einheitenanalyse, dass dies einem Energietransport  $S$  entspricht:

$$[\sigma] \cdot [T^4] = \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot K^4 = \frac{W}{m^2} = [S]$$

Es gilt also:

$$S \propto T^4$$

Betrachtet man nun zwei infinitesimal dünne Schichten eines Sterns, so führen einfache Überlegungen zu den Zusammenhängen zwischen Energietransport, Dichte und Abstand der Schichten: Ruhende Materie hemmt den Energietransport. Dementsprechend ist der Energietransport umso geringer, umso mehr Materie zwischen den beiden Schichten vorhanden ist, und damit gilt: Je höher die Dichte und der Abstand der Schichten, desto geringer der Strahlungstransport. Damit gilt:

$$S \propto \frac{T^4}{\rho \cdot r}$$

Nutzt man weiterhin das Lanesche Gesetz

$$T = \frac{M}{R}$$

sowie die Definition der konstanten Dichte, so ergibt sich:

$$L = 4\pi R^2 \cdot S \propto R^2 \frac{T^4}{\rho \cdot r} \propto R^2 \frac{R^3 M^4}{M R^4 R} \quad (7.1)$$

Kürzen ergibt schließlich die Masse-Leuchtkraft-Beziehung:

$$L \propto M^3$$

Für schwere Sterne, bei denen der Strahlungsdruck gegenüber dem Gasdruck dominiert, kann das Lanesche Gesetz nicht mehr angewendet werden und man muss eine andere Masse-Leuchtkraft-Beziehung angeben. Der Strahlungsdruck ist - eine konstante Temperatur vorausgesetzt - proportional zur Anzahl der Photonen  $N_\gamma$ ,

die auf eine Fläche treffen, es gilt also:

$$P_{Strahlung} \propto \frac{N_\gamma}{R^2}$$

Jedes Photon überträgt in diesem Modell einen festen Energiebetrag, der von der Temperatur des Sterns abhängt. Die Leuchtkraft des Sterns - also die pro Zeiteinheit zur Verfügung stehende Energie - definiert also eindeutig die Anzahl der ausgesendeten Photonen. Damit gilt:

$$N_\gamma \propto L \propto R^2 \cdot T^4$$

Die Kombination der beiden Proportionalitäten führt dann also zu folgender Beziehung:

$$P_{Strahlung} \propto \frac{R^2 \cdot T^4}{R^2} = T^4$$

Mithilfe der auf Seite 84 hergeleiteten Beziehung für den Druck im Inneren eines homogenen, kugelförmigen und gravitationsstabilisierten Körpers

$$P \propto \frac{M^2}{R^4}$$

lässt sich somit für strahlungsdruckdominierte Sterne die folgende Relation herstellen:

$$T^4 \propto \frac{M^2}{R^4} \tag{7.2}$$

Setzt man diese in Gleichung 7.1 ein und vereinfacht den Term, so ergibt sich für massereiche Sterne folgende Masse-Leuchtkraft-Beziehung:

$$L \propto M \tag{7.3}$$

**Vollständige Beschreibung** Vollständigere Modellierungen ergeben, dass der Faktor  $\alpha$  und damit die MLB nicht für alle Sternmassen konstant ist, sondern mit der Masse variiert. Dies lässt sich unter anderem mit den in der elementaren

Herleitung getroffenen Annahmen begründen, wo etwa mit einer konstanten Dichte und Näherungen wie dem Laneschen Gesetz gearbeitet wird. Tatsächlich ändert sich der Faktor jedoch zwischen 1,3 für massereiche Sterne und 4,5 für Sterne im Bereich von einer Sonnenmasse [SC10, S. 139] und [Cro12]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{L}{L_S}\right) &= 0,268 \left(\frac{M}{M_S}\right)^{2,6} && (M < 0,5M_S) \\ \left(\frac{L}{L_S}\right) &= \left(\frac{M}{M_S}\right)^{4,5} && (0,5M_S < M < 2M_S) \\ \left(\frac{L}{L_S}\right) &= 1,866 \left(\frac{M}{M_S}\right)^{3,6} && (2M_S < M < 20M_S) \\ \left(\frac{L}{L_S}\right) &= 1833 \left(\frac{M}{M_S}\right)^{1,3} && (20M_S < M) \end{aligned}$$

Wie in Kapitel 7.2.1 werden die Vorfaktoren hier ebenfalls über die Kontinuitätsbedingung ermittelt, für die Grenzmassen muss also jeweils gelten:

$$L_{unten}(M) = L_{oben}(M)$$

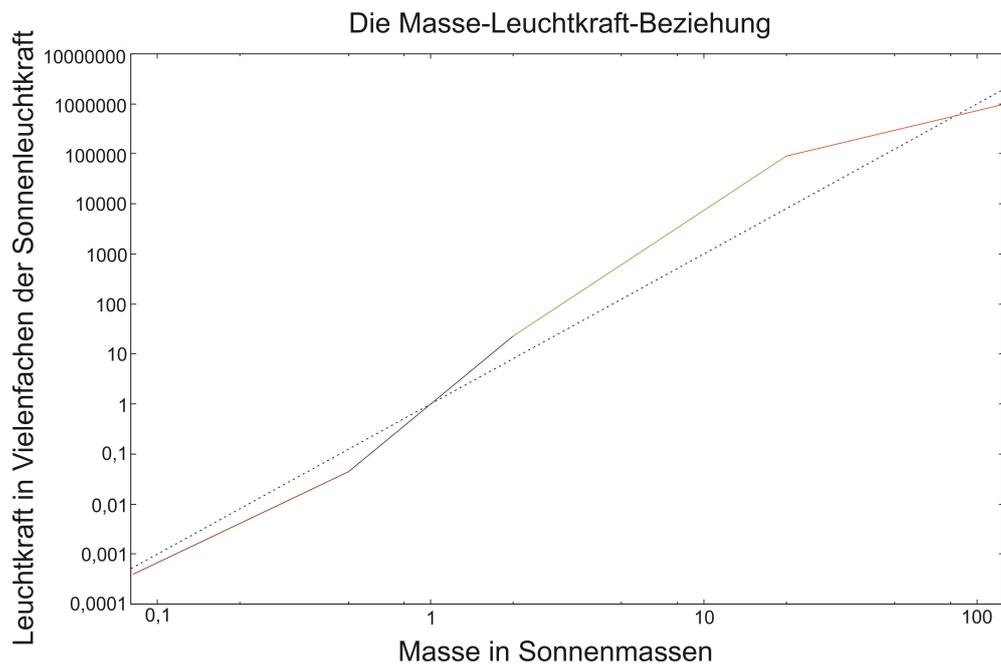
In Abb. 7.3 werden die elementare Masse-Leuchtkraft-Beziehung sowie die umfassendere Beschreibung miteinander verglichen. Es zeigt sich, dass die elementare Beschreibung einen guten Mittelwert der modernen Modellierung bietet.

Damit gilt für die Lebensdauer eines Sterns nicht für alle Massen die in der Einführung zum Kapitel gegebene Relation:

$$\tau \propto \frac{1}{M^2}$$

Die Relation muss für verschiedene Massen angepasst werden, so dass allgemein folgendes gilt:

$$\tau \propto \frac{M}{M^\alpha} = \frac{1}{M^{\alpha-1}} \quad (7.4)$$



**Abbildung 7.3:** Vergleich der konstanten Masse-Leuchtkraft-Beziehung mit einer modernen, masseabhängigen Formulierung (braun bis 0,5 Sonnenmassen, blau von 0,5 bis 2 Sonnenmassen, grün von 2 bis 20 Sonnenmassen und rot über 20 Sonnenmassen), Daten nach [SC10, S. 139] und [Cro12], geeicht an der Sonne.

Diese kann man auch in Relation zur Lebensdauer  $\tau_S$  der Sonne setzen. Damit ergibt sich:

$$\frac{\tau}{\tau_S} = \left( \frac{M_S}{M} \right)^{\alpha-1} \quad (7.5)$$

Mit der aktualisierten MLB - und gerade der Reduzierung ihres Exponenten für sehr schwere Sterne - lassen sich zwei Überlegungen anstellen, die der klassischen Sternphysik des ausgehenden neunzehnten und der ersten Hälfte des zwanzigsten Jahrhunderts entgegenstehen:

- Die Lebensdauer extrem schwerer Sterne hängt nur schwach von der Masse ab. Nach Gleichung 7.4 gilt für diese mit  $\alpha = 1,3$ :

$$\tau \propto \frac{M}{L} \propto M^{-0,3}$$

Die Größenordnung der Lebensdauer bleibt also nahezu konstant (nach der elementaren Herleitung bleibt sie ab einer gewissen Masse sogar vollkommen konstant) und liegt bei einigen wenigen Millionen Jahren auf der Hauptreihe. Eine konkrete Berechnung ergibt rund 2,5 Millionen Jahre für einen Stern mit 20 und 1,5 Millionen Jahre für einen Stern mit 100 Sonnenmassen.

- Die vielfach angenommene Massenobergrenze für Sternen von etwa 150 Sonnenmassen muss modifiziert werden. Diese sich aus der Eddington-Grenze - der Leuchtkraft, bei der der Strahlungsdruck den Gravitationsdruck eines Sterns übersteigt, wodurch der Stern seine äußeren Schichten abstößt - ableitende maximale Masse kann mithilfe der MLB ermittelt werden, die bei einer modifizierten Beziehung eine Änderung erfährt.

### 7.2.3 Masseverteilung von Sternen

Mithilfe der hier vorgestellten Relationen - der IMF und der MLB - kann eine Aussage über die zu erwartende vorliegende Verteilung der Massen bei Sternen getroffen werden. Im Gegensatz zur IMF geht es hier nicht um eine Beschreibung des Anfangszustandes, sondern der laufenden Verteilung in einer Galaxie, in der

noch Sterne entstehen. Für die Überlegungen sind einige Annahmen notwendig:

- Es wird ein hinreichend großes Gebiet betrachtet, so dass statistische Mittel angenommen werden können.
- Die Sterne entstehen gemäß einer IMF und ihre Lebensdauer lässt sich über den Quotienten aus Vorrat (Masse) und Verbrauch (Leuchtkraft) bestimmen.
- Die Sternentstehungsrate bleibt (einigermaßen) konstant, so dass sich ein Gleichgewicht zwischen entstehenden und sterbenden Sternen ausbildet.

Der Anteil der Sterne einer bestimmten Masse  $M$  lässt sich mithilfe der beiden angesprochenen Relationen abschätzen. Je länger ein Stern einer bestimmten Masse lebt und je mehr Sterne dieser Masse entstehen, desto mehr Sterne dieser Masse existieren gleichzeitig im Gleichgewicht. Damit gilt für die Anzahl  $N(M)$ :

$$N(M) \propto \tau(M) \cdot \xi(M)$$

Um den prozentualen Anteil anstatt der reinen Proportionalitätsbeziehung der Sterne einer festen Masse zu bestimmen, muss  $N(M)$  normiert werden. Dazu muss der Quotient aus  $N(M)$  und der Anzahl der Sterne aller relevanten Massen ermittelt werden. Dieser Normierungsfaktor sei  $\langle N \rangle$  und wird über das Integral über alle relevanten Sternmassen bestimmt, der Übersichtlichkeit halber sind im Folgenden die Massen  $M$  jeweils als Vielfache der Sonnenmasse (das heißt insbesondere ohne Einheit) und in Abhängigkeit der Verweildauer der Sonne auf der Hauptreihe  $\tau_S$  angegeben:

$$\begin{aligned} \langle N \rangle &= \int_{M_{min}}^{M_{max}} \frac{B}{A} \frac{1}{M^{\alpha-1}} \cdot \tau_S M^{-\beta} dM \\ &= \frac{\tau_S \cdot B}{A} \int_{M_{min}}^{M_{max}} M^{-\alpha-\beta+1} dM \end{aligned}$$

Das Integral muss jedoch in verschiedene Bestandteile aufgeteilt werden, da sich die Faktoren  $A$ ,  $B$ ,  $\alpha$  und  $\beta$  - abhängig von der betrachteten Masse - unterscheiden. Die

Grenzmassen werden üblicherweise bei etwa  $0,08M_S$  und  $125M_S$  gesetzt [BJ01]:

$$\begin{aligned}
 \langle N \rangle &= 3,73\tau_S \int_{M_{min}}^{0,5M_S} M^{-2,6-1,3+1} dM + 2\tau_S \int_{0,5M_S}^{2M_S} M^{-4,5-2,3+1} dM \\
 &+ 1,072\tau_S \int_{2M_S}^{20M_S} M^{-3,6-2,3+1} dM + \frac{\tau_S}{900} \int_{20M_S}^{M_{max}} M^{-1,3-2,3+1} dM \\
 &= 3,73\tau_S \int_{M_{min}}^{0,5M_S} M^{-2,9} dM + 2\tau_S \int_{0,5M_S}^{2M_S} M^{-5,8} dM \\
 &+ 1,072\tau_S \int_{2M_S}^{20M_S} M^{-4,9} dM + \frac{\tau_S}{900} \int_{20M_S}^{M_{max}} M^{-2,6} dM \\
 &\approx \tau_S \cdot (231,035 + 11,596 + 0.018 + 5,2 \cdot 10^{-6}) \\
 &\approx \tau_S \cdot 242,65 = const.
 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich:

$$N(M) = \frac{\tau(M) \cdot \xi(M)}{\langle N \rangle} = \frac{\tau_S \cdot B \cdot M^{-\beta}}{A \cdot M^{\alpha-1} \cdot \langle N \rangle} = \frac{\tau_S \cdot B \cdot M^{-\alpha-\beta+1}}{A \cdot \langle N \rangle}$$

Soll nun ein Massenintervall - etwa die Sterne mit einer Masse von einer bis zwei Sonnenmassen - betrachtet werden, so ist wieder eine Integration von der Unter- bis zur Obergrenze der Masse notwendig. Für ein Intervall  $\Delta M$  von  $M_U$  bis  $M_O$  gilt also:

$$\begin{aligned}
 N(\Delta M) &= \int_{M_U}^{M_O} \frac{\tau_S \cdot B \cdot M^{-\alpha-\beta+1}}{A \cdot \langle N \rangle} dM \\
 &= \frac{\tau_S \cdot B}{A \cdot \langle N \rangle \cdot (-\alpha - \beta + 2)} \cdot \left( M_O^{-\alpha-\beta+2} - M_U^{-\alpha-\beta+2} \right)
 \end{aligned}$$

Hier gilt wieder, dass das Integral - abhängig vom betrachteten Massenbereich - aufgeteilt werden muss, da die Parameter  $A$ ,  $B$ ,  $\alpha$  und  $\beta$  je nach Masse variieren. Um nun eine erste Plausibilitätsbetrachtung der getroffenen Annahmen zu treffen, können die leichten Sterne betrachtet werden. Rote Zwerge - Sterne mit der Spektralklasse  $M^5$  - stellen mit etwa 75% der Sterne die größte Anzahl der Hauptreihensterne [Jos03]. Der Massenbereich Roter Zwerge liegt damit zwischen  $0,08M_S$

---

<sup>5</sup>Einige Rote Zwerge fallen auch in die Klassen L und K.

(Untergrenze der dauerhaften Kernfusion) und rund einer halben Sonnenmasse. Somit sollte also gelten:

$$\begin{aligned}
 N_{RZ} &= \int_{0,08M_S}^{0,5M_S} \frac{3,73\tau_S \cdot M^{-2,6-1,3+1}}{\langle N \rangle} dM \\
 &= \frac{3,73\tau_S}{\langle N \rangle \cdot (-0,9)} \cdot (0,5M_S^{-0,9} - 0,08M_S^{-0,9}) \\
 &\approx 0,75
 \end{aligned}$$

Das tatsächliche Resultat dieses Integrals liegt jedoch bei  $N_{RZ} \approx 0.99$ . Diese Abweichung kann zum Teil damit erklärt werden, dass bei dem hier betrachteten Gleichgewichtszustand eine beliebig große, vergangene Zeitspanne angenommen wurde. Das bedeutet, dass der Anteil leichter Sterne mit der Zeit wächst und sich - unter der Voraussetzung, dass die Sternentstehungsrate konstant bleibt - in einigen Milliarden Jahren an 99% annähert.

Um die Gleichungen auf die aktuelle Situation der Milchstraße anzupassen, kann die Lebensdauer der Sterne auf das Alter der Milchstraße begrenzt werden. Dieses liegt bei etwa 13 Milliarden Jahren im Zentrum und bei etwa neun Milliarden Jahren in der Scheibe. Da der erwähnte Anteil von 75% für die Umgebung der Sonne zutrifft, wird somit ein Alter von rund neun Milliarden Jahren angenommen, während die Sonne insgesamt etwa elf Milliarden Jahre auf der Hauptreihe verbringt. Die zugehörige Grenzmasse, ab der die Lebensdauer auf neun Milliarden Jahre gesetzt wird, kann mit Gleichung 7.4 bestimmt werden, wobei  $M$  wieder in Sonnenmassen gegeben ist. Hier fällt die Lebensdauer und damit auch die MLB aus dem Integral heraus, da diese mit dem gesetzten Alter gleichgesetzt wird:

$$\begin{aligned}
 \frac{9}{11} &= \frac{1}{M^{3,5}} \\
 \Rightarrow M &= \sqrt[3,5]{\frac{11}{9}} \approx 1,05
 \end{aligned}$$

Damit müssen die ersten beiden Summanden von  $\langle N \rangle$  modifiziert werden:

$$\begin{aligned}\langle N_1 \rangle &= \tau_S \frac{9}{\tau_S} \int_{M_{min}}^{0,5M_S} M^{-1,3} dM \approx 27,07 \\ \langle N_2 \rangle &= 2\tau_S \frac{9}{\tau_S} \int_{0,5M_S}^{1,05M_S} M^{-2,3} dM + 2\tau_S \int_{1,05M_S}^{2M_S} M^{-5,8} dM \approx 5,27 + 3,48 = 8,75\end{aligned}$$

Damit ergibt sich ein neuer Normierungsfaktor:

$$\langle N \rangle \approx 35,84$$

Die modifizierten Gleichungen benötigen eine neue Kontinuitätsbetrachtung. Berechnet man nun den modifizierten Anteil roter Zwerge, ergibt sich ein anderer Wert:

$$\langle N_{RZ} \rangle = \frac{\langle N_1 \rangle}{\langle N \rangle} \approx 0,76$$

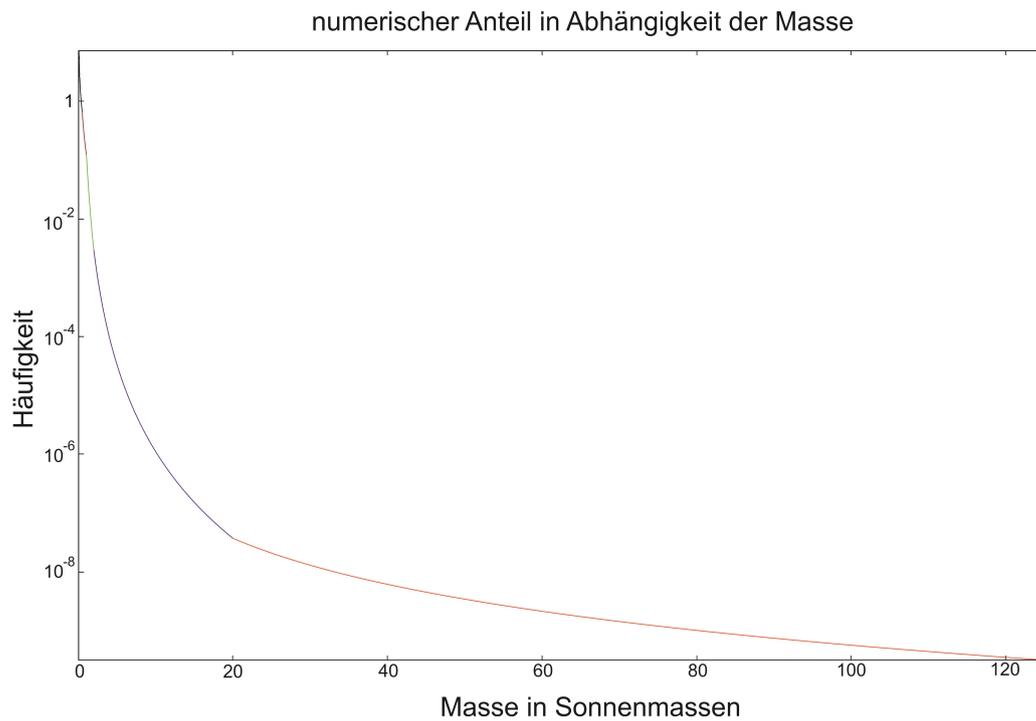
Somit liegt der modifizierte berechnete Anteil roter Zwerge sehr nah am beobachteten Anteil.

## 7.2.4 Anteil an der Gesamtmasse

Die im vorherigen Abschnitt vorgestellte Massenverteilung der Sterne kann noch erweitert werden, um den Anteil der Sterne einer bestimmten Masse an der Gesamtmasse einer Sternpopulation zu ermitteln. Das mathematische Vorgehen ist dabei vergleichbar zu der Berechnung der Massenverteilung. Der Anteil der Gesamtmasse einer bestimmten Sternmasse hängt zum einen von der Anzahl der vorhandenen Sterne dieser Masse und zum anderen von der Masse des einzelnen Sterns ab. Für den Anteil  $\mu(M)$  gilt also:

$$\mu(M) \propto N(M) \cdot M \propto M^{-\alpha-\beta+2}$$

Die Exponenten  $\alpha$  und  $\beta$  sind wie im vorherigen Kapitel die Exponenten der MLB und der IMF. Um konkrete Anteile bestimmen zu können, ist wieder ein



**Abbildung 7.4:** Die Anzahl der Sterne in Abhängigkeit der Masse in einer etwa neun Milliarden Jahre alten Population. Schwarz sind die Sterne bis zu einer halben Sonnenmasse, braun die bis zu 1,05 Sonnenmassen, grün bis zwei Sonnenmassen, blau bis 20 Sonnenmassen und rot schwere Sterne bis zu 125 Sonnenmassen.

Normierungsfaktor  $\langle \mu \rangle$  notwendig, dieser ergibt sich erneut aus dem Integral über alle Massen:

$$\langle \mu \rangle = \int_{M_{min}}^{M_{max}} \frac{\tau_S \cdot B \cdot M^{-\alpha-\beta+2}}{A \cdot \langle N \rangle} dM$$

Zur korrekten Berechnung ist erneut eine Aufteilung in verschiedene Intervalle notwendig. Für ein Universum, dessen Alter größer ist als die Lebensdauer der leichtesten Sterne, gilt:

$$\begin{aligned} \langle \mu_\infty \rangle &= \frac{3,73\tau_S}{\langle N_\infty \rangle} \int_{M_{min}}^{0,5M_S} M^{-2,6-1,3+2} dM + \frac{2\tau_S}{\langle N_\infty \rangle} \int_{0,5M_S}^{2M_S} M^{-4,5-2,3+2} dM \\ &+ \frac{1,072\tau_S}{\langle N_\infty \rangle} \int_{2M_S}^{20M_S} M^{-3,6-2,3+2} dM + \frac{\tau_S}{900 \cdot \langle N_\infty \rangle} \int_{20M_S}^{M_{max}} M^{-1,3-2,3+2} dM \\ &= \frac{3,73\tau_S}{\langle N_\infty \rangle} \int_{M_{min}}^{0,5M_S} M^{-1,9} dM + \frac{2\tau_S}{\langle N_\infty \rangle} \int_{0,5M_S}^{2M_S} M^{-4,8} dM \\ &+ \frac{1,072\tau_S}{\langle N_\infty \rangle} \int_{2M_S}^{20M_S} M^{-3,9} dM + \frac{\tau_S}{900 \cdot \langle N_\infty \rangle} \int_{20M_S}^{M_{max}} M^{-1,6} dM \\ &= 0,139 + 0,032 + 2,2 \cdot 10^{-4} + 8 \cdot 10^{-7} \\ &= 0,171 \end{aligned}$$

Damit gilt für den Anteil einer bestimmten Sternennasse an der Gesamtmasse einer Sternpopulation

$$\mu(M) = \frac{N(M) \cdot M}{\langle \mu \rangle} = \frac{\tau_S \cdot B \cdot M^{-\alpha-\beta+2}}{A \cdot \langle N \rangle \cdot \langle \mu \rangle}$$

Wieder sind Anpassungen für ein Universum mit einem beschränkten Alter notwendig:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{\tau_S}{\langle N \rangle} \frac{9}{\tau_S} \int_{M_{min}}^{0,5M_S} M^{-0,3} dM \approx 0,16 \\ \mu_2 &= \frac{2\tau_S}{\langle N \rangle} \frac{9}{\tau_S} \int_{0,5M_S}^{1,05M_S} M^{-1,3} dM + \frac{2\tau_S}{\langle N \rangle} \int_{1,05M_S}^{2M_S} M^{-4,8} dM \\ &\approx 0,41 + 0,12 = 0,53 \end{aligned}$$

Somit gilt für den modifizierten Normierungsfaktor  $\langle \mu \rangle$ :

$$\langle \mu \rangle = 0,16 + 0,53 + 2,2 \cdot 10^{-4} + 8 \cdot 10^{-7} \approx 0,69$$

Die Roten Zwerge, die in dieser Modellierung rund 75 Prozent der Sterne stellen, machen also nur knapp 25 Prozent der Masse der Sterne aus. Allgemein gilt für den Massenanteil eines Massenintervalls  $\Delta M$ , das von einer unteren Grenzmasse  $M_U$  bis zu einer obereren Grenzmasse  $M_O$  reicht (zu beachten ist, dass das Integral aufgrund der nicht konstanten Exponenten  $\alpha$  und  $\beta$  und der Faktoren  $A$  und  $B$  gegebenenfalls aufgeteilt werden muss):

$$\mu(\Delta M) = \int_{M_U}^{M_O} \frac{B \cdot M^{-\alpha-\beta+2}}{A \cdot \langle N \rangle \cdot \langle \mu \rangle} dM$$

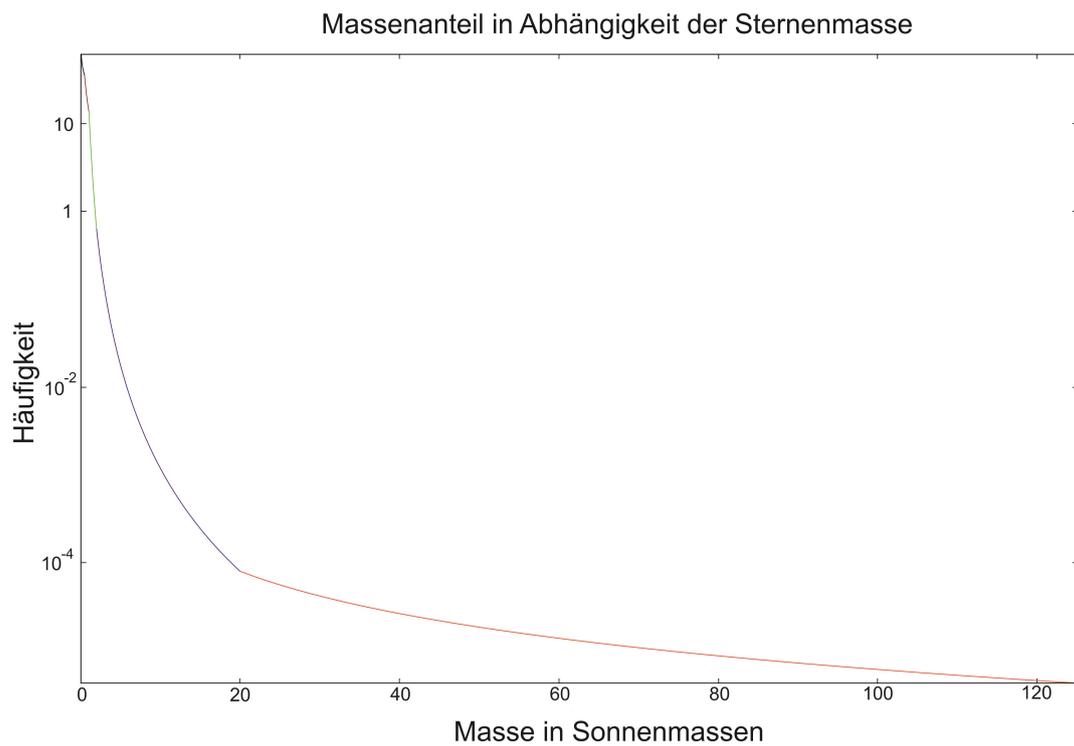
Als Stammfunktion ergibt sich damit

$$\mu(\Delta M) = -\frac{B \cdot (M_O^{-\alpha-\beta+3} - M_U^{-\alpha-\beta+3})}{(\alpha + \beta - 3) \cdot A \cdot \langle N \rangle \cdot \langle \mu \rangle}$$

### 7.2.5 Anteil an der Gesamtleuchtkraft

Eine zusätzliche Erweiterung des Modells ergibt sich, wenn der jeweilige Leuchtkraftanteil der Massen und Massenintervalle bestimmt wird. Hierfür relevant sind die Anzahl der Sterne  $N(M)$  sowie die Leuchtkraft eines einzelnen Sterns  $L_{Stern}(M)$ . Das Produkt beider Faktoren ergibt die Gesamtleuchtkraft aller Sterne aus dem Massenintervall. Wird diese normiert, so erhält man den Leuchtkraftanteil einer bestimmten Sternenmasse an der Gesamtleuchtkraft aller Sterne:

$$L(M) \propto N(M) \cdot L_{Stern}(M)$$



**Abbildung 7.5:** Der Massenanteil der Sterne in Abhängigkeit der Einzelmasse in einer etwa neun Milliarden Jahre alten Population. Schwarz sind die Sterne bis zu einer halben Sonnenmasse, braun die bis zu 1,05 Sonnenmassen, grün bis zwei Sonnenmassen, blau bis 20 Sonnenmassen und rot schwere Sterne bis zu 125 Sonnenmassen.

Wieder wird ein Normierungsfaktor  $\langle L \rangle$  benötigt. Mit diesem ergibt sich für den Leuchtkraftanteil folgender Ausdruck:

$$\begin{aligned} L(M) &= \frac{N(M) \cdot L_{Stern}(M)}{\langle L \rangle} = \frac{N(M) \cdot A \cdot M^\alpha}{\langle L \rangle} \\ &= \frac{B \cdot M^{-\beta+1}}{\langle N \rangle \cdot \langle L \rangle} \end{aligned}$$

Hier fällt auf, dass  $L(M)$  nur noch implizit über den Normierungsfaktor  $\langle N \rangle$  von dem Exponenten  $\alpha$  - dem Exponenten der MLB - abhängt. Das bedeutet, dass der genaue Verlauf der Masse-Leuchtkraft-Beziehung nur einen indirekten Einfluss auf den Anteil einer bestimmten Sternenmasse auf die Gesamtleuchtkraft hat, da sich die Einflüsse der höheren Einzelleuchtkraft und der niedrigeren Lebensdauer gegenseitig aufheben.

Als Normierungsfaktor  $\langle L \rangle$  ergibt sich der folgende Term:

$$\langle L \rangle = \tau_S \cdot B \int_{M_{min}}^{M_{max}} \frac{M^{-\beta+1}}{\langle N \rangle} dM$$

Auch hier muss das Integral aufgeteilt werden, allerdings müssen durch die nur noch implizite Abhängigkeit von  $\alpha$  weniger Einzelterme betrachtet werden:

$$\begin{aligned} \langle L_\infty \rangle &= \tau_S \int_{M_{min}}^{0,5M_S} \frac{M^{-1,3+1}}{\langle N_\infty \rangle} dM + 2\tau_S \int_{0,5M_S}^{M_{max}} \frac{M^{-2,3+1}}{\langle N_\infty \rangle} dM \\ &= \tau_S \int_{M_{min}}^{0,5M_S} \frac{M^{-0,3}}{\langle N_\infty \rangle} dM + 2\tau_S \int_{0,5M_S}^{M_{max}} \frac{M^{-1,3}}{\langle N_\infty \rangle} dM \\ &\approx 2,72 \cdot 10^{-3} + 2,84 \cdot 10^{-2} = 3,11 \cdot 10^{-2} \end{aligned}$$

Auch hier gilt, dass für die aktuelle Situation der Umgebung der Sonne eine Anpassung notwendig ist. Da die Leuchtkraft eines einzelnen Sterns vom Alter unab-

hängig ist, muss nur der Zahlenanteil modifiziert werden:

$$\begin{aligned} \langle L_1 \rangle &= \frac{\tau_S}{\langle N \rangle} \frac{9}{\tau_S} \int_{M_{min}}^{0,5M_S} M^{-1,3} \cdot M^{4,5} dM \\ &= \frac{9}{\langle N \rangle} \int_{M_{min}}^{0,5M_S} M^{3,2} dM \\ &\approx 3,85 \cdot 10^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle L_2 \rangle &= \frac{2\tau_S}{\langle N \rangle} \frac{9}{\tau_S} \int_{0,5M_S}^{1,05M_S} M^{-2,3} \cdot M^{4,5} dM \\ &\quad + \frac{2\tau_S}{\langle N \rangle} \int_{1,05M_S}^{M_{max}} M^{-1,3} dM \\ &= \frac{2\tau_S}{\langle N \rangle} \frac{9}{\tau_S} \int_{0,5M_S}^{1,05M_S} M^{2,2} dM \\ &\quad + \frac{2\tau_S}{\langle N \rangle} \int_{1,05M_S}^{M_{max}} M^{-1,3} dM \\ &\approx 0,20 + 6,92 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \langle L \rangle \approx 7,16$$

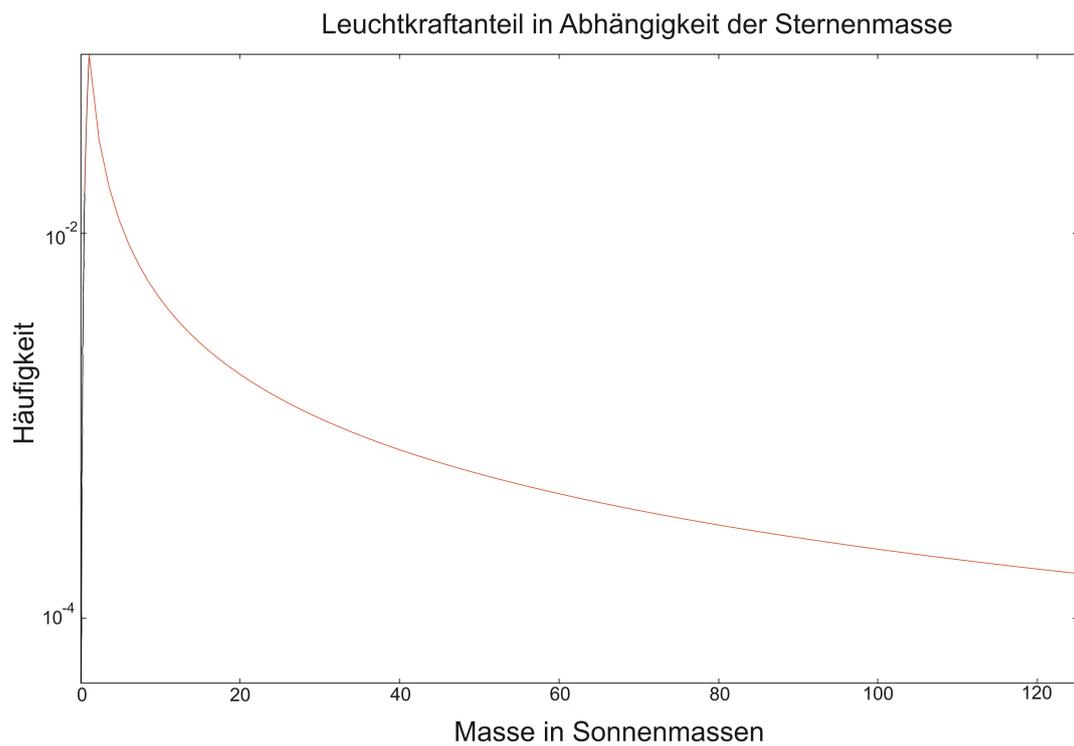
Hier wird ersichtlich, dass die zahlreichen Roten Zwerge nur wenig zur Gesamtlichtkraft einer Sternpopulation beitragen. Weniger als ein Prozent der Leuchtkraft ist auf Sterne mit weniger als einer halben Sonnenmasse zurückzuführen. Für ein beliebiges Massenintervall  $\Delta M$  gilt - analog zu den vorherigen Abschnitten - wieder, wobei auch hier nach den unterschiedlichen Werten für  $\beta$  unterschieden werden muss:

$$L(\Delta M) = \int_{M_U}^{M_O} \frac{B \cdot M^{-\beta+1}}{\langle N \rangle \cdot \langle L \rangle} dM$$

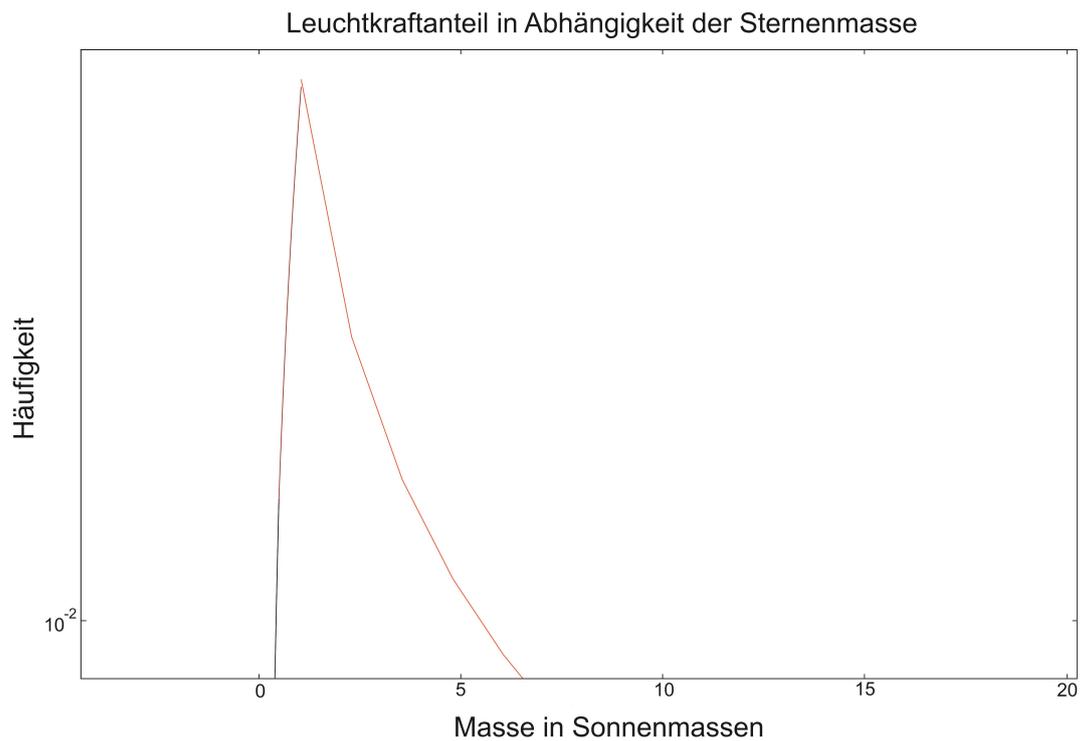
Hier ergibt sich als allgemeine Stammfunktion folgender Term:

$$L(\Delta M) = -\frac{B \cdot (M_O^{-\beta+2} - M_U^{-\beta+2})}{(\beta - 2) \cdot \langle N \rangle \cdot \langle L \rangle}$$

Bei der Leuchtkraft fällt auf, dass hier - anders als bei der Anzahl und dem Massenanteil - ein Universum mit einem beschränkten Alter ein Maximum besitzt (vgl.



**Abbildung 7.6:** Die Leuchtkraft der Sterne in Abhängigkeit der Masse in einer etwa neun Milliarden Jahre alten Population. Schwarz sind die Sterne bis zu einer halben Sonnenmasse, braun die bis zu 1,05 Sonnenmassen und rot schwere Sterne bis zu 125 Sonnenmassen.



**Abbildung 7.7:** Maximum der Leuchtkraft der Sterne in Abhängigkeit der Masse in einer etwa neun Milliarden Jahre alten Population. Schwarz sind die Sterne bis zu einer halben Sonnenmasse, braun die bis zu 1,05 Sonnenmassen und rot schwere Sterne bis zu 125 Sonnenmassen. Die Unstetigkeit beim Übergang des braunen zum roten Abschnitts ist auf Rundungen der Vorfaktoren zurückzuführen.

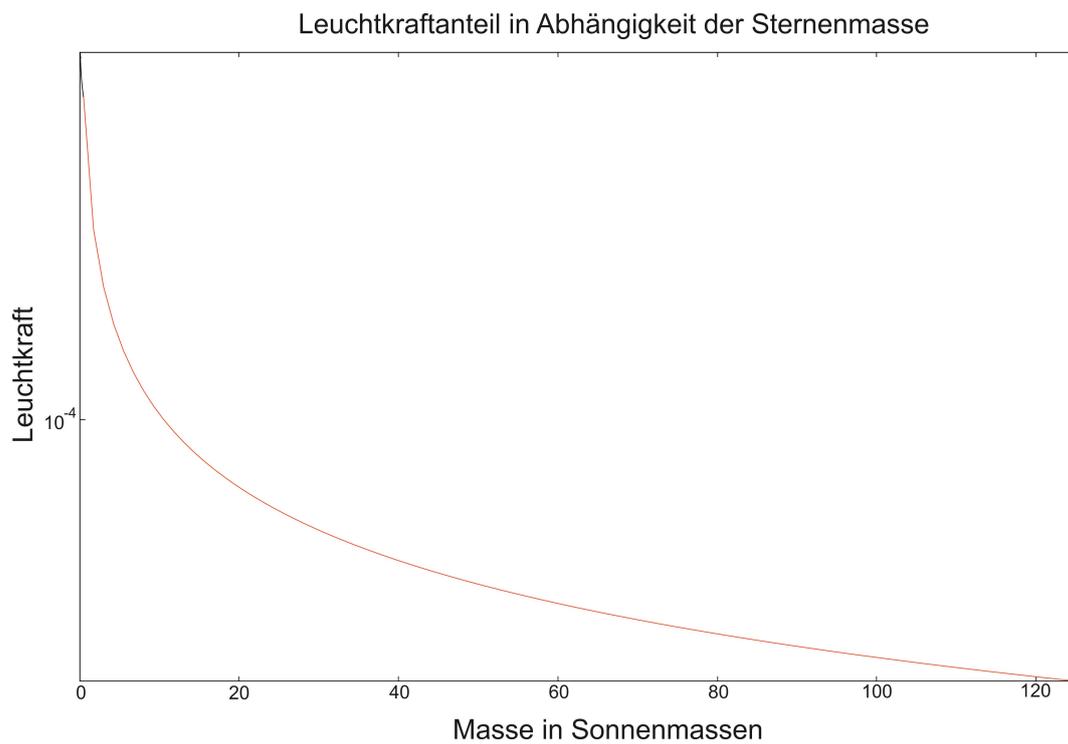
Abb. 7.6 und 7.7), das nicht bei der minimalen betrachteten Masse liegt. Dies bedeutet, dass leichte Sterne zwar den bei weitem größten numerischen Anteil und den größten Massenanteil der Sterne stellen, bei der Leuchtkraft aber trotzdem Sterne mittlerer Masse überwiegen.

Bei einem Blick auf die einzelnen Funktionen, aus denen die Kurve zusammengesetzt ist, wird deutlich, dass das Maximum nur an den Randstellen der Abschnitte liegen kann. Alle Funktionen haben die Struktur

$$L(M) = C \cdot M^x$$

mit einer Konstanten  $C$  und einem positiven (schwarzer und brauner Abschnitt) beziehungsweise einem negativen (roter Abschnitt) Exponenten  $x$ . Dies bedeutet insbesondere, dass sämtliche Abschnitte stetig und streng monoton steigend (positiver Exponent) oder fallend (negativer Exponent) sind und somit Maxima nur an den Randwerten existieren können. Eine vollständige Kurvendiskussion ist damit nicht notwendig, eine Betrachtung der Randwerte genügt und zeigt, dass das Maximum bei 1,05 Sonnenmassen und damit an der Altersgrenze der noch nicht ausgebrannten Sterne liegt.

Würde man ein Universum mit einem beliebigen Alter betrachten, so würde das Maximum wieder bei den leichtesten Sternen liegen, da sie ihre niedrige Einzel-leuchtkraft durch die enorme Anzahl ausgleichen (vgl. Abb. 7.8).



**Abbildung 7.8:** Die Leuchtkraft der Sterne in Abhängigkeit der Masse in einer sehr alten Population. Schwarz sind die Sterne bis zu einer halben Sonnenmasse, und rot Sterne bis zu 125 Sonnenmassen.

### 7.2.6 Folgerungen

Ist die Gesamtzahl der Sterne einer Galaxie bekannt, so kann mithilfe des Modells eine Abschätzung über die erwartete Anzahl von Sternen unterschiedlicher Massenintervalle gegeben werden. Allgemein lässt sich diese Anzahl über das Produkt von dem Integral zur Berechnung der Massenverteilung (vgl. Kap. 7.2.3) und der Gesamtzahl der Sterne  $N_{ges}$  in der Galaxie bestimmen:<sup>6</sup>

$$N_{abs}(\Delta M) = \int_{M_U}^{M_O} \frac{\tau_S \cdot B \cdot M^{-\alpha-\beta+1}}{A \cdot \langle N \rangle} dM \cdot N_{ges}$$

Die Milchstraße beinhaltet - je nach Schätzung - zwischen 100 und 300 Milliarden Sterne. Dies bedeutet, dass mit diesem Modell etwa 70 bis 210 Milliarden Rote Zwerge (weniger als eine halbe Sonnenmasse) und rund 6 bis 18 Milliarden Sterne in der Größenordnung der Sonne (zwischen einer halben und zwei Sonnenmassen) zu erwarten sind. Sterne mit über 20 Sonnenmassen sind dagegen extrem selten, lediglich 160000 bis etwa 500000 sind in der Milchstraße zu erwarten. Betrachtet man nur die Sterne mit mehr als einhundert Sonnenmassen, so reduziert sich die berechnete Anzahl sogar auf 4000 bis 12000. Dies entspricht einer mittleren Dichte von etwa einem Stern mit mehr als einhundert Sonnenmassen in rund  $10^{10}$  Kubiklichtjahren.

Eine mögliche Folgerung wäre, dass mithilfe der Gesamtleuchtkraft einer Galaxie die Anzahl der darin enthaltenen Sterne berechnet werden kann, da die Leuchtkraft einer Galaxie<sup>7</sup> sich zu wesentlichen Teilen aus der Leuchtkraft von Sternen zusammensetzt, während die kompakten Überreste (Weiße Zwerge, Neutronensterne und Schwarze Löcher) sowie interstellare Gaswolken nur eine verhältnismäßig geringe Leuchtkraft aufweisen. Der Grundgedanke wäre dann analog zur erwarteten Anzahl der Sterne bei bekannter Gesamtanzahl. Zunächst wird die absolute Leuchtkraft

<sup>6</sup>Für Kugelsternhaufen bietet sich diese Modellierung nicht an, da in diesen zumeist alle Sterne gleichzeitig entstehen und die Sternentstehungsrate danach deutlich abnimmt.

<sup>7</sup>Abgesehen von Galaxien mit ungewöhnlich aktiven Kernbereichen, so genannten AGN's.

eines Massenintervalls einer Population mit der Gesamtleuchtkraft  $L_{ges}$  bestimmt:

$$L_{abs}(\Delta M) = \int_{M_U}^{M_O} \frac{B \cdot M^{-\beta+1}}{\langle N \rangle \cdot \langle L \rangle} dM \cdot L_{ges}$$

Anschließend kann die Anzahl der Sterne als Quotient aus absoluter Leuchtkraft und der Leuchtkraft eines einzelnen Sterns bestimmt werden:

$$\begin{aligned} N_{abs}(M) &= \frac{L_{abs}(M)}{L_{Stern}(M)} = \frac{B \cdot M^{-\beta+1} \cdot L_{ges}}{\langle N \rangle \cdot \langle L \rangle \cdot A \cdot M^\alpha} \\ &= \frac{B \cdot M^{-\alpha-\beta+1} \cdot L_{ges}}{\langle N \rangle \cdot \langle L \rangle \cdot A} \end{aligned}$$

Die absolute Masse ergibt sich entsprechend über das Produkt von absoluter Anzahl und Masse eines Sterns:

$$\begin{aligned} M_{abs}(M) &= \frac{B \cdot M^{-\alpha-\beta+1} \cdot L_{ges}}{\langle N \rangle \cdot \langle L \rangle \cdot A} \cdot M \\ &= \frac{B \cdot M^{-\alpha-\beta+2} \cdot L_{ges}}{\langle N \rangle \cdot \langle L \rangle \cdot A} \end{aligned}$$

Für ein entsprechendes Intervall  $\Delta M$  von  $M_U$  bis  $M_O$  gilt, wobei auch hier wieder eine Aufteilung der Intervalle notwendig ist:

$$M_{abs}(\Delta M) = \int_{M_U}^{M_O} \frac{B \cdot M^{-\alpha-\beta+2} \cdot L_{ges}}{\langle N \rangle \cdot \langle L \rangle \cdot A} dM$$

Betrachtet man beispielsweise die Andromeda-Galaxie mit einer Leuchtkraft von etwa  $2,6 \cdot 10^{10}$  Sonnenleuchtkräften, so ergibt sich für die stellare Gesamtmasse ein Wert von ungefähr  $10^{37}$  kg. Messungen ergeben jedoch eine stellare Masse von etwa  $2,2 \cdot 10^{41}$  kg (verglichen mit einer Gesamtmasse von  $1,5 \cdot 10^{42}$  kg). Die stellare Masse wird also um einen Faktor von mehr als zehntausend unterschätzt.

Hier müssen allerdings verschiedene Faktoren bedacht werden: So muss beachtet werden, dass nicht die gesamte Leuchtkraft der Sterne zur Gesamtleuchtkraft beitragen kann, da sich die Sterne teilweise gegenseitig verdecken und große Teile des ausgestrahlten Lichtes von interstellarer Materie absorbiert wird (interstellare Extinktion) - es sind also erheblich mehr Sterne vorhanden, als theoretisch angenommen werden. Um dies zu berechnen, müssen kompliziertere geometrische Fak-

toren bestimmt werden und gleichzeitig die exponentielle Abnahme der Intensität des Lichtes beim Durchgang durch eine interstellare Wolke mit der Verteilung der interstellaren Wolken innerhalb der Galaxie kombiniert werden. Für diese Dichteverteilung würde sich ebenfalls entweder eine Exponentialfunktion oder aber eine Konstante anbieten.

Weiterhin ist in Rechnung zu stellen, dass kinematische Verfahren der Massenbestimmung, etwa über Radialgeschwindigkeitsprofile, immer auch die Anwesenheit der so genannten Dunklen Materie implementieren, die - wie ihr Name bereits sagt - auf gar keinen Fall zur Leuchtkraft beiträgt, was zu einer zusätzlichen Massenunterschätzung führt.

### 7.2.7 Konkrete Berechnungen mithilfe von Excel

Das hier vorgestellte Modell kann verhältnismäßig einfach mit einem Tabellenkalkulationsprogramm wie etwa Excel durchgerechnet werden, die grundlegenden Überlegungen bleiben dabei die gleichen.

Die möglichen Sternenmassen von 0,08 bis 125 Sonnenmassen müssen dafür in konstante Massenschritte aufgeteilt werden, hier sollen dabei Schritte von 0,1 Sonnenmassen gewählt werden. Kleinere Schritte verbessern natürlich die Genauigkeit, allerdings steigt damit auch der Aufwand. Mit gegebener Masse kann dann die jeweilige Lebensdauer der Sterne berechnet werden. Hier müssen wieder sowohl die massenabhängigen Unterschiede der IMF und der MLB als auch das begrenzte Alter der Sternpopulation beachtet werden. Die in Excel einzutragenden Formeln werden beispielhaft für die Zeile sechs präsentiert, die für die anderen Zeilen sind die Formeln - abgesehen von den verschiedenen Exponenten  $\alpha$  und  $\beta$  - gleich. Es wäre auch möglich, die Exponenten mithilfe von WENN-Bedingungen an die unterschiedlichen Massen anzupassen. Dies würde jedoch zu komplizierten Termen führen, die keine nennenswerte Erleichterung bringen würden, daher wird hier darauf verzichtet. Ist die jeweilige Masse des Sterns in Spalte A und das Alter der Population in Feld D1 gegeben, so kann die nach oben begrenzte Lebensdauer wie

---

<sup>8</sup>Die Verwendung von Punkten statt Kommas als Trennzeichen in Zahlen orientiert sich an der internationalen Standardeinstellung von Excel.

folgt berechnet werden (die in eckigen Klammern angegebene Nummer gibt die jeweilige Zelle an, die mit dem Term berechnet wird, vgl. auch Tab. 7.1):<sup>8</sup>

$$[B6] = WENN(11/(0.268 \cdot A6^{1.6}) < \$D\$1; 11/(0.268 \cdot A6^{1.6}); \$D\$1)$$

Dieser Ausdruck überprüft mithilfe einer WENN-Bedingung (im englischen: if-Bedingung), ob die berechnete Lebensdauer kleiner als die Lebensdauer der Population ist. Ist dies der Fall, so wird der mittlere Ausdruck ausgegeben (die Lebensdauer). Ist dies nicht der Fall, so wird Feld D1 und somit das Alter der Population ausgegeben. Generell gilt in Excel, dass Ausdrücke, die hinter Dollarzeichen stehen (\$) gleich bleiben, wenn die Zellengleichung auf andere Zellen übertragen („heruntergezogen“) wird. Die Zelle D1 ist also für alle Ausdrücke der Spalte B gleich, während die Zellen aus der Spalte A abhängig von der jeweiligen Zeile sind (für Zelle B6 wird A6 benötigt, für B7 Zelle A7 und so weiter).

Der Anteil der jeweiligen Massen wird dann als Produkt von Lebensdauer und Entstehungsrate bestimmt:

$$[C6] = B6 \cdot A6^{-2.3}$$

Um hier den tatsächlichen Anteil der Sterne zu ermitteln muss - analog zu den theoretischen Überlegungen - normiert werden, indem zunächst alle Anteile aufsummiert und anschließend sämtliche Werte durch das Ergebnis dividiert werden. Für die Summe gilt zunächst folgender Term:

$$[C1257] = SUMME(C6 : C1255)$$

Damit ergibt sich dann für den normierten Anteil (vgl. Abb. 7.9):

$$[D6] = C6/\$C\$1257$$

Der Massenanteil ergibt sich als Produkt von individueller Masse und Anteil an der Gesamtpopulation:

$$[E6] = D6 \cdot A6$$

Wieder muss normiert werden:

$$[E1257] = \text{SUMME}(E6 : E1255)$$

Damit ergibt sich folgender normierter Term (vgl. Abb. 7.10):

$$[F6] = E6/\$E\$1257$$

Um den Leuchtkraftanteil zu bestimmen, ist entsprechend das Produkt aus dem Anteil an der Gesamtpopulation und der individuellen Leuchtkraft zu berechnen:

$$[G6] = D6 \cdot 0.23 \cdot A6^{2.3}$$

Analog zu den bisherigen Überlegungen ist eine Normierung notwendig: Wieder muss normiert werden:

$$[G1257] = \text{SUMME}(G6 : G1255)$$

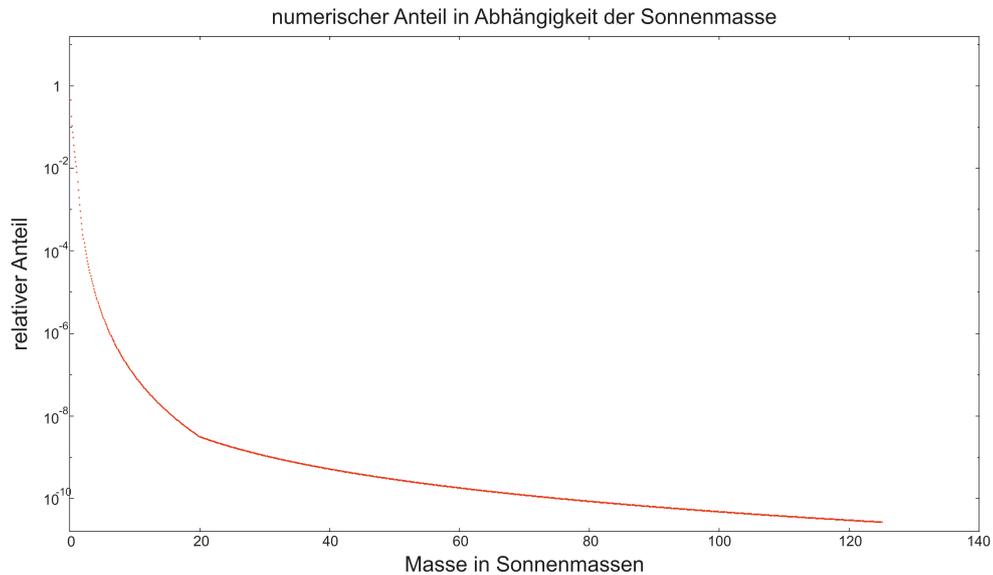
Womit sich folgendes für den Leuchtkraftanteil ergibt (vgl. Abb. 7.11):

$$[H6] = G6/\$G\$1257$$

Betrachtet man die Ergebnisse in Excel (siehe Anhang), so zeigt sich, dass diese mit den Resultaten der theoretischen Überlegungen übereinstimmen. Der Anteil an der Anzahl der Sterne sowie der Massenanteil nehmen mit steigender Sternennasse kontinuierlich ab, während der Leuchtkraftanteil bei 1,1 Sonnenmassen ein Maximum aufweist. Berechnet man analog zur Theorie den Anteil Roter Zwerge, also von Sternen mit einer halben Sonnenmasse oder weniger, so ergibt sich hier folgendes:

$$[F3] = \text{SUMME}(D6 : D10) \approx 0.87$$

Der Anteil Roter Zwerge ist hier also merklich höher als in der Theorie - etwa 87% statt 76%. Dies ist im Wesentlichen darauf zurückzuführen, dass sich die Anzahl bei sehr leichten Sternen auch bei kleinen Massenunterschieden relativ stark un-



**Abbildung 7.9:** Der in Excel berechnete Anteil der Sterne an einer Sternpopulation.

terscheidet und die Vereinfachung auf Intervalle daher eine starke Auswirkung auf das Ergebnis hat.

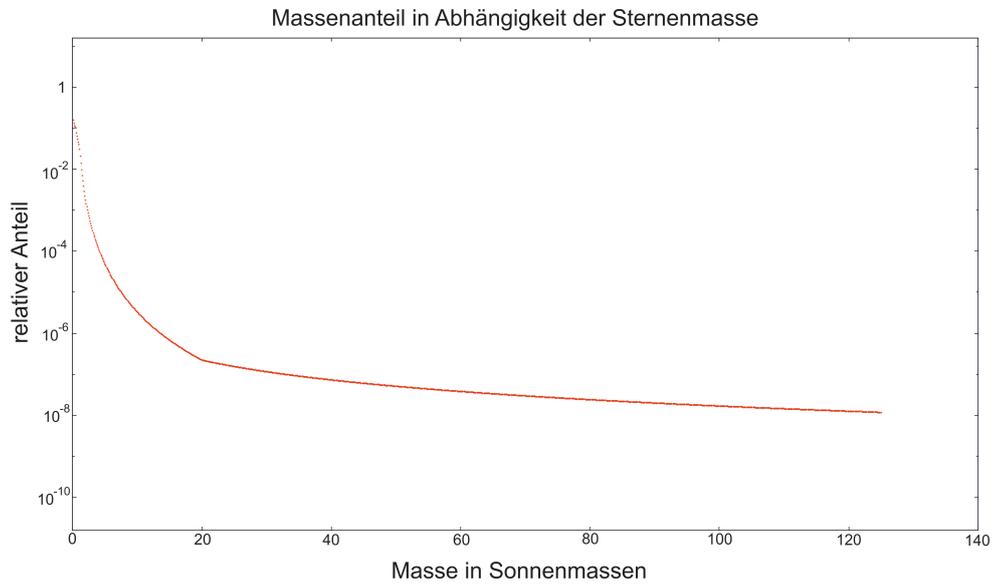
Nichtsdestotrotz erhält man mithilfe von Excel gute Ergebnisse, die eine Bestimmung der verschiedenen Anteile von Massenintervallen an Anzahl, Masse und Leuchtkraft zulassen und dabei auch eine Variation des simulierten Alters der Population zulassen, ohne dass dabei höhere mathematische Kenntnisse vorausgesetzt werden.

### 7.3 Die Entwicklung eines sonnenähnlichen Sterns bis zur Hauptreihe

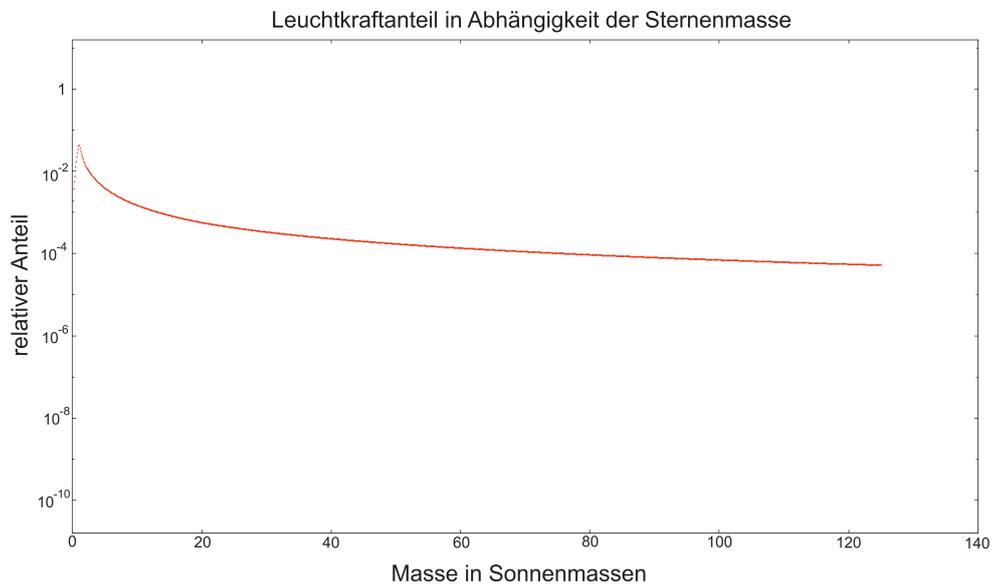
Nun soll beispielhaft die Entwicklung eines sonnenähnlichen Sterns bis zur Hauptreihe skizziert werden. Dabei werden einige relevante Eckpunkte behandelt, etwa zur Bedingung, wann eine Gaswolke kollabiert, eine alternative Abschätzung zur benötigten Temperatur, wann ein Stern entsteht, und eine Beschreibung, wie sich der Stern auf dem Hertzsprung-Russell-Diagramm entwickelt (vgl. auch [HQ18]).

## Die Entwicklung eines Sterns bis zur Hauptreihe

---



**Abbildung 7.10:** Der in Excel berechnete Massenanteil der Sterne an einer Sternpopulation.



**Abbildung 7.11:** Der in Excel berechnete Leuchtkraftanteil der Sterne an einer Sternpopulation.

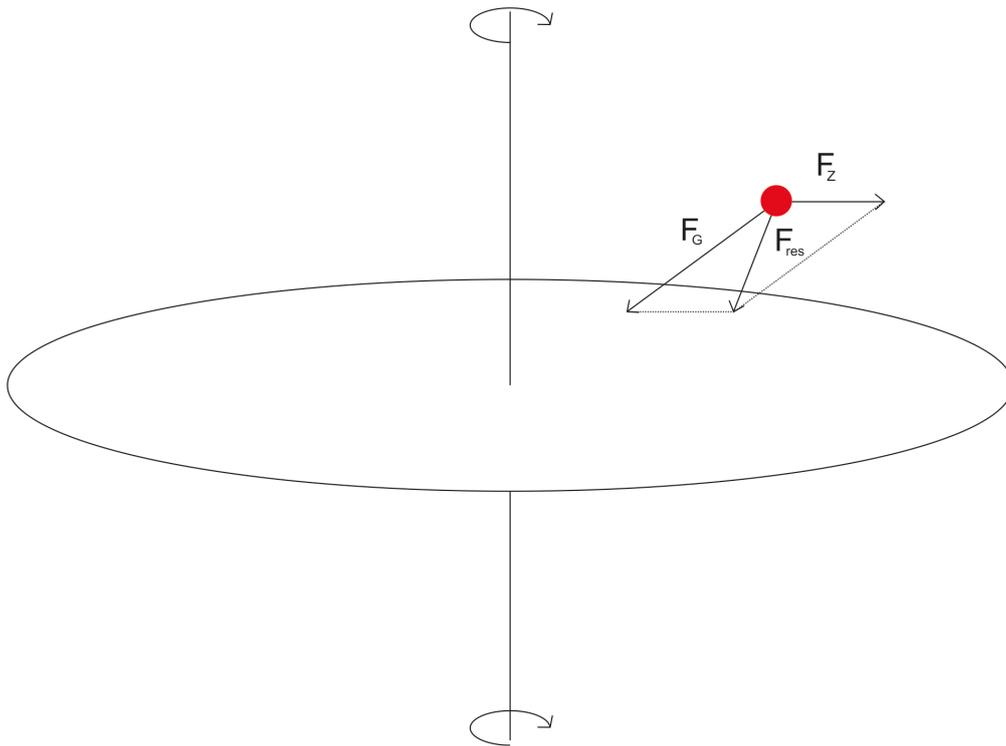
**Tabelle 7.1:** Die mit Excel für Sterne mit 0,1, 0,2 und 25 Sonnenmassen berechneten Werte als Beispiel für die vorgestellten Rechnungen (die gesamten Resultate befinden sich im Anhang). Die begrenzte Lebensdauer ist in Milliarden Jahren angegeben.

	A	B	C	D
5	Masse in Sonnenmassen	begrenzte Lebensdauer	Anteil	Anteil (normiert)
6	0.1	9	180	0.45
7	0.2	9	73	0.18
...	...	...	...	...
25	2	0.97	0.1	0.0002
	E	F	G	H
5	Massenanteil	Massenanteil (normiert)	Leuchtkraftanteil	Leuchtkraftanteil (normiert)
6	0.05	0.16	0.0004	0.002
7	0.04	0.12	0.001	0.003
...	...	...	...	...
25	0.0005	0.002	0.004	0.01

### 7.3.1 Das Jeans-Kriterium

Sterne entstehen in gravitativ gebundenen, kontrahierenden Gaswolken. Eine einfache Abschätzung der Grenzmasse, bei der eine Gaswolke mit gegebenem Radius anfängt zu kollabieren und dementsprechend kontrahiert, gibt das *Jeans-Kriterium*, das sich in ähnlicher Form in der Standardliteratur finden lässt (vgl. etwa [UBB05, S. 379]).

Die betrachteten Wolken besitzen im Allgemeinen einen Drehimpuls, dementsprechend wirkt auf Teilchen, die sich nicht innerhalb der Rotationsachse befinden, immer eine resultierende Kraft, die zur Scheibe wirkt (vgl. Abb. 7.12). Solange die Wolke jedoch eine große Ausdehnung besitzt, ist dieser Effekt vernachlässigbar, da die Wolke nur sehr langsam rotiert und sich die Rotationsgeschwindigkeit erst beim Kontrahieren infolge der Drehimpulserhaltung erhöht. Dementsprechend reicht es, die Gravitationskraft zum Massenschwerpunkt hin zu betrachten.



**Abbildung 7.12:** Gravitationskraft und Zentrifugalkraft in einer rotierenden Gaswolke.

Solange sich die Gaswolke im Gleichgewicht befindet, gilt der Virialsatz:

$$2E_{Kin} = -E_{Pot}$$

Nun kann die Wolke in erster Näherung als homogene Gaskugel modelliert werden. Die kinetische Energie der Gasmoleküle kann mit ihrer thermischen Energie gleichgesetzt werden, so dass sich betragsmäßig folgendes Gleichgewicht einstellt:

$$2 \cdot \frac{3M}{2m} k_B T = \frac{3GM^2}{5r}$$

$M$  ist die Gesamtmasse der Wolke,  $m$  die (mittlere) Masse eines Teilchens (im Folgenden wird molekularer Wasserstoff angenommen, das heißt,  $m = 2M_P$ ),  $T$  die Temperatur und  $r$  der Radius der Wolke. Der Faktor  $3/5$  resultiert aus der Berechnung der potentiellen Energie einer homogenen Kugel. Überwiegt die Gravitation, so kollabiert die Wolke. Das Jeans-Kriterium ergibt sich durch Umstellen nach  $M$ . Ist die Masse größer als die Grenzmasse (die so genannte Jeans-Masse  $M_{Jeans}$ ), so setzt die Kontraktion ein:

$$M_{Jeans} > \frac{5k_B T r}{Gm}$$

Mit typischen Größen von derartigen Wolken - ein Radius von einigen wenigen Lichtjahren, eine Temperatur von zehn bis zwanzig Kelvin - ergeben sich Massen in der Größenordnung von einigen hundert Sonnenmassen. Beobachtungen zeigen jedoch größere Abweichungen, auch erheblich massereichere Wolken können stabile Zustände halten. Gerade der Einfluss von Turbulenzen ist ein Thema der aktuellen wissenschaftlichen Diskussion [Pös16].

Nichtsdestotrotz gibt dieser Ansatz einen einfachen Einstieg in die Materie.

### 7.3.2 Die Bedingung zur Kernfusion

Alternativ zu der in Kapitel 6.2.4 vorgestellten Herleitung der Massenobergrenze eines Braunen Zwerges (und damit äquivalent zur minimalen Masse eines Hauptreihensternes) soll nachfolgend eine andere Möglichkeit gegeben werden, die zur

(dauerhaften) Wasserstofffusion notwendige Grenzmasse abzuschätzen, indem ein Zusammenhang zwischen Kerntemperatur und Masse gebildet wird (vgl. auch [HQ18]). Wird die notwendige Minimaltemperatur - etwa drei Millionen Kelvin (siehe Kap. 6.2.4 oder auch [UBB05, S. 285]) - im Zentrum einer kollabierenden Gaswolke erreicht, so kann die Proton-Proton-Fusion zünden und es entsteht ein Stern.

Die Gaswolke wird dazu wieder als ideales Gas betrachtet:

$$p = \frac{Nk_B T}{V} = \frac{M}{m} \frac{k_B T}{V} = \frac{\rho}{m} k_B T$$

Der Druck  $p$  im Zentrum der Wolke hängt damit von ihrer Masse  $M$ , der (mittleren) Teilchenmasse  $m$ , ihrem Volumen  $V$  oder ihrer Dichte  $\rho$  sowie ihrer (zentralen) Temperatur  $T$  ab. Verwendet man jetzt wieder das Halbkugelmodell (vgl. Abb. 6.2), so kann der Gravitationsdruck im Zentrum abgeschätzt werden. Mit dem Radius  $R$  der Wolke ergibt sich:

$$p_{\text{Grav}} = \frac{GM^2}{4\pi R^4}$$

Wenn sich am Ende der Kontraktion der Wolke ein stabiler Gleichgewichtszustand eingestellt hat, können beide Terme gleichgesetzt werden:

$$\frac{\rho}{m} k_B T = \frac{GM^2}{4\pi R^4}$$

Dies umgeformt nach der Masse ergibt folgende Proportionalität:

$$M \propto \left( \frac{T}{m\rho^{\frac{4}{3}}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Anders als in Gleichung 6.14 wird die Dichte hier mit berücksichtigt. Betrachtet man nun sonnenähnliche Sterne, deren Dichte im Zentralbereich ähnlich zu der der Sonne ist, so fallen näherungsweise die Dichte und - wegen identischer chemischer Zusammensetzung - die mittlere Teilchenmasse weg:

$$M \propto T_{\text{Kern}}^{\frac{3}{2}}$$

Diese Proportionalität lässt sich mithilfe des Standardmodells der Sonne, aus dem sich eine Kerntemperatur von etwa 15 Millionen Kelvin ergibt, normieren [AI71]. Setzt man nun die benötigten drei Millionen Kelvin als Temperatur ein, so ergibt sich eine Grenzmasse von 0,089 Sonnenmassen, im Vergleich zu 0,08 Sonnenmassen, die als Literaturwert genannt werden (vgl. [UBB05, S. 309]). Die Gleichung kann jedoch nur auf leichte Sterne angewendet werden, da sich schwere Sterne in Bezug auf ihre Dichte deutlich von der Sonne unterscheiden. Weiterhin zeigt sich, dass Sterne mit fortschreitendem Alter zunehmend heißer werden: Um den Gleichgewichtszustand aufrechterhalten zu können, während die mittlere Teilchenmasse als Folge der Kernfusion steigt, muss die Kerntemperatur ebenfalls steigen. So würde ein Stern, der zu Beginn seiner Entwicklung aus reinem Wasserstoff besteht, eine um zwanzig Prozent höhere Kerntemperatur benötigen, wenn zehn Prozent seines Wasserstoffvorrates zu Helium fusioniert wurden.<sup>9</sup>

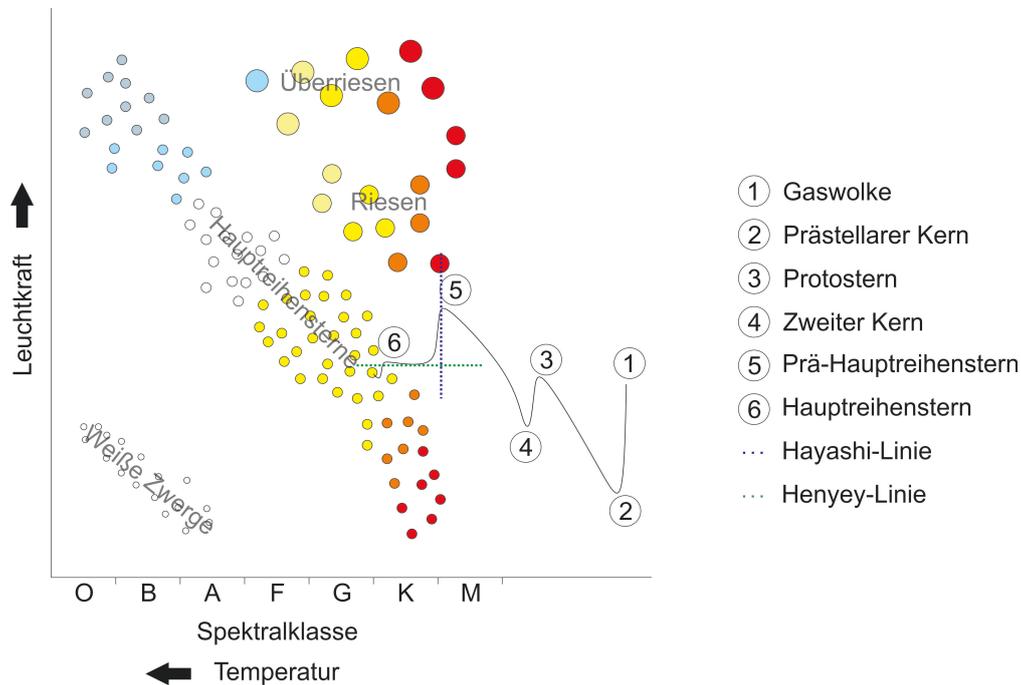
### 7.3.3 Die Entwicklung im Hertzsprung-Russell-Diagramm

Die wesentliche Startbedingung für die Entstehung eines Sterns - das Jeans-Kriterium - sowie das Kriterium, wann sich aus einer kontrahierenden Wolke ein Stern bildet - die minimale Masse - wurden nun beschrieben. Im Folgenden soll der Weg von der Wolke zum Stern skizziert werden (vgl. Abb. 7.13).

Wenn die Masse der Wolke die Jeans-Masse überschreitet, beginnt die Wolke zu kollabieren (vgl. Kap. 7.3.1) und kontrahiert dabei mit nahezu konstanter Temperatur [UBB05, S. 375] und [KWW12, S. 315], da die Dichte der Wolke extrem niedrig ist und durch Kontraktion freiwerdende Energie als Strahlung ungehindert abgegeben werden kann. Die Leuchtkraft der Wolke nimmt daher nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz  $L \propto AT^4$  ab (siehe in Abb. 7.13 Punkt ①). Eine Wolke, die im Grenzfall das Jeans-Kriterium gerade noch befolgen würde, müsste sich entsprechend des Virialsatzes allerdings erhitzen - nämlich um das in diesem Satz geforderte hydrostatische Gleichgewicht einzuhalten. Wichtig ist also zu betonen, dass der Kollaps eine Folge des Nicht-Einhaltens des Virialsatzes ist. In einer späteren

---

<sup>9</sup>Diese Abschätzung stellt jedoch nur eine sehr grobe Größenordnung dar, da auch die Dichte nicht konstant bleiben würde.



**Abbildung 7.13:** Der schematische Entwicklungsweg eines sonnenähnlichen Sterns im Hertzsprung-Russell-Diagramm.

Entwicklungsphase stellt sich das hydrostatische Gleichgewicht dann ein und dieser Satz kann zur Anwendung kommen. Im Hertzsprung-Russell-Diagramm (HRD) zeigt sich die oben beschriebene Entwicklung in einem (nahezu) senkrecht nach unten verlaufenden Entwicklungsweg. Der sich nun bildende Körper wird *prästellärer Kern* genannt (②). Dieser ist nach wie vor optisch dünn, die Strahlung wird weiterhin ungehindert abgegeben, so dass die Temperatur konstant bleibt.

Erreichen die äußeren Schichten eine hinreichend hohe Dichte, werden sie optisch dick, und statt einer isothermen beginnt eine adiabatische Phase. Der prästelläre Kern beginnt sich aufzuheizen und es entsteht ein *Protostern* (③, vgl. auch [KWW12, S. 317]).

In dieser Phase wird die notwendige Temperatur erreicht, um die bisher vorherrschenden Wasserstoffmoleküle zu Wasserstoffatomen zu spalten. Dafür wird Energie benötigt, die durch weitere Kontraktion sowie einfallende und akkretierte Materie zur Verfügung gestellt wird. Gleichzeitig steht diese Energie aber nicht zur Stabilisierung des Protosterns zur Verfügung, so dass die Temperatur wieder

konstant bleibt. Die Dissoziationsenergie von Wasserstoffmolekülen beträgt etwa  $436 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$  oder  $7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  pro Molekül. Dies entspricht einer Temperatur von etwa  $50000 \text{ K}$ , die tatsächlich erforderliche Temperatur ist jedoch niedriger, da sowohl die Strahlung als auch die Geschwindigkeit der Moleküle je einer Verteilung folgt (Schwarzkörperstrahlung und Maxwellverteilung). Modelliert man den Protostern als ideales Gas, so gilt für den zentralen Druck  $p$  unmittelbar vor Beginn der Dissoziation der Wasserstoffmoleküle:

$$p = \frac{M \cdot k_B T}{2m_P} \cdot \frac{3}{4\pi R^3}$$

$M$  ist die Masse des Protosterns,  $T$  seine (zentrale) Temperatur und  $R$  sein Radius. Mithilfe des Halbkugelmodells gilt damit:

$$\frac{M \cdot k_B T}{2m_P} \cdot \frac{3}{4\pi R^3} = \frac{GM^2}{4\pi R^4}$$

Damit ergibt sich für den Radius:

$$R = \frac{2Gm_P M}{3k_B T}$$

Setzt man nun die zuvor bestimmten  $50000 \text{ K}$  sowie eine Sonnenmasse ein, so ergibt sich ein Radius von etwa  $1,3$  Astronomischen Einheiten für einen entstehenden Stern mit etwa einer Sonnenmasse. Die Ausdehnung eines Protosterns liegt zu Beginn also bei einigen Astronomischen Einheiten, abhängig von seiner Masse.

Da weiterhin Materie akkretiert wird, nimmt der Gravitationsdruck zu, ohne dass die Temperatur steigt - der Kern im Inneren des Protosterns wird instabil und beginnt erneut, zu kollabieren [SP06, S. 319]. Damit bildet sich ein zweiter, dichter Kern, auf den die äußeren Schichten nahezu im freien Fall einstürzen (④, siehe auch [UBB05, S. 381]). Die Leuchtkraft des Sterns wird dabei im Wesentlichen durch die freiwerdende kinetische Energie abgedeckt.

Mit der Zeit nimmt die einfallende Masse jedoch ab, so dass weniger kinetische Energie zur Verfügung steht. Die durch Kontraktion freiwerdende Energie nimmt also einen zunehmend größeren Anteil an der Leuchtkraft des Protosterns ein. Sobald der Energieanteil der Kontraktion dominiert, spricht man von ei-

nem *Prä-Hauptreihenstern* (⊙). Es findet noch keine Kernfusion statt, der Prä-Hauptreihenstern kontrahiert also weiterhin und erhält seine Energie durch diese Kontraktion [UBB05, S. 381] - nun in der Weise, wie man es aus dem Virialsatz erwarten würde. In dieser Phase ist der Prä-Hauptreihenstern für stellare Verhältnisse sehr groß, woraus - trotz niedriger Effektivtemperatur - eine hohe Leuchtkraft resultiert [SC10]). Gleichzeitig ist er zu großen Teilen konvektiv.

Als Folge der weiteren Kontraktion nimmt die Zentraltemperatur des Sterns zu, während die Effektivtemperatur relativ konstant bleibt, da der Strahlungstransport erst bei höheren Temperaturen effektiv wird. Durch die Kontraktion verringert sich die Oberfläche und damit auch die Leuchtkraft des Sterns, so dass er im HRD nahezu senkrecht auf der *Hayashi-Linie* nach unten wandert [SC10]. Die Hayashi-Linie bildet die Grenze zwischen dem Bereich im HRD, in dem sich Objekte im hydrostatischen Gleichgewicht befinden können (üblicherweise links), und dem Bereich, in dem keine Objekte im hydrostatischen Gleichgewicht existieren können (rechts).

Schließlich wird durch die wachsende Temperatur der Strahlungstransport zunehmend effizienter, so dass die Effektivtemperatur wächst, während der Stern weiterhin kontrahiert. Die Leuchtkraft bleibt dadurch nahezu konstant, während die Oberflächentemperatur steigt - der Stern wandert mit einem niedrigen Anstieg der Leuchtkraft entlang der waagerechten *Henyey-Linie* im HRD nach links [SP06, S. 595], da nur noch eine schwache Abhängigkeit zwischen Leuchtkraft und Temperatur besteht. Die grundlegende chemische Zusammensetzung des Sterns ändert sich nicht mehr, weshalb die wesentlichen Gleichungen des Sternaufbaus bereits angewendet werden können. Mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz und dem Laneschen Gesetz gilt:

$$L \propto R^2 T^4$$
$$R^2 \propto \frac{1}{T^2}$$

Damit ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen Leuchtkraft und Temperatur:

$$L \propto T^2 \\ \Rightarrow L \propto 2 \cdot \ln(T)$$

In dieser Phase nimmt der konvektive Anteil ab, der Stern ist (zumindest teilweise) strahlungsdominiert. Die Kontraktion setzt sich fort, bis im Zentrum die Kernfusion zündet und das Wasserstoffbrennen startet. Dies hat nochmals ein leichtes Absinken der Leuchtkraft zur Folge. Schließlich erreicht der Stern die Hauptreihe (⑥).

Die genaue Lage der Hayashi- und der Henyey-Linie hängen von der Masse des Sterns ab. Leichte Sterne wandern zudem nicht entlang der Henyey-Linie, sondern erreichen die Hauptreihe als direkten Endpunkt der Hayashi-Linie und bleiben dabei nahezu voll konvektiv.

### 7.3.4 Weitere Faktoren bei der Entstehung der Sterne

Um die Entstehung der Sterne detailliert nachvollziehen zu können, müssen verschiedene weitere Aspekte berücksichtigt werden - insbesondere muss der Drehimpuls und die innere Dynamik der Gaswolken miteinbezogen werden. Gaswolken sind keine starren, kugelförmigen Körper, sondern differenziell rotierende Objekte [Pös16].

Doch selbst wenn der Drehimpuls berücksichtigt wird, bleiben Probleme bestehen. Ein Vergleich der Drehimpulse von Gaswolken mit dem der Sonne zeigt, dass die Sonne erheblich schneller rotieren müsste - die Wolken müssen also Drehimpuls abgeben. Ein aktueller Ansatz sind starke Magnetfelder: Schnell rotierende Proto- oder Prä-Hauptreihensterne erzeugen ein starkes Magnetfeld, das elektrische Teilchen in der Akkretionsscheibe beschleunigt oder abbremst und damit Drehimpuls überträgt [Pös16]. Dieser Ansatz benötigt jedoch extrem hohe Feldstärken, die wiederum als unrealistisch angesehen werden. Dementsprechend gehört die Drehimpulsverteilung hin zu den Randbereichen der protostellaren Wolke zu den meistdiskutierten Problemen in der Physik der entstehenden Sterne.

Nichtsdestotrotz können aber wesentliche Aspekte der Sternentstehung qualitativ

## Die Entwicklung eines Sterns bis zur Hauptreihe

---

und teilweise auch quantitativ nachvollziehbar gemacht werden.

# Kapitel 8

## Planeten, auf denen (höheres) Leben existieren könnte

Die Suche nach Planeten in anderen Sternensystem - so genannten Exoplaneten - ist aktuell eines der wichtigsten Forschungsfelder in der modernen Astrophysik. Gleichzeitig ist gerade die Frage nach außerirdischem Leben eine Frage, die Lernende außerordentlich interessiert (vgl. [SS10, S. 21]). Dementsprechend bietet es sich an, einige Überlegungen über die Bedingungen für die Entstehung von Leben anzustellen, so dass Kriterien für *potentiell habitable* Planeten aufgestellt werden können. Ein *Beweis* für das Leben auf anderen Planeten - vor allem in anderen Sternensystemen - ist dagegen extrem schwierig und nur durch Beobachtungsdaten zu führen. Dabei hängt die Bewohnbarkeit von einem Planeten nicht nur von seinen physikalischen Eigenschaften ab, sondern auch zu wesentlichen Teilen von dem Stern, den er umkreist.

### 8.1 Die Suche nach Exoplaneten

Während die Planeten des Sonnensystems seit der Antike bekannt waren oder in den Jahrhunderten nach der Entwicklung des Fernrohrs entdeckt wurden, hat es bis zum Nachweis der ersten Planeten, die um andere Sterne kreisen, bis zum

Ende des zwanzigsten Jahrhunderts gedauert. Ohne moderne Technik sind solche Beobachtungen unmöglich, da die Planeten in den meisten Fällen (insbesondere im Vergleich mit den Sternen, die sie umkreisen) viel zu leuchtschwach sind, um direkt abgebildet zu werden. Mit großen Teleskopen ist mittlerweile jedoch in einigen Fällen ein direktes Bild gelungen (vgl. Abb. 8.1).

Die ersten Exoplaneten, die sich später nicht als Messfehler oder Fehlinterpretationen herausstellten, wurden um den Pulsar „Lich“ (PSR B1257+12) entdeckt [Pip14, S. 24]. Unter den drei entdeckten Planeten ist einer der bis heute masseärmsten Exoplaneten - „Draugr“ mit einer Masse von nur etwa einem Fünftel der Erdmasse (vgl. dazu [RKS18]). Da Pulsare, bedingt durch ihre schnelle Rotation (vgl. Kap. 6.2.7 und Abb. 6.23) und ihre starken Magnetfelder, extrem gleichmäßige elektromagnetische Pulse zur Erde senden können, kann eine minimale Unregelmäßigkeit der Rotationsperiode erkannt und unter Umständen auf die gravitative Wechselwirkung mit Planeten zurückgeführt werden. Leben kann auf Planeten, die um einen Pulsar kreisen, jedoch ausgeschlossen werden.

Der erste Planet, der um einen anderen Hauptreihenstern als die Sonne kreist, wurde 1995 entdeckt. Es handelt sich um ein Objekt bei dem Stern „Helvetios“ (51 Pegasi). Dieser Begleiter ist ein Gasplanet, der in weniger als fünf Tagen um den Stern kreist, sich dementsprechend also in einer sehr engen Umlaufbahn befindet [Pip14, S. 28]. Auch wenn auf diesem Planeten Leben ebenfalls ausgeschlossen werden kann, zeigte seine Entdeckung doch, dass auch andere Sterne Planetensysteme besitzen können. Mithilfe von moderneren Teleskopen und speziellen Durchmusterungen des Himmels wie der Kepler-Mission wurden seitdem nahezu 4000 Exoplaneten entdeckt (vgl. [RKS18], Stand Dezember 2018).

## 8.2 Kriterien für habitable Planeten

Im Folgenden sollen einige Kriterien aufgestellt werden, um Planeten zu definieren, auf welchen die Entwicklung von (höherem) Leben möglich ist.

- Zunächst sind einige physikalische Grundlagen des Planeten entscheidend.



**Abbildung 8.1:** Der vom Very Large Telescope mit der Methode des „direct image“ entdeckte Planet CVSO 30c (kleiner Punkt links), der im Abstand von 660 Astronomischen Einheiten um den Stern CVSO 30 (in der Mitte) kreist. Das direkte Abbild war nur aufgrund des gewaltigen Abstandes zum Stern möglich, da der Stern den Planeten andernfalls überstrahlt hätte. Credit: ESO/Schmidt et al.

Gasplaneten sind für die Entstehung von höheren Lebewesen als Bakterien ungeeignet, da sie keine feste Oberfläche aufweisen und dort extreme Bedingungen wie Stürme sowie hohe Drücke herrschen.

- Ob die Entstehung von Leben ohne flüssiges Wasser überhaupt möglich ist, ist unklar. Wasser ist ein effektiver Katalysator für die Entstehung von Leben, chemisch zwingend notwendig ist es nicht [BRC04]. Nichtsdestotrotz wird flüssiges Wasser häufig als Bedingung für die Entstehung von Leben genannt und für die Definition einer *habitablen Zone* um einen Stern herangezogen - also der Zone, in der Leben entstehen kann (vgl. beispielsweise [Gar+12, S. 251]).
- Entscheidend für die Entwicklung (höheren) Lebens ist eine Atmosphäre, in der zum einen chemische Reaktionen stattfinden können und die zum anderen Schutz vor hochenergetischer kosmischer Strahlung bietet.
- Weiterhin sollte ein Planet keine zu extremen Temperaturen aufweisen, da die chemische Reaktionsgeschwindigkeit bei zu niedrigen Temperaturen stark abnimmt, während zu hohe Temperaturen chemische Verbindungen zerstören können.
- Das Zentralgestirn, um das der Planet kreist, darf nicht zu massereich sein, da das Leben eine gewisse Zeitspanne benötigt, um sich zu entwickeln (vgl. Abb. 1.1 und Abb. 1.2). Gleichzeitig darf es nicht zu leuchtkraftschwach (und damit zu massearm) sein, da die habitable Zone andernfalls zu nah am Stern liegen würde. Dies würde mit hoher Wahrscheinlichkeit aufgrund der wirkenden Gezeitenkräfte zu einer gebundenen Rotation führen, die wiederum zu extremen Temperaturunterschieden und - abhängig von der Atmosphärendichte - zu starken Stürmen auf dem Planeten führen würden.

Zusammengefasst hängt die Bewohnbarkeit eines Planeten also von seinen physikalischen Zustandsgrößen, seinem Zentralgestirn sowie seiner Entfernung zum Stern ab. Zu einigen der genannten Kriterien sollen im Folgenden Abschätzungen präsentiert werden.

### 8.2.1 Die Lebensdauer der Sterne

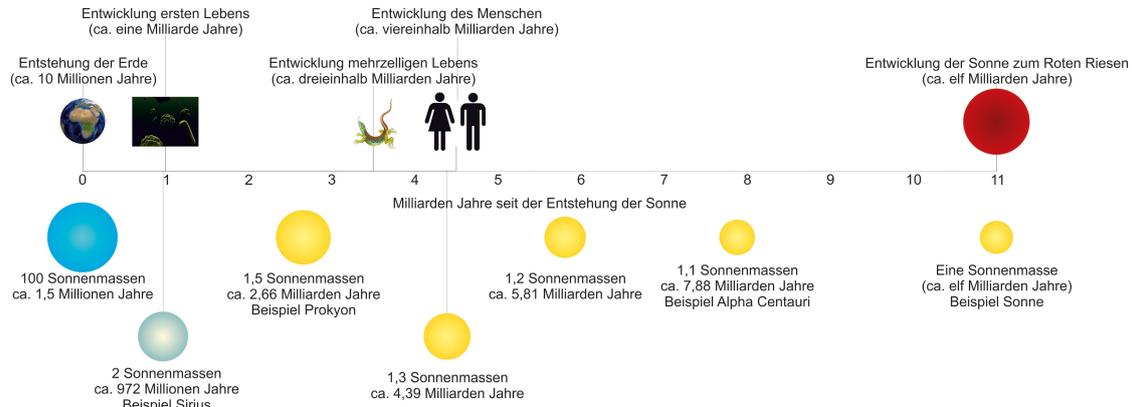
Um die Größenordnung der Anzahl der Sterne abzuschätzen, die lange genug leben, um die Entwicklung von Leben zu begünstigen, kann das vorherige Kapitel genutzt werden, speziell mithilfe der Berechnungen mit Excel (Kap. 7.2.7) bieten sich dazu einfache Möglichkeiten an.

Von der Entstehung der Sonne bis zur Entwicklung der ersten Lebewesen sind rund eine Milliarde Jahre vergangen, bis zur Entwicklung von komplexeren Mehrzellern dauerte es weitere drei Milliarden Jahre. Neuste Forschungen deuten auf die Entwicklung einfach gebauter, aber mehrzelliger (makroskopischer) Lebewesen, die bereits eine Milliarde Jahre zuvor die Erde besiedelten [El +10], hin, wobei die genaue Art der Lebensformen nicht bekannt ist. Die auf Seite 4 erwähnte Kambriische Explosion, bei der in relativ kurzer Zeit nahezu alle noch heute existenten Tierstämme entstanden, fand eine halbe Milliarde Jahre später statt. Für die Entwicklung intelligenten Lebens war eine weitere Milliarde Jahre Entwicklungszeit notwendig (vgl. [Gar+12, S. 282]).

Problematisch für Abschätzungen über das Leben auf anderen Planeten ist, dass man mit dem Leben auf der Erde nur einen einzigen „Messpunkt“ hat. Somit kann man nur annehmen, dass das hypothetische Leben auf anderen Planeten ähnliche Zeiträume zur Entwicklung benötigt. Dementsprechend lohnt sich die Suche nach Exoplaneten mit einer Population aus höher entwickelten Lebewesen besonders bei Sternen, die eine Verweildauer auf der Hauptreihe von mindestens vier Milliarden Jahre aufweisen. Betrachtet man nun im Anhang Abschnitt 9.2 auf Seite C 1, so zeigt sich, dass Sterne mit einer Verweildauer von vier Milliarden Jahren zwischen 1,3 und 1,4 Sonnenmassen aufweisen.

Sterne mit 1,4 oder weniger Sonnenmassen stellen bereits etwa 99 Prozent aller Sterne, der mit weitem Abstand größte Teil der Sterne käme also für Leben prinzipiell in Frage. Auch wenn als Grenze die rund fünf Milliarden Jahre gesetzt werden, die bis zur Entwicklung des Menschen nötig waren, ergibt sich kein großer Unterschied. In Abbildung 8.2 werden die Zeitskalen der Entwicklung des Lebens auf der Erde mit den Lebensdauern von Sternen verschiedener Massen verglichen. Es wird deutlich, dass sich der Mensch nicht hätte entwickeln können, wenn die Sonne auch nur das 1,3-fache ihrer tatsächlichen Masse haben würde, mit der 1,5-fachen

## Planeten, auf denen (höheres) Leben existieren könnte



**Abbildung 8.2:** Vergleich der Zeitskalen der Entwicklung von Leben mit der Lebensdauer von Sternen unterschiedlicher Massen. Die Kambrische Explosion wäre etwa in der Mitte zwischen mehrzelligem und intelligentem Leben einzuordnen, wurde aber aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht eingetragen.

Masse hätten sich nicht einmal (komplexere) Mehrzeller bilden können. Einfache Mehrzeller wie in [El +10] beschrieben könnten auf Planeten, die Sterne mit der 1,5-fachen Sonnenmasse kreisen, entstehen. Der für die Suche nach (höherem) Leben interessante Massenbereich der Sterne ist also sehr begrenzt.

### 8.2.2 Die Temperatur auf einem Planeten

Die auf einem Planeten herrschende durchschnittliche Temperatur kann auf einfache Weise mithilfe des Strahlungsgleichgewichtes abgeschätzt werden. Dieses besagt, dass die vom Zentralgestirn auf den Planeten treffende Strahlung über den gesamten Planeten verteilt und gleichmäßig gemäß des Stefan-Boltzmann-Gesetzes abgegeben wird. Dazu wird vorausgesetzt, dass der betreffende Planet relativ schnell um seine Achse rotiert.

Die Strahlung des Sterns trifft dabei nur die dem Stern zugewandte Fläche, die sich mit dem Planetenradius  $r_P$  als Kreisfläche ergibt. Gleichzeitig hängt die Menge der einfallenden Strahlung von der Distanz  $d$  zwischen Planet und Stern ab. Die Leuchtkraft  $L$  eines Sterns verteilt sich im Abstand  $d$  auf eine Kugelschale mit der Fläche  $4\pi d^2$ . Für die Solarkonstante  $S$  - also die pro Quadratmeter senkrecht

einfallende Strahlungsleistung in einem beliebigen Abstand  $d$  - gilt also:

$$S = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Damit gilt für die einfallende Strahlung  $P_{in}$  auf einem Planeten in einem Abstand  $d$  vom Zentralgestirn:

$$P_{in} = S \cdot \pi r_{Pl}^2 = \frac{L \cdot r_{Pl}^2}{4d^2}$$

Betrachtet man den Planeten nun als idealen schwarzen Körper der Temperatur  $T$ , so gilt gemäß des Stefan-Boltzmann-Gesetzes für die abgegebene Strahlung folgender Zusammenhang:

$$P_{aus} = 4\pi r_{Pl}^2 \sigma T^4$$

Befindet sich der Planet im Strahlungsgleichgewicht, so müssen einfallende und abgegebene Strahlung gleich sein, es gilt also (vgl. Abb. 8.3):

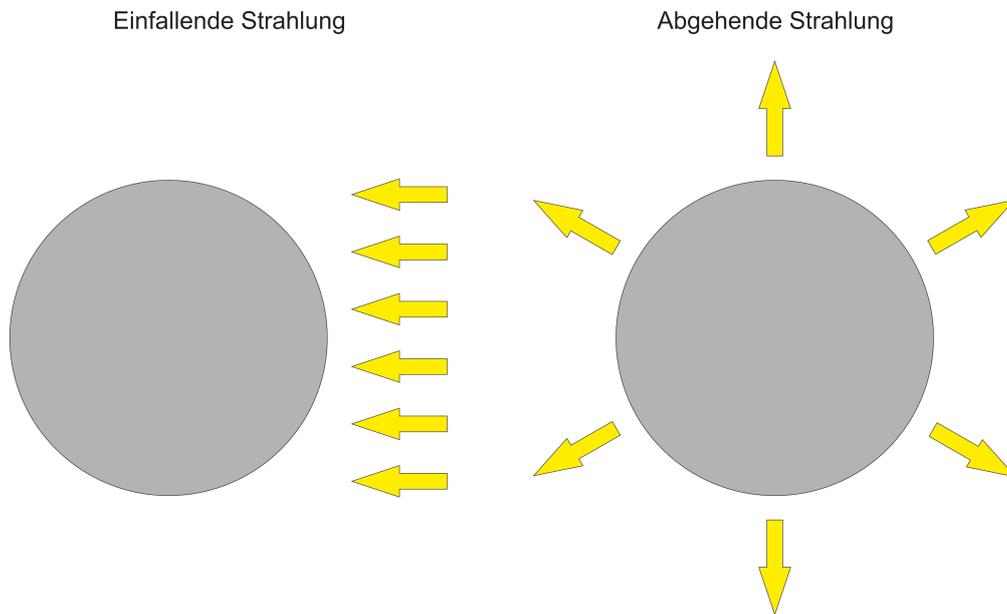
$$\begin{aligned} P_{in} &= P_{aus} \\ \frac{L \cdot r_{Pl}^2}{4d^2} &= 4\pi r_{Pl}^2 \sigma T^4 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich folgendes:

$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{L}{16\pi\sigma T^4}} \quad (8.1)$$

Damit diese Überlegung zutrifft, muss sich die Temperatur auf dem gesamten Planeten oder Mond gleichmäßig verteilen können, das heißt, der Himmelskörper darf dem Zentralgestirn nicht immer die gleiche Seite zuwenden beziehungsweise sehr langsam rotieren (wie etwa Merkur und Venus) oder er muss eine Atmosphäre besitzen, die für einen Temperatenausgleich zwischen Tag- und Nachtseite sorgt.

In Tabelle 8.1 werden die Entfernungen angegeben, in der ein Planet die Temperaturen für flüssiges Wasser (also 273 Kelvin und 373 Kelvin) sowie die Temperatur aufweist, bei der Kohlenstoffverbindungen zerstört werden (etwa 623 Kelvin).



**Abbildung 8.3:** Das Strahlungsgleichgewicht zwischen einfallender und abgehender Strahlung bei einem Planeten oder Mond: Die einfallende Strahlung entspricht der über die gesamte Oberfläche abgegebenen Strahlung.

Doch auch ohne sich auf flüssiges Wasser zu beschränken, kann eine minimale Temperatur und damit eine maximale Distanz zum Stern, bei der man Leben erwarten kann, abgeschätzt werden. Chemische Reaktionen, die für die Entstehung von Leben entscheidend sind, nehmen bei fallenden Temperaturen stark ab. Nach der RGT-Regel (Reaktionsgeschwindigkeit-Temperatur-Regel) nimmt die Rate chemischer Reaktionen um einen Faktor zwei bis vier ab, wenn sich die Temperatur

<sup>1</sup>Diese Faustregel basiert auf der Arrheniusschen Gleichung, die besagt, dass die Geschwindigkeitskonstante einer Reaktion mit steigender Geschwindigkeit exponentiell ansteigt [HW07, S. 188].

**Tabelle 8.1:** Die Abstände von Planeten um Sterne unterschiedlicher Leuchtkräfte, bei denen flüssiges Wasser (273 Kelvin bis 373 Kelvin) beziehungsweise Kohlenstoffverbindungen (weniger als 623 Kelvin) existieren können.

	$0,5L_S$	$0,7L_S$	$1L_S$	$1,3L_S$
273 K	0,74 AE	0,9 AE	1,1 AE	1,8 AE
373 K	0,4 AE	0,47 AE	0,55 AE	0,63 AE
623 K	0,14 AE	0,17 AE	0,2 AE	0,23 AE

um etwa zehn Kelvin verringert.<sup>1</sup> Dieser Effekt lässt sich ebenso bei Säugetieren, etwa bei der Herzschlagfrequenz, finden [Kan07], SCHRÖDINGER hat ähnliche Überlegungen auf die Mutationsgeschwindigkeit von Zellen angewendet [Sch44]. Dementsprechend ist bei Temperaturen, die niedriger als die auf der Erde sind, eine erheblich längere Zeitdauer bis zur Entstehung von Leben zu erwarten.<sup>2</sup> Diese Zeiträume dürfen nicht länger sein als die (bisherige) Lebensdauer des Zentralgestirns. Mathematisch gilt also für die Dauer bis zur Entwicklung von Leben  $\tau_{Leben}$ :

$$\tau_{Leben} = \tau_{Leben,Erde} \cdot 2^{\frac{\Delta T}{10K}} < \tau_{Stern} \quad (8.2)$$

Die Dauer bis zur Entwicklung von Leben auf der Erde ist mit  $\tau_{Leben,Erde}$ <sup>3</sup> gegeben.  $\Delta T$  ist der Temperaturunterschied zwischen zwei betrachteten Punkten (wobei einer die Temperatur auf der Erde als einziger bekannter „Messpunkt“ ist und der andere die Temperatur auf dem betrachteten Planeten ist) und  $\tau_{Stern}$  die Lebensdauer des betrachteten Sterns.

Mithilfe von Gleichung 8.1 kann zunächst die Temperatur auf der Erde nach dem Strahlungsgleichgewicht bestimmt werden, diese beträgt demnach etwa 278 Kelvin. Gleichung 8.2 kann man wie folgt umstellen, um die mögliche Temperaturdifferenz zu bestimmen:

$$\Delta T = 10K \cdot \log_2 \left( \frac{\tau_{Leben}}{\tau_{Leben,Erde}} \right)$$

Damit kann mit Gleichung 8.1 der maximale Abstand zwischen Planet und Stern bestimmt werden, bei dem man von genügend Zeit zur Entwicklung von Leben ausgehen kann. In Tabelle 8.2 werden einige Ergebnisse dazu vorgestellt. Natürlich stellen die gegebenen Abschätzungen starke Vereinfachungen dar, bei denen nicht nur die Albedo vernachlässigt wird, sondern auch Effekte der Atmosphäre eines Planeten (wie etwa Treibhauseffekte) ignoriert werden.

Betrachtet man die Tabelle, so fallen die doch sehr geringen minimalen Distan-

---

<sup>2</sup>Wobei dies nur eine grobe Abschätzung sein kann, da man annimmt, dass die ersten Lebewesen auf der Erde an extremen, geothermisch erzeugten Hitzequellen wie schwarzen Rauchern entstanden und diese vom Zentralgestirn unabhängig sind.

<sup>3</sup>Je nachdem, welche Art von Leben man sucht (einfachste Lebewesen, Mehrzeller, intelligentes Leben), können hier die verschiedenen Zeitskalen eingesetzt werden.

**Tabelle 8.2:** Vergleich von maximaler und minimaler Distanz zwischen Planet und Stern, bei der kohlenstoffbasiertes Leben genug Zeit zum Entwickeln hatte und die Verbindungen nicht aufgrund der Hitze zerstört werden.

$L$	$\tau_{\text{Stern}}$	$\Delta T$	$d_{\text{max}}$	$d_{\text{min}}$
0,1 $L_S$	9 Ma	10 K	0,34 AE	0,06 AE
0,5 $L_S$	9 Ma	10 K	0,76 AE	0,14 AE
0,7 $L_S$	9 Ma	10 K	0,90 AE	0,17 AE
1,0 $L_S$	9 Ma	10 K	1,08 AE	0,20 AE
1,2 $L_S$	5,8 Ma	3,7 K	1,13 AE	0,22 AE
1,3 $L_S$	4,39 Ma	-0,36 K	1,14 AE	0,22 AE

zen auf - Abstände, bei denen man keine Form von Leben erwarten würde. Zu beachten ist natürlich, dass es sich bei diesem Abstand um ein absolutes Minimum handelt - bei höheren Temperaturen wären nicht einmal die Bausteine für (kohlenstoffbasiertes) Leben möglich.

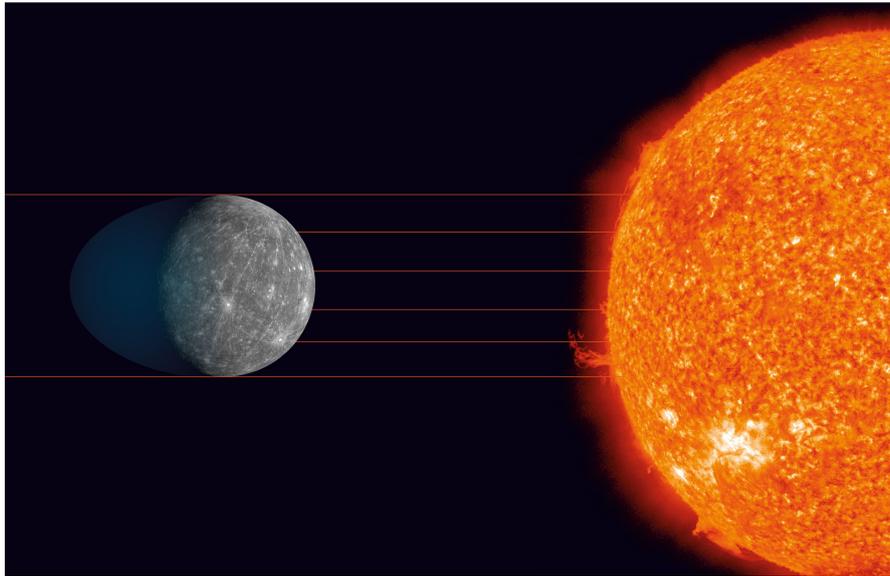
## 8.3 Die Stabilität einer Atmosphäre

Schon ein Blick auf die Planeten im Sonnensystem zeigt, dass sich die Atmosphären der verschiedenen Planeten extrem unterscheiden - und insbesondere auch, dass nicht alle Planeten eine Atmosphäre haben. Merkur wird beispielsweise von keiner nennenswerten Gashülle umgeben. Im Folgenden soll erläutert werden, warum dies der Fall ist.

### 8.3.1 Warum hat Merkur keine stabile Atmosphäre?

Merkur ist der mit einem mittleren Abstand von etwa 58 Millionen Kilometern sonnennächste und gleichzeitig der masseärmste Planet im Sonnensystem. Beide Faktoren führen dazu, dass Merkur keine stabile Atmosphäre halten kann.

Bedingt durch die geringe Distanz zur Sonne ist Merkur einem starken Einfluss des Strahlungsdrucks der Sonne ausgesetzt, der Teilchen in einer Atmosphäre beeinflussen und aus dem Einflussbereich des Gravitationsfeldes von Merkur entfernen



**Abbildung 8.4:** Merkur kann nur auf der Nachtseite eine dünne Atmosphäre ausbilden, die aus Gasen besteht, die aus dem Gestein des Planeten austreten. Auf der Tagseite werden Teilchen durch den Strahlungsdruck aus dem Gravitationsfeld des Planeten beschleunigt, aus [Hoh17a].

kann. Dieses ist - bedingt durch die geringe Masse - verhältnismäßig klein, so dass dieser Effekt einen großen Einfluss hat und sich (zumindest auf der Tagseite) des Planeten keine stabile Atmosphäre bilden kann [Hoh17c; Boe+04] (vgl. Abb. 8.4). Der Strahlungsdruck wird über Photonen übertragen. Um nun den gesamten Strahlungsdruck zu bestimmen, muss zunächst die Anzahl der Photonen bestimmt werden, die auf eine bestimmte Fläche treffen. Nimmt man an, dass jedes von einem Stern mit der Leuchtkraft  $L$  ausgesendete Photon die gleiche, von der Oberflächentemperatur  $T$  des Sterns abhängige Energie hat, so gilt für die Gesamtzahl  $N$  der ausgesendeten Photonen im Zeitraum  $t$ :

$$N(t) = \frac{L}{k_B T} \cdot t$$

Für eine Fläche  $A$  im Abstand  $d$  zum Stern gilt damit:

$$N(t, d, A) = \frac{A}{4\pi d^2} \cdot \frac{L}{k_B T} \cdot t \quad (8.3)$$

Der Impuls eines Photons ist über

$$p = \frac{k_B T}{c}$$

gegeben, der Gesamtimpuls  $P_\gamma$  bestimmt sich also als das Produkt der Anzahl der Photonen und des Impulses jeden einzelnen Photons. Für die wirkende Kraft  $F_\gamma$  gilt also folgendes:

$$F_\gamma = \frac{dP_\gamma}{dt} = \frac{dN}{dt} \cdot p = \frac{A}{4\pi d^2} \cdot \frac{L}{c}$$

Damit kann mithilfe des zweiten Newtonschen Gesetzes die Beschleunigung, die durch die übertragende Kraft durch das Photon auf ein Teilchen der Masse  $m$  wirkt, bestimmt werden. Hierbei entspricht die Fläche  $A$  einem Wirkungsquerschnitt zwischen Photon und Teilchen, wie er aus der Teilchenphysik bekannt ist:

$$a_\gamma = \frac{F_\gamma}{m} = \frac{A}{4\pi d^2} \cdot \frac{L}{c \cdot m}$$

Diese Strahlungsbeschleunigung kann nun mit der Gravitationsbeschleunigung im Gravitationsfeld eines Planeten der Masse  $M$  im Abstand  $r$  gleichgesetzt werden.

$$a_{grav} = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

Damit ergibt sich folgende Proportionalität:

$$r \propto \sqrt{\frac{d^2 \cdot M \cdot m}{A \cdot L}}$$

Hier zeigen sich bereits Indizien, warum Merkur keine Atmosphäre halten kann: Sowohl seine Masse als auch der Abstand zur Sonne sind niedriger als bei allen anderen Planeten, so dass die Strahlungsbeschleunigung schon bei niedrigen Abständen die Gravitationsbeschleunigung überwiegt. Ebenfalls sieht man auch, dass schwere Gasteilchen (hohe Masse  $m$ ) leichter gehalten werden können. Dies zeigt sich bei der Zusammensetzung der Atmosphären von Venus und Erde, die größtenteils aus Kohlendioxid (Venus) beziehungsweise Stickstoff- und Sauerstoffmolekülen (Erde) bestehen, während die Atmosphären der wesentlich massereicheren

Gasplaneten nahezu vollständig aus Wasserstoff und Helium aufgebaut sind. Betrachtet man jedoch nur die äußeren Schichten der Atmosphären (die Exosphäre), so bestehen diese bei allen Planeten aus Wasserstoff [Bis89; Bis91]. Damit sind Wirkungsquerschnitt  $A$  und Teilchenmasse  $m$  konstant, für das Sonnensystem ist weiterhin die Leuchtkraft  $L$  der Sonne eine Konstante. Es gilt also:

$$r \propto \sqrt{d^2 \cdot M}$$

Um den Proportionalitätsfaktor zu bestimmen, kann auf Daten der Pioneer-Venus-Missionen aus dem Jahr 1978 zurückgegriffen werden. Diese besagen, dass die Beschleunigung durch den Strahlungsdruck auf der Venus  $a_{\gamma, Venus} \approx 1,44 \cdot 10^{-2} m/s^2$  beträgt [Bis89]. Damit kann der Abstand berechnet werden, in dem die Strahlungsbeschleunigung gegenüber der Gravitationsbeschleunigung dominiert, wobei dabei beachtet werden muss, dass es sich keinesfalls um die tatsächliche Ausdehnung der Atmosphäre handelt. Die Abschätzung stellt lediglich eine Obergrenze dar, durch Eigenbewegungen der Gasteilchen liegt die tatsächliche Grenze der Atmosphäre deutlich niedriger:

$$r_{Atm,V} \approx 25r_V$$

$$r_{Atm,M} \approx 0,8r_M$$

Auch wenn nur eine Obergrenze bestimmt wird, zeigt sich unmittelbar, dass Merkur auf der Tagseite keine stabile Atmosphäre halten kann - schon an der Oberfläche dominiert die Strahlungs- gegenüber der Gravitationsbeschleunigung.

### 8.3.2 Strahlungsdruck und Fluchtgeschwindigkeit

Um das Modell nun zu erweitern, kann der bereits erwähnte Aspekt der Fluchtgeschwindigkeit einbezogen werden. Damit lässt sich ein präziseres Kriterium zur Stabilität entwickelt werden, womit nicht nur eine Obergrenze bestimmt werden kann.

Bei jeder stattfindenden Wechselwirkung zwischen einem Teilchen der Atmosphäre

sowie einem Photon wird das Teilchen beschleunigt. Nach Gleichung 8.3 gilt:

$$\frac{N_{WW}}{t} = \frac{A}{4\pi d^2} \cdot \frac{L}{k_B T}$$

Mit jedem Photon wird damit der Impuls

$$\frac{k_B T}{c} = m \cdot v$$

übertragen. Damit würde sich für ein Wasserstoffteilchen, welches durch ein von der Sonne entsendetes Photon beschleunigt wird, ein Geschwindigkeitszuwachs von etwa  $v \approx 0,2 \text{ m/s}$  ergeben.

Die Fluchtgeschwindigkeit von der Oberfläche von einem Planeten der Masse  $M$  mit dem Radius  $R$  beträgt:

$$v_{Flucht} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Wenn man die zufällige Verteilung der Stoßrichtungen berücksichtigt, so sind  $\sqrt{n}$  Stöße notwendig, um ein zuvor ruhendes Teilchen zu beschleunigen, bis es die Fluchtgeschwindigkeit erreicht:

$$\sqrt{n} \cdot v = v_{Flucht}$$

Somit kann die Zeit  $\tau$  bestimmt werden, die ein Teilchen im Mittel benötigt, um die Fluchtgeschwindigkeit zu erreichen:

$$\begin{aligned} \frac{n}{N_{WW}/t} &= \frac{\frac{2GM}{Rv^2}}{\frac{A}{4\pi d^2} \cdot \frac{L}{k_B T}} \\ &= \frac{2GM}{Rv^2} \cdot \frac{4\pi d^2 \cdot k_B T}{A \cdot L} = \tau \end{aligned}$$

Vergleicht man die benötigten Zeitdauern verschiedener Planeten, so zeigt sich, dass die mittlere Zeit, in der ein Teilchen auf die Fluchtgeschwindigkeit beschleunigt wird, von der Masse und dem Radius des Planeten abhängt.

---

<sup>4</sup>Natürlich können die Stöße der Photonen auch als Wechselwirkung zwischen Strahlung und Atmosphäre betrachtet werden, die zu einer Aufheizung der Atmosphäre führt. Wenn die Temperatur hoch genug ist, dampfen die Bestandteile der Atmosphäre nach und nach ab.

nigt wird, auf der Erde 47 mal so hoch ist wie auf dem Merkur, auf Saturn liegt die betrachtete Zeit um einen Faktor 1000 über der der Erde. Diese Abschätzung ist natürlich wieder nur ein grobes Modellergebnis, zum Beispiel werden die atmosphärischen Teilchen vor dem Stoß mit den Photonen nicht ruhen.<sup>4</sup>

### 8.3.3 Atmosphären von Exoplaneten

Nun kann das Modell auf Planeten in anderen Systemen ausgeweitet werden. Als Bedingung für eine stabile Atmosphäre soll dabei gelten, dass die Atmosphäre des Planeten „erdähnlich“ ist, das heißt im Rahmen des Modells:

$$\tau \approx \tau_{Erde}$$

Damit ergibt sich:

$$\frac{2GM}{Rv^2} \cdot \frac{4\pi d^2 \cdot k_B T}{A \cdot L} = \frac{2GM_{Erde}}{R_{Erde} v^2} \cdot \frac{4\pi d_{ES}^2 \cdot k_B T_{Sonne}}{A \cdot L_{Sonne}}$$

Nun wird der Übergang zu anderen Hauptreihensternen vollzogen. Die Hauptreihe hat im HRD näherungsweise (bei doppelt logarithmischer Darstellung) den Anstieg sieben (vgl. z. B. [Boe+04, S. 182]). Mithilfe der Relation  $L \propto T^7$  ergibt sich damit folgendes:

$$\frac{d}{d_{ES}} = d[AE] = \left( \frac{L}{L_{Sonne}} \right)^{\frac{3}{7}} \cdot \left( \frac{M_{Erde} R}{M R_{Erde}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

**Ein Beispiel** 2016 wurde um den sonnennächsten Stern Proxima Centauri ein erdähnlicher Planet Proxima Centauri b entdeckt, der innerhalb der habitablen Zone um den Stern kreist [Ang+16]. Die zuvor angestellten Überlegungen können nun auf diesen Planeten übertragen werden, um einen Hinweis darauf zu erhalten, ob dieser Planet eine Atmosphäre haben kann. Mit der bolometrischen Leuchtkraft von Proxima Centauri (etwa 0,0017 Sonnenleuchtkräfte), der Masse des Planeten (etwa 1,27 Erdmassen) und seinem Radius (etwa 1,1 Erdradien) ergibt sich damit ein Grenzradius für eine stabile Atmosphäre von etwa 0,01 Astronomischen Ein-

heiten. Die mittlere Halbachse von Proxima Centauri b beträgt etwa 0,05 Astronomische Einheiten, somit wäre eine stabile, erdähnliche Atmosphäre möglich. Die gegebene Masse ist zudem nur die Minimalmasse, je nach Inklinationwinkel kann die Masse des Planeten deutlich höher sein. Weiterhin kann eine etwas andere Zusammensetzung der Atmosphäre ihre Stabilität beeinflussen. Eine (von vielen) Bedingungen für Leben auf dem Planeten *kann* also unter Umständen erfüllt sein.<sup>5</sup> Berechnet man die Gleichgewichtstemperatur (etwa 253 Kelvin) beziehungsweise die Grenzen der klassischen habitablen Zone, so fällt auf, dass Proxima Centauri b außerhalb dieser Zone liegt, also nach diesem Modell zu kalt für flüssiges Wasser ist. Zu beachten ist aber, dass dabei nur eine mittlere Temperatur bestimmt wird, es am Äquator aber wärmer sein kann, während an den Polen niedrigere Temperaturen herrschen.

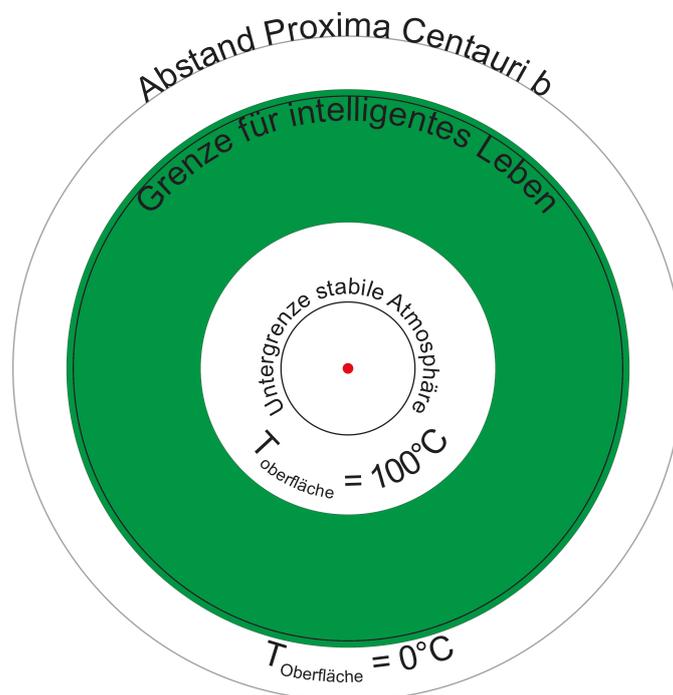
Mithilfe von Gleichung 8.2 kann ermittelt werden, dass für die Entwicklung von Leben auf Proxima Centauri b etwa die 5,5-fache Zeit veranschlagt werden kann, bei dem aktuellen Alter von Proxima Centauri (knapp 5 Milliarden Jahre) ist also nicht zu erwarten, dass sich bereits Leben entwickelt hat. Da sein Alter etwa dem der Sonne entspricht, kann man eine ähnliche Temperatur wie auf der Erde annehmen, um eine Grenze für die Entwicklung von intelligentem Leben zu ermitteln. Diese liegt bei etwa 0,04 Astronomischen Einheiten und damit etwa an der Grenze der „klassischen“ habitablen Zone (vgl. auch Abb. 8.5).

## 8.4 Fazit

Es gibt diverse Möglichkeiten, eine habitable Zone um einen Stern zu bestimmen, auch ohne flüssiges Wasser vorauszusetzen. Gerade die Kombination aus stabiler Atmosphäre und benötigter Entwicklungszeit durch niedrigere oder höhere Temperaturen bietet in der Summe interessante Ansätze. So kann eine Grenzmasse bestimmt werden, bei der der minimale Abstand eines erdähnlichen Planeten mit erdähnlicher Atmosphäre zu kalt ist, um die Entwicklung von (intelligentem) Le-

---

<sup>5</sup>Allerdings handelt es sich bei Proxima Centauri um einen Flaresterne, das bedeutet, dass seine Leuchtkraft von Zeit zu Zeit beträchtlich ansteigen kann. Dies erschwert die Entwicklung von Leben, das von über längere Zeit gleichmäßigen Bedingungen profitiert.

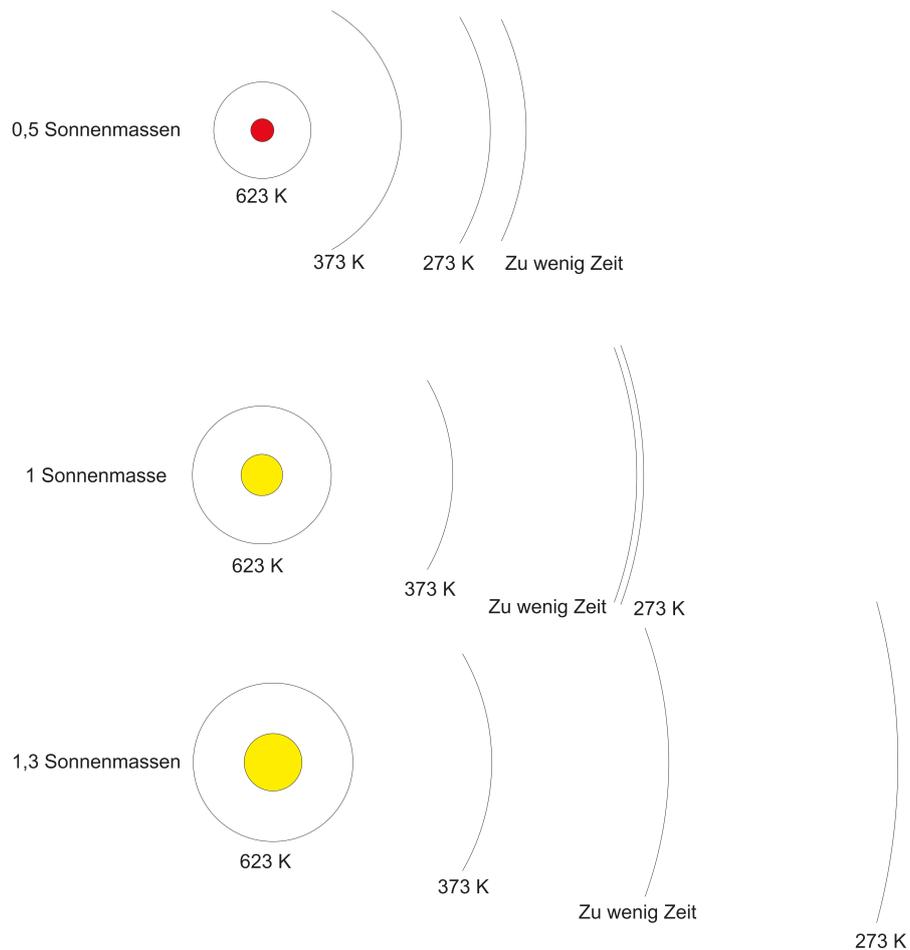


**Abbildung 8.5:** Die Umlaufbahn von Proxima Centauri b um sein Zentralgestirn. Der grüne Bereich ist die „klassische“ habitable Zone, in der flüssiges Wasser existieren kann, allerdings ohne Albedo und Atmosphäreneffekte zu berücksichtigen.

ben wahrscheinlich erscheinen zu lassen. Berechnet man dies, so zeigt sich, dass die Grenzmasse zwischen 1,2 und 1,3 Sonnenmassen liegt - also geringfügig niedriger, als eine reine Betrachtung der Massen ergeben würde.

Es zeigt sich deutlich, dass der Stern einen enormen Einfluss auf die Möglichkeiten der Entwicklung von Leben hat - unabhängig, welche Methode man zur Bestimmung der habitablen Zone nutzt. Die biologische und chemische Entwicklung des Lebens ist untrennbar mit der physikalischen Entwicklung und den Eigenschaften des Zentralgestirns verknüpft. Somit ist der Entwicklungsprozess der Sterne ein zentraler Bestandteil der Frage, wie sich der Mensch entwickelt hat und damit auch ein zentraler Bestandteil eines modernen Weltbildes.

In Abb. 8.6 sind die verschiedenen berechneten Grenzen für Sterne unterschiedlicher Massen aufgetragen.



**Abbildung 8.6:** Der Vergleich der unterschiedlichen Grenzen für bewohnbare Planeten für eine halbe, eine und 1,3 Sonnenmassen. Zu wenig Zeit bedeutet, dass der Stern nicht lange genug auf der Hauptreihe verweilt, um entsprechend der Gleichung 8.2 die Entwicklung höheren Lebens bei niedrigeren Temperaturen und damit langsamer ablaufenden biochemischen Reaktionen zu ermöglichen.

# Kapitel 9

## Zusammenfassung und Ausblick

Die Astrophysik stellt im Gesamtkanon der Physik nur ein einzelnes Fachgebiet dar, was unweigerlich zu einer sehr begrenzten, dafür verfügbaren Zeit im Lehramtsstudium Physik führt (vgl. Kap. 2.1). Nichtsdestotrotz steht die Astrophysik an prominenter Stelle im Hinblick auf das Interesse der Lernenden. Das Hauptziel dieser Arbeit liegt daher in der Entwicklung elementarisierter Modelle, die die Behandlung ausgewählter, zentraler Aspekte der Astrophysik mit dem Schwerpunkt der stellaren Physik in der wenigen Zeit ermöglichen. Eine entsprechende Ausbildung der Lehrkräfte ist für die Behandlung astrophysikalischer Themen - sei es im eigenständigen Astronomieunterricht oder als Kontext beziehungsweise Unterrichtseinheit im normalen Physikunterricht - unerlässlich, insbesondere, da auch die Darstellungen in Schulbüchern fehlerhaft sein können (vgl. Kap. 6.2.2). Die vorliegenden Modelle sollen also einen Beitrag zur Vermittlung eines adäquaten fachlichen Hintergrundwissens in der Astrophysik liefern, ohne dass Spezialkenntnisse in Physik oder Mathematik benötigt werden, die über die ersten Semester des Lehramtsstudiums der Physik hinaus gehen. Besonderer Wert wird auf die Beachtung der typischen astrophysikalischen Forschungsmethodik gelegt, nämlich bei der Modellbildung zu Prognosen über beobachtbare Phänomene zu gelangen. Dies schließt einen erkenntnistheoretischen „Schwebezustand“ ein - es können zum Beispiel durchaus theoretisch konsistente Modelle über die Entstehung von Leben präsentiert werden, während klar ist, dass deren Überprüfung durch Beobachtung-

gen noch in weiter Zukunft liegen könnte.

## 9.1 Rückblick auf die Thesen

In Kapitel 2.4 werden einige Thesen aufgestellt, die im Laufe dieser Arbeit beantwortet werden:

- **Welche Aussagen kann man hinsichtlich des Anteils an Aufgaben mit einem Anspruch an mathematisches Modellieren in Hinblick auf Physiklehrbücher für die Schule treffen?**

In Kapitel 3 werden zwei Schulbuchreihen auf den Anteil quantitativer Aufgaben an ihren Gesamtaufgaben untersucht. Das Schulbuch ist nach wie vor die wichtigste Quelle für Aufgaben im Physikunterricht, so dass mit einem steigenden Anteil zur Verfügung gestellter mathematischer Aufgaben auch der Anteil der quantitativer Aufgaben im Unterricht steigt. Es zeigt sich deutlich, dass der Anteil quantitativer Aufgaben mit jedem Schuljahr wächst und dass es keine großen Unterschiede zwischen der Sekundarstufe I im Realschulbereich und im Gymnasialbereich gibt. In der Sekundarstufe II ist der mathematische Anteil nochmals gestiegen, so dass das quantitative Arbeiten einen zunehmend größeren Raum im Physikunterricht einnimmt.

- **Welche Formen des mathematischen Modellierens sind hinreichend, um dem in Kapitel 2 beschriebenen Anspruch des fachlich korrekten Elementarisierens (richtige numerische Größenordnung und korrektes Prinzipienverständnis) gerecht zu werden?**

In Kapitel 4 werden erkenntnistheoretische Grundlagen zu Modellen vorgestellt, in den darauf folgenden Kapiteln werden schließlich konkrete Modelle präsentiert. Mithilfe von Elementarisierungen werden korrekte Prinzipien so vereinfacht, dass keine höhere Mathematik (weitestgehend Abiturwissen) benötigt wird, aber dennoch die richtige Größenordnung abgeschätzt werden kann. Mathematisch benötigt werden (abgesehen von den Inhalten der Sekundarstufe I) Differential- und Integralrechnung, der Umgang mit nicht-ganzzahligen Potenzen und Wurzeln sowie der Umgang mit Proportionen

und Logarithmen. Das Arbeiten mit zusammengesetzten Funktionen und sich daraus ergebende Bedingungen (etwa die Kontinuitätsbedingung) sind nicht notwendigerweise Element der Schulmathematik, werden aber in den Einführungsveranstaltungen zur Mathematik an Hochschulen behandelt. Weiterhin genutzt wird der elementare Umgang mit einer Tabellenkalkulation.

- **Wie können Aspekte der stellaren Physik und ihrer Entwicklung für Lehrerinnen und Lehrer elementarisiert dargestellt werden?**

In den Kapiteln 6 und 7 werden Möglichkeiten präsentiert, ohne höhere Mathematik (siehe vorherige These) und ohne, dass sämtliche physikalischen Hintergründe benötigt werden, Aspekte der Entstehung der Sterne sowie ihrer Entwicklungsstufen darzustellen. Dies ist in Kapitel 6 insbesondere durch einfache geometrische Überlegungen kombiniert mit elementaren physikalischen Abschätzungen möglich. In Kapitel 7 dominieren elementare stochastische Überlegungen. Beides führt zu Ergebnissen, die den geforderten Bedingungen - Anwendung der grundlegenden Prinzipien sowie die richtige Größenordnung als Resultat - weitestgehend gerecht werden.

- **Gibt es Möglichkeiten, den Einfluss eines Sterns auf die Entwicklung potentiellen Lebens auf „seinen“ Planeten elementarisiert darzustellen, ohne - wie in vielen anderen vereinfachten Darstellungen - flüssiges Wasser als Bedingung anzunehmen?**

In Kapitel 8 werden verschiedene Möglichkeiten gezeigt, eine habitable Zone um einen Stern zu bestimmen. Verschiedene Bedingungen werden vorgestellt, etwa die Stabilität von Kohlenstoffverbindungen oder auch die von Atmosphären als wichtiger Aspekt zur Entwicklung von Leben. Gleichzeitig wird die begrenzte Verweildauer der Sterne auf der Hauptreihe berücksichtigt, die eine Folge ihrer Entwicklung ist. Dies ist erforderlich, da das Leben eine gewisse Zeitspanne zur Entwicklung benötigt und diese bei niedrigen Temperaturen infolge der langsameren chemischen Reaktionsgeschwindigkeit wächst.

- **Wie kann man Lernenden verdeutlichen, dass ein modernes Weltbild ohne den Entwicklungsgedanken nicht vollständig ist?**

Es wird betont, dass sowohl eine vollständige Beschreibung der Himmelskörper als auch ihrer mengenmäßigen Verteilung im Universum nicht möglich ist, ohne dass die Entwicklung der Sterne berücksichtigt wird. Kompakte Objekte entstehen als Endpunkte der Entwicklung der Sterne und auch die aktuelle Verteilung der Hauptreihensterne wäre in einem statischen, sich nicht entwickelnden Universum anders. Der Entwicklungsgedanke ist in der Evolution des Lebens ebenso präsent wie in den zeitlichen Veränderungen unseres Heimatplaneten, der Sterne und des Universums selbst. Die Vielfalt dieser Prozesse ist als ein komplexes Ganzes zu denken und verständlich zu machen.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass viele Themen der stellaren Astrophysik elementarisiert behandelt werden können, indem man sich allein auf physikalische Grundprinzipien stützt. Das ergibt die Möglichkeit, auch in der knappen, für Astrophysik verfügbaren Zeit, in einem Lehramtsstudium die jeweiligen Themen zu behandeln ohne den gleichen Wissensstand vorauszusetzen, wie es die einschlägige Literatur über den Aufbau der Sterne tut (etwa [Phi13] oder [KWW12]).

## 9.2 Ausblick

Im Zuge dieser Arbeit werden - in Tradition von Autoren wie SEXL oder WEISSKOPF - einige Möglichkeiten vorgestellt, astrophysikalische Themen theoretisch zu betrachten, ohne Spezialwissen vorauszusetzen. Die meisten dieser Werke stammen jedoch aus den neunzehnhundertsiebziger Jahren. Für die grundlegende Physik der Sterne ist dies in den meisten Fällen irrelevant, da die wesentlichen Prinzipien der Sterne auch damals verstanden waren. Allerdings sind seither weitere Teilgebiete hinzugekommen, die hier angesprochen, in älteren Werken jedoch nicht behandelt werden konnten, wie etwa die Frage nach Leben vor dem Hintergrund der inzwischen entdeckten Exoplaneten. Die Astrobiologie hat sich erst in den vergangenen Jahren zu einem beachteten Teilgebiet der Astrophysik gewandelt, insbesondere durch die Entdeckung von tausenden von Planeten in anderen Sternensystemen. Gerade der Bereich der Astrobiologie ist bisher kaum elementarisiert aufgearbeitet worden und bietet noch viel Potential für weitere Arbeiten, insbesondere unter dem

Aspekt des hohen Interesses von Lernenden. Gerade in dieser Wissenschaft spielt das interdisziplinäre Arbeiten zwischen Physik, Astronomie, Chemie und Biologie eine große Rolle - was aber auch zu besonderen Schwierigkeiten führt. Schon die bloße Definition von „Leben“ ist problematisch - zusätzlich zu der Frage, ob es den überhaupt nicht-irdisches Leben gibt. Nichtsdestotrotz erscheint eine nähere Behandlung mit diesem Themenfeld lohnenswert.

Wie in Kapitel 5.2.3 bereits deutlich gemacht wird, besteht die Astrophysik nicht nur aus theoretischen Überlegungen. Beobachtungen machen einen wesentlichen Teil der Disziplin aus. Schon die Arbeit mit realen Forschungsdaten, die nicht selbst aufgenommen wurden, wirkt sich positiv auf die Motivation aus (vgl. dazu [Völ15]). Es bieten sich dabei beispielsweise Arbeiten mit den Originaldaten des Hubble-Weltraumteleskopes an.

Doch nicht nur die Arbeit mit veröffentlichten Daten und Bildern, auch das Arbeiten mit selbst aufgenommenen Daten stellt einen wesentlichen Teil der astrophysikalischen Arbeitsweise dar. Das vollkommen eigenständige Beobachten mit hochwertigen Teleskopen ist dabei wünschenswert, aber praktisch - insbesondere für Schülergruppen - häufig nicht realisierbar. Eine Alternative stellen mittlerweile robotische Teleskope dar, für die zunehmend Materialien für Lerngruppen unterschiedlicher Altersstufen angeboten werden. Diese Teleskope ermöglichen das Arbeiten mit individuellen Daten sowie eine Verknüpfung technischer, informatischer sowie physikalischer Aspekte. Die vorliegende Promotionsschrift wird in den nächsten Jahren eine Erweiterung erfahren, indem entsprechende Materialien und Konzepte für das robotische pädagogische Teleskop „Stellarium“ auf dem Gornergrat in der Schweiz entwickelt werden.

# Literatur

- [AC00] C. W. Allen und A. N. Cox. *Allen's astrophysical quantities*. Fourth edition. AIP Press und Springer, 2000.
- [AI71] Z. Abraham und I. Iben. „More Solar Models and Neutrino Fluxes“. In: 170.1 (1971), S. 157–163.
- [And+10] D. R. Anderson u. a. „WASP-17b. An ultra-low density Planet in a probable retrograde Orbit“. In: 709.1 (2010), S. 159–167.
- [And13] J. Anderson. *Kognitive Psychologie*. Springer VS, 2013.
- [And29] W. Anderson. „Über die Grenzdichte der Materie und der Energie“. In: 56.11-12 (1929), S. 851–856.
- [And30] W. Anderson. „Einige Folgerungen aus den neuesten Ansichten von E. C. Stoner und von E. A. Milne über das Innere der Sterne“. In: 66.3-4 (1930), S. 280–284.
- [Ang+16] G. Anglada-Escudé u. a. „A terrestrial planet candidate in a temperate orbit around Proxima Centauri“. In: *0028-0836* 536.7617 (2016), S. 437–440.
- [Bau83] H. Bauersfeld. *Analysen zum Unterrichtshandeln*. Bd. Bd. 5-6. IDM-Reihe. Aulis Verlag Deubner, 1983.
- [Bes45] F. W. Bessel. „Ueber Veränderlichkeit der eigenen Bewegungen der Fixsterne“. In: *00046337* 22.10 (1845), S. 145–160.
- [BGK13] R. Borromeo Ferri, G. Greefrath und G. Kaiser. *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule. Theoretische und didaktische Hintergründe*. Realitätsbezüge im Mathematikunterricht. Springer, 2013.
- [Bis89] J. Bishop. „Venus exospheric structure: The role of solar radiation pressure“. In: *00320633* 37.9 (1989), S. 1063–1077.

- [Bis91] J. Bishop. „Analytic exosphere models for geocoronal applications“. In: *00320633* 39.6 (1991), S. 885–893.
- [BJ01] E. F. Bell und R. S. de Jong. „Stellar Mass-to-Light Ratios and the Tully–Fisher Relation“. In: 550.1 (2001), S. 212–229.
- [Boe+04] K. de Boer u. a. *Astronomie. Gymnasiale Oberstufe - Grundstudium*. Duden-Patec, 2004.
- [Bos14] H. Bossel. *Modellbildung und Simulation. Konzepte, Verfahren und Modelle zum Verhalten dynamischer Systeme*. 2. Aufl. Springer, 2014.
- [BRC04] S. A. Benner, A. Ricardo und M. A. Carrigan. „Is there a common chemical model for life in the universe?“. In: *1367-5931* 8.6 (2004), S. 672–689.
- [Bud03] G. E. Budd. „The cambrian fossil record and the origin of the phyla“. In: *1540-7063* 43.1 (2003), S. 157–165.
- [Cam16] M. Camenzind. *Gravitation und Physik kompakter Objekte. Eine Einführung in die Welt der Weißen Zwerge, Neutronensterne und Schwarzen Löcher*. 1. Aufl. 2016. SpringerLink : Bücher. Springer Berlin Heidelberg, 2016.
- [Cel89] L. M. Celnikier. *Basics of cosmic structures*. Basics of. Editions Frontières, 1989.
- [CF93] A. Collins und W. Ferguson. „Epistemic forms and Epistemic Games. Structures and Strategies to Guide Inquiry“. In: *0046-1520* 28.1 (1993), S. 25–42.
- [Cha+13] N. Chamel u. a. „On the maximum Mass of Neutron Stars“. In: *0218-3013* 22.07 (2013).
- [Cla+09] L. Clausnitzer u. a. *Warum die Astronomie in drei Bundesländern seit 1959 Pflichtfach ist und warum sie es bundesweit werden sollte. Offener Brief an Bund und Länder*. 2009. URL: [http://www.lutz-clausnitzer.de/Offener\\_Brief\\_an\\_Bund\\_und\\_Laender.pdf](http://www.lutz-clausnitzer.de/Offener_Brief_an_Bund_und_Laender.pdf) (besucht am 08.02.2019).
- [Cro+10] P. A. Crowther u. a. „The R136 star cluster hosts several stars whose individual masses greatly exceed the accepted 150  $M_{\odot}$  stellar mass limit“. In: *00358711* 408.2 (2010), S. 731–751.

## LITERATUR

---

- [Cro12] P. Crowther. „Birth, life and death of massive stars“. In: *13668781* 53.4 (2012), S. 4.30–4.36.
- [DA81] A. M. Dziewonski und D. L. Anderson. „Preliminary reference Earth model“. In: *00319201* 25.4 (1981), S. 297–356.
- [Day17] D. Day. „Affordance“. In: *Dorsch - Lexikon der Psychologie*. Hrsg. von M. A. Wirtz. 18., überarbeitete Auflage. hogrefe, 2017, S. 107.
- [DE08] B. Diehl und R. Erb. *Physik. Oberstufe*. Cornelsen Verlag, 2008.
- [Dep12] Departement Physik der Universität Siegen. *Modulhandbuch Bachelor of Science in Physik*. 2012. URL: [http://www.physik.uni-siegen.de/pruefungsamt/modbuchbsc\\_2012.pdf](http://www.physik.uni-siegen.de/pruefungsamt/modbuchbsc_2012.pdf).
- [DR09] R. Dettmar und D. Reimers. *Zur Rolle der Astronomie in den Schulen in Deutschland*. Rat Deutscher Sternwarten and Astronomische Gesellschaft, 2009.
- [Egg+04] P. Eggenberger u. a. „Analysis of Alpha Centauri AB including seismic constraints“. In: *0004-6361* 417.1 (2004), S. 235–246.
- [EHK93] Manfred Euler, Stefan Hoppenau und Wilfried Kuhn. *Physik. Band II; [Sekundarstufe II]*. 1. Aufl., 4. Dr. Braunschweig: Westermann, 1993. XV Seiten, Seite 193-534.
- [Ehl81] J. Ehlers. „Über den Newtonischen Grenzwert der Einsteinschen Gravitationstheorie“. In: *Grundlagenprobleme der modernen Physik. Festschrift für Peter Mittelstaedt zum 50. Geburtstag*. Hrsg. von J. Nitsch, J. Pfarr und E.-W. Stachow. Bibliographisches Inst, 1981, S. 65–84.
- [El +10] A. El Albani u. a. „Large colonial organisms with coordinated growth in oxygenated environments 2.1 Gyr ago“. In: *0028-0836* 466.7302 (2010), S. 100–104.
- [Els07] D. Elster. „In welchen Kontexten sind naturwissenschaftliche Inhalte für Jugendliche interessant? Ergebnisse der ROSE-Erhebung in Österreich und Deutschland“. In: *3* (2007), S. 2–8.
- [Fis67] A. Fischer. *Die philosophischen Grundlagen der wissenschaftlichen Erkenntnis*. 2. umgearbeitete Auflage. Springer, 1967.
- [Fow26] R. H. Fowler. „On Dense Matter“. In: *00358711* 87.2 (1926), S. 114–122.

- [Fre09] F. Freistetter. *Planetenkonjunktionen, der Stern von Bethlehem und das Ende der Welt im Jahr 2012. Ein Beispiel für die Benutzung von virtuellen Observatorien*. EuroVo, Astronomical Infrastructure for Data Access. 2009. URL: [http://svn.ari.uni-heidelberg.de/svn/edu/trunk/aida\\_10\\_conjunctions/de/de\\_aida\\_10\\_conjunctions.pdf](http://svn.ari.uni-heidelberg.de/svn/edu/trunk/aida_10_conjunctions/de/de_aida_10_conjunctions.pdf) (besucht am 08.02.2019).
- [Gar+12] M. Gargaud u. a. *Young Sun, Early Earth and the Origins of Life. Lessons for Astrobiology*. Springer Berlin Heidelberg and Imprint: Springer, 2012.
- [Gel+12] C. R. Gelino u. a. *DwarfArchives.org. Photometry, spectroscopy, and astrometry of M, L, T, and Y dwarfs*. 2012. URL: <http://spider.ipac.caltech.edu/staff/davy/ARCHIVE/index.shtml> (besucht am 08.02.2019).
- [GH10] Ø. Grøn und S. Hervik. *Einstein's General Theory of Relativity. With Modern Applications in Cosmology*. 1. ed. Softcover version. Springer New York, 2010.
- [Gir04] R. Girwidz. „Lerntheoretische Konzepte für Multimediaanwendungen zur Physik“. In: 1 (2004), S. 9–19.
- [GZ15] R. J. Gerrig und P. G. Zimbardo. *Psychologie*. 20., aktual. Aufl. Pearson, 2015.
- [Ham17] J. Hamel. „Warum zählen wir gerade das Jahr 2017?“ In: 54.1 (2017), S. 5.
- [Han+14] E. Han u. a. „Exoplanet Orbit Database. II. Updates to Exoplanets.org“. In: *00046280* 126.943 (2014), S. 827–837.
- [Hei03] W. Heisenberg. *Der Teil und das Ganze. Gespräche im Umkreis der Atomphysik*. 5. Aufl. Serie Piper. Piper, 2003.
- [Hei84] W. Heisenberg. „Die Entwicklung der einheitlichen Feldtheorie der Elementarteilchen“. In: *Collected works. Scientific Review Papers, Talks, and Books. Series B*. Hrsg. von W. Blum, Hans-Peter Dürr und Helmut Rechenberg. Springer-Verlag, 1984, S. 605–609.
- [Her97] D. B. Herrmann. *Der Stern von Bethlehem. Die Wissenschaft auf den Spuren des Weihnachtssterns*. 1. Aufl. Paetec, Ges. für Bildung und Technik, 1997.

- [Hes09] D. Hestenes. *Modeling Instruction for STEM Education Reform*. Arizona State University. 2009. URL: <http://modeling.asu.edu/ModelingForSTEMReform09.pdf> (besucht am 08.02.2019).
- [Hes87] D. Hestenes. „Toward a modeling theory of physics instruction“. In: *0002-9505* 55.5 (1987), S. 440–454.
- [HG14] I. Hertel und S. Großmann. *Zur fachlichen und fachdidaktischen Ausbildung für das Lehramt Physik*. Studien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft e.V. Deutsche Physikalische Gesellschaft, 2014.
- [Hin12] Gerd Hinrichs. *Modellierung im Mathematikunterricht*. Mathematik Primar- und Sekundarstufe. Spektrum Akademischer Verlag, 2012.
- [HKF12] H. Härtig, A. Kauertz und E. Fischer. „Das Schulbuch im Physikunterricht: Nutzung von Schulbüchern zur Unterrichtsvorbereitung in Physik“. In: 65.4 (2012), S. 197–200.
- [HM10] S. W. Hawking und L. Mlodinow. *Der grosse Entwurf. Ein neues Bild von unserer Welt*. Rowohlt, 2010.
- [Hoh15] S. Hohmann. „Abschätzungen, Herleitungen und Modellüberlegungen zur Physik gravitierender Gasmassen im Universum“. Schriftliche Hausarbeit im Rahmen der ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Gymnasien und Gesamtschulen. Universität Siegen, 2015.
- [Hoh17a] S. Hohmann. „Ein einfaches Modell zu Gasriesen“. In: 54.5 (2017), S. 40–41.
- [Hoh17b] S. Hohmann. „Eine Masse-Radius-Beziehung Weißer und Brauner Zwerge. Ein einfaches Modell“. In: (2017), S. 19–22.
- [Hoh17c] S. Hohmann. „Stabile Atmosphären innerhalb und außerhalb des Sonnensystems“. In: 54.2 (2017), S. 16–19.
- [Hoh18] S. Hohmann. „Sternentstehung“. In: 55.2 (2018), S. 21–24.
- [HQ18] S. Hohmann und M. Quast. „Astronomie in der Lehrerbildung“. In: (2018), S. 141–147.
- [HW07] A. F. Holleman und N. Wiberg. *Lehrbuch der anorganischen Chemie*. 102., stark umgearb. und verb. Aufl. / von Nils Wiberg. De Gruyter Reference Global. Wiberg, Nils, (Bearb.) Berlin [u.a.]: De Gruyter, 2007. XXXIX, 2149 S.

- [Jea09] J. H. Jeans. „Gaskugeln : Anwendungen der mechanischen Wärmetheorie by R. Emden“. en. In: *0004-637X* 30 (1909), S. 72–74.
- [Jos03] M. Joshi. „Climate model studies of synchronously rotating planets“. eng. In: *1531-1074* 3.2 (2003). Journal Article Research Support, Non-U.S. Gov't, S. 415–427.
- [Käl97] K. Kälble. *Die Entwicklung der Kausalität im Kulturvergleich*. VS Verlag für Sozialwissenschaften, 1997.
- [Kan07] A. Kanitz. „Auch für die Frequenz des Säugetierherzens gilt die RGT-Regel“. In: *0031-6768* 118.11-12 (1907). PII: BF01677386, S. 601–606.
- [Ker+03] P. Kervella u. a. „The interferometric diameter and internal structure of Sirius A“. In: *0004-6361* 408.2 (2003), S. 681–688.
- [KGH15] E. Kircher, R. Girwidz und P. Häußler. *Physikdidaktik. Theorie und Praxis*. 3. Aufl. Springer-Lehrbuch. Springer Spektrum, 2015.
- [Kro+13] P. Kroupa u. a. „The Stellar and Sub-Stellar Initial Mass Function of Simple and Composite Populations“. In: *Planets, Stars and Stellar Systems*. Hrsg. von T. D. Oswalt und G. Gilmore. Springer Netherlands, 2013, S. 115–242.
- [KSB12] J. Krämer, S. Stanislaw und W. Blum. „Bearbeitungsmuster von Schülern bei der Lösung von Modellierungsaufgaben zum Inhaltsbereich Linearer Funktionen“. In: 35 (2012), S. 50–72.
- [Kuh16] W. Kuhn. *Ideengeschichte der Physik. Eine Analyse der Entwicklung der Physik im historischen Kontext*. 2. Auflage. Springer Spektrum, 2016.
- [Kum03] S. S. Kumar. „The Bottom of the Main Sequence and Beyond: Speculations, Calculations, Observations, and Discoveries (1958-2002)“. In: *Brown dwarfs. Proceedings of the 211th Symposium of the International Astronomical Union, held at Waikoloa, Hawai'i, USA, 20-24 May 2002*. Hrsg. von E. L. Martín. International Astronomical Union. Astronomical Society of the Pacific, 2003.
- [KWW12] R. Kippenhahn, A. Weigert und A. Weiss. *Stellar structure and evolution*. 2. ed. Astronomy and astrophysics library. Springer, 2012.
- [Lot16] K.-H. Lotze. *Why are Stars as they are? A Study in qualitative Physics à la Victor Weißkopf*. Hereaus Summer School IV, 2016.

- [LRP14] T. W. Lyons, C. T. Reinhard und N. J. Planavsky. „The rise of oxygen in Earth’s early ocean and atmosphere“. In: *0028-0836* 506.7488 (2014), S. 307–315.
- [Lud90] G. Ludwig. *Die Grundstrukturen einer physikalischen Theorie*. 2., überarb. u. erw. Aufl. Springer, 1990.
- [Mel+04] A. L. Melott u. a. „Did a gamma-ray burst initiate the late Ordovician mass extinction?“ In: *1473-5504* 3.1 (2004), S. 55–61.
- [MG17] L. Markauskaite und P. Goodyear. *Epistemic Fluency and Professional Education. Innovation, Knowledgeable Action and Actionable Knowledge*. Bd. 14. Professional and Practice-based Learning. Springer Netherlands and Imprint: Springer, 2017.
- [Mic15] A. Micic. „Kontextorientierung im Physikunterricht. Notwendigkeit, Theorie, Instruktionsdesign“. In: (2015).
- [Min08] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen. *Kernlehrplan für das Gymnasium - Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen Physik*. 2008.
- [Min14a] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen. *Kernlehrplan für die Sekundarstufe II Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen Mathematik*. Version 1. Auflage. 2014.
- [Min14b] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen. *Kernlehrplan für die Sekundarstufe II Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen Physik*. 2014.
- [MN11] H. Muckenfuß und V. Nordmeier. *Natur und Technik: Physik*. 1. Aufl., 1. Dr. Cornelsen, 2011.
- [MN13] H. Muckenfuß und V. Nordmeier. *Natur und Technik: Physik*. 1. Aufl., 1. Dr. Cornelsen, 2013.
- [Mor03] G. E. Morfill. *Status und Perspektiven der Astronomie in Deutschland 2003-2016. Denkschrift*. Wiley-VCH, 2003.
- [MS96] A. Müller und O. Schwarz. „Formen und Größen im Kosmos: Ein Querschnitt durch die Astrophysik“. In: *Praxis der Naturwissenschaften - Physik* 45.7 (1996), S. 7–16.
- [Mül17] R. Müller, Hrsg. *Physik*. Gymnasium Nordrhein-Westfalen, Druck A. Schroedel, Westermann, 2017.

- [Nak+95] T. Nakajima u. a. „Discovery of a cool brown dwarf“. In: *0028-0836* 378.6556 (1995), S. 463–465.
- [Nol14] C. Nolan. *Interstellar*. Hrsg. von Christopher Nolan, Emma Thomas und Lynda Obst. 2014.
- [OBD10] H.-W. Oberholz, F. Bader und F. Dorn. *Physik*. Dr. A. Schroedel, 2010.
- [OBD15] H.-W. Oberholz, F. Bader und F. Dorn. *Physik*. Gymnasium Nordrhein-Westfalen, S II, Dr. A. Schroedel, 2015.
- [Phi13] A. C. Phillips. *The Physics of Stars*. 2nd ed. Manchester Physics Series. Wiley, 2013.
- [Pia+75] J. Piaget u. a. *Die Entwicklung des Erkennens II. Das physikalische Denken*. Ernst Klett, 1975.
- [Pip14] S. Piper, Hrsg. *Exoplaneten*. Springer Berlin Heidelberg, 2014.
- [Pös16] M. Pössel. „Modelle der Sternentstehung“. In: 8 (2016), S. 28–39.
- [Pro+98] J. L. Provencal u. a. „Testing the White Dwarf Mass–Radius Relation with Hipparcos“. In: 494.2 (1998), S. 759–767.
- [QHS18] M. Quast, S. Hohmann und A. Schultz. „Erhebung astronomischer Lerninhalte in den Lehramtsstudiengängen deutscher Universitäten“. In: 55.6 (2018), S. 5–11.
- [RKS18] F. Roques, Q. Kral und J. Schneider. *Exoplanet.eu*. Observatoire de Paris. 2018. URL: <http://exoplanet.eu/> (besucht am 08.02.2019).
- [RMW18] L. Rezzolla, E. R. Most und L. R. Weih. „Using Gravitational-wave Observations and Quasi-universal Relations to Constrain the Maximum Mass of Neutron Stars“. In: 852.2 (2018), S. L25.
- [Säc04] Sächsisches Staatsministerium für Kultus und Sport. *Lehrplan Gymnasium Astronomie*. 2004.
- [Säc11] Sächsisches Staatsministerium für Kultus und Sport. *Lehrplan Gymnasium Physik*. 2011.
- [Sal55] E. E. Salpeter. „The Luminosity Function and Stellar Evolution“. In: 121 (1955), S. 161.
- [Sal93] H. Saller. „Heisenbergs Einheitliche Feldtheorie“. In: *Werner Heisenberg. Physiker und Philosoph*. Hrsg. von B. Geyer, H. Herwig und H. Rechenberg. Spektrum Akademischer Verlag, 1993, S. 320–331.

## LITERATUR

---

- [SC10] M. Salaris und S. Cassisi. *Evolution of stars and stellar populations*. J. Wiley, 2010.
- [Sch07] O. Schwarz. „Ausgewählte kosmische und anthropogene Einflüsse auf die Energiebilanz der Erde in elementarisierte Darstellung“. Habilitation. Universität Koblenz-Landau, 2007.
- [Sch18] Schulministerium NRW. *Bildungsportal des Landes Nordrhein-Westfalen*. Schulministerium NRW. 2018. URL: <https://www.schulministerium.nrw.de/docs/bp/index.html> (besucht am 08.02.2019).
- [Sch44] E. Schrödinger. *What is life?* 1944. URL: [www.whatislife.ie/downloads/What-is-Life.pdf](http://www.whatislife.ie/downloads/What-is-Life.pdf).
- [Sch65] M. Schwarzschild. *Structure and evolution of the stars*. Dover, 1965.
- [Sch77] H. W. Schürmann. *Theoriebildung und Modellbildung*. Studium Naturwissenschaften. Akademische Verlagsgesellschaft, 1977.
- [Sch94] C. Schilling. *Wilhelm Olbers. Sein Leben und seine Werke*. Verlag von Justus Springer, 1894.
- [SFM13] A. Strahl, R. Franz und R. Müller. „Qualitative Analyse von Schulbüchern zum Thema Formeln“. In: (2013).
- [Sim05] D. Simon, Hrsg. *Albert Einstein: Akademie-Vorträge*. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2005.
- [Sim90] K. Simonyi. *Kulturgeschichte der Physik*. Deutsch and Urania-Verlag, 1990.
- [SLB10] A. W. Steiner, J. M. Lattimer und E. F. Brown. „The Equation of State from observed Masses and Radii of Neutron Stars“. In: 722.1 (2010), S. 33–54.
- [Smi09] M. U. Smith. *Toward a unified theory of problem solving. Views from the content domains*. Routledge, 2009.
- [SP06] S. W. Stahler und F. Palla. *The formation of stars*. Physics textbook. Wiley-VCH, 2006.
- [Sri14] G. Srinivasan. *Life and Death of the Stars*. Springer, 2014.
- [Sri99] G. Srinivasan, Hrsg. *From white dwarfs to black holes. The legacy of S. Chandrasekhar*. Univ. of Chicago Press, 1999.
- [SS10] S. Sjøberg und C. Schreiner. *The ROSE project. An overview and key findings*. University of Oslo. 2010. URL: <http://roseproject>.

- no/network/countries/norway/eng/nor - Sjoberg - Schreiner - overview-2010.pdf (besucht am 08.02.2019).
- [STS14] N. Schreiber, H. Theyßen und H. Schecker. „Diagnostik experimenteller Kompetenz. Kann man Realexperimente durch Simulationen ersetzen?“ In: *0949-1147* 20.1 (2014), S. 161–173.
- [TR07] J. Tuminaro und E. F. Redish. „Elements of a cognitive model of physics problem solving. Epistemic games“. In: *1554-9178* 3.2 (2007), S. 105.
- [UBB05] A. Unsöld, B. Baschek und W. D. Brewer. *Der neue Kosmos. Einführung in die Astronomie und Astrophysik*. 7th ed. Springer, 2005.
- [Uhd12] O. Uhden. *Mathematisches Denken im Physikunterricht. Theorieentwicklung und Problemanalyse*. Bd. 133. Studien zum Physik- und Chemielernen. Logos-Verl., 2012.
- [Völ15] S. Völker. „Schülerprojekte mit astronomischen Originaldaten für den Einsatz im Astronomieunterricht der Oberstufe“. Dissertation. Friedrich-Schiller-Universität, 2015.
- [VR12] H.-H. Voigt und H.-J. Röser. *Abriss der Astronomie*. 6th ed. Wiley-VCH, 2012.
- [Wei75] V. F. Weißkopf. „Of Atoms, Mountains, and Stars: A Study in Qualitative Physics“. In: *187.4177* (1975), S. 605–612.
- [Wie+10] C. E. Wieman u. a. „Teaching Physics Using PhET Simulations“. In: *48.4* (2010), S. 225–227.
- [WW15] M. Wenzel und T. Wilhelm. „Erhebung zum Einsatz Neuer Medien bei Physik-Gymnasiallehrern“. In: (2015).
- [WWV17] J. Woithe, G. J. Wiener und Van der Veken, F. F. „Let’s have a coffee with the Standard Model of particle physics!“ In: *0031-9120* 52.3 (2017), S. 034001.
- [Yak+13] D. G. Yakovlev u. a. „Lev Landau and the concept of neutron stars“. In: *1063-7869* 56.3 (2013), S. 289–295.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Wichtige Entwicklungsprozesse. . . . .	6
1.2	Vergleich der Dauer verschiedener Zeitskalen. . . . .	7
2.1	Erwähnung astronomischer/astrophysikalischer Themen in den Lehrplänen der jeweiligen Länder, Stand 2018, aus: [Hoh18]. . . . .	10
2.2	Boxplot-Diagramm der durchschnittlich in einem Bundesland vergebenen ECTS-Punkte im Bereich Astronomie/Astrophysik, aus: [Hoh18]. . . . .	12
3.1	Vergleich der Cornelsen-Bücher. . . . .	24
3.2	Vergleich der Schroedel-Bücher. . . . .	25
3.3	Anteil quantitativer Aufgaben. . . . .	25
4.1	Entwicklung der Theorie der Gravitation. . . . .	31
4.2	Römische Kopie einer Büste von ARISTOTELES. . . . .	32
4.3	Porträt von GALILEO GALILEI, gemalt von Justus Sustermans (1636). . . . .	33
4.4	Porträt von Isaac Newton, gemalt von Godfrey Kneller (1702). . . . .	34
4.5	Foto von ALBERT EINSTEIN, gemacht von Ferdinand Schmutzer (1921). . . . .	36
4.6	Heisenbergs „Weltformel“. . . . .	37
4.7	Standardmodell der Teilchenphysik, nach [WWV17]. . . . .	40
4.8	Grunddarstellung der Grundbestandteile einer Theorie. . . . .	43
4.9	Kontinuierliche Definition von Problem, nach [Smi09]. . . . .	49
4.10	Der Aufbau eines Problemlöseprozesses. . . . .	51
4.11	Flussdiagramm eines komplexeren Problems. . . . .	52

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

---

4.12	Der siebenschrittige Modellierungskreislauf nach Blum, nach [BGK13, S. 18]. . . . .	56
5.1	Glühendes Eisen als Analogie zu einem leuchtenden Stern. . . . .	65
5.2	Schnittmenge zwischen verfügbaren, interessanten und relevanten Themen. . . . .	66
5.3	Der grundlegende Erkenntniskreis in der Physik als Wechselspiel zwischen Theorie und Experiment. . . . .	72
5.4	Der grundlegende („unterbrochene“) Erkenntniskreis in der Astrophysik als Wechselspiel zwischen Theorie und Beobachtung. . . . .	73
6.1	Stabilität am Beispiel Jupiter. . . . .	79
6.2	Das Halbkugelmodell, nach [Boe+04]. . . . .	80
6.3	Ein Säulenmodell der Atmosphäre. . . . .	81
6.4	Druckdifferenz zwischen zwei Schichten unterschiedlicher Höhe. . . . .	82
6.5	Verallgemeinertes Säulenmodell. . . . .	82
6.6	Zur Teilchenzahl von Himmelskörpern, aus [Hoh17c]. . . . .	85
6.7	Flussdiagramm zur Größenabschätzung von Himmelskörpern. . . . .	86
6.8	Entwicklung einer Gaswolke, aus [Hoh17b]. . . . .	89
6.9	Seite 68 aus Cornelsen Physik 7-10 R, aus [MN13]. . . . .	90
6.10	Die Gasplaneten des Sonnensystems. . . . .	92
6.12	Größenvergleich zwischen Erde und Jupiter. . . . .	92
6.11	Konjunktion von Jupiter und Saturn. . . . .	93
6.13	Vergleich der Gasplaneten. . . . .	96
6.14	Gliese 229a und 229b, Credit: S. Kulkarni (Caltech), D.Golimowski (JHU) and NASA/ESA. . . . .	98
6.15	Bosonen und Fermionen, nach [Cam16]. . . . .	99
6.16	Der Tunneleffekt zur Kernfusion, aus [Hoh17b]. . . . .	102
6.17	Größenvergleich zwischen Erde und Braunen Zwergen. . . . .	106
6.18	Die Sonne. . . . .	107
6.19	Größenvergleich der Hauptreihensterne. . . . .	114
6.20	Sirius A und B, Credit: NASA, ESA, H. Bond (STScI), and M. Barstow (University of Leicester). . . . .	116
6.21	Größenvergleich zwischen Erde und Weißem Zwerg. . . . .	120

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

---

6.22	Größenvergleich zwischen Berlin und Neutronenstern. . . . .	120
6.23	Schematische Darstellung eines Pulsars. . . . .	124
6.24	Vergleich der nach verschiedenen Methoden berechneten Radien von Neutronensternen. . . . .	127
6.25	Masse-Radius-Beziehungen im Vergleich zu Beobachtungen. . . . .	131
6.26	Radius-Dichte-Diagramm. . . . .	132
7.1	Schematische Darstellung des Materiekreislaufs. . . . .	135
7.2	Vergleich der IMF nach Salpeter und Kroupa. . . . .	139
7.3	Vergleich der konstanten Masse-Leuchtkraft-Beziehung mit einer modernen, masseabhängigen Formulierung. . . . .	144
7.4	Die Anzahl der Sterne in Abhängigkeit der Masse in einer etwa neun Milliarden Jahre alten Population. . . . .	150
7.5	Der Massenanteil der Sterne in Abhängigkeit der Einzelmasse in einer etwa neun Milliarden Jahre alten Population. . . . .	153
7.6	Die Leuchtkraft der Sterne in Abhängigkeit der Masse in einer etwa neun Milliarden Jahre alten Population. . . . .	156
7.7	Maximum der Leuchtkraft der Sterne in Abhängigkeit der Masse in einer etwa neun Milliarden Jahre alten Population. . . . .	157
7.8	Die Leuchtkraft der Sterne in Abhängigkeit der Masse in einer sehr alten Population. . . . .	159
7.9	Der in Excel berechnete Anteil der Sterne an einer Sternpopulation. . . . .	165
7.10	Der in Excel berechnete Massenanteil der Sterne an einer Stern- population. . . . .	166
7.11	Der in Excel berechnete Leuchtkraftanteil der Sterne an einer Ster- nenpopulation. . . . .	166
7.12	Gravitationskraft und Zentrifugalkraft in einer rotierenden Gaswolke. . . . .	168
7.13	Der schematische Entwicklungsweg eines sonnenähnlichen Sterns im Hertzsprung-Russell-Diagramm. . . . .	172
8.1	Der Planet CVSO 30c, der um den Stern CVSO 30 kreist. Credit: ESO/Schmidt et al. . . . .	179

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

---

8.2	Vergleich der Zeitskalen der Entwicklung von Leben mit der Lebensdauer von Sternen unterschiedlicher Massen. Die Kambrische Explosion wäre etwa in der Mitte zwischen mehrzelligem und intelligentem Leben einzuordnen, wurde aber aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht eingetragen. . . . .	182
8.3	Das Strahlungsgleichgewicht. . . . .	184
8.4	Die Atmosphäre von Merkur, aus [Hoh17a]. . . . .	187
8.5	Die habitable Zone um Proxima Centauri b. . . . .	193
8.6	Der Vergleich unterschiedlicher Grenzen für bewohnbare Planeten. .	195

# Tabellenverzeichnis

1.1	Basiskonzepte der Naturwissenschaften. . . . .	3
2.1	Häufig und selten genannte Themen in den Modulhandbüchern für das Lehramtsstudium Physik, nach [Hoh18]. . . . .	11
3.1	Einige der in den Schulbüchern verwendeten Operatoren. . . . .	22
3.2	Ergebnisse der Cornelsen-Reihe. . . . .	23
3.3	Ergebnisse der Schroedel-Reihe. . . . .	24
4.1	Elementarkörper nach Aristoteles. . . . .	31
4.2	Entwicklung zur Vereinheitlichten Theorie. . . . .	38
4.3	Gravitationsdominierte Himmelskörper mit den zugehörigen Gegen- drücken. . . . .	55
5.1	Die 10 interessantesten naturwissenschaftlichen Themen für Mäd- chen und Jungen, nach [Els07]. . . . .	60
5.2	Kriterien für eine angemessene Elementarisierung in der Schule, nach [KGH15]. . . . .	62
6.1	Vergleich der Drücke im Zentrum. . . . .	83
6.2	Werte: Kerntemperatur, nach [AC00]. . . . .	115
6.3	Vergleich zwischen modellierten Werten und Beobachtungen. . . . .	128
6.4	Die Teilchenzahlen der verschiedenen Himmelskörper im Vergleich. . . . .	129
7.1	Die mit Excel für Sterne mit 0,1; 0,2 und 25 Sonnenmassen berech- neten Werte. . . . .	167

## TABELLENVERZEICHNIS

---

8.1	Die Abstände von Planeten um Sterne unterschiedlicher Leuchtkräfte.	184
8.2	Vergleich von maximaler und minimaler Distanz zwischen Planet und Stern für kohlenstoffbasiertes Leben. . . . .	186

**A Aufgabenkategorisierung: Cornelsen: Natur und Technik.  
Physik 5/6**

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 5/6									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
7	1		x						
9	1		x						
	2			x	x				
11	1		x						
	2		x						
12	1		x						
	2		x						
	3			x		x			
15	1		x						
17	1		x						
	2		x						
	3		x						
18	1		x						
	2					x			
19	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7		x						
21	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
23	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
25	1		x						
	2		x						
27	1		x						
	2		x						
29	1		x						
31	1		x						
	2				x				
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7				x				
	8					x			
	9		x						
	10		x						
	11		x						
	12		x						

## Anhang

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 5/6									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
34	1		x						
	2		x						
	3		x						
35	4		x						
	5		x						
	6					x			
39	1		x						
	2		x						
41	1	x							
	2	x							
	3		x						
43	1		x						
	2		x						
	3		x						
44	1	x							
	2	x							
	3	x							
45	4		x						
	5		x						
	6					x			
49	1		x						
	2		x						
	3			x					
	4			x					
	5			x					
	6			x					
51	1		x						
	2		x						
	3		x						
53	1		x						
	2		x						
	3		x						
59 (Teste dich)	1		x						
	2		x		x				
	3		x						
	4		x				x		
	5		x				x		
	6		x						
	7		x				x		
	8	x		x					
	9	x		x					
63	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
65	1		x						
	2		x						
	3		x						
67	1					x			
	2		x						
	3		x						

## Anhang

---

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 5/6									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
70	1						x		
	2						x		
	3		x						
	4		x						
71	1		x			x			
	2		x						
	3		x						
	4		x						
73	1		x						
	2		x			x			
	3		x						
	4		x			x			
	5		x						
	6		x						
	7		x						
	8		x						
76	1		x						
	2		x						
77	3		x						
	4		x						
79	1		x						
	2		x				x		
81	1								x
	2								x
	3							x	
83	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
87	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7		x						
	8		x						
89	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7		x						
	8		x						
	9		x						

## Anhang

---

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 5/6									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
91	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
94	1		x						
95	2		x						
96	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6					x			
	7		x		x	x			
97	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
99	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
100	1		x						
	2					x			
101	3		x						
	4		x						
	5		x						
102	1		x						
105	1		x						
	2		x						
	3		x						
106	1		x						
	2		x						
107	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
109	1		x						
	2		x						
113	1						x		
115	1					x			
117	1		x						
	2		x						
118	1		x						
	2		x						
119	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7		x						
	8		x						

## Anhang

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 5/6									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
120	1					x			
	2		x						
123	1		x						
	2		x						
124	1		x						
	2		x						
	3		x						
125	1		x						
(Teste dich)	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
128	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
129	5		x						
130	1		x						
131	2					x			
	3				x	x			
	4					x			
	5					x			
	6					x			
133	1				x				
	2				x				
	3					x	x		
135	1				x	x			
	2				x	x			
	3				x				
	4				x				
137	1		x						
	2		x						
	3				x	x			
139	1		x						
145	1		x						
	2				x				
	3				x				
	4		x						
	5		x						
	6								x
	7		x						
147	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x		x				
151	1		x						
	2					x			
	3		x						
	4		x						
	5		x						

## Anhang

---

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 5/6									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
155	1		x						
	2		x						
	3				x				
157	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
158	1		x						
159	2					x			
	3					x			
	4						x		
163 (Teste dich)	1		x		x				
	2		x		x				
	3		x		x				
	4		x		x				
	5		x		x				
	6		x						
	7		x						
	8		x						
	9		x						
	10		x						
	11		x						
	Anzahl	Quantitativ	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
	271	7	225	3	22	29	6	1	3

**A Aufgabenkategorisierung: Cornelsen: Natur und Technik.  
Physik 7 bis 10**

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 7/8									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
9	1		x						
	2		x						
12	1		x						
	2		x		x				
	3		x						
	4					x			
	5		x						
	6		x						
	7		x			x			
	8		x						
17	1				x				
	2		x						
	3				x				
	4		x						
	5		x						
19	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5				x				
	6		x						
20	1				x		x		
	2				x		x		
21	3		x						
	4		x						
24	1		x						
	2		x						
25	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x			x			
	6		x						
27	1		x						
	2		x						
28	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x					x	
29	5		x						
	6		x						
	7		x						
	8		x						
	8		x						
31	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5					x			
	6								x

## Anhang

---

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 7/8									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
33	1		x						
	2		x						
	3		x						
36	1				x	x			
	2		x						
	3		x						
	4		x						
37	1		x						
	2		x						
	3		x	x					
	4		x						
	5		x						
	6		x						
43	1		x						
	2		x						
	3					x			
	4					x			
	5					x			
	6	x							
45	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
47	1		x		x				
50	1		x		x				
	2		x						
51	1		x						
	2					x			
	3		x						
	4					x			
55	1		x						
	2		x						
	3		x						
57	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
59	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
60	1		x						
	2	x				x			
	3		x						
	4								x
61	5		x						
	6	x	x						
	7		x						
	8		x						

## Anhang

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 7/8									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
66	1		x						
	2								x
67	3		x						
69	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6								x
	7			x					
	8							x	
	9							x	
71	1		x						
	2	x							
	3				x				
	4				x				
73	1								x
	2		x						
	3		x						
74	1		x						
	2		x						
75	3		x						
	4		x						
76	1		x						
	2							x	
	3		x						
78	1		x						
	2		x						
	3								x
	4		x						
	5		x						
	6		x						
79 (Teste dich)	1		x						
	2		x	x					x
	3		x						x
	4		x						x
	5		x						
84	1		x						
	2								
	3								x
	4		x						x
85	5	x	x						
86	1		x						
	2								x
	3	x							
87	4		x						
	5		x						
	6		x						x

## Anhang

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 7/8									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
89	1					x			
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5	x	x			x			
	6		x						
90	1							x	
	2	x							
	3		x			x			
	4					x			
	5					x			
	6	x				x			
93	1		x						
	2	x							
	3	x							
	4		x						
	5					x			
	6	x							
	7	x							
	8			x					
	9	x							
95	1		x						
	2		x						
	3		x						
96	1		x						
	2		x						
	3		x						
97	1						x		
	2	x							
	3	x	x						
	4		x						
	5		x						
	6			x		x			
	7			x		x			
106	1		x						
	2		x						
107	3		x						
	4		x						
	5		x						
108	1		x						
	2		x						
109	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7		x						
	8		x						

## Anhang

---

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 7/8									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
111	1		x						
	2		x		x				
	3		x						
	4		x			x			
	5		x						
	6		x						
113	1		x						
	2				x				
	3	x							
115	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
117	1		x						
	2		x						
	3				x				
	4		x						
	5		x						
119	1	x							
	2			x					
123	1		x						
	2	x							
	3	x					x		
125	1		x						
	2		x						
127	1	x							
	2	x							
	3		x						
	4		x						
128	1	x							
	2	x							
	3		x						
	4	x							
129	1		x						
	2	x							
	3	x							
131	1		x						
	2		x						
	3		x						
135	1		x						
	2		x						
	3	x							x
137	1	x	x		x				
139	1	x							
	2	x							
	3	x							
	4	x							
140	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4	x							
	5	x							

## Anhang

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 7/8									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
143	1	x							
145	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
146	1	x	x						
147	1	x							
	2		x						
	3		x						
	4	x							
	5	x							
149	1	x							
	2				x				
153	1	x	x						
	2	x							
	3		x						x
155	1		x						
	2		x						
	3		x						
157	1		x						
	2		x		x				
	3		x						
158	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4	x							
	5						x		
159 (Teste dich)	1		x						
	2	x	x						
	3		x		x	x			
	4	x	x		x				
	5		x		x				
	6	x	x						
164	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x			x			
165	5		x						
	6		x		x				
168	1				x		x		
171	1				x		x		
	2	x							
	3				x		x		
	4				x		x		
173	1	x							
	2	x	x						
	3	x							
	4			x					
	5			x					

## Anhang

---

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 7/8									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
174	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
175	1		x						
	2		x						
	3				x				
	4		x						
	5	x			x		x		
	6		x						
178	1		x						
	2		x	x					
	3		x						
	4	x			x				
179	5		x						
	6	x							
181	1		x						
	2		x						
182	1		x						
	2	x							
	3	x			x				
	4	x							
	5		x						
183	6	x			x				
	7		x						
	8	x	x						
185	1				x				
	2		x						
	3	x							
	4		x		x				
	5	x							
187	1	x	x						
	2		x						
188	1		x						
	2	x							
	3	x							
190	1	x							
	2	x							
	3	x							
	4	x	x						
	5	x							
	6	x							
	7	x							
	8	x							
	9	x							
191	1		x						
	2		x						
	3		x						
193	1		x		x				
	2		x						

---

## Anhang

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 7/8									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
194	1		x						
	2		x						
195	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
196	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4	x							
197	5		x						
	6		x						
199	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
201	1		x						
	2	x							
	3	x							
202	1		x						
	2		x						
	3	x							
	4	x	x						
205	1	x							
207	1		x						
	2		x						x
	3		x						
	4	x							
	5	x	x						
	6	x							
	7	x							
209	1		x						
213	1		x						
	2		x				x		
	3		x						
	4		x						
	5		x						
214 (Teste dich)	1		x						
	2	x							
	3		x				x		
	4		x						
	5	x				x			
	6		x			x			
	7	x	x						
	8		x			x			
	Anzahl	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
	394	86	281	6	49	17	12	5	7

## Anhang

---

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 9/10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
233	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5				x				
235	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x			x			
238	1		x						
	2		x						
	3	x							
242	1		x						
	2		x						
243	3		x			x			
245	1		x						
	2		x						
	3		x						
246	1			x					
	2		x						
247	1		x						
	2		x		x				
	3		x						
	4		x						
	5	x							
	6		x						
249	1		x						
	2	x							
	3	x	x						
	4	x							
251	1		x						
	2	x							
	3	x							
253	1	x	x						
254	1	x	x						
	2		x						
255	3		x						
	4		x						
	5		x						
257	1			x	x				
	2		x						
	3	x							
	4	x							
263	1				x				
	2		x						
	3		x						
264	1				x				
	2		x						
	3		x						
265	4		x				x		
	5		x						
	6		x						

## Anhang

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 9/10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
269	1		x						
	2		x						
273	1					x	x		
	2					x	x		
	3		x						
276	1				x				
	2				x				
	3		x						
277	4		x						
	5		x						
	6		x						
278	1	x					x		
	2						x		
279	3						x		
	4								x
280	1		x						
283	1		x						
	2		x						
	3				x		x		
	4		x		x				
284	5	x					x		
	6	x	x						
	7	x	x						
	8	x							
285 (Teste dich)	1		x						
	2		x						
	3		x	x					
	4		x						
	5	x	x						
	6		x						
289	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
291	1		x						
	2		x						
	3		x						
293	1		x						
	2		x						
295	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
296	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						

## Anhang

---

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 9/10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
297	5		x						
	6		x						
299	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x			x			
	5		x						
301	1	x							
	2		x						
	3		x						
	4	x							
	5		x						
	6	x	x						
303	1	x							
	2	x							
304	1	x	x						
	2		x						
	3						x		
307	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x		x				
	7		x						
	8		x						
	9		x						
	10		x						
	11		x						
	12		x						
	13		x						
309	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
312	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
313	5		x						
	6		x						
	7		x						
314	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						

## Anhang

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 9/10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
315	6		x						
	7		x						
	8		x						
	9		x						
317	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
319	1		x						
	2		x						
320	1		x						
	2		x						
321	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7		x						
	8		x						
322	1		x						
	2		x						
323	1		x						
	2		x						
	3		x						
324	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
326	1		x						
	2		x						
327	1		x						
	2		x						
328	1		x						
	2		x						
330	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
331	1		x						
(Teste dich)	2	x	x						
	3	x	x						
	4	x	x						
	5		x						
	6	x	x						
	7		x						

## Anhang

---

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 9/10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
336	1		x						
	2		x						
	3								
337	4		x						
	5		x						
	6		x						
338	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
341	1		x						
	2		x						
345	1		x						
	2		x						
	3		x					x	
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7	x				x			
349	1		x						
	2		x						
	3	x							
	4			x					
	5			x					
	6			x					
355	1		x						
	2		x						
	3		x					x	
	4		x			x			
	5							x	
	6			x					
	7			x					
	8			x			x	x	
358	1		x						
	2		x						
360	1	x							
	2	x				x			
363	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
365	1					x			
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
367	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4	x							
	5		x						

## Anhang

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 9/10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
371	1	x							
	2	x							
	3	x			x				
	4								x
	5	x					x		
372	1		x						
	2		x						
375	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
377	1		x						
	2		x						
	3		x						
378	1		x						
	2		x						
	3		x						
380	1		x						
	2		x						
381	3					x			
383	1		x						
	2		x						
	3	x							
	4		x						
	5		x						
	6	x							
	7		x						
	8		x						
	9		x						
384 (Teste dich)	1		x						
	2		x	x	x				
	3		x						
	4		x						
	5	x							
	6	x	x						
	7	x	x						
	8		x						
389	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x			x			
	5		x						
	6	x							
390	1		x						
	2		x						
	3		x						
392	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4	x	x						

## Anhang

---

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 9/10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
395	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4	x							
	5		x						
	6		x						
396	1		x						
397	2		x						
400	1		x						
	2	x							
	3		x						
401	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4	x							
	5	x	x						
	6		x						
403	1		x						
	2		x						
	3			x					
	4	x							
	5		x						
	6	x							
	7	x							
404	1	x							
	2	x							
	3	x							
	4	x							
	5		x						
405	6	x							
	7		x						
	8	x							
	9	x							
408	1		x						
	2	x					x		
	3						x	x	
	4	x			x				
409	5						x		
	6				x		x		
411	1		x						
	2						x		
	3	x							
	4		x				x		
	5		x				x		
	6				x				
412	1	x							
	2	x							
	3	x							
414	1		x						
	2	x	x						

## Anhang

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 9/10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
415	3		x						
	4		x						
	5	x	x						
	6		x						
417	1	x							
	2	x			x				
	3	x	x		x				
	4	x							x
	5		x						
	6	x			x				
419	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
421	1		x						
	2		x		x				
	3		x						
423	1		x						
424	1					x			
	2		x						
	3		x						
425	4		x						
	5		x						
	6		x						
426	1		x						
427	2		x						
	3							x	
428	1		x						
429	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
432	1	x	x						
	2	x							
	3	x	x						
	4	x							
434	1		x						
	2	x	x						
	3		x						
	4	x	x						
435	5	x							x
437	1		x						
	2		x						
438	1	x	x						
439	2		x		x				
	3		x						
	4		x						
	5		x						
442	1		x						
	2		x						
	3		x						

## Anhang

Cornelsen: Natur und Technik. Physik NRW 9/10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
443	1		x						
	2	x	x						
	3		x						
	4	x	x						
446	1	x				x			
447	2		x						
	3				x				
	4		x						
	5	x							
448	1						x		
	2	x							
	3		x						
449	4	x	x						
	5	x	x						
454	1		x						
	2	x							
	3	x							
	4	x							
	5	x							
	6	x							
455	7		x		x				
457	1		x						
	2					x			
	3		x						
460	1	x							
	2			x					
	3	x							
	4		x						
	5	x							
	6	x							
	7	x							
461	8		x						
	9		x						
463	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4	x							
	5	x							
464	1		x						
465	1	x							
	2	x							
	3	x							
	4	x							
	5	x	x						
466	1	x	x						
(Teste dich)	2		x						
	3	x							
	4	x							
	5						x		
	6		x		x		x		
467	7	x			x		x		
(Teste dich)	8	x							
	9		x						
	10	x	x						
	11	x	x						
	Anzahl	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
	457	109	348	6	26	14	25	2	4

## A Aufgabenkategorisierung: Cornelsen: Physik Oberstufe

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
15	1		x						
	2		x						
	3		x						
25	1		x						
	2					x			
	3		x						
28	1		x						
	2		x						
	3	x							
	4		x						
29	1	x							
	2	x	x						
	3	x							
	4		x						
	5	x			x			x	
	6	x							
	7	x	x						
	8		x		x			x	
	9		x			x			
	10	x							
	11	x							
	12		x						
	13	x							
	14	x							
33	1		x						
37	1		x						
41	1		x						
	2	x							
42	1		x						
	2		x						
	3		x						
43	1	x	x						
	2	x							
	3		x						
	4	x							
	5	x	x						
	6	x	x						
	7	x							
	8	x							
	9		x						
	10		x						
	11		x			x			
	12	x							
47	1	x	x						
53	1		x						
	2		x						
	3	x	x						
55	1	x	x						
	2	x							
	3	x							
	4		x						
	5		x						
	6	x	x						
	7	x							
	8	x							

## Anhang

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
56	1	x							
	2	x	x						
	3	x				x		x	
	4					x		x	
	5			x					
	6	x		x					
	7			x					
	8	x		x					
57	9	x							
	10	x							
	11			x					
	12			x				x	
	13	x							
	14	x							
	15	x							
	16	x		x					
	17	x		x					
61	1		x						
65	1		x						
	2	x							
	3	x							
	4	x							
	5	x		x					
	6	x							
	7	x							
	8	x		x					
	9	x							
67	1		x						
	2		x						
71	1		x						
	2		x						
72	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5	x		x					
	6			x					
	7	x		x					
	8	x							
	9	x		x					
	73	1		x					
2			x						
74	1		x						
	2	x							
	3	x		x					
	4			x					
	5			x					
	6	x		x					
	7	x		x					
	8			x		x			
	9			x		x			
	10			x					

## Anhang

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
81	1		x						
	2				x				
85	1	x							
	2		x						
87	1	x			x				
	2	x							
	3	x							
	4		x						
	5		x		x				
	6	x							
91	1		x						
	2		x		x				
93	1	x							
	2	x							
95	1		x						
	2		x						
	3	x							
	4		x						
	5	x							
	6	x							
	7		x						
	8	x							
97	1		x						
	2		x						
98	1	x	x						
	2	x	x						
	3		x						
	4	x							
	5		x						
	6	x							
	7	x							
	8	x	x						
	9	x	x						
	10	x							
	11	x							
	12		x						
101	1		x						
	2		x						
105	1		x						
	2		x						
109	1		x						
115	1		x						
117	1		x						
	2	x	x						
	3				x				
	4	x							
	5	x					x		
	6	x			x				
	7		x						
	8		x	x					
	9	x	x	x					
118	1		x						
121	1		x						
	2		x						

## Anhang

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
123	1		x						
127	1		x						
	2		x						
129	1		x						
	2			x					
130	1				x	x			
	2		x						
	3		x				x		
	4		x						
	5	x							
	6		x						
	7	x			x				
	8	x					x		
131	1		x						
	2		x						
132	1				x				
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5	x							
	6	x		x					
	7		x						
	8	x	x						
	9				x				
	10	x							
	11		x						
	12	x	x						
	13	x							
	14	x							
	15	x							
133	16	x	x						
	17	x	x						
	18		x						
	19		x						
	20		x						
	21		x						
	22		x						
	23	x							
	24	x	x		x				
137	1		x						
143	1			x					
	2		x						
146	1		x						
	2		x						
147	1		x						
	2		x			x			
	3	x							
	4		x						
	5		x		x				
	6	x							
	7	x							
	8	x		x					
	9	x	x						

## Anhang

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
149	1		x						
151	1		x						
	2		x						
	3	x							
156	1	x	x						
	2	x							
	3	x							
	4	x			x				
	5	x							
	6	x							
	7		x						
	8				x				
	9		x	x					
	10		x		x		x		
161	1		x						
163	1		x						
169	1		x						
	2	x							
171	1		x						
	2		x						
	3	x	x						
	4		x						
	5		x		x				
	6	x							
	7				x	x			
	8				x				
	9		x						
	10	x			x				
173	1		x						
	2		x						
174	1		x				x		
	2	x	x		x				
	3		x		x				
	4		x						
	5	x	x		x	x			
175	6		x						
	7		x						
	8		x						
	9	x							
	10		x						
	11		x						
	12		x						
	13		x			x			
	14		x				x		
183	1		x						
	2		x						
189	1		x						
	2	x							
191	1		x						
	2		x						
193	1		x						
	2		x						
	3	x	x						
	4	x							
	5		x						
	6		x						
	7		x						
	8	x			x				

## Anhang

Seite	Aufg.	Cornelsen: Physik Oberstufe							
		Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
194	1		x						
	2		x						
199	1		x						
	2		x						
201	1		x						
203	1		x						
204	1		x						
	2	x	x						
	3	x							
	4		x	x					
	5	x	x						
	6		x						
	7		x						
	8	x	x						
205	1	x							
209	1		x						
	2		x						
	3	x							
210	1	x							
	2	x	x						
	3	x	x						
	4		x						
	5	x	x		x		x		
	6	x							
	7	x							
	8		x						
	9	x							
211	10		x						
	11		x						
	12		x						
	13		x		x				
	14		x		x				
	15		x						
	16	x	x						
	17		x						
	18	x							
	19	x			x				
	20	x		x					
21	x					x			
215	1		x						
221	1		x						
	2		x						
225	1		x						
	2	x							
227	1		x						
	2		x						
	3	x							
233	1		x						
(oben)	2		x						
233 (unten)	1	x	x						
	2	x	x						
	3	x	x						
	4		x		x				

## Anhang

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
235	1	x	x						
	2		x						
	3		x						
241	1		x						
	2		x						
243	1		x						
245	1		x						
247	1		x						
251	1		x						
	2		x						
254	1		x						
	2		x						
255	1		x						
	2		x		x				
	3		x						
	4	x							
	5	x	x						
	6		x						
	7		x						
	8	x							
	9		x						
	10		x			x			
256	1		x						
	2		x						
	3				x				
	4		x	x	x				
	5	x							
	6	x							
	7	x							
	8	x	x		x				
257	9		x						
	10		x						
	11		x						
	12	x	x		x				
	13	x	x						
	14	x	x						
	15		x						
	16		x						
	17	x							
	18		x				x		
265	1		x						
267	1		x						
273	1		x						
	2					x			
279	1		x						
	2		x						
280	1		x						
	2	x	x						
	3	x							
	4		x						
	5				x				
	6	x							
	7		x						
	8	x	x						
	9	x							
	10		x						
	11		x		x				

## Anhang

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
285	1		x						
	2		x						
287	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5	x							
	6	x							
289	1		x						
	2		x						
	3	x							
293	1	x			x				
301	1		x						
	2		x						
305	1		x						
	2		x				x		
	3		x						
	4		x						
	5		x				x		
	6		x						
	7	x	x						
	8	x			x				
	9		x		x				
	10		x						
	11		x				x		
306	1		x		x				
	2		x						
308	1		x						
	2		x						
	3	x							
	4	x							
	5	x							
	6	x	x						
	7	x	x						
	8		x						
	9	x							
309	10	x							
	11	x							
	12	x							
	13	x							
	14	x							
	15		x						
	16		x						
	17		x						
	18		x						
	19		x						
313	1		x						
317	1		x						
325	1		x						
325	1		x						
(unten)	2		x		x				
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7		x	x					

## Anhang

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
326	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5	x							
	6	x				x			
	7			x					
	8	x							
	9	x							
	10			x					
	11	x		x				x	
	12			x					
335	1	x	x						
	2					x			
336	1		x						
	2	x							
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
341	1				x				
	2		x						
343	1		x						
343 (unten)	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x		x				
	5		x						
351	1		x						
	2		x						
353	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7	x		x					
	8			x				x	
	9							x	
357	1				x				
	2	x							
358	1		x						
	2		x						
361	1		x						
365 (oben)	1		x						
	2		x						
365 (unten)	1		x						
	2		x				x		
	3	x							
367	1		x						
	2		x						

## Anhang

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
368	1	x							
	2	x							
	3	x							
	4		x						
	5	x							
	6		x						
	7		x						
	8		x						
	9		x						
369	10	x							
	11		x						
	12	x	x						
	13		x						
	14		x						
	15		x						
	16		x						
	17	x							
	18	x	x						
	19	x							x
	20	x							x
	21		x						
	22								x
373	1		x						
377	1		x						
	2		x						
381	1		x						
383	1		x						
	2	x							
	3		x						
	4		x						
	5	x							
385	1	x							
	2		x						
387	1	x							
391	1	x							
	2		x						
	3	x							
	4	x							
	5		x						
	6		x						
	7	x							
	8	x							
	9	x							
399	1	x							
401	1		x						
			x						
403	1		x						
	2		x						
404	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6	x							
	7	x	x						
	8	x							

## Anhang

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
405	1	x							
	2		x						
409	1		x						
	2	x							
411	1		x						
	2		x						
414	1		x						
	2	x							
	3				x				
	4		x						
	5		x						
	6	x							
415	1		x						
	2		x						
416	1	x	x						
	2	x							
	3	x	x						
	4	x	x				x		
	5		x				x		
	6		x						
	7				x				
417	8	x							
	9	x							
	10		x		x				
	11		x						
	12	x							
	13		x						
	14		x						
	15		x						
	16		x						
	17		x						
425	1		x						
427	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5	x	x						
	6		x						
428	1		x		x				
	2		x						
431	1		x						
433	1	x							
437	1	x							
	2	x							
	3	x							
	4				x				
	5				x				
	6	x							
438	1	x							
	2		x						
441	1		x						
443	1	x							
	2	x							
	3	x	x		x				
	4		x		x				
	5	x							
	6	x							
	7	x							
	8	x							
	9	x							

## Anhang

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
447	1		x						
449	1	x							
450	1	x			x				
	2	x							
	3	x							
	4	x							
	5	x							
	6	x							
	7	x							
	8	x							
453	1	x							
457	1		x						
459	1	x							
	2	x							
	3	x		x					
	4	x		x					
	5			x					
	6	x							
	7	x							
463	1	x							
467	1		x						
	2		x						
470	1			x					
	2	x							
	3		x						
	4	x							
	5					x			
	6	x							
	7			x					
471	1		x						
	2		x						
475	1	x							
477	1	x							
	2	x							
	3	x							
	4		x						
	5	x							
	6			x					
	7	x		x					
	8	x							
	9			x					
478	1		x						
	2		x						
	3						x		
	4	x		x					
	5	x							
	6			x					
	7	x							
	8						x		
	9			x					
	10	x							
	11	x							
	12	x							
	13	x							
	14			x					

## Anhang

---

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
483	1		x						
	2		x						
489	1		x						
491	1		x						
	2	x							
	3	x							
	4	x							
	5		x						
492	1				x				
	2		x						
495	1		x						
	2		x						
497	1		x						
	2		x						
499	1		x						
499	1		x						
(unten)	2	x							
	3	x							
503	1	x							
507	1		x						
	2	x							
	3		x						
509	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4	x							
	5	x							
	6	x							
	7	x	x						
	8	x							
	9	x			x				
	10		x						
515	1	x							
517	1	x	x						
	2		x						
	3	x	x						
	4	x	x						
	5	x	x						

## Anhang

Cornelsen: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
518	1	x							
	2	x							
	3	x					x		
	4		x						
	5	x							
	6	x	x						
	7	x							
	8		x						
	9	x							
	10		x						
	11		x						
	12	x							
	13	x	x						
	14	x	x						
	15		x						
	16		x						
	17	x			x				
	18	x							
	19	x	x						
	20		x						
	21		x						
	22	x							
	23	x							
	24	x							
	25	x					x		
	26		x						
	Anzahl	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
	723	305	474	12	66	11	27	0	0

## B Aufgabenkategorisierung: Dorn-Baader: Physik 5/6

Dorn-Baader: Physik 5/6									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
11	1				x				
	2		x						
	3		x						
	4							x	
	5		x						
14	1		x						
	2		x						
	3	x							
	4		x						
	5		x						
15	1		x						
	2		x						
	3		x						
17	1				x	x	x		
19	1		x						
	2		x						
21	1	x							
	2		x						
	3		x						
	4		x						
27	1		x						
	2		x						
	3				x				
	4		x						
29	1							x	
	2		x			x			
	3		x						
31	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7		x					x	
	8		x						
	9		x						
	10		x						
	11		x						
	12		x						
	13		x						
35	1		x						
	2		x						
	3								
39	1					x			
	2					x			
	3		x						
	4					x			
	5		x			x			
	6					x			

## Anhang

---

Dorn-Baader: Physik 5/6									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
43	1		x						
	2		x		x	x			
	3		x						
	4		x						
45	1		x						
	2					x			
	3		x						
	4		x			x			
47	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
49	1		x				x		
	2		x						
51	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4					x			
	5		x						
53	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4						x		
	5				x				
55	1		x						
	2		x						
57	1		x						
	2		x			x			
	3		x						
59	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
61	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
63	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x		x				
65	1		x						
	2	x							
	3					x			
	4				x	x			
66	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						

## Anhang

Dorn-Baader: Physik 5/6									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
69	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x		x				
	5				x				
	6			x					
	7			x					
	8			x		x			
	9			x					
	10			x					
	11	x							
	12					x			
	13			x					
	14			x					
	15			x					
	16			x					
	17			x					
	18			x					
	19			x					
77	1		x						
	2							x	
	3		x						
	4		x						
	5							x	
	6			x					
81	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7	x						x	
	8		x						
	9							x	
87	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7		x						
	8					x			
91	1		x						
	2							x	
	3					x		x	
	4					x			
93	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4					x			

## Anhang

Dorn-Baader: Physik 5/6									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
95	1		x			x			
	2		x						
	3		x						
97	1		x						
	2		x						
	3		x						
99	1		x		x				
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5						x		
	6		x						
	7		x						
	8		x						
	9		x						
103	1		x						
105	1		x						
	2		x						
	3		x						
107	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
109	1							x	
	2		x						
111	1		x						
	2		x						
	3				x				
	4		x						
113	1		x						
	2				x				
	3		x						
	4		x						
	5				x				
115	1		x						
	2		x						
117	1				x				
	2		x		x				
	3		x						
119	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7		x						
	8		x						
	9		x						
	10		x						
	11		x						
	12		x						
	13					x			
	14					x			
	15					x			
	16					x			
	Anzahl	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
	203	5	162	0	23	18	5	9	0

**B Aufgabenkategorisierung: Dorn-Baader: Physik 7 bis 10**

Dorn-Baader: Physik 7 bis 10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
10	1		x						
	2					x			
	3		x						
	4		x			x			
	5		x						
17	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5				x	x			
	6	x				x			
20	1		x						
	2		x						
	3		x						
25	1		x						
	2	x	x						
	3		x						
	4		x						
28	1		x						
	2					x			
	3		x						
	4		x			x			
33	1		x						
	2		x						
	3	x				x			
	4					x		x	
	5		x					x	
	6		x						
34	1		x						
	2		x						
36	1		x						
39	1		x						
	2					x			
	3		x						x
40	1		x						
	2					x			
	3		x						
	4					x			
44	1					x			
	2		x						
47	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7		x						

## Anhang

Dorn-Baader: Physik 7 bis 10										
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.	
52 (Kennst du dich aus)	1		x	x						
	2		x							
	3		x							
	4		x			x				
	5		x							
	6					x				
	7			x				x		
	8			x		x				
	9			x						
	10									x
	11			x						
54	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4							x		
	5							x		
	6			x						
58	1							x		
60	1		x							
61	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4		x							
62	1		x							
	2		x							
64	1		x							
65	1		x		x					
	2		x							
66	1							x		
71	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4		x							
	5		x							
	6		x							
	7		x							
72	1		x							
	2		x							
	3								x	
	4			x						
	5			x						
	6			x						
	7			x						
74	1		x							
	2		x							
75	1		x	x						
	2		x							
	3			x						
80	1		x							
	2		x							
81	1		x							
85	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4		x							
	5			x						
	6			x		x				
	7		x						x	

## Anhang

Seite	Dorn-Baader: Physik 7 bis 10					Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.						
88	1		x							
	2						x			
	3					x				
	4			x						
	5			x						
91	1	x								
	2	x				x				
	3	x								
	4	x								
93	1	x								
	2	x								
	3						x			
95	4	x								
	1	x								
	2	x								
	3			x						
	4			x						
	5			x						
	6	x								
	7	x								
	8	x								
	9	x								
	10			x						
	11	x							x	
	12	x								
	13			x						
	14	x								
102 (Kennst du dich aus)	15			x						
	1			x						
	2			x						
	3			x						
	4			x		x				
	5			x						
	6	x								
	7	x								
	8	x								
	9	x								
	10			x						
	11			x						
	12					x			x	
	13			x						
14	x		x							
104	1		x							
	2							x		
	3			x						
	4									
	5			x						
111	1	x								
	2	x		x						
	3	x								
	4	x								
	5	x								
	6	x								
	7	x				x				
	8	x		x		x				
112	1		x							

## Anhang

Dorn-Baader: Physik 7 bis 10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
113	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
115	1		x						
	2		x						
	3		x						
117	1		x						
	2		x						
	3		x			x			
118	1		x						
119	1	x				x			
	2		x						
	3	x							
	4		x						
	5		x						
	6		x						
	7		x						
	8	x	x						
121	1	x							
	2	x							
	3	x							
123	1	x							
	2		x						
125	1	x				x			
	2					x			
	3					x			
130	1		x						
	2					x			
	3		x						
	4		x						
	5					x			
	6					x			
133	1	x							
	2				x				
	3		x						
	4				x				
	5		x						
	6	x	x						
	7		x						
	8		x						
	9	x	x						
	10		x						
135	1				x				
	2				x				
	3	x				x			
	4				x				
138	1		x						
	2						x		
139	1	x							
	2	x	x						
	3		x						
	4	x							
140	1		x						
	2		x						
	3		x						

## Anhang

Dorn-Baader: Physik 7 bis 10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
141	1	x							
	2	x							
	3	x							
	4		x						
143	1	x							
	2	x							
145	1	x							
	2		x						
	3	x							
146	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5					x			
	6					x			
	7		x						
151	1		x						
	2	x							
	3		x	x					
153	1	x	x						
	2	x							
	3	x							
155	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4	x							
	5	x							
	6	x							
156	1		x						
	2		x						
157	1	x							
	2	x							
	3	x				x			
	4	x							
	5		x						
	6	x							
158	1					x			
	2		x						
	3					x			
	4		x						
	5					x			
	6		x						
163	1	x							
	2	x							
	3	x	x						
	4		x						
164	1		x						
	2					x			
165	1	x							
	2	x							
	3		x		x				
167	1	x							
	2		x			x			
	3	x							
	4	x							
	5		x						
	6	x							

## Anhang

Seite	Dorn-Baader: Physik 7 bis 10									
	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.	
169	1		x							
	2	x								
	3		x							
	4		x			x				
	5		x							
170	1		x							
	2		x							
171	1	x								
	2	x								
	3	x								
	4		x							
173	1		x							
	2	x								
	3		x							
	4	x								
	5	x								
178 (Kennst du dich aus)	1		x							
	2	x	x							
	3						x			
	4				x					
	5	x	x							
	6		x							
	7		x							
	8	x	x							
	9		x							
	10	x	x			x				
	11		x							
	12		x							
	13	x	x							
180	1		x							
	2						x		x	
	3		x							
	4		x							
187	1	x								
	2		x							
	3		x							
188	1		x							
	2		x							
189	1	x								
190	1		x							
	2						x			
191	1		x							
	2	x								
	3		x							
	4		x							
	5					x	x			
193	1	x								
	2	x								
	3				x					
	4	x								
	5	x								
195	1		x							
	2				x					
	3		x							
	4		x							

## Anhang

Seite	Dorn-Baader: Physik 7 bis 10									
	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.	
198	1	x								
	2		x							
	3		x							
	4		x							
	5	x								
	6	x								
200	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4		x							
203	1						x			
	2		x							
205	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4		x							
	5		x							
206	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4		x							
210 (Kennst du dich aus)	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4	x								
	5		x							
	6		x				x			
	7						x			
	8			x						
	9	x		x						
212	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4					x				
	5		x							
	6		x							
213	1	x								
	2	x								
	3		x							
215	1		x							
	2	x	x							
217	1	x								
	2	x								
	3	x								
	4	x								
	5			x						
219	1	x								
	2	x								
	3	x								
221	1		x							
	2		x							
223	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4		x							
225	1		x							
	2		x							
	3	x								
	4		x							

## Anhang

Dorn-Baader: Physik 7 bis 10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
227	1					x			
	2					x			
	3		x		x				
229	1		x						
231	1	x							
232	1					x			
	2		x						
	3					x			
	4	x	x						
236	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x			x			
	6		x						
	7		x					x	
241	1		x						
	2				x		x		
	3	x							
246	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
247	1		x						
	2	x							
	3	x							
	4	x	x						
	5	x			x				
	6			x					
251	1	x							
	2		x		x				
	3		x						
252	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4	x	x				x		
253	1		x						
	2		x						
255	1		x						
256	1		x						
	2		x						
264	1							x	
	2		x						
	3								x
265	1		x		x				
	2		x						
	3		x						
	4		x						
267	1		x				x		
	2		x						
	3		x						

## Anhang

Dorn-Baader: Physik 7 bis 10									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
269	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
271	1		x						
	2		x						
272	1		x						
	2		x						
278	1	x					x		
	2	x							
	3		x						
279	1				x		x		
	2		x						
280	1		x						
281	1	x							
	2		x						
282	1						x		
	2							x	
290	1							x	
	2	x							
	3		x						
	4	x							
	5	x							
	6	x							
	7		x						
	8		x		x				
	9	x	x						
	10		x						
	11	x	x						
Anz.	469	Quant.	298	Semi-Quant.	35	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
		135		5		40	19	5	2

## B Aufgabenkategorisierung: Dorn-Baader: Physik Oberstufe

Seite	Dorn-Baader: Physik Oberstufe									
	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.	
12	1		x							
	2						x			
	3					x				
	4			x		x				
	5			x						
	6					x				
	7			x		x				
	8			x						
13	1				x					
15	2	x								
	1		x		x					
	2				x					
	3	x			x					
17	4				X		X			
	1						x			
	2						x			
	1					x				
21	2		x							
	1		x							
23	2		x			x				
	1		x				x			
	3						x			
25	1	x								
	2	x								
	3	x				x				
	1	x								
	2	x				x				
26	3	x								
	4	x		x						
	5	x		x		x				
	1					x				
	2					x				
29	3							x		
	4									
	5	x								
	6					x				
	7			x						
	1			x						
	2			x						
31	3			x						
	4	x								
	5			x						
	1	x								
	2	x								
35 38 (Kennen Sie sich aus)	3							x		
	4			x				x		
	5									
	6	x								
	7	x						x		
	8	x		x						
	9	x				x				
	10			x					x	
	11					x				

## Anhang

Seite	Dorn-Baader: Physik Oberstufe						Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.			
42	1		x						
	2		x						
	3	x							
43	1		x			x			
	2		x						
	3		x						
45	1		x						
	2	x							
	3	x							
47	1		x						
	2	x							
	3	x							
	4	x							
	5	x							
	6	x							
49	1	x							
	2	x				x			
	3	x	x						
	4	x							
51	1	x	x						
	2	x							
	3	x							
53	1	x							
	2	x							
	3	x							
62 (Kennen Sie sich aus)	1		x						
	2	x							
	3	x	x						
	4	x	x						
	5		x						
	6	x	x						
	7		x						
	8	x							
	9	x	x						
66	1		x						
	2					x			
	3								
	4	x						x	
	5		x						
	6	x	x						
69	1	x							
	2	x							
	3	x							
	4							x	
76	1	x							
	2		x						
	3	x							
79	1	x							
	2	x							
	3	x							
81	1	x							
	2	x							
	3	x							

## Anhang

Seite	Dorn-Baader: Physik Oberstufe						Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.			
88 (Kennen Sie sich aus)	1	x							
	2	x							
	3			x					
	4	x							
	5			x					
	6	x							
	7	x		x					
	8					x			
	9	x							
	10				x				
	11	x		x					
89	12				x				
	13	x			x				
92	1			x					
	2					x			
	3	x							
	4			x		x			
	5			x					
	6							x	
	7						x		
95	1			x					
	2	x							
	3	x							
	4			x					
	5	x							
96	1	x							
	2	x							
	3	x		x		x			
	100	1	x						
	2	x							
100	3				x				
	4			x				x	
	5	x							
	6	x							
	7	x							
	8	x		x					
	103	1	x						
	2	x							
103	3	x							
	4	x							
	5	x							
	6	x							x
	107	1	x						
	2	x		x					
107	3			x					
	4	x							
	108	1	x						
	2	x							
108	3	x							
	111	1							
	2			x					
111	3			x					
	4			x					
	5			x					
	6			x					

## Anhang

Seite	Dorn-Baader: Physik Oberstufe									
	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.	
114 (Kennen Sie sich aus)	1		x							
	2	x								
	3	x								
	4			x						
	5	x								
	6	x								
	7			x						
	8	x		x						
	9	x								
	10	x								
	11	x								
	12	x								
	13			x						
	14	x		x						
	15	x		x						
115	16		x							
118	17	x	x							
	1		x							
	2				x			x		
	3			x						
	4			x						
	5							x		
	6			x						
121	7							x		
	1				x					
	2				x					
	3	x						x		
	4					x				
123	1		x					x		
	2	x								
127	1							x		
	2			x						
	3			x						
	4							x		
	5			x						
133	1		x							
	2	x						x		
136 (Kennen Sie sich aus)	1							x		
	2			x						
	3			x						
	4			x		x				
	5	x								
	6			x		x				
	7	x								
	8	x		x						
	9	x						x		
	10							x		
	11			x				x		
	12			x						
140	1		x							
	2		x							
	3	x								
	4			x						
	5			x						
	6			x						
	7							x		

## Anhang

Dorn-Baader: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
147	1		x		x				
149	1				x				
	2		x						
153	1				x				
	2	x							
	3	x					x		
157	1		x						
	2	x	x						
163	1	x							
	2	x							
	3		x						
	4	x							
	5	x							
	6		x						
165	1	x	x						
	2		x						
	3	x							
167	1	x							
	2		x						
	3		x						
168	1	x							
170	1		x						
	2	x							
	3	x							
	4		x			x			
	5		x						
	6		x						
173	1				x				
	2		x						
175	1	x			x				
	2	x			x				
	3	x							
177	1	x							
	2	x							
	3	x							
179	1					x			
181	1	x							
	2	x							
	3	x							
183	1	x							
	2	x							
	3	x	x						
	4		x	x	x				
187	1	x							
189	1	x							
	2	x	x						
	3		x						
	4	x							
	5	x							
	6		x						
	7		x						

## Anhang

Dorn-Baader: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
190	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
204 (Kennen Sie sich aus)	1	x	x						
	2	x							
	3	x							
	4	x							
	5	x	x						
	6	x							
	7	x	x						
	8	x							
	9	x							
	10	x	x						
	11	x							
	12	x							
	13	x							
	14			x					
	15	x							
	205	16		x					
208	1		x						
	2		x						
	3								
	4			x					
	5								
	6								
	7			x					
209	1	x							
2			x						
211	1	x							
213	1	x	x						
	2	x							
	3	x	x						
	4	x	x						
	5								
215	1		x						
	2		x						
	3		x						
217	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
219	1		x		x				
	2					x			
	3	x							
220	1							x	
	2							x	

## Anhang

Dorn-Baader: Physik Oberstufe									
Seite	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
223	1	x							
	2			x					
	3		x						
	4		x						
	5	x							
	6			x					
	7	x		x					
	8			x					
225	1	x							
	2	x							
	3		x						
	4	x				x			
228 (Kennen Sie sich aus)	1		x			x			
	2		x				x		
	3					x			
	4	x		x					
	5			x					
	6	x		x		x			
	7			x					
229	8					x			
	9	x							
	10			x					
	11			x		x			
	12			x					
232	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5		x						
	6		x						
249	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4	x							
	5	x							
250	1		x						
	2		x				x		
	3		x						
	4		x				x		
	5		x						
	6		x						
255	1		x						
	2		x						
	3		x						
	4		x						
	5	x							
257	1	x							
	2	x							
	3		x						
259	1	x	x						
	2	x							
	3		x						

## Anhang

Seite	Dorn-Baader: Physik Oberstufe									
	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf.	Int.	Kommunik.	Sonst.
269	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4		x							
	5		x							
271	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4		x							
272	1		x							
	2		x							
	3		x							
	4		x							
	5	x								
	6		x							
	7		x							
292 (Kennen Sie sich aus)	1	x	x							
	2	x								
	3	x	x							
	4		x							
	5		x		x			x		
	6	x	x							
	7							x		
	8	x	x							
	9							x		
293	10		x							
	11	x	x							
	12		x							
	13		x							
	14		x							
	15		x							
	16	x								
	17			x						
296	1	x	x							
	2		x							
	3	x								
	4	x								
	5	x	x							
	6	x	x							
	7	x								
297	1		x							
299	1		x							
	2		x							
	3		x							
301	1		x							
303	1	x								
	2		x							
	3	x								
	4		x							

## Anhang

Seite	Dorn-Baader: Physik Oberstufe								
	Aufg.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
305	1	x							
	2	x							
	3	x							
307	1		x						
	2	x							
	3	x							
309	1		x						
	2	x							
	3	x							
311	1	x							
313	1		x						
	2	x							
	3	x					x		
	4	x							
	5	x							
315	1	x							
	2	x							
316	1	x							
	2	x							
	3		x						
	4	x							
319	1				x		x		
	2	x							
321	1		x						
	2		x						
	3	x				x			
326 (Kennen Sie sich aus)	1	x	x						
	2		x						
	3			x					
	4			x					
	5	x	x						
	6		x						
	7	x	x						
	8	x							
	9	x							
	10	x							
	11			x					
	12			x					
	13	x	x						
	14	x							
	15	x							
	16	x							
	Anz.	Quant.	Qual.	Semi-Quant.	Skizz.	Exp.	Graf. Int.	Kommunik.	Sonst.
	459	221	230	5	59	24	27	0	1

## C Excel-Berechnungen zu Kapitel 7.2.7

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
1.00E-01	9.00E+00	1.80E+02	4.50E-01	4.50E-02	1.60E-01	5.19E-04	1.88E-03
2.00E-01	9.00E+00	7.29E+01	1.83E-01	3.66E-02	1.30E-01	1.04E-03	3.75E-03
3.00E-01	9.00E+00	4.31E+01	1.08E-01	3.24E-02	1.15E-01	1.56E-03	5.63E-03
4.00E-01	9.00E+00	2.96E+01	7.42E-02	2.97E-02	1.06E-01	2.08E-03	7.50E-03
5.00E-01	9.00E+00	2.22E+01	5.55E-02	2.78E-02	9.87E-02	3.47E-03	1.25E-02
6.00E-01	9.00E+00	1.46E+01	3.65E-02	2.19E-02	7.79E-02	4.73E-03	1.71E-02
7.00E-01	9.00E+00	1.02E+01	2.56E-02	1.79E-02	6.38E-02	6.15E-03	2.22E-02
8.00E-01	9.00E+00	7.52E+00	1.88E-02	1.51E-02	5.36E-02	7.72E-03	2.79E-02
9.00E-01	9.00E+00	5.73E+00	1.44E-02	1.29E-02	4.60E-02	9.43E-03	3.41E-02
1.00E+00	9.00E+00	4.50E+00	1.13E-02	1.13E-02	4.01E-02	1.13E-02	4.08E-02
1.10E+00	7.88E+00	3.16E+00	7.93E-03	8.73E-03	3.10E-02	1.16E-02	4.20E-02
1.20E+00	5.81E+00	1.91E+00	4.79E-03	5.75E-03	2.04E-02	9.93E-03	3.59E-02
1.30E+00	4.39E+00	1.20E+00	3.01E-03	3.91E-03	1.39E-02	8.60E-03	3.11E-02
1.40E+00	3.39E+00	7.81E-01	1.96E-03	2.74E-03	9.75E-03	7.52E-03	2.72E-02
1.50E+00	2.66E+00	5.24E-01	1.31E-03	1.97E-03	7.00E-03	6.64E-03	2.40E-02
1.60E+00	2.12E+00	3.60E-01	9.03E-04	1.44E-03	5.13E-03	5.92E-03	2.14E-02
1.70E+00	1.72E+00	2.53E-01	6.35E-04	1.08E-03	3.84E-03	5.30E-03	1.92E-02
1.80E+00	1.41E+00	1.82E-01	4.56E-04	8.21E-04	2.92E-03	4.79E-03	1.73E-02
1.90E+00	1.16E+00	1.33E-01	3.33E-04	6.33E-04	2.25E-03	4.34E-03	1.57E-02
2.00E+00	9.72E-01	9.87E-02	2.47E-04	4.95E-04	1.76E-03	3.96E-03	1.43E-02
2.10E+00	8.56E-01	7.77E-02	1.95E-04	4.09E-04	1.45E-03	3.66E-03	1.32E-02
2.20E+00	7.59E-01	6.19E-02	1.55E-04	3.41E-04	1.21E-03	3.43E-03	1.24E-02
2.30E+00	6.76E-01	4.98E-02	1.25E-04	2.87E-04	1.02E-03	3.22E-03	1.17E-02
2.40E+00	6.05E-01	4.04E-02	1.01E-04	2.43E-04	8.64E-04	3.04E-03	1.10E-02
2.50E+00	5.44E-01	3.31E-02	8.29E-05	2.07E-04	7.37E-04	2.87E-03	1.04E-02
2.60E+00	4.92E-01	2.73E-02	6.84E-05	1.78E-04	6.32E-04	2.71E-03	9.81E-03
2.70E+00	4.46E-01	2.27E-02	5.69E-05	1.54E-04	5.46E-04	2.57E-03	9.31E-03
2.80E+00	4.05E-01	1.90E-02	4.76E-05	1.33E-04	4.74E-04	2.45E-03	8.85E-03
2.90E+00	3.70E-01	1.60E-02	4.01E-05	1.16E-04	4.13E-04	2.33E-03	8.42E-03
3.00E+00	3.39E-01	1.35E-02	3.39E-05	1.02E-04	3.62E-04	2.22E-03	8.03E-03
3.10E+00	3.11E-01	1.15E-02	2.89E-05	8.96E-05	3.18E-04	2.12E-03	7.67E-03
3.20E+00	2.86E-01	9.87E-03	2.47E-05	7.92E-05	2.81E-04	2.03E-03	7.34E-03
3.30E+00	2.64E-01	8.49E-03	2.13E-05	7.02E-05	2.50E-04	1.94E-03	7.03E-03
3.40E+00	2.45E-01	7.33E-03	1.84E-05	6.25E-05	2.22E-04	1.86E-03	6.74E-03
3.50E+00	2.27E-01	6.36E-03	1.59E-05	5.58E-05	1.98E-04	1.79E-03	6.47E-03
3.60E+00	2.11E-01	5.54E-03	1.39E-05	5.00E-05	1.78E-04	1.72E-03	6.22E-03
3.70E+00	1.96E-01	4.84E-03	1.21E-05	4.49E-05	1.60E-04	1.66E-03	5.99E-03
3.80E+00	1.83E-01	4.25E-03	1.07E-05	4.05E-05	1.44E-04	1.60E-03	5.77E-03
3.90E+00	1.71E-01	3.74E-03	9.38E-06	3.66E-05	1.30E-04	1.54E-03	5.56E-03
4.00E+00	1.60E-01	3.31E-03	8.29E-06	3.32E-05	1.18E-04	1.49E-03	5.37E-03
4.10E+00	1.50E-01	2.93E-03	7.34E-06	3.01E-05	1.07E-04	1.43E-03	5.19E-03
4.20E+00	1.41E-01	2.60E-03	6.53E-06	2.74E-05	9.74E-05	1.39E-03	5.01E-03
4.30E+00	1.33E-01	2.32E-03	5.81E-06	2.50E-05	8.89E-05	1.34E-03	4.85E-03
4.40E+00	1.25E-01	2.07E-03	5.20E-06	2.29E-05	8.13E-05	1.30E-03	4.70E-03
4.50E+00	1.18E-01	1.86E-03	4.65E-06	2.09E-05	7.44E-05	1.26E-03	4.55E-03
4.60E+00	1.12E-01	1.67E-03	4.18E-06	1.92E-05	6.83E-05	1.22E-03	4.41E-03
4.70E+00	1.05E-01	1.50E-03	3.76E-06	1.77E-05	6.28E-05	1.19E-03	4.28E-03
4.80E+00	9.98E-02	1.35E-03	3.39E-06	1.63E-05	5.79E-05	1.15E-03	4.16E-03
4.90E+00	9.46E-02	1.22E-03	3.07E-06	1.50E-05	5.34E-05	1.12E-03	4.04E-03
5.00E+00	8.98E-02	1.11E-03	2.78E-06	1.39E-05	4.94E-05	1.09E-03	3.93E-03

## Anhang

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
5.10E+00	8.53E-02	1.01E-03	2.52E-06	1.29E-05	4.57E-05	1.06E-03	3.82E-03
5.20E+00	8.11E-02	9.14E-04	2.29E-06	1.19E-05	4.24E-05	1.03E-03	3.72E-03
5.30E+00	7.72E-02	8.33E-04	2.09E-06	1.11E-05	3.93E-05	1.00E-03	3.62E-03
5.40E+00	7.35E-02	7.60E-04	1.90E-06	1.03E-05	3.66E-05	9.76E-04	3.53E-03
5.50E+00	7.01E-02	6.95E-04	1.74E-06	9.57E-06	3.40E-05	9.51E-04	3.44E-03
5.60E+00	6.69E-02	6.36E-04	1.59E-06	8.92E-06	3.17E-05	9.27E-04	3.35E-03
5.70E+00	6.39E-02	5.83E-04	1.46E-06	8.33E-06	2.96E-05	9.05E-04	3.27E-03
5.80E+00	6.10E-02	5.35E-04	1.34E-06	7.78E-06	2.77E-05	8.83E-04	3.19E-03
5.90E+00	5.84E-02	4.92E-04	1.23E-06	7.28E-06	2.59E-05	8.62E-04	3.12E-03
6.00E+00	5.59E-02	4.53E-04	1.14E-06	6.82E-06	2.42E-05	8.42E-04	3.04E-03
6.10E+00	5.35E-02	4.18E-04	1.05E-06	6.39E-06	2.27E-05	8.23E-04	2.97E-03
6.20E+00	5.13E-02	3.86E-04	9.68E-07	6.00E-06	2.13E-05	8.04E-04	2.91E-03
6.30E+00	4.92E-02	3.57E-04	8.95E-07	5.64E-06	2.00E-05	7.86E-04	2.84E-03
6.40E+00	4.73E-02	3.30E-04	8.28E-07	5.30E-06	1.88E-05	7.69E-04	2.78E-03
6.50E+00	4.54E-02	3.06E-04	7.68E-07	4.99E-06	1.77E-05	7.53E-04	2.72E-03
6.60E+00	4.36E-02	2.84E-04	7.12E-07	4.70E-06	1.67E-05	7.37E-04	2.66E-03
6.70E+00	4.19E-02	2.64E-04	6.62E-07	4.43E-06	1.58E-05	7.21E-04	2.61E-03
6.80E+00	4.04E-02	2.46E-04	6.16E-07	4.19E-06	1.49E-05	7.07E-04	2.55E-03
6.90E+00	3.89E-02	2.29E-04	5.73E-07	3.95E-06	1.41E-05	6.92E-04	2.50E-03
7.00E+00	3.74E-02	2.13E-04	5.34E-07	3.74E-06	1.33E-05	6.78E-04	2.45E-03
7.10E+00	3.61E-02	1.99E-04	4.98E-07	3.54E-06	1.26E-05	6.65E-04	2.40E-03
7.20E+00	3.48E-02	1.86E-04	4.65E-07	3.35E-06	1.19E-05	6.52E-04	2.36E-03
7.30E+00	3.36E-02	1.73E-04	4.35E-07	3.17E-06	1.13E-05	6.40E-04	2.31E-03
7.40E+00	3.24E-02	1.62E-04	4.07E-07	3.01E-06	1.07E-05	6.28E-04	2.27E-03
7.50E+00	3.13E-02	1.52E-04	3.81E-07	2.86E-06	1.02E-05	6.16E-04	2.23E-03
7.60E+00	3.02E-02	1.42E-04	3.57E-07	2.71E-06	9.64E-06	6.05E-04	2.19E-03
7.70E+00	2.92E-02	1.34E-04	3.35E-07	2.58E-06	9.16E-06	5.94E-04	2.15E-03
7.80E+00	2.83E-02	1.25E-04	3.14E-07	2.45E-06	8.71E-06	5.83E-04	2.11E-03
7.90E+00	2.73E-02	1.18E-04	2.95E-07	2.33E-06	8.29E-06	5.73E-04	2.07E-03
8.00E+00	2.65E-02	1.11E-04	2.78E-07	2.22E-06	7.89E-06	5.63E-04	2.03E-03
8.10E+00	2.56E-02	1.04E-04	2.61E-07	2.12E-06	7.52E-06	5.53E-04	2.00E-03
8.20E+00	2.48E-02	9.81E-05	2.46E-07	2.02E-06	7.17E-06	5.44E-04	1.97E-03
8.30E+00	2.40E-02	9.25E-05	2.32E-07	1.92E-06	6.84E-06	5.35E-04	1.93E-03
8.40E+00	2.33E-02	8.72E-05	2.19E-07	1.84E-06	6.53E-06	5.26E-04	1.90E-03
8.50E+00	2.26E-02	8.23E-05	2.06E-07	1.75E-06	6.23E-06	5.17E-04	1.87E-03
8.60E+00	2.19E-02	7.77E-05	1.95E-07	1.67E-06	5.95E-06	5.09E-04	1.84E-03
8.70E+00	2.13E-02	7.34E-05	1.84E-07	1.60E-06	5.69E-06	5.00E-04	1.81E-03
8.80E+00	2.06E-02	6.94E-05	1.74E-07	1.53E-06	5.44E-06	4.92E-04	1.78E-03
8.90E+00	2.00E-02	6.57E-05	1.65E-07	1.47E-06	5.21E-06	4.85E-04	1.75E-03
9.00E+00	1.95E-02	6.22E-05	1.56E-07	1.40E-06	4.99E-06	4.77E-04	1.73E-03
9.10E+00	1.89E-02	5.89E-05	1.48E-07	1.34E-06	4.78E-06	4.70E-04	1.70E-03
9.20E+00	1.84E-02	5.58E-05	1.40E-07	1.29E-06	4.58E-06	4.63E-04	1.67E-03
9.30E+00	1.79E-02	5.30E-05	1.33E-07	1.23E-06	4.39E-06	4.56E-04	1.65E-03
9.40E+00	1.74E-02	5.02E-05	1.26E-07	1.18E-06	4.21E-06	4.49E-04	1.62E-03
9.50E+00	1.69E-02	4.77E-05	1.20E-07	1.14E-06	4.04E-06	4.42E-04	1.60E-03
9.60E+00	1.65E-02	4.53E-05	1.14E-07	1.09E-06	3.88E-06	4.36E-04	1.58E-03
9.70E+00	1.60E-02	4.31E-05	1.08E-07	1.05E-06	3.72E-06	4.30E-04	1.55E-03
9.80E+00	1.56E-02	4.10E-05	1.03E-07	1.01E-06	3.58E-06	4.24E-04	1.53E-03
9.90E+00	1.52E-02	3.90E-05	9.77E-08	9.67E-07	3.44E-06	4.18E-04	1.51E-03
1.00E+01	1.48E-02	3.71E-05	9.30E-08	9.30E-07	3.31E-06	4.12E-04	1.49E-03

## Anhang

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
1.01E+01	1.44E-02	3.53E-05	8.86E-08	8.95E-07	3.18E-06	4.06E-04	1.47E-03
1.02E+01	1.41E-02	3.37E-05	8.44E-08	8.61E-07	3.06E-06	4.01E-04	1.45E-03
1.03E+01	1.37E-02	3.21E-05	8.05E-08	8.29E-07	2.95E-06	3.95E-04	1.43E-03
1.04E+01	1.34E-02	3.06E-05	7.67E-08	7.98E-07	2.84E-06	3.90E-04	1.41E-03
1.05E+01	1.30E-02	2.92E-05	7.32E-08	7.69E-07	2.73E-06	3.85E-04	1.39E-03
1.06E+01	1.27E-02	2.79E-05	6.99E-08	7.41E-07	2.63E-06	3.80E-04	1.37E-03
1.07E+01	1.24E-02	2.66E-05	6.68E-08	7.14E-07	2.54E-06	3.75E-04	1.35E-03
1.08E+01	1.21E-02	2.54E-05	6.38E-08	6.89E-07	2.45E-06	3.70E-04	1.34E-03
1.09E+01	1.18E-02	2.43E-05	6.10E-08	6.65E-07	2.36E-06	3.65E-04	1.32E-03
1.10E+01	1.16E-02	2.33E-05	5.83E-08	6.41E-07	2.28E-06	3.60E-04	1.30E-03
1.11E+01	1.13E-02	2.23E-05	5.58E-08	6.19E-07	2.20E-06	3.56E-04	1.29E-03
1.12E+01	1.10E-02	2.13E-05	5.34E-08	5.98E-07	2.13E-06	3.51E-04	1.27E-03
1.13E+01	1.08E-02	2.04E-05	5.11E-08	5.77E-07	2.05E-06	3.47E-04	1.25E-03
1.14E+01	1.05E-02	1.95E-05	4.89E-08	5.58E-07	1.98E-06	3.43E-04	1.24E-03
1.15E+01	1.03E-02	1.87E-05	4.69E-08	5.39E-07	1.92E-06	3.39E-04	1.22E-03
1.16E+01	1.01E-02	1.79E-05	4.49E-08	5.21E-07	1.85E-06	3.35E-04	1.21E-03
1.17E+01	9.84E-03	1.72E-05	4.31E-08	5.04E-07	1.79E-06	3.31E-04	1.19E-03
1.18E+01	9.63E-03	1.65E-05	4.13E-08	4.88E-07	1.73E-06	3.27E-04	1.18E-03
1.19E+01	9.42E-03	1.58E-05	3.97E-08	4.72E-07	1.68E-06	3.23E-04	1.17E-03
1.20E+01	9.22E-03	1.52E-05	3.81E-08	4.57E-07	1.62E-06	3.19E-04	1.15E-03
1.21E+01	9.02E-03	1.46E-05	3.66E-08	4.42E-07	1.57E-06	3.15E-04	1.14E-03
1.22E+01	8.83E-03	1.40E-05	3.51E-08	4.28E-07	1.52E-06	3.12E-04	1.13E-03
1.23E+01	8.64E-03	1.35E-05	3.37E-08	4.15E-07	1.47E-06	3.08E-04	1.11E-03
1.24E+01	8.46E-03	1.29E-05	3.24E-08	4.02E-07	1.43E-06	3.05E-04	1.10E-03
1.25E+01	8.29E-03	1.24E-05	3.12E-08	3.90E-07	1.38E-06	3.01E-04	1.09E-03
1.26E+01	8.12E-03	1.20E-05	3.00E-08	3.78E-07	1.34E-06	2.98E-04	1.08E-03
1.27E+01	7.95E-03	1.15E-05	2.88E-08	3.66E-07	1.30E-06	2.95E-04	1.07E-03
1.28E+01	7.79E-03	1.11E-05	2.77E-08	3.55E-07	1.26E-06	2.91E-04	1.05E-03
1.29E+01	7.64E-03	1.07E-05	2.67E-08	3.45E-07	1.22E-06	2.88E-04	1.04E-03
1.30E+01	7.49E-03	1.03E-05	2.57E-08	3.34E-07	1.19E-06	2.85E-04	1.03E-03
1.31E+01	7.34E-03	9.88E-06	2.48E-08	3.24E-07	1.15E-06	2.82E-04	1.02E-03
1.32E+01	7.19E-03	9.52E-06	2.39E-08	3.15E-07	1.12E-06	2.79E-04	1.01E-03
1.33E+01	7.05E-03	9.17E-06	2.30E-08	3.06E-07	1.09E-06	2.76E-04	9.99E-04
1.34E+01	6.92E-03	8.84E-06	2.22E-08	2.97E-07	1.06E-06	2.73E-04	9.88E-04
1.35E+01	6.79E-03	8.53E-06	2.14E-08	2.89E-07	1.03E-06	2.71E-04	9.78E-04
1.36E+01	6.66E-03	8.22E-06	2.06E-08	2.80E-07	9.97E-07	2.68E-04	9.68E-04
1.37E+01	6.53E-03	7.93E-06	1.99E-08	2.72E-07	9.69E-07	2.65E-04	9.58E-04
1.38E+01	6.41E-03	7.66E-06	1.92E-08	2.65E-07	9.42E-07	2.62E-04	9.48E-04
1.39E+01	6.29E-03	7.39E-06	1.85E-08	2.58E-07	9.15E-07	2.60E-04	9.39E-04
1.40E+01	6.17E-03	7.14E-06	1.79E-08	2.50E-07	8.90E-07	2.57E-04	9.29E-04
1.41E+01	6.06E-03	6.89E-06	1.73E-08	2.44E-07	8.66E-07	2.55E-04	9.20E-04
1.42E+01	5.95E-03	6.66E-06	1.67E-08	2.37E-07	8.42E-07	2.52E-04	9.11E-04
1.43E+01	5.84E-03	6.43E-06	1.61E-08	2.31E-07	8.19E-07	2.50E-04	9.02E-04
1.44E+01	5.74E-03	6.22E-06	1.56E-08	2.24E-07	7.98E-07	2.47E-04	8.93E-04
1.45E+01	5.64E-03	6.01E-06	1.51E-08	2.18E-07	7.76E-07	2.45E-04	8.85E-04
1.46E+01	5.54E-03	5.81E-06	1.46E-08	2.13E-07	7.56E-07	2.42E-04	8.76E-04
1.47E+01	5.44E-03	5.62E-06	1.41E-08	2.07E-07	7.36E-07	2.40E-04	8.68E-04
1.48E+01	5.34E-03	5.43E-06	1.36E-08	2.02E-07	7.17E-07	2.38E-04	8.60E-04
1.49E+01	5.25E-03	5.26E-06	1.32E-08	1.96E-07	6.98E-07	2.36E-04	8.52E-04
1.50E+01	5.16E-03	5.09E-06	1.28E-08	1.91E-07	6.80E-07	2.33E-04	8.44E-04

## Anhang

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
1.51E+01	5.07E-03	4.93E-06	1.23E-08	1.86E-07	6.63E-07	2.31E-04	8.36E-04
1.52E+01	4.99E-03	4.77E-06	1.20E-08	1.82E-07	6.46E-07	2.29E-04	8.28E-04
1.53E+01	4.90E-03	4.62E-06	1.16E-08	1.77E-07	6.30E-07	2.27E-04	8.21E-04
1.54E+01	4.82E-03	4.47E-06	1.12E-08	1.73E-07	6.14E-07	2.25E-04	8.13E-04
1.55E+01	4.74E-03	4.33E-06	1.09E-08	1.68E-07	5.99E-07	2.23E-04	8.06E-04
1.56E+01	4.66E-03	4.20E-06	1.05E-08	1.64E-07	5.84E-07	2.21E-04	7.99E-04
1.57E+01	4.58E-03	4.07E-06	1.02E-08	1.60E-07	5.69E-07	2.19E-04	7.92E-04
1.58E+01	4.51E-03	3.94E-06	9.89E-09	1.56E-07	5.55E-07	2.17E-04	7.85E-04
1.59E+01	4.43E-03	3.82E-06	9.59E-09	1.52E-07	5.42E-07	2.15E-04	7.78E-04
1.60E+01	4.36E-03	3.71E-06	9.30E-09	1.49E-07	5.29E-07	2.13E-04	7.71E-04
1.61E+01	4.29E-03	3.60E-06	9.02E-09	1.45E-07	5.16E-07	2.11E-04	7.64E-04
1.62E+01	4.22E-03	3.49E-06	8.75E-09	1.42E-07	5.04E-07	2.10E-04	7.58E-04
1.63E+01	4.16E-03	3.39E-06	8.49E-09	1.38E-07	4.92E-07	2.08E-04	7.51E-04
1.64E+01	4.09E-03	3.29E-06	8.24E-09	1.35E-07	4.80E-07	2.06E-04	7.45E-04
1.65E+01	4.03E-03	3.19E-06	8.00E-09	1.32E-07	4.69E-07	2.04E-04	7.38E-04
1.66E+01	3.96E-03	3.10E-06	7.76E-09	1.29E-07	4.58E-07	2.03E-04	7.32E-04
1.67E+01	3.90E-03	3.01E-06	7.54E-09	1.26E-07	4.47E-07	2.01E-04	7.26E-04
1.68E+01	3.84E-03	2.92E-06	7.32E-09	1.23E-07	4.37E-07	1.99E-04	7.20E-04
1.69E+01	3.78E-03	2.84E-06	7.11E-09	1.20E-07	4.27E-07	1.98E-04	7.14E-04
1.70E+01	3.73E-03	2.76E-06	6.91E-09	1.17E-07	4.17E-07	1.96E-04	7.08E-04
1.71E+01	3.67E-03	2.68E-06	6.71E-09	1.15E-07	4.08E-07	1.94E-04	7.02E-04
1.72E+01	3.61E-03	2.60E-06	6.52E-09	1.12E-07	3.99E-07	1.93E-04	6.97E-04
1.73E+01	3.56E-03	2.53E-06	6.34E-09	1.10E-07	3.90E-07	1.91E-04	6.91E-04
1.74E+01	3.51E-03	2.46E-06	6.16E-09	1.07E-07	3.81E-07	1.90E-04	6.85E-04
1.75E+01	3.46E-03	2.39E-06	5.99E-09	1.05E-07	3.73E-07	1.88E-04	6.80E-04
1.76E+01	3.41E-03	2.33E-06	5.83E-09	1.03E-07	3.65E-07	1.87E-04	6.75E-04
1.77E+01	3.36E-03	2.26E-06	5.67E-09	1.00E-07	3.57E-07	1.85E-04	6.69E-04
1.78E+01	3.31E-03	2.20E-06	5.51E-09	9.82E-08	3.49E-07	1.84E-04	6.64E-04
1.79E+01	3.26E-03	2.14E-06	5.36E-09	9.60E-08	3.41E-07	1.82E-04	6.59E-04
1.80E+01	3.21E-03	2.08E-06	5.22E-09	9.40E-08	3.34E-07	1.81E-04	6.54E-04
1.81E+01	3.17E-03	2.03E-06	5.08E-09	9.20E-08	3.27E-07	1.79E-04	6.49E-04
1.82E+01	3.12E-03	1.97E-06	4.95E-09	9.00E-08	3.20E-07	1.78E-04	6.44E-04
1.83E+01	3.08E-03	1.92E-06	4.81E-09	8.81E-08	3.13E-07	1.77E-04	6.39E-04
1.84E+01	3.03E-03	1.87E-06	4.69E-09	8.62E-08	3.07E-07	1.75E-04	6.34E-04
1.85E+01	2.99E-03	1.82E-06	4.56E-09	8.44E-08	3.00E-07	1.74E-04	6.29E-04
1.86E+01	2.95E-03	1.77E-06	4.45E-09	8.27E-08	2.94E-07	1.73E-04	6.24E-04
1.87E+01	2.91E-03	1.73E-06	4.33E-09	8.10E-08	2.88E-07	1.71E-04	6.20E-04
1.88E+01	2.87E-03	1.68E-06	4.22E-09	7.93E-08	2.82E-07	1.70E-04	6.15E-04
1.89E+01	2.83E-03	1.64E-06	4.11E-09	7.77E-08	2.76E-07	1.69E-04	6.11E-04
1.90E+01	2.79E-03	1.60E-06	4.01E-09	7.61E-08	2.71E-07	1.68E-04	6.06E-04
1.91E+01	2.75E-03	1.56E-06	3.90E-09	7.46E-08	2.65E-07	1.66E-04	6.02E-04
1.92E+01	2.72E-03	1.52E-06	3.81E-09	7.31E-08	2.60E-07	1.65E-04	5.97E-04
1.93E+01	2.68E-03	1.48E-06	3.71E-09	7.16E-08	2.54E-07	1.64E-04	5.93E-04
1.94E+01	2.64E-03	1.44E-06	3.62E-09	7.02E-08	2.49E-07	1.63E-04	5.89E-04
1.95E+01	2.61E-03	1.41E-06	3.53E-09	6.88E-08	2.44E-07	1.62E-04	5.84E-04
1.96E+01	2.57E-03	1.37E-06	3.44E-09	6.74E-08	2.40E-07	1.61E-04	5.80E-04
1.97E+01	2.54E-03	1.34E-06	3.35E-09	6.61E-08	2.35E-07	1.59E-04	5.76E-04
1.98E+01	2.51E-03	1.31E-06	3.27E-09	6.48E-08	2.30E-07	1.58E-04	5.72E-04
1.99E+01	2.47E-03	1.27E-06	3.19E-09	6.35E-08	2.26E-07	1.57E-04	5.68E-04
2.00E+01	2.44E-03	1.24E-06	3.12E-09	6.23E-08	2.21E-07	1.56E-04	5.64E-04

## Anhang

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
2.01E+01	2.44E-03	1.23E-06	3.08E-09	6.18E-08	2.20E-07	1.55E-04	5.61E-04
2.02E+01	2.44E-03	1.21E-06	3.04E-09	6.13E-08	2.18E-07	1.54E-04	5.57E-04
2.03E+01	2.43E-03	1.20E-06	3.00E-09	6.09E-08	2.16E-07	1.53E-04	5.54E-04
2.04E+01	2.43E-03	1.18E-06	2.96E-09	6.04E-08	2.15E-07	1.52E-04	5.50E-04
2.05E+01	2.42E-03	1.17E-06	2.92E-09	5.99E-08	2.13E-07	1.51E-04	5.47E-04
2.06E+01	2.42E-03	1.15E-06	2.89E-09	5.94E-08	2.11E-07	1.50E-04	5.43E-04
2.07E+01	2.42E-03	1.14E-06	2.85E-09	5.90E-08	2.10E-07	1.49E-04	5.40E-04
2.08E+01	2.41E-03	1.12E-06	2.81E-09	5.85E-08	2.08E-07	1.48E-04	5.36E-04
2.09E+01	2.41E-03	1.11E-06	2.78E-09	5.81E-08	2.06E-07	1.47E-04	5.33E-04
2.10E+01	2.41E-03	1.10E-06	2.74E-09	5.76E-08	2.05E-07	1.47E-04	5.30E-04
2.11E+01	2.40E-03	1.08E-06	2.71E-09	5.72E-08	2.03E-07	1.46E-04	5.27E-04
2.12E+01	2.40E-03	1.07E-06	2.68E-09	5.68E-08	2.02E-07	1.45E-04	5.23E-04
2.13E+01	2.40E-03	1.06E-06	2.65E-09	5.63E-08	2.00E-07	1.44E-04	5.20E-04
2.14E+01	2.39E-03	1.04E-06	2.61E-09	5.59E-08	1.99E-07	1.43E-04	5.17E-04
2.15E+01	2.39E-03	1.03E-06	2.58E-09	5.55E-08	1.97E-07	1.42E-04	5.14E-04
2.16E+01	2.39E-03	1.02E-06	2.55E-09	5.51E-08	1.96E-07	1.41E-04	5.11E-04
2.17E+01	2.38E-03	1.01E-06	2.52E-09	5.47E-08	1.94E-07	1.40E-04	5.08E-04
2.18E+01	2.38E-03	9.94E-07	2.49E-09	5.43E-08	1.93E-07	1.40E-04	5.05E-04
2.19E+01	2.38E-03	9.82E-07	2.46E-09	5.39E-08	1.92E-07	1.39E-04	5.02E-04
2.20E+01	2.37E-03	9.70E-07	2.43E-09	5.35E-08	1.90E-07	1.38E-04	4.99E-04
2.21E+01	2.37E-03	9.59E-07	2.40E-09	5.31E-08	1.89E-07	1.37E-04	4.96E-04
2.22E+01	2.37E-03	9.48E-07	2.38E-09	5.27E-08	1.87E-07	1.36E-04	4.93E-04
2.23E+01	2.36E-03	9.37E-07	2.35E-09	5.24E-08	1.86E-07	1.36E-04	4.90E-04
2.24E+01	2.36E-03	9.26E-07	2.32E-09	5.20E-08	1.85E-07	1.35E-04	4.87E-04
2.25E+01	2.36E-03	9.15E-07	2.29E-09	5.16E-08	1.83E-07	1.34E-04	4.84E-04
2.26E+01	2.36E-03	9.05E-07	2.27E-09	5.13E-08	1.82E-07	1.33E-04	4.82E-04
2.27E+01	2.35E-03	8.94E-07	2.24E-09	5.09E-08	1.81E-07	1.32E-04	4.79E-04
2.28E+01	2.35E-03	8.84E-07	2.22E-09	5.05E-08	1.80E-07	1.32E-04	4.76E-04
2.29E+01	2.35E-03	8.74E-07	2.19E-09	5.02E-08	1.78E-07	1.31E-04	4.73E-04
2.30E+01	2.34E-03	8.64E-07	2.17E-09	4.98E-08	1.77E-07	1.30E-04	4.71E-04
2.31E+01	2.34E-03	8.55E-07	2.14E-09	4.95E-08	1.76E-07	1.29E-04	4.68E-04
2.32E+01	2.34E-03	8.45E-07	2.12E-09	4.91E-08	1.75E-07	1.29E-04	4.65E-04
2.33E+01	2.33E-03	8.36E-07	2.09E-09	4.88E-08	1.74E-07	1.28E-04	4.63E-04
2.34E+01	2.33E-03	8.26E-07	2.07E-09	4.85E-08	1.72E-07	1.27E-04	4.60E-04
2.35E+01	2.33E-03	8.17E-07	2.05E-09	4.81E-08	1.71E-07	1.27E-04	4.58E-04
2.36E+01	2.32E-03	8.08E-07	2.03E-09	4.78E-08	1.70E-07	1.26E-04	4.55E-04
2.37E+01	2.32E-03	8.00E-07	2.00E-09	4.75E-08	1.69E-07	1.25E-04	4.53E-04
2.38E+01	2.32E-03	7.91E-07	1.98E-09	4.72E-08	1.68E-07	1.25E-04	4.50E-04
2.39E+01	2.32E-03	7.82E-07	1.96E-09	4.69E-08	1.67E-07	1.24E-04	4.48E-04
2.40E+01	2.31E-03	7.74E-07	1.94E-09	4.66E-08	1.65E-07	1.23E-04	4.45E-04
2.41E+01	2.31E-03	7.66E-07	1.92E-09	4.62E-08	1.64E-07	1.23E-04	4.43E-04
2.42E+01	2.31E-03	7.57E-07	1.90E-09	4.59E-08	1.63E-07	1.22E-04	4.41E-04
2.43E+01	2.30E-03	7.49E-07	1.88E-09	4.56E-08	1.62E-07	1.21E-04	4.38E-04
2.44E+01	2.30E-03	7.41E-07	1.86E-09	4.53E-08	1.61E-07	1.21E-04	4.36E-04
2.45E+01	2.30E-03	7.33E-07	1.84E-09	4.50E-08	1.60E-07	1.20E-04	4.34E-04
2.46E+01	2.30E-03	7.26E-07	1.82E-09	4.48E-08	1.59E-07	1.19E-04	4.31E-04
2.47E+01	2.29E-03	7.18E-07	1.80E-09	4.45E-08	1.58E-07	1.19E-04	4.29E-04
2.48E+01	2.29E-03	7.11E-07	1.78E-09	4.42E-08	1.57E-07	1.18E-04	4.27E-04
2.49E+01	2.29E-03	7.03E-07	1.76E-09	4.39E-08	1.56E-07	1.17E-04	4.25E-04
2.50E+01	2.28E-03	6.96E-07	1.74E-09	4.36E-08	1.55E-07	1.17E-04	4.22E-04

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
2.51E+01	2.28E-03	6.89E-07	1.73E-09	4.33E-08	1.54E-07	1.16E-04	4.20E-04
2.52E+01	2.28E-03	6.82E-07	1.71E-09	4.31E-08	1.53E-07	1.16E-04	4.18E-04
2.53E+01	2.28E-03	6.75E-07	1.69E-09	4.28E-08	1.52E-07	1.15E-04	4.16E-04
2.54E+01	2.27E-03	6.68E-07	1.67E-09	4.25E-08	1.51E-07	1.14E-04	4.14E-04
2.55E+01	2.27E-03	6.61E-07	1.66E-09	4.22E-08	1.50E-07	1.14E-04	4.12E-04
2.56E+01	2.27E-03	6.54E-07	1.64E-09	4.20E-08	1.49E-07	1.13E-04	4.10E-04
2.57E+01	2.27E-03	6.48E-07	1.62E-09	4.17E-08	1.48E-07	1.13E-04	4.07E-04
2.58E+01	2.26E-03	6.41E-07	1.61E-09	4.15E-08	1.47E-07	1.12E-04	4.05E-04
2.59E+01	2.26E-03	6.35E-07	1.59E-09	4.12E-08	1.46E-07	1.12E-04	4.03E-04
2.60E+01	2.26E-03	6.28E-07	1.58E-09	4.10E-08	1.46E-07	1.11E-04	4.01E-04
2.61E+01	2.26E-03	6.22E-07	1.56E-09	4.07E-08	1.45E-07	1.10E-04	3.99E-04
2.62E+01	2.25E-03	6.16E-07	1.54E-09	4.05E-08	1.44E-07	1.10E-04	3.97E-04
2.63E+01	2.25E-03	6.10E-07	1.53E-09	4.02E-08	1.43E-07	1.09E-04	3.95E-04
2.64E+01	2.25E-03	6.04E-07	1.51E-09	4.00E-08	1.42E-07	1.09E-04	3.93E-04
2.65E+01	2.25E-03	5.98E-07	1.50E-09	3.97E-08	1.41E-07	1.08E-04	3.92E-04
2.66E+01	2.24E-03	5.92E-07	1.48E-09	3.95E-08	1.40E-07	1.08E-04	3.90E-04
2.67E+01	2.24E-03	5.87E-07	1.47E-09	3.93E-08	1.40E-07	1.07E-04	3.88E-04
2.68E+01	2.24E-03	5.81E-07	1.46E-09	3.90E-08	1.39E-07	1.07E-04	3.86E-04
2.69E+01	2.24E-03	5.75E-07	1.44E-09	3.88E-08	1.38E-07	1.06E-04	3.84E-04
2.70E+01	2.23E-03	5.70E-07	1.43E-09	3.86E-08	1.37E-07	1.06E-04	3.82E-04
2.71E+01	2.23E-03	5.64E-07	1.41E-09	3.83E-08	1.36E-07	1.05E-04	3.80E-04
2.72E+01	2.23E-03	5.59E-07	1.40E-09	3.81E-08	1.35E-07	1.05E-04	3.78E-04
2.73E+01	2.23E-03	5.54E-07	1.39E-09	3.79E-08	1.35E-07	1.04E-04	3.77E-04
2.74E+01	2.22E-03	5.48E-07	1.37E-09	3.77E-08	1.34E-07	1.04E-04	3.75E-04
2.75E+01	2.22E-03	5.43E-07	1.36E-09	3.74E-08	1.33E-07	1.03E-04	3.73E-04
2.76E+01	2.22E-03	5.38E-07	1.35E-09	3.72E-08	1.32E-07	1.03E-04	3.71E-04
2.77E+01	2.22E-03	5.33E-07	1.34E-09	3.70E-08	1.32E-07	1.02E-04	3.70E-04
2.78E+01	2.21E-03	5.28E-07	1.32E-09	3.68E-08	1.31E-07	1.02E-04	3.68E-04
2.79E+01	2.21E-03	5.23E-07	1.31E-09	3.66E-08	1.30E-07	1.01E-04	3.66E-04
2.80E+01	2.21E-03	5.18E-07	1.30E-09	3.64E-08	1.29E-07	1.01E-04	3.64E-04
2.81E+01	2.21E-03	5.14E-07	1.29E-09	3.62E-08	1.29E-07	1.00E-04	3.63E-04
2.82E+01	2.20E-03	5.09E-07	1.28E-09	3.60E-08	1.28E-07	9.99E-05	3.61E-04
2.83E+01	2.20E-03	5.04E-07	1.26E-09	3.58E-08	1.27E-07	9.94E-05	3.59E-04
2.84E+01	2.20E-03	5.00E-07	1.25E-09	3.56E-08	1.26E-07	9.90E-05	3.58E-04
2.85E+01	2.20E-03	4.95E-07	1.24E-09	3.54E-08	1.26E-07	9.85E-05	3.56E-04
2.86E+01	2.19E-03	4.91E-07	1.23E-09	3.52E-08	1.25E-07	9.81E-05	3.55E-04
2.87E+01	2.19E-03	4.86E-07	1.22E-09	3.50E-08	1.24E-07	9.76E-05	3.53E-04
2.88E+01	2.19E-03	4.82E-07	1.21E-09	3.48E-08	1.24E-07	9.72E-05	3.51E-04
2.89E+01	2.19E-03	4.77E-07	1.20E-09	3.46E-08	1.23E-07	9.68E-05	3.50E-04
2.90E+01	2.19E-03	4.73E-07	1.19E-09	3.44E-08	1.22E-07	9.63E-05	3.48E-04
2.91E+01	2.18E-03	4.69E-07	1.18E-09	3.42E-08	1.22E-07	9.59E-05	3.47E-04
2.92E+01	2.18E-03	4.65E-07	1.16E-09	3.40E-08	1.21E-07	9.55E-05	3.45E-04
2.93E+01	2.18E-03	4.61E-07	1.15E-09	3.38E-08	1.20E-07	9.51E-05	3.44E-04
2.94E+01	2.18E-03	4.57E-07	1.14E-09	3.36E-08	1.20E-07	9.46E-05	3.42E-04
2.95E+01	2.17E-03	4.53E-07	1.13E-09	3.35E-08	1.19E-07	9.42E-05	3.41E-04
2.96E+01	2.17E-03	4.49E-07	1.12E-09	3.33E-08	1.18E-07	9.38E-05	3.39E-04
2.97E+01	2.17E-03	4.45E-07	1.11E-09	3.31E-08	1.18E-07	9.34E-05	3.38E-04
2.98E+01	2.17E-03	4.41E-07	1.10E-09	3.29E-08	1.17E-07	9.30E-05	3.36E-04
2.99E+01	2.17E-03	4.37E-07	1.10E-09	3.28E-08	1.16E-07	9.26E-05	3.35E-04
3.00E+01	2.16E-03	4.33E-07	1.09E-09	3.26E-08	1.16E-07	9.22E-05	3.33E-04

## Anhang

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
3.01E+01	2.16E-03	4.29E-07	1.08E-09	3.24E-08	1.15E-07	9.18E-05	3.32E-04
3.02E+01	2.16E-03	4.26E-07	1.07E-09	3.22E-08	1.15E-07	9.14E-05	3.30E-04
3.03E+01	2.16E-03	4.22E-07	1.06E-09	3.21E-08	1.14E-07	9.10E-05	3.29E-04
3.04E+01	2.15E-03	4.19E-07	1.05E-09	3.19E-08	1.13E-07	9.06E-05	3.28E-04
3.05E+01	2.15E-03	4.15E-07	1.04E-09	3.17E-08	1.13E-07	9.02E-05	3.26E-04
3.06E+01	2.15E-03	4.11E-07	1.03E-09	3.16E-08	1.12E-07	8.98E-05	3.25E-04
3.07E+01	2.15E-03	4.08E-07	1.02E-09	3.14E-08	1.12E-07	8.95E-05	3.23E-04
3.08E+01	2.15E-03	4.05E-07	1.01E-09	3.12E-08	1.11E-07	8.91E-05	3.22E-04
3.09E+01	2.14E-03	4.01E-07	1.01E-09	3.11E-08	1.10E-07	8.87E-05	3.21E-04
3.10E+01	2.14E-03	3.98E-07	9.97E-10	3.09E-08	1.10E-07	8.83E-05	3.19E-04
3.11E+01	2.14E-03	3.94E-07	9.89E-10	3.08E-08	1.09E-07	8.80E-05	3.18E-04
3.12E+01	2.14E-03	3.91E-07	9.81E-10	3.06E-08	1.09E-07	8.76E-05	3.17E-04
3.13E+01	2.14E-03	3.88E-07	9.72E-10	3.04E-08	1.08E-07	8.72E-05	3.15E-04
3.14E+01	2.13E-03	3.85E-07	9.64E-10	3.03E-08	1.08E-07	8.69E-05	3.14E-04
3.15E+01	2.13E-03	3.82E-07	9.56E-10	3.01E-08	1.07E-07	8.65E-05	3.13E-04
3.16E+01	2.13E-03	3.78E-07	9.49E-10	3.00E-08	1.07E-07	8.62E-05	3.11E-04
3.17E+01	2.13E-03	3.75E-07	9.41E-10	2.98E-08	1.06E-07	8.58E-05	3.10E-04
3.18E+01	2.13E-03	3.72E-07	9.33E-10	2.97E-08	1.05E-07	8.55E-05	3.09E-04
3.19E+01	2.12E-03	3.69E-07	9.26E-10	2.95E-08	1.05E-07	8.51E-05	3.08E-04
3.20E+01	2.12E-03	3.66E-07	9.18E-10	2.94E-08	1.04E-07	8.48E-05	3.06E-04
3.21E+01	2.12E-03	3.63E-07	9.11E-10	2.92E-08	1.04E-07	8.44E-05	3.05E-04
3.22E+01	2.12E-03	3.60E-07	9.03E-10	2.91E-08	1.03E-07	8.41E-05	3.04E-04
3.23E+01	2.12E-03	3.57E-07	8.96E-10	2.89E-08	1.03E-07	8.37E-05	3.03E-04
3.24E+01	2.11E-03	3.55E-07	8.89E-10	2.88E-08	1.02E-07	8.34E-05	3.01E-04
3.25E+01	2.11E-03	3.52E-07	8.82E-10	2.87E-08	1.02E-07	8.31E-05	3.00E-04
3.26E+01	2.11E-03	3.49E-07	8.75E-10	2.85E-08	1.01E-07	8.27E-05	2.99E-04
3.27E+01	2.11E-03	3.46E-07	8.68E-10	2.84E-08	1.01E-07	8.24E-05	2.98E-04
3.28E+01	2.11E-03	3.44E-07	8.61E-10	2.82E-08	1.00E-07	8.21E-05	2.97E-04
3.29E+01	2.10E-03	3.41E-07	8.54E-10	2.81E-08	9.99E-08	8.18E-05	2.96E-04
3.30E+01	2.10E-03	3.38E-07	8.48E-10	2.80E-08	9.94E-08	8.14E-05	2.94E-04
3.31E+01	2.10E-03	3.35E-07	8.41E-10	2.78E-08	9.89E-08	8.11E-05	2.93E-04
3.32E+01	2.10E-03	3.33E-07	8.34E-10	2.77E-08	9.85E-08	8.08E-05	2.92E-04
3.33E+01	2.10E-03	3.30E-07	8.28E-10	2.76E-08	9.80E-08	8.05E-05	2.91E-04
3.34E+01	2.09E-03	3.28E-07	8.21E-10	2.74E-08	9.75E-08	8.02E-05	2.90E-04
3.35E+01	2.09E-03	3.25E-07	8.15E-10	2.73E-08	9.71E-08	7.99E-05	2.89E-04
3.36E+01	2.09E-03	3.23E-07	8.09E-10	2.72E-08	9.66E-08	7.96E-05	2.88E-04
3.37E+01	2.09E-03	3.20E-07	8.03E-10	2.70E-08	9.61E-08	7.92E-05	2.86E-04
3.38E+01	2.09E-03	3.18E-07	7.96E-10	2.69E-08	9.57E-08	7.89E-05	2.85E-04
3.39E+01	2.09E-03	3.15E-07	7.90E-10	2.68E-08	9.52E-08	7.86E-05	2.84E-04
3.40E+01	2.08E-03	3.13E-07	7.84E-10	2.67E-08	9.48E-08	7.83E-05	2.83E-04
3.41E+01	2.08E-03	3.10E-07	7.78E-10	2.65E-08	9.43E-08	7.80E-05	2.82E-04
3.42E+01	2.08E-03	3.08E-07	7.72E-10	2.64E-08	9.39E-08	7.77E-05	2.81E-04
3.43E+01	2.08E-03	3.06E-07	7.67E-10	2.63E-08	9.35E-08	7.74E-05	2.80E-04
3.44E+01	2.08E-03	3.03E-07	7.61E-10	2.62E-08	9.30E-08	7.72E-05	2.79E-04
3.45E+01	2.07E-03	3.01E-07	7.55E-10	2.60E-08	9.26E-08	7.69E-05	2.78E-04
3.46E+01	2.07E-03	2.99E-07	7.49E-10	2.59E-08	9.22E-08	7.66E-05	2.77E-04
3.47E+01	2.07E-03	2.97E-07	7.44E-10	2.58E-08	9.17E-08	7.63E-05	2.76E-04
3.48E+01	2.07E-03	2.95E-07	7.38E-10	2.57E-08	9.13E-08	7.60E-05	2.75E-04
3.49E+01	2.07E-03	2.92E-07	7.33E-10	2.56E-08	9.09E-08	7.57E-05	2.74E-04
3.50E+01	2.07E-03	2.90E-07	7.27E-10	2.55E-08	9.05E-08	7.54E-05	2.73E-04

## Anhang

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
3.51E+01	2.06E-03	2.88E-07	7.22E-10	2.53E-08	9.01E-08	7.52E-05	2.72E-04
3.52E+01	2.06E-03	2.86E-07	7.17E-10	2.52E-08	8.97E-08	7.49E-05	2.71E-04
3.53E+01	2.06E-03	2.84E-07	7.11E-10	2.51E-08	8.93E-08	7.46E-05	2.70E-04
3.54E+01	2.06E-03	2.82E-07	7.06E-10	2.50E-08	8.89E-08	7.43E-05	2.69E-04
3.55E+01	2.06E-03	2.80E-07	7.01E-10	2.49E-08	8.85E-08	7.41E-05	2.68E-04
3.56E+01	2.05E-03	2.78E-07	6.96E-10	2.48E-08	8.81E-08	7.38E-05	2.67E-04
3.57E+01	2.05E-03	2.76E-07	6.91E-10	2.47E-08	8.77E-08	7.35E-05	2.66E-04
3.58E+01	2.05E-03	2.74E-07	6.86E-10	2.46E-08	8.73E-08	7.33E-05	2.65E-04
3.59E+01	2.05E-03	2.72E-07	6.81E-10	2.44E-08	8.69E-08	7.30E-05	2.64E-04
3.60E+01	2.05E-03	2.70E-07	6.76E-10	2.43E-08	8.65E-08	7.27E-05	2.63E-04
3.61E+01	2.05E-03	2.68E-07	6.71E-10	2.42E-08	8.61E-08	7.25E-05	2.62E-04
3.62E+01	2.04E-03	2.66E-07	6.66E-10	2.41E-08	8.57E-08	7.22E-05	2.61E-04
3.63E+01	2.04E-03	2.64E-07	6.62E-10	2.40E-08	8.54E-08	7.19E-05	2.60E-04
3.64E+01	2.04E-03	2.62E-07	6.57E-10	2.39E-08	8.50E-08	7.17E-05	2.59E-04
3.65E+01	2.04E-03	2.60E-07	6.52E-10	2.38E-08	8.46E-08	7.14E-05	2.58E-04
3.66E+01	2.04E-03	2.58E-07	6.47E-10	2.37E-08	8.42E-08	7.12E-05	2.57E-04
3.67E+01	2.04E-03	2.56E-07	6.43E-10	2.36E-08	8.39E-08	7.09E-05	2.56E-04
3.68E+01	2.03E-03	2.55E-07	6.38E-10	2.35E-08	8.35E-08	7.07E-05	2.55E-04
3.69E+01	2.03E-03	2.53E-07	6.34E-10	2.34E-08	8.32E-08	7.04E-05	2.55E-04
3.70E+01	2.03E-03	2.51E-07	6.29E-10	2.33E-08	8.28E-08	7.02E-05	2.54E-04
3.71E+01	2.03E-03	2.49E-07	6.25E-10	2.32E-08	8.24E-08	6.99E-05	2.53E-04
3.72E+01	2.03E-03	2.48E-07	6.21E-10	2.31E-08	8.21E-08	6.97E-05	2.52E-04
3.73E+01	2.03E-03	2.46E-07	6.16E-10	2.30E-08	8.17E-08	6.94E-05	2.51E-04
3.74E+01	2.02E-03	2.44E-07	6.12E-10	2.29E-08	8.14E-08	6.92E-05	2.50E-04
3.75E+01	2.02E-03	2.43E-07	6.08E-10	2.28E-08	8.10E-08	6.90E-05	2.49E-04
3.76E+01	2.02E-03	2.41E-07	6.04E-10	2.27E-08	8.07E-08	6.87E-05	2.48E-04
3.77E+01	2.02E-03	2.39E-07	6.00E-10	2.26E-08	8.03E-08	6.85E-05	2.48E-04
3.78E+01	2.02E-03	2.38E-07	5.95E-10	2.25E-08	8.00E-08	6.83E-05	2.47E-04
3.79E+01	2.02E-03	2.36E-07	5.91E-10	2.24E-08	7.97E-08	6.80E-05	2.46E-04
3.80E+01	2.02E-03	2.34E-07	5.87E-10	2.23E-08	7.93E-08	6.78E-05	2.45E-04
3.81E+01	2.01E-03	2.33E-07	5.83E-10	2.22E-08	7.90E-08	6.76E-05	2.44E-04
3.82E+01	2.01E-03	2.31E-07	5.79E-10	2.21E-08	7.87E-08	6.73E-05	2.43E-04
3.83E+01	2.01E-03	2.30E-07	5.75E-10	2.20E-08	7.83E-08	6.71E-05	2.43E-04
3.84E+01	2.01E-03	2.28E-07	5.72E-10	2.19E-08	7.80E-08	6.69E-05	2.42E-04
3.85E+01	2.01E-03	2.26E-07	5.68E-10	2.19E-08	7.77E-08	6.66E-05	2.41E-04
3.86E+01	2.01E-03	2.25E-07	5.64E-10	2.18E-08	7.74E-08	6.64E-05	2.40E-04
3.87E+01	2.00E-03	2.23E-07	5.60E-10	2.17E-08	7.70E-08	6.62E-05	2.39E-04
3.88E+01	2.00E-03	2.22E-07	5.56E-10	2.16E-08	7.67E-08	6.60E-05	2.39E-04
3.89E+01	2.00E-03	2.20E-07	5.53E-10	2.15E-08	7.64E-08	6.58E-05	2.38E-04
3.90E+01	2.00E-03	2.19E-07	5.49E-10	2.14E-08	7.61E-08	6.55E-05	2.37E-04
3.91E+01	2.00E-03	2.18E-07	5.45E-10	2.13E-08	7.58E-08	6.53E-05	2.36E-04
3.92E+01	2.00E-03	2.16E-07	5.42E-10	2.12E-08	7.55E-08	6.51E-05	2.35E-04
3.93E+01	1.99E-03	2.15E-07	5.38E-10	2.11E-08	7.52E-08	6.49E-05	2.35E-04
3.94E+01	1.99E-03	2.13E-07	5.35E-10	2.11E-08	7.49E-08	6.47E-05	2.34E-04
3.95E+01	1.99E-03	2.12E-07	5.31E-10	2.10E-08	7.46E-08	6.45E-05	2.33E-04
3.96E+01	1.99E-03	2.10E-07	5.28E-10	2.09E-08	7.43E-08	6.43E-05	2.32E-04
3.97E+01	1.99E-03	2.09E-07	5.24E-10	2.08E-08	7.40E-08	6.40E-05	2.31E-04
3.98E+01	1.99E-03	2.08E-07	5.21E-10	2.07E-08	7.37E-08	6.38E-05	2.31E-04
3.99E+01	1.99E-03	2.06E-07	5.17E-10	2.06E-08	7.34E-08	6.36E-05	2.30E-04
4.00E+01	1.98E-03	2.05E-07	5.14E-10	2.06E-08	7.31E-08	6.34E-05	2.29E-04

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
4.01E+01	1.98E-03	2.04E-07	5.11E-10	2.05E-08	7.28E-08	6.32E-05	2.28E-04
4.02E+01	1.98E-03	2.02E-07	5.07E-10	2.04E-08	7.25E-08	6.30E-05	2.28E-04
4.03E+01	1.98E-03	2.01E-07	5.04E-10	2.03E-08	7.22E-08	6.28E-05	2.27E-04
4.04E+01	1.98E-03	2.00E-07	5.01E-10	2.02E-08	7.19E-08	6.26E-05	2.26E-04
4.05E+01	1.98E-03	1.99E-07	4.98E-10	2.02E-08	7.16E-08	6.24E-05	2.26E-04
4.06E+01	1.98E-03	1.97E-07	4.94E-10	2.01E-08	7.14E-08	6.22E-05	2.25E-04
4.07E+01	1.97E-03	1.96E-07	4.91E-10	2.00E-08	7.11E-08	6.20E-05	2.24E-04
4.08E+01	1.97E-03	1.95E-07	4.88E-10	1.99E-08	7.08E-08	6.18E-05	2.23E-04
4.09E+01	1.97E-03	1.94E-07	4.85E-10	1.98E-08	7.05E-08	6.16E-05	2.23E-04
4.10E+01	1.97E-03	1.92E-07	4.82E-10	1.98E-08	7.03E-08	6.14E-05	2.22E-04
4.11E+01	1.97E-03	1.91E-07	4.79E-10	1.97E-08	7.00E-08	6.12E-05	2.21E-04
4.12E+01	1.97E-03	1.90E-07	4.76E-10	1.96E-08	6.97E-08	6.10E-05	2.21E-04
4.13E+01	1.97E-03	1.89E-07	4.73E-10	1.95E-08	6.94E-08	6.08E-05	2.20E-04
4.14E+01	1.96E-03	1.87E-07	4.70E-10	1.95E-08	6.92E-08	6.06E-05	2.19E-04
4.15E+01	1.96E-03	1.86E-07	4.67E-10	1.94E-08	6.89E-08	6.05E-05	2.19E-04
4.16E+01	1.96E-03	1.85E-07	4.64E-10	1.93E-08	6.86E-08	6.03E-05	2.18E-04
4.17E+01	1.96E-03	1.84E-07	4.61E-10	1.92E-08	6.84E-08	6.01E-05	2.17E-04
4.18E+01	1.96E-03	1.83E-07	4.58E-10	1.92E-08	6.81E-08	5.99E-05	2.16E-04
4.19E+01	1.96E-03	1.82E-07	4.56E-10	1.91E-08	6.79E-08	5.97E-05	2.16E-04
4.20E+01	1.96E-03	1.81E-07	4.53E-10	1.90E-08	6.76E-08	5.95E-05	2.15E-04
4.21E+01	1.95E-03	1.80E-07	4.50E-10	1.89E-08	6.73E-08	5.93E-05	2.14E-04
4.22E+01	1.95E-03	1.78E-07	4.47E-10	1.89E-08	6.71E-08	5.92E-05	2.14E-04
4.23E+01	1.95E-03	1.77E-07	4.44E-10	1.88E-08	6.68E-08	5.90E-05	2.13E-04
4.24E+01	1.95E-03	1.76E-07	4.42E-10	1.87E-08	6.66E-08	5.88E-05	2.13E-04
4.25E+01	1.95E-03	1.75E-07	4.39E-10	1.87E-08	6.63E-08	5.86E-05	2.12E-04
4.26E+01	1.95E-03	1.74E-07	4.36E-10	1.86E-08	6.61E-08	5.84E-05	2.11E-04
4.27E+01	1.95E-03	1.73E-07	4.34E-10	1.85E-08	6.58E-08	5.83E-05	2.11E-04
4.28E+01	1.94E-03	1.72E-07	4.31E-10	1.84E-08	6.56E-08	5.81E-05	2.10E-04
4.29E+01	1.94E-03	1.71E-07	4.28E-10	1.84E-08	6.53E-08	5.79E-05	2.09E-04
4.30E+01	1.94E-03	1.70E-07	4.26E-10	1.83E-08	6.51E-08	5.77E-05	2.09E-04
4.31E+01	1.94E-03	1.69E-07	4.23E-10	1.82E-08	6.49E-08	5.76E-05	2.08E-04
4.32E+01	1.94E-03	1.68E-07	4.21E-10	1.82E-08	6.46E-08	5.74E-05	2.07E-04
4.33E+01	1.94E-03	1.67E-07	4.18E-10	1.81E-08	6.44E-08	5.72E-05	2.07E-04
4.34E+01	1.94E-03	1.66E-07	4.16E-10	1.80E-08	6.41E-08	5.70E-05	2.06E-04
4.35E+01	1.94E-03	1.65E-07	4.13E-10	1.80E-08	6.39E-08	5.69E-05	2.06E-04
4.36E+01	1.93E-03	1.64E-07	4.11E-10	1.79E-08	6.37E-08	5.67E-05	2.05E-04
4.37E+01	1.93E-03	1.63E-07	4.08E-10	1.78E-08	6.34E-08	5.65E-05	2.04E-04
4.38E+01	1.93E-03	1.62E-07	4.06E-10	1.78E-08	6.32E-08	5.64E-05	2.04E-04
4.39E+01	1.93E-03	1.61E-07	4.04E-10	1.77E-08	6.30E-08	5.62E-05	2.03E-04
4.40E+01	1.93E-03	1.60E-07	4.01E-10	1.77E-08	6.27E-08	5.60E-05	2.03E-04
4.41E+01	1.93E-03	1.59E-07	3.99E-10	1.76E-08	6.25E-08	5.59E-05	2.02E-04
4.42E+01	1.93E-03	1.58E-07	3.96E-10	1.75E-08	6.23E-08	5.57E-05	2.01E-04
4.43E+01	1.92E-03	1.57E-07	3.94E-10	1.75E-08	6.21E-08	5.55E-05	2.01E-04
4.44E+01	1.92E-03	1.56E-07	3.92E-10	1.74E-08	6.18E-08	5.54E-05	2.00E-04
4.45E+01	1.92E-03	1.55E-07	3.90E-10	1.73E-08	6.16E-08	5.52E-05	2.00E-04
4.46E+01	1.92E-03	1.55E-07	3.87E-10	1.73E-08	6.14E-08	5.50E-05	1.99E-04
4.47E+01	1.92E-03	1.54E-07	3.85E-10	1.72E-08	6.12E-08	5.49E-05	1.98E-04
4.48E+01	1.92E-03	1.53E-07	3.83E-10	1.71E-08	6.10E-08	5.47E-05	1.98E-04
4.49E+01	1.92E-03	1.52E-07	3.81E-10	1.71E-08	6.07E-08	5.46E-05	1.97E-04
4.50E+01	1.92E-03	1.51E-07	3.78E-10	1.70E-08	6.05E-08	5.44E-05	1.97E-04

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
4.51E+01	1.91E-03	1.50E-07	3.76E-10	1.70E-08	6.03E-08	5.43E-05	1.96E-04
4.52E+01	1.91E-03	1.49E-07	3.74E-10	1.69E-08	6.01E-08	5.41E-05	1.96E-04
4.53E+01	1.91E-03	1.48E-07	3.72E-10	1.68E-08	5.99E-08	5.39E-05	1.95E-04
4.54E+01	1.91E-03	1.48E-07	3.70E-10	1.68E-08	5.97E-08	5.38E-05	1.94E-04
4.55E+01	1.91E-03	1.47E-07	3.68E-10	1.67E-08	5.95E-08	5.36E-05	1.94E-04
4.56E+01	1.91E-03	1.46E-07	3.66E-10	1.67E-08	5.93E-08	5.35E-05	1.93E-04
4.57E+01	1.91E-03	1.45E-07	3.64E-10	1.66E-08	5.91E-08	5.33E-05	1.93E-04
4.58E+01	1.91E-03	1.44E-07	3.61E-10	1.66E-08	5.88E-08	5.32E-05	1.92E-04
4.59E+01	1.90E-03	1.43E-07	3.59E-10	1.65E-08	5.86E-08	5.30E-05	1.92E-04
4.60E+01	1.90E-03	1.43E-07	3.57E-10	1.64E-08	5.84E-08	5.29E-05	1.91E-04
4.61E+01	1.90E-03	1.42E-07	3.55E-10	1.64E-08	5.82E-08	5.27E-05	1.91E-04
4.62E+01	1.90E-03	1.41E-07	3.53E-10	1.63E-08	5.80E-08	5.26E-05	1.90E-04
4.63E+01	1.90E-03	1.40E-07	3.51E-10	1.63E-08	5.78E-08	5.24E-05	1.90E-04
4.64E+01	1.90E-03	1.39E-07	3.49E-10	1.62E-08	5.76E-08	5.23E-05	1.89E-04
4.65E+01	1.90E-03	1.39E-07	3.47E-10	1.62E-08	5.74E-08	5.21E-05	1.88E-04
4.66E+01	1.90E-03	1.38E-07	3.46E-10	1.61E-08	5.72E-08	5.20E-05	1.88E-04
4.67E+01	1.89E-03	1.37E-07	3.44E-10	1.60E-08	5.70E-08	5.19E-05	1.87E-04
4.68E+01	1.89E-03	1.36E-07	3.42E-10	1.60E-08	5.68E-08	5.17E-05	1.87E-04
4.69E+01	1.89E-03	1.36E-07	3.40E-10	1.59E-08	5.67E-08	5.16E-05	1.86E-04
4.70E+01	1.89E-03	1.35E-07	3.38E-10	1.59E-08	5.65E-08	5.14E-05	1.86E-04
4.71E+01	1.89E-03	1.34E-07	3.36E-10	1.58E-08	5.63E-08	5.13E-05	1.85E-04
4.72E+01	1.89E-03	1.33E-07	3.34E-10	1.58E-08	5.61E-08	5.11E-05	1.85E-04
4.73E+01	1.89E-03	1.33E-07	3.32E-10	1.57E-08	5.59E-08	5.10E-05	1.84E-04
4.74E+01	1.89E-03	1.32E-07	3.31E-10	1.57E-08	5.57E-08	5.09E-05	1.84E-04
4.75E+01	1.88E-03	1.31E-07	3.29E-10	1.56E-08	5.55E-08	5.07E-05	1.83E-04
4.76E+01	1.88E-03	1.30E-07	3.27E-10	1.56E-08	5.53E-08	5.06E-05	1.83E-04
4.77E+01	1.88E-03	1.30E-07	3.25E-10	1.55E-08	5.51E-08	5.04E-05	1.82E-04
4.78E+01	1.88E-03	1.29E-07	3.23E-10	1.55E-08	5.50E-08	5.03E-05	1.82E-04
4.79E+01	1.88E-03	1.28E-07	3.22E-10	1.54E-08	5.48E-08	5.02E-05	1.81E-04
4.80E+01	1.88E-03	1.28E-07	3.20E-10	1.54E-08	5.46E-08	5.00E-05	1.81E-04
4.81E+01	1.88E-03	1.27E-07	3.18E-10	1.53E-08	5.44E-08	4.99E-05	1.80E-04
4.82E+01	1.88E-03	1.26E-07	3.16E-10	1.53E-08	5.42E-08	4.98E-05	1.80E-04
4.83E+01	1.88E-03	1.26E-07	3.15E-10	1.52E-08	5.40E-08	4.96E-05	1.79E-04
4.84E+01	1.87E-03	1.25E-07	3.13E-10	1.52E-08	5.39E-08	4.95E-05	1.79E-04
4.85E+01	1.87E-03	1.24E-07	3.11E-10	1.51E-08	5.37E-08	4.94E-05	1.78E-04
4.86E+01	1.87E-03	1.24E-07	3.10E-10	1.51E-08	5.35E-08	4.92E-05	1.78E-04
4.87E+01	1.87E-03	1.23E-07	3.08E-10	1.50E-08	5.33E-08	4.91E-05	1.77E-04
4.88E+01	1.87E-03	1.22E-07	3.06E-10	1.50E-08	5.32E-08	4.90E-05	1.77E-04
4.89E+01	1.87E-03	1.22E-07	3.05E-10	1.49E-08	5.30E-08	4.88E-05	1.77E-04
4.90E+01	1.87E-03	1.21E-07	3.03E-10	1.49E-08	5.28E-08	4.87E-05	1.76E-04
4.91E+01	1.87E-03	1.20E-07	3.02E-10	1.48E-08	5.26E-08	4.86E-05	1.76E-04
4.92E+01	1.86E-03	1.20E-07	3.00E-10	1.48E-08	5.25E-08	4.85E-05	1.75E-04
4.93E+01	1.86E-03	1.19E-07	2.98E-10	1.47E-08	5.23E-08	4.83E-05	1.75E-04
4.94E+01	1.86E-03	1.18E-07	2.97E-10	1.47E-08	5.21E-08	4.82E-05	1.74E-04
4.95E+01	1.86E-03	1.18E-07	2.95E-10	1.46E-08	5.20E-08	4.81E-05	1.74E-04
4.96E+01	1.86E-03	1.17E-07	2.94E-10	1.46E-08	5.18E-08	4.79E-05	1.73E-04
4.97E+01	1.86E-03	1.17E-07	2.92E-10	1.45E-08	5.16E-08	4.78E-05	1.73E-04
4.98E+01	1.86E-03	1.16E-07	2.91E-10	1.45E-08	5.15E-08	4.77E-05	1.72E-04
4.99E+01	1.86E-03	1.15E-07	2.89E-10	1.44E-08	5.13E-08	4.76E-05	1.72E-04
5.00E+01	1.86E-03	1.15E-07	2.88E-10	1.44E-08	5.11E-08	4.74E-05	1.72E-04

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
5.01E+01	1.85E-03	1.14E-07	2.86E-10	1.43E-08	5.10E-08	4.73E-05	1.71E-04
5.02E+01	1.85E-03	1.14E-07	2.85E-10	1.43E-08	5.08E-08	4.72E-05	1.71E-04
5.03E+01	1.85E-03	1.13E-07	2.83E-10	1.42E-08	5.07E-08	4.71E-05	1.70E-04
5.04E+01	1.85E-03	1.12E-07	2.82E-10	1.42E-08	5.05E-08	4.70E-05	1.70E-04
5.05E+01	1.85E-03	1.12E-07	2.80E-10	1.42E-08	5.03E-08	4.68E-05	1.69E-04
5.06E+01	1.85E-03	1.11E-07	2.79E-10	1.41E-08	5.02E-08	4.67E-05	1.69E-04
5.07E+01	1.85E-03	1.11E-07	2.78E-10	1.41E-08	5.00E-08	4.66E-05	1.68E-04
5.08E+01	1.85E-03	1.10E-07	2.76E-10	1.40E-08	4.99E-08	4.65E-05	1.68E-04
5.09E+01	1.85E-03	1.10E-07	2.75E-10	1.40E-08	4.97E-08	4.64E-05	1.68E-04
5.10E+01	1.84E-03	1.09E-07	2.73E-10	1.39E-08	4.95E-08	4.62E-05	1.67E-04
5.11E+01	1.84E-03	1.08E-07	2.72E-10	1.39E-08	4.94E-08	4.61E-05	1.67E-04
5.12E+01	1.84E-03	1.08E-07	2.71E-10	1.39E-08	4.92E-08	4.60E-05	1.66E-04
5.13E+01	1.84E-03	1.07E-07	2.69E-10	1.38E-08	4.91E-08	4.59E-05	1.66E-04
5.14E+01	1.84E-03	1.07E-07	2.68E-10	1.38E-08	4.89E-08	4.58E-05	1.65E-04
5.15E+01	1.84E-03	1.06E-07	2.66E-10	1.37E-08	4.88E-08	4.57E-05	1.65E-04
5.16E+01	1.84E-03	1.06E-07	2.65E-10	1.37E-08	4.86E-08	4.55E-05	1.65E-04
5.17E+01	1.84E-03	1.05E-07	2.64E-10	1.36E-08	4.85E-08	4.54E-05	1.64E-04
5.18E+01	1.84E-03	1.05E-07	2.62E-10	1.36E-08	4.83E-08	4.53E-05	1.64E-04
5.19E+01	1.84E-03	1.04E-07	2.61E-10	1.36E-08	4.82E-08	4.52E-05	1.63E-04
5.20E+01	1.83E-03	1.04E-07	2.60E-10	1.35E-08	4.80E-08	4.51E-05	1.63E-04
5.21E+01	1.83E-03	1.03E-07	2.59E-10	1.35E-08	4.79E-08	4.50E-05	1.63E-04
5.22E+01	1.83E-03	1.03E-07	2.57E-10	1.34E-08	4.77E-08	4.49E-05	1.62E-04
5.23E+01	1.83E-03	1.02E-07	2.56E-10	1.34E-08	4.76E-08	4.48E-05	1.62E-04
5.24E+01	1.83E-03	1.02E-07	2.55E-10	1.33E-08	4.74E-08	4.46E-05	1.61E-04
5.25E+01	1.83E-03	1.01E-07	2.53E-10	1.33E-08	4.73E-08	4.45E-05	1.61E-04
5.26E+01	1.83E-03	1.01E-07	2.52E-10	1.33E-08	4.72E-08	4.44E-05	1.61E-04
5.27E+01	1.83E-03	1.00E-07	2.51E-10	1.32E-08	4.70E-08	4.43E-05	1.60E-04
5.28E+01	1.83E-03	9.96E-08	2.50E-10	1.32E-08	4.69E-08	4.42E-05	1.60E-04
5.29E+01	1.82E-03	9.91E-08	2.48E-10	1.31E-08	4.67E-08	4.41E-05	1.59E-04
5.30E+01	1.82E-03	9.86E-08	2.47E-10	1.31E-08	4.66E-08	4.40E-05	1.59E-04
5.31E+01	1.82E-03	9.82E-08	2.46E-10	1.31E-08	4.64E-08	4.39E-05	1.59E-04
5.32E+01	1.82E-03	9.77E-08	2.45E-10	1.30E-08	4.63E-08	4.38E-05	1.58E-04
5.33E+01	1.82E-03	9.72E-08	2.44E-10	1.30E-08	4.62E-08	4.37E-05	1.58E-04
5.34E+01	1.82E-03	9.67E-08	2.42E-10	1.29E-08	4.60E-08	4.36E-05	1.57E-04
5.35E+01	1.82E-03	9.63E-08	2.41E-10	1.29E-08	4.59E-08	4.35E-05	1.57E-04
5.36E+01	1.82E-03	9.58E-08	2.40E-10	1.29E-08	4.58E-08	4.33E-05	1.57E-04
5.37E+01	1.82E-03	9.53E-08	2.39E-10	1.28E-08	4.56E-08	4.32E-05	1.56E-04
5.38E+01	1.82E-03	9.49E-08	2.38E-10	1.28E-08	4.55E-08	4.31E-05	1.56E-04
5.39E+01	1.81E-03	9.44E-08	2.37E-10	1.28E-08	4.53E-08	4.30E-05	1.56E-04
5.40E+01	1.81E-03	9.40E-08	2.36E-10	1.27E-08	4.52E-08	4.29E-05	1.55E-04
5.41E+01	1.81E-03	9.35E-08	2.34E-10	1.27E-08	4.51E-08	4.28E-05	1.55E-04
5.42E+01	1.81E-03	9.31E-08	2.33E-10	1.26E-08	4.49E-08	4.27E-05	1.54E-04
5.43E+01	1.81E-03	9.26E-08	2.32E-10	1.26E-08	4.48E-08	4.26E-05	1.54E-04
5.44E+01	1.81E-03	9.22E-08	2.31E-10	1.26E-08	4.47E-08	4.25E-05	1.54E-04
5.45E+01	1.81E-03	9.17E-08	2.30E-10	1.25E-08	4.46E-08	4.24E-05	1.53E-04
5.46E+01	1.81E-03	9.13E-08	2.29E-10	1.25E-08	4.44E-08	4.23E-05	1.53E-04
5.47E+01	1.81E-03	9.09E-08	2.28E-10	1.25E-08	4.43E-08	4.22E-05	1.53E-04
5.48E+01	1.81E-03	9.04E-08	2.27E-10	1.24E-08	4.42E-08	4.21E-05	1.52E-04
5.49E+01	1.80E-03	9.00E-08	2.26E-10	1.24E-08	4.40E-08	4.20E-05	1.52E-04
5.50E+01	1.80E-03	8.96E-08	2.25E-10	1.24E-08	4.39E-08	4.19E-05	1.52E-04

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
5.51E+01	1.80E-03	8.92E-08	2.24E-10	1.23E-08	4.38E-08	4.18E-05	1.51E-04
5.52E+01	1.80E-03	8.87E-08	2.22E-10	1.23E-08	4.37E-08	4.17E-05	1.51E-04
5.53E+01	1.80E-03	8.83E-08	2.21E-10	1.22E-08	4.35E-08	4.16E-05	1.50E-04
5.54E+01	1.80E-03	8.79E-08	2.20E-10	1.22E-08	4.34E-08	4.15E-05	1.50E-04
5.55E+01	1.80E-03	8.75E-08	2.19E-10	1.22E-08	4.33E-08	4.14E-05	1.50E-04
5.56E+01	1.80E-03	8.71E-08	2.18E-10	1.21E-08	4.32E-08	4.13E-05	1.49E-04
5.57E+01	1.80E-03	8.67E-08	2.17E-10	1.21E-08	4.30E-08	4.12E-05	1.49E-04
5.58E+01	1.80E-03	8.63E-08	2.16E-10	1.21E-08	4.29E-08	4.11E-05	1.49E-04
5.59E+01	1.79E-03	8.59E-08	2.15E-10	1.20E-08	4.28E-08	4.10E-05	1.48E-04
5.60E+01	1.79E-03	8.55E-08	2.14E-10	1.20E-08	4.27E-08	4.09E-05	1.48E-04
5.61E+01	1.79E-03	8.51E-08	2.13E-10	1.20E-08	4.25E-08	4.09E-05	1.48E-04
5.62E+01	1.79E-03	8.47E-08	2.12E-10	1.19E-08	4.24E-08	4.08E-05	1.47E-04
5.63E+01	1.79E-03	8.43E-08	2.11E-10	1.19E-08	4.23E-08	4.07E-05	1.47E-04
5.64E+01	1.79E-03	8.39E-08	2.10E-10	1.19E-08	4.22E-08	4.06E-05	1.47E-04
5.65E+01	1.79E-03	8.35E-08	2.09E-10	1.18E-08	4.21E-08	4.05E-05	1.46E-04
5.66E+01	1.79E-03	8.32E-08	2.08E-10	1.18E-08	4.19E-08	4.04E-05	1.46E-04
5.67E+01	1.79E-03	8.28E-08	2.07E-10	1.18E-08	4.18E-08	4.03E-05	1.46E-04
5.68E+01	1.79E-03	8.24E-08	2.07E-10	1.17E-08	4.17E-08	4.02E-05	1.45E-04
5.69E+01	1.79E-03	8.20E-08	2.06E-10	1.17E-08	4.16E-08	4.01E-05	1.45E-04
5.70E+01	1.78E-03	8.16E-08	2.05E-10	1.17E-08	4.15E-08	4.00E-05	1.45E-04
5.71E+01	1.78E-03	8.13E-08	2.04E-10	1.16E-08	4.14E-08	3.99E-05	1.44E-04
5.72E+01	1.78E-03	8.09E-08	2.03E-10	1.16E-08	4.12E-08	3.98E-05	1.44E-04
5.73E+01	1.78E-03	8.05E-08	2.02E-10	1.16E-08	4.11E-08	3.97E-05	1.44E-04
5.74E+01	1.78E-03	8.02E-08	2.01E-10	1.15E-08	4.10E-08	3.97E-05	1.43E-04
5.75E+01	1.78E-03	7.98E-08	2.00E-10	1.15E-08	4.09E-08	3.96E-05	1.43E-04
5.76E+01	1.78E-03	7.95E-08	1.99E-10	1.15E-08	4.08E-08	3.95E-05	1.43E-04
5.77E+01	1.78E-03	7.91E-08	1.98E-10	1.14E-08	4.07E-08	3.94E-05	1.42E-04
5.78E+01	1.78E-03	7.87E-08	1.97E-10	1.14E-08	4.06E-08	3.93E-05	1.42E-04
5.79E+01	1.78E-03	7.84E-08	1.96E-10	1.14E-08	4.04E-08	3.92E-05	1.42E-04
5.80E+01	1.78E-03	7.80E-08	1.96E-10	1.13E-08	4.03E-08	3.91E-05	1.41E-04
5.81E+01	1.77E-03	7.77E-08	1.95E-10	1.13E-08	4.02E-08	3.90E-05	1.41E-04
5.82E+01	1.77E-03	7.73E-08	1.94E-10	1.13E-08	4.01E-08	3.89E-05	1.41E-04
5.83E+01	1.77E-03	7.70E-08	1.93E-10	1.13E-08	4.00E-08	3.89E-05	1.40E-04
5.84E+01	1.77E-03	7.67E-08	1.92E-10	1.12E-08	3.99E-08	3.88E-05	1.40E-04
5.85E+01	1.77E-03	7.63E-08	1.91E-10	1.12E-08	3.98E-08	3.87E-05	1.40E-04
5.86E+01	1.77E-03	7.60E-08	1.90E-10	1.12E-08	3.97E-08	3.86E-05	1.40E-04
5.87E+01	1.77E-03	7.56E-08	1.90E-10	1.11E-08	3.96E-08	3.85E-05	1.39E-04
5.88E+01	1.77E-03	7.53E-08	1.89E-10	1.11E-08	3.95E-08	3.84E-05	1.39E-04
5.89E+01	1.77E-03	7.50E-08	1.88E-10	1.11E-08	3.93E-08	3.83E-05	1.39E-04
5.90E+01	1.77E-03	7.46E-08	1.87E-10	1.10E-08	3.92E-08	3.83E-05	1.38E-04
5.91E+01	1.77E-03	7.43E-08	1.86E-10	1.10E-08	3.91E-08	3.82E-05	1.38E-04
5.92E+01	1.76E-03	7.40E-08	1.85E-10	1.10E-08	3.90E-08	3.81E-05	1.38E-04
5.93E+01	1.76E-03	7.37E-08	1.85E-10	1.09E-08	3.89E-08	3.80E-05	1.37E-04
5.94E+01	1.76E-03	7.33E-08	1.84E-10	1.09E-08	3.88E-08	3.79E-05	1.37E-04
5.95E+01	1.76E-03	7.30E-08	1.83E-10	1.09E-08	3.87E-08	3.78E-05	1.37E-04
5.96E+01	1.76E-03	7.27E-08	1.82E-10	1.09E-08	3.86E-08	3.78E-05	1.37E-04
5.97E+01	1.76E-03	7.24E-08	1.81E-10	1.08E-08	3.85E-08	3.77E-05	1.36E-04
5.98E+01	1.76E-03	7.21E-08	1.81E-10	1.08E-08	3.84E-08	3.76E-05	1.36E-04
5.99E+01	1.76E-03	7.18E-08	1.80E-10	1.08E-08	3.83E-08	3.75E-05	1.36E-04
6.00E+01	1.76E-03	7.15E-08	1.79E-10	1.07E-08	3.82E-08	3.74E-05	1.35E-04

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
6.01E+01	1.76E-03	7.11E-08	1.78E-10	1.07E-08	3.81E-08	3.74E-05	1.35E-04
6.02E+01	1.76E-03	7.08E-08	1.78E-10	1.07E-08	3.80E-08	3.73E-05	1.35E-04
6.03E+01	1.75E-03	7.05E-08	1.77E-10	1.07E-08	3.79E-08	3.72E-05	1.34E-04
6.04E+01	1.75E-03	7.02E-08	1.76E-10	1.06E-08	3.78E-08	3.71E-05	1.34E-04
6.05E+01	1.75E-03	6.99E-08	1.75E-10	1.06E-08	3.77E-08	3.70E-05	1.34E-04
6.06E+01	1.75E-03	6.96E-08	1.75E-10	1.06E-08	3.76E-08	3.70E-05	1.34E-04
6.07E+01	1.75E-03	6.93E-08	1.74E-10	1.05E-08	3.75E-08	3.69E-05	1.33E-04
6.08E+01	1.75E-03	6.90E-08	1.73E-10	1.05E-08	3.74E-08	3.68E-05	1.33E-04
6.09E+01	1.75E-03	6.87E-08	1.72E-10	1.05E-08	3.73E-08	3.67E-05	1.33E-04
6.10E+01	1.75E-03	6.84E-08	1.72E-10	1.05E-08	3.72E-08	3.66E-05	1.32E-04
6.11E+01	1.75E-03	6.82E-08	1.71E-10	1.04E-08	3.71E-08	3.66E-05	1.32E-04
6.12E+01	1.75E-03	6.79E-08	1.70E-10	1.04E-08	3.70E-08	3.65E-05	1.32E-04
6.13E+01	1.75E-03	6.76E-08	1.69E-10	1.04E-08	3.69E-08	3.64E-05	1.32E-04
6.14E+01	1.74E-03	6.73E-08	1.69E-10	1.04E-08	3.68E-08	3.63E-05	1.31E-04
6.15E+01	1.74E-03	6.70E-08	1.68E-10	1.03E-08	3.67E-08	3.63E-05	1.31E-04
6.16E+01	1.74E-03	6.67E-08	1.67E-10	1.03E-08	3.66E-08	3.62E-05	1.31E-04
6.17E+01	1.74E-03	6.64E-08	1.67E-10	1.03E-08	3.65E-08	3.61E-05	1.30E-04
6.18E+01	1.74E-03	6.62E-08	1.66E-10	1.02E-08	3.64E-08	3.60E-05	1.30E-04
6.19E+01	1.74E-03	6.59E-08	1.65E-10	1.02E-08	3.63E-08	3.59E-05	1.30E-04
6.20E+01	1.74E-03	6.56E-08	1.64E-10	1.02E-08	3.62E-08	3.59E-05	1.30E-04
6.21E+01	1.74E-03	6.53E-08	1.64E-10	1.02E-08	3.62E-08	3.58E-05	1.29E-04
6.22E+01	1.74E-03	6.51E-08	1.63E-10	1.01E-08	3.61E-08	3.57E-05	1.29E-04
6.23E+01	1.74E-03	6.48E-08	1.62E-10	1.01E-08	3.60E-08	3.56E-05	1.29E-04
6.24E+01	1.74E-03	6.45E-08	1.62E-10	1.01E-08	3.59E-08	3.56E-05	1.29E-04
6.25E+01	1.74E-03	6.43E-08	1.61E-10	1.01E-08	3.58E-08	3.55E-05	1.28E-04
6.26E+01	1.73E-03	6.40E-08	1.60E-10	1.00E-08	3.57E-08	3.54E-05	1.28E-04
6.27E+01	1.73E-03	6.37E-08	1.60E-10	1.00E-08	3.56E-08	3.54E-05	1.28E-04
6.28E+01	1.73E-03	6.35E-08	1.59E-10	9.99E-09	3.55E-08	3.53E-05	1.28E-04
6.29E+01	1.73E-03	6.32E-08	1.58E-10	9.96E-09	3.54E-08	3.52E-05	1.27E-04
6.30E+01	1.73E-03	6.29E-08	1.58E-10	9.94E-09	3.53E-08	3.51E-05	1.27E-04
6.31E+01	1.73E-03	6.27E-08	1.57E-10	9.91E-09	3.52E-08	3.51E-05	1.27E-04
6.32E+01	1.73E-03	6.24E-08	1.56E-10	9.89E-09	3.52E-08	3.50E-05	1.26E-04
6.33E+01	1.73E-03	6.22E-08	1.56E-10	9.86E-09	3.51E-08	3.49E-05	1.26E-04
6.34E+01	1.73E-03	6.19E-08	1.55E-10	9.84E-09	3.50E-08	3.48E-05	1.26E-04
6.35E+01	1.73E-03	6.17E-08	1.55E-10	9.81E-09	3.49E-08	3.48E-05	1.26E-04
6.36E+01	1.73E-03	6.14E-08	1.54E-10	9.79E-09	3.48E-08	3.47E-05	1.25E-04
6.37E+01	1.73E-03	6.12E-08	1.53E-10	9.76E-09	3.47E-08	3.46E-05	1.25E-04
6.38E+01	1.72E-03	6.09E-08	1.53E-10	9.74E-09	3.46E-08	3.46E-05	1.25E-04
6.39E+01	1.72E-03	6.07E-08	1.52E-10	9.72E-09	3.45E-08	3.45E-05	1.25E-04
6.40E+01	1.72E-03	6.04E-08	1.51E-10	9.69E-09	3.45E-08	3.44E-05	1.24E-04
6.41E+01	1.72E-03	6.02E-08	1.51E-10	9.67E-09	3.44E-08	3.44E-05	1.24E-04
6.42E+01	1.72E-03	5.99E-08	1.50E-10	9.64E-09	3.43E-08	3.43E-05	1.24E-04
6.43E+01	1.72E-03	5.97E-08	1.50E-10	9.62E-09	3.42E-08	3.42E-05	1.24E-04
6.44E+01	1.72E-03	5.94E-08	1.49E-10	9.60E-09	3.41E-08	3.41E-05	1.23E-04
6.45E+01	1.72E-03	5.92E-08	1.48E-10	9.57E-09	3.40E-08	3.41E-05	1.23E-04
6.46E+01	1.72E-03	5.90E-08	1.48E-10	9.55E-09	3.39E-08	3.40E-05	1.23E-04
6.47E+01	1.72E-03	5.87E-08	1.47E-10	9.52E-09	3.39E-08	3.39E-05	1.23E-04
6.48E+01	1.72E-03	5.85E-08	1.47E-10	9.50E-09	3.38E-08	3.39E-05	1.22E-04
6.49E+01	1.72E-03	5.83E-08	1.46E-10	9.48E-09	3.37E-08	3.38E-05	1.22E-04
6.50E+01	1.72E-03	5.80E-08	1.45E-10	9.45E-09	3.36E-08	3.37E-05	1.22E-04

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
6.51E+01	1.71E-03	5.78E-08	1.45E-10	9.43E-09	3.35E-08	3.37E-05	1.22E-04
6.52E+01	1.71E-03	5.76E-08	1.44E-10	9.41E-09	3.34E-08	3.36E-05	1.21E-04
6.53E+01	1.71E-03	5.73E-08	1.44E-10	9.38E-09	3.34E-08	3.35E-05	1.21E-04
6.54E+01	1.71E-03	5.71E-08	1.43E-10	9.36E-09	3.33E-08	3.35E-05	1.21E-04
6.55E+01	1.71E-03	5.69E-08	1.43E-10	9.34E-09	3.32E-08	3.34E-05	1.21E-04
6.56E+01	1.71E-03	5.67E-08	1.42E-10	9.32E-09	3.31E-08	3.33E-05	1.21E-04
6.57E+01	1.71E-03	5.64E-08	1.41E-10	9.29E-09	3.30E-08	3.33E-05	1.20E-04
6.58E+01	1.71E-03	5.62E-08	1.41E-10	9.27E-09	3.30E-08	3.32E-05	1.20E-04
6.59E+01	1.71E-03	5.60E-08	1.40E-10	9.25E-09	3.29E-08	3.31E-05	1.20E-04
6.60E+01	1.71E-03	5.58E-08	1.40E-10	9.23E-09	3.28E-08	3.31E-05	1.20E-04
6.61E+01	1.71E-03	5.55E-08	1.39E-10	9.20E-09	3.27E-08	3.30E-05	1.19E-04
6.62E+01	1.71E-03	5.53E-08	1.39E-10	9.18E-09	3.26E-08	3.29E-05	1.19E-04
6.63E+01	1.71E-03	5.51E-08	1.38E-10	9.16E-09	3.26E-08	3.29E-05	1.19E-04
6.64E+01	1.70E-03	5.49E-08	1.38E-10	9.14E-09	3.25E-08	3.28E-05	1.19E-04
6.65E+01	1.70E-03	5.47E-08	1.37E-10	9.12E-09	3.24E-08	3.28E-05	1.18E-04
6.66E+01	1.70E-03	5.45E-08	1.37E-10	9.09E-09	3.23E-08	3.27E-05	1.18E-04
6.67E+01	1.70E-03	5.43E-08	1.36E-10	9.07E-09	3.22E-08	3.26E-05	1.18E-04
6.68E+01	1.70E-03	5.40E-08	1.35E-10	9.05E-09	3.22E-08	3.26E-05	1.18E-04
6.69E+01	1.70E-03	5.38E-08	1.35E-10	9.03E-09	3.21E-08	3.25E-05	1.17E-04
6.70E+01	1.70E-03	5.36E-08	1.34E-10	9.01E-09	3.20E-08	3.24E-05	1.17E-04
6.71E+01	1.70E-03	5.34E-08	1.34E-10	8.99E-09	3.19E-08	3.24E-05	1.17E-04
6.72E+01	1.70E-03	5.32E-08	1.33E-10	8.96E-09	3.19E-08	3.23E-05	1.17E-04
6.73E+01	1.70E-03	5.30E-08	1.33E-10	8.94E-09	3.18E-08	3.22E-05	1.17E-04
6.74E+01	1.70E-03	5.28E-08	1.32E-10	8.92E-09	3.17E-08	3.22E-05	1.16E-04
6.75E+01	1.70E-03	5.26E-08	1.32E-10	8.90E-09	3.16E-08	3.21E-05	1.16E-04
6.76E+01	1.70E-03	5.24E-08	1.31E-10	8.88E-09	3.16E-08	3.21E-05	1.16E-04
6.77E+01	1.69E-03	5.22E-08	1.31E-10	8.86E-09	3.15E-08	3.20E-05	1.16E-04
6.78E+01	1.69E-03	5.20E-08	1.30E-10	8.84E-09	3.14E-08	3.19E-05	1.15E-04
6.79E+01	1.69E-03	5.18E-08	1.30E-10	8.82E-09	3.13E-08	3.19E-05	1.15E-04
6.80E+01	1.69E-03	5.16E-08	1.29E-10	8.80E-09	3.13E-08	3.18E-05	1.15E-04
6.81E+01	1.69E-03	5.14E-08	1.29E-10	8.78E-09	3.12E-08	3.18E-05	1.15E-04
6.82E+01	1.69E-03	5.12E-08	1.28E-10	8.75E-09	3.11E-08	3.17E-05	1.15E-04
6.83E+01	1.69E-03	5.10E-08	1.28E-10	8.73E-09	3.10E-08	3.16E-05	1.14E-04
6.84E+01	1.69E-03	5.08E-08	1.27E-10	8.71E-09	3.10E-08	3.16E-05	1.14E-04
6.85E+01	1.69E-03	5.06E-08	1.27E-10	8.69E-09	3.09E-08	3.15E-05	1.14E-04
6.86E+01	1.69E-03	5.04E-08	1.26E-10	8.67E-09	3.08E-08	3.15E-05	1.14E-04
6.87E+01	1.69E-03	5.02E-08	1.26E-10	8.65E-09	3.08E-08	3.14E-05	1.13E-04
6.88E+01	1.69E-03	5.01E-08	1.25E-10	8.63E-09	3.07E-08	3.13E-05	1.13E-04
6.89E+01	1.69E-03	4.99E-08	1.25E-10	8.61E-09	3.06E-08	3.13E-05	1.13E-04
6.90E+01	1.68E-03	4.97E-08	1.25E-10	8.59E-09	3.05E-08	3.12E-05	1.13E-04
6.91E+01	1.68E-03	4.95E-08	1.24E-10	8.57E-09	3.05E-08	3.12E-05	1.13E-04
6.92E+01	1.68E-03	4.93E-08	1.24E-10	8.55E-09	3.04E-08	3.11E-05	1.12E-04
6.93E+01	1.68E-03	4.91E-08	1.23E-10	8.53E-09	3.03E-08	3.10E-05	1.12E-04
6.94E+01	1.68E-03	4.89E-08	1.23E-10	8.51E-09	3.03E-08	3.10E-05	1.12E-04
6.95E+01	1.68E-03	4.88E-08	1.22E-10	8.49E-09	3.02E-08	3.09E-05	1.12E-04
6.96E+01	1.68E-03	4.86E-08	1.22E-10	8.47E-09	3.01E-08	3.09E-05	1.12E-04
6.97E+01	1.68E-03	4.84E-08	1.21E-10	8.46E-09	3.01E-08	3.08E-05	1.11E-04
6.98E+01	1.68E-03	4.82E-08	1.21E-10	8.44E-09	3.00E-08	3.08E-05	1.11E-04
6.99E+01	1.68E-03	4.80E-08	1.20E-10	8.42E-09	2.99E-08	3.07E-05	1.11E-04
7.00E+01	1.68E-03	4.79E-08	1.20E-10	8.40E-09	2.99E-08	3.06E-05	1.11E-04

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
7.01E+01	1.68E-03	4.77E-08	1.20E-10	8.38E-09	2.98E-08	3.06E-05	1.11E-04
7.02E+01	1.68E-03	4.75E-08	1.19E-10	8.36E-09	2.97E-08	3.05E-05	1.10E-04
7.03E+01	1.68E-03	4.73E-08	1.19E-10	8.34E-09	2.96E-08	3.05E-05	1.10E-04
7.04E+01	1.67E-03	4.72E-08	1.18E-10	8.32E-09	2.96E-08	3.04E-05	1.10E-04
7.05E+01	1.67E-03	4.70E-08	1.18E-10	8.30E-09	2.95E-08	3.04E-05	1.10E-04
7.06E+01	1.67E-03	4.68E-08	1.17E-10	8.28E-09	2.94E-08	3.03E-05	1.10E-04
7.07E+01	1.67E-03	4.66E-08	1.17E-10	8.26E-09	2.94E-08	3.02E-05	1.09E-04
7.08E+01	1.67E-03	4.65E-08	1.16E-10	8.25E-09	2.93E-08	3.02E-05	1.09E-04
7.09E+01	1.67E-03	4.63E-08	1.16E-10	8.23E-09	2.92E-08	3.01E-05	1.09E-04
7.10E+01	1.67E-03	4.61E-08	1.16E-10	8.21E-09	2.92E-08	3.01E-05	1.09E-04
7.11E+01	1.67E-03	4.60E-08	1.15E-10	8.19E-09	2.91E-08	3.00E-05	1.09E-04
7.12E+01	1.67E-03	4.58E-08	1.15E-10	8.17E-09	2.90E-08	3.00E-05	1.08E-04
7.13E+01	1.67E-03	4.56E-08	1.14E-10	8.15E-09	2.90E-08	2.99E-05	1.08E-04
7.14E+01	1.67E-03	4.55E-08	1.14E-10	8.14E-09	2.89E-08	2.99E-05	1.08E-04
7.15E+01	1.67E-03	4.53E-08	1.14E-10	8.12E-09	2.89E-08	2.98E-05	1.08E-04
7.16E+01	1.67E-03	4.51E-08	1.13E-10	8.10E-09	2.88E-08	2.98E-05	1.08E-04
7.17E+01	1.67E-03	4.50E-08	1.13E-10	8.08E-09	2.87E-08	2.97E-05	1.07E-04
7.18E+01	1.66E-03	4.48E-08	1.12E-10	8.06E-09	2.87E-08	2.96E-05	1.07E-04
7.19E+01	1.66E-03	4.46E-08	1.12E-10	8.04E-09	2.86E-08	2.96E-05	1.07E-04
7.20E+01	1.66E-03	4.45E-08	1.11E-10	8.03E-09	2.85E-08	2.95E-05	1.07E-04
7.21E+01	1.66E-03	4.43E-08	1.11E-10	8.01E-09	2.85E-08	2.95E-05	1.07E-04
7.22E+01	1.66E-03	4.42E-08	1.11E-10	7.99E-09	2.84E-08	2.94E-05	1.06E-04
7.23E+01	1.66E-03	4.40E-08	1.10E-10	7.97E-09	2.83E-08	2.94E-05	1.06E-04
7.24E+01	1.66E-03	4.38E-08	1.10E-10	7.96E-09	2.83E-08	2.93E-05	1.06E-04
7.25E+01	1.66E-03	4.37E-08	1.09E-10	7.94E-09	2.82E-08	2.93E-05	1.06E-04
7.26E+01	1.66E-03	4.35E-08	1.09E-10	7.92E-09	2.82E-08	2.92E-05	1.06E-04
7.27E+01	1.66E-03	4.34E-08	1.09E-10	7.90E-09	2.81E-08	2.92E-05	1.05E-04
7.28E+01	1.66E-03	4.32E-08	1.08E-10	7.89E-09	2.80E-08	2.91E-05	1.05E-04
7.29E+01	1.66E-03	4.31E-08	1.08E-10	7.87E-09	2.80E-08	2.91E-05	1.05E-04
7.30E+01	1.66E-03	4.29E-08	1.08E-10	7.85E-09	2.79E-08	2.90E-05	1.05E-04
7.31E+01	1.66E-03	4.28E-08	1.07E-10	7.83E-09	2.79E-08	2.90E-05	1.05E-04
7.32E+01	1.66E-03	4.26E-08	1.07E-10	7.82E-09	2.78E-08	2.89E-05	1.04E-04
7.33E+01	1.65E-03	4.25E-08	1.06E-10	7.80E-09	2.77E-08	2.89E-05	1.04E-04
7.34E+01	1.65E-03	4.23E-08	1.06E-10	7.78E-09	2.77E-08	2.88E-05	1.04E-04
7.35E+01	1.65E-03	4.22E-08	1.06E-10	7.77E-09	2.76E-08	2.88E-05	1.04E-04
7.36E+01	1.65E-03	4.20E-08	1.05E-10	7.75E-09	2.75E-08	2.87E-05	1.04E-04
7.37E+01	1.65E-03	4.19E-08	1.05E-10	7.73E-09	2.75E-08	2.87E-05	1.04E-04
7.38E+01	1.65E-03	4.17E-08	1.05E-10	7.72E-09	2.74E-08	2.86E-05	1.03E-04
7.39E+01	1.65E-03	4.16E-08	1.04E-10	7.70E-09	2.74E-08	2.86E-05	1.03E-04
7.40E+01	1.65E-03	4.14E-08	1.04E-10	7.68E-09	2.73E-08	2.85E-05	1.03E-04
7.41E+01	1.65E-03	4.13E-08	1.03E-10	7.67E-09	2.73E-08	2.85E-05	1.03E-04
7.42E+01	1.65E-03	4.11E-08	1.03E-10	7.65E-09	2.72E-08	2.84E-05	1.03E-04
7.43E+01	1.65E-03	4.10E-08	1.03E-10	7.63E-09	2.71E-08	2.84E-05	1.02E-04
7.44E+01	1.65E-03	4.08E-08	1.02E-10	7.62E-09	2.71E-08	2.83E-05	1.02E-04
7.45E+01	1.65E-03	4.07E-08	1.02E-10	7.60E-09	2.70E-08	2.83E-05	1.02E-04
7.46E+01	1.65E-03	4.06E-08	1.02E-10	7.58E-09	2.70E-08	2.82E-05	1.02E-04
7.47E+01	1.65E-03	4.04E-08	1.01E-10	7.57E-09	2.69E-08	2.82E-05	1.02E-04
7.48E+01	1.64E-03	4.03E-08	1.01E-10	7.55E-09	2.68E-08	2.81E-05	1.02E-04
7.49E+01	1.64E-03	4.01E-08	1.01E-10	7.54E-09	2.68E-08	2.81E-05	1.01E-04
7.50E+01	1.64E-03	4.00E-08	1.00E-10	7.52E-09	2.67E-08	2.80E-05	1.01E-04

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
7.51E+01	1.64E-03	3.99E-08	9.99E-11	7.50E-09	2.67E-08	2.80E-05	1.01E-04
7.52E+01	1.64E-03	3.97E-08	9.96E-11	7.49E-09	2.66E-08	2.79E-05	1.01E-04
7.53E+01	1.64E-03	3.96E-08	9.92E-11	7.47E-09	2.66E-08	2.79E-05	1.01E-04
7.54E+01	1.64E-03	3.94E-08	9.89E-11	7.46E-09	2.65E-08	2.78E-05	1.01E-04
7.55E+01	1.64E-03	3.93E-08	9.85E-11	7.44E-09	2.64E-08	2.78E-05	1.00E-04
7.56E+01	1.64E-03	3.92E-08	9.82E-11	7.42E-09	2.64E-08	2.77E-05	1.00E-04
7.57E+01	1.64E-03	3.90E-08	9.79E-11	7.41E-09	2.63E-08	2.77E-05	1.00E-04
7.58E+01	1.64E-03	3.89E-08	9.75E-11	7.39E-09	2.63E-08	2.76E-05	9.99E-05
7.59E+01	1.64E-03	3.88E-08	9.72E-11	7.38E-09	2.62E-08	2.76E-05	9.97E-05
7.60E+01	1.64E-03	3.86E-08	9.69E-11	7.36E-09	2.62E-08	2.75E-05	9.95E-05
7.61E+01	1.64E-03	3.85E-08	9.65E-11	7.35E-09	2.61E-08	2.75E-05	9.94E-05
7.62E+01	1.64E-03	3.84E-08	9.62E-11	7.33E-09	2.61E-08	2.74E-05	9.92E-05
7.63E+01	1.63E-03	3.83E-08	9.59E-11	7.32E-09	2.60E-08	2.74E-05	9.90E-05
7.64E+01	1.63E-03	3.81E-08	9.56E-11	7.30E-09	2.60E-08	2.73E-05	9.88E-05
7.65E+01	1.63E-03	3.80E-08	9.52E-11	7.29E-09	2.59E-08	2.73E-05	9.87E-05
7.66E+01	1.63E-03	3.79E-08	9.49E-11	7.27E-09	2.58E-08	2.73E-05	9.85E-05
7.67E+01	1.63E-03	3.77E-08	9.46E-11	7.25E-09	2.58E-08	2.72E-05	9.83E-05
7.68E+01	1.63E-03	3.76E-08	9.43E-11	7.24E-09	2.57E-08	2.72E-05	9.82E-05
7.69E+01	1.63E-03	3.75E-08	9.39E-11	7.22E-09	2.57E-08	2.71E-05	9.80E-05
7.70E+01	1.63E-03	3.74E-08	9.36E-11	7.21E-09	2.56E-08	2.71E-05	9.78E-05
7.71E+01	1.63E-03	3.72E-08	9.33E-11	7.19E-09	2.56E-08	2.70E-05	9.77E-05
7.72E+01	1.63E-03	3.71E-08	9.30E-11	7.18E-09	2.55E-08	2.70E-05	9.75E-05
7.73E+01	1.63E-03	3.70E-08	9.27E-11	7.16E-09	2.55E-08	2.69E-05	9.74E-05
7.74E+01	1.63E-03	3.69E-08	9.24E-11	7.15E-09	2.54E-08	2.69E-05	9.72E-05
7.75E+01	1.63E-03	3.67E-08	9.21E-11	7.14E-09	2.54E-08	2.68E-05	9.70E-05
7.76E+01	1.63E-03	3.66E-08	9.18E-11	7.12E-09	2.53E-08	2.68E-05	9.69E-05
7.77E+01	1.63E-03	3.65E-08	9.15E-11	7.11E-09	2.53E-08	2.68E-05	9.67E-05
7.78E+01	1.63E-03	3.64E-08	9.11E-11	7.09E-09	2.52E-08	2.67E-05	9.65E-05
7.79E+01	1.62E-03	3.62E-08	9.08E-11	7.08E-09	2.52E-08	2.67E-05	9.64E-05
7.80E+01	1.62E-03	3.61E-08	9.05E-11	7.06E-09	2.51E-08	2.66E-05	9.62E-05
7.81E+01	1.62E-03	3.60E-08	9.02E-11	7.05E-09	2.51E-08	2.66E-05	9.61E-05
7.82E+01	1.62E-03	3.59E-08	8.99E-11	7.03E-09	2.50E-08	2.65E-05	9.59E-05
7.83E+01	1.62E-03	3.58E-08	8.96E-11	7.02E-09	2.50E-08	2.65E-05	9.57E-05
7.84E+01	1.62E-03	3.56E-08	8.93E-11	7.00E-09	2.49E-08	2.64E-05	9.56E-05
7.85E+01	1.62E-03	3.55E-08	8.90E-11	6.99E-09	2.48E-08	2.64E-05	9.54E-05
7.86E+01	1.62E-03	3.54E-08	8.88E-11	6.98E-09	2.48E-08	2.64E-05	9.53E-05
7.87E+01	1.62E-03	3.53E-08	8.85E-11	6.96E-09	2.47E-08	2.63E-05	9.51E-05
7.88E+01	1.62E-03	3.52E-08	8.82E-11	6.95E-09	2.47E-08	2.63E-05	9.49E-05
7.89E+01	1.62E-03	3.51E-08	8.79E-11	6.93E-09	2.46E-08	2.62E-05	9.48E-05
7.90E+01	1.62E-03	3.49E-08	8.76E-11	6.92E-09	2.46E-08	2.62E-05	9.46E-05
7.91E+01	1.62E-03	3.48E-08	8.73E-11	6.91E-09	2.45E-08	2.61E-05	9.45E-05
7.92E+01	1.62E-03	3.47E-08	8.70E-11	6.89E-09	2.45E-08	2.61E-05	9.43E-05
7.93E+01	1.62E-03	3.46E-08	8.67E-11	6.88E-09	2.44E-08	2.61E-05	9.42E-05
7.94E+01	1.62E-03	3.45E-08	8.64E-11	6.86E-09	2.44E-08	2.60E-05	9.40E-05
7.95E+01	1.61E-03	3.44E-08	8.62E-11	6.85E-09	2.44E-08	2.60E-05	9.39E-05
7.96E+01	1.61E-03	3.43E-08	8.59E-11	6.84E-09	2.43E-08	2.59E-05	9.37E-05
7.97E+01	1.61E-03	3.42E-08	8.56E-11	6.82E-09	2.43E-08	2.59E-05	9.36E-05
7.98E+01	1.61E-03	3.40E-08	8.53E-11	6.81E-09	2.42E-08	2.58E-05	9.34E-05
7.99E+01	1.61E-03	3.39E-08	8.50E-11	6.80E-09	2.42E-08	2.58E-05	9.33E-05
8.00E+01	1.61E-03	3.38E-08	8.48E-11	6.78E-09	2.41E-08	2.58E-05	9.31E-05

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
8.01E+01	1.61E-03	3.37E-08	8.45E-11	6.77E-09	2.41E-08	2.57E-05	9.30E-05
8.02E+01	1.61E-03	3.36E-08	8.42E-11	6.75E-09	2.40E-08	2.57E-05	9.28E-05
8.03E+01	1.61E-03	3.35E-08	8.40E-11	6.74E-09	2.40E-08	2.56E-05	9.26E-05
8.04E+01	1.61E-03	3.34E-08	8.37E-11	6.73E-09	2.39E-08	2.56E-05	9.25E-05
8.05E+01	1.61E-03	3.33E-08	8.34E-11	6.71E-09	2.39E-08	2.55E-05	9.24E-05
8.06E+01	1.61E-03	3.32E-08	8.31E-11	6.70E-09	2.38E-08	2.55E-05	9.22E-05
8.07E+01	1.61E-03	3.31E-08	8.29E-11	6.69E-09	2.38E-08	2.55E-05	9.21E-05
8.08E+01	1.61E-03	3.30E-08	8.26E-11	6.67E-09	2.37E-08	2.54E-05	9.19E-05
8.09E+01	1.61E-03	3.28E-08	8.23E-11	6.66E-09	2.37E-08	2.54E-05	9.18E-05
8.10E+01	1.61E-03	3.27E-08	8.21E-11	6.65E-09	2.36E-08	2.53E-05	9.16E-05
8.11E+01	1.61E-03	3.26E-08	8.18E-11	6.64E-09	2.36E-08	2.53E-05	9.15E-05
8.12E+01	1.60E-03	3.25E-08	8.16E-11	6.62E-09	2.35E-08	2.53E-05	9.13E-05
8.13E+01	1.60E-03	3.24E-08	8.13E-11	6.61E-09	2.35E-08	2.52E-05	9.12E-05
8.14E+01	1.60E-03	3.23E-08	8.10E-11	6.60E-09	2.34E-08	2.52E-05	9.10E-05
8.15E+01	1.60E-03	3.22E-08	8.08E-11	6.58E-09	2.34E-08	2.51E-05	9.09E-05
8.16E+01	1.60E-03	3.21E-08	8.05E-11	6.57E-09	2.34E-08	2.51E-05	9.07E-05
8.17E+01	1.60E-03	3.20E-08	8.03E-11	6.56E-09	2.33E-08	2.51E-05	9.06E-05
8.18E+01	1.60E-03	3.19E-08	8.00E-11	6.54E-09	2.33E-08	2.50E-05	9.04E-05
8.19E+01	1.60E-03	3.18E-08	7.98E-11	6.53E-09	2.32E-08	2.50E-05	9.03E-05
8.20E+01	1.60E-03	3.17E-08	7.95E-11	6.52E-09	2.32E-08	2.49E-05	9.02E-05
8.21E+01	1.60E-03	3.16E-08	7.92E-11	6.51E-09	2.31E-08	2.49E-05	9.00E-05
8.22E+01	1.60E-03	3.15E-08	7.90E-11	6.49E-09	2.31E-08	2.49E-05	8.99E-05
8.23E+01	1.60E-03	3.14E-08	7.87E-11	6.48E-09	2.30E-08	2.48E-05	8.97E-05
8.24E+01	1.60E-03	3.13E-08	7.85E-11	6.47E-09	2.30E-08	2.48E-05	8.96E-05
8.25E+01	1.60E-03	3.12E-08	7.83E-11	6.46E-09	2.29E-08	2.47E-05	8.95E-05
8.26E+01	1.60E-03	3.11E-08	7.80E-11	6.44E-09	2.29E-08	2.47E-05	8.93E-05
8.27E+01	1.60E-03	3.10E-08	7.78E-11	6.43E-09	2.29E-08	2.47E-05	8.92E-05
8.28E+01	1.60E-03	3.09E-08	7.75E-11	6.42E-09	2.28E-08	2.46E-05	8.90E-05
8.29E+01	1.59E-03	3.08E-08	7.73E-11	6.41E-09	2.28E-08	2.46E-05	8.89E-05
8.30E+01	1.59E-03	3.07E-08	7.70E-11	6.39E-09	2.27E-08	2.46E-05	8.88E-05
8.31E+01	1.59E-03	3.06E-08	7.68E-11	6.38E-09	2.27E-08	2.45E-05	8.86E-05
8.32E+01	1.59E-03	3.05E-08	7.66E-11	6.37E-09	2.26E-08	2.45E-05	8.85E-05
8.33E+01	1.59E-03	3.04E-08	7.63E-11	6.36E-09	2.26E-08	2.44E-05	8.83E-05
8.34E+01	1.59E-03	3.04E-08	7.61E-11	6.34E-09	2.26E-08	2.44E-05	8.82E-05
8.35E+01	1.59E-03	3.03E-08	7.58E-11	6.33E-09	2.25E-08	2.44E-05	8.81E-05
8.36E+01	1.59E-03	3.02E-08	7.56E-11	6.32E-09	2.25E-08	2.43E-05	8.79E-05
8.37E+01	1.59E-03	3.01E-08	7.54E-11	6.31E-09	2.24E-08	2.43E-05	8.78E-05
8.38E+01	1.59E-03	3.00E-08	7.51E-11	6.30E-09	2.24E-08	2.42E-05	8.77E-05
8.39E+01	1.59E-03	2.99E-08	7.49E-11	6.28E-09	2.23E-08	2.42E-05	8.75E-05
8.40E+01	1.59E-03	2.98E-08	7.47E-11	6.27E-09	2.23E-08	2.42E-05	8.74E-05
8.41E+01	1.59E-03	2.97E-08	7.44E-11	6.26E-09	2.23E-08	2.41E-05	8.72E-05
8.42E+01	1.59E-03	2.96E-08	7.42E-11	6.25E-09	2.22E-08	2.41E-05	8.71E-05
8.43E+01	1.59E-03	2.95E-08	7.40E-11	6.24E-09	2.22E-08	2.41E-05	8.70E-05
8.44E+01	1.59E-03	2.94E-08	7.38E-11	6.23E-09	2.21E-08	2.40E-05	8.68E-05
8.45E+01	1.59E-03	2.93E-08	7.35E-11	6.21E-09	2.21E-08	2.40E-05	8.67E-05
8.46E+01	1.58E-03	2.92E-08	7.33E-11	6.20E-09	2.20E-08	2.40E-05	8.66E-05
8.47E+01	1.58E-03	2.92E-08	7.31E-11	6.19E-09	2.20E-08	2.39E-05	8.64E-05
8.48E+01	1.58E-03	2.91E-08	7.29E-11	6.18E-09	2.20E-08	2.39E-05	8.63E-05
8.49E+01	1.58E-03	2.90E-08	7.26E-11	6.17E-09	2.19E-08	2.38E-05	8.62E-05
8.50E+01	1.58E-03	2.89E-08	7.24E-11	6.15E-09	2.19E-08	2.38E-05	8.60E-05

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
8.51E+01	1.58E-03	2.88E-08	7.22E-11	6.14E-09	2.18E-08	2.38E-05	8.59E-05
8.52E+01	1.58E-03	2.87E-08	7.20E-11	6.13E-09	2.18E-08	2.37E-05	8.58E-05
8.53E+01	1.58E-03	2.86E-08	7.17E-11	6.12E-09	2.18E-08	2.37E-05	8.57E-05
8.54E+01	1.58E-03	2.85E-08	7.15E-11	6.11E-09	2.17E-08	2.37E-05	8.55E-05
8.55E+01	1.58E-03	2.85E-08	7.13E-11	6.10E-09	2.17E-08	2.36E-05	8.54E-05
8.56E+01	1.58E-03	2.84E-08	7.11E-11	6.09E-09	2.16E-08	2.36E-05	8.53E-05
8.57E+01	1.58E-03	2.83E-08	7.09E-11	6.07E-09	2.16E-08	2.36E-05	8.51E-05
8.58E+01	1.58E-03	2.82E-08	7.07E-11	6.06E-09	2.16E-08	2.35E-05	8.50E-05
8.59E+01	1.58E-03	2.81E-08	7.05E-11	6.05E-09	2.15E-08	2.35E-05	8.49E-05
8.60E+01	1.58E-03	2.80E-08	7.02E-11	6.04E-09	2.15E-08	2.34E-05	8.47E-05
8.61E+01	1.58E-03	2.79E-08	7.00E-11	6.03E-09	2.14E-08	2.34E-05	8.46E-05
8.62E+01	1.58E-03	2.79E-08	6.98E-11	6.02E-09	2.14E-08	2.34E-05	8.45E-05
8.63E+01	1.58E-03	2.78E-08	6.96E-11	6.01E-09	2.14E-08	2.33E-05	8.44E-05
8.64E+01	1.57E-03	2.77E-08	6.94E-11	6.00E-09	2.13E-08	2.33E-05	8.42E-05
8.65E+01	1.57E-03	2.76E-08	6.92E-11	5.98E-09	2.13E-08	2.33E-05	8.41E-05
8.66E+01	1.57E-03	2.75E-08	6.90E-11	5.97E-09	2.12E-08	2.32E-05	8.40E-05
8.67E+01	1.57E-03	2.74E-08	6.88E-11	5.96E-09	2.12E-08	2.32E-05	8.39E-05
8.68E+01	1.57E-03	2.74E-08	6.86E-11	5.95E-09	2.12E-08	2.32E-05	8.37E-05
8.69E+01	1.57E-03	2.73E-08	6.84E-11	5.94E-09	2.11E-08	2.31E-05	8.36E-05
8.70E+01	1.57E-03	2.72E-08	6.82E-11	5.93E-09	2.11E-08	2.31E-05	8.35E-05
8.71E+01	1.57E-03	2.71E-08	6.80E-11	5.92E-09	2.10E-08	2.31E-05	8.34E-05
8.72E+01	1.57E-03	2.70E-08	6.78E-11	5.91E-09	2.10E-08	2.30E-05	8.32E-05
8.73E+01	1.57E-03	2.70E-08	6.76E-11	5.90E-09	2.10E-08	2.30E-05	8.31E-05
8.74E+01	1.57E-03	2.69E-08	6.74E-11	5.89E-09	2.09E-08	2.30E-05	8.30E-05
8.75E+01	1.57E-03	2.68E-08	6.72E-11	5.88E-09	2.09E-08	2.29E-05	8.29E-05
8.76E+01	1.57E-03	2.67E-08	6.70E-11	5.87E-09	2.08E-08	2.29E-05	8.27E-05
8.77E+01	1.57E-03	2.66E-08	6.68E-11	5.85E-09	2.08E-08	2.29E-05	8.26E-05
8.78E+01	1.57E-03	2.66E-08	6.66E-11	5.84E-09	2.08E-08	2.28E-05	8.25E-05
8.79E+01	1.57E-03	2.65E-08	6.64E-11	5.83E-09	2.07E-08	2.28E-05	8.24E-05
8.80E+01	1.57E-03	2.64E-08	6.62E-11	5.82E-09	2.07E-08	2.28E-05	8.23E-05
8.81E+01	1.57E-03	2.63E-08	6.60E-11	5.81E-09	2.07E-08	2.27E-05	8.21E-05
8.82E+01	1.57E-03	2.62E-08	6.58E-11	5.80E-09	2.06E-08	2.27E-05	8.20E-05
8.83E+01	1.56E-03	2.62E-08	6.56E-11	5.79E-09	2.06E-08	2.27E-05	8.19E-05
8.84E+01	1.56E-03	2.61E-08	6.54E-11	5.78E-09	2.05E-08	2.26E-05	8.18E-05
8.85E+01	1.56E-03	2.60E-08	6.52E-11	5.77E-09	2.05E-08	2.26E-05	8.16E-05
8.86E+01	1.56E-03	2.59E-08	6.50E-11	5.76E-09	2.05E-08	2.26E-05	8.15E-05
8.87E+01	1.56E-03	2.59E-08	6.48E-11	5.75E-09	2.04E-08	2.25E-05	8.14E-05
8.88E+01	1.56E-03	2.58E-08	6.46E-11	5.74E-09	2.04E-08	2.25E-05	8.13E-05
8.89E+01	1.56E-03	2.57E-08	6.44E-11	5.73E-09	2.04E-08	2.25E-05	8.12E-05
8.90E+01	1.56E-03	2.56E-08	6.43E-11	5.72E-09	2.03E-08	2.24E-05	8.11E-05
8.91E+01	1.56E-03	2.56E-08	6.41E-11	5.71E-09	2.03E-08	2.24E-05	8.09E-05
8.92E+01	1.56E-03	2.55E-08	6.39E-11	5.70E-09	2.03E-08	2.24E-05	8.08E-05
8.93E+01	1.56E-03	2.54E-08	6.37E-11	5.69E-09	2.02E-08	2.23E-05	8.07E-05
8.94E+01	1.56E-03	2.53E-08	6.35E-11	5.68E-09	2.02E-08	2.23E-05	8.06E-05
8.95E+01	1.56E-03	2.53E-08	6.33E-11	5.67E-09	2.01E-08	2.23E-05	8.05E-05
8.96E+01	1.56E-03	2.52E-08	6.31E-11	5.66E-09	2.01E-08	2.22E-05	8.03E-05
8.97E+01	1.56E-03	2.51E-08	6.30E-11	5.65E-09	2.01E-08	2.22E-05	8.02E-05
8.98E+01	1.56E-03	2.50E-08	6.28E-11	5.64E-09	2.00E-08	2.22E-05	8.01E-05
8.99E+01	1.56E-03	2.50E-08	6.26E-11	5.63E-09	2.00E-08	2.21E-05	8.00E-05
9.00E+01	1.56E-03	2.49E-08	6.24E-11	5.62E-09	2.00E-08	2.21E-05	7.99E-05

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
9.01E+01	1.56E-03	2.48E-08	6.22E-11	5.61E-09	1.99E-08	2.21E-05	7.98E-05
9.02E+01	1.55E-03	2.48E-08	6.21E-11	5.60E-09	1.99E-08	2.20E-05	7.97E-05
9.03E+01	1.55E-03	2.47E-08	6.19E-11	5.59E-09	1.99E-08	2.20E-05	7.95E-05
9.04E+01	1.55E-03	2.46E-08	6.17E-11	5.58E-09	1.98E-08	2.20E-05	7.94E-05
9.05E+01	1.55E-03	2.45E-08	6.15E-11	5.57E-09	1.98E-08	2.19E-05	7.93E-05
9.06E+01	1.55E-03	2.45E-08	6.13E-11	5.56E-09	1.98E-08	2.19E-05	7.92E-05
9.07E+01	1.55E-03	2.44E-08	6.12E-11	5.55E-09	1.97E-08	2.19E-05	7.91E-05
9.08E+01	1.55E-03	2.43E-08	6.10E-11	5.54E-09	1.97E-08	2.18E-05	7.90E-05
9.09E+01	1.55E-03	2.43E-08	6.08E-11	5.53E-09	1.97E-08	2.18E-05	7.89E-05
9.10E+01	1.55E-03	2.42E-08	6.06E-11	5.52E-09	1.96E-08	2.18E-05	7.87E-05
9.11E+01	1.55E-03	2.41E-08	6.05E-11	5.51E-09	1.96E-08	2.18E-05	7.86E-05
9.12E+01	1.55E-03	2.41E-08	6.03E-11	5.50E-09	1.95E-08	2.17E-05	7.85E-05
9.13E+01	1.55E-03	2.40E-08	6.01E-11	5.49E-09	1.95E-08	2.17E-05	7.84E-05
9.14E+01	1.55E-03	2.39E-08	6.00E-11	5.48E-09	1.95E-08	2.17E-05	7.83E-05
9.15E+01	1.55E-03	2.39E-08	5.98E-11	5.47E-09	1.94E-08	2.16E-05	7.82E-05
9.16E+01	1.55E-03	2.38E-08	5.96E-11	5.46E-09	1.94E-08	2.16E-05	7.81E-05
9.17E+01	1.55E-03	2.37E-08	5.94E-11	5.45E-09	1.94E-08	2.16E-05	7.80E-05
9.18E+01	1.55E-03	2.36E-08	5.93E-11	5.44E-09	1.93E-08	2.15E-05	7.79E-05
9.19E+01	1.55E-03	2.36E-08	5.91E-11	5.43E-09	1.93E-08	2.15E-05	7.77E-05
9.20E+01	1.55E-03	2.35E-08	5.89E-11	5.42E-09	1.93E-08	2.15E-05	7.76E-05
9.21E+01	1.55E-03	2.34E-08	5.88E-11	5.41E-09	1.92E-08	2.14E-05	7.75E-05
9.22E+01	1.54E-03	2.34E-08	5.86E-11	5.40E-09	1.92E-08	2.14E-05	7.74E-05
9.23E+01	1.54E-03	2.33E-08	5.84E-11	5.39E-09	1.92E-08	2.14E-05	7.73E-05
9.24E+01	1.54E-03	2.33E-08	5.83E-11	5.39E-09	1.91E-08	2.14E-05	7.72E-05
9.25E+01	1.54E-03	2.32E-08	5.81E-11	5.38E-09	1.91E-08	2.13E-05	7.71E-05
9.26E+01	1.54E-03	2.31E-08	5.80E-11	5.37E-09	1.91E-08	2.13E-05	7.70E-05
9.27E+01	1.54E-03	2.31E-08	5.78E-11	5.36E-09	1.90E-08	2.13E-05	7.69E-05
9.28E+01	1.54E-03	2.30E-08	5.76E-11	5.35E-09	1.90E-08	2.12E-05	7.68E-05
9.29E+01	1.54E-03	2.29E-08	5.75E-11	5.34E-09	1.90E-08	2.12E-05	7.67E-05
9.30E+01	1.54E-03	2.29E-08	5.73E-11	5.33E-09	1.89E-08	2.12E-05	7.65E-05
9.31E+01	1.54E-03	2.28E-08	5.72E-11	5.32E-09	1.89E-08	2.11E-05	7.64E-05
9.32E+01	1.54E-03	2.27E-08	5.70E-11	5.31E-09	1.89E-08	2.11E-05	7.63E-05
9.33E+01	1.54E-03	2.27E-08	5.68E-11	5.30E-09	1.88E-08	2.11E-05	7.62E-05
9.34E+01	1.54E-03	2.26E-08	5.67E-11	5.29E-09	1.88E-08	2.11E-05	7.61E-05
9.35E+01	1.54E-03	2.25E-08	5.65E-11	5.28E-09	1.88E-08	2.10E-05	7.60E-05
9.36E+01	1.54E-03	2.25E-08	5.64E-11	5.28E-09	1.88E-08	2.10E-05	7.59E-05
9.37E+01	1.54E-03	2.24E-08	5.62E-11	5.27E-09	1.87E-08	2.10E-05	7.58E-05
9.38E+01	1.54E-03	2.24E-08	5.60E-11	5.26E-09	1.87E-08	2.09E-05	7.57E-05
9.39E+01	1.54E-03	2.23E-08	5.59E-11	5.25E-09	1.87E-08	2.09E-05	7.56E-05
9.40E+01	1.54E-03	2.22E-08	5.57E-11	5.24E-09	1.86E-08	2.09E-05	7.55E-05
9.41E+01	1.54E-03	2.22E-08	5.56E-11	5.23E-09	1.86E-08	2.09E-05	7.54E-05
9.42E+01	1.53E-03	2.21E-08	5.54E-11	5.22E-09	1.86E-08	2.08E-05	7.53E-05
9.43E+01	1.53E-03	2.21E-08	5.53E-11	5.21E-09	1.85E-08	2.08E-05	7.52E-05
9.44E+01	1.53E-03	2.20E-08	5.51E-11	5.20E-09	1.85E-08	2.08E-05	7.51E-05
9.45E+01	1.53E-03	2.19E-08	5.50E-11	5.20E-09	1.85E-08	2.07E-05	7.50E-05
9.46E+01	1.53E-03	2.19E-08	5.48E-11	5.19E-09	1.84E-08	2.07E-05	7.49E-05
9.47E+01	1.53E-03	2.18E-08	5.47E-11	5.18E-09	1.84E-08	2.07E-05	7.48E-05
9.48E+01	1.53E-03	2.18E-08	5.45E-11	5.17E-09	1.84E-08	2.07E-05	7.47E-05
9.49E+01	1.53E-03	2.17E-08	5.44E-11	5.16E-09	1.83E-08	2.06E-05	7.46E-05
9.50E+01	1.53E-03	2.16E-08	5.42E-11	5.15E-09	1.83E-08	2.06E-05	7.45E-05

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
9.51E+01	1.53E-03	2.16E-08	5.41E-11	5.14E-09	1.83E-08	2.06E-05	7.44E-05
9.52E+01	1.53E-03	2.15E-08	5.39E-11	5.13E-09	1.83E-08	2.05E-05	7.43E-05
9.53E+01	1.53E-03	2.15E-08	5.38E-11	5.13E-09	1.82E-08	2.05E-05	7.42E-05
9.54E+01	1.53E-03	2.14E-08	5.36E-11	5.12E-09	1.82E-08	2.05E-05	7.41E-05
9.55E+01	1.53E-03	2.13E-08	5.35E-11	5.11E-09	1.82E-08	2.05E-05	7.40E-05
9.56E+01	1.53E-03	2.13E-08	5.33E-11	5.10E-09	1.81E-08	2.04E-05	7.39E-05
9.57E+01	1.53E-03	2.12E-08	5.32E-11	5.09E-09	1.81E-08	2.04E-05	7.38E-05
9.58E+01	1.53E-03	2.12E-08	5.31E-11	5.08E-09	1.81E-08	2.04E-05	7.37E-05
9.59E+01	1.53E-03	2.11E-08	5.29E-11	5.07E-09	1.80E-08	2.03E-05	7.36E-05
9.60E+01	1.53E-03	2.11E-08	5.28E-11	5.07E-09	1.80E-08	2.03E-05	7.35E-05
9.61E+01	1.53E-03	2.10E-08	5.26E-11	5.06E-09	1.80E-08	2.03E-05	7.34E-05
9.62E+01	1.53E-03	2.09E-08	5.25E-11	5.05E-09	1.79E-08	2.03E-05	7.33E-05
9.63E+01	1.52E-03	2.09E-08	5.23E-11	5.04E-09	1.79E-08	2.02E-05	7.32E-05
9.64E+01	1.52E-03	2.08E-08	5.22E-11	5.03E-09	1.79E-08	2.02E-05	7.31E-05
9.65E+01	1.52E-03	2.08E-08	5.21E-11	5.02E-09	1.79E-08	2.02E-05	7.30E-05
9.66E+01	1.52E-03	2.07E-08	5.19E-11	5.02E-09	1.78E-08	2.02E-05	7.29E-05
9.67E+01	1.52E-03	2.07E-08	5.18E-11	5.01E-09	1.78E-08	2.01E-05	7.28E-05
9.68E+01	1.52E-03	2.06E-08	5.16E-11	5.00E-09	1.78E-08	2.01E-05	7.27E-05
9.69E+01	1.52E-03	2.05E-08	5.15E-11	4.99E-09	1.77E-08	2.01E-05	7.26E-05
9.70E+01	1.52E-03	2.05E-08	5.14E-11	4.98E-09	1.77E-08	2.00E-05	7.25E-05
9.71E+01	1.52E-03	2.04E-08	5.12E-11	4.97E-09	1.77E-08	2.00E-05	7.24E-05
9.72E+01	1.52E-03	2.04E-08	5.11E-11	4.97E-09	1.77E-08	2.00E-05	7.23E-05
9.73E+01	1.52E-03	2.03E-08	5.10E-11	4.96E-09	1.76E-08	2.00E-05	7.22E-05
9.74E+01	1.52E-03	2.03E-08	5.08E-11	4.95E-09	1.76E-08	1.99E-05	7.21E-05
9.75E+01	1.52E-03	2.02E-08	5.07E-11	4.94E-09	1.76E-08	1.99E-05	7.20E-05
9.76E+01	1.52E-03	2.02E-08	5.05E-11	4.93E-09	1.75E-08	1.99E-05	7.19E-05
9.77E+01	1.52E-03	2.01E-08	5.04E-11	4.93E-09	1.75E-08	1.99E-05	7.18E-05
9.78E+01	1.52E-03	2.01E-08	5.03E-11	4.92E-09	1.75E-08	1.98E-05	7.17E-05
9.79E+01	1.52E-03	2.00E-08	5.01E-11	4.91E-09	1.75E-08	1.98E-05	7.16E-05
9.80E+01	1.52E-03	2.00E-08	5.00E-11	4.90E-09	1.74E-08	1.98E-05	7.15E-05
9.81E+01	1.52E-03	1.99E-08	4.99E-11	4.89E-09	1.74E-08	1.98E-05	7.14E-05
9.82E+01	1.52E-03	1.98E-08	4.98E-11	4.89E-09	1.74E-08	1.97E-05	7.13E-05
9.83E+01	1.52E-03	1.98E-08	4.96E-11	4.88E-09	1.73E-08	1.97E-05	7.12E-05
9.84E+01	1.51E-03	1.97E-08	4.95E-11	4.87E-09	1.73E-08	1.97E-05	7.11E-05
9.85E+01	1.51E-03	1.97E-08	4.94E-11	4.86E-09	1.73E-08	1.97E-05	7.10E-05
9.86E+01	1.51E-03	1.96E-08	4.92E-11	4.85E-09	1.73E-08	1.96E-05	7.09E-05
9.87E+01	1.51E-03	1.96E-08	4.91E-11	4.85E-09	1.72E-08	1.96E-05	7.09E-05
9.88E+01	1.51E-03	1.95E-08	4.90E-11	4.84E-09	1.72E-08	1.96E-05	7.08E-05
9.89E+01	1.51E-03	1.95E-08	4.88E-11	4.83E-09	1.72E-08	1.95E-05	7.07E-05
9.90E+01	1.51E-03	1.94E-08	4.87E-11	4.82E-09	1.71E-08	1.95E-05	7.06E-05
9.91E+01	1.51E-03	1.94E-08	4.86E-11	4.81E-09	1.71E-08	1.95E-05	7.05E-05
9.92E+01	1.51E-03	1.93E-08	4.85E-11	4.81E-09	1.71E-08	1.95E-05	7.04E-05
9.93E+01	1.51E-03	1.93E-08	4.83E-11	4.80E-09	1.71E-08	1.94E-05	7.03E-05
9.94E+01	1.51E-03	1.92E-08	4.82E-11	4.79E-09	1.70E-08	1.94E-05	7.02E-05
9.95E+01	1.51E-03	1.92E-08	4.81E-11	4.78E-09	1.70E-08	1.94E-05	7.01E-05
9.96E+01	1.51E-03	1.91E-08	4.80E-11	4.78E-09	1.70E-08	1.94E-05	7.00E-05
9.97E+01	1.51E-03	1.91E-08	4.78E-11	4.77E-09	1.70E-08	1.93E-05	6.99E-05
9.98E+01	1.51E-03	1.90E-08	4.77E-11	4.76E-09	1.69E-08	1.93E-05	6.98E-05
9.99E+01	1.51E-03	1.90E-08	4.76E-11	4.75E-09	1.69E-08	1.93E-05	6.97E-05
1.00E+02	1.51E-03	1.89E-08	4.75E-11	4.75E-09	1.69E-08	1.93E-05	6.97E-05

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
1.00E+02	1.51E-03	1.89E-08	4.73E-11	4.74E-09	1.68E-08	1.92E-05	6.96E-05
1.00E+02	1.51E-03	1.88E-08	4.72E-11	4.73E-09	1.68E-08	1.92E-05	6.95E-05
1.00E+02	1.51E-03	1.88E-08	4.71E-11	4.72E-09	1.68E-08	1.92E-05	6.94E-05
1.00E+02	1.51E-03	1.87E-08	4.70E-11	4.72E-09	1.68E-08	1.92E-05	6.93E-05
1.01E+02	1.51E-03	1.87E-08	4.68E-11	4.71E-09	1.67E-08	1.91E-05	6.92E-05
1.01E+02	1.50E-03	1.86E-08	4.67E-11	4.70E-09	1.67E-08	1.91E-05	6.91E-05
1.01E+02	1.50E-03	1.86E-08	4.66E-11	4.69E-09	1.67E-08	1.91E-05	6.90E-05
1.01E+02	1.50E-03	1.85E-08	4.65E-11	4.69E-09	1.67E-08	1.91E-05	6.89E-05
1.01E+02	1.50E-03	1.85E-08	4.64E-11	4.68E-09	1.66E-08	1.90E-05	6.89E-05
1.01E+02	1.50E-03	1.84E-08	4.62E-11	4.67E-09	1.66E-08	1.90E-05	6.88E-05
1.01E+02	1.50E-03	1.84E-08	4.61E-11	4.66E-09	1.66E-08	1.90E-05	6.87E-05
1.01E+02	1.50E-03	1.84E-08	4.60E-11	4.66E-09	1.66E-08	1.90E-05	6.86E-05
1.01E+02	1.50E-03	1.83E-08	4.59E-11	4.65E-09	1.65E-08	1.89E-05	6.85E-05
1.01E+02	1.50E-03	1.83E-08	4.58E-11	4.64E-09	1.65E-08	1.89E-05	6.84E-05
1.02E+02	1.50E-03	1.82E-08	4.57E-11	4.63E-09	1.65E-08	1.89E-05	6.83E-05
1.02E+02	1.50E-03	1.82E-08	4.55E-11	4.63E-09	1.64E-08	1.89E-05	6.82E-05
1.02E+02	1.50E-03	1.81E-08	4.54E-11	4.62E-09	1.64E-08	1.89E-05	6.81E-05
1.02E+02	1.50E-03	1.81E-08	4.53E-11	4.61E-09	1.64E-08	1.88E-05	6.81E-05
1.02E+02	1.50E-03	1.80E-08	4.52E-11	4.60E-09	1.64E-08	1.88E-05	6.80E-05
1.02E+02	1.50E-03	1.80E-08	4.51E-11	4.60E-09	1.63E-08	1.88E-05	6.79E-05
1.02E+02	1.50E-03	1.79E-08	4.50E-11	4.59E-09	1.63E-08	1.88E-05	6.78E-05
1.02E+02	1.50E-03	1.79E-08	4.48E-11	4.58E-09	1.63E-08	1.87E-05	6.77E-05
1.02E+02	1.50E-03	1.78E-08	4.47E-11	4.58E-09	1.63E-08	1.87E-05	6.76E-05
1.02E+02	1.50E-03	1.78E-08	4.46E-11	4.57E-09	1.62E-08	1.87E-05	6.75E-05
1.03E+02	1.50E-03	1.78E-08	4.45E-11	4.56E-09	1.62E-08	1.87E-05	6.75E-05
1.03E+02	1.50E-03	1.77E-08	4.44E-11	4.55E-09	1.62E-08	1.86E-05	6.74E-05
1.03E+02	1.50E-03	1.77E-08	4.43E-11	4.55E-09	1.62E-08	1.86E-05	6.73E-05
1.03E+02	1.49E-03	1.76E-08	4.42E-11	4.54E-09	1.61E-08	1.86E-05	6.72E-05
1.03E+02	1.49E-03	1.76E-08	4.41E-11	4.53E-09	1.61E-08	1.86E-05	6.71E-05
1.03E+02	1.49E-03	1.75E-08	4.39E-11	4.53E-09	1.61E-08	1.85E-05	6.70E-05
1.03E+02	1.49E-03	1.75E-08	4.38E-11	4.52E-09	1.61E-08	1.85E-05	6.69E-05
1.03E+02	1.49E-03	1.74E-08	4.37E-11	4.51E-09	1.60E-08	1.85E-05	6.69E-05
1.03E+02	1.49E-03	1.74E-08	4.36E-11	4.51E-09	1.60E-08	1.85E-05	6.68E-05
1.03E+02	1.49E-03	1.74E-08	4.35E-11	4.50E-09	1.60E-08	1.85E-05	6.67E-05
1.04E+02	1.49E-03	1.73E-08	4.34E-11	4.49E-09	1.60E-08	1.84E-05	6.66E-05
1.04E+02	1.49E-03	1.73E-08	4.33E-11	4.48E-09	1.59E-08	1.84E-05	6.65E-05
1.04E+02	1.49E-03	1.72E-08	4.32E-11	4.48E-09	1.59E-08	1.84E-05	6.64E-05
1.04E+02	1.49E-03	1.72E-08	4.31E-11	4.47E-09	1.59E-08	1.84E-05	6.64E-05
1.04E+02	1.49E-03	1.71E-08	4.30E-11	4.46E-09	1.59E-08	1.83E-05	6.63E-05
1.04E+02	1.49E-03	1.71E-08	4.29E-11	4.46E-09	1.58E-08	1.83E-05	6.62E-05
1.04E+02	1.49E-03	1.71E-08	4.27E-11	4.45E-09	1.58E-08	1.83E-05	6.61E-05
1.04E+02	1.49E-03	1.70E-08	4.26E-11	4.44E-09	1.58E-08	1.83E-05	6.60E-05
1.04E+02	1.49E-03	1.70E-08	4.25E-11	4.44E-09	1.58E-08	1.82E-05	6.59E-05
1.04E+02	1.49E-03	1.69E-08	4.24E-11	4.43E-09	1.57E-08	1.82E-05	6.59E-05
1.05E+02	1.49E-03	1.69E-08	4.23E-11	4.42E-09	1.57E-08	1.82E-05	6.58E-05

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
1.05E+02	1.49E-03	1.68E-08	4.22E-11	4.42E-09	1.57E-08	1.82E-05	6.57E-05
1.05E+02	1.49E-03	1.68E-08	4.21E-11	4.41E-09	1.57E-08	1.82E-05	6.56E-05
1.05E+02	1.49E-03	1.68E-08	4.20E-11	4.40E-09	1.57E-08	1.81E-05	6.55E-05
1.05E+02	1.49E-03	1.67E-08	4.19E-11	4.40E-09	1.56E-08	1.81E-05	6.55E-05
1.05E+02	1.49E-03	1.67E-08	4.18E-11	4.39E-09	1.56E-08	1.81E-05	6.54E-05
1.05E+02	1.49E-03	1.66E-08	4.17E-11	4.38E-09	1.56E-08	1.81E-05	6.53E-05
1.05E+02	1.48E-03	1.66E-08	4.16E-11	4.38E-09	1.56E-08	1.80E-05	6.52E-05
1.05E+02	1.48E-03	1.66E-08	4.15E-11	4.37E-09	1.55E-08	1.80E-05	6.51E-05
1.05E+02	1.48E-03	1.65E-08	4.14E-11	4.36E-09	1.55E-08	1.80E-05	6.51E-05
1.06E+02	1.48E-03	1.65E-08	4.13E-11	4.36E-09	1.55E-08	1.80E-05	6.50E-05
1.06E+02	1.48E-03	1.64E-08	4.12E-11	4.35E-09	1.55E-08	1.80E-05	6.49E-05
1.06E+02	1.48E-03	1.64E-08	4.11E-11	4.34E-09	1.54E-08	1.79E-05	6.48E-05
1.06E+02	1.48E-03	1.64E-08	4.10E-11	4.34E-09	1.54E-08	1.79E-05	6.47E-05
1.06E+02	1.48E-03	1.63E-08	4.09E-11	4.33E-09	1.54E-08	1.79E-05	6.47E-05
1.06E+02	1.48E-03	1.63E-08	4.08E-11	4.32E-09	1.54E-08	1.79E-05	6.46E-05
1.06E+02	1.48E-03	1.62E-08	4.07E-11	4.32E-09	1.53E-08	1.78E-05	6.45E-05
1.06E+02	1.48E-03	1.62E-08	4.06E-11	4.31E-09	1.53E-08	1.78E-05	6.44E-05
1.06E+02	1.48E-03	1.62E-08	4.05E-11	4.30E-09	1.53E-08	1.78E-05	6.43E-05
1.06E+02	1.48E-03	1.61E-08	4.04E-11	4.30E-09	1.53E-08	1.78E-05	6.43E-05
1.07E+02	1.48E-03	1.61E-08	4.03E-11	4.29E-09	1.53E-08	1.78E-05	6.42E-05
1.07E+02	1.48E-03	1.60E-08	4.02E-11	4.28E-09	1.52E-08	1.77E-05	6.41E-05
1.07E+02	1.48E-03	1.60E-08	4.01E-11	4.28E-09	1.52E-08	1.77E-05	6.40E-05
1.07E+02	1.48E-03	1.60E-08	4.00E-11	4.27E-09	1.52E-08	1.77E-05	6.39E-05
1.07E+02	1.48E-03	1.59E-08	3.99E-11	4.27E-09	1.52E-08	1.77E-05	6.39E-05
1.07E+02	1.48E-03	1.59E-08	3.98E-11	4.26E-09	1.51E-08	1.76E-05	6.38E-05
1.07E+02	1.48E-03	1.58E-08	3.97E-11	4.25E-09	1.51E-08	1.76E-05	6.37E-05
1.07E+02	1.48E-03	1.58E-08	3.96E-11	4.25E-09	1.51E-08	1.76E-05	6.36E-05
1.07E+02	1.48E-03	1.58E-08	3.95E-11	4.24E-09	1.51E-08	1.76E-05	6.36E-05
1.07E+02	1.48E-03	1.57E-08	3.94E-11	4.23E-09	1.50E-08	1.76E-05	6.35E-05
1.08E+02	1.48E-03	1.57E-08	3.93E-11	4.23E-09	1.50E-08	1.75E-05	6.34E-05
1.08E+02	1.47E-03	1.56E-08	3.92E-11	4.22E-09	1.50E-08	1.75E-05	6.33E-05
1.08E+02	1.47E-03	1.56E-08	3.91E-11	4.21E-09	1.50E-08	1.75E-05	6.33E-05
1.08E+02	1.47E-03	1.56E-08	3.90E-11	4.21E-09	1.50E-08	1.75E-05	6.32E-05
1.08E+02	1.47E-03	1.55E-08	3.89E-11	4.20E-09	1.49E-08	1.75E-05	6.31E-05
1.08E+02	1.47E-03	1.55E-08	3.88E-11	4.20E-09	1.49E-08	1.74E-05	6.30E-05
1.08E+02	1.47E-03	1.55E-08	3.88E-11	4.19E-09	1.49E-08	1.74E-05	6.30E-05
1.08E+02	1.47E-03	1.54E-08	3.87E-11	4.18E-09	1.49E-08	1.74E-05	6.29E-05
1.08E+02	1.47E-03	1.54E-08	3.86E-11	4.18E-09	1.48E-08	1.74E-05	6.28E-05
1.08E+02	1.47E-03	1.54E-08	3.85E-11	4.17E-09	1.48E-08	1.74E-05	6.27E-05
1.09E+02	1.47E-03	1.53E-08	3.84E-11	4.16E-09	1.48E-08	1.73E-05	6.26E-05
1.09E+02	1.47E-03	1.53E-08	3.83E-11	4.16E-09	1.48E-08	1.73E-05	6.26E-05
1.09E+02	1.47E-03	1.52E-08	3.82E-11	4.15E-09	1.48E-08	1.73E-05	6.25E-05
1.09E+02	1.47E-03	1.52E-08	3.81E-11	4.15E-09	1.47E-08	1.73E-05	6.24E-05
1.09E+02	1.47E-03	1.52E-08	3.80E-11	4.14E-09	1.47E-08	1.72E-05	6.23E-05
1.09E+02	1.47E-03	1.51E-08	3.79E-11	4.13E-09	1.47E-08	1.72E-05	6.23E-05
1.09E+02	1.47E-03	1.51E-08	3.78E-11	4.13E-09	1.47E-08	1.72E-05	6.22E-05
1.09E+02	1.47E-03	1.51E-08	3.77E-11	4.12E-09	1.47E-08	1.72E-05	6.21E-05
1.09E+02	1.47E-03	1.50E-08	3.77E-11	4.12E-09	1.46E-08	1.72E-05	6.21E-05
1.09E+02	1.47E-03	1.50E-08	3.76E-11	4.11E-09	1.46E-08	1.71E-05	6.20E-05
1.10E+02	1.47E-03	1.50E-08	3.75E-11	4.10E-09	1.46E-08	1.71E-05	6.19E-05

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
1.10E+02	1.47E-03	1.49E-08	3.74E-11	4.10E-09	1.46E-08	1.71E-05	6.18E-05
1.10E+02	1.47E-03	1.49E-08	3.73E-11	4.09E-09	1.45E-08	1.71E-05	6.18E-05
1.10E+02	1.47E-03	1.48E-08	3.72E-11	4.09E-09	1.45E-08	1.71E-05	6.17E-05
1.10E+02	1.47E-03	1.48E-08	3.71E-11	4.08E-09	1.45E-08	1.70E-05	6.16E-05
1.10E+02	1.46E-03	1.48E-08	3.70E-11	4.07E-09	1.45E-08	1.70E-05	6.15E-05
1.10E+02	1.46E-03	1.47E-08	3.70E-11	4.07E-09	1.45E-08	1.70E-05	6.15E-05
1.10E+02	1.46E-03	1.47E-08	3.69E-11	4.06E-09	1.44E-08	1.70E-05	6.14E-05
1.10E+02	1.46E-03	1.47E-08	3.68E-11	4.06E-09	1.44E-08	1.70E-05	6.13E-05
1.10E+02	1.46E-03	1.46E-08	3.67E-11	4.05E-09	1.44E-08	1.69E-05	6.13E-05
1.11E+02	1.46E-03	1.46E-08	3.66E-11	4.04E-09	1.44E-08	1.69E-05	6.12E-05
1.11E+02	1.46E-03	1.46E-08	3.65E-11	4.04E-09	1.44E-08	1.69E-05	6.11E-05
1.11E+02	1.46E-03	1.45E-08	3.64E-11	4.03E-09	1.43E-08	1.69E-05	6.10E-05
1.11E+02	1.46E-03	1.45E-08	3.63E-11	4.03E-09	1.43E-08	1.69E-05	6.10E-05
1.11E+02	1.46E-03	1.45E-08	3.63E-11	4.02E-09	1.43E-08	1.68E-05	6.09E-05
1.11E+02	1.46E-03	1.44E-08	3.62E-11	4.02E-09	1.43E-08	1.68E-05	6.08E-05
1.11E+02	1.46E-03	1.44E-08	3.61E-11	4.01E-09	1.43E-08	1.68E-05	6.07E-05
1.11E+02	1.46E-03	1.44E-08	3.60E-11	4.00E-09	1.42E-08	1.68E-05	6.07E-05
1.11E+02	1.46E-03	1.43E-08	3.59E-11	4.00E-09	1.42E-08	1.68E-05	6.06E-05
1.11E+02	1.46E-03	1.43E-08	3.58E-11	3.99E-09	1.42E-08	1.67E-05	6.05E-05
1.12E+02	1.46E-03	1.43E-08	3.58E-11	3.99E-09	1.42E-08	1.67E-05	6.05E-05
1.12E+02	1.46E-03	1.42E-08	3.57E-11	3.98E-09	1.42E-08	1.67E-05	6.04E-05
1.12E+02	1.46E-03	1.42E-08	3.56E-11	3.98E-09	1.41E-08	1.67E-05	6.03E-05
1.12E+02	1.46E-03	1.42E-08	3.55E-11	3.97E-09	1.41E-08	1.67E-05	6.03E-05
1.12E+02	1.46E-03	1.41E-08	3.54E-11	3.96E-09	1.41E-08	1.66E-05	6.02E-05
1.12E+02	1.46E-03	1.41E-08	3.53E-11	3.96E-09	1.41E-08	1.66E-05	6.01E-05
1.12E+02	1.46E-03	1.41E-08	3.53E-11	3.95E-09	1.41E-08	1.66E-05	6.00E-05
1.12E+02	1.46E-03	1.40E-08	3.52E-11	3.95E-09	1.40E-08	1.66E-05	6.00E-05
1.12E+02	1.46E-03	1.40E-08	3.51E-11	3.94E-09	1.40E-08	1.66E-05	5.99E-05
1.12E+02	1.46E-03	1.40E-08	3.50E-11	3.94E-09	1.40E-08	1.66E-05	5.98E-05
1.13E+02	1.46E-03	1.39E-08	3.49E-11	3.93E-09	1.40E-08	1.65E-05	5.98E-05
1.13E+02	1.45E-03	1.39E-08	3.49E-11	3.92E-09	1.40E-08	1.65E-05	5.97E-05
1.13E+02	1.45E-03	1.39E-08	3.48E-11	3.92E-09	1.39E-08	1.65E-05	5.96E-05
1.13E+02	1.45E-03	1.38E-08	3.47E-11	3.91E-09	1.39E-08	1.65E-05	5.96E-05
1.13E+02	1.45E-03	1.38E-08	3.46E-11	3.91E-09	1.39E-08	1.65E-05	5.95E-05
1.13E+02	1.45E-03	1.38E-08	3.45E-11	3.90E-09	1.39E-08	1.64E-05	5.94E-05
1.13E+02	1.45E-03	1.37E-08	3.45E-11	3.90E-09	1.39E-08	1.64E-05	5.94E-05
1.13E+02	1.45E-03	1.37E-08	3.44E-11	3.89E-09	1.38E-08	1.64E-05	5.93E-05
1.13E+02	1.45E-03	1.37E-08	3.43E-11	3.89E-09	1.38E-08	1.64E-05	5.92E-05
1.13E+02	1.45E-03	1.37E-08	3.42E-11	3.88E-09	1.38E-08	1.64E-05	5.92E-05
1.14E+02	1.45E-03	1.36E-08	3.41E-11	3.88E-09	1.38E-08	1.63E-05	5.91E-05
1.14E+02	1.45E-03	1.36E-08	3.41E-11	3.87E-09	1.38E-08	1.63E-05	5.90E-05
1.14E+02	1.45E-03	1.36E-08	3.40E-11	3.86E-09	1.37E-08	1.63E-05	5.90E-05
1.14E+02	1.45E-03	1.35E-08	3.39E-11	3.86E-09	1.37E-08	1.63E-05	5.89E-05
1.14E+02	1.45E-03	1.35E-08	3.38E-11	3.85E-09	1.37E-08	1.63E-05	5.88E-05
1.14E+02	1.45E-03	1.35E-08	3.38E-11	3.85E-09	1.37E-08	1.63E-05	5.87E-05
1.14E+02	1.45E-03	1.34E-08	3.37E-11	3.84E-09	1.37E-08	1.62E-05	5.87E-05
1.14E+02	1.45E-03	1.34E-08	3.36E-11	3.84E-09	1.36E-08	1.62E-05	5.86E-05
1.14E+02	1.45E-03	1.34E-08	3.35E-11	3.83E-09	1.36E-08	1.62E-05	5.85E-05
1.14E+02	1.45E-03	1.33E-08	3.34E-11	3.83E-09	1.36E-08	1.62E-05	5.85E-05
1.15E+02	1.45E-03	1.33E-08	3.34E-11	3.82E-09	1.36E-08	1.62E-05	5.84E-05

## Anhang

---

Masse	Lebensd.	Anteil	normiert	Masseant.	normiert	Leuchtkraftant.	normiert
1.15E+02	1.45E-03	1.33E-08	3.33E-11	3.82E-09	1.36E-08	1.61E-05	5.83E-05
1.15E+02	1.45E-03	1.33E-08	3.32E-11	3.81E-09	1.35E-08	1.61E-05	5.83E-05
1.15E+02	1.45E-03	1.32E-08	3.31E-11	3.81E-09	1.35E-08	1.61E-05	5.82E-05
1.15E+02	1.45E-03	1.32E-08	3.31E-11	3.80E-09	1.35E-08	1.61E-05	5.82E-05
1.15E+02	1.45E-03	1.32E-08	3.30E-11	3.79E-09	1.35E-08	1.61E-05	5.81E-05
1.15E+02	1.45E-03	1.31E-08	3.29E-11	3.79E-09	1.35E-08	1.61E-05	5.80E-05
1.15E+02	1.44E-03	1.31E-08	3.28E-11	3.78E-09	1.35E-08	1.60E-05	5.80E-05
1.15E+02	1.44E-03	1.31E-08	3.28E-11	3.78E-09	1.34E-08	1.60E-05	5.79E-05
1.15E+02	1.44E-03	1.30E-08	3.27E-11	3.77E-09	1.34E-08	1.60E-05	5.78E-05
1.16E+02	1.44E-03	1.30E-08	3.26E-11	3.77E-09	1.34E-08	1.60E-05	5.78E-05
1.16E+02	1.44E-03	1.30E-08	3.26E-11	3.76E-09	1.34E-08	1.60E-05	5.77E-05
1.16E+02	1.44E-03	1.30E-08	3.25E-11	3.76E-09	1.34E-08	1.59E-05	5.76E-05
1.16E+02	1.44E-03	1.29E-08	3.24E-11	3.75E-09	1.33E-08	1.59E-05	5.76E-05
1.16E+02	1.44E-03	1.29E-08	3.23E-11	3.75E-09	1.33E-08	1.59E-05	5.75E-05
1.16E+02	1.44E-03	1.29E-08	3.23E-11	3.74E-09	1.33E-08	1.59E-05	5.74E-05
1.16E+02	1.44E-03	1.28E-08	3.22E-11	3.74E-09	1.33E-08	1.59E-05	5.74E-05
1.16E+02	1.44E-03	1.28E-08	3.21E-11	3.73E-09	1.33E-08	1.59E-05	5.73E-05
1.16E+02	1.44E-03	1.28E-08	3.20E-11	3.73E-09	1.32E-08	1.58E-05	5.72E-05
1.16E+02	1.44E-03	1.28E-08	3.20E-11	3.72E-09	1.32E-08	1.58E-05	5.72E-05
1.17E+02	1.44E-03	1.27E-08	3.19E-11	3.72E-09	1.32E-08	1.58E-05	5.71E-05
1.17E+02	1.44E-03	1.27E-08	3.18E-11	3.71E-09	1.32E-08	1.58E-05	5.71E-05
1.17E+02	1.44E-03	1.27E-08	3.18E-11	3.71E-09	1.32E-08	1.58E-05	5.70E-05
1.17E+02	1.44E-03	1.26E-08	3.17E-11	3.70E-09	1.32E-08	1.57E-05	5.69E-05
1.17E+02	1.44E-03	1.26E-08	3.16E-11	3.70E-09	1.31E-08	1.57E-05	5.69E-05
1.17E+02	1.44E-03	1.26E-08	3.16E-11	3.69E-09	1.31E-08	1.57E-05	5.68E-05
1.17E+02	1.44E-03	1.26E-08	3.15E-11	3.69E-09	1.31E-08	1.57E-05	5.67E-05
1.17E+02	1.44E-03	1.25E-08	3.14E-11	3.68E-09	1.31E-08	1.57E-05	5.67E-05
1.17E+02	1.44E-03	1.25E-08	3.13E-11	3.68E-09	1.31E-08	1.57E-05	5.66E-05
1.17E+02	1.44E-03	1.25E-08	3.13E-11	3.67E-09	1.31E-08	1.56E-05	5.65E-05
1.18E+02	1.44E-03	1.24E-08	3.12E-11	3.67E-09	1.30E-08	1.56E-05	5.65E-05
1.18E+02	1.44E-03	1.24E-08	3.11E-11	3.66E-09	1.30E-08	1.56E-05	5.64E-05
1.18E+02	1.44E-03	1.24E-08	3.11E-11	3.66E-09	1.30E-08	1.56E-05	5.64E-05
1.18E+02	1.44E-03	1.24E-08	3.10E-11	3.65E-09	1.30E-08	1.56E-05	5.63E-05
1.18E+02	1.43E-03	1.23E-08	3.09E-11	3.65E-09	1.30E-08	1.56E-05	5.62E-05
1.18E+02	1.43E-03	1.23E-08	3.09E-11	3.64E-09	1.29E-08	1.55E-05	5.62E-05
1.18E+02	1.43E-03	1.23E-08	3.08E-11	3.64E-09	1.29E-08	1.55E-05	5.61E-05
1.18E+02	1.43E-03	1.23E-08	3.07E-11	3.63E-09	1.29E-08	1.55E-05	5.60E-05
1.18E+02	1.43E-03	1.22E-08	3.07E-11	3.63E-09	1.29E-08	1.55E-05	5.60E-05
1.18E+02	1.43E-03	1.22E-08	3.06E-11	3.62E-09	1.29E-08	1.55E-05	5.59E-05
1.19E+02	1.43E-03	1.22E-08	3.05E-11	3.62E-09	1.29E-08	1.55E-05	5.59E-05
1.19E+02	1.43E-03	1.22E-08	3.05E-11	3.61E-09	1.28E-08	1.54E-05	5.58E-05
1.19E+02	1.43E-03	1.21E-08	3.04E-11	3.61E-09	1.28E-08	1.54E-05	5.57E-05
1.19E+02	1.43E-03	1.21E-08	3.03E-11	3.60E-09	1.28E-08	1.54E-05	5.57E-05
1.19E+02	1.43E-03	1.21E-08	3.03E-11	3.60E-09	1.28E-08	1.54E-05	5.56E-05
1.19E+02	1.43E-03	1.20E-08	3.02E-11	3.59E-09	1.28E-08	1.54E-05	5.56E-05
1.19E+02	1.43E-03	1.20E-08	3.01E-11	3.59E-09	1.28E-08	1.54E-05	5.55E-05
1.19E+02	1.43E-03	1.20E-08	3.01E-11	3.58E-09	1.27E-08	1.53E-05	5.54E-05
1.19E+02	1.43E-03	1.20E-08	3.00E-11	3.58E-09	1.27E-08	1.53E-05	5.54E-05
1.19E+02	1.43E-03	1.19E-08	2.99E-11	3.57E-09	1.27E-08	1.53E-05	5.53E-05
1.20E+02	1.43E-03	1.19E-08	2.99E-11	3.57E-09	1.27E-08	1.53E-05	5.53E-05





Astrophysik gilt unter Lernenden aller Altersstufen als einer der beliebtesten Teilbereiche der Physik, wird aber im Physikunterricht der meisten Bundesländer kaum behandelt. Um das große Potential der Astrophysik zu nutzen, muss dementsprechend kontextorientiert gearbeitet werden. Dies erfordert jedoch ein überblicksartiges und dabei fachliches komprimiertes und didaktisches Wissen der Lehrkräfte, das im Studium häufig nicht gegeben wird – unter anderem auch, weil entsprechende mathematische Modelle fehlen.

Diese Arbeit stellt – neben einigen notwendigen, erkenntnistheoretischen Grundlagen der Modellbildung – verschiedene mathematische Modelle vor, die die Entwicklung eines Sterns elementarisiert beschreiben, ohne dass über Grundvorlesungen hinausgehendes Wissen benötigt wird. Speziell eingegangen wird insbesondere auf verschiedene Entwicklungsstadien der Sterne, auf die numerische Verteilung der Sternmassen sowie auf den Einfluss eines Sterns auf die Möglichkeit von Leben in seinem Planetensystem.

**Sascha Hohmann** ist wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Didaktik der Physik an der Universität Siegen. Er hat dort Mathematik und Physik für das gymnasiale Lehramt studiert und sein erstes Staatsexamen abgelegt. Er beschäftigt sich mit der Vermittlung von Astrophysik in der Lehrerbildung, zusätzlich entwickelt er Konzepte zur Nutzung robotischer Teleskope im Unterricht.