

# **Auswertung direkter Brennrauminformationen am Verbrennungsmotor mit estimationstheoretischen Methoden**

Vom Fachbereich Elektrotechnik und Informatik  
der Universität-Gesamthochschule Siegen  
zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor der Ingenieurwissenschaften**  
(Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von

**Diplom-Ingenieur Martin Hart**

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. O. Loffeld
2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. M. Köhne

Tag der mündlichen Prüfung: 16. April 1999

## Danksagung

Mein aufrichtiger Dank gilt Prof. Dr.-Ing. habil. O. Loffeld. Er stand mir in den letzten Jahren immer mit fachlichem Rat zur Seite und hatte großes Verständnis für die Randbedingungen einer Promotion innerhalb der Industrie. Insbesondere seine Art und Weise zu motivieren waren für meine Arbeit äußerst prägend.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. M. Köhne gilt mein Dank für die freundliche Übernahme des Korreferats. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Düchting für die Übernahme des Vorsitz der Prüfungskommission.

Sehr viel verdanke ich Dr. Matthias Scherer. Er hat mich von Beginn an mit seiner bemerkenswerten fachlichen Kompetenz und seiner Freundschaft begleitet.

Meinem 'Pärchen' Dr. Rainer Müller danke ich für die erstaunlich reibungslose und freundschaftliche Zusammenarbeit in den letzten Jahren im gemeinsamen Innovationsprojekt und im Alltagsgeschäft. In diesem Zusammenhang gilt mein Dank ebenso Hans-Hubert Hemberger.

Ohne die nachfolgenden Diplomanden wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen. Ich hatte großes Glück mit überaus motivierten Diplomanden und danke den Herren Michael Mladek, Klaus Allmendinger, Michael Ziegler und Werner Knapp.

Meinen Vorgesetzten Dr. Raith, Herr Baier und Herr Wilhelmi danke ich für die Bereitstellung einer sehr angenehmen und offenen Arbeitsatmosphäre, die sicherlich ihresgleichen sucht.

Den Herren Dr. Rainer Müller, Michael Back und Klaus Allmendinger danke ich für das wahrscheinlich mühsame Korrekturlesen der Arbeit.

Was wären all die obigen Punkte ohne die absolute Unterstützung der Familie. So danke ich meinen Eltern und Carola für Ihre Aufmunterung, Liebe und Geduld.

# Inhaltsverzeichnis

<b>NOMENKLATUR</b>	<b>IV</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>VIII</b>
<b>1. EINLEITUNG</b>	<b>1</b>
<b>2. DER VERBRENNUNGSMOTOR</b>	<b>3</b>
2.1 DER LUFTPFAD.....	3
2.1.1 Konventionelle Lasterfassung .....	4
2.1.2 Probleme bei zukünftigen Motorkonzepten.....	5
2.2 DER KRAFTSTOFFPFAD .....	6
2.2.1 Die Wandfilmdynamik.....	6
2.2.1.1 Die Saugrohreinspritzung .....	6
2.2.1.1.1 Mechanismen der Kraftstoffverdampfung.....	7
2.2.1.1.2 Die Direkteinspritzung.....	7
2.3 DIREKTE PROZEBINFORMATIONEN .....	8
2.3.1 Der Brennraumdrucksensor.....	8
2.3.1.1 Physikalische Prinzipien der Brennraumdruckmessung .....	9
2.3.1.2 Fehlereinflüsse auf das Brennraumdrucksignal .....	10
2.3.1.3 Bestimmung der Nulllinie .....	13
2.3.1.3.1 Thermodynamische Nullpunktkorrektur.....	13
2.3.1.3.2 Nullpunktkorrektur mit Hilfe des Brennverlaufs.....	15
2.3.1.3.3 Angleichung an den Saugrohrdruck .....	15
2.3.1.4 Das Brennraumdrucksignal als Lastsignal .....	16
2.3.1.4.1 Heuristisches Verfahren.....	16

2.3.1.4.2 Physikalisches Modell - Parallelen zum heuristischen Modell.....	18
2.3.1.5 Potential des Brennraumdrucksensors.....	20
2.3.2 Die Ionenstrommessung .....	21
2.3.2.1 Parallelen zum Brennraumdrucksignal - Eine Bewertung.....	23
2.3.3 Anforderungen an die Hardware zur Auswertung direkter Brennrauminformationen.....	24
2.4 ZUSAMMENFASSUNG.....	24
<b>3. ADAPTIVE KALMAN-FILTER</b>	<b>25</b>
3.1 LINEARE ADAPTIVE KALMAN-FILTER.....	27
3.1.1 Zustandsraummodellierung mit unbekanntem Parametern.....	27
3.1.2 Kovarianz-Matching.....	29
3.1.3 Korrelationsmethoden .....	30
3.1.4 Methode nach Bayes .....	36
3.1.5 Maximum Likelihood Verfahren.....	40
3.1.6 Vergleich und Bewertung linearer adaptiver Kalman-Filter .....	53
3.1.7 Stabilitätsbetrachtung.....	56
3.2 NICHTLINEARE ADAPTIVE KALMAN-FILTER.....	56
3.2.1 Das Extended Kalman-Filter.....	57
3.3 VERGLEICH BEIDER ANSÄTZE AN EINEM BENCHMARK-PROBLEM.....	58
3.3.1 Zustandsraummodell des Benchmarks .....	58
3.3.2 Implementierung und Ergebnisse des Extended Kalman-Filters.....	61
3.3.3 Implementierung und Ergebnisse der Maximum Likelihood Methode.....	65
3.3.5 Bewertung .....	69
3.4 ZUSAMMENFASSUNG.....	70
<b>4. LASTERFASSUNG MITTELS BRENNRAUMDRUCK</b>	<b>71</b>
4.1 KALMAN-FILTER ZUR BESTIMMUNG DES THERMOSCHOCKEINFLUSSES.....	71
4.1.1 Modellierung.....	72
4.1.2 Test mit künstlichen Daten .....	76
4.1.2.1 Konstanter Offsetverlauf in der Kompressionsphase.....	76
4.1.2.2 Linearer Offsetverlauf in der Kompressionsphase.....	78
4.1.2.3 Auswirkungen von Parameterungenauigkeiten.....	80
4.1.3 Test mit Realdaten .....	81
4.1.3.1 Vergleich der Thermoschockkorrektur eines ungekühlten Sensors mit einem wassergekühlten Sensor .....	81
4.1.3.2 Test im Fahrzeug.....	82
4.2 EIN ADAPTIVES KALMAN-FILTER ZUR LASTSCHÄTZUNG .....	84
4.2.1 Modellbildung .....	85
4.2.1.1 Berechnung der Luftmasse aus dem Brennraumdrucksignal .....	85
4.2.1.1.1 Bestimmung der Restgasmasse .....	87
4.2.1.1.2 Bestimmung der verdampften Kraftstoffmenge im Zylinder .....	92

4.2.1.1.3 Sensitivitätsanalyse .....	96
4.2.1.2 Randbedingungen und Implementierungsaspekte .....	99
4.2.1.2.1 Auswahl der zu adaptierenden Parameter .....	100
4.2.1.2.2 Randbedingungen der Hardware .....	101
4.2.1.2.3 Berücksichtigung der anderen Zylinder .....	102
4.2.1.2.4 Integrierte Prädiktion.....	103
4.2.1.3 Zustandsraummodell des adaptiven Kalman-Filters .....	106
4.2.2 Test des Filters .....	109
4.2.2.1 Künstliche Daten .....	109
4.2.2.2 Offline Ergebnisse an Fahrzeugdaten .....	112
4.2.3 Online Ergebnisse im Fahrzeug.....	119
4.2.4 Bewertung des Verfahrens .....	123
4.3 ZUSAMMENFASSUNG .....	124
<b>5. ZUSAMMENFASSUNG</b>	<b>125</b>
<b>6. HERLEITUNGEN</b>	<b>127</b>
6.1 HERLEITUNGEN ZUR MAXIMUM LIKELIHOOD METHODE.....	127
6.2 ZAHLENWERTE UND FEHLERABSCHÄTZUNG BEI DEN MODELLVEREINFACHUNGEN.....	130
6.3 LINEARES KALMAN-FILTER ZUR BESTIMMUNG DES DROSSELKLAPPENWINKELS UND SEINER ABLEITUNG .....	132
<b>LITERATURVERZEICHNIS</b>	<b>X</b>

## Nomenklatur

Soweit Einheiten angegeben sind, stellen diese die Abkürzungen der Basiseinheiten (sogenannte SI-Einheiten) oder abgeleitete Basiseinheiten dar.

### Variablen und Formelzeichen

$\Delta$	Differenz	
$\mathbf{d}$	Kroneckersymbol	
$e$	Kompression	
$\Gamma^*$	Pseudoinverse von $\Gamma$	
$\underline{\varepsilon}$	Anteil des verdampften Kraftstoffs	
$h_{vol}$	volumetrischer Wirkungsgrad	
$j$	Kurbelwellenwinkel	[Grad]
$\kappa$	Adiabatexponent, Isentropenexponent	
$l$	Luftzahl	
$l$	Wellenlänge	[m]
$\underline{\Theta}$	Zustands- und Parametervektor	
$r$	Dichte	[kg/m <sup>3</sup> ]
$t$	Zeitkonstante	[s]
$\underline{x}$	Realisation der Zufallsvariablen $\underline{x}$	
$y_{xx}$	Autokorrelationsfunktion	
$A$	Integral über die Ventilhubfunktion	
$A$	lokale Zustandsübergangsmatrix	
$\underline{a}$	Parametervektor	
$a$	Parabelkoeffizient	
$a$	Parameter	
$a$	Schallgeschwindigkeit	[m/s]
$B$	Eingangsmatrix, Steuerungsmatrix	
$C$	Beobachtungsmatrix	

$C$	Koeffizienten	
$c$	spezifische Wärmekapazität	[J/(g·K)]
$D$	Durchmesser der Ventilsitze	[m]
$E$	Erwartungswert	
$e$	Exponentialfunktion	
$e$	Fehler	
$f$	Frequenz	[1/s]
$F$	Linearisierung der nichtlinearen Zustandsübergangsfunktion $f$	
$f$	nichtlineare Zustandsübergangsfunktion	
$f$	Verteilungsdichtefunktion	
$G$	stochastische Steuerungsmatrix	
$h$	Höhe	[m]
$I$	Einheitsmatrix	
$J$	bedingte Informationsmatrix	
$k$	diskreter Abtastpunkt $k \cdot T$	
$K$	Kalmangain, Verstärkung des Kalman-Filters	
$l$	Länge	[m]
$L$	Likelihoodfunktion	
$m$	Masse	[kg]
$n$	Drehzahl	[U/min]
$n$	Polytropenexponent	
$N$	Sequenzlänge der Maximum Likelihood Methode	
OF	Overlap-Faktor	[Grad/m]
$P^+$	Schätzfehlerkovarianzmatrix	
$P^-$	Prädiktionsfehlerkovarianzmatrix	
$P$	Kovarianzmatrix	
$p$	Polstellen	
$p$	Wahrscheinlichkeit	
$p, P$	Druck	[Pascal]
$Q$	Kovarianz des Prozeßrauschen	
$Q$	Wärme	[J]
$R$	Gaskonstante	[J/(kg·K)]
$R$	Kovarianz des Meßrauschen	
$r$	Residuum	
$S$	Sensitivität	
$T$	Abtastzeit	[s]
$T$	Temperatur	[Kelvin]
$\underline{u}$	Eingangsvektor	
$u$	Eingangsgröße	
U	Umdrehungen	
$\underline{v}$	Meßrauschen, measurement noise	
$v$	spezifisches Volumen	
$V$	Volumen	[m <sup>3</sup> ]
$W$	Ljapunow-Funktion	
$\underline{w}$	Prozeßrauschen, driving noise	
$\underline{x}^-$	prädizierter Zustandsvektor vor dem Eintreffen der Messung	
$\underline{x}^+$	korrigierter Zustandsvektor nach dem Einbeziehen der Messung	
$\dot{\underline{x}}$	zeitliche Ableitung des Zustandsvektors	
$\underline{x}$	Zustandsvektor	

$\underline{x}$	Zufallsvariable
$y$	Meßvektor

## Indizes

-	Prädiktion bis zum Zeitpunkt vor dem Eintreffen des Meßwerts
$\wedge$	Schätzwert
+	Korrektur nach dem Einbeziehen des Meßwerts
-1	Inverse
1,2,..	Zeitpunkte
<i>a</i>	Auslaß
<i>ALT</i>	Ansauglufttemperatur
<i>B</i>	Brennverlauf
<i>e</i>	Einlaß
<i>eff</i>	effektiv
<i>FG</i>	Frischgas (Luft-/Kraftstoffgemisch)
<i>G</i>	Gas
<i>H</i>	Heizverlauf
<i>H</i>	Hub
<i>kraft</i>	Kraftstoff
<i>minSeqI</i>	minimale Sequenzlänge der Maximum Likelihood Adaption
<i>mot</i>	Motor
<i>nachInst</i>	nach einem Instationärvorgang
<i>p, v</i>	bei konstantem Druck, Volumen
<i>ref</i>	Referenz
<i>RG</i>	Restgas
<i>Rück</i>	Rückströmung
<i>saug</i>	Saugrohr
<i>stoich</i>	stöchiometrisch
<i>T</i>	Transponiert
<i>TotAbgas</i>	Totzeit des Abgastransports vom Auslaßventil zur Lambdasonde
<i>zyl</i>	Zylinder

## Allgemeine Abkürzungen

Abb.	Abbildung
Asp, ASP	Arbeitsspiel
AV	Auslaßventil
AVS	Auslaßventil schließt
bzw.	beziehungsweise
CAN	Datenbus im Fahrzeug
d.h.	das heißt
EV	Einlaßventil
EVÖ	Einlaßventil öffnet
Glg.	Gleichung
HFM2	Heißfilmluftmassensensor Typ2

HFM5	Heißfilmluftmassensensor Typ5
KF	Kennfeld
KW	Kurbelwinkel, Kurbelwellenwinkel
min	Minute
ML	Maximum Likelihood
NW	Nockenwelle
SAE	Society of Automotive Engineers
<i>sp</i>	Spur einer Matrix (Summe der Hauptdiagonalelemente)
TN	180 Grad Kurbelwinkel bei einem 4 Zylinder Motor
ZOT	oberer Totpunkt des Kolbens nach dem Zünden

## Abstract

The estimation of the air mass in the cylinder of a spark ignition (SI) engine is crucial in order to regulate the exact air fuel (A/F) ratio for the catalyst and thus minimize the emissions. Conventional algorithms for estimating the air mass are based on sensor information measured in front of the throttle or in the manifold. Thus, the determination of cylinder individual sizes, particularly the air mass, is impossible. In this work, new sensors, which provide cylinder individual information are investigated and the air mass in each individual cylinder is calculated with adaptive, model based algorithms.

Sensors within the combustion chamber of an SI engine enable a cylinder specific evaluation of the thermodynamic work process. In particular, the combustion pressure sensor or ionisation current sensing are two independent methods of measuring direct combustion information. In a few cases such sensors are used in mass production cars.

The combustion pressure sensor exhibits two significant advantages when compared to ionisation current. First, it provides information of the pressure in the cylinder during the complete working cycle of the engine and this pressure information is a measure of the entire combustion chamber. In contrast, the ionisation sensing represents a local measurement during the combustion and part of the expansion phase and this measurement can only be seen as a part of the information contained in the combustion pressure sensor signal.

Second, the determination of the air mass in the cylinder, the most significant process information, can only be determined by cylinder pressure measurements and not by ionisation current. Reducing costs by eliminating the mass air flow meter is a requirement for the implementation of combustion pressure sensors in a mass production throttled SI engine. Thus, the cylinder pressure sensor must be able to determine the air mass in the cylinder. However, the cylinder pressure sensors will not be implemented in a mass production application based only on replacing the mass air flow meter, but must in addition provide much more cylinder specific information. This might change in future with new engine concepts.

Model based methods require an exact knowledge of the parameters of the physically based model. For the estimation of states, based on these models, the accuracy of the estimated results depends strongly on exact parameter determination. In contrast to an Extended Kalman-

Filter with a non-linear state space model there are Kalman-Filter algorithms that can determine states and parameters while the system model remains linear. These algorithms have been examined, extended and adapted to this particular problem. Comparing the different linear adaptive algorithms with the non-linear Extended Kalman-Filter, the Maximum-Likelihood based adaptive Kalman-Filter has proven to be the most suitable method for this problem. Basic knowledge of the probability density function of the unknown parameters is not necessary and the unknown parameters can be found in the complete state space model. The fact of provable stability represents a significant aspect for a commercial use of this algorithm.

When the estimation of the air mass in the cylinder is performed by a combustion pressure signal there is a necessity to eliminate the disturbances in the pressure signal. Therefore, a linear Kalman-Filter for the determination of the absolute cylinder pressure value has been developed. The algorithm is able to filter the combustion pressure signal during runtime and to determine the variable offset provoked by the thermal shock. This procedure has been tested with an uncooled combustion pressure sensor and compared to a watercooled one. In the vehicle, the filter oscillates from working cycle to working cycle to any offset and follows a distinct drift created by a change of the working conditions.

Through a sensitivity analysis of the parameters of the physically based model, the temperature of the A/F mixture has been identified as the parameter which influences mainly the estimation result and is difficult to determine. As a result, an adaptive Kalman-Filter algorithm has been derived that estimates the cylinder individual air mass from measured cylinder pressure and adapts the temperature of the A/F mixture through the lambda-sensor signal. The effect of the time delay of the cylinder pressure information compared to conventional sensors is taken into account by a prediction algorithm that determines the changes of the air mass during transient conditions using throttle angle gradients.

The algorithm has been tested with measured vehicle data, implemented in a prototype engine control unit with the following results. The deviation in the lambda-sensor signal is in the size of the mass electronic control unit and even better. This has been achieved with a pure model based algorithm without calibration on the testbed or in the vehicle.

The advantage of the estimation of the air mass on the basis of measured cylinder pressure signals can be seen in the cylinder individual determination of the air mass, the exclusion of conventional faults like air leakage and throttle faults, the high redundancy for reliability and diagnostic concepts and by rendering the determination of the volumetric efficiency superfluous. In addition, there are enormous possibilities for the realisation of cylinder individual engine functions such as knock and spark angle control.

# 1. Einleitung

In der vorliegenden Arbeit werden Sensoren untersucht und eingesetzt, die eine zylinderindividuelle Steuerung bzw. Regelung des Verbrennungsmotors ermöglichen. Insbesondere die Bestimmung der Luftmasse im Zylinder ist die zentrale Größe beim Betrieb eines Verbrennungsmotors. Ist diese bekannt, dann kann die exakte Menge Kraftstoff in den Zylinder eingespritzt werden, so daß sich ein definiertes Gemisch für einen optimalen Wirkungsgrad des Katalysators einstellt. Herkömmliche Verfahren unterscheiden im allgemeinen nicht die einzelnen Zylinder, da die Sensoren zur Bestimmung der Luftmasse im oder vor dem Saugrohr angebracht sind. Mit Brennraumdrucksensoren und unter Verwendung adaptiver Algorithmen, kann jedoch die Luftmasse zylinderindividuell bestimmt werden.

Jahrzehntlang hat sich am Betrieb von Verbrennungsmotoren nichts Grundsätzliches geändert. Die Elektrik war notwendiges Beiwerk, die Mechanik dominierte. Zwei Entwicklungen in den letzten 15 Jahren näherten die Bedeutung der Elektrik bzw. Elektronik an die der Mechanik an. Die Einführung der elektronischen Motorsteuerung und des 3-Wege-Katalysators. Für einen wirkungsgradoptimalen Betrieb und zum Schutz des Katalysators war es unabdingbar, ein definiertes Gemisch einzustellen. Dies konnte nicht mehr durch eine reine Steuerung der Einspritzmenge geschehen. Mit neuen Sensoren, vor allem der Lambdasonde, konnte der Übergang von der Steuerung des Motors hin zur elektronischen Regelung vollzogen werden. Die Zylinder wurden jedoch bis auf die Klopfregelung über Körperschallsensoren nicht individuell unterschieden. Erst in neuerer Zeit wird die Einspritzmenge im Instationärbetrieb zylinderindividuell eingestellt, obwohl die Lambdainformation immer noch ein Summensignal der einzelnen Zylinder darstellt.

Gegenwärtig lassen sich zwei Trends manifestieren. Die Betrachtung der einzelnen Zylinder gewinnt an Bedeutung, letztendlich auch durch die Verfügbarkeit serientauglicher Sensorik, die eine zylinderindividuelle Aussage bestimmter Motorkenngrößen ermöglicht. Hier sind vor allem der Brennraumdrucksensor sowie die Ionenstrommessung von Bedeutung, die in einigen wenigen Serienfahrzeugen schon eingesetzt werden. Zweitens geht die Implementierung weg von kennfeldbasierten Strukturen hin zur Verwendung physikalischer Modelle. Dadurch wird die Applikation der Motorsteuerung transparenter und strukturierter.

Der Einsatz physikalischer Modelle erfordert allerdings auch leistungsfähige Algorithmen, die schwer zu bestimmende und veränderliche Parameter identifizieren, verrauschte oder nicht meßbare Zustände schätzen und gleichzeitig robust sind. Da Alterung, Verschleiß und Verschmutzung beim Betrieb eines Verbrennungsmotors während einer Zeit von über 10 Jahren unvermeidbar sind, müssen vor allem adaptive Algorithmen entwickelt werden.

Kalman-Filter schätzen verrauschte oder nicht meßbare Zustände auf der Grundlage des hinterlegten Modells. Sie berücksichtigen die stochastischen Eigenschaften sowohl der Modellierung als auch der Sensorinformationen während des Betriebs. Eine Erweiterung des Modells bzw. des Algorithmus schafft die Möglichkeit zur gleichzeitigen Adaption zeitveränderlicher und unbekannter Parameter. Neben dem bekannteren nichtlinearen Kalman-Filter, dem Extended Kalman-Filter, gibt es auch Verfahren, bei denen ungeachtet gleichzeitiger Zustands- und Parameterschätzung das Zustandsraummodell linear bleibt. Sie werden in dieser Arbeit genauer zur Auswertung direkter Prozeßinformationen untersucht. Die Rechenbarkeit dieser Methoden muß für eine Implementierung in einem Steuergerät mit abgeschätzt werden. Jedoch bietet die Elektronik durch ihre rasante Entwicklung der Prozessorleistung das Potential, diese leistungsfähigen Algorithmen in Zukunft zu implementieren.

Das nächste Kapitel führt auf die Problemstellungen des Ottomotors hin. Dieser wird strukturiert, und die herkömmlichen Verfahren und Sensoren zur Bestimmung der Luft- bzw. Einspritzmenge werden kurz skizziert. Dabei finden neue Motorkonzepte Berücksichtigung. Danach werden die Merkmale des Brennraumdrucksensors ausführlich behandelt und der Ionenstrommessung gegenübergestellt. Das Kapitel schließt mit der Spezifikation der Hardware zur Auswertung direkter Brennrauminformationen.

Eine Gegenüberstellung von adaptiven Kalman-Filter Verfahren findet im dritten Kapitel statt. Adaptiv bedeutet in diesem Zusammenhang, daß gleichzeitig zur Schätzung unbekannter Zustände eines dynamischen Systems unbekannte, langsam veränderliche Parameter mitbestimmt werden können. Der Schwerpunkt liegt bei den Verfahren, bei denen das Zustandsraummodell linear bleibt. Ein Vergleich sowohl der linearen als auch der nichtlinearen Methode an einem Benchmark-Problem ermöglicht eine Bewertung.

Im vierten Kapitel wird das effizienteste Verfahren aus Kapitel drei mit der Anwendung aus Kapitel zwei vereinigt. Hier wird durch physikalisch mathematische Modellbildung des Systems, der gemessenen Brennraumdrucksignale und der Fehlereinflüsse ein optimaler Schätzwert der Luftmasse im Zylinder bestimmt.

Die physikalisch mathematische Modellbildung steht am Anfang jedes Kalman-Filter Entwurfs. Sie führt, ausgehend von Erhaltungssätzen und phänomenologischen Beziehungen, zu einem mathematischen Modell, welches aus Differential- bzw. Differenzgleichungen besteht. Im Gegensatz dazu stehen die sogenannten *Blackbox*-Modelle, die das Ein- und Ausgangsverhalten eines Systems beschreiben ([Müller, 1998] als Beispiel einer Anwendung von künstlichen neuronalen Netzen im Motormanagement).

Nach dem Entwurf eines linearen Kalman-Filters zur Bestimmung des Thermoschockeinflusses wird ein adaptives Kalman-Filter zur Bestimmung der Luftmasse vorgestellt. Dieser Algorithmus wird an Fahrzeugdaten getestet und ausführlich diskutiert. Im Anschluß an die Zusammenfassung folgen im sechsten Kapitel der Vollständigkeit halber Herleitungen zu den vorigen Kapiteln.

## 2. Der Verbrennungsmotor

Die heutigen Verbrennungsmotoren entwickelten sich aus den Kolbendampfmaschinen, die schon 1771 von Cugnot dazu eingesetzt wurden, einen dreirädrigen Wagen anzutreiben. Diese Dampfmaschinen, die man auch als Verbrennungskraftmaschinen mit äußerer Verbrennung bezeichnet, da die Verbrennung des Kraftstoffs außerhalb des Arbeitszylinders stattfindet, wurden bis ins 20. Jahrhundert als Antrieb für Schiffe und Lokomotiven eingesetzt. Der Belgier Lenoir entwickelte 1860 die erste gasbetriebene Verbrennungskraftmaschine mit innerer Verbrennung. Sie wurde als Fahrzeugantrieb jedoch nur in geringer Stückzahl verwendet. Erst Nicolaus August Otto veränderte die Verbrennungskraftmaschine von Lenoir 1876 derart, daß sie nach dem Viertakt-Verfahren (1. Ansaugen, 2. Verdichten und Zünden, 3. Verbrennen und Arbeiten, 4. Ausstoßen) arbeitete. Dieses Prinzip kommt bis heute unverändert zum Einsatz. Der Ottomotor läßt sich bei der Betrachtung der Gemischbildung gut in zwei Teile, den Luft- und den Kraftstoffpfad aufteilen. Diese werden in Kapitel 2.1 und 2.2 unter Berücksichtigung neuer Motorkonzepte diskutiert. Seit Beginn der 90er Jahre werden vereinzelt Sensoren in Serienmotoren integriert, die eine direkte Information des Verbrennungsprozesses liefern. Damit ergeben sich neue Möglichkeiten zur Steuerung und Regelung des Motors. Diese Sensoren werden im folgenden erläutert und gegenübergestellt. Das Kapitel schließt mit einer Zusammenfassung der Grundlagen.

### 2.1 Der Luftpfad

Der Luftpfad beschreibt den kompletten Weg der angesaugten Luft vom Luftfilter über das Saugrohr bis zum Zylindervolumen. Er ist in der Abbildung {2.1} im Prinzipbild einer Verbrennungskraftmaschine dargestellt. Durch die Kolbenbewegung wird Luft angesaugt. Diese strömt über die Drosselklappe, entspannt sich im Saugrohr und gelangt über die Einlaßventile in den Brennraum.

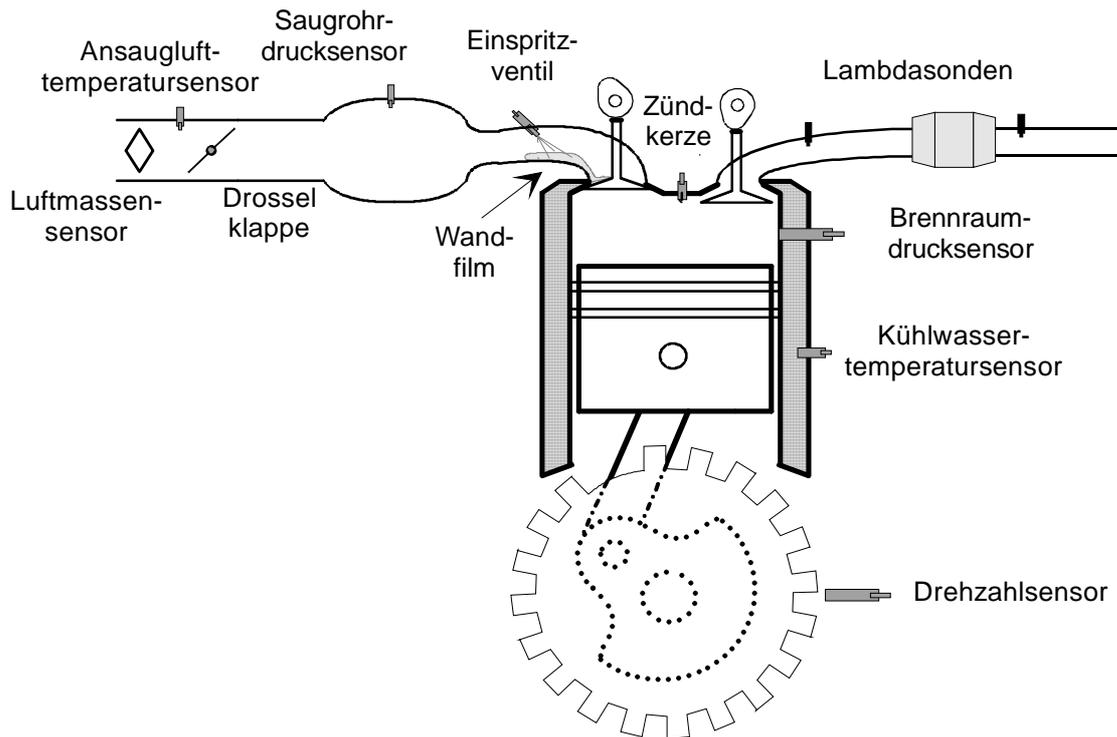


Abbildung {2.1}: Prinzipbild eines Verbrennungsmotors mit Sensorik und Aktorik

### 2.1.1 Konventionelle Lasterfassung

Bei der Lasterfassung handelt es sich um die Bestimmung der Luftmasse im Zylinder eines Verbrennungsmotors. Eine genaue Begriffsdefinition ist unabdingbar, da in der Literatur der Begriff Last auch öfters im Sinne eines Moments verwendet wird, welches an der Kurbelwelle eines Verbrennungsmotors oder am Reifen eines Kraftfahrzeugs zur Verfügung steht.

Heutzutage haben sich zwei Verfahren durchgesetzt, um die Last zu bestimmen. Entweder stützt sich die Lasterfassung auf einen Heißfilmluftmassensensor, der im Ansaugkanal zwischen dem Luftfilter und der Drosselklappe angebracht ist oder auf eine Druckmessung im Saugrohr, verbunden mit einer Bestimmung der Lufttemperatur.

Der Heißfilmluftmassensensor wird in der Mitte des Sensorelements auf eine konstante Temperatur erwärmt. Mit Hilfe zweier temperaturabhängiger Widerstände wird die Temperaturdifferenz auf dem Sensorelement ermittelt, wenn ein Luftmassenstrom die Widerstände je nach Strömungsrichtung unterschiedlich kühlt. Diese Temperaturdifferenz liefert eine Aussage über die Größe und die Richtung des Luftmassenstroms. Stationär ist dieses Verfahren sehr genau. Außerdem ist die Dynamik dieses Sensors durch die kleine thermische Masse sehr gut. Es ergeben sich jedoch folgende Nachteile:

- Durch das Anbringen des Sensors vor dem Saugrohr muß die Dynamik des Saugrohrs berücksichtigt werden, da immer das Füllen bzw. Entleeren mitgemessen wird.
- In einigen Betriebspunkten ergeben sich durch die hohen Pulsationsamplituden im Saugrohr unbrauchbare Signale.
- Eine zylinderindividuelle Lasterfassung ist nicht möglich.

Der Saugrohrdrucksensor ist dynamisch sehr schnell. Die Zustandsgröße Druck wird im kompletten Saugrohr erfaßt. Die Nachteile der Lastbestimmung mit Hilfe des gemessenen Saugrohrdrucks sind jedoch:

- Die genaue Kenntnis der Temperatur im Saugrohr ist notwendig (siehe hierzu Kapitel 4.2.1.2.1 'Auswahl der zu adaptierenden Parameter').
- Das Signal zeigt durch starke Pulsationen im Saugrohr einen hohen Wechselanteil.

Beide Verfahren verwenden in bestimmten Betriebspunkten zur Prädiktion, zur Diagnose und als Notlauffunktion die Information des Drosselklappenwinkels und der Drehzahl aus denen ebenso die Luftmasse bestimmt werden kann.

Verstärkt kommen auch Systeme mit beiden Sensoren zum Einsatz. Dies liegt auf der einen Seite in den immer höheren Anforderungen an die Onboard Diagnose begründet. Andererseits bewegt sich die Motorsteuerungsfunktionalität weg von der reinen kennfeldbasierten Struktur hin zu der Implementierung von physikalischen Modellen. Dadurch wird eine höhere Transparenz der einzelnen Funktionen und eine Auftrennung der einzelnen physikalischen Effekte erreicht. Zur exakten Trennung ist häufig der Einsatz beider Sensoren notwendig. Auch kann die externe Abgasrückführung vom Abgaskrümmers ins Saugrohr mit beiden Sensoren exakter bestimmt werden.

Problematisch bei der Verwendung beider Sensoren ist, daß die Messung vor den Einlaßventilen stattfindet, die Luftmasse aber letztendlich im Zylinder gesucht wird. Deshalb muß das Saugverhalten des Motors berücksichtigt werden. Dies geschieht über den volumetrischen Wirkungsgrad  $\eta_{vol} = \eta_{vol,n} \cdot \eta_{vol,p_{sag}}$  der sich aus zwei Teilen, einem drehzahlabhängigen und einem saugrohrdruckabhängigen Teil, zusammensetzt.  $\eta_{vol,p_{sag}}$  berücksichtigt die Restgaseinflüsse und  $\eta_{vol,n}$  die Pulsationen und Strömungseffekte an den Ventilen auf das Saugverhalten des Motors. Physikalisch sind diese Korrekturterme nur annähernd zu bestimmen und müssen am Prüfstand ermittelt und in einem Kennfeld abgelegt werden.

Die modellbasierte Lasterfassung mit konventioneller Sensorik in Verbindung mit estimationstheoretischen Ansätzen wird ausführlich und umfassend in [Scherer, 1998] beschrieben.

### 2.1.2 Probleme bei zukünftigen Motorkonzepten

Zukünftige Motorkonzepte, wie direkteinspritzende Ottomotoren oder vollvariable Ventilsteuerungen werden ähnlich dem Dieselmotor über einen Großteil der Betriebspunkte entdrosselt betrieben. Hierdurch läßt sich der Wirkungsgrad um ungefähr 10% erhöhen, da die Ladungswechselarbeit minimiert wird. Da im Ansaugrohr deswegen meistens atmosphärischer Druck herrscht (abzüglich Drosselverluste am Luftfilter), scheidet der Saugrohrdrucksensor in diesem Fall wegen der zu geringen Auflösung als Sensor zur Lasterfassung aus.

Wird die Luftmasse im Zylinder nicht über die Drosselklappe sondern über das Einlaßventil eingestellt, ergeben sich auch mit dem Heißfilmluftmassensensor Schwierigkeiten. Bei einem zu großen Saugrohrvolumen reagiert der Heißfilmluftmassensensor zu spät auf eine Änderung der Luftmasse, da die Wirkungskette vertauscht ist:

- gedrosselter Motor: Drosselklappe zur Laststeuerung sitzt vor dem Saugrohr
- entdrosselter Motor: Einlaßventil zur Laststeuerung sitzt nach dem Saugrohr

Somit muß über neue Lasterfassungskonzepte in Verbindung mit neuen Sensoren nachgedacht werden. Dies ist der Ansatzpunkt dieser Arbeit. Die Luftmasse wird im Zylinder bestimmt, da sie dort als prozeßkritische Größe auftritt.

## 2.2 Der Kraftstoffpfad

Ist die exakte Luftmasse im Zylinder bekannt, dann muß die passende Menge Kraftstoff eingespritzt werden, um bei der nachfolgenden Verbrennung und beim Ausschleiben des verbrannten Gases ein definiertes Gemisch für den optimalen Wirkungsgrad des Katalysators einzustellen. Bei den aktuellen Ottomotoren mit 3-Wege Katalysator ist dies ein stöchiometrisches Verhältnis, so daß gleichviel Anteile Luft- und Kraftstoff zur Verbrennung zur Verfügung stehen. Dies wird durch die normierte Variable  $\lambda = \frac{m_{Luft}}{F_{stoich} \cdot m_{kraft}} = 1$  ausgedrückt. Her-

kömmliche Magermotoren arbeiten bei einem  $\lambda$  von 1.3-1.4. Direkteinspritzende Ottomotoren werden teilweise mit  $\lambda > 3$  betrieben.

### 2.2.1 Die Wandfilmdynamik

Der komplette eingespritzte Kraftstoff gelangt jedoch nicht sofort und vollständig in den Zylinder, sondern ein Teil davon benetzt das Saugrohr und die Ventiltulpe und dampft zeitabhängig wieder ab (siehe Wandfilm Abbildung {2.1}). Dieses dynamische System Wandfilm muß beim Einspritzvorgang berücksichtigt werden. In stationären Betriebspunkten entspricht die eingespritzte Kraftstoffmenge der Kraftstoffmenge, die in den Zylinder gelangt, da das System eingeschwungen ist. Instationär muß allerdings bei einem positiven Lastsprung mehr und bei einem negativen weniger eingespritzt werden, als für ein stöchiometrisches Verhältnis im Zylinder notwendig wäre.

#### 2.2.1.1 Die Saugrohreinspritzung

Das dynamische System Wandfilm kann am Motor folgendermaßen identifiziert werden. Durch eine Modulation der Einspritzzeit bei konstanter Luftmasse wird der Wandfilm ange-regt. Mit der Verbrennung als idealem Abtaster, der bei einem 1-Zylinder Motor einmal pro Arbeitsspiel über die Lambdasonde einen Wert über die Gemischzusammensetzung liefert, kann mit der modulierten Einspritzmenge als Eingangsfolge und dem Lambdawert als Ausgangsfolge eine Identifikation durchgeführt werden. Hierzu muß die Dynamik der Lambdasonde und die Totzeit des Abgastransports vom Auslaßventil zur Lambdasonde berücksichtigt werden. Gegenüber einer Anregung des Wandfilms über den Drosselklappenwinkel, die über die Motorsteuerung wieder in einer Einspritzmengenänderung resultiert, hat obiges Verfahren den Vorteil, daß im dynamischen Übergang die Luftmasse nicht bestimmt werden muß, da sie konstant bleibt. Als bekanntestes Wandfilmmodell ist das von [Aquino, 1981] zu nennen, das den Kraftstoffpfad in zwei Teilpfade aufteilt. Ein Teil (1-X) des eingespritzten Kraftstoffs gelangt direkt in den Zylinder, während der andere Teil X in den Wandfilm über-

geht und von dort zeitverzögert mit der Zeitkonstanten  $\tau$  wieder abdampft. Die Dynamik des Wandfilms kann so durch eine lineare Differentialgleichung 1. Ordnung dargestellt werden.

$$\dot{m}_{\text{Wandfilm}} = X \cdot \dot{m}_i - \frac{1}{\tau} \cdot m_{\text{Wandfilm}} \quad [2.2.1]$$

In experimentellen Untersuchungen kann gezeigt werden, daß dieses Modell nicht genau die Dynamik des Wandfilms wiedergibt. Deswegen wurde in [Hart, 1995] ein Modell 2. Ordnung mit temperaturabhängigen Zeitkonstanten identifiziert, die das unterschiedliche Abdampfverhalten am Saugrohr und nahe am Ventil berücksichtigen.

### 2.2.1.1.1 Mechanismen der Kraftstoffverdampfung

Wesentlich für die Gemischbildung und damit für die Verbrennung ist der Übergang des Kraftstoffs von der flüssigen in die gasförmige Phase. Hier können folgende Mechanismen unterschieden werden:

- Verdunstung: <1% (sehr langsamer Vorgang)
- Verdampfen:
  1. Tropfenverdampfung im Saugrohr bzw. auf dem Transportweg zum Einlaßventil.
  2. Oberflächenverdampfung am Ventilteller und der Saugrohrwand.
  3. Tropfenverdampfung im Brennraum während des Ansaugens und des Verdichtens.
- Ausscheidung von Gasen

Die Bestimmung des Anteils der verdampften Kraftstoffmenge gestaltet sich sehr schwierig (siehe hierzu besonders Kapitel 4.2.1.1.2 'Bestimmung der verdampften Kraftstoffmenge im Zylinder'), da viele Effekte gegenläufig sind:

- Verdampfung am Ventil:

Dort sind die Temperaturen sehr hoch und damit auch die Verdampfungsfähigkeit. Allerdings ergibt sich durch die hohe Ventilströmung keine große Verdampfung, da der Kraftstofffilm mitgerissen wird.

- Niedrige Saugrohrtemperaturen:

Die Luftdichte ist größer und deswegen kann die Luft mehr Kraftstoffdampf aufnehmen. Jedoch ist durch die niedrigere Temperatur die Verdampfungsfähigkeit geringer.

- Zurückströmendes Restgas:

Das heiße Restgas erwärmt das Saugrohr und den Wandfilm. Dadurch steigt die Verdampfungsfähigkeit. Das Restgas hat aber eine geringere Dichte als Luft und kann damit weniger Kraftstoffdampf aufnehmen.

### 2.2.1.2 Die Direkteinspritzung

Bei der direkten Einspritzung des Kraftstoffs in den Zylinder wird die Problematik der Wandfilmdynamik des Saugrohrs natürlich umgangen. Allerdings gelangt je nach Brennverfahren und Betriebspunkt durch die schlechtere Gemischbildung eine unterschiedliche Menge Kraftstoff an die Zylinderwand und dampft dann von dieser wieder ab. Somit existiert hier auch ein

Wandfilm, dessen Auswirkungen auf die Emissionen nicht zu vernachlässigen sind. Die Forschungen auf diesem Gebiet befinden sich jedoch erst in der Anfangsphase.

## 2.3 Direkte Prozeßinformationen

Die einzigen Sensoren, die in allen Fahrzeugen mit Ottomotor eine Information vom Ort der Verbrennung liefern, sind Klopf- bzw. Körperschallsensoren, die die Druckwellen von sich selbst entzündendem Gasgemisch detektieren. Erst seit Beginn der 90er Jahre kamen vereinzelt Serienmotoren auf den Markt, die mit Sensoren ausgerüstet sind, die eine direkte Prozeßinformation der Verbrennung beinhalten. Toyota entwickelte einen Brennraumdrucksensor und integrierte diesen in einem Magermotor in einem Zylinder zur Magerlaufgrenzenregelung [Sugitani, 1993]. Die Firma Saab verwendet in ihren Fahrzeugen die Ionenstrommessung, um Zündaussetzer zu erkennen und auch Chrysler hat ein solches System entwickelt [Auzins, 1995] und [Lee, 1995]. Sowohl die Brennraumdruckmessung als auch das Ionenstromsignal liefern eine Information über die Verbrennung, wobei das Brennraumdrucksignal im Gegensatz zum Ionenstromsensor während des kompletten Arbeitsspiels zur Verfügung steht. Beide Sensoren bieten ein großes Potential zur Realisierung unterschiedlichster Motorfunktionen. Ihre charakteristischen Eigenschaften werden nachfolgend diskutiert.

### 2.3.1 Der Brennraumdrucksensor

Eine sehr gute allgemeine Zusammenfassung über Brennraumdrucksensoren und ihre Einsatzmöglichkeiten im Motormanagement kann [Schärmeli, 1990] entnommen werden. Der Einsatz von Brennraumdrucksensoren im Fahrzeug machte im Vorfeld eine Entwicklung serientauglicher Sensoren notwendig:

Die Firma Bosch stellte einen für den Serieneinsatz entwickelten piezoresistiven Brennraumdrucksensor vor [Herden, 1994], [Küsell, 1996]. Nissan integrierte eine piezoelektrische Keramik in einer Zündkerze [Takeuchi, 1990] und die Firma Kistler fertigt Meßzündkerzen die auf piezoelektrischen Quarzen basieren [Kuratle, 1994]. Texas Instrument entwickelte ebenfalls einen Brennraumdrucksensor auf Basis eines piezoelektrischen Quarzes [Pestana, 1989] und die Firma Optrand [He, 1994], [Poorman, 1997] stellt optische Brennraumdrucksensoren her.

Im Gegensatz dazu erschienen einige Arbeiten, die das Brennraumdrucksignal aus anderen Sensorinformationen rekonstruieren wollten. In [Lim, 1994] wurde versucht, diese Information aus den Drehzahlschwankungen der Kurbelwelle zu bestimmen, in [Mahr, 1994] aus dem Klopfensorsignal und in [Conolly, 1994] war es das Ziel, die zyklischen Schwankungen während der Verbrennung im Brennraumdrucksignal aus dem Drehzahlsignal zu ermitteln. [Saitzkoff, 1997] nutzte den Ionenstromsensor, um den Brennraumdruck während der Hochdruckphase zu bestimmen. Dies funktionierte insgesamt nur mäßig gut. Die Algorithmen lieferten nie so exakte Ergebnisse, daß eine Messung des Brennraumdrucks ersetzt werden konnte. Noch einen Schritt weiter gingen [Shiao, 1994] und [Kao, 1994]. Sie integrierten ein Ver-

brennungsmodell, das den Heizverlauf<sup>1</sup> berechnet und mit der Dynamik des Motors die Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle schätzt. Diese vergleichen sie mit dem gemessenen Wert, gewichten sie und rekonstruieren anschließend wieder über das Verbrennungsmodell den Zylinderdruck.

In der nachfolgenden Abbildung ist ein Brennraumdrucksignal über einem Arbeitsspiel dargestellt.

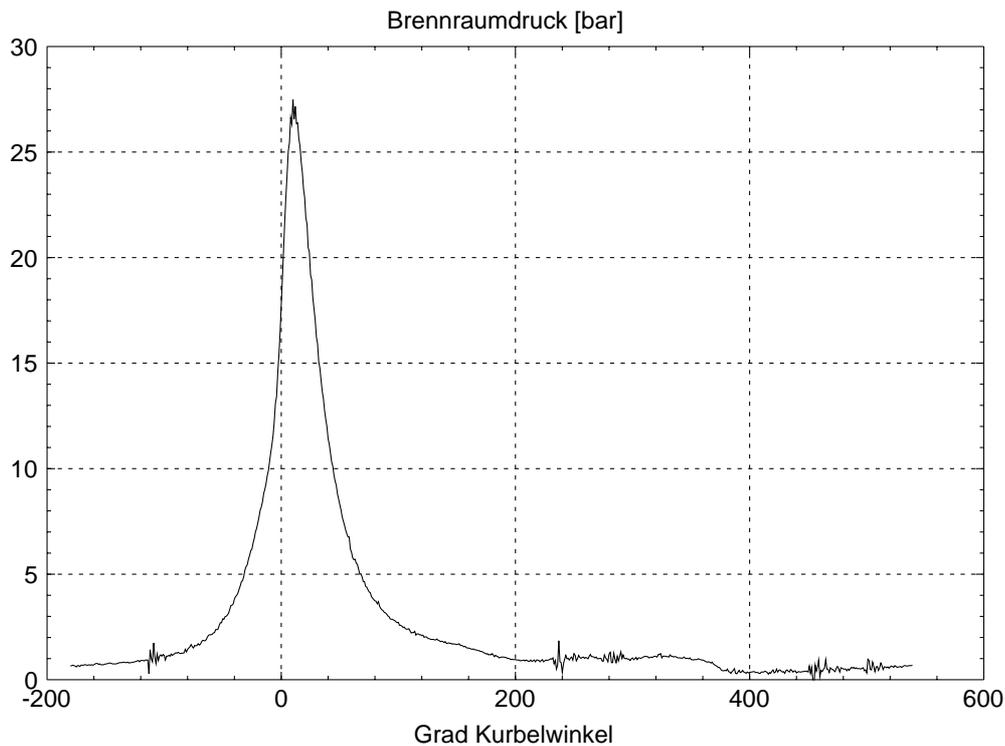


Abbildung {2.2}: Brennraumdrucksignal eines Arbeitsspiels

Physikalisch existieren verschiedene Prinzipien, um den in Abbildung {2.2} dargestellten Brennraumdruckverlauf zu messen. Sie sollen im nachfolgenden Abschnitt diskutiert werden.

### 2.3.1.1 Physikalische Prinzipien der Brennraumdruckmessung

Prinzipiell können drei Verfahren unterscheiden werden:

- 1) Ausnutzung des piezoelektrischen Effekts eines bestimmten Materials (z. B. Quarz oder Keramik):

Hier muß die vom Sensor abgegebene Ladung in eine Spannung zur Weiterverarbeitung gewandelt werden. Dies geschieht bei Sensoren, die für den Prüfstandseinsatz vorgesehen sind, durch einen externen Ladungsverstärker. Bei einem Einsatz im Fahrzeug wird mit ei-

---

<sup>1</sup> Berechnung des Verlaufs der in das Gasmisch fließenden Wärme  $Q_H$  im Zylinder aus gemessenen Brennraumdrucksignalen

nem Elektrometerverstärker im Gehäuse oder im Kabel ein niederimpedantes Signal realisiert.

2) Einsatz piezoresistiver Widerstände zur Kraft-Spannungs-Wandlung:

Diese werden auf der Sensormembran in einer Vollbrückenschaltung angeordnet, so daß eine Verformung der Membran eine Veränderung der Brückenausgangsspannung bewirkt.

3) Optisches Meßprinzip:

Über eine Leuchtdiode wird Licht in eine Glasfaser eingekoppelt und das an der verspiegelten Membran reflektierte Licht als druckproportionales Signal mit einer Photodiode ausgewertet.

### 2.3.1.2 Fehlereinflüsse auf das Brennraumdrucksignal

Alle oben beschriebenen Meßprinzipien werden von denselben Fehlereinflüssen gestört:

#### Langzeittemperatur- oder Lastwechseldrift

Bei einer Laständerung ändert sich die Temperatur im Brennraum. Es fließt ein Wärmestrom in die Sensormembran, die sich verspannt und einen offsetbehafteten Meßwert erzeugt. In der Abbildung {2.3} liegt dieser Offset in der Größenordnung von 3 bar. Im Extremfall führt diese Drifterscheinung dazu, daß das Signal in die positive oder negative Sättigung des Verstärkers läuft, wodurch das Signal unbrauchbar wird. Da dieser Fehlereinfluß aber relativ langsam ist, kann er durch eine entsprechende Hochpaßfilterung des Brennraumdrucksignals eliminiert werden. Da sich das Zylinderdruckspektrum proportional mit der Motordrehzahl ändert, ergibt sich ein Zusammenhang zwischen Drehzahl und zulässiger Filterzeitkonstante. Untersuchungen haben gezeigt, daß bei einer Wahl der Zeitkonstante des Hochpaßfilters von  $\tau=1s$  der Amplitudenfehler unter 0.5% bleibt und die Phasenverschiebung einen Wert von 0.1 Grad über den gesamten Drehzahlbereich nicht überschreitet [Kuratle, 1994].

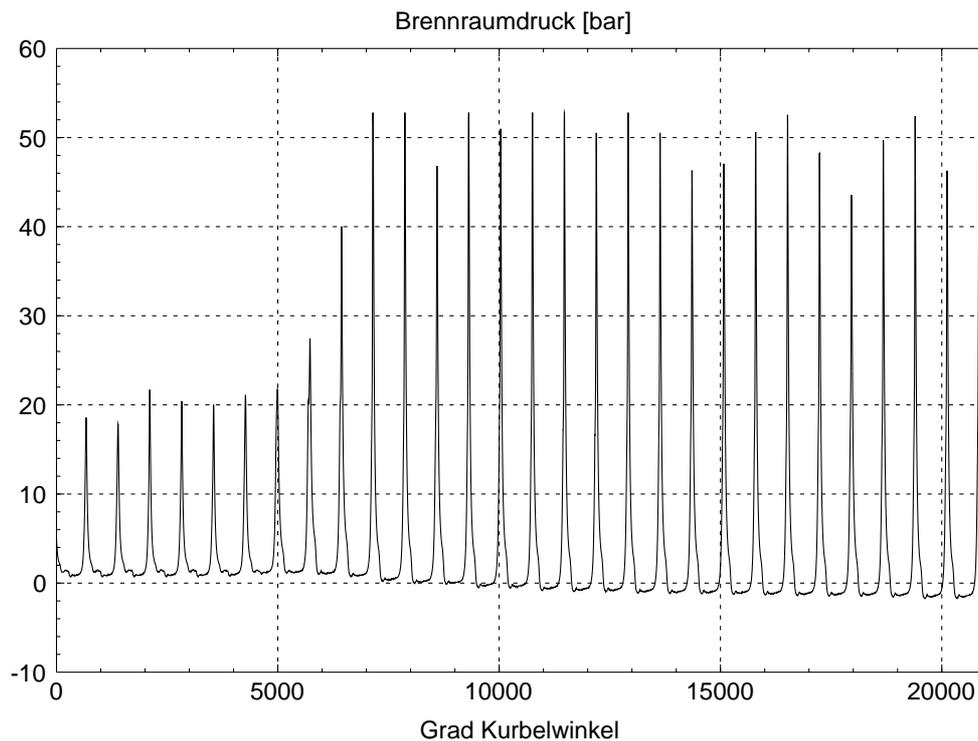


Abbildung {2.3}: Langzeittemperatur- oder Lastwechseldrift

### Kurzzeittemperaturdrift bzw. Thermoschock

Der Einfluß des Thermoschocks, hervorgerufen durch den kurzzeitigen enormen Anstieg der Temperatur bei der Verbrennung, ist gravierender und die Beseitigung aus dem Meßsignal gestaltet sich schwieriger als die Unterdrückung der Langzeittemperaturdrift. Der Grund hierfür liegt darin, daß die Kurzzeittemperaturdrift im Gegensatz zur Langzeittemperaturdrift eine Störkomponente hervorruft, die im Frequenzbereich des Nutzsignals liegt. Am deutlichsten sichtbar wird der Thermoschockverlauf durch eine Differenzberechnung zwischen den Signalen eines wassergekühlten Sensors mit geringem Thermoschock und eines ungekühlten Sensors. Es ergeben sich Abweichungen von bis zu 1.5 bar (siehe Abbildung {2.4}).

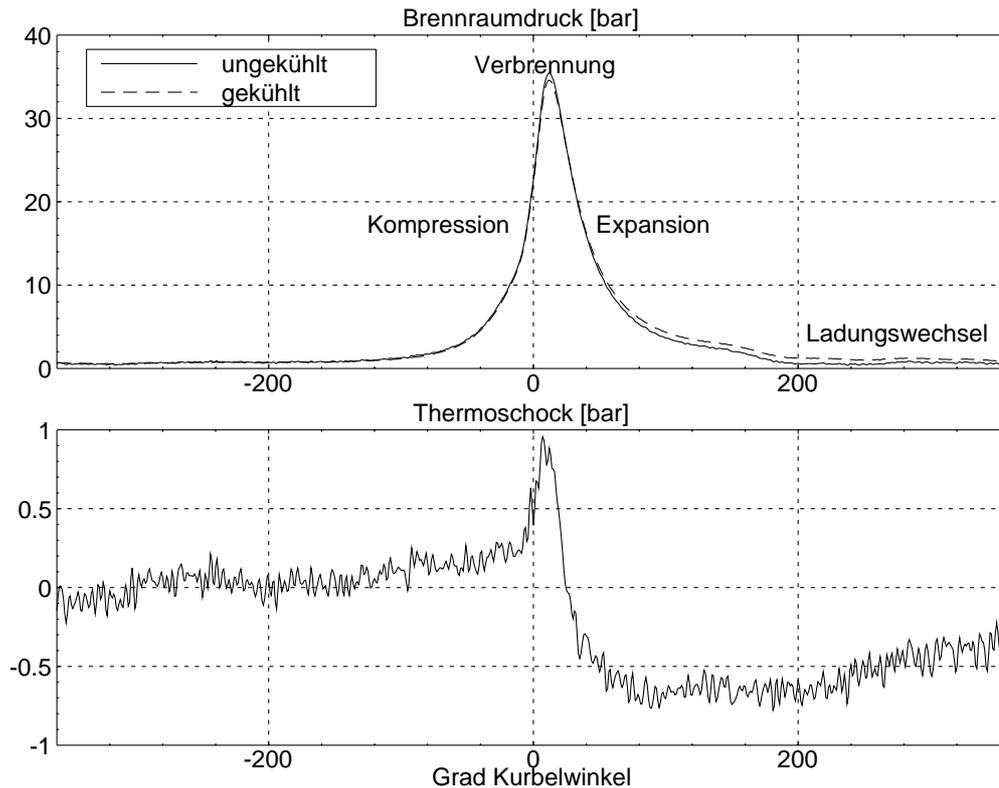


Abbildung {2.4}: Kurzzeittemperaturdrift bzw. Thermoschock

Die maximale Abweichung des Thermoschocks tritt zum Zeitpunkt des Brennraumdruckmaximums auf, da dann die Temperatur im Brennraum am größten ist. Die darauf folgende schlagartige Abnahme resultiert aus einer sprunghaften Membranänderung.

### Pfeifenschwingungen

Wird der Drucksensor nicht bündig zum Brennraum eingebaut, dann stellt der Verbindungskanal zwischen Drucksensor und Brennraum einen weiteren Störfaktor dar. In ihm können sich stehende Wellen ausbilden, die dem Nutzsignal überlagert sind und die Messung verfälschen. Durch die theoretische Betrachtung einer stehenden Longitudinalwelle in einem einseitig offenen Rohr (Pfeife) kann die Schwingungsfrequenz  $f$  näherungsweise bestimmt werden. Eine Anregung der in der Pfeife befindlichen Luftsäule hat eine stehende Welle zur Folge, deren Knotenabstand der doppelten Pfeifenlänge  $l$  entspricht. Die Wellenlänge  $\lambda$  der Grundschwingung ergibt sich somit zu

$$\lambda = 4 \cdot l \quad [2.3.1]$$

Durch die einfache Beziehung zwischen der Wellenlänge  $\lambda$ , der Schallgeschwindigkeit  $a$  und der Frequenz  $f$  ergibt sich die Frequenz der Grundschwingung zu

$$f_0 = \frac{a}{4 \cdot l} \quad [2.3.2]$$

Die Schallgeschwindigkeit wiederum ist von der Temperatur  $T$  im Brennraum, vom Isentrophenexponenten  $\kappa$  und von der Gaskonstanten  $R$  abhängig. Für sie gilt

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T} \quad [2.3.2a]$$

Eine Erweiterung der Betrachtung liefert die Frequenzen der ausbreitungsfähigen Oberschwingungen

$$f_n = (2 \cdot n + 1) \cdot f_0 \quad [2.3.3]$$

Eine kurze Pfeifenlänge von 20 mm ergibt bei einer Temperatur von 2000K eine Frequenz der Pfeifenschwingung von 11 kHz. Wenn diese Frequenz in den Frequenzbereich des Brennraumdrucksignals fällt, wird die Druckmessung gestört. Dies wäre bei längeren Verbindungskanälen und niedrigeren Temperaturen der Fall. Außerdem sind hohe Lasten und hohe Drehzahlen kritisch, da sich bei hohen Drehzahlen das Frequenzspektrum des Brennraumdrucksignals nach oben verschiebt, und hohe Lasten eine hohe Anregungsamplitude bedeuten.

### Weitere Fehlerquellen

- Eine Verspannung des Sensors durch unterschiedliche Anzugsmomente beim Montieren liefert einen unterschiedlichen Offset bei jedem einzelnen Brennraumdrucksensor.
- Da das Brennraumdrucksignal hochaufgelöst abgetastet wird, ist ein genauer Kurbelwellenbezug notwendig.

### 2.3.1.3 Bestimmung der Nulllinie

Bei einem piezoelektrischen Drucksensor nach Verfahren 1) in Kapitel 2.3.1.1 muß die Ladung des Quarzes in eine Spannung umgewandelt werden. Durch endliche Isolationswiderstände und die Eingangsimpedanz des Ladungsverstärkers ist ein Ladungsabfluß über die Zeit unvermeidbar. Aus diesem Grunde ist die Brennraumdruckmessung eine Relativmessung und keine Absolutdruckmessung. Auch bei Brennraumdrucksensoren mit anderen Meßprinzipien kann durch die beschriebenen Fehlereinflüsse kein Absolutdruck gemessen werden. Deshalb müssen Verfahren entwickelt werden, die diesen Offset korrigieren, d.h. die Nulllinie finden, damit der Absolutdruck angegeben werden kann. In den nachfolgenden Unterkapiteln werden mehrere Verfahren diskutiert.

#### **2.3.1.3.1 Thermodynamische Nullpunktkorrektur**

Die Kompressionsphase kann durch die polytrope Zustandsübergangsfunktion beschrieben werden

$$p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n \quad [2.3.4]$$

mit dem Zylindervolumen  $V_1$  und dem Zylinderdruck  $p_1$  am ersten Abtastpunkt. Mit dem Brennraumdrucksensor kann die Druckdifferenz in der Kompressionsphase zwischen zwei Punkten gemessen werden.

$$\Delta p = p_2 - p_1 \quad [2.3.5]$$

Subtrahiert man in Glg. [2.3.4] von beiden Seiten  $p_1 \cdot V_2^n$  so ergibt sich eine Bestimmungsgleichung für den absoluten Brennraumdruck am ersten Abtastpunkt.

$$p_{1_{absolut}} = \Delta p \cdot \frac{V_2^n}{V_1^n - V_2^n} = \Delta p \cdot \frac{\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^n}{1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^n} \quad [2.3.6]$$

Äquivalent gilt für den zweiten Abtastpunkt

$$p_{2_{absolut}} = \Delta p \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^n} \quad [2.3.7]$$

Fehler ergeben sich bei dieser Methode hauptsächlich durch gestörte Meßwerte und eine fehlerhafte Bestimmung des Polytropenexponenten  $n$ . Außerdem kann dieses Verfahren nur richtige Ergebnisse liefern, wenn der Thermoschock zwischen den zwei Abtastpunkten konstant ist. Die Korrektur gilt dann aber auch nur für diesen Bereich.

### Bestimmung des Polytropenexponenten

Der Polytropenexponent kann nur experimentell bestimmt werden, da er den Wärmeübergang beim Zustandsübergang berücksichtigt. Löst man Glg. [2.3.4] nach  $n$  auf ergibt sich der Polytropenexponent zu

$$n = \frac{\log p_2 - \log p_1}{\log V_1 - \log V_2} \quad [2.3.8]$$

Trägt man in einem doppeltlogarithmischen Diagramm, wie in Abbildung {2.5}, den Zylinderdruck über dem Volumenverlauf auf, dann kann im Bereich der Kompressionsphase der Polytropenexponent als Steigung der Kurve abgelesen werden.

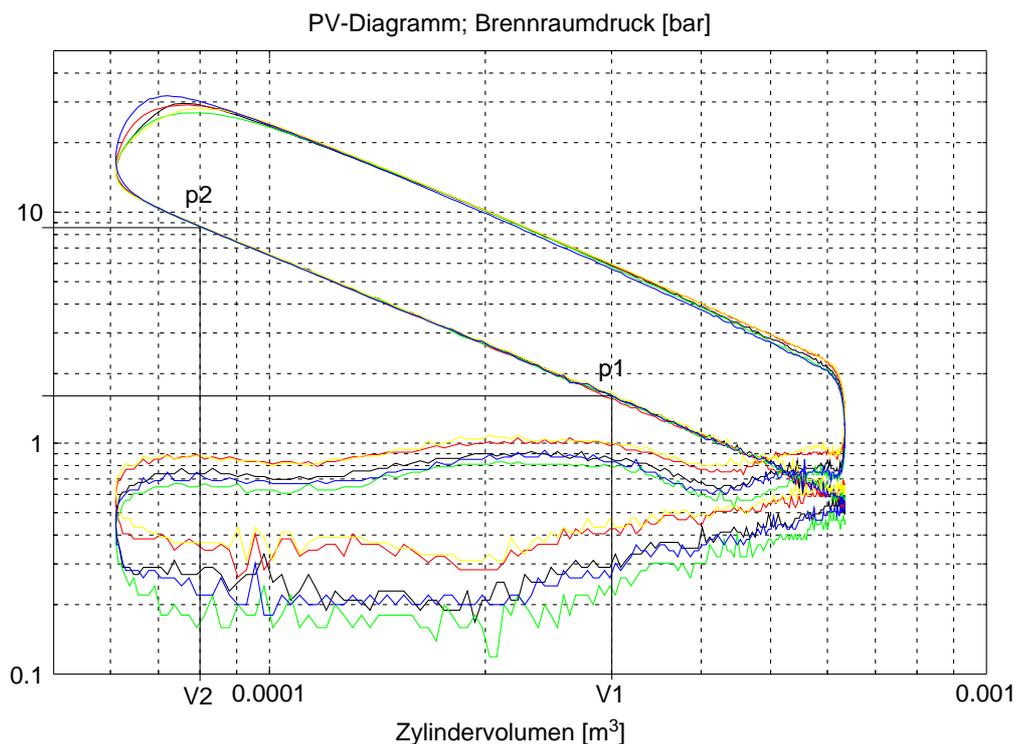


Abbildung {2.5}: Doppeltlogarithmisches PV-Diagramm zur Bestimmung des Polytropenexponenten

### 2.3.1.3.2 Nullpunktkorrektur mit Hilfe des Brennverlaufs

Ein iteratives Verfahren zur Bestimmung der Nulllinie kann mittels des Brennverlaufs<sup>1</sup> durchgeführt werden. Unter der Annahme, daß während der Kompressionsphase keine Wärme freigesetzt wird, kann die Nulllinie solange korrigiert werden bis diese Forderung erfüllt ist. Besonders nachteilig ist bei diesem Verfahren der enorm große Rechenaufwand für die Berechnung des Brennverlaufs.

### 2.3.1.3.3 Angleichung an den Saugrohrdruck

Saugrohrdrucksensoren sind meistens Absolutdrucksensoren und haben eine hohe Genauigkeit von ca. +/- 10mbar. Ist die Strömung in den Zylinder ausgeglichen, kann der Brennraumdruck an den Saugrohrdruck angeglichen werden. Ein guter Zeitpunkt hierzu ist der untere Totpunkt der Ladungswechselphase, da dort die Kolbengeschwindigkeit gleich Null ist. Die Vorgehensweise ist sehr einfach, allerdings muß mindestens ein zusätzlicher Sensor im Saugrohr angebracht sein. Entweder wird dieser Sensor zentral im Saugrohr angebracht, so daß alle Zylinder den gleichen Druckwert vor den Einlaßkanälen zur Korrektur benutzen, oder man montiert den Drucksensor im Einlaßkanal eines Zylinders in der Nähe des Einlaßventils und vernachlässigt zylinderindividuelle Unterschiede. Das genaueste, aber auch das teuerste Verfahren ist das Anbringen eines Sensors in jedem Einlaßkanal.

<sup>1</sup> Berechnung des Verlaufs der durch die Verbrennung entstehenden Wärme  $Q_B$  aus gemessenen Brennraumdrucksignalen

Fehler ergeben sich bei diesem Vorgehen durch hohe Saugrohrdruckpulsationen in einigen Motorbetriebspunkten und durch Druckdifferenzen zwischen Einlaßkanal und Zylinderinnenraum.

In [Brunt, 1997] werden an simulierten und gemessenen Daten die Fehlereinflüsse für die thermodynamische Nullpunktskorrektur und die Angleichung an den Saugrohrdruck ausführlich untersucht. Es zeigt sich, daß die Angleichung an den Saugrohrdruck, wie erwartet, bessere Ergebnisse während der Ladungswechselphase, d. h. in der Niederdruckphase, erzielt und daß die thermodynamische Nullpunktskorrektur während der Kompressionsphase genauer ist. In dieser Veröffentlichung sind zusätzliche Literaturhinweise angegeben, die sich mit den Fehlereinflüssen bei der Bestimmung der Nulllinie beschäftigen.

### 2.3.1.4 Das Brennraumdrucksignal als Lastsignal

Die heutigen Methoden zur Lasterfassung messen immer die Luftmasse bzw. ein lastproportionales Signal vor dem Zylinder (siehe Kapitel 2.1.1). Gesucht ist aber die Luftmasse im Zylinder. Mit dem Brennraumdrucksignal steht ein Signal vom Ort des Verbrennungsprozesses zur Verfügung. Die Vorteile einer Lasterfassung aus dem Brennraumdrucksignal lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- + Zylinderindividuelle Lasterfassung  $\Rightarrow$  Zylindergleichstellung bezüglich Lambda ist möglich.
- + Lasterfassung findet nach konventionellen Fehlern wie Leckluft oder Stellerfehler statt.
- + Bietet großes Potential für zukünftige Motorkonzepte.
- + Durch den Einsatz eines Brennraumdrucksensors pro Zylinder ergibt sich eine hohe Redundanz der Lasterfassungssensorik für Sicherheits- und Diagnosekonzepte.
- + Das Saugverhalten des Motors muß nicht beschrieben werden, da im Brennraum gemessen wird.

Im nächsten Unterkapitel wird eine einfache, pragmatische Auswertung des Zylinderdrucksignals vorgestellt, die gute Ergebnisse liefert.

#### 2.3.1.4.1 Heuristisches Verfahren

Diesem Verfahren liegt der Zusammenhang zwischen der Luftmasse im Zylinder und der Steigung des Druckverlaufs in der Kompressionsphase zugrunde. Er besteht darin, daß eine höhere Luftmasse im Zylinder eine größere Steigung der Brennraumdruckkurve zur Folge hat. Deshalb wird nicht der zeitliche Verlauf des Brennraumdruckwertes, sondern die Ableitung dieses Signals oder einer approximierten Funktion untersucht. Neben der guten Korrelation mit der Zylinderlast bringt die Auswertung der Ableitung den Vorteil mit sich, daß durch die Differentiation der Gleichanteile der Druckkurve eliminiert wird. Somit wirkt sich ein Signalbias, z. B. hervorgerufen durch einen Lastwechseldrift, nicht auf die Auswertung des Brennraumdrucksignals aus. Wird der Thermoschockfehler in der Kompressionsphase als konstant angenommen, dann hat dieser auch keinen Einfluß auf die Auswertung. Der Nachteil eines differenzierenden Verfahrens ist in der hohen Empfindlichkeit gegenüber Störungen im Signal zu sehen. Abhilfe verspricht hier eine Annäherung des Zylinderdrucksignals in der Kompres-

## 2. Der Verbrennungsmotor

sionsphase durch eine analytische Funktion. Als Näherungsfunktion bietet sich die Parabelgleichung in Scheitelform an

$$p - p_0 = a \cdot (\varphi - \varphi_0)^2, \quad [2.3.9]$$

wobei die Koordinaten  $(p_0, \varphi_0)$  den Scheitelpunkt der Parabel darstellen. Eine Spiegelung des Druckverlaufs in der Kompressionsphase an der y-Achse, in Verbindung mit einer Koordinatentransformation, erzwingt eine definierte Scheitellage und reduziert die anzupassende Parabelgleichung auf die Form

$$p = a \cdot \varphi^2 + p_0, \quad [2.3.10]$$

deren Steigung sich zu

$$\frac{dp}{d\varphi} = 2 \cdot a \cdot \varphi \quad [2.3.11]$$

ergibt.

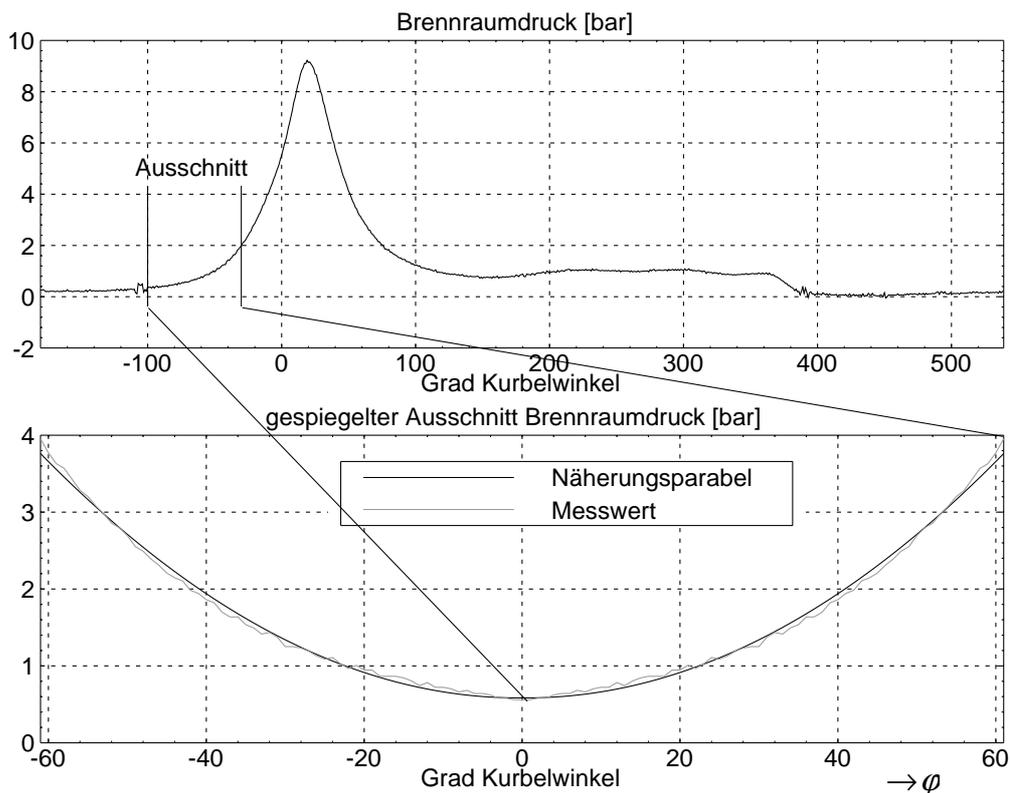


Abbildung {2.6}: Näherung des Zylinderdruckverlaufs durch eine analytische Funktion

In der Abbildung {2.6} ist in der ersten Reihe der Zylinderdruckverlauf während eines Arbeitsspiels zu sehen. Darunter ist der gespiegelte Ausschnitt der Druckkurve mit der angepaßten Näherungsfunktion aufgetragen. Die Eignung der Parabelfunktion als Näherungsfunktion des Brennraumdruckverlaufs in der Kompressionsphase wird deutlich. Um die Unabhängigkeit dieser Gleichung von der laufenden Variable  $\varphi$  zu erreichen, wird anstelle der Parabelsteigung nur noch der Öffnungskoeffizient  $a$  betrachtet, der ähnlich wie die Steigung auf Laständerungen reagiert, d.h. eine Erhöhung der Last im Zylinder bewirkt eine Verkleinerung der Parabelöffnung bzw. eine Zunahme des Öffnungskoeffizienten. Der Öffnungskoeffizient der Parabel wird anschließend über einen linearen Zusammenhang folgender Form auf die Luftmasse abgebildet.

$$m_{Luft} = a \cdot C_a + C_b \quad [2.3.12]$$

Die Koeffizienten  $C_a$  und  $C_b$  zur linearen Abbildung wurden durch den Abgleich der Öffnungskoeffizienten von Prüfstandsdaten mit den entsprechenden Luftuhrwerten ermittelt. Sie werden für den jeweiligen Betriebspunkt in Abhängigkeit der Last in einer Kennlinie abgelegt. Stationär ergeben sich Fehler zwischen Luftuhrmessung<sup>1</sup> und Lastsignal aus dem Brennraumdruckverlauf von ca. 3%. Die Genauigkeit des Heißfilmluftmassensensors liegt ebenfalls in diesem Bereich.

Das beschriebene Verfahren besitzt den Nachteil, daß der physikalische Bezug zum Brennraumdruck nicht nachvollzogen werden kann, und so eine Beurteilung der Koeffizienten schwer fällt. Allerdings stellt es eine sehr elegante und einfache Art dar, wie aus dem Brennraumdruck auf die Luftmasse geschlossen werden kann. Eine Verbesserung der linearen Abbildung durch Erhöhung der Ordnung der Abbildungsfunktion ist nicht möglich, was im nächsten Abschnitt physikalisch begründet wird.

### 2.3.1.4.2 Physikalisches Modell - Parallelen zum heuristischen Modell

Der Zustand eines Gases kann für jeden Zeitpunkt durch die ideale Gasgleichung beschrieben werden.

$$p \cdot v = R \cdot T \quad [2.3.13]$$

Sie erlaubt die Berechnung jeder der drei Zustandsgrößen Druck  $p$ , spezifisches Volumen  $v$  und der Temperatur  $T$ , wenn zwei davon bekannt sind. Glg. [2.3.13] gilt aber nur für ideale Gase, d.h. die Wechselwirkungen zwischen den Molekülen untereinander sind vernachlässigbar. Für Luft und Verbrennungsgase ist diese Annahme zulässig. Ausgehend von der idealen Gasgleichung können mit Hilfe von Zustandsübergangsfunktionen Zustandsänderungen idealer Gase beschrieben werden.

Auf die Unterscheidung zwischen adiabater und polytroper Zustandsänderung soll genauer eingegangen werden. Diese zwei Übergangsformen unterscheiden sich ausschließlich in der Betrachtungsweise der Wärmeübergänge. In den Übergangsgleichungen wirkt sich das in den Exponenten aus. Die adiabate Zustandsübergangsform beschreibt ein vollständig wärmeisoliertes System, das keinen Wärmeaustausch mit der Umgebung zuläßt. Der in den Zu-

---

<sup>1</sup> Stationär kann der Meßwert der Luftuhr als mittleres Referenzluftmassensignal angesehen werden. Hier wird die Strömung der Luftmasse in einem großen Behälter beruhigt und über eine definierte Zeit gemessen.

standsübergangsgleichungen auftretende Adiabatenexponent läßt sich mit den spezifischen Wärmekapazitäten bei konstantem Druck  $c_p$  bzw. konstantem Volumen  $c_v$  berechnen:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad [2.3.14]$$

Im Gegensatz dazu steht der polytrope Zustandsübergang (Glg. [2.3.15]), der für reale Prozesse mit nicht zu vernachlässigenden Wärmeübergängen verwendet wird. Der Polytropenexponent berücksichtigt diese Wärmeübergänge und ist nur experimentell zu bestimmen (siehe Kapitel 2.3.1.3.1).

$$p \cdot v^n = const \quad T \cdot v^{n-1} = const \quad T^n \cdot p^{1-n} = const \quad [2.3.15]$$

Die Kompressionsphase eines Verbrennungsmotors kann thermodynamisch durch die polytrope Zustandsübergangsfunktion beschrieben werden. Ersetzt man das spezifische Volumen  $v$  in der Glg. [2.3.13] durch den Quotienten des Volumens  $V_2$  durch die Masse  $m$ , dann beschreibt die nachfolgende Gleichung den Zustand des Gases zum Zeitpunkt 2 in der Kompressionsphase.

$$p_2 \cdot V_2 = m \cdot R \cdot T_2 \quad [2.3.16]$$

Die Temperatur  $T_2$  kann auf die Anfangstemperatur im Zylinder  $T_1$  kurz nach Schließen der Einlaßventile durch den polytropen Zustandsübergang zurückgeführt werden. Mit

$$T_2 = T_1 \cdot \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \quad [2.3.17]$$

ergibt sich Glg. [2.3.16] zu

$$p_2 \cdot V_2 = m \cdot R \cdot T_1 \cdot \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \quad [2.3.18]$$

Dies hat den Vorteil, daß dort die Temperatur besser abschätzbar ist, während der Druckwert  $p_2$  zum Zeitpunkt 2 ein besseres Signal-Rauschverhältnis aufweist. Die Masse  $m$  setzt sich aus der Frischgasmasse und der Restgasmasse zusammen, so daß letztendlich für die Frischgasmasse im Zylinder folgende Gleichung gilt:

$$m_{FG} = \frac{p_2 \cdot V_2}{R \cdot T_1} \cdot \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1} - m_{RG} \quad [2.3.19]$$

Der Vergleich dieses Ergebnisses mit Glg. [2.3.12] zeigt, warum eine Näherungsfunktion höherer Ordnung keine Verbesserung beim heuristischen Verfahren zur Folge hat. Setzt man die Parabelgleichung [2.3.9] für den Brennraumdruck  $p_2$  in Glg. [2.3.19] ein,

$$\begin{aligned}
 m_{FG} &= \left( a \cdot (\varphi_2 - \varphi_0)^2 - p_0 \right) \cdot \frac{V_2}{R \cdot T_1} \cdot \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1} - m_{RG} \\
 &= a \cdot (\varphi_2 - \varphi_0)^2 \cdot \frac{V_2}{R \cdot T_1} \cdot \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1} - p_0 \cdot \frac{V_2}{R \cdot T_1} \cdot \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1} - m_{RG}
 \end{aligned}
 \tag{2.3.20}$$

dann können die Parameter  $C_a$  und  $C_b$  bestimmt werden.

$$\begin{aligned}
 C_a &= (\varphi_2 - \varphi_0)^2 \cdot \frac{V_2}{R \cdot T_1} \cdot \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1} \\
 C_b &= -p_0 \cdot \frac{V_2}{R \cdot T_1} \cdot \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1} - m_{RG}
 \end{aligned}
 \tag{2.3.21}$$

Die Parameter sind Funktionen der Temperatur  $T_1$ , die sich aus der Frischgas- und Restgastemperatur zusammensetzt, und der Restgasmasse. Sie müssen entweder am Prüfstand kalibriert und in einer Kennlinie abgelegt, aus anderen Sensorinformation bestimmt oder im Betrieb identifiziert bzw. mitgeschätzt werden.

### 2.3.1.5 Potential des Brennraumdrucksensors

Der Brennraumdrucksensor hat ein überaus großes Potential zur Realisierung verschiedenster Motorfunktionen:

- Über die Messung des Brennraumdrucks kann eine effektive Klopferkennung und Klopfregelung realisiert werden. Zur Applikation der Serienklopfregelung basierend auf Körperschallsensoren wird heutzutage der Brennraumdrucksensor als Referenz verwendet.
- Die Unterscheidung zwischen den Phasen Ausstoßen und Kompression des Viertaktverfahrens kann über einen Vergleich der Brennraumdrücke im oberen Totpunkt erfolgen. Somit wird der Nockenwellensensor zur Phasenbestimmung nicht benötigt.
- Der Brennraumdrucksensor eröffnet weiterhin eine Vielzahl von Diagnosemöglichkeiten. Zündaussetzer können über einen Vergleich des Brennraumdruckverlaufs im ungefeuerten Betrieb (durch eine Spiegelung des Kompressionsdruckverlaufs am oberen Totpunkt) mit dem gemessenen Druck im gefeuerten Betrieb detektiert werden. Der Vergleich der Verdichtung der einzelnen Zylinder miteinander oder eines einzelnen Zylinders in einem Referenzpunkt ermöglicht die Diagnose des Verschleißes der Kolbenringe (*blow by*).
- Durch den Einsatz eines Sensors pro Zylinder kann eine zylinderindividuelle Bestimmung der Luftmasse realisiert werden.
- In [Müller, 1998] wird eine Regelung des 50% Umsatzpunktes mit Brennraumdrucksensoren beschrieben. Aus dem gemessenen Brennraumdrucksignal wird mittels eines neuronalen Netzes die Kurbelwinkelposition bestimmt, an dem 50% der Energie im Zylinder umgesetzt sind. Legt man diese Kurbelwinkelposition durch die Veränderung des Zündwinkels auf 8 Grad Kurbelwinkel nach dem oberen Totpunkt, dann ergibt sich ein wirkungsgradoptimaler Betrieb des Verbrennungsmotors.

- In [Gassenfeit, 1989] werden zwei Algorithmen zur Bestimmung des zylinderindividuellen Lambdawertes mittels Brennraumdruckmessung untersucht.
- Mit einer Messung des Brennraumdrucks während eines kompletten Arbeitsspiels kann der indizierte Mitteldruck im Zylinder  $p_{mi}$  bestimmt werden. Daraus läßt sich mit der Kenntnis des Reibungsmitteldruckes  $p_{mr}$  der effektive Mitteldruck  $p_{me}$  berechnen. Somit kann das entsprechende Moment (effektives, indiziertes oder Reibungsmoment) mit Glg. [2.3.22] aus dem Hubvolumen  $V_H$  und dem jeweiligen Mitteldruck  $p_m$  bestimmt werden. Weiterhin kann eine Gleichstellung der Zylinder bezüglich des Moments erfolgen. Dies dient vor allem dem Komfort, d.h. der Laufruhe des Motors.

$$M_{d-} = \frac{V_H \cdot p_{m-}}{4 \cdot \pi} \quad [2.3.22]$$

- Bei Magermotoren (Betrieb mit Luftüberschuß; Luftzahl  $\lambda \approx 1.4$ ) kann über die Standardabweichung des indizierten Mitteldrucks  $\sigma_{pmi}$  die Magerlaufgrenze aus dem gemessenen Brennraumdrucksignal ermittelt und darauf aufbauend eine Regelung realisiert werden. Wird ein definierter Wert von  $\sigma_{pmi}$  überschritten, kommt es zu Komforteinbußen bis hin zu Zündaussetzern.
- Eine Spitzendrucküberwachung läßt sich mit Brennraumdrucksensoren einfach realisieren. Besonders bei Motoren mit kleinem Hubraum und Hochaufladung ist dies zur Online-Diagnose sinnvoll.
- In [Carrier, 1991] werden die Resonanzfrequenzen im Brennraum bei geschlossenen Ventilen mit dem Brennraumdrucksensor gemessen, um die Ladungstemperatur zu bestimmen. Allerdings sind die relevanten akustischen Drücke extrem klein.

Obige Liste ist sicher nicht vollständig, sie spiegelt jedoch die Vielfalt von Motorsteuerungs- bzw. Motorregelungsalgorithmen wieder, die mit dem Brennraumdrucksignal realisiert werden können.

### 2.3.2 Die Ionenstrommessung

In den letzten Jahren findet die Ionenstrommessung große Beachtung. Durch das Anlegen einer Spannung nach dem Zünden an die Elektroden der Zündkerze kann, hervorgerufen durch die Ionisation der Gasmoleküle bei der Verbrennung, ein Strom gemessen werden. Allerdings ist diese Technik nicht neu. Schon 1931 setzte [Schnauffer, 1931] die Ionenstrommessung zur Untersuchung des ottomotorischen Klopfens ein. Aber erst mit den Möglichkeiten der elektronischen Motorsteuerung und durch die gesetzlichen Vorschriften bezüglich Emissionen und vor allem der Onboard Diagnose fand der Einsatz des Ionenstromsensors zu Beginn der 90er Jahre in Serienfahrzeugen statt. Anhand der nachfolgenden Abbildung {2.7} soll das Ionenstromsignal erläutert werden.

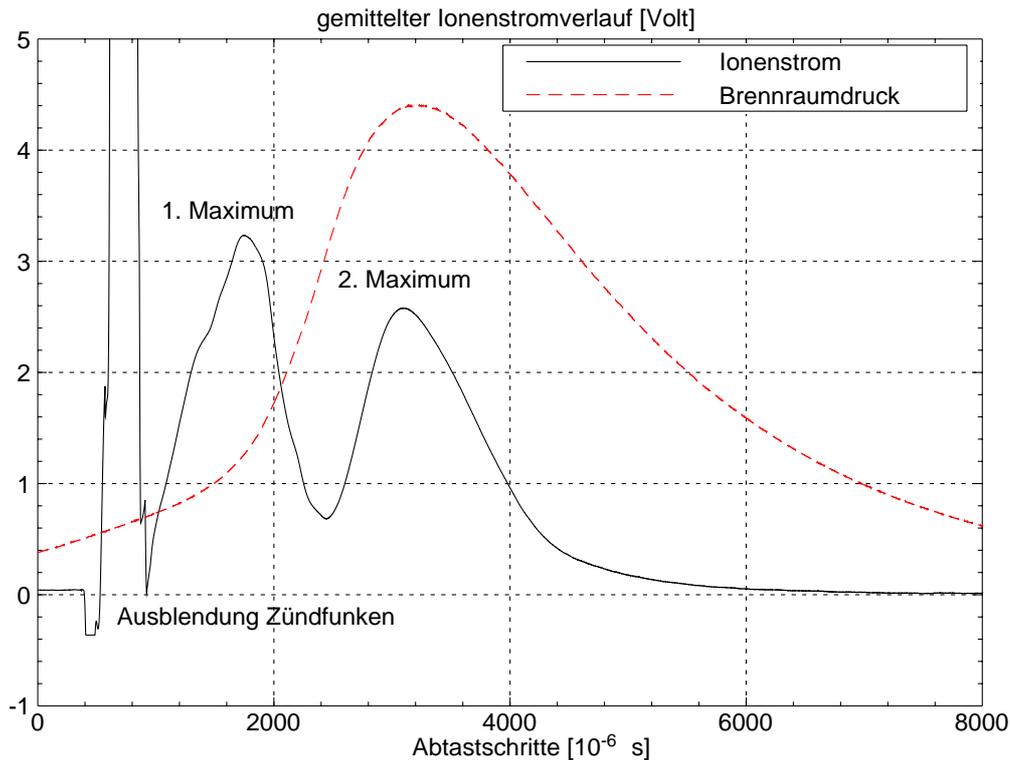


Abbildung {2.7}: Typischer Ionenstrom- und Brennraumdruckverlauf (das Ionenstromsignal ist über mehrere Arbeitsspiele gemittelt)

Deutlich sind in Abbildung {2.7} zwei Phasen der Ionisation zu erkennen. Nach der Ausblendung des Zündfunken ist das erste Ionenstrommaximum zu erkennen. Es entsteht aufgrund des Verbrennungsablaufes im Flammenkegel, der sich zu diesem Zeitpunkt in der Umgebung der Zündkerzenelektroden befindet. In diesem Zusammenhang wird auch von der Ionisation in der Flammenfront gesprochen. Gelegentlich teilt sich das 1. Maximum in zwei oder mehrere lokale Maxima auf. Ursache sind in diesem Fall die lokalen Strömungsverhältnisse an der Zündkerze, die ein mehrfaches Passieren der Flammenfront ermöglichen. In der ersten Phase ist die Entstehung des Ionenstroms anhand der Theorie der chemischen Ionisation zu erklären. Wenn die Flammenfront weiter fortgeschritten ist, und deren Ionen immer weniger zum gemessenen Ionenstrom an der Zündkerze beitragen, wird im Signalverlauf die Rekombination der Ionen erkennbar, die während der Verbrennung gebildet wurden. Parallel zur Abnahme des Ionenstroms aufgrund von Rekombinationsreaktionen erreichen die Produkte des Verbrennungsprozesses ihre Gleichgewichtskonzentration.

Bei der zweiten Phase der Ionisation, mit einem Maximum nach dem oberen Totpunkt des Kolbens, sind die thermodynamischen Verhältnisse durch die verbrannten Gase hinter der Flammenfront und einer Kolbenstellung nahe des oberen Totpunkts gegeben. Quelle der Ionisation ist die thermische Ionisation. Dieses zweite Maximum ist proportional zum Druckverlauf (gestrichelte Linie in Abbildung {2.7}) und damit kann aus dem Ionenstromverlauf eine Aussage über den Brennraumdruckverlauf im Zylinder (z. B. Lage des Brennraumdruckmaximums) gewonnen werden.

### 2.3.2.1 Parallelen zum Brennraumdrucksignal - Eine Bewertung

Die Gegenüberstellung der Funktionalität des Ionenstromsensors und des Brennraumdrucksensors ergibt drei große Nachteile des Ionenstromsensors:

1. Die Ionenstrominformation ist eine lokale Information, der Brennraumdruck ist jedoch eine räumliche Größe. Damit ist immer fraglich, ob die Information des Ionenstromsensors auf den gesamten Brennraum übertragbar ist.
2. Das Ionenstromsignal entsteht durch die Verbrennung im Zylinder. Daraus resultieren starke Unterschiede im Einzelarbeitsspiel trotz stationärer Bedingungen.
3. Das Ionenstromsignal liefert nur während eines kurzen Ausschnitts des Arbeitsspiels (abhängig von der Drehzahl, ca.  $60^\circ$  Kurbelwinkel) eine Information über die Vorgänge im Brennraum. Die Brennraumdruckinformation steht aber während des kompletten Arbeitsspiels (Ansaugen, Verdichten, Verbrennen und Ausstoßen) zur Verfügung.

Diese Nachteile sind in Abbildung {2.8} verdeutlicht.

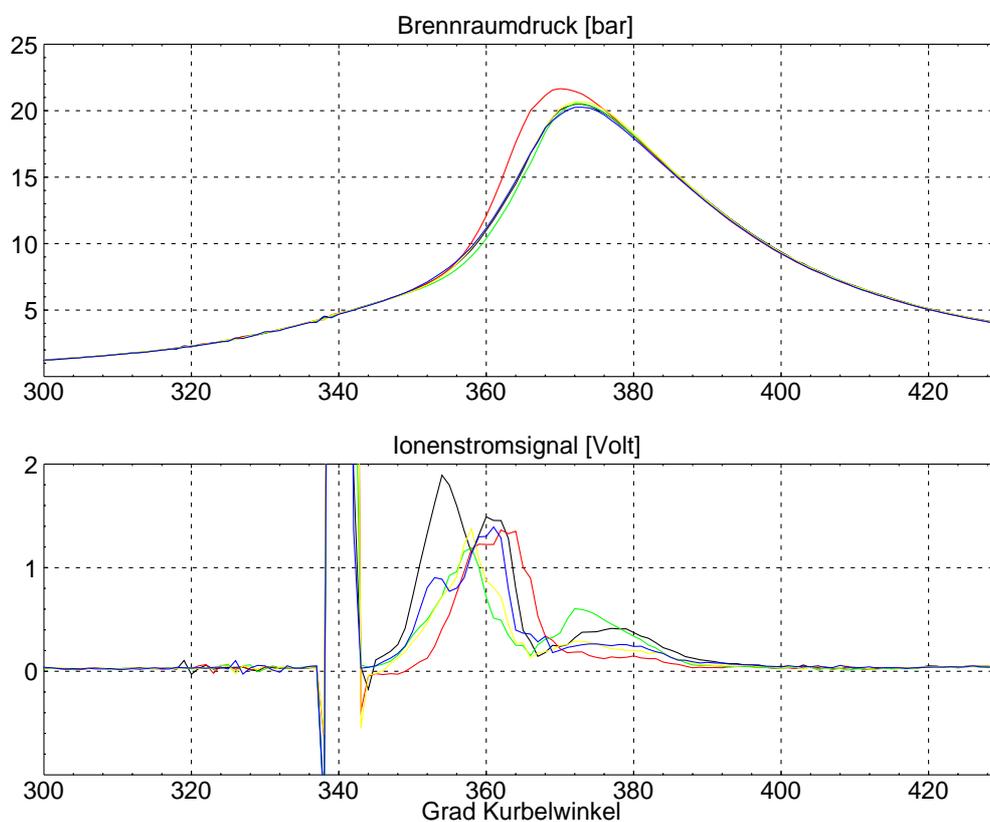


Abbildung {2.8}: Mehrere aufeinanderfolgende Ausschnitte des Ionenstrom- und Brennraumdrucksignals bei stationären Betriebsbedingungen des Verbrennungsmotors

Die Funktionalität des Ionenstromsignals ist sicher eingeschränkter als die in Kapitel 2.3.1.5 beschriebene Funktionalität des Brennraumdrucksensors. Allerdings hat der Ionenstromsensor zwei Vorteile, die ihn für einen Serieneinsatz im Fahrzeug sehr interessant erscheinen lassen:

1. Es ist keine zusätzliche Bohrung im Zylinderkopf notwendig, da die Messung des Ionenstromsignals über die Elektroden der Zündkerze erfolgt.
2. Die Ionenstrommessung läßt sich kostengünstig in die Zündelektronik integrieren, wodurch fast keine zusätzlichen Sensorkosten entstehen.

### **2.3.3 Anforderungen an die Hardware zur Auswertung direkter Brennrauminformationen**

Heutige Motorsteuerungen tasten die Sensorsignale mit einer maximalen Abtastrate von 1ms zeitsynchron ab. Bei 6000 U/min entspricht das einer kurbelwinkelsynchronen Abtastrate von 36 Grad Kurbelwinkel. Zur Abtastung von Brennrauminformationen muß dies angepaßt werden, da meistens nur ein Ausschnitt des Sensorsignals während des Arbeitsspiels von Interesse ist. In diesem Bereich ist dann aber eine hochaufgelöste Abtastung, beim Brennraumdruck in den überwiegenden Fällen kurbelwinkelsynchron, notwendig. Für eine Abtastrate von beispielsweise 3 Grad Kurbelwinkel, dies entspricht im Extremfall bei einer Drehzahl von 6000 U/min einer Abtastzeit von  $83 \mu\text{s}$ , steigen die Anforderungen an die Hardware enorm. Jedoch überlappen sich bei Motoren mit geringer Zylinderanzahl die Bereiche meistens nicht, so daß die zylinderindividuellen Sensorinformationen gemultiplext werden können. Zusätzlich wird durch den Übergang von der zeit- zur kurbelwinkelsynchronen Abtastung folgendes benötigt:

- ein kurbelwinkelsynchroner Triggerimpuls. Dieser kann beispielsweise durch eine Interpolation des 6 Grad Impulses des serienmäßigen 60-2 Zähne Rades realisiert werden.
- ein drehzahlabhängiges Antialiasingfilter, um die komplette Bandbreite der Sensorinformationen auswerten zu können.

## 2.4 Zusammenfassung

Nach einer Diskussion des Luft- und Kraftstoffpfads eines Ottomotors und den darauf aufbauenden konventionellen Lasterfassungsmethoden wurde der Schwerpunkt in diesem Kapitel auf die direkten Prozeßinformationen gelegt. Brennraumdrucksensor und Ionenstrommessung an der Zündkerze liefern beide Informationen vom Ort der Verbrennung. Nach einer ausführlichen Diskussion des Brennraumdrucksensors schließt sich die Entwicklung eines heuristischen Verfahrens zur Bestimmung der Luftmasse im Zylinder aus gemessenen Brennraumdrucksignalen an. Die gute Wirkungsweise dieses Verfahrens wird daraufhin physikalisch hergeleitet. Einer Kurzbeschreibung des Ionenstromsignals folgt die Bewertung der Vor- und Nachteile beider Sensoren. Mit der Spezifikation der Hardwareanforderungen zur Auswertung direkter Prozeßinformationen schließt dieses Kapitel.

## 3. Adaptive Kalman-Filter

Kalman-Filter gehören zu den Estimationsalgorithmen, die im Zustandsraum formuliert werden. Sie berechnen optimale Schätzwerte der Zustände eines dynamischen Systems aus gestörten und damit unsicheren Meßwerten. Die Information über die gesuchten Zustände ist oftmals in den Messungen nicht direkt enthalten, sondern muß aus den Meßwerten und dem hinterlegten Zustandsraummodell beobachtet werden. Da sowohl die Systemgleichungen als auch die Messungen von Störungen überlagert sind, müssen die stochastischen Eigenschaften der im System- und Meßmodell enthaltenen Unsicherheiten berücksichtigt werden. Damit gehört das Kalman-Filter zu den stochastischen Beobachtern. Im Gegensatz zum Wiener-Filter besitzen Kalman-Filter eine zeitvariante Filterstruktur. Sie eignen sich deshalb für Probleme, bei denen sich die stochastischen Eigenschaften je nach Betriebspunkt ändern.

Zur optimalen Zustandsschätzung benötigen Kalman-Filter eine genaue Beschreibung sowohl der System- und Meßgleichungen, als auch der stochastischen Eigenschaften der im System- und Meßmodell enthaltenen Unsicherheiten. In allen praktischen Anwendungen können diese Parameter jedoch nur mit einer endlichen Genauigkeit bestimmt werden. Es gibt eine Vielzahl von Verfahren, mit denen ein lineares Systemmodell eines physikalischen Prozesses berechnet werden kann. Diese linearen Systemmodelle beschreiben ebenso nur endlich genau die meistens in der Natur vorkommenden nichtlinearen dynamischen Zusammenhänge.

Unschärfe Parameter verringern die Güte dieser Optimalfilter und können im Extremfall das Filter divergieren lassen. Ändern sich diese Parameter mit der Zeit, verstärkt sich die angesprochene Problematik. Deshalb ist es häufig notwendig, gleichzeitig zur Zustandsschätzung die unsicheren Parameter mitzuschätzen, zu adaptieren<sup>1</sup>.

Nach einer Einordnung der Kalman-Filter bei Systemen mit Parameterungenauigkeiten, werden in diesem Kapitel die linearen Kalman-Filter Verfahren hergeleitet und diskutiert. Insbesondere das Verfahren nach Maximum Likelihood wird hierbei vollständig hergeleitet, so daß die unbekannt Parameter in allen Matrizen der Zustandsraummodellierung vorkommen können. Der Vollständigkeit halber schließt sich die Betrachtung der nichtlinearen adaptiven

---

<sup>1</sup> Lateinisch: 'anpassen'

Kalman-Filter an. Beide Ansätze werden anhand eines Benchmark-Problems miteinander verglichen und bewertet.

Das Problem von unscharfen Parametern wird in der Praxis öfters dadurch umgangen, indem in Betriebspunkten mit hohen Parameterungenauigkeiten die Rauschkomponenten des Meßmodells bzw. Systemmodells erhöht werden. Auch diese Verfahren werden adaptiv genannt, unterscheiden sich aber doch grundsätzlich von den Algorithmen zur gleichzeitigen Zustands- und Parameterschätzung.

In der Abbildung {3.1} sollen die adaptiven Kalman-Filter strukturiert und eingeordnet werden [Leondes, 1973]. Die Analyse beschränkt sich auf die Untersuchung der Fehlerkovarianzmatrizen und auf die stochastischen Eigenschaften der Residuensequenz (mittelwertfreies gaußsches weißes Rauschen). In [Loffeld, 1990] wird zusammengefaßt, daß die häufigsten Divergenzursachen in der fehlenden Positivdefinitheit der Filterfehlerkovarianzmatrix zu finden sind. So können bei einer Analyse Maßnahmen eingeleitet werden, die ein totales Divergieren des Filters, beispielsweise durch Sicherstellung der Positivdefinitheit, verhindern.

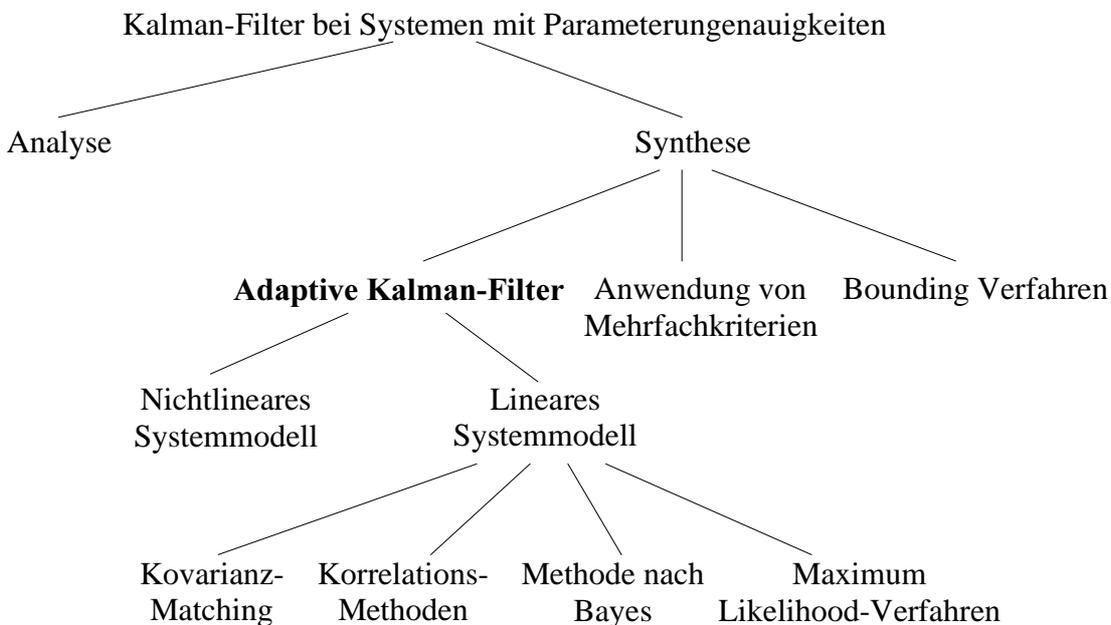


Abbildung {3.1}: Kalman-Filter bei Systemen mit Parameterungenauigkeiten

Die Synthese läßt sich in folgende drei Bereiche unterteilen: Adaptive Kalman-Filter, Anwendung von Mehrfachkriterien und *Bounding* Verfahren. Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt in der Untersuchung und Anwendung adaptiver Kalman-Filter Algorithmen. Die zwei anderen Bereiche sollen nachfolgend kurz erklärt werden.

#### Anwendung von Mehrfachkriterien

Bei den Mehrfachkriterien basiert der Filterentwurf auf einem Gütekriterium, welches sich aus dem mittleren quadratischen Schätzfehler und der Sensitivität der Leistungsfähigkeit des Filters bezogen auf die Parameterungenauigkeiten zusammensetzt. Dies liefert eine Kompensation der unsicheren Parameter im offenen Regelkreis bei gleichem Rechenaufwand wie ein her-

kömmliches Kalman-Filter. Der wesentliche Nachteil liegt darin, daß Parameterungenauigkeiten nur kompensiert, aber nicht eliminiert werden.

#### Bounding Verfahren

Die *Bounding* Verfahren versuchen den Schätzfehler unter eine bestimmte Schranke zu drücken, welche aber nicht notwendigerweise das Minimum darstellt. Bei Systemen mit keinem oder nur sehr geringem Prozeßrauschen besteht die Gefahr, daß nach endlicher Zeit die Verstärkung und die Fehlerkovarianzmatrix Null werden. Dann verläßt sich das Filter zu sehr auf sein Modell und berücksichtigt die neu hinzukommenden Messungen nicht mehr. Ändert sich nun der Betriebspunkt des Systems und das Systemmodell 'paßt' nicht mehr so gut, d.h. die Parameter im Systemmodell weisen einen größeren Fehler auf, dann kann das Filter divergieren. Hier gibt es prinzipiell zwei Möglichkeiten, entgegenzuwirken. Durch eine Erhöhung der Prädiktionsfehlerkovarianzmatrix um einen endlichen Betrag wird verhindert, daß die Verstärkung gegen Null strebt (*noise incrementation*). Dadurch werden neu hinzukommende Messungen immer berücksichtigt, unabhängig davon, wie lange das Filter in einem Betriebspunkt ausgeführt wird. Allerdings kann eine ungenaue Modellierung zu einem Offsetfehler führen. Dies kann die tatsächliche Divergenz (*true divergence*) des Filters zur Folge haben. Ebenso kann durch eine ausschließliche Betrachtung der letzten  $N$  Messungen im Kalman-Filter die Unabhängigkeit des Kalman-Filters von neuen Messungen verhindert werden (*stale data rejection*).

In diesem Kapitel soll nun genauer auf adaptive Kalman-Filter Algorithmen eingegangen werden, die gleichzeitig zur Zustandsschätzung unbekannte Parameter mitbestimmen. Hier liegt der Schwerpunkt bei den Algorithmen, bei denen das Systemmodell linear bleibt. Anschließend wird der Vergleich zu dem nichtlinearen Kalman-Filter, dem Extended Kalman-Filter, gezogen mit dem ebenso Zustände und Parameter simultan geschätzt werden können. Jedoch resultiert hierbei eine Parameterschätzung bei einem linearen System immer in einem nichtlinearen System, da der Parameter als Zustand modelliert werden muß. Ein Vergleich der Vor- und Nachteile mit Hilfe eines Benchmarks beendet das Kapitel.

## 3.1 Lineare adaptive Kalman-Filter

Zu Beginn wird die Zustandsraummodellierung für zeitdiskrete Systeme mit unbekanntem Parametern beschrieben. Diese Notation dient als Grundlage für die nachfolgenden Erklärungen. Anschließend werden die einzelnen Verfahren diskutiert, ihre notwendigen Bedingungen und Voraussetzungen verglichen und zum Schluß die Leistungsfähigkeit der Algorithmen bewertet. Einen sehr guten Überblick findet man in [Mehra, 1972] und ausführlicher in [Maybeck, 1979].

### 3.1.1 Zustandsraummodellierung mit unbekanntem Parametern

Nachfolgend wird die zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung für Systeme mit unbekanntem Parametern beschrieben. Die unbekanntem Parameter werden im Vektor  $\underline{a}$  zusammengefaßt.

Für die Parameter gilt als Voraussetzung, daß sie sich langsamer ändern als die Zustände. Deshalb können sie über  $N$  Abtastschritte als konstant angenommen werden.

$$\underline{x}(k+1) = A(k, \underline{a}) \cdot \underline{x}(k) + B(k, \underline{a}) \cdot \underline{u}(k) + G(k) \cdot \underline{w}(k) \quad [3.1.1]$$

$$\underline{y}(k) = C(k, \underline{a}) \cdot \underline{x}(k) + \underline{v}(k) \quad [3.1.2]$$

$\underline{x}(k)$  beschreibt den Zustand des Systems zum festen Zeitpunkt  $t_k = k \cdot T$  ( $T$  ist das Abtastintervall) und hat die Ordnung  $[n \times 1]$ .  $A(k, \underline{a})$  stellt die lokale Zustandsübergangsfunktion dar. Sie entsteht entweder direkt durch einen zeitdiskreten Entwurf oder durch Transformation einer zeitkontinuierlichen Modellierung.  $B(k, \underline{a})$  ist die deterministische Steuerungs- bzw. Eingangsmatrix mit der Ordnung  $[n \times h]$  und  $\underline{u}(k)$  der Eingangsvektor. Durch die stochastische Steuerungsmatrix  $G(k)$  werden dem Zustandsvektor  $\underline{x}(k)$  die  $p$  Komponenten von  $\underline{w}(k)$  zugeteilt. Die Beobachtungsmatrix  $C(k, \underline{a})$  hat die Ordnung  $[m \times n]$ .

$\underline{w}(k)$  und  $\underline{v}(k)$  sind weiße gaußverteilte Rauschprozesse mit den nachfolgenden Eigenschaften:  $\underline{w}(k)$  wird als Prozeßrauschen (*driving noise*, Ordnung  $[p \times 1]$ ) und  $\underline{v}(k)$  als Meßrauschen (*measurement noise*, Ordnung  $[m \times 1]$ ) bezeichnet.

$$E\{\underline{w}(k)\} = \underline{0} \quad [3.1.3]$$

$$E\{\underline{w}(k) \cdot \underline{w}(j)^T\} = Q(k, \underline{a}) \cdot \delta(k, j) \quad [3.1.4]$$

$$E\{\underline{v}(k)\} = \underline{0} \quad [3.1.5]$$

$$E\{\underline{v}(k) \cdot \underline{v}(j)^T\} = R(k, \underline{a}) \cdot \delta(k, j) \quad [3.1.6]$$

Die Kalman-Filter Gleichungen für ein lineares, zeitdiskretes Kalman-Filter werden ohne Herleitung angegeben und sind [Loffeld, 1990] entnommen. Sie dienen als Ausgangspunkt für die nachfolgenden Herleitungen und als Grundlage für Diskussionen.

Prädiktionsgleichungen (time update)

$$\hat{\underline{x}}^-(k) = A(k-1) \cdot \hat{\underline{x}}^+(k-1) + B(k-1) \cdot \underline{u}(k-1) \quad [3.1.7]$$

$$P^-(k) = A(k-1) \cdot P^+(k-1) \cdot A(k-1)^T + G(k-1) \cdot Q(k-1) \cdot G(k-1)^T \quad [3.1.8]$$

Meßwertinterpolation (*measurement update*)

$$\underline{r}(k) = \underline{y}(k) - C(k) \cdot \hat{\underline{x}}^-(k) \quad [3.1.9]$$

$$K(k) = P^-(k) \cdot C(k)^T \cdot [C(k) \cdot P^-(k) \cdot C(k)^T + R(k)]^{-1} \quad [3.1.10]$$

$$\hat{\underline{x}}^+(k) = \hat{\underline{x}}^-(k) + K(k) \cdot \underline{r}(k) \quad [3.1.11]$$

$$P^+(k) = (I - K(k) \cdot C(k)) \cdot P^-(k) \quad [3.1.12]$$

Die formale Unterscheidung zwischen Zufallsvariablen und der Realisation der Zufallsvariablen lehnt sich an [Loffeld, 1990] an und ist hier noch einmal aufgeführt.

$$\underline{x}(k) \rightarrow \text{Zufallsvariable} \quad [3.1.12a]$$

$$\underline{x}_k \rightarrow \text{Realisation obiger Zufallsvariable} \quad [3.1.12b]$$

Bei den Kovarianz- und Korrelationsverfahren wird die deterministische Eingangsgröße  $B(k) \cdot \underline{u}(k)$  in Glg. [3.1.1] weggelassen, da sie bei der Herleitung durch die Erwartungswertbildung verschwindet. An den Stellen, an denen es nicht unbedingt zum Verständnis notwendig ist, wird aus Gründen der Übersichtlichkeit die Schreibweise folgendermaßen vereinfacht  $A(k) \rightarrow A$ , usw. Insbesondere bei dem Kovarianz-Matching Verfahren und den Korrelationsmethoden werden die Matrizen  $A$ ,  $B$  und  $C$  ohne Index angegeben, da diese als zeitinvariant angesehen werden müssen.

### 3.1.2 Kovarianz-Matching

Bei der Kovarianz Anpassung wird die praktisch ermittelte Kovarianz des Residuums  $\hat{P}_r$  mit der theoretischen Residuenkovarianz aus Glg. [3.1.9] des Kalman-Filters verglichen. Stimmen sie nicht überein, kann über die Änderung der Kovarianzen der Rauschkomponenten ein Angleich erzielt werden. Ist beispielsweise die reale Kovarianz des Residuums größer, dann wird die Kovarianz des Prozeßrauschens  $Q$  vergrößert. Dies führt zu einer direkten Erhöhung der Prädiktionsfehlerkovarianz (Glg. [3.1.8]) und dadurch zu einem Angleich der Schätzfehlerkovarianz (Glg. [3.1.12]). Äquivalent dazu kann auch das Meßrauschen  $R$  erhöht werden, um die Schätzfehlerkovarianzmatrix anzugleichen. Allerdings ist normalerweise die Unsicherheit bei der Bestimmung der Kovarianzen beim Prozeßrauschen  $Q$  größer als beim Meßrauschen  $R$ , so daß diese Größe verändert wird. Die Kovarianz des Residuums wird dabei durch seine empirische Varianz (*sample covariance*, Glg. [3.1.13]) approximiert:

$$\hat{P}_r = \hat{E} \{ \underline{r}(k) \cdot \underline{r}(k)^T \} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{k=1}^m \underline{r}_k \cdot \underline{r}_k^T \quad [3.1.13]$$

Die Kovarianz des Residuums aus dem Kalman-Filter läßt sich mit Glg. [3.1.9] berechnen. Durch anschließendes Gleichsetzen mit Glg. [3.1.13] und Einsetzen von Glg. [3.1.8] ergibt sich eine implizite Gleichung für das *driving noise*  $Q$  (Glg. [3.1.14]), wenn das *measurement noise*  $R$  bekannt ist:

$$C \cdot (A \cdot P^+(k) \cdot A^T + G \cdot Q(k) \cdot G^T) \cdot C^T + R(k) = \frac{1}{m} \cdot \sum_{k=1}^m \underline{r}_k \cdot \underline{r}_k^T \quad [3.1.14]$$

Nur wenn die Matrix  $C$  den Rang  $n$  besitzt kann eine eindeutige Lösung angegeben werden. Oft sind jedoch nur einige Parameter in  $Q$  unbekannt und alle anderen Null, so daß  $Q$  trotzdem berechnet werden kann, obwohl der Rang( $C$ ) kleiner  $n$  ist. Da bei der Berechnung des 'wahren' *driving noise*  $Q$  die Fehlerkovarianzmatrizen mit dem 'falschen'  $Q$  berechnet wurden, ist die Konvergenz dieses Verfahrens nicht immer gegeben. Ist  $Q$  dagegen bekannt, kann das *measurement noise*  $R$  direkt über Glg. [3.1.15] bestimmt werden:

$$\hat{R}(k) = \frac{1}{m} \cdot \sum_{k=1}^m \underline{r}_{-k} \cdot \underline{r}_{-k}^T - C \cdot P^-(k) \cdot C^T \quad [3.1.15]$$

Eine rekursive Lösung für  $\hat{R}(k)$  wird in [Mehra, 1972] und [Arndt, 1995] angegeben. Diese ist in Glg. [3.1.15a] dargestellt:

$$\hat{R}(k) = \frac{(k-1) \cdot \hat{R}(k-1) + \underline{r}_k \cdot \underline{r}_k^T}{k} - C \cdot P^-(k) \cdot C^T \quad [3.1.15a]$$

#### Zusammenfassung der Merkmale des Kovarianz-Matching

- Die Adaption unbekannter Parameter ist nur in den Rauschkomponenten  $Q$  und  $R$  möglich.
- Die Parameter der Matrix  $Q$  können nur dann explizit berechnet werden, wenn entweder die Matrix  $Q$  nur  $m \cdot n$  Unbekannte besitzt (mit  $n = \text{Rang}(A)$  und  $m = \text{Rang}(C)$ ) oder der Rang der Beobachtungsmatrix gleich dem Rang der Zustandsübergangsmatrix ist.
- Die Konvergenz dieses Verfahrens ist nicht immer sichergestellt, da die 'wahre' Kovarianz mit dem falschen Wert für die Matrix  $Q$  berechnet wurde.

### 3.1.3 Korrelationsmethoden

Der Grundgedanke des Verfahrens besteht darin, daß die Residuen bei einem optimal parametrisierten Filter eine weiße gaußverteilte Sequenz bilden. Parameterungenauigkeiten führen dagegen zu einer zeitkorrelierten Sequenz. So wird entweder die Autokorrelationsfunktion der Ausgangsgröße  $\underline{y}(k)$  oder des Residuums  $\underline{r}(k)$  verwendet, um die Kovarianzmatrix der Rauschkomponenten  $Q$  und  $R$  zu bestimmen. Beide Verfahren setzen voraus, daß das System vollständig steuer- und beobachtbar ist. Nachfolgend sind die Algorithmen kurz beschrieben. Einen Schätzwert für die Autokorrelationsfunktion eines stationären Prozesses erhält man mit Glg. [3.1.16]:

$$\hat{\psi}_{yy}^k = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=k}^N \underline{y}_i \cdot \underline{y}_{i-k}^T \quad \text{bzw.} \quad \hat{\psi}_{rr}^k = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=k}^N \underline{r}_i \cdot \underline{r}_{i-k}^T \quad [3.1.16]$$

Diese Schätzwerte sind für kurze Zeitreihen offsetbehaftet. Für eine offsetfreie Bestimmung der Autokorrelationsfunktionen müßte durch  $(N-k)$  anstatt durch  $N$  geteilt werden. Allerdings gibt man trotzdem der Berechnung über Glg. [3.1.16] den Vorzug, da im allgemeinen der mittlere quadratische Fehler kleiner ist [Birkenfeld, 1977].

Unter der Voraussetzung, daß das Filter einen stationären Zustand eingenommen hat kann die Schreibweise der Fehlerkovarianzmatrizen vereinfacht werden:  $P^-(k) \rightarrow P^-$  und  $P^+(k) \rightarrow P^+$ .

output correlation

Die Korrelationsfunktion der Ausgangsgröße ergibt sich unter Berücksichtigung von Glg. [3.1.2] zu Glg. [3.1.17]:

$$\begin{aligned} \psi_{yy}^k &= E\{\underline{y}(i) \cdot \underline{y}(i-k)^T\} \\ &= E\{C \cdot \underline{x}^-(i) \cdot \underline{x}^-(i-k)^T \cdot C^T\} + E\{C \cdot \underline{x}^-(i) \cdot \underline{v}(i-k)^T\} + \\ &\quad E\{\underline{v}(i) \cdot \underline{x}^-(i-k)^T \cdot C^T\} + E\{\underline{v}(i) \cdot \underline{v}(i-k)^T\} \end{aligned} \quad [3.1.17]$$

Unter Ausnutzung der Tatsache, daß das Meßrauschen unkorreliert zum Filterprädiktionwert ist, ergibt sich Glg. [3.1.17], für  $k>0$  unter Berücksichtigung von Glg. [3.1.1] und Glg. [3.1.11], zu Glg. [3.1.18]:

$$\psi_{yy}^k = \begin{cases} C \cdot P^- \cdot C^T + R & k=0 \\ C \cdot A^k \cdot P^- \cdot C^T & k>0 \end{cases} \quad [3.1.18]$$

$$\text{mit } P^- = A \cdot P^+ \cdot A^T + G \cdot Q \cdot G^T$$

Schreibt man nun Glg. [3.1.18] für  $k=1 \dots n$  nieder (Glg. [3.1.19]) und formt entsprechend um, so bekommt man eine implizite Gleichung für  $Q$  (Glg. [3.1.20]), die nicht immer allgemein lösbar ist. Wenn der  $\text{Rang}(C)=n$  ist oder die Besetzung der Matrix  $Q$  nur  $m \cdot n$  Unbekannte oder weniger hat, dann kann  $Q$  berechnet werden.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \psi_{yy}^1 \\ \vdots \\ \psi_{yy}^n \end{bmatrix} &= \Gamma \cdot P^- \cdot C^T \\ \text{mit } \Gamma &= \begin{bmatrix} C \cdot A \\ \vdots \\ C \cdot A^n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad [3.1.19]$$

$$(A \cdot P^+ \cdot A^T + G \cdot Q \cdot G) \cdot C^T = \Gamma^* \cdot \begin{bmatrix} \psi_{yy}^1 \\ \vdots \\ \psi_{yy}^n \end{bmatrix} \quad [3.1.20]$$

Hierbei ist  $\Gamma^*$  die Pseudoinverse von  $\Gamma$ . Da  $\Gamma$  spaltenregulär ist (d.h. die Spaltenzahl ist höchstens gleich der Zeilenzahl) wird nicht die allgemeine Pseudoinverse [Föllinger, 1992] benötigt, sondern es gilt Glg. [3.1.20a]:

$$\Gamma^* = (\Gamma^T \cdot \Gamma)^{-1} \cdot \Gamma^T \quad [3.1.20a]$$

Für  $k=0$  kann die Kovarianzmatrix  $R$  des Meßrauschens direkt aus Glg. [3.1.18] berechnet werden. Auch wenn für die Kovarianzmatrix  $Q$  des Prozeßrauschens keine geschlossene Lösung angegeben werden kann, ist es möglich die Verstärkung  $K$  des Kalman-Filters geschlossen zu berechnen. Da dieses Kapitel aber die explizite Parameterschätzung behandelt, wird hierauf nicht näher eingegangen. Ausführlicher wird darüber in [Mehra, 1971] berichtet.

innovation correlation (residual whitening)

Für ein optimal eingestelltes Filter ist die Residuensequenz (Glg. [3.1.9]) ein mittelwertfreier weißer Gaußprozeß. Bei ungenau eingestellten Parametern ist die Residuensequenz jedoch korreliert. Durch die Anpassung der unbekannt Parameter der Rauschkomponenten wird jedoch die Residuensequenz wieder weiß. Deshalb wird dieses Verfahren auch *residual whitening* genannt. Es ist leistungsfähiger als das vorher beschriebene *output correlation*, da die Residuensequenzen weniger korreliert sind als die Ausgangssequenzen.

$$\begin{aligned} \psi_{rr}^k &= E \left\{ \underline{r}(i) \cdot \underline{r}(i-k)^T \right\} \\ &= E \left\{ \left( \underline{y}(i) - C \cdot \hat{\underline{x}}^-(i) \right) \cdot \left( \underline{y}(i-k) - C \cdot \hat{\underline{x}}^-(i-k) \right)^T \right\} \\ &= E \left\{ \left( C \cdot \underline{x}(i) + \underline{v}(i) - C \cdot \hat{\underline{x}}^-(i) \right) \cdot \left( C \cdot \underline{x}(i-k) + \underline{v}(i-k) - C \cdot \hat{\underline{x}}^-(i-k) \right)^T \right\} \end{aligned}$$

mit  $\underline{e}^-(i) = \underline{x}(i) - \hat{\underline{x}}^-(i)$  folgt

$$\psi_{rr}^k = E \left\{ \left( C \cdot \underline{e}^-(i) + \underline{v}(i) \right) \cdot \left( C \cdot \underline{e}^-(i-k) + \underline{v}(i-k) \right)^T \right\} \quad [3.1.21]$$

Für  $k>0$  ist  $\underline{v}(i)$  unabhängig von  $\underline{e}^-(i-k)$  und  $\underline{v}(i-k)$ . Somit ergibt sich die Autokorrelationsfunktion des Residuums für  $k>0$  zu:

$$\psi_{rr}^k = E \left\{ \underline{r}(i) \cdot \underline{r}(i-k)^T \right\} = C \cdot E \left\{ \underline{e}^-(i) \cdot \underline{e}^-(i-k)^T \right\} \cdot C^T + C \cdot E \left\{ \underline{e}^-(i) \cdot \underline{v}(i-k)^T \right\} \quad [3.1.22]$$

Aus der Definition von  $\underline{e}^-(i)$  in Glg. [3.1.21] und durch Einsetzen von Glg. [3.1.1-2], Glg. [3.1.7], Glg. [3.1.9] und Glg. [3.1.11] kann  $\underline{e}^-(i)$  rekursiv dargestellt werden:

$$\begin{aligned}
 \underline{e}^-(i) &= \underbrace{A \cdot \underline{x}(i-1) + B \cdot u(i-1) + G \cdot \underline{w}(i-1)}_{\underline{x}^{(i)}} - \underbrace{\left[ A \cdot \hat{\underline{x}}^+(i-1) + B \cdot u(i-1) \right]}_{\hat{\underline{x}}^-(i)} \\
 &= A \cdot \underline{x}(i-1) + B \cdot u(i-1) + G \cdot \underline{w}(i-1) - \left[ A \cdot \left( \hat{\underline{x}}^-(i-1) + K \cdot \left[ \underline{y}(i-1) - C \cdot \hat{\underline{x}}^-(i-1) \right] \right) + B \cdot u(i-1) \right] \\
 &= A \cdot [I - K \cdot C] \cdot \underline{x}(i-1) - A \cdot [I - K \cdot C] \cdot \hat{\underline{x}}^-(i-1) - A \cdot K \cdot \underline{v}(i-1) + G \cdot \underline{w}(i-1) \\
 \underline{e}^-(i) &= A \cdot [I - K \cdot C] \cdot \underline{e}^-(i-1) - A \cdot K \cdot \underline{v}(i-1) + G \cdot \underline{w}(i-1) \tag{3.1.23}
 \end{aligned}$$

Schreibt man Glg. [3.1.23] nun rekursiv bis  $i-k$ , so ergibt sich folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}
 \underline{e}^-(i) &= [A \cdot (I - K \cdot C)]^k \cdot \underline{e}^-(i-k) - \sum_{j=1}^k [A \cdot (I - K \cdot C)]^{j-1} \cdot A \cdot K \cdot \underline{v}(j-1) + \\
 &\quad \sum_{j=1}^k [A \cdot (I - K \cdot C)]^{j-1} \cdot G \cdot \underline{w}(j-1) \tag{3.1.24}
 \end{aligned}$$

Multipliziert man Glg. [3.1.24] von rechts mit  $\underline{e}^-(i-k)^T$  und bildet den Erwartungswert, dann ergibt sich der erste Teil der Glg. [3.1.22]:

$$E \left\{ \underline{e}^-(i) \cdot \underline{e}^-(i-k)^T \right\} = [A \cdot (I - K \cdot C)]^k \cdot P^- \tag{3.1.25}$$

Hierbei ist  $P^-$  die stationäre Prädiktionsfehlerkovarianzmatrix. Multipliziert man Glg. [3.1.24] von rechts mit  $\underline{v}(i-k)^T$  und bildet den Erwartungswert, dann erhält man den zweiten Teil der Glg. [3.1.22]:

$$E \left\{ \underline{e}^-(i) \cdot \underline{v}(i-k)^T \right\} = -[A \cdot (I - K \cdot C)]^{k-1} \cdot A \cdot K \cdot R \tag{3.1.26}$$

Setzt man nun Glg. [3.1.25] und Glg. [3.1.26] in Glg. [3.1.22] ein und faßt zusammen, so folgt die Autokorrelationsfunktion des Residuums. Dies ist in Glg. [3.1.27] für  $k=0$  und  $k>0$  dargestellt:

$$\begin{aligned}
 \psi_{\underline{r}\underline{r}}^k &= E \left\{ \underline{r}(i) \cdot \underline{r}(i-k)^T \right\} \\
 &= \begin{cases} C \cdot [A \cdot (I - K \cdot C)]^{k-1} \cdot A \cdot [(I - K \cdot C) \cdot P^- \cdot C^T - K \cdot R] & k > 0 \\ C \cdot P^- \cdot C^T + R & k = 0 \end{cases} \tag{3.1.27}
 \end{aligned}$$

Der erste Teil kann auch in Abhängigkeit der Autokorrelationsfunktion für  $k=0$  beschrieben werden:

$$\psi_{rr}^k = \begin{cases} C \cdot [A \cdot (I - K \cdot C)]^{k-1} \cdot A \cdot [P^- \cdot C^T - K \cdot \psi_{rr}^0] & k > 0 \\ C \cdot P^- \cdot C^T + R & k = 0 \end{cases} \quad [3.1.28]$$

In Glg. [3.1.28] kann nach  $P^- \cdot C^T$  aufgelöst werden. Eine alternative Form für  $P^- \cdot C^T$  findet man in [Mehra, 1970]. Setzt man nun die Schätzwerte aus Glg. [3.1.16] für  $\hat{\psi}_{rr}^k$  ein, dann kann  $\widehat{P^- \cdot C^T}$  bestimmt werden:

$$\widehat{P^- \cdot C^T} = K \cdot \hat{\psi}_{rr}^0 + \Lambda^* \begin{bmatrix} \hat{\psi}_{rr}^1 \\ \vdots \\ \hat{\psi}_{rr}^n \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} C \cdot A \\ C \cdot A \cdot (I - K \cdot C) \cdot A \\ \vdots \\ C \cdot [A \cdot (I - K \cdot C)]^{n-1} \cdot A \end{bmatrix} \quad [3.1.29]$$

$\Lambda^*$  ist die Pseudo-Inverse von  $\Lambda$ . Für sie gilt wiederum Glg. [3.1.30]:

$$\Lambda^* = (\Lambda^T \cdot \Lambda)^{-1} \cdot \Lambda^T \quad [3.1.30]$$

Das Prozeßrauschen  $\hat{R}$  kann direkt aus Glg. [3.1.28] berechnet werden:

$$\hat{R} = \hat{\psi}_{rr}^0 - C \cdot (\widehat{P^- \cdot C^T}) \quad [3.1.31]$$

Sind wiederum die Anzahl der unbekannt Parameter in der *driving noise* Matrix  $Q$  kleiner oder gleich  $m \cdot n$ , dann kann eine Lösung für  $Q$  angegeben werden. Ohne diese Voraussetzung kann keine explizite Lösung für die Parameter der Matrix  $Q$  angegeben werden. Jedoch kann die Kalmangain trotzdem berechnet werden. Dies wird aber im weiteren nicht untersucht (siehe ebenso *output correlation*).

Mit Hilfe der Glg. [3.1.23] kann eine Lösung für  $Q$  bestimmt werden. Da  $P^-$  die stationäre Prädiktionsfehlerkovarianzmatrix darstellt, kann für sie nachfolgende Gleichung angegeben werden:

$$\begin{aligned} P^- &= E\{\underline{e}^-(i) \cdot \underline{e}^-(i)^T\} \\ &= A \cdot (I - K \cdot C) \cdot P^- \cdot (I - K \cdot C)^T \cdot A^T + A \cdot K \cdot R \cdot K^T \cdot A^T + G \cdot Q \cdot G^T \end{aligned} \quad [3.1.32]$$

Werden nun alle Terme mit  $Q$  und  $P^-$  zusammengefaßt und der Rest durch  $\Omega$  substituiert ergibt sich Glg. [3.1.33]:

$$P^- = A \cdot P^- \cdot A^T + \Omega + G \cdot Q \cdot G^T \quad [3.1.33]$$

mit

$$\Omega = A \cdot \left[ -K \cdot C \cdot P^- - P^- \cdot C^T \cdot K^T + K \cdot \hat{\psi}_{rr}^0 \cdot K^T \right] \cdot A^T \quad [3.1.34]$$

Durch Einsetzen<sup>1</sup> von  $P^-$  auf der rechten Seite der Glg. [3.1.33] folgt Glg. [3.1.34a]:

$$\begin{aligned} P^- &= A \cdot \left[ A \cdot P^- \cdot A^T + \Omega + G \cdot Q \cdot G^T \right] \cdot A^T + \Omega + G \cdot Q \cdot G^T \\ &= A^2 \cdot P^- \cdot (A^2)^T + A \cdot \Omega \cdot A^T + \Omega + A \cdot G \cdot Q \cdot G^T \cdot A^T + G \cdot Q \cdot G^T \end{aligned} \quad [3.1.34a]$$

Führt man dies  $k$  mal durch, dann ergibt sich Glg. [3.1.34b]:

$$P^- = A^k \cdot P^- \cdot (A^k)^T + \sum_{j=0}^{k-1} A^j \cdot \Omega \cdot (A^j)^T + \sum_{j=0}^{k-1} A^j \cdot G \cdot Q \cdot G^T \cdot (A^j)^T \quad [3.1.34b]$$

Löst man Glg. [3.1.34b] nach dem Term mit  $Q$  auf und multipliziert von links mit  $C$  und von rechts mit  $(A^{-k})^T \cdot C^T$ , dann ergibt sich ein Satz von Gleichungen zur Bestimmung der unbekannt Parameter der Matrix  $Q$ :

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{k-1} C \cdot A^j \cdot G \cdot Q \cdot G^T \cdot (A^{j-k})^T \cdot C^T &= C \cdot P^- \cdot (A^{-k})^T \cdot C^T - C \cdot A^k \cdot P^- \cdot C^T - \\ &\quad \sum_{j=0}^{k-1} C \cdot A^j \cdot \Omega \cdot (A^{j-k})^T \cdot C^T \\ \text{für } k &= 1, \dots, n \end{aligned} \quad [3.1.35]$$

Setzt man auf der rechten Seite die Schätzwerte für  $\widehat{P^- \cdot C^T}$  (Glg. [3.1.29] mit Glg. [3.1.16]) ein, dann erhält man ein linear abhängiges System von Gleichungen. Mit dem linear unabhängigen Teil dieser Gleichungen können die unbekannt Parameter von  $Q$  bestimmt werden.

#### Zusammenfassung der Merkmale der Korrelationsverfahren

- Die Adaption unbekannter Parameter ist nur in den Rauschkomponenten  $Q$  und  $R$  möglich.
- Das Verfahren der *innovation correlation* ist leistungsfähiger als die *output correlation* Methode, da die Residuen schwächer korreliert sind als die Ausgangsgrößen und die Korrelationswerte genauer geschätzt werden können.
- Die Parameter der Matrix  $Q$  können nur dann explizit berechnet werden, wenn entweder der Rang der Beobachtungsmatrix  $n$  ist, oder wenn die Matrix  $Q$  nur  $m \cdot n$  Unbekannte besitzt (mit  $n = \text{Rang}(A)$  und  $m = \text{Rang}(C)$ ).
- Die Verstärkung  $K$  kann ohne explizite Bestimmung der Matrix  $Q$  berechnet werden (siehe *output correlation*).

---

<sup>1</sup> Wie in der Einleitung zum Kapitel 3.1.3 beschrieben, geschieht dies unter der Voraussetzung, daß das Filter einen stationären Zustand eingenommen hat.

### 3.1.4 Methode nach Bayes

Ziel des Kalman Filters ist es, einen Schätzwert für die nicht meßbaren oder von Störungen überlagerten Zustände zu bestimmen. In der bedingten Verteilungsdichtefunktion  $f_{\underline{x}(k)|\underline{Y}(k)}(\underline{\xi}_k|\underline{Y}_k)$  der Zufallsvariablen  $\underline{x}(k)$  bedingt auf die Meßwerte  $\underline{Y}(k)$ , die bis zum Zeitpunkt  $k$  angefallen sind, ist sämtliche Information über die unbekanntenen Zustände enthalten. Unter der Annahme von weißen, gaußverteilten Rauschprozessen genügt die Kenntnis des bedingten Erwartungswertes und der bedingten Kovarianz, um die bedingte Verteilungsdichtefunktion vollständig zu beschreiben. Beim adaptiven Kalman-Filter nach der Methode nach Bayes, wird die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte des Zustands  $\underline{x}(k)$  und der unbekanntenen Parameter  $\underline{a}$  bedingt auf die Meßwertgeschichte  $\underline{Y}(k)$  gesucht.

$$f_{\underline{x}(k),\underline{a}|\underline{Y}(k)}(\underline{\xi}_k,\underline{\alpha}|\underline{Y}_k) \quad [3.1.36]$$

Hierbei stellt  $\underline{Y}(k)^T$  den vergrößerten Beobachtungsvektor dar. Er beschreibt die Gesamtheit aller zurückliegenden Messungen.

$$\underline{Y}(k)^T = \left[ \underline{y}(1)^T \mid \underline{y}(2)^T \mid \underline{y}(3)^T \mid \dots \mid \underline{y}(k)^T \right] \quad [3.1.37]$$

$\underline{Y}_k$  ist dann der Vektor aller Realisationen die  $\underline{Y}(k)$  angenommen hat.

$$\underline{Y}_k^T = \left[ \underline{\zeta}(1)^T \mid \underline{\zeta}(2)^T \mid \underline{\zeta}(3)^T \mid \dots \mid \underline{\zeta}(k)^T \right] \quad [3.1.37a]$$

Nach dem Satz von Bayes kann Glg. [3.1.36] folgendermaßen umgeformt werden:

$$\begin{aligned} f_{\underline{x}(k),\underline{a}|\underline{Y}(k)}(\underline{\xi}_k,\underline{\alpha}|\underline{Y}_k) &= \frac{f_{\underline{x}(k),\underline{a},\underline{Y}(k)}(\underline{\xi}_k,\underline{\alpha},\underline{Y}_k)}{f_{\underline{Y}(k)}(\underline{Y}_k)} \cdot \frac{f_{\underline{a},\underline{Y}(k)}(\underline{\alpha},\underline{Y}_k)}{f_{\underline{a},\underline{Y}(k)}(\underline{\alpha},\underline{Y}_k)} \\ &= f_{\underline{x}(k),\underline{a},\underline{Y}(k)}(\underline{\xi}_k|\underline{\alpha},\underline{Y}_k) \cdot f_{\underline{a}|\underline{Y}(k)}(\underline{\alpha}|\underline{Y}_k) \end{aligned} \quad [3.1.38]$$

Die bedingte Verteilungsdichte  $f_{\underline{x}(k),\underline{a},\underline{Y}(k)}(\underline{\xi}_k|\underline{\alpha},\underline{Y}_k)$  ist ebenso gaußverteilt mit dem Erwartungswert  $\hat{\underline{x}}_k^+ \Big|_{\underline{a}(k)=\underline{\alpha}_k}$  und der Kovarianz  $P^+(k) \Big|_{\underline{a}(k)=\underline{\alpha}_k}$ .  $\hat{\underline{x}}_k^+ \Big|_{\underline{a}(k)=\underline{\alpha}_k}$  und  $P^+(k) \Big|_{\underline{a}(k)=\underline{\alpha}_k}$  werden von einem Kalman-Filter für ein bestimmtes  $\underline{\alpha}$  berechnet. Somit muß noch der zweite Term von Glg. [3.1.38],  $f_{\underline{a}|\underline{Y}(k)}(\underline{\alpha}|\underline{Y}_k)$ , berechnet werden.

Aufgrund der besseren Übersichtlichkeit werden in den nachfolgenden Herleitungen die Argumente der bedingten Verteilungsdichtefunktion weggelassen. Nach dem Satz von Bayes ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\begin{aligned}
 f_{a|Y(k)} &= f_{a|Y(k),Y(k-1)} \\
 &= \frac{f_{a,y(k),Y(k-1)} \cdot f_{a,Y(k-1)} \cdot f_{Y(k-1)}}{f_{y(k),Y(k-1)} \cdot f_{a,Y(k-1)} \cdot f_{Y(k-1)}} \\
 &= \frac{f_{y(k)|a,Y(k-1)} \cdot f_{a|Y(k-1)}}{f_{y(k)|Y(k-1)}}
 \end{aligned} \tag{3.1.39}$$

Eine äquivalente Umformung des Nenners in Glg. [3.1.39] ergibt sich mit Hilfe der Randverteilungsdichte und dem Satz von Bayes:

$$\begin{aligned}
 f_{y(k)|Y(k-1)}(\underline{\zeta}_k, Y_{k-1}) &= \int_A f_{y(k),a|Y(k-1)}(\underline{\zeta}_k, \underline{\alpha}|Y_{k-1}) \cdot d\underline{\alpha} \\
 &= \int_A f_{y(k)|a,Y(k-1)}(\underline{\zeta}_k | \underline{\alpha}, Y_{k-1}) \cdot f_{a|Y(k-1)}(\underline{\alpha}|Y_{k-1}) \cdot d\underline{\alpha}
 \end{aligned} \tag{3.1.40}$$

Aus Glg. [3.1.40] und Glg. [3.1.39] ergibt sich die Bestimmungsgleichung für  $f_{a|Y(k)}$ :

$$f_{a|Y(k)}(\underline{\alpha}|Y_k) = \frac{f_{y(k)|a,Y(k-1)}(\underline{\zeta}_k | \underline{\alpha}, Y_{k-1}) \cdot f_{a|Y(k-1)}(\underline{\alpha}|Y_{k-1})}{\int_A f_{y(k)|a,Y(k-1)}(\underline{\zeta}_k | \underline{\alpha}, Y_{k-1}) \cdot f_{a|Y(k-1)}(\underline{\alpha}|Y_{k-1}) \cdot d\underline{\alpha}} \tag{3.1.41}$$

In Glg. [3.1.41] ist  $f_{y(k)|a,Y(k-1)}$  gaußverteilt mit dem Erwartungswert  $C(k) \cdot \hat{x}_k^- \Big|_{a(k)=\underline{\alpha}_k}$  und der Kovarianz  $(C(k) \cdot P^-(k) \cdot C(k)^T + R)$ . Die Gleichung wird rekursiv, beginnend mit dem Startwert  $f_a(\underline{\alpha})$ , gelöst. Die Verteilungsdichte  $f_a(\underline{\alpha})$  muß bekannt sein oder geeignet angenommen werden. Bei Unkenntnis wird am besten Gleichverteilung angenommen. Eine Berechnung der Zustände  $\hat{x}_k^+$  kann nun über den bedingten Erwartungswert erfolgen:

$$\hat{x}_k^+ = E\{\underline{x}(k)/Y(k) = Y_k\} = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\xi}_k \cdot f_{\underline{x}(k)|Y(k)}(\underline{\xi}_k | Y_k) \cdot d\underline{\xi}_k \tag{3.1.42}$$

Mit dem Satz nach Bayes, der Formel zu den Randverteilungen und der Vertauschung der Integrationsreihenfolge ergibt sich dann:

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\xi}_k \cdot f_{\underline{x}(k)|\underline{Y}(k)}(\underline{\xi}_k | \underline{Y}_k) \cdot d\underline{\xi}_k &= \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\xi}_k \cdot \left[ \int_A f_{\underline{x}(k)|\underline{a},\underline{Y}(k)}(\underline{\xi}_k, \underline{\alpha} | \underline{Y}_k) \cdot d\underline{\alpha} \right] \cdot d\underline{\xi}_k \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\xi}_k \cdot \left[ \int_A f_{\underline{x}(k)|\underline{a},\underline{Y}(k)}(\underline{\xi}_k | \underline{\alpha}, \underline{Y}_k) \cdot f_{\underline{a}|\underline{Y}(k)}(\underline{\alpha} | \underline{Y}_k) \cdot d\underline{\alpha} \right] \cdot d\underline{\xi}_k \\
 &= \int_A \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\xi}_k \cdot f_{\underline{x}(k)|\underline{a},\underline{Y}(k)}(\underline{\xi}_k | \underline{\alpha}, \underline{Y}_k) \cdot d\underline{\xi}_k \right] \cdot f_{\underline{a}|\underline{Y}(k)}(\underline{\alpha} | \underline{Y}_k) \cdot d\underline{\alpha} \\
 &\Downarrow \\
 \hat{\underline{x}}_k^+ &= E\{\underline{x}(k) | \underline{Y}(k) = \underline{Y}_k\} = \int_A \hat{\underline{x}}_k^+ |_{\underline{a}(k)=\underline{\alpha}} \cdot f_{\underline{a}|\underline{Y}(k)}(\underline{\alpha} | \underline{Y}_k) \cdot d\underline{\alpha} \quad [3.1.43]
 \end{aligned}$$

Diskussion des adaptiven Kalman-Filter Algorithmus nach Bayes

Nach dem *measurement update* des linearen Kalman-Filters, wird der von  $\underline{a}$  unabhängige Schätzwert mit den Glg. [3.1.41] und Glg. [3.1.43] berechnet. In beiden Gleichungen wird auch sofort der Nachteil dieser Methode deutlich: Es muß über einen festen Bereich A integriert werden. Dies läßt sich durch die Diskretisierung des Parametervektors, d.h.  $\underline{a} \in \{\underline{a}_1, \dots, \underline{a}_m\}$ , vermeiden, wodurch die Berechnung der Integration durch eine Summenbildung ersetzt wird. Zu Beginn muß die Verteilungsdichtefunktion  $f_{\underline{a}}(\underline{\alpha})$  bekannt sein. Die Wahrscheinlichkeit  $p_m(t_0)$  gibt an, daß  $\underline{a}$  zum Zeitpunkt  $t_0$  (es liegt noch keine Messung vor) den Wert  $\underline{a}_m$  angenommen hat. Daraus folgt für  $f_{\underline{a}}(\underline{\alpha})$ :

$$f_{\underline{a}}(\underline{\alpha}) = \sum_{j=1}^m p_j(t_0) \cdot \delta(\underline{\alpha} - \underline{\alpha}_j) \quad [3.1.44]$$

mit den Randbedingungen

$$\sum_{j=1}^m p_j(t_0) = 1 \text{ und } p_j(t_0) \geq 0 \quad [3.1.45]$$

Definiert man nun noch die hypothetisch bedingte Wahrscheinlichkeit,

$$p_m(t_k) = p\{\underline{a} = \underline{\alpha}_m | \underline{Y}(k) = \underline{Y}_k\} \quad [3.1.46]$$

wobei Glg. [3.1.46] ebenso Glg. [3.1.45] erfüllt, dann läßt sich äquivalent zu obiger Herleitung ein rekursiver Algorithmus angeben:

$$p_m(t_k) = \frac{f_{\underline{y}(k)|\underline{a},\underline{Y}(k-1)} \cdot p_m(t_{k-1})}{\sum_{j=1}^m \left( f_{\underline{y}(k)|\underline{a},\underline{Y}(k-1)} \cdot p_j(t_{k-1}) \right)} \quad [3.1.47]$$

$$\hat{\underline{x}}_k^+ = E\{\underline{x}(k) | \underline{Y}(k) = \underline{Y}_k\} = \sum_{j=1}^m \left( \hat{\underline{x}}_j^+ \Big|_{\underline{a}(j)=\underline{\alpha}_j} \cdot p_j(t_k) \right) \quad [3.1.48]$$

Hierbei ist  $\hat{\underline{x}}_j^+ \Big|_{\underline{a}(j)=\underline{\alpha}_j}$  der mit einem Kalman-Filter geschätzte Zustand mit der Annahme, daß der Parametervektor  $\underline{a} = \underline{\alpha}_j$  ist. Nach dem Anfallen der Meßwerte wird mit  $m$  Kalman-Filtern der jeweilige Zustandsschätzwert und das Residuum berechnet. Anschließend wird mittels Glg. [3.1.47] die hypothetische bedingte Wahrscheinlichkeit  $p_m(k)$  berechnet und mit dem Schätzwert multipliziert. Somit ist  $\hat{\underline{x}}_k^+$  der mit den Einzelwahrscheinlichkeiten  $p_j(k)$  gewichtete Mittelwert der Zustandsschätzungen von  $m$  einzelnen Kalman-Filtern. Dies wird auch als *multiple model filtering algorithm* bezeichnet. Nachfolgend ist dieser Algorithmus als Blockschaltbild dargestellt:

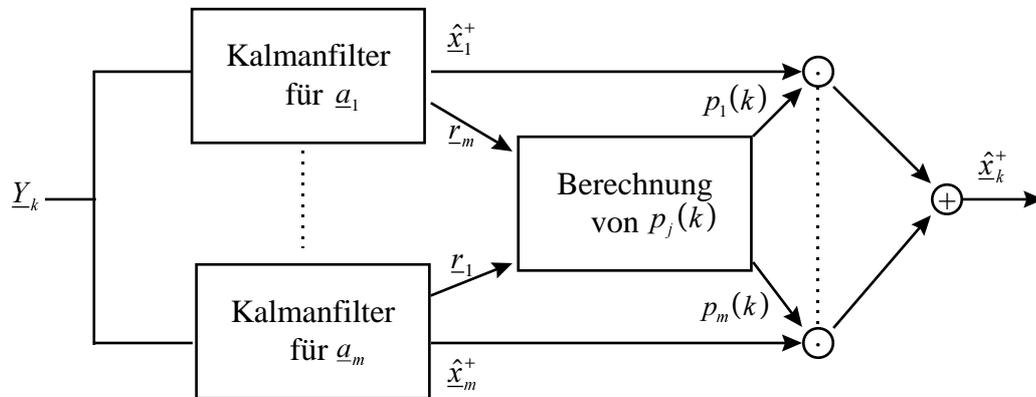


Abbildung {3.2}: Strukturbild des *multiple model filtering algorithm*

Ein expliziter Schätzwert der Parameter  $\underline{a}$  läßt sich berechnen durch:

$$\begin{aligned} \hat{\underline{a}}_k &= E\{\underline{a}_k | \underline{Y}(k) = \underline{Y}_k\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\alpha} \cdot f_{\underline{a} | \underline{Y}(k)}(\underline{\alpha} | \underline{Y}_k) \cdot d\underline{\alpha} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\alpha} \cdot \left[ \sum_{j=1}^m p_j(t_k) \cdot \delta(\underline{\alpha} - \underline{\alpha}_j) \right] \cdot d\underline{\alpha} \\ &= \sum_{j=1}^m \underline{a}_j \cdot p_j(t_k) \end{aligned} \quad [3.1.48a]$$

Die Bestimmung der Varianz des Parameterschätzwerts und der Zustandsschätzung beim *multiple model filtering algorithm* wird hier nicht angegeben. Sie kann beispielsweise [Maybeck, 1979] entnommen werden.

#### Zusammenfassung der Merkmale des Adaptionalgorithmus nach Bayes

- Die Adaption unbekannter Parameter ist in den Matrizen  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $Q$  und  $R$  möglich.
- Die Information über die Verteilungsdichte des unbekanntes Parameters ist notwendig.
- Bei der Methode nach Bayes ist eine Integration über den gesamten Realisationsbereich erforderlich. Eine Berechnung in Echtzeit ist erst im *multiple model filtering algorithm*, durch eine Diskretisierung des Wertebereichs der unbekanntes Parameter, möglich.

### 3.1.5 Maximum Likelihood Verfahren

Zur Motivation der Betrachtung des Maximum Likelihood Verfahrens sollen zu Beginn dieses Kapitels die charakteristischen Merkmale dieser Schätzung betrachtet werden.

#### Eigenschaften der Maximum Likelihood Schätzung

Wenn ein erwartungstreuer Schätzwert des unbekanntes Vektors  $\underline{\Theta}$  mit endlicher Kovarianz existiert, so daß kein anderer erwartungstreuer Schätzwert mit kleinerer Kovarianz existiert, dann wird er immer durch das Maximum Likelihood Verfahren gefunden. Für die Kovarianz des Schätzwerts kann eine untere Grenze nach Cramér-Rao angegeben werden. Vernachlässigt man die statistischen Voraussetzungen der Rauschprozesse, dann ergibt sich trotzdem noch eine Schätzung die mit steigender Anzahl von Meßwerten asymptotisch gegen den wahren Wert läuft [Maybeck 1979].

Gibt es überhaupt eine wirksamste Schätzung, so wird sie durch die Maximum Likelihood Methode gefunden [Bronstein, 1989].

Wie der Name schon andeutet, hat die Maximum Likelihood Methode das Ziel, die Parameter zu finden, die eine Likelihoodfunktion  $L\left(\underline{\Theta}(k), \underline{Y}_k\right)$ , bezogen auf die unbekanntes Parameter  $\underline{\Theta}$ , maximieren. Die Ableitung der Likelihoodfunktion nach den unbekanntes Parametern ergibt folgende Bestimmungsgleichung:

$$\left. \frac{\partial L\left(\underline{\Theta}(k), \underline{Y}_k\right)}{\partial \underline{\Theta}(k)} \right|_{\underline{\Theta}(k)=\hat{\underline{\Theta}}(k)} = \underline{0}^T \quad [3.1.49]$$

Im Vektor  $\underline{\Theta}$  sind sowohl die gesuchten Zustände als auch die unbekanntes Parameter zusammengefaßt. In  $\underline{Y}_k$  ist die Meßwertgeschichte bis zum Zeitpunkt  $k$  enthalten (siehe Glg. [3.1.37]). Als Likelihoodfunktionen kommen bedingte Wahrscheinlichkeitsfunktionen oder auch Logarithmen von bedingten Wahrscheinlichkeitsfunktionen zum Einsatz. Glg. [3.1.36], die zur Berechnung der Adaption nach Bayes verwendet wird, hat den Nachteil, daß die statistischen Eigenschaften des Parametervektors bekannt sein müssen. Deshalb wird die Wahrscheinlichkeitsfunktion benutzt, bei der der Parametervektor nur als Bedingung auftritt.

$$L(\underline{\Theta}(k), \underline{Y}_{-k}) = f_{\underline{x}(k), \underline{Y}(k) | \underline{a}}(\underline{\xi}_{-k}, \underline{Y}_{-k} | \underline{\alpha}_{-k}) \quad [3.1.50]$$

Mit dem Satz von Bayes und seiner  $k$ -maligen Anwendung kann die gewählte Verteilungsdichtefunktion der Likelihoodfunktion in eine Produktschreibweise überführt werden. In den folgenden Berechnungen werden wiederum die Argumente der Verteilungsdichtefunktionen der Übersichtlichkeit wegen nicht aufgeführt.

$$\begin{aligned} f_{\underline{x}(k), \underline{Y}(k) | \underline{a}}(\underline{\xi}_{-k}, \underline{Y}_{-k} | \underline{\alpha}_{-k}) &= \frac{f_{\underline{x}(k), \underline{Y}(k) | \underline{a}} \cdot f_{\underline{Y}(k) | \underline{a}}}{f_{\underline{a}} \cdot f_{\underline{Y}(k) | \underline{a}}} = f_{\underline{x}(k) | \underline{Y}(k), \underline{a}} \cdot f_{\underline{Y}(k) | \underline{a}} \\ &= f_{\underline{x}(k) | \underline{Y}(k), \underline{a}} \cdot \frac{f_{\underline{y}(k), \underline{Y}(k-1) | \underline{a}} \cdot f_{\underline{Y}(k-1) | \underline{a}}}{f_{\underline{a}} \cdot f_{\underline{Y}(k-1) | \underline{a}}} = f_{\underline{x}(k) | \underline{Y}(k), \underline{a}} \cdot f_{\underline{y}(k) | \underline{Y}(k-1), \underline{a}} \cdot f_{\underline{Y}(k-1) | \underline{a}} \\ &\vdots \\ &= f_{\underline{x}(k) | \underline{Y}(k), \underline{a}} \cdot \prod_{j=1}^k f_{\underline{y}(j) | \underline{Y}(j-1), \underline{a}} \end{aligned} \quad [3.1.51]$$

Wird nun der Parametervektor als konstant über  $k$  Abtastperioden angesehen, d.h. die Parameter ändern sich langsamer als die Zustände, dann kann Glg. [3.1.51] folgendermaßen umgeformt werden:

$$f_{\underline{x}(k), \underline{Y}(k) | \underline{a}}(\underline{\xi}_{-k}, \underline{Y}_{-k} | \underline{\alpha}_{-k}) = f_{\underline{x}(k) | \underline{Y}(k), \underline{a}} \cdot \prod_{j=1}^k f_{\underline{y}(j) | \underline{Y}(j-1), \underline{a}} = \left( f_{\underline{x}(k) | \underline{Y}(k)} \cdot \prod_{j=1}^k f_{\underline{y}(j) | \underline{Y}(j-1)} \right)_{\underline{\alpha} = \underline{\hat{a}} = \text{const}} \quad [3.1.52]$$

Diese beiden Verteilungsdichten müssen nun bestimmt werden. Beide Verteilungsdichten sind gaußförmig (Herleitung z. B. [Loffeld, 1990] Seite 401ff, Seite 413). Für die erste Verteilungsdichtefunktion in Glg. [3.1.52] ist  $P^+(k)$  und  $\hat{\underline{x}}(k)^+$  eine implizite Funktion der Parameter  $\underline{a}$ .

$$f_{\underline{x}(k) | \underline{Y}(k)} = \frac{1}{(2 \cdot \pi)^{n/2} |P^+(k)|^{1/2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\xi}_{-k} - \hat{\underline{x}}^+ \\ -\underline{k} \end{bmatrix}^T \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\xi}_{-k} - \hat{\underline{x}}^+ \\ -\underline{k} \end{bmatrix} \right\} \quad [3.1.53]$$

Die zweite bedingte Verteilungsdichte in Glg. [3.1.52] kann über die Momente berechnet werden. Hier ergibt sich der bedingte Erwartungswert zu Glg [3.1.54]

$$\begin{aligned}
 E\left\{\underline{y}(k) / \underline{Y}(k-1)\right\} &= E\left\{C(k) \cdot \underline{x}(k) + \underline{v}(k) / \underline{Y}(k-1)\right\} \\
 &= C(k) \cdot E\left\{\underline{x}(k) / \underline{Y}(k-1)\right\} + E\left\{\underline{v}(k) / \underline{Y}(k-1)\right\} \\
 &= C(k) \cdot \hat{\underline{x}}_k^- + \underline{0}
 \end{aligned} \tag{3.1.54}$$

und die bedingte Kovarianz zu Glg. [3.1.55]:

$$\begin{aligned}
 &E\left\{\left(\underline{y}(k) - C(k) \cdot \hat{\underline{x}}_k^-\right) \cdot \left(\underline{y}(k) - C(k) \cdot \hat{\underline{x}}_k^-\right)^T / \underline{Y}(k-1)\right\} \\
 &= E\left\{\left(C(k) \cdot \underline{x}(k) + \underline{v}(k) - C(k) \cdot \hat{\underline{x}}_k^-\right) \cdot \left(C(k) \cdot \underline{x}(k) + \underline{v}(k) - C(k) \cdot \hat{\underline{x}}_k^-\right)^T / \underline{Y}(k-1)\right\} \\
 &= E\left\{\left(C(k) \cdot (\underline{x}(k) - \hat{\underline{x}}_k^-)\right) \cdot \left(\underline{x}(k) - \hat{\underline{x}}_k^-\right)^T \cdot C(k)^T / \underline{Y}(k-1)\right\} + R(k) \\
 &= C(k) \cdot P^-(k) \cdot C(k)^T + R(k) = P_{\underline{yy}}
 \end{aligned} \tag{3.1.55}$$

Glg. [3.1.54] und [3.1.55] ergeben dann gemeinsam die bedingte Verteilungsdichtefunktion unter dem Produktterm in Glg. [3.1.52]:

$$f_{\underline{y}(k) / \underline{Y}(k-1)} = \frac{1}{(2 \cdot \pi)^{m/2} \cdot \left|P_{\underline{yy}}(k)\right|^{1/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \left[\begin{matrix} \zeta \\ \underline{-k} \end{matrix} - C(k) \cdot \hat{\underline{x}}_k^-\right]^T \cdot \left[P_{\underline{yy}}(k)\right]^{-1} \cdot \left[\begin{matrix} \zeta \\ \underline{-k} \end{matrix} - C(k) \cdot \hat{\underline{x}}_k^-\right]\right\} \tag{3.1.56}$$

$$\text{mit } P_{\underline{yy}} = C(k) \cdot P^-(k) \cdot C(k)^T + R(k).$$

Die Verteilungsdichte in Glg. [3.1.52] ist nun vollständig beschrieben. Als Likelihoodfunktion wird aber nicht Glg. [3.1.52] sondern der natürliche Logarithmus von Glg. [3.1.52] verwendet. So verschwindet die Exponentialfunktion und die Gleichung ist einfacher zu differenzieren ist. Da der Logarithmus eine monoton steigende Funktion darstellt, kann dieser zur Bestimmung des Maximums verwendet werden. Einsetzen von Glg. [3.1.53] und Glg. [3.1.56] in Glg. [3.1.52] und Anwendung der Rechenregeln des Logarithmus ergibt Glg. [3.1.57]:

$$\begin{aligned}
 L &= \ln f_{\underline{x}(k), \underline{Y}(k) | \underline{\alpha}} \left( \begin{matrix} \underline{\xi} \\ \underline{Y}_k \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \underline{\alpha} \\ \underline{x}_k \end{matrix} \right) \\
 &= -\frac{n+m \cdot k}{2} \cdot \ln(2 \cdot p) - \frac{1}{2} \cdot \ln \left( |P^+(k)| \right) - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \ln \left( |P_{yy}^-(k)| \right) - \\
 &\quad \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \underline{\xi} & -\hat{\underline{x}}^+ \\ \underline{Y}_k & -C(k) \cdot \hat{\underline{x}}^+ \end{bmatrix}^T \cdot P^+(k)^{-1} \begin{bmatrix} \underline{\xi} & -\hat{\underline{x}}^+ \\ \underline{Y}_k & -C(k) \cdot \hat{\underline{x}}^+ \end{bmatrix} - \\
 &\quad \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^k \left[ \underline{Y}_k - C(k) \cdot \hat{\underline{x}}^+ \right]^T \cdot \left[ P_{yy}^- \right]^{-1} \cdot \left[ \underline{Y}_k - C(k) \cdot \hat{\underline{x}}^+ \right]
 \end{aligned} \tag{3.1.57}$$

Die Bildung der partiellen Ableitungen nach den unbekannt Zuständen und nach den unbekannt Parametern dient zur Bestimmung des Maximums der Likelihoodfunktion:

$$\left. \frac{\partial}{\partial \underline{\xi}} \left[ \ln f_{\underline{x}(k), \underline{Y}(k) | \underline{\alpha}} \left( \begin{matrix} \underline{\xi} \\ \underline{Y}_k \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \underline{\alpha} \\ \underline{x}_k \end{matrix} \right) \right] \right|_{\substack{\underline{\alpha} = \hat{\underline{\alpha}} \\ \underline{\xi} = \hat{\underline{\xi}}}} = \underline{0}^T \tag{3.1.58}$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial \underline{\alpha}} \left[ \ln f_{\underline{x}(k), \underline{Y}(k) | \underline{\alpha}} \left( \begin{matrix} \underline{\xi} \\ \underline{Y}_k \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \underline{\alpha} \\ \underline{x}_k \end{matrix} \right) \right] \right|_{\substack{\underline{\alpha} = \hat{\underline{\alpha}} \\ \underline{\xi} = \hat{\underline{\xi}}}} = \underline{0}^T \tag{3.1.59}$$

### 1. Bestimmungsgleichung der Maximum Likelihood Methode

Mit Glg. [3.1.57] wird Glg. [3.1.58] zu

$$\left. \begin{bmatrix} \underline{\xi} & -\hat{\underline{x}}^+ \\ \underline{Y}_k & -C(k) \cdot \hat{\underline{x}}^+ \end{bmatrix}^T \cdot P^+(k) \right|_{\substack{\underline{\alpha} = \hat{\underline{\alpha}} \\ \underline{\xi} = \hat{\underline{\xi}}}} = \underline{0}^T \Rightarrow \hat{\underline{x}} = \hat{\underline{x}}^+ \Big|_{\underline{\alpha} = \hat{\underline{\alpha}}} \tag{3.1.60}$$

Demzufolge wird der Zustandsschätzwert durch ein Kalman-Filter berechnet, das auf den Schätzwerten der unbekannt Parameter basiert.

Die partielle Ableitung nach den Parametern gestaltet sich aufwendiger, da die unbekannt Parameter prinzipiell in den Matrizen  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $Q$  und  $R$  vorkommen können. Damit werden auch die Fehlerkovarianzmatrizen  $P^+$ ,  $P^-$  und  $P_{yy}$  beeinflusst. So müssen Ableitungen der

folgender Form gebildet werden:  $\frac{\partial \ln|X|}{\partial \alpha_m}$  und  $\frac{\partial X^{-1}}{\partial \alpha_m}$ . Diese können durch folgende Umformungen, die [Maybeck, 1968] entnommen sind vereinfacht werden:

$$\frac{\partial \ln|X|}{\partial \alpha_m} = \frac{\partial \ln|X|}{\partial |X|} \cdot \frac{\partial |X|}{\partial \alpha_m} = \frac{1}{|X|} \cdot \frac{\partial |X|}{\partial \alpha_m} = sp \left\{ X^{-1} \cdot \frac{\partial X}{\partial \alpha_m} \right\} \tag{3.1.61}$$

$$\frac{\partial X^{-1}}{\partial \alpha_m} = -X^{-1} \cdot \frac{\partial X}{\partial \alpha_m} \cdot X^{-1} \tag{3.1.62}$$

wobei  $sp$  für die Spur einer Matrix (Summe der Hauptdiagonalelemente) steht.

$$\begin{aligned}
 -2 \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha_m} \left[ \ln f_{\underline{y} | \underline{x}^+}(\underline{\xi}, \underline{Y} | \underline{\alpha}) \right] &= sp \left\{ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_m} \right\} - 2 \frac{\partial \hat{x}^+}{\partial \alpha_m} \cdot P^+(k) \cdot \left[ \underline{\xi} - \hat{x}^+ \right] - \\
 &\quad \left[ \underline{\xi} - \hat{x}^+ \right] \cdot P^+(k) \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \left[ \underline{\xi} - \hat{x}^+ \right] + \\
 &\quad \sum_{j=1}^k sp \left\{ P_{yy}(j)^{-1} \cdot \frac{\partial P_{yy}(j)}{\partial \alpha_m} \right\} - 2 \cdot \sum_{j=1}^k \frac{\partial \hat{x}^-}{\partial \alpha_m} \cdot C(j) \cdot P_{yy}(j)^{-1} \cdot \left[ \underline{Y} - C(j) \cdot \hat{x}_j^- \right] - \\
 &\quad \sum_{j=1}^k \left[ \underline{Y} - C(j) \cdot \hat{x}_j^- \right] \cdot P_{yy}(j)^{-1} \cdot \frac{\partial P_{yy}(j)}{\partial \alpha_m} \cdot P_{yy}(j)^{-1} \cdot \left[ \underline{Y} - C(j) \cdot \hat{x}_j^- \right] + \\
 &\quad 2 \cdot \sum_{j=1}^k \hat{x}_j^- \cdot \frac{\partial C(j)}{\partial \alpha_m} \cdot P_{yy}(j)^{-1} \cdot \left[ \underline{Y} - C(j) \cdot \hat{x}_j^- \right]
 \end{aligned} \tag{3.1.63}$$

Man beachte den Unterschied zu [Maybeck, 1979], da in Glg. [3.1.63] unbekannte Parameter in der Beobachtungsmatrix zugelassen sind. Dies wird durch den letzten Summand in Glg. [3.1.63] deutlich. Mit Glg. [3.1.60],

$$\underline{\xi}_j = \underline{y}_j \tag{3.1.63a}$$

und den Matrizenoperationen  $X^T \cdot Y = sp\{X \cdot Y^T\} = sp\{Y \cdot X^T\}$  kann man die Likelihood Gleichungen für die einzelnen Parameter zusammenfassen:

$$\begin{aligned}
 sp \left\{ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_m} \right\} &- 2 \cdot \sum_{j=1}^k \frac{\partial \hat{x}_j^-}{\partial \alpha_m} \cdot C(j)^T \cdot P_{yy}(j)^{-1} \cdot \left[ \underline{y}_j - C \cdot \hat{x}_j^- \right] + \\
 \sum_{j=1}^k sp \left\{ \left[ P_{yy}(j)^{-1} - P_{yy}(j)^{-1} \cdot \left[ \underline{y}_j - C(j) \cdot \hat{x}_j^- \right] \cdot \left[ \underline{y}_j - C(j) \cdot \hat{x}_j^- \right]^T \cdot P_{yy}(j)^{-1} \right] \cdot \frac{\partial P_{yy}(j)}{\partial \alpha_m} \right\} &+ \\
 2 \cdot \sum_{j=1}^k \frac{\partial C(j)^T}{\partial \alpha_m} \cdot \hat{x}_j^{-T} \cdot P_{yy}(j)^{-1} \cdot \left[ \underline{y}_j - C(j) \cdot \hat{x}_j^- \right] &= 0
 \end{aligned} \tag{3.1.64}$$

Die bisherigen Algorithmen summieren immer über den gesamten Zeitbereich von 1 bis  $k$ , d.h. bei zunehmender Laufzeit muß immer mehr Speicher zu Verfügung gestellt werden. Da dieser nicht unbegrenzt zur Verfügung steht, muß der Algorithmus angepaßt werden. Hierzu wird die laufzeitabhängige Summation (von 1 bis  $k$ ) durch eine Summation mit konstanter Länge (von  $i-N+1$  bis  $i$ ) ersetzt. Führt man noch die Abkürzung für das Residuum (Glg. [3.1.9]) ein, dann erhält man die endgültige Likelihoodgleichung für die Parameter.

2. Bestimmungsgleichung der Maximum Likelihood Methode

$$\begin{aligned}
 -2 \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha_m} [L] &= sp \left\{ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_m} \right\} - 2 \cdot \sum_{j=k-N+1}^k \frac{\partial \hat{x}_{-j}^{-T}}{\partial \alpha_m} \cdot C(j)^T \cdot P_{yy}(j)^{-1} \cdot \underline{r}_{-j} + \\
 &\quad \sum_{j=k-N+1}^k sp \left\{ \left[ P_{yy}(j)^{-1} - P_{yy}(j)^{-1} \cdot \underline{r}_{-j} \cdot \underline{r}_{-j}^T \cdot P_{yy}(j)^{-1} \right] \cdot \frac{\partial P_{yy}(j)}{\partial \alpha_m} \right\} \Bigg|_{\underline{\alpha}=\hat{\underline{\alpha}}} + \\
 &\quad 2 \cdot \sum_{j=k-N+1}^k \hat{x}_{-j}^{-T} \cdot \frac{\partial C(j)^T}{\partial \alpha_m} \cdot P_{yy}(j)^{-1} \cdot \underline{r}_{-j} \\
 &= \underline{0}^T \tag{3.1.65}
 \end{aligned}$$

Glg. [3.1.60] und Glg. [3.1.65] sind die Maximum Likelihood Gleichungen für die gleichzeitige Schätzung von Parametern und Zuständen.

Da für Glg. [3.1.65] keine geschlossene Lösung angegeben werden kann, muß sie mit einem iterativen Verfahren gelöst werden. Die allgemeine Gleichung  $f(d)=0$  läßt sich mit dem Iterationsverfahren nach Newton-Raphson lösen. Für den Schätzwert  $d$  ergibt sich:  $d_{n+1} = d_n - f'(d_n)^{-1} \cdot f(d_n)$  mit  $f'(d_n) \neq 0$ . Mit Glg. [3.1.49] und dem Vektor  $\underline{\alpha}$  der geschätzten Parameterrealisationen läßt sich das Newton-Raphson Verfahren für die Lösung von Glg. [3.1.65] angeben:

$$\hat{\underline{\alpha}}_{-k+1} = \hat{\underline{\alpha}}_{-k} - \left( \frac{\partial^2 L[\hat{\underline{\alpha}}_{-k}, \underline{Y}_k]}{\partial \hat{\underline{\alpha}}^2} \right)^{-1} \cdot \underbrace{\frac{\partial L[\hat{\underline{\alpha}}_{-k}, \underline{Y}_k]}{\partial \hat{\underline{\alpha}}}}_{\text{scoreVektor}} \tag{3.1.66}$$

Das Iterationsverfahren hat den Nachteil, daß die zweite Ableitung der Likelihoodfunktion berechnet werden muß. Durch eine Ersetzung der zweiten Ableitung durch ein Näherungsverfahren kann erheblich Rechenzeit eingespart werden. Für große Zeitreihen kann die zweite Ableitung durch die bedingte Informationsmatrix nach Rao ersetzt werden:

$$\left( \frac{\partial^2 L[\hat{\underline{\alpha}}_{-k}, \underline{Y}_k]}{\partial \hat{\underline{\alpha}}^2} \right) \cong -J[k, \hat{\underline{\alpha}}_{-k}] \tag{3.1.67}$$

mit

$$J \left[ k, \hat{x}_k, \hat{\alpha}_k \right] \hat{=} E \left\{ \left. \frac{\partial L \left[ \hat{a}(k), Y(k) \right]^T}{\partial \hat{a}} \cdot \frac{\partial L \left[ \hat{a}(k), Y(k) \right]}{\partial \hat{a}} \right|_{\hat{a}(k) = \hat{\alpha}_k} \right\} \quad [3.1.68]$$

Dieses Verfahren wird *scoring* genannt [Rao, 1966]. Konzeptuell bedeutet dies, die Likelihoodfunktion, bedingt auf eine spezielle Realisation, wird ersetzt durch ihr stochastisches Mittel, eine Musterfunktion wird als typisch für das Ensemble angesehen.

Eigenschaften des *scoring*-Verfahrens

- Für große  $N$  beträgt der Fehler des Näherungsverfahrens  $O(1/N)$ .
- Das *scoring*-Verfahren konvergiert für große  $N$  gegen den Newton-Raphson Algorithmus.
- In der Nähe der Lösung ist die Konvergenz des *scoring*-Verfahren langsamer als dies beim Newton-Raphson Verfahren der Fall ist. Jedoch ist die Konvergenz von einer größeren Umgebung aus gesichert.
- Erste berechnete Werte für  $J$  ergeben eine Matrix mit sehr kleinen Werten. Dies wäre eine schlechte Näherung für die invertierte Hessesche Matrix, da die invertierte Matrix dann sehr große Werte enthält. Durch die Vorausberechnung von  $J^{-1}$  für ein gemitteltes  $\Theta$  kann jedoch Abhilfe geschaffen werden, bis sich die Matrix in einem sinnvollen Bereich befindet. Zusätzlich verringert sich dadurch der Rechenaufwand, und man erhält ein besseres Übergangsverhalten.
- Eine wiederholte Berechnung der Informationsmatrix führt nach dem Übergangsverhalten zu sehr kleinen Werten, die in der Größenordnung der Rechengenauigkeit liegen können. Dadurch besteht die Möglichkeit, daß bei der Invertierung der Matrix Fehler auftreten, die zur Instabilität des Filters führen können. Hält man dagegen nach dem Übergangsverhalten die Matrix  $J$  konstant und verifiziert sie in bestimmten Abständen, dann bleiben die Matrixelemente in einem sinnvollen Bereich, und es verringert sich zusätzlich der Rechenaufwand.

Mit Glg. [3.1.67] kann die iterative Bestimmung der unbekannt Parameter umgeschrieben werden:

$$\hat{\alpha}_{-k+1} = \hat{\alpha}_{-k} + \underbrace{J \left[ k, \hat{\alpha}_{-k} \right]^{-1}}_{\text{bedingte Informationsmatrix}} \cdot \underbrace{\frac{\partial L \left[ \hat{x}_k, \hat{\alpha}_{-k}, Y_{-k} \right]^T}{\partial \hat{\alpha}}}_{\text{score Vektor}} \quad [3.1.69]$$

Der *score*-Vektor läßt sich mit Glg. [3.1.60] und Glg. [3.1.65] bestimmen.

Berechnung des *score*-Vektors

Der *score*-Vektor hat die gleiche Form wie Glg. [3.1.65] allerdings multipliziert mit -0.5. Zur Lösung werden die Parameterschätzwerte und nicht die unbekannt Maximum Likelihood Schätzwerte verwendet. Glg. [3.1.65] wird so zusammengefaßt, daß der *score*-Vektor in  $N$  einzelnen Schritten berechnet werden kann:

$$\frac{\partial L[\hat{\underline{x}}_k, \hat{\underline{\alpha}}_k, \underline{Y}_{-N}]}{\partial \alpha_m} = \gamma_m[\underline{y}_k, \hat{\underline{\alpha}}_k] + \sum_{j=k-N+1}^k s_m[\underline{y}_j, \hat{\underline{\alpha}}_k] \quad [3.1.70]$$

mit

$$\gamma_m[\underline{y}_k, \hat{\underline{\alpha}}_k] = -\frac{1}{2} \cdot sp \left\{ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_m} \right\} \quad [3.1.71]$$

$$s_m[\underline{y}_j, \hat{\underline{\alpha}}_k] = \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^{-T}}{\partial \alpha_m} \cdot C(j)^T \cdot P_{yy}(j)^{-1} \cdot \underline{r}_{-j} - \frac{\partial C(j)^T}{\partial \alpha_m} \cdot \hat{\underline{x}}_j^{-T} \cdot P_{yy}(j)^{-1} \cdot \underline{r}_{-j} - \frac{1}{2} \cdot sp \left\{ \left[ P_{yy}(j)^{-1} - P_{yy}(j)^{-1} \cdot \underline{r}_{-j} \cdot \underline{r}_{-j}^T \cdot P_{yy}(j)^{-1} \right] \cdot \frac{\partial P_{yy}(j)}{\partial \alpha_m} \right\} \quad [3.1.72]$$

Berechnung der bedingten Informationsmatrix nach Rao

Mit Glg. [3.1.68] und Glg. [3.1.70-72] kann die bedingte Informationsmatrix berechnet werden. Die folgenden Gleichungen sind ohne Herleitung angegeben und [Maybeck, 1968] entnommen:

$$J_{m,n} \left[ k, \hat{\underline{x}}_k, \hat{\underline{\alpha}}_k \right] = E \left\{ \gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{\alpha}}_k] \cdot \gamma_n[\underline{y}(k), \hat{\underline{\alpha}}_k] \Big|_{\hat{\underline{\alpha}}(k)=\hat{\underline{\alpha}}_k} \right\} + \sum_{j=k-N+1}^k E \left\{ s_m[\underline{y}(j), \hat{\underline{\alpha}}_k] \cdot s_n[\underline{y}(j), \hat{\underline{\alpha}}_k] \Big|_{\hat{\underline{\alpha}}(k)=\hat{\underline{\alpha}}_k} \right\} \quad [3.1.73]$$

mit dem ersten Teil

$$E \left\{ \gamma_m[\underline{y}(k), \hat{\underline{\alpha}}_k] \cdot \gamma_n[\underline{y}(k), \hat{\underline{\alpha}}_k] \Big|_{\hat{\underline{\alpha}}(k)=\hat{\underline{\alpha}}_k} \right\} = \frac{1}{2} sp \left[ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_n} + 2 \cdot P^+(k)^{-1} \cdot E \left\{ \frac{\partial \hat{\underline{x}}^-(k)}{\partial \alpha_m} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}^-(k)^T}{\partial \alpha_n} \Big|_{\hat{\underline{\alpha}}(k)=\hat{\underline{\alpha}}_k} \right\} \right] \quad [3.1.74]$$

und dem zweiten Teil von Glg. [3.1.73]

$$\begin{aligned}
 E \left\{ s_m \left[ \underline{y}(k), \hat{\underline{a}} \right] \cdot s_n \left[ \underline{y}(k), \hat{\underline{a}} \right] \Big|_{\hat{\underline{a}} = \hat{\underline{a}}_k} \right\} &= \frac{1}{2} \cdot sp \left[ P_{\underline{yy}}(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P_{\underline{yy}}(k)}{\partial \alpha_m} \cdot P_{\underline{yy}}(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P_{\underline{yy}}(k)}{\partial \alpha_n} \right] + \\
 &sp \left[ P_{\underline{yy}}(k)^{-1} \cdot C(k) \cdot E \left\{ \frac{\partial \hat{\underline{x}}^+(k)}{\partial \alpha_m} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}^+(k)^T}{\partial \alpha_n} \Big|_{\hat{\underline{a}}(k) = \hat{\underline{a}}_k} \right\} \cdot C(k)^T \right] + \\
 &sp \left[ P_{\underline{yy}}(k)^{-1} \cdot \frac{\partial C(k)}{\partial \alpha_m} \cdot E \left\{ \hat{\underline{x}}^+(k) \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}^+(k)^T}{\partial \alpha_n} \Big|_{\hat{\underline{a}}(k) = \hat{\underline{a}}_k} \right\} \cdot C(k)^T \right] + \\
 &sp \left[ P_{\underline{yy}}(k)^{-1} \cdot C(k) \cdot E \left\{ \frac{\partial \hat{\underline{x}}^+(k)}{\partial \alpha_n} \cdot \hat{\underline{x}}^+(k)^T \Big|_{\hat{\underline{a}}(k) = \hat{\underline{a}}_k} \right\} \cdot \frac{\partial C(k)^T}{\partial \alpha_m} \right] + \\
 &sp \left[ P_{\underline{yy}}(k)^{-1} \cdot \frac{\partial C(k)}{\partial \alpha_m} \cdot E \left\{ \hat{\underline{x}}^+(k) \cdot \hat{\underline{x}}^+(k)^T \right\} \cdot \frac{\partial C(k)^T}{\partial \alpha_m} \right]
 \end{aligned} \tag{3.1.75}$$

Damit sind alle Gleichungen bestimmt, um das adaptive Kalman-Filter nach der Maximum Likelihood Methode, zur Schätzung von Zuständen und Parametern, zu berechnen. Allerdings ist der Rechenaufwand für die beiden letzten Gleichungen hoch, da der Erwartungswert in beiden Gleichungen bestimmt werden muß. Deshalb wird die Erwartungswertbildung durch die folgende Gleichung ersetzt:

$$E \left\{ \frac{\partial \hat{\underline{x}}^-(k)}{\partial \alpha_m} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}^-(k)^T}{\partial \alpha_n} \Big|_{\hat{\underline{a}}(k) = \hat{\underline{a}}_k} \right\} \cong \frac{\partial \hat{\underline{x}}^-(k)}{\partial \alpha_m} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}^-(k)^T}{\partial \alpha_n} \tag{3.1.76}$$

Eine heuristische Begründung für diese Näherung könnte wie folgt aussehen. Durch die Methode des *scoring* wurde die zweite Ableitung der Likelihoodfunktion durch die bedingte Informationsmatrix ersetzt, bei der der Erwartungswert über die jeweilige Sequenz von Daten gebildet wurde. In Glg. [3.1.76] fällt nun diese Erwartungswertbildung wieder heraus. Die gleiche Näherung wird auch für die anderen Erwartungswertbildungen in Glg. [3.1.75] angewendet. Hierdurch und mit  $X^T \cdot Y = sp\{X \cdot Y^T\}$  können Glg. [3.1.74] und Glg. [3.1.75] in ihre endgültige Form gebracht werden:

$$E \left\{ \gamma_m \left[ \underline{y}(k), \underline{\hat{a}} \right] \cdot \gamma_n \left[ \underline{y}(k), \underline{\hat{a}} \right] \right\}_{\underline{\hat{a}}(k) = \underline{\hat{a}}_k} = \frac{1}{2} sp \left[ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_n} \right] + \frac{\partial \hat{x}_k^{+T}}{\partial \alpha_m} \cdot P^+(k)^{-1T} \frac{\partial \hat{x}_k^+}{\partial \alpha_n} \quad [3.1.77]$$

$$E \left\{ s_m \left[ y(k), \underline{\hat{\alpha}}(k) \right] \cdot s_n \left[ y(k), \underline{\hat{\alpha}}(k) \right] \right\}_{\underline{\hat{\alpha}}(k) = \underline{\hat{\alpha}}_k} = \frac{1}{2} \cdot sp \left[ P_{yy}^-(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P_{yy}^-(k)}{\partial \alpha_m} \cdot P_{yy}^-(k)^{-1} \frac{\partial P_{yy}^-(k)}{\partial \alpha_n} \right] + \left[ \frac{\partial \hat{x}_k^{-T}}{\partial \alpha_m} \cdot C(k)^T + \hat{x}_k^{-T} \cdot \frac{\partial C(k)^T}{\partial \alpha_m} \right] \cdot P_{yy}^-(k)^{-1T} \cdot \left[ C(k) \cdot \frac{\partial \hat{x}_k^-}{\partial \alpha_n} + \frac{\partial C(k)}{\partial \alpha_n} \cdot \hat{x}_k^- \right] \quad [3.1.78]$$

Da alle Gleichungen für die Maximum Likelihood Methode nun bestimmt sind, werden nachfolgend die benötigten Gleichungen in strukturierter und kompakter Form zusammengefaßt.

#### Zusammenfassung der Gleichungen für die Maximum Likelihood Methode

Die nachfolgenden Gleichungen sind so erweitert, daß unbekannte Parameter sowohl in den Matrizen  $A$  und  $B$ , als auch in den Matrizen  $C, Q$  und  $R$  vorkommen können. Die Gleichungen lassen sich unterteilen in:

#### **Startwerte**

##### **A. Prädiktion**

- i) Zustandsgleichungen, Kalman-Filter Gleichungen des *time updates*
- ii) *score*-Gleichungen
- iii) bedingte Informationsmatrix

##### **B. Einbeziehen der neuen Messungen**

- i) Zustandsgleichungen, Kalman-Filter Gleichungen des *measurement updates*
- ii) *score*-Gleichungen

##### **C. Nach $N$ Rekursionen**

Zum besseren Verständnis sollen nochmals die Indizes angegeben werden:

$k$ : Abtastschritt

$N$ : Sequenzlänge der Maximum Likelihood Methode. Über diese  $N$  Werte wird ein neuer Parameterschätzwert gebildet. Die Rekursion beginnt bei  $k-N+1$ .

#### Startwerte

$$\underline{\hat{x}}_{k-N}^+ = (\text{vorher berechneter Wert}) \quad [\text{S.1}]$$

$$P^+(k-N) = (\text{vorher berechneter Wert}) \quad [\text{S.2}]$$

$$\frac{\partial \underline{\hat{x}}_{k-N}^+}{\partial \alpha_m} = 0 \quad (\text{für alle } m) \quad [\text{S.3}]$$

$$\frac{\partial P^+(k-N)}{\partial \alpha_m} = 0 \quad (\text{für alle } m) \quad [\text{S.4}]$$

$$\frac{\partial \underline{\hat{x}}_{k-N}^+}{\partial \alpha_m} \frac{\partial \underline{\hat{x}}_{k-N}^{+T}}{\partial \alpha_n} = 0 \quad (\text{für alle } m \text{ und } n) \quad [\text{S.5}]$$

#### A. Prädiktion

##### *i) Zustandsgleichungen*

$$\underline{\hat{x}}_k^- = A(k-1) \cdot \underline{\hat{x}}_{k-1}^+ + B(k-1) \cdot u(k-1) \quad [\text{A.i.1}]$$

$$P^-(k) = A(k-1) \cdot P^+(k-1) \cdot A(k-1)^T + G(k-1) \cdot Q(k-1) \cdot G(k-1)^T \quad [\text{A.i.2}]$$

$$\underline{P}_{yy} = C(k) \cdot P^-(k) \cdot C(k)^T + R(k) \quad [\text{A.i.3}]$$

$$K(k) = P^-(k) \cdot C(k)^T \cdot \underline{P}_{yy}^{-1}(k) \quad [\text{A.i.4}]$$

##### *ii) score-Gleichungen*

$$\frac{\partial \underline{\hat{x}}_k^-}{\partial \alpha_m} = A(k-1) \cdot \frac{\partial \underline{\hat{x}}_{k-1}^+}{\partial \alpha_m} + \frac{\partial A(k-1)}{\partial \alpha_m} \cdot \underline{\hat{x}}_{k-1}^+ + \frac{\partial B(k-1)}{\partial \alpha_m} \cdot u(k-1) \quad [\text{A.ii.1}]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P^-(k)}{\partial \alpha_m} &= \frac{\partial A(k-1)}{\partial \alpha_m} \cdot P^+(k-1) \cdot A(k-1)^T + A(k-1) \cdot P^+(k-1) \cdot \frac{\partial A(k-1)^T}{\partial \alpha_m} + \\ &A(k-1) \cdot \frac{\partial P^+(k-1)}{\partial \alpha_m} \cdot A(k-1)^T + \frac{\partial Q(k-1)}{\partial \alpha_m} \end{aligned} \quad [\text{A.ii.2}]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{yy}}{\partial \alpha_m} = & C(k) \cdot \frac{\partial P^-(k)}{\partial \alpha_m} \cdot C(k)^T + \frac{\partial C(k)}{\partial \alpha_m} \cdot P^-(k) \cdot C(k)^T + \\ & C(k) \cdot P^-(k) \cdot \frac{\partial C(k)^T}{\partial \alpha_m} + \frac{\partial R(k)}{\partial \alpha_m} \end{aligned} \quad [\text{A.ii.3}]$$

iii) bedingte Informationsmatrix

$$\begin{aligned} E \left\{ s_m \left[ y(k), \hat{\alpha}(k) \right] \cdot s_n \left[ y(k), \hat{\alpha}(k) \right] \Big|_{\hat{\alpha}(k) = \hat{\alpha}_k} \right\} = & \frac{1}{2} \cdot sp \left[ P_{yy}^-(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P_{yy}^-(k)}{\partial \alpha_m} \cdot P_{yy}^-(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P_{yy}^-(k)}{\partial \alpha_n} \right] + \\ & \left[ \frac{\partial \hat{x}_k^{-T}}{\partial \alpha_m} \cdot C(k)^T + \hat{x}_k^{-T} \cdot \frac{\partial C(k)^T}{\partial \alpha_m} \right] \cdot P_{yy}^-(k)^{-1T} \cdot \left[ C(k) \cdot \frac{\partial \hat{x}_k^-}{\partial \alpha_n} + \frac{\partial C(k)}{\partial \alpha_n} \cdot \hat{x}_k^- \right] \end{aligned} \quad [\text{A.iii.1}]$$

und anschließend während den  $N$  Rekursionen einer Parameterschätzung summieren.

$$\sum_{j=k-N+1}^k E \left\{ s_m \left[ y(j), \hat{\alpha} \right] \cdot s_n \left[ y(j), \hat{\alpha} \right] \Big|_{\hat{\alpha}(k) = \hat{\alpha}_k} \right\} \quad [\text{A.iii.2}]$$

## B. Einbeziehen der neuen Messungen

i) Zustandsgleichungen

$$\underline{r}_k = \underline{y}_k - C \cdot \hat{\underline{x}}_k^- \quad [\text{B.i.1}]$$

$$\hat{\underline{x}}_k^+ = \hat{\underline{x}}_k^- + K(k) \cdot \underline{r}_k \quad [\text{B.i.2}]$$

$$D(k) = I - K(k) \cdot C(k) \quad [\text{B.i.3}]$$

$$P^+(k) = P^-(k) - K(k) \cdot C(k) \cdot P^-(k) \quad [\text{B.i.4}]$$

bzw.<sup>1</sup>

$$P^+(k) = D(k) \cdot P^-(k) \cdot D(k)^T + K(k) \cdot R(k) \cdot K(k)^T \quad [\text{B.i.4a}]$$

---

<sup>1</sup> Glg. [B.i.4] stellt keine Symmetrie bzw. positive Definitheit der Schätzfehlerkovarianzmatrix sicher und kann so zu numerischen Problemen führen. Setzt man dagegen die Glg. [B.i.1] in die Glg. [B.i.2] ein und berechnet die Kovarianz, dann erhält man die Formulierung der Schätzfehlerkovarianz nach Glg. [B.i.4a], die sich aus der Summe zweier Matrizen zusammensetzt, die symmetrisch und positiv definit sind.

ii) *score-Gleichungen*

mit folgenden Abkürzungen:

$$E_1(k) = P_{yy}(k)^{-1} \cdot \underline{r}_k; \quad E_2(k) = \underline{r}_k^T \cdot P_{yy}(k)^{-1T};$$

$$F(k) = P_{yy}(k)^{-1} - E_1(k) \cdot E_2(k);$$

ergibt sich

$$s_m \left[ \underline{y}_j, \hat{\underline{\alpha}}_k \right] = \frac{\partial \hat{\underline{x}}_j^{-T}}{\partial \alpha_m} \cdot \left[ C(j)^T \cdot E(j) \right] - \frac{1}{2} \cdot sp \left\{ F(j) \cdot \frac{\partial P_{yy}(j)}{\partial \alpha_m} \right\} + \hat{\underline{x}}_j^{-T} \cdot \frac{\partial C(j)^T}{\partial \alpha_m} \cdot E_1(j) \quad [\text{B.ii.1}]$$

und anschließend während den  $N$  Rekursionen einer Parameterschätzung summieren:

$$\sum_{j=k-N+1}^k s_m \left[ \underline{y}_j, \hat{\underline{\alpha}}_k \right] \quad [\text{B.ii.2}]$$

Zur Berechnung der *score-Gleichungen* im folgenden Iterationsschritt bei der Prädiktion, werden die Ableitungen der Zustandsschätzwerte und der Schätzfehlerkovarianzen nach den unbekannt Parametern benötigt.

$$\frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^+}{\partial \alpha_m} = D(k) \cdot \left\{ \frac{\partial \hat{\underline{x}}_k^-}{\partial \alpha_m} + \left( \frac{\partial P^-(k)}{\partial \alpha_m} \cdot C(k)^T + P^-(k) \cdot \frac{\partial C(k)^T}{\partial \alpha_m} \right) \cdot E_1(k) \right\} -$$

$$K(k) \cdot \frac{\partial C(k)}{\partial \alpha_m} \cdot \hat{\underline{x}}_k^- - K(k) \cdot \frac{\partial R}{\partial \alpha_m} \cdot E_1(k) \quad [\text{B.ii.3}]$$

$$\frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_m} = D(k) \cdot \frac{\partial P^-(k)}{\partial \alpha_m} \cdot D(k)^T - P^-(k) \cdot \frac{\partial C(k)^T}{\partial \alpha_m} \cdot K(k)^T - K \cdot \frac{\partial C(k)}{\partial \alpha_m} \cdot P^+(k) +$$

$$K \cdot \frac{\partial R(k)}{\partial \alpha_m} \cdot K(k)^T \quad [\text{B.ii.4}]$$

Die Herleitung der letzten beiden Gleichungen sind in Kapitel 6.1 ‘Herleitungen zur Maximum Likelihood Methode’ beschrieben.

#### C. Nach $N$ Rekursionen

$$\gamma_m \left[ \underline{y}_k, \hat{\underline{\alpha}}_k \right] = -\frac{1}{2} sp \left\{ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_m} \right\} \quad [\text{C.1}]$$

$$E\left\{\gamma_m \left[ \underline{y}(k), \hat{\underline{a}} \right] \cdot \gamma_n \left[ \underline{y}(k), \hat{\underline{a}} \right] \Big|_{\hat{\underline{a}} = \hat{\underline{a}}_k} \right\} = \frac{1}{2} sp \left[ P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial P^+(k)}{\partial \alpha_n} \right] + \frac{\partial \hat{\underline{x}}^+{}^T}{\partial \alpha_m} \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \frac{\partial \hat{\underline{x}}^+}{\partial \alpha_n} \quad [C.2]$$

Bestimmung der bedingten Informationsmatrix nach Rao:

$$J_{m,n} \left[ k, \hat{\underline{x}}_{-k}, \hat{\underline{\alpha}}_{-k} \right] = E \left\{ \gamma_m \left[ \underline{y}(k), \hat{\underline{a}} \right] \cdot \gamma_n \left[ \underline{y}(k), \hat{\underline{a}} \right] \Big|_{\hat{\underline{a}} = \hat{\underline{a}}_k} \right\} + \sum_{j=k-N+1}^k E \left\{ s_m \left[ \underline{y}(j), \hat{\underline{a}} \right] \cdot s_n \left[ \underline{y}(j), \hat{\underline{a}} \right] \Big|_{\hat{\underline{a}} = \hat{\underline{a}}_k} \right\} \quad [C.3]$$

Bestimmung des *score*-Vektors:

$$\frac{\partial L \left[ \hat{\underline{x}}(k), \hat{\underline{\alpha}}, \underline{Y}_{-N} \right]}{\partial \alpha_m} = \gamma_m \left[ \underline{y}_{-k}, \hat{\underline{\alpha}}_{-k} \right] + \sum_{j=k-N+1}^k s_m \left[ \underline{y}_{-j}, \hat{\underline{\alpha}}_{-k} \right] \quad [C.4]$$

Berechnung des neuen Parametervektors:

$$\hat{\underline{\alpha}}_{k+1} = \hat{\underline{\alpha}}_k + J \left[ k, \hat{\underline{\alpha}} \right]^{-1} \cdot \frac{\partial L \left[ \hat{\underline{x}}_k, \hat{\underline{\alpha}}, \underline{Y}_{-k} \right]}{\partial \alpha_m}{}^T \quad [C.5]$$

Mit diesem neuen Parameterschätzwert kann die obige Berechnung für den Abtastschritt  $k+1$  fortgesetzt werden.

#### Zusammenfassung der Merkmale des Adaptionalgorithmus nach Maximum Likelihood

- Unbekannte Parameter können in den Matrizen  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $Q$  und  $R$  vorkommen und adaptiert werden.
- Es ist keine Information über die unbekannt Parameter notwendig.
- Für eine große Sequenzlänge erhält man einen optimalen Schätzwert für die Zustände und die Parameter.
- Der Rechenaufwand kann durch das *scoring*-Verfahren reduziert werden. Die Methode nach Maximum Likelihood bleibt jedoch trotzdem rechenzeitintensiv.

### 3.1.6 Vergleich und Bewertung linearer adaptiver Kalman-Filter

Bei den Korrelationsverfahren und dem Kovarianz-Matching können nur unbekannt Parameter in den Kovarianzmatrizen der Rauschkomponenten  $Q$  und  $R$  bestimmt werden. Somit wird die Forderung nach einem Verfahren, das alle unbekannt Parameter einer allgemeinen

Zustandsraummodellierung, wie in Kapitel 3.1.1 definiert, schätzen kann, nicht erfüllt. Deshalb scheiden diese Verfahren aus.

Sowohl mit dem Adaptionsalgorithmus nach Bayes, als auch mit der Methode nach Maximum Likelihood, können die unbekannt Parameter einer allgemeinen Zustandsraummodellierung bestimmt werden. Beide Verfahren sind außerdem ähnlich rechenzeitintensiv. Allerdings muß bei dem Verfahren nach Bayes die Verteilungsdichte der unbekannt Parameter bekannt sein. Hier entsteht eine Unsicherheit, da oftmals diese a priori Kenntnisse der Parameter nicht hinreichend genau bekannt sind. Somit läßt sich über die Optimalität dieser Schätzwerte keine Aussage machen. Um die Methode nach Bayes überhaupt online-fähig zu machen, muß der Wertebereich der Parameter diskretisiert werden. Diese Gründe sprechen damit gegen das Verfahren nach Bayes.

Ein weiterer Vorteil der Maximum Likelihood Methode ist, daß auch bei fehlenden statistischen Voraussetzungen die Schätzung dennoch, mit steigender Anzahl von Meßwerten, gegen den wahren Wert konvergiert.

⇒ Somit wird das adaptive Kalman-Filter nach der Maximum Likelihood Methode verwendet, um gleichzeitig unbekannt Zustände und Parameter zu schätzen

In der Abbildung {3.3} ist das Flußdiagramm dieses Verfahrens dargestellt.

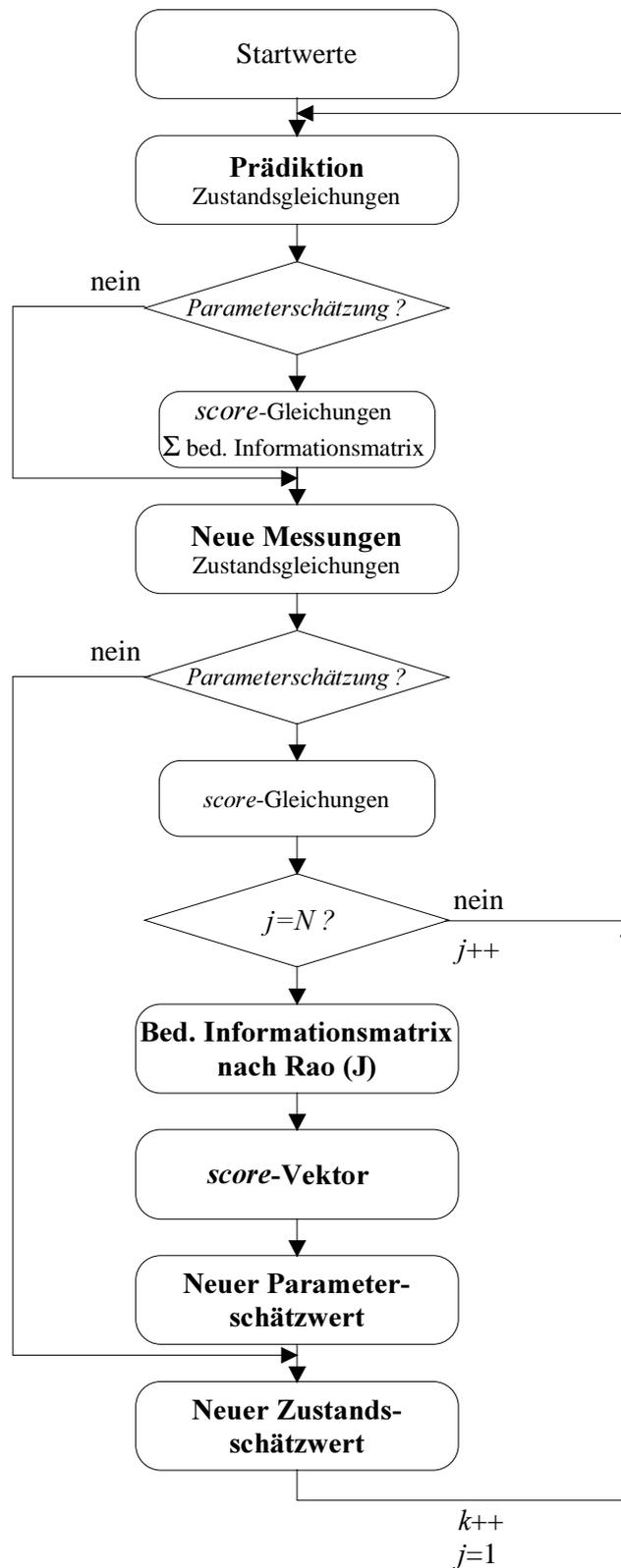


Abbildung {3.3}: Flußdiagramm des Maximum Likelihood Verfahrens,  
 ( $k$ =Abtastschritt,  $N$ =Sequenzlänge der ML-Methode,  
 $j$ =Laufvariable)

### 3.1.7 Stabilitätsbetrachtung

Bei allen vorangegangenen linearen, adaptiven Kalman-Filtern ist es möglich, Stabilität nachzuweisen. Größtenteils basieren diese Stabilitätsaussagen auf der Theorie nach Ljapunov (siehe hierzu z. B. [Föllinger, 1991]).

Für zeitvariante Systeme genügt es, eine Ljapunov-Funktion  $W(\underline{x}(k), k)$  zu finden, die eine skalare Abbildung des Zustandsvektors darstellt. Ist diese Ljapunov-Funktion in einer Umgebung der Ruhelage positiv definit und außerdem die zeitliche Ableitung negativ definit, dann ist diese Ruhelage asymptotisch stabil. Damit ist die Stabilität einer Ruhelage eines dynamischen Systems, beschrieben durch seine Zustandsdifferentialgleichung bzw. -differenzgleichung, überprüfbar. Je nach weiteren Eigenschaften der Ljapunow-Funktion, kann asymptotische Stabilität im großen bzw. im ganzen sichergestellt werden.

Für die homogene Schätzgleichung (Glg. [3.1.7] und Glg. [3.1.9] in Glg. [3.1.11] und Nullsetzen der Eingangsgrößen) kann folgende Ljapunov-Funktion angegeben werden:

$$W(\hat{\underline{x}}_h^+(k), k) = \hat{\underline{x}}_h^+(k)^T \cdot P^+(k)^{-1} \cdot \hat{\underline{x}}_h^+(k) \quad [3.1.79]$$

Damit  $W(\underline{x}(k), k)$  eine Ljapunov-Funktion ist, muß sichergestellt sein, daß die Inverse der Schätzfehlerkovarianzmatrix  $P^+(k)^{-1}$  unter gewissen Bedingungen begrenzt ist. Aus der Analyse von  $P^+(k)^{-1}$  ergeben sich die folgenden zwei hinreichenden Bedingungen (z. B. [Lof-feld, 1990]):

$$\alpha \cdot I \leq \sum_{j=i-N+1}^i \Phi(i, j) \cdot G(j-1) \cdot Q(j-1) \cdot G(j-1)^T \cdot \Phi(i, j)^T \leq \beta \cdot I \quad [3.1.80]$$

Erfüllt ein stochastisches System die Ungleichung [3.1.80], dann nennt man es stochastisch steuerbar und mit der Ungleichung [3.1.81] stochastisch beobachtbar.

$$\alpha \cdot I \leq \sum_{j=i-N+1}^i \Phi(i, j)^T \cdot C(j)^T \cdot R(j)^{-1} \cdot C(j) \cdot \Phi(i, j) \leq \beta \cdot I \quad [3.1.81]$$

Da diese beiden Ungleichungen eine hinreichende Bedingung für die Stabilität des Kalman-Filterns darstellen, ist ein Kalman-Filter auch dann stabil, wenn das zugrunde liegende stochastische Modell instabil ist, aber obige Ungleichungen erfüllt sind.

## 3.2 Nichtlineare adaptive Kalman-Filter

Einen anderen Ansatz zur gleichzeitigen Schätzung von Zuständen und Parametern soll nachfolgend kurz skizziert werden. Unbekannte Parameter in einer Zustandsraumdarstellung nach Kapitel 3.1.1 können als Zustände modelliert werden. Das resultierende Zustandsraummodell wird nichtlinear. Diese Arten von nichtlinearen Zustandsraummodellen können mit dem Extended Kalman-Filter behandelt werden.

### 3.2.1 Das Extended Kalman-Filter

Durch die Modellierung der unbekannt Parameter als Zustand erhöht sich die Zahl der Zustände mindestens um die Zahl der unbekannt Parameter. Die Anzahl der Zustände hängt davon ab, ob der unbekannt Parameter als weißer oder farbiger Rauschprozeß modelliert wird. Gegeben sei folgende Zustandsraumdarstellung:

$$\dot{x}_1(t) = a \cdot x_1(t) + w_1(t) \quad [3.2.1]$$

Modellierung von  $a$  als Zustand, 'getrieben' von weißem Rauschen, ergibt:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \cdot x_1(t) + w_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= w_2(t) \end{aligned} \quad [3.2.2]$$

Der Grund für die zeitkontinuierliche Beschreibung des Zustandsraummodells liegt darin, daß sich für nichtlineare Systeme keine analytische homogene Lösung angeben läßt. Somit ist eine exakte zeitdiskrete Beschreibung nicht möglich. Zur Lösung dieser nichtlinearen Zusammenhänge wird das Extended Kalman Filter verwendet. Hier wird im jeweiligen Arbeitspunkt eine Linearisierung vorgenommen und der Übergang zwischen den Abtastschritten erfolgt in  $N$  Integrationsschritten. Die Meßgleichungen werden zeitdiskret modelliert, da die Meßwerte zu festen Zeitpunkten anfallen.

Eine Herleitung des Extended Kalman Filter Algorithmus kann [Gelb, 1996] oder [Maybeck, 1979] entnommen werden. Nachfolgend sind die Gleichungen angegeben, die den wesentlichen Unterschied zum linearen zeitdiskreten Kalman-Filter darstellen:

$$\underline{\dot{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) + G(t) \cdot \underline{w}(t) \quad [3.2.3]$$

$$\underline{z}(t_i) = \underline{h}(\underline{x}(t_i), t_i) + \underline{v}(t_i) \quad [3.2.4]$$

Bei der Zustandsraumdarstellung liegt der wesentliche Unterschied in der nichtlinearen Funktion  $\underline{f}$  in Glg. [3.2.3], abhängig von den Zustandsgrößen, dem Eingangsvektor und der Zeit. Die Unterschiede bei den Filtergleichungen sind in der Prädiktion zu finden. Diese wird als formale Integration über den linearisierten Arbeitspunkt betrachtet.

$$\underline{\hat{x}}^-(t_{i+1}) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \underline{f}(\underline{\hat{x}}(t|t_i), \underline{u}(t), t) \cdot dt + \underline{x}(t_i) \quad \text{mit} \quad \underline{x}(t_i) = \underline{\hat{x}}^+(t_i) \quad [3.2.5]$$

Ebenso liefert die formale Integration der Differentialgleichung

$$\dot{P}(t|t_i) = F(t, \underline{\hat{x}}(t|t_i)) \cdot P(t|t_i) + P(t|t_i) \cdot F^T(t, \underline{\hat{x}}(t|t_i)) + G(t) \cdot Q(t) \cdot G^T(t) \quad [3.2.6]$$

die Prädiktionsfehlerkovarianz:

$$P^-(t_{i+1}) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \dot{P}(t|t_i) \cdot dt + P(t_i) \text{ mit } P(t_i) = P^+(t_i) \quad [3.2.7]$$

Die Matrix  $F$  stellt die Linearisierung der Funktion  $\underline{f}$  in Glg. [3.2.3] um einen Arbeitspunkt dar:

$$F(t, \hat{\underline{x}}(t|t_i)) = \frac{\bar{\partial} \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t)}{\partial \underline{x}} \quad [3.2.8]$$

In diesen Gleichungen werden die wesentlichen Unterschiede des Extended Kalman-Filters zum linearen Kalman-Filter, wie es im vorigen Kapitel verwendet wird, deutlich.

Allgemein kann festgehalten werden, daß das Extended Kalman-Filter sich weniger für Zustandsraummodellierungen eignet, bei denen die Information alleine aus den Messungen kommt und die Systemmodellierung ungenau ist (d.h. große Kovarianzmatrix des Prozeßrauschens). Bei einem hinreichend gutem Systemmodell und hohem Meßrauschen ergeben sich dagegen sehr gute Schätzwerte.

## 3.3 Vergleich beider Ansätze an einem Benchmark-Problem

Nachfolgend soll die Leistungsfähigkeit des ausgewählten linearen adaptiven Kalman-Filters, der Methode nach Maximum Likelihood, mit der des nichtlinearen Kalman-Filters, dem Extended Kalman-Filter, verglichen werden. Besonderer Wert wird auf die Stabilität der Verfahren in Abhängigkeit der Startwerte und der Prozeßrauschkomponenten gelegt.

### 3.3.1 Zustandsraummodell des Benchmarks

#### Zeitdiskretes Zustandsraummodell

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.8 & -a_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot w(k) \quad [3.3.1]$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + v(k) \quad [3.3.2]$$

Der Zustand  $x_1$  ist der um einen Abtastpunkt verzögerte Zustand  $x_2$ . Der Zustand  $x_2$  wird 'getrieben' von gaußischem weißem Rauschen.

Die Pole der Übertragungsfunktion sind gegeben durch:

$$p_{1/2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 3.2}}{2} \quad [3.3.3]$$

Für  $|a_1| < \sqrt{3.2}$  ergibt sich ein konjugiert komplexes Polpaar innerhalb des Einheitskreises ( $|p_{1/2}| < 1$ ). Es ergibt sich dann ein stabiles, schwingungsfähiges System. Für die Untersuchung setzen wir  $a_1 = -1$ .

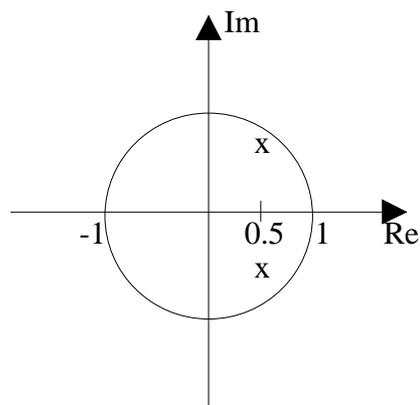


Abbildung {3.4}: Konjugiert komplexes Polpaar des Benchmarkmodells für  $a_1 = -1$

Die Rauschkomponenten und der Meßvektor sind in der Abbildung {3.5} dargestellt. Der Meßvektor wurde für folgende Werte erstellt:

- Parameter  $a_1 = -1$
- Kovarianz des Prozeßrauschen  $Q=10/3$
- Kovarianz des Meßrauschen  $R=0.1$
- Abtastzeit  $T=0.1s$

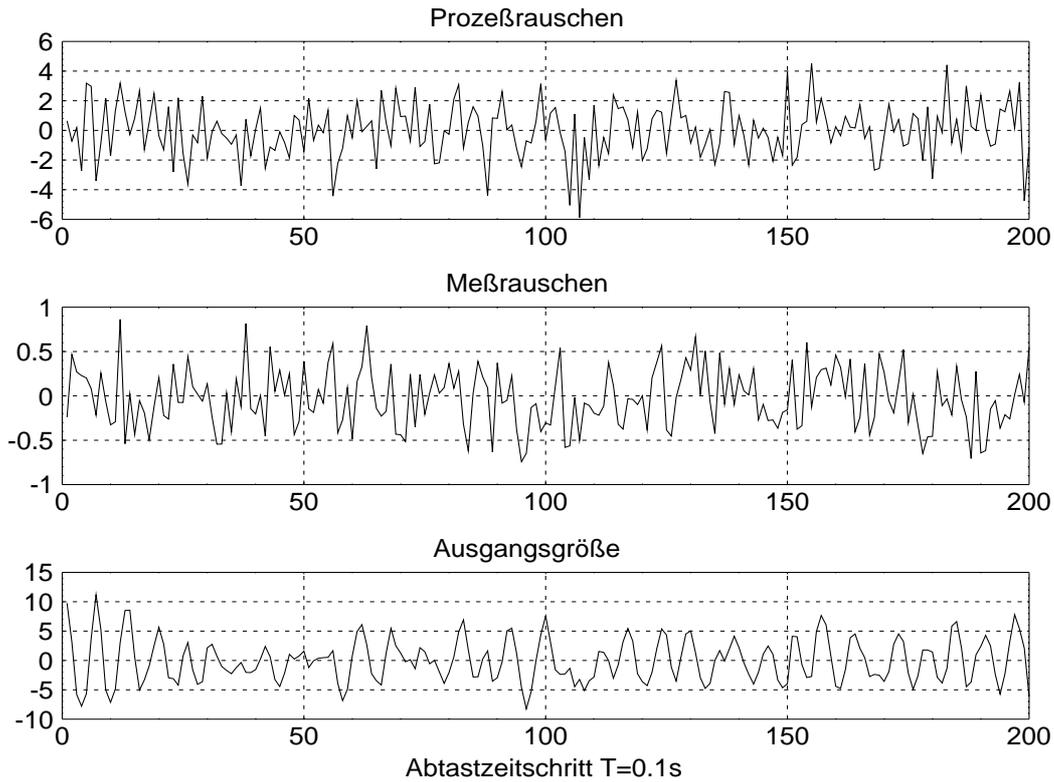


Abbildung {3.5}: Rauschkomponenten und Meßvektor des Benchmarkmodells

Zeitkontinuierliches Zustandsraummodell

Für die kontinuierliche lokale Zustandsübergangsmatrix bei zeitinvarianten Systemen gilt Glg. [3.3.4] (siehe z. B. [Loffeld, 1990] Kapitel 2.5):

$$A = e^{F \cdot T_{abt}} \Leftrightarrow F = \frac{1}{T_{abt}} \cdot \ln A \tag{3.3.4}$$

Bricht man die Reihenentwicklung des Logarithmus (Glg. [3.3.5])

$$\ln A = 2 \cdot \left[ \frac{A - I}{A + I} + \frac{(A - I)^3}{3 \cdot (A + I)^3} + \frac{(A - I)^5}{5 \cdot (A + I)^5} + \dots + \frac{(A - I)^{2 \cdot n + 1}}{(2 \cdot n + 1) \cdot (A + I)^{2 \cdot n + 1}} + \dots \right] \tag{3.3.5}$$

nach dem ersten Element ab, ergibt sich folgende Beziehung für die lokale Zustandsübergangsmatrix:

$$F = \frac{2}{T_{abt}} \cdot \frac{A - I}{A + I} \tag{3.3.6}$$

Dieser Zusammenhang entspricht der bilinearen Transformation. Die lokale Zustandsübergangsmatrix für das kontinuierliche Zustandsraummodell ergibt sich zu

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{2}{T_{abt}} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -0.8 & -a_1 - 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0.8 & -a_1 + 1 \end{bmatrix}^{-1} \\
 &= \frac{2}{T_{abt} \cdot (-a_1 + 1.8)} \cdot \begin{bmatrix} +a_1 - 0.2 & 2 \\ -1.6 & -a_1 - 0.2 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.3.7}$$

und die äquivalente kontinuierliche Zustandsraumdarstellung lautet:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \frac{2}{T_{abt} \cdot (-a_1 + 1.8)} \cdot \begin{bmatrix} +a_1 - 0.2 & 2 \\ -1.6 & -a_1 - 0.2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot w(t) \tag{3.3.8}$$

### 3.3.2 Implementierung und Ergebnisse des Extended Kalman-Filters

Das Zustandsraummodell aus Glg. [3.3.1] wird erweitert, in einem Extended Kalman-Filter realisiert und die Leistungsfähigkeit des Algorithmus mittels Parametervariationen untersucht.

#### Implementierung

Mit dem zeitkontinuierlichen Modell kann das Extended Kalman-Filter entworfen werden. Es wird um einen Zustand erweitert, mit dem der Parameter  $a_1$  geschätzt werden soll. Dieser wird 'getrieben' von einem weißen, gaußverteilten Rauschprozeß.

$$\dot{x}_1 = \frac{-2 \cdot (-x_3 + 0.2)}{T \cdot (-x_3 + 1.8)} \cdot x_1(t) + \frac{4}{T \cdot (-x_3 + 1.8)} \cdot x_2(t) \tag{3.3.9}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{-3.2}{T \cdot (-x_3 + 1.8)} \cdot x_1(t) + \frac{-2 \cdot x_3 - 0.4}{T \cdot (-x_3 + 1.8)} \cdot x_2(t) + w_2(t) \tag{3.3.10}$$

$$\dot{x}_3 = w_3(t) \tag{3.3.11}$$

$$\underline{y}(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{x}(k) \tag{3.3.12}$$

Zur Berechnung des Algorithmus müssen noch die F- und die H- Matrix bestimmt werden. Die F-Matrix wird durch partielles Ableiten der Zustandübergangsfunktionen  $f_i$  nach den Zuständen  $x_j$  bestimmt.

$$\begin{aligned}
 F &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \\
 &= \frac{2}{T(-x_3 + 1.8)} \begin{bmatrix} (x_3 - 0.2) & 2 & \frac{(1.6 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2)}{(-x_3 + 1.8)} \\ -1.6 & (-x_3 - 0.2) & \frac{-(1.6 \cdot x_1 + 1.6 \cdot x_2)}{(-x_3 + 1.8)} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [3.3.13]
 \end{aligned}$$

Damit sind alle Matrizen für das Extended Kalman-Filter bestimmt.

Ergebnisse

In der Abbildung {3.6} sind die Schätzwerte der drei Zustände und die wahren Werte dargestellt. Der Startwert des unbekanntes Parameters wurde zu  $a_1 = -5$  gewählt. Deutlich ist die gute Zustandsschätzung des ersten Zustands von Beginn an zu sehen. Dies liegt im Model des Benchmark-Problems begründet, da der erste Zustand den zweiten um einen Abtastschritt zeitverzögert wiedergibt. Der zweite Zustand zeigt zu Beginn extrem große Abweichungen. Erst nachdem der dritte Zustand in Reihe drei gegen den wahren Parameterwert läuft ergibt sich eine gute Schätzung des zweiten Zustands. Der Parameter schwingt nach 40 bis 50 Zyklen ein.

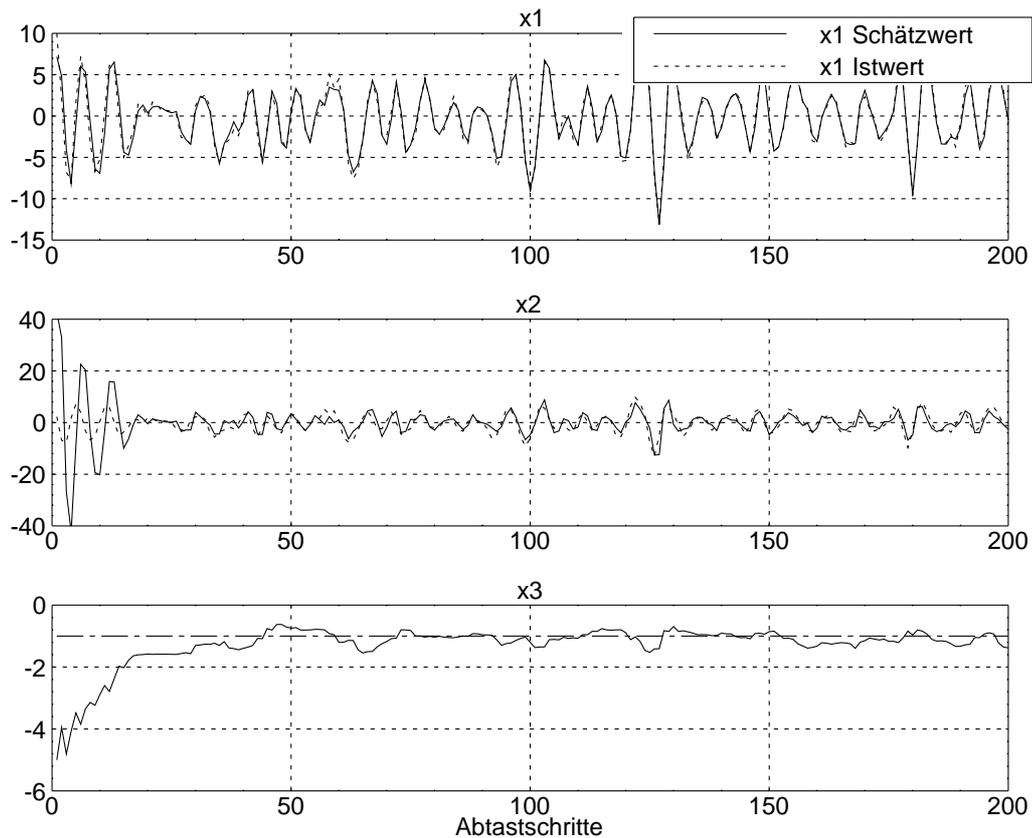


Abbildung {3.6}: Extended Kalman-Filter, wahrer Wert  $a_1 = -1$ , Parameterhypothese  $a_1 = -5$ , Kovarianz  $Q_3=0.01$ , Startkovarianz  $P_{33}^+(0) = 0.01$

Es erscheint naheliegend, die Startkovarianz  $P_{33}^+(0)$  des dritten Zustands zu erhöhen, um die Einschwingzeit des dritten Zustands, also des Parameterschätzers, zu verkleinern. Jedoch ist in Abbildung {3.6} die Startkovarianz schon gut angepaßt und bei einer weiteren Erhöhung wird das Filter instabil. Ebenso führt eine Erhöhung der Kovarianz  $Q_3$  des Prozeßrauschen von 0.01 auf 0.05 zu einem instabilen Filterverhalten. Dieses Ergebnis ist in Abbildung {3.7} dargestellt.

Die Zustandsschätzung des ersten Zustands ist wiederum sehr gut. Der dritte Zustand schwingt, bedingt durch die Erhöhung seiner Prozeßrauschkomponente, wesentlich schneller ein. Die Einschwingzeit verkleinert sich auf 40% der ursprünglichen Zeit. Allerdings schwingt der Zustand  $x_3$  nicht auf den wahren Wert ein, sondern läuft ab Abtastschritt 40 gegen einen falschen Schätzwert (ab Abtastschritt 60 sind die Fehlerkovarianzmatrizen nicht mehr positiv definit). Man bekommt einen Offset im Schätzwert, einen sogenannten *bias estimate*. Die Zustandsschätzung des zweiten Zustands ist nur während des Abtastintervalls [20-40] gut, da hier der Zustand  $x_3$  den korrekten Wert schätzt. Insgesamt reagiert das Filter sehr empfindlich auf eine Änderung der Prozeßrauschkomponente.

### 3. Adaptive Kalman-Filter

---

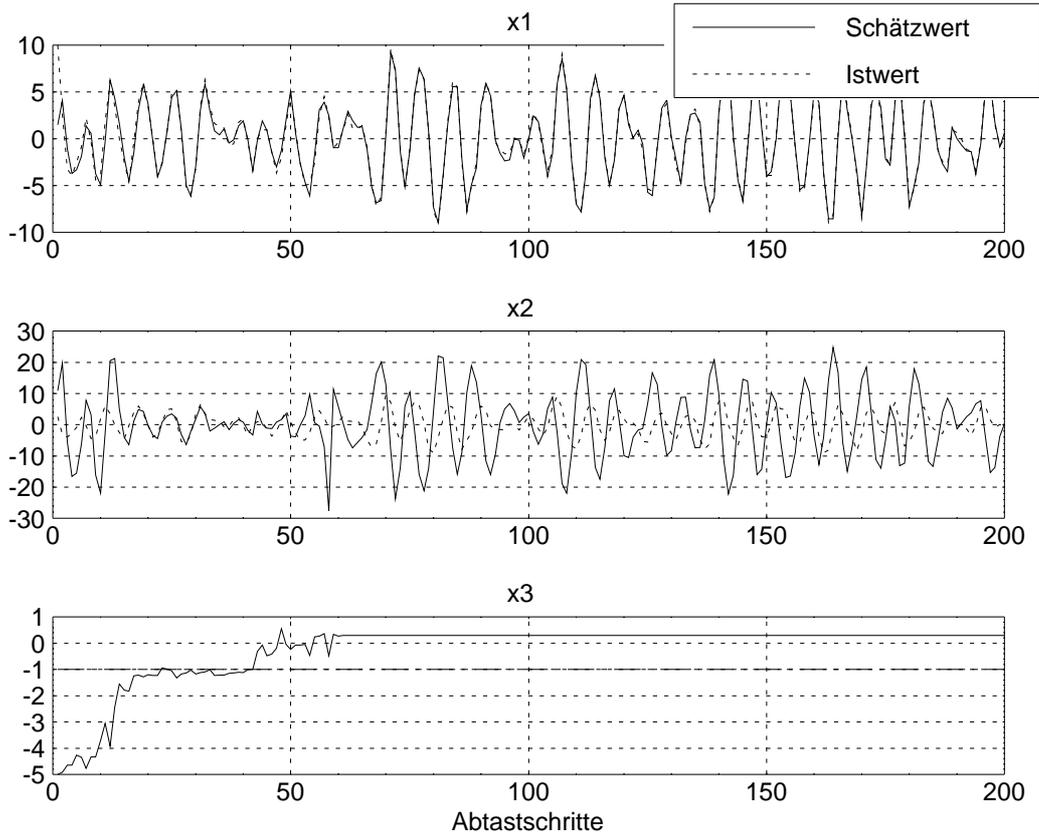


Abbildung {3.7}: Extended Kalman-Filter, Parameterhypothese  $a_1=-5$ , Kovarianz des dritten Zustands  $Q_3=0.05$

Ändert man den zufällig gewählten Parameterstartwert von  $a_1=-5$  auf  $a_1=0$ , ergibt sich folgendes Verhalten (Abbildung {3.8}). Der dritte Zustand konvergiert nicht, und der zweite Zustand strebt gegen unendlich. Das Filter wird instabil, obwohl die Prozeßrauschkomponente des dritten Zustands um zwei Größenordnungen verkleinert wurde. Das Filterverhalten ist stark abhängig vom Startwert des dritten Zustands.

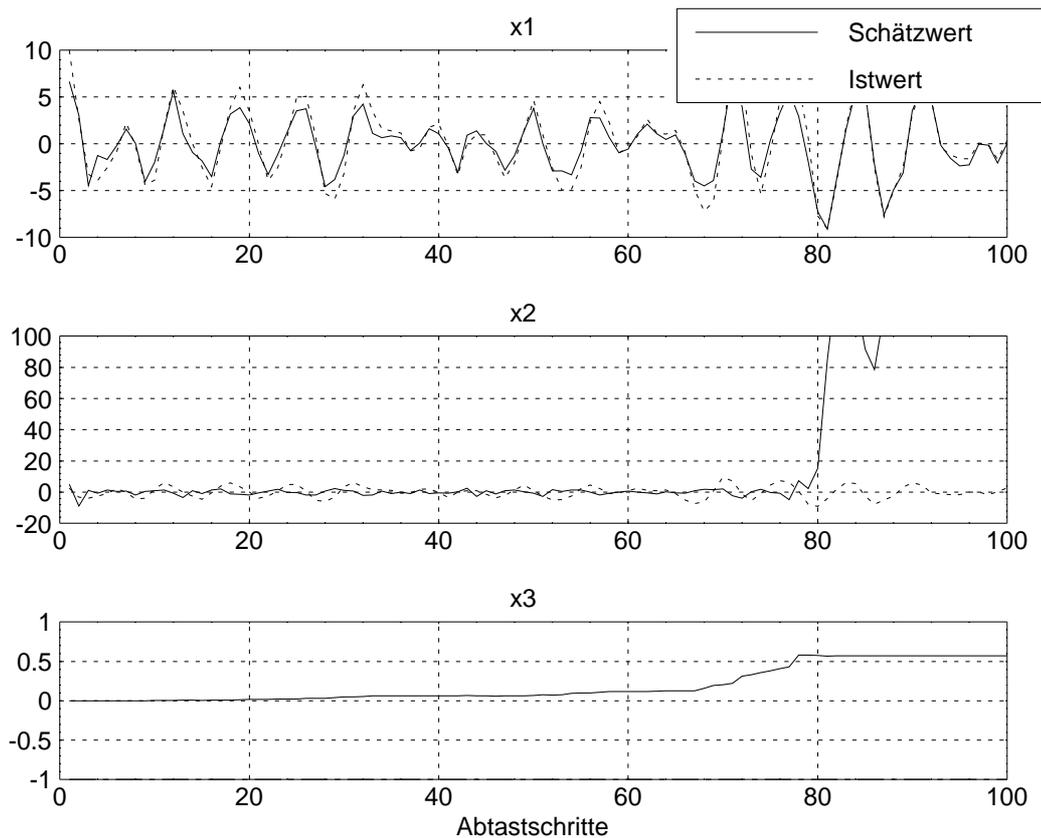


Abbildung {3.8}: Extended Kalman-Filter, Parameterhypothese  $a_1=0$ , Kovarianz des dritten Zustands  $Q_3=10^{-4}$

Zusammenfassend kann man sagen, daß das Extended Kalman-Filter für die gleichzeitige Schätzung der Zustände und des Parameters bei diesem Benchmarkmodell nur bedingt geeignet ist. Es reagiert sehr empfindlich auf den Startwert und die Prozeßrauschkomponente des Zustands, der den unbekanntem Parameter repräsentiert. Sind beide günstig gewählt, ergibt sich ein ordentliches Filterverhalten (siehe Abbildung {3.6}).

#### 3.3.3 Implementierung und Ergebnisse der Maximum Likelihood Methode

Das Zustandsraummodell aus Glg. [3.3.1] wird in einem linearen, adaptiven Kalman-Filter realisiert und die Güte der Schätzung durch Parametervariationen unterstrichen.

##### Implementierung

Die Gleichungen der Maximum Likelihood Methode wurden in Kapitel 3.1.5 beschrieben. Es müssen nur noch die Ableitungen des Zustandsraummodells von Glg. [3.3.1] und Glg. [3.3.2] nach den unbekanntem Parametern gebildet werden. Der einzige unbekanntem Parameter ist in der Zustandsübergangsmatrix  $A$  enthalten.

$$\frac{\partial A}{\partial a_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad [3.3.14]$$

Die Ableitung der anderen Matrizen bzw. Vektoren ergibt sich zu null.

Ergebnisse

In den ersten beiden Spalten der Abbildung {3.9} sind wiederum die Zustandsschätzwerte und die wahren Werte aufgetragen und in der letzten Reihe der Parameterschätzwert. Bei diesem Verfahren ist es möglich, den Parameterschätzalgorithmus ein- und auszuschalten. Dies geschieht je nach Rechenleistung oder Parameteränderungen. Deshalb wurde nachfolgend der Parameterschätzalgorithmus erst ab dem Abtastschritt 50 gestartet, um die Wirkungsweise zu unterstreichen.

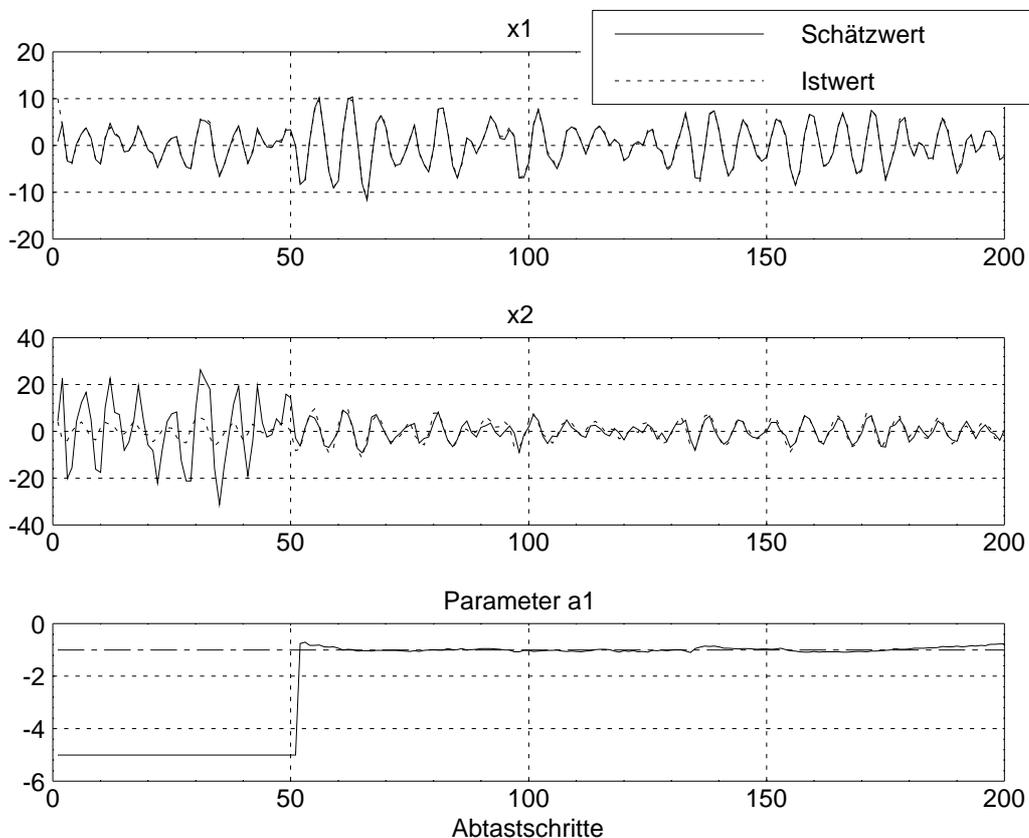


Abbildung {3.9}: Maximum Likelihood Methode, Sequenzlänge  $N=20$ , Parameterhypothese  $a_1 = -5$ , Start des Parameterschätzalgorithmus ab Abtastschritt 50

Bis zu Abtastschritt 50 ist die Zustandsschätzung des zweiten Zustands aufgrund des falschen Modells schlecht. Der Parameter schwingt nach der Aktivierung des Parameterschätzalgorithmus innerhalb von 10 Abtastschritten ein. Die Zustandsschätzung des zweiten Zustands verbessert sich erheblich. Das Filter reagiert unempfindlich auf Änderungen der Kovarianz des Prozeßrauschen von Zustand zwei um mehrere Größenordnungen. Die Sequenzlänge

wurde auf 20 eingestellt, kann aber je nach Rechenzeit, mit Genauigkeitseinbußen vor allem im Bereich der Parameterschätzung, auf 10 reduziert werden (siehe hierzu Abbildung {3.12}). In Abbildung {3.10} sind neben dem Parameterschätzwert die inverse bedingte Informationsmatrix und der *score*-Vektor dargestellt. Die inverse Informationsmatrix gibt die Kovarianz des Parameterschätzwerts wieder. Nach einer Einschwingzeit sinkt die Kovarianz ab dem Abtastpunkt 70 und schwingt um einen festen Wert. Der *score*-Vektor geht auf null, nachdem der Parameter in der ersten Reihe den wahren Wert einnimmt. Ändert man den zufällig gewählten Startwert für  $a_1$  von -5 auf +5, ergeben sich die gleichen Ergebnisse. Der adaptive Algorithmus nach Maximum Likelihood liefert, im Gegensatz zum Extended Kalman-Filter, bei diesem Benchmarkmodell stabile Parameterschätzwerte, unabhängig vom Startwert. Dies ist in Abbildung {3.11} zu sehen.

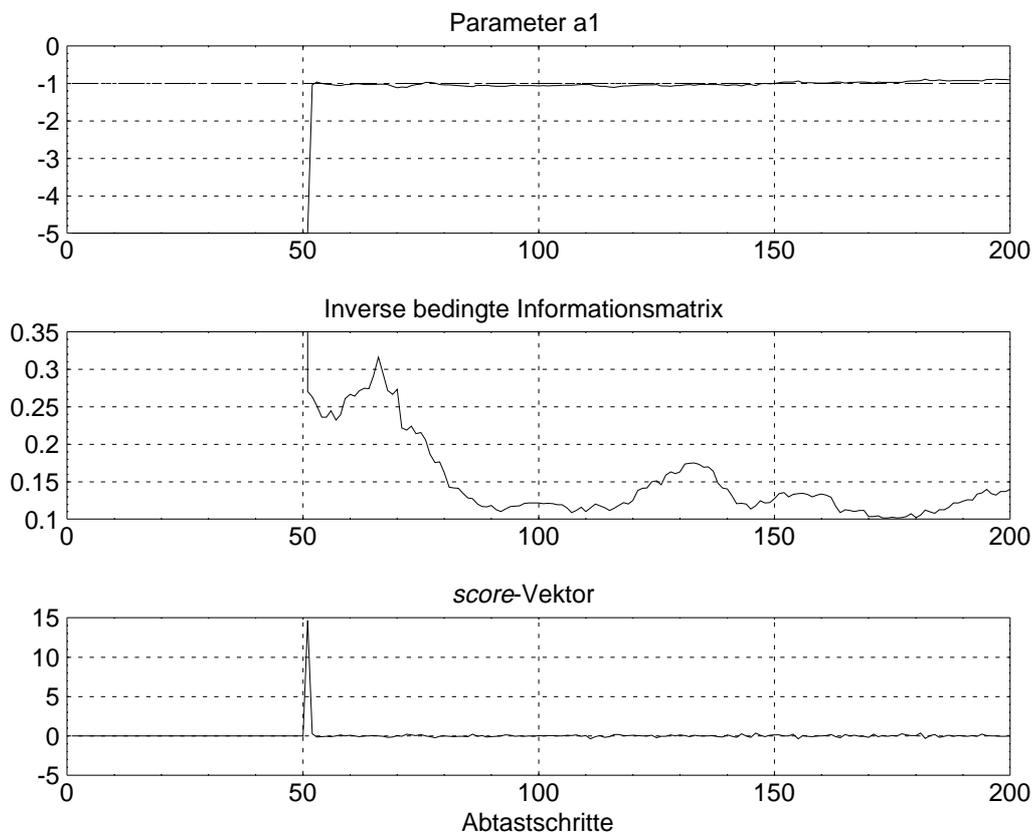


Abbildung {3.10}: Maximum Likelihood Methode, inverse bedingte Informationsmatrix und *score*-Vektor, Start des Parameterschätzalgorithmus ab Abtastschritt 50

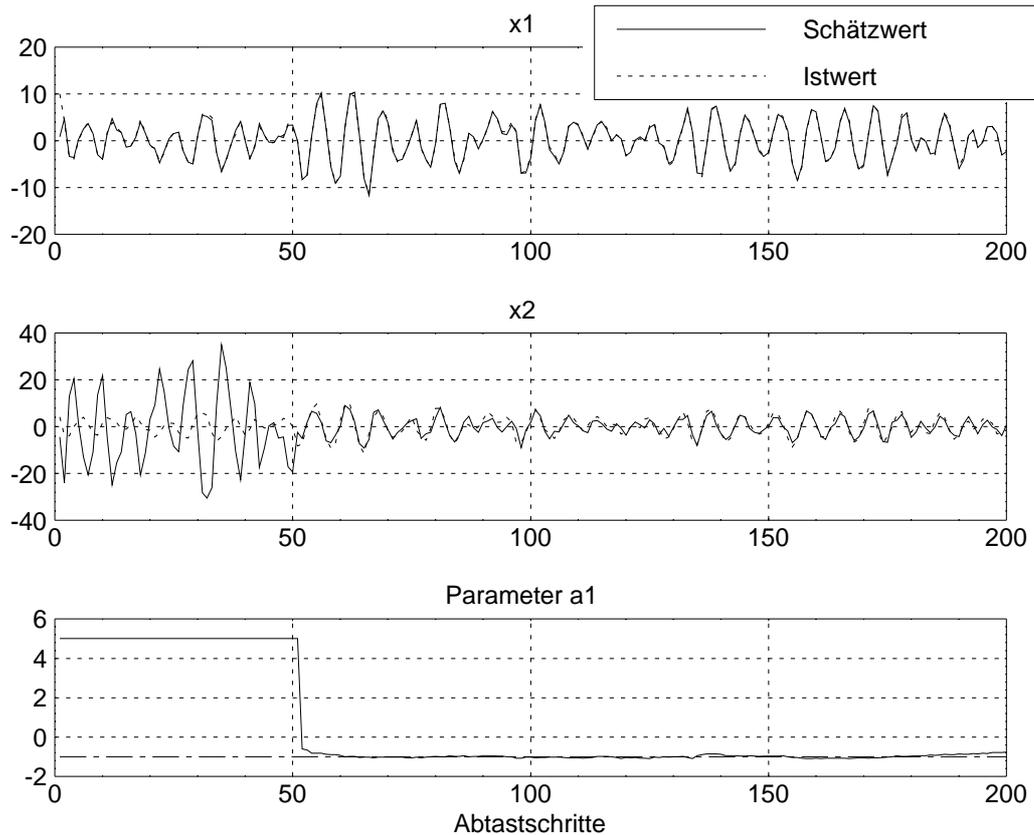


Abbildung {3.11}: Maximum Likelihood Methode, Sequenzlänge  $N=20$ , Parameterhypothese  $a_1=5$ , Start des Parameterschätzalgorithmus ab Abtastschritt 50

Die Güte der Parameterschätzung wird direkt von der Sequenzlänge des Maximum Likelihood Algorithmus beeinflusst. Dies ist in dem nachfolgenden Schaubild {3.12} gut zu sehen. Je größer die Sequenzlänge ist, desto genauer wird die Schätzung sein. Diesen Vorteil erkaufte man sich aber mit einem deutlichen Anstieg der benötigten Rechenleistung. Zusätzlich wurde bei den nachfolgenden Abbildungen die Kovarianz der Prozeßrauschkomponente um zwei Größenordnungen höher eingestellt als ursprünglich. Dies unterstreicht die Robustheit gegenüber falsch eingestellten Prozeßrauschkomponenten.

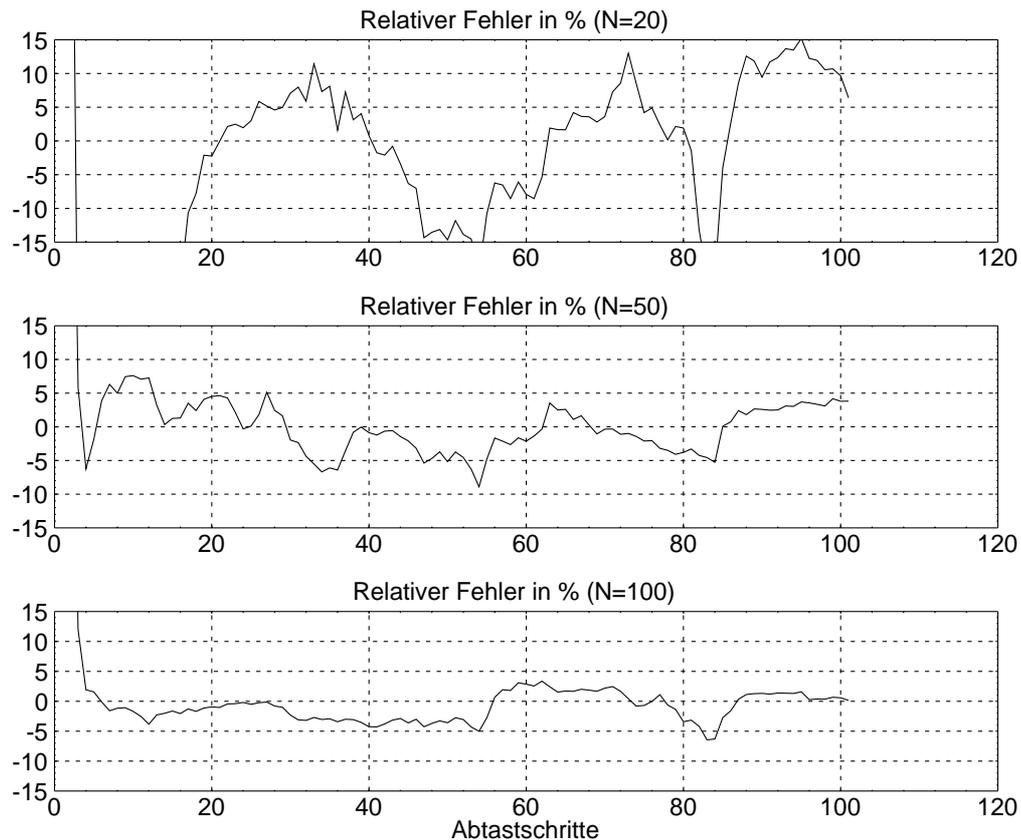


Abbildung {3.12}: Maximum Likelihood Methode, relativer Fehler in Abhängigkeit unterschiedlicher Sequenzlängen, Kovarianz des Prozeßrauschen um zwei Größenordnungen verstellt

#### 3.3.5 Bewertung

Aus den vorangegangenen Benchmarkuntersuchungen ergibt sich ein deutlicher Vorteil der Maximum Likelihood Methode. Nachfolgend sind die Vor- und Nachteile beider Verfahren zusammengefaßt:

##### Maximum Likelihood Methode

- + Der Parameterschätzalgorithmus kann ab- und zugeschaltet werden.
- + Der Algorithmus konvergiert unabhängig von den Startwerten und vom Prozeßrauschen.
- + Er hat eine kurze Einschwingzeit.
- + Die Adaption der Parameter ist in allen System- und Meßmatrizen, einschließlich der *measurement* und *driving noise* Kovarianzen, möglich.
- + Ein Stabilitätsnachweis ist möglich.
- + Das *tuning* des adaptiven Kalman-Filters ist äquivalent zum linearen Kalman-Filter.
- + Die Adaption mehrerer Parameter ist möglich.
- Der Parameterschätzalgorithmus ist rechenzeitintensiv.
- Er ist nur für lineare Systeme anwendbar.

#### Extended Kalman-Filter

- + Das Extended Kalman-Filter ist auch für nichtlineare Systeme geeignet und daher universell einsetzbar.
- + Die Adaption der Parameter ist in allen System- und Meßmatrizen möglich.
- + Mit Parameterschätzung ergibt sich ein geringerer Rechenaufwand als bei der Maximum Likelihood Methode.
- Die Startwerte und Prozeßrauschkomponenten sind ausschlaggebend für die Konvergenz.
- Die Bestimmung der Kovarianzen des Prozeßrauschens ist schwierig.
- Die Stabilität des Extended Kalman-Filter ist nicht allgemein nachweisbar.

### 3.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden verschiedene adaptive Kalman-Filter Verfahren miteinander verglichen und bewertet. Von adaptiv wird in diesem Zusammenhang gesprochen, wenn gleichzeitig zur Schätzung unbekannter Zustände eines dynamischen Systems, unbekannte, langsam veränderliche Parameter mitgeschätzt werden können. Der Schwerpunkt liegt bei den Verfahren, bei denen das Zustandsraummodell linear bleibt. Hier hat sich das Verfahren nach Maximum Likelihood als die Methode herausgestellt, die am besten die gewünschten Anforderungen (keine Vorkenntnisse über die Verteilungsdichte der unbekannt Parameter notwendig, unbekannte Parameter können im gesamten Zustandsraummodell vorhanden sein) erfüllt.

Anschließend wurde das Extended Kalman-Filter als nichtlineare adaptive Methode kurz besprochen. Beide Verfahren wurden dann anhand eines Benchmark-Modells miteinander verglichen. Die Maximum Likelihood Methode stellte sich als die bessere Methode heraus, wenn bei einem linearen Zustandsraummodell unbekannte Parameter mitbestimmt werden sollen.

# 4. Lasterfassung mittels Brennraumdruck

Der Brennraumdrucksensor bietet unter den Sensoren, die eine Information vom Brennraum eines Verbrennungsmotors liefern, einerseits das größte Potential zur Realisierung zylinderindividueller Motorfunktionen und andererseits ist er der einzige dieser Sensoren, mit dem die Luftmasse im Zylinder hinreichend genau berechnet werden kann. Deswegen wurde der Brennraumdrucksensor im zweiten Kapitel ausgewählt, die Luftmasse im Zylinder individuell zu bestimmen.

Die im vorhergehenden dritten Kapitel hergeleiteten Verfahren, mit denen unbekannte, nicht meßbare oder verrauschte Zustände berechnet und gleichzeitig unbekannte Parameter adaptiert werden können, bilden die Grundlage für die Algorithmen in diesem Kapitel.

Zuerst wird ein lineares Kalman-Filter zur Bestimmung des Thermoschockeinflusses hergeleitet. Ein anschließender Test an Fahrzeugdaten und ein Vergleich mit einem Referenzsensor zeigen das Potential des Algorithmus. Die physikalische Modellbildung ermöglicht dann eine Sensitivitätsanalyse der Luftmasse bezogen auf die Parameter. Mittels eines adaptiven Kalman-Filters wird die Luftmasse im Zylinder bestimmt. Ergebnisse der Implementierung im Fahrzeug und eine Diskussion der Vor- und Nachteile dieses neuen Verfahrens schließen das vierte Kapitel ab.

## 4.1 Kalman-Filter zur Bestimmung des Thermoschockeinflusses

Vor allem die Flammfront im Zylinder hat einen großen Einfluß auf die Temperatur der Sensormembran (siehe Kapitel 2.3.1.2). Während der Verbrennung fließt ein Wärmestrom in die Membran, diese verspannt sich, und das gemessene Brennraumdrucksignal ist von einem Fehler überlagert. Nach der Verbrennung kühlt sich die Sensormembran zeitabhängig wieder ab. Damit ergibt sich ein zeitabhängiger Offset im gemessenen Signal, der mit dem Arbeitsspiel synchronisiert ist.

Dieser Effekt ist nochmals in Abbildung {4.1} zu sehen. Hier wurde das Brennraumdrucksignal eines ungekühlten Sensors mit dem eines wassergekühlten Drucksensors mit geringerem Thermoschock (Typ: Kistler 6061) verglichen.

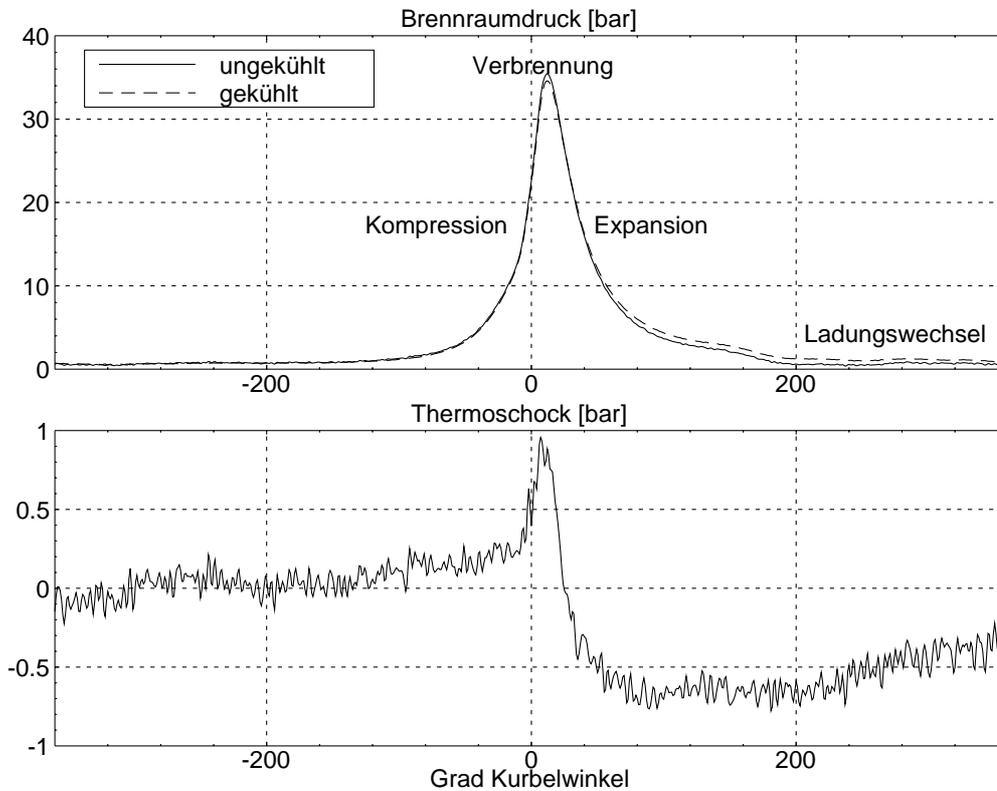


Abbildung {4.1}: Thermoschock: Differenz wassergekühlter Drucksensor - ungekühlter Drucksensor

Zusätzlich zum Temperatureinfluß ist das Drucksignal in einigen Betriebspunkten stark verrauscht. Vor allem im unteren Teillastbereich ergibt sich ein sehr kleiner Wert für das Signal-/Rauschverhältnis. Durch den nachfolgend beschriebenen Algorithmus sollen sowohl der Einfluß des Thermoschocks als auch der der Störungen beseitigt werden.

### 4.1.1 Modellierung

Prinzipiell können verschiedene Phasen des Brennraumdruckverlaufs ausgewertet werden, um die Luftmasse im Zylinder zu bestimmen. Es folgt eine kurze Bewertung der einzelnen Phasen:

Ladungswechselphase:

- + Information zeitlich sehr früh
- niedriges Absolutdruckniveau, d.h. Auflösung des Drucksensors schlecht

Kompressionsphase:

- + sehr gut thermodynamisch beschreibbar
- + gutes Signal-/Rauschverhältnis
- Information zeitlich später

Verbrennungsphase:

- + sehr gutes Signal-/Rauschverhältnis
- Zyklenschwankungen nur sehr schwierig modellierbar

Expansionsphase:

- + sehr gut thermodynamisch beschreibbar
- + sehr gutes Signal-/Rauschverhältnis
- zeitlich sehr spät

Die Information einer Änderung der Luftmasse ist im Brennraumdruckverlauf zeitlich später zu sehen als beispielsweise in dem Signal eines Heißfilmluftmassensensors aufgrund seiner örtlichen Anbringung. Deswegen wird im folgenden als Kompromiß zwischen gutem Signal-/Rauschverhältnis und geringer Zeitverzögerung die Kompressionsphase zur Bestimmung der Luftmasse im Zylinder herangezogen.

Während der Kompressionsphase, d.h. nach dem Schließen der Einlaßventile und vor dem Zünden des Luft-/Kraftstoffgemischs, kann das thermodynamisch geschlossene System des Zylindervolumens durch die polytrope Zustandsübergangsfunktion beschrieben werden. Sie ist nachfolgend dargestellt und beschreibt den Zusammenhang von einem Abtastpunkt auf den nächsten

$$p_{\text{zyl}}(k+1) = p_{\text{zyl}}(k) \cdot \left( \frac{V_{\text{zyl}}(k)}{V_{\text{zyl}}(k+1)} \right)^{n(T_{\text{mot}})} \quad [4.1.1]$$

mit dem Zylinderdruck  $p_{\text{zyl}}(k)$  zum Zeitpunkt  $k$ , dem Zylindervolumen  $V_{\text{zyl}}(k)$  und dem Polytropenexponent  $n(T_{\text{mot}})$  in Abhängigkeit der Motor- bzw. Kühlwassertemperatur  $T_{\text{mot}}$  (siehe Kapitel 2.3.1.4.2). Das gemessene Zylinderdrucksignal ist allerdings von einem Offset und von Rauschen überlagert.

$$p_{\text{meß}}(k) = p_{\text{zyl}}(k) + p_{\text{offset}}(k) + v(k) \quad [4.1.2]$$

Die Grenzen der Kompressionsphase werden wie folgt festgelegt. Zur Bestimmung der unteren Grenze, dem Beginn der Kompressionsphase, sind zwei Effekte zu berücksichtigen. Erstens müssen die Schwingungen im Drucksignal, die durch das Auftreffen des Einlaßventils auf den Ventilteller und durch den Strömungsabriß beim Schließen des Einlaßventils entstehen, abgeklungen sein. Zweitens besitzt der untersuchte Motor eine variable Einlaßnockenwellensteuerung. Somit muß sichergestellt sein, daß unabhängig von der Nockenwellenstellung das Einlaßventil sicher geschlossen ist. Dies ist bei  $-100^\circ$  Kurbelwinkel vor dem oberen Totpunkt vor dem Zünden (ZOT) der Fall. Bei der oberen Grenze, dem Ende der Kompressionsphase, darf in keinem Betriebspunkt bereits die Zündung erfolgt sein. Dies ist in den mei-

sten Betriebspunkten bei  $-30^\circ$  Kurbelwinkel vor ZOT der Fall. Liegt der Zündwinkel früher, wird die Grenze entsprechend zurückversetzt.

Somit wird zur Bestimmung des Thermoschockverlaufs nur die Kompressionsphase von  $-100^\circ$  KW bis  $-30^\circ$  KW vor ZOT ausgewertet. In der Abbildung {4.2} sind polytrope Zustandsübergangsfunktionen und das gemessene Brennraumdrucksignal in diesem Intervall dargestellt.

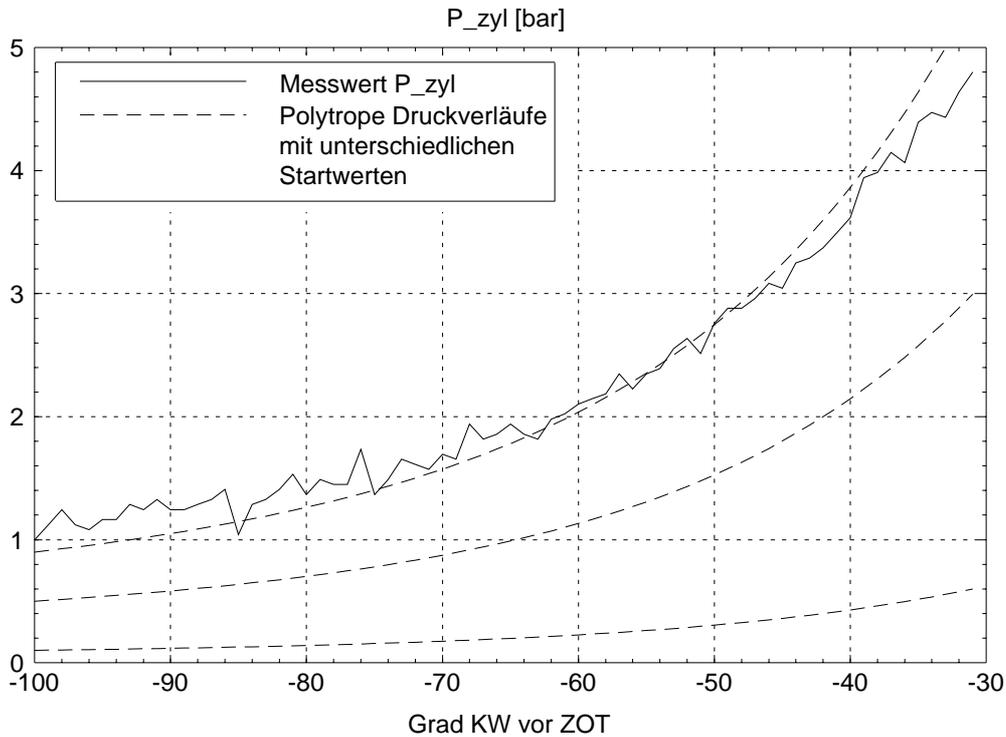


Abbildung {4.2}: Polytrope Zustandsübergangsfunktionen mit verschiedenen Anfangsdruckwerten und gemessenes Brennraumdrucksignal

Die Abbildung {4.2} kann man folgendermaßen interpretieren. Bei einem konstanten Offsetverlauf gibt die Polytrope den wahren Druckverlauf wieder, bei der die Differenz zum gemessenen Druckverlauf über den gesamten Kurbelwinkelbereich während der Kompressionsphase konstant bleibt. Dies ist in der Abbildung für die Polytrope der Fall, die ungefähr bei einem Zylinderdruck von 0.6 bar startet.

Aus Glg. [4.1.1] und Glg. [4.1.2] ergibt sich der Grundgedanke für die Modellierung der Kompressionsphase. Mit dem ersten Zustand wird der Zylinderdruck polytrop während der Kompressionsphase berechnet. Er entspricht dem mittleren gemessenen Druck. Der zweite Zustand repräsentiert den Offsetverlauf. Er wird getrieben durch weißes Rauschen. Dies läßt sich folgendermaßen formulieren:

$$p_m(k+1) = \left( p_m(k) - p_{offset}(k) \right) \cdot \left( \frac{V_{zyl}(k)}{V_{zyl}(k+1)} \right)^{\gamma_{mot}} + p_{offset}(k) \quad [4.1.3]$$

$$p_{offset}(k+1) = p_{offset}(k) + w(k) \quad [4.1.4]$$

mit der Meßgröße

$$p_e(k) = p(k) + v(k) \quad [4.1.5]$$

Die Funktionsweise des Algorithmus kann anhand von Abbildung {4.3} deutlich gemacht werden. Der Algorithmus startet beim ersten Meßwert (durchgezogene Linie). Dann wird der Offset (zu Beginn kann er beliebig gewählt werden) abgezogen, der resultierende Druckwert polytrop um einen Abtastschritt vorwärts gerechnet (fein gestrichelte Linie) und wieder auf den Offset addiert. Anschließend kann dieser mittels des Modells gerechnete Druckwert (grob gestrichelte Linie) mit dem neuen gemessenen Druckwert verglichen werden. Das daraus gebildete Residuum wird dazu verwendet, den Offset neu zu bestimmen. Wird das Filter im nächsten Arbeitsspiel wieder neu gestartet, kann der letzte Offset aus dem zuletzt berechneten Arbeitsspiel als Startoffset dienen und das Filter schwingt nach wenigen Grad Kurbelwinkel ein.

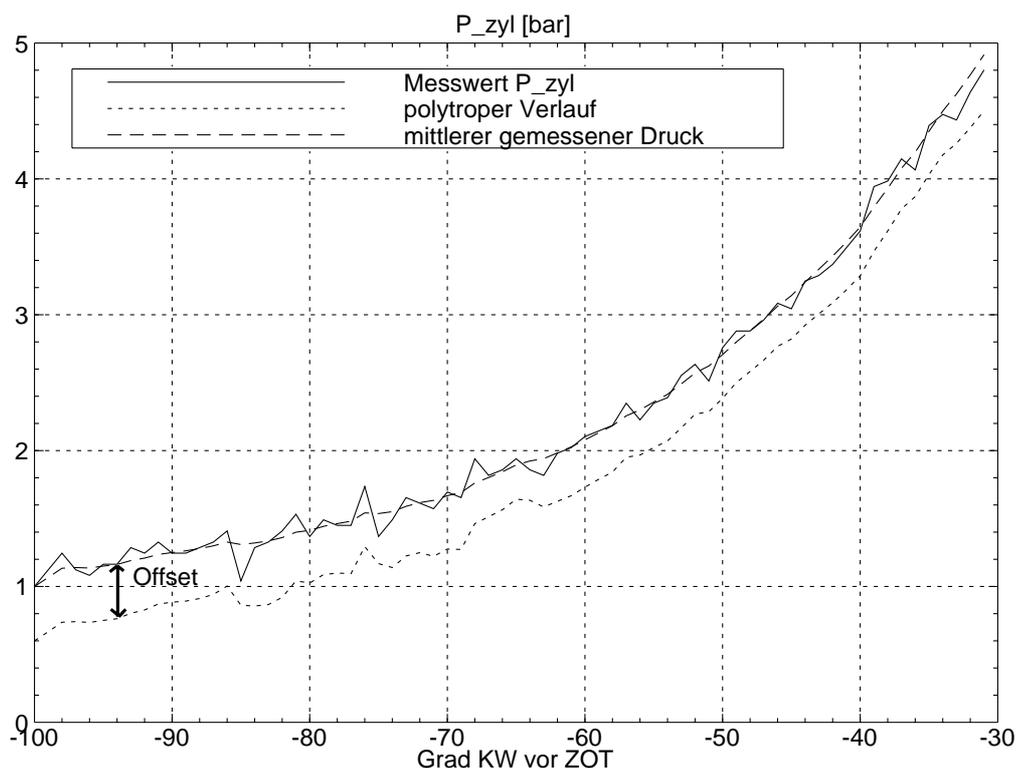


Abbildung {4.3}: Funktionsweise des Algorithmus

Dieser Algorithmus kann in einem linearen, zeitvarianten Kalman-Filter realisiert werden. Ordnet man Glg. [4.1.3] nach den Zuständen, ergibt sich folgendes kurbelwinkeldiskretes Zustandsraummodell:

$$x_1(k+1) = \left( \frac{V(k)}{V(k+1)} \right)^{n(T_{mot})} \cdot x_1(k) + \left( 1 - \left( \frac{V(k)}{V(k+1)} \right)^{n(T_{mot})} \right) \cdot x_2(k) \quad [4.1.6]$$

$$x_2(k+1) = x_2(k) + w(k) \quad [4.1.7]$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{x}(k) \quad [4.1.8]$$

Hierbei ist  $x_1$  der mittlere gemessene Druck und  $x_2$  der Offsetverlauf.

## 4.1.2 Test mit künstlichen Daten

Die Modellierung im vorhergehenden Kapitel soll nun in einem linearen zeitvarianten Kalman-Filter umgesetzt und getestet werden. Die ersten Tests finden an künstlich erzeugten Daten statt, da hier der Offsetverlauf vorgegeben werden kann und damit bekannt ist. Zusätzlich können Parameter bewußt verstellt und ihr Einfluß auf das Schätzergebnis untersucht werden. Im nachfolgenden Abschnitt werden dann Ergebnisse mit Realdaten im Fahrzeug diskutiert.

### 4.1.2.1 Konstanter Offsetverlauf in der Kompressionsphase

Zuerst wird ein konstanter Offsetverlauf des Drucksignals in der Kompressionsphase angenommen. Als Meßwert wird mit der Kenntnis des Volumenverlaufs des verwendeten Motors ein polytroper Druckverlauf während der Kompressionsphase berechnet. Dieser wird verauscht und mit einem Offset überlagert. Ziel ist es nun, genau diesen Offset mit dem Kalman-Filter zu bestimmen. In der ersten Reihe der Abbildung {4.4} ist der künstlich erzeugte ‘Messvektor’ und der Zustand  $x_1$  des Kalman-Filters zu sehen. Diesem ‘Messvektor’ wurde ein Offset von 0.5 bar überlagert. In der zweiten Reihe der Abbildung {4.4} sieht man deutlich den Startoffset des Kalman-Filters von 0 bar. Nach einer transienten Phase schwingt der Zustand  $x_2$  bzw. der Offset auf den korrekten Wert ein. Im nächsten Arbeitsspiel kann dann dieser gefundene Wert als Startoffset dienen, wodurch das Filter noch schneller einschwingt. Damit wird deutlich, daß das Filter auch extrem starken Änderungen des Offsetverlaufs zwischen zwei aufeinanderfolgenden Arbeitsspielen sehr gut folgen kann. Über das Verändern der Prozeßrauschkomponente  $Q$  des zweiten Zustands kann entweder ein glatter Zustandschätzwert (niedriges  $Q$ ) oder eine hohe Dynamik (hohes  $Q$ ) priorisiert werden. Beide Ziele können vereint werden, wenn man nach der Hälfte der Abtastschritte (30°-40° Kurbelwinkel) die Prozeßrauschkomponente reduziert oder  $Q$  adaptiv schätzt. Die Wirkungsweise des Filters wird auch in der letzten Reihe der Abbildung {4.4} deutlich. Das Residuum ist ein mittelwertfreie weißer Rauschprozeß.

#### 4. Lasterfassung mittels Brennraumdruck

---

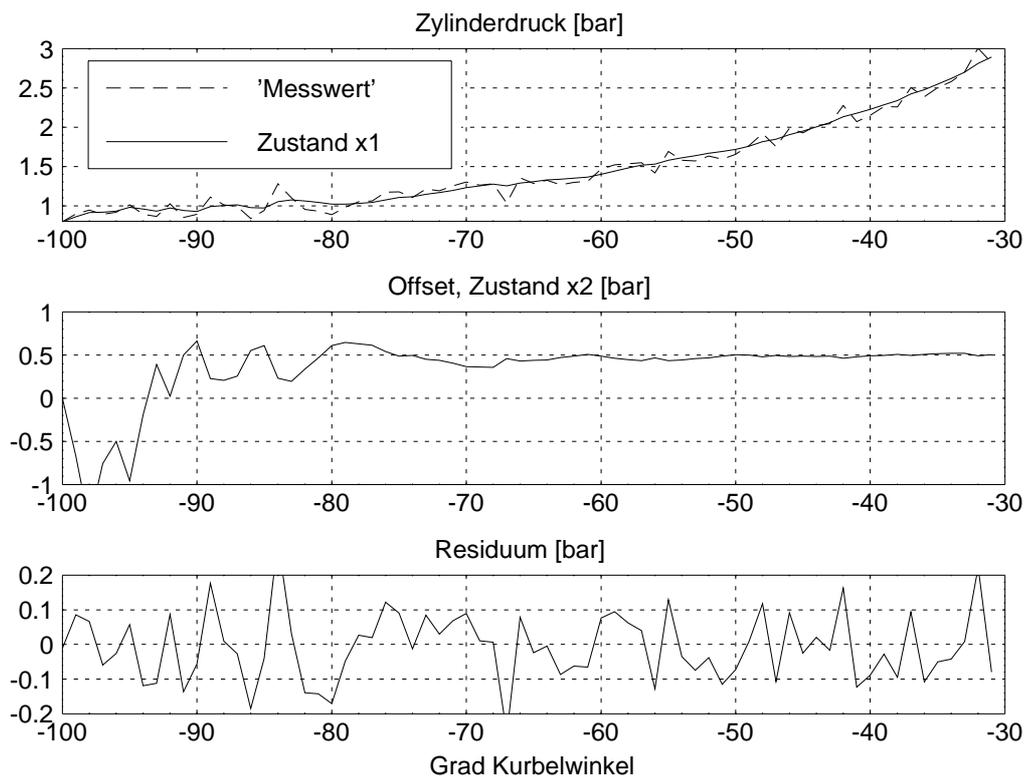


Abbildung {4.4}: Test des Filters an künstlichen Daten; konstanter Offset von 0.5 bar

Da die Elemente der Zustandsübergangsmatrix nicht konstant sind, schwingt auch die Verstärkungsmatrix des Kalman-Filters, trotz konstanter Rauschkomponenten, nicht ein. Ihr Verlauf ist in der Abbildung {4.5} dargestellt.

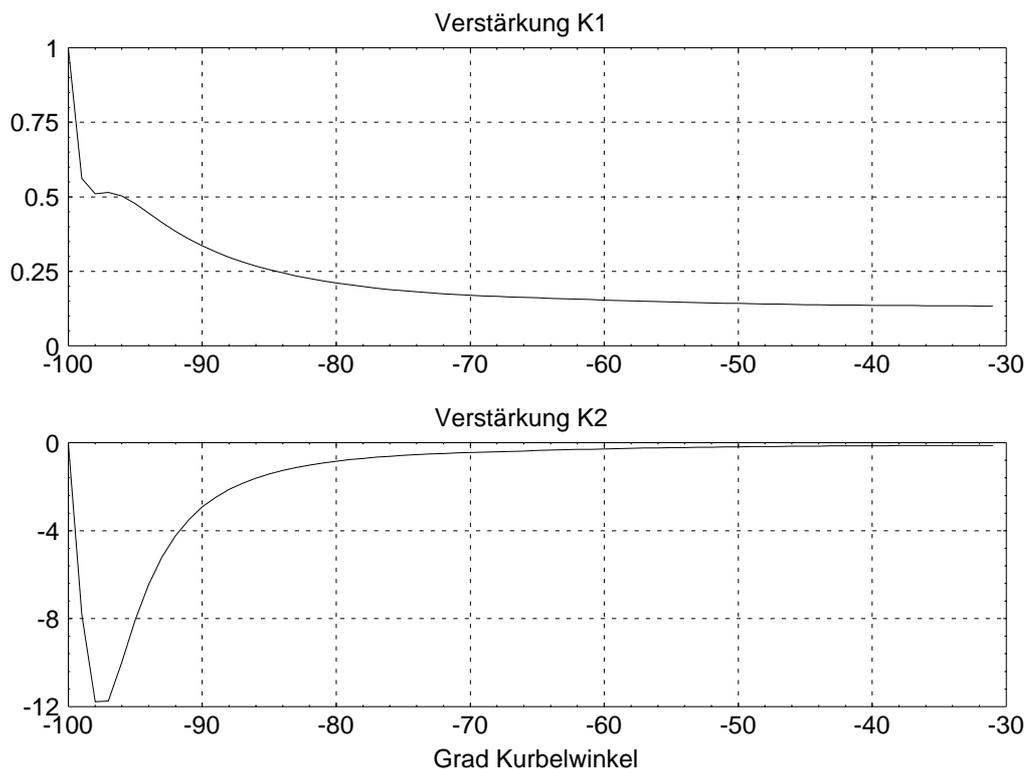


Abbildung {4.5}: Verlauf der Verstärkungen des Kalman-Filters

### 4.1.2.2 Linearer Offsetverlauf in der Kompressionsphase

Wie in Abbildung {4.1} zu sehen ist, kann der Thermoschockverlauf während der Kompressionsphase nur näherungsweise als konstant angesehen werden. Besonders bei hohen Drehzahlen ist der zeitabhängige Verlauf des Abkühlens der Sensormembran vor der nächsten Verbrennung noch nicht abgeklungen. Die Steigung der Exponentialfunktion, die den Wärmetransportvorgang physikalisch beschreibt, ist dann noch relativ groß, so daß der Thermoschockverlauf über die Kompressionsphase noch variiert. In Abbildung {4.1} ändert sich der Thermoschock im ausgewählten Gebiet (vom  $-100^\circ$  KW bis  $-30^\circ$  KW) der Kompressionsphase um maximal 0.1 bar. Das Kalman-Filter nach Glg. [4.1.6] - Glg. [4.1.8] ist in der Lage, diesen veränderlichen Offset mitzubestimmen, jedoch könnte dies auch im Modell in der Glg. [4.1.7] durch Hinzufügen einer deterministischen Eingangsmatrix

$$x_2(k+1) = x_2(k) + b_2(n) \cdot u + w(k) \quad [4.1.9]$$

mit

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\Delta offset(n)}{|KW_{start} - KW_{ende}|} \end{bmatrix} \quad [4.1.9a]$$

und  $u = 1$  berücksichtigt werden. Die Eingangsmatrix  $\underline{b}$  ist abhängig von der Drehzahl  $n$ , da der Abkühlvorgang einen zeitabhängigen Verlauf besitzt, und das Filter kurbelwinkelsynchron arbeitet. Nimmt man einen exponentiellen Verlauf des Abkühlvorgangs an, dann ist die Steigung des Offsetverlaufs in der Kompressionsphase abhängig von der Zeit, die von der Verbrennung bis zur Kompressionsphase vergeht. Die Änderung des Offsets muß demnach drehzahlabhängig abgespeichert werden. Dies bedeutet einen nicht unerheblichen Mehraufwand. Andererseits wird durch das Hinzufügen der Tatsache, daß der zweite Zustand während der Kompressionsphase linear ansteigt, mehr Information in das Kalman-Filter gebracht, und damit müßte die Schätzung verbessert werden. In Abbildung {4.6} wurde ein linear ansteigender Offset zur Erzeugung der künstlichen Meßdaten gewählt. Das Kalman-Filter wurde durch den Vektor  $\underline{b}$  ergänzt. Bei einem  $\Delta offset$  von 0.1 bar ergibt sich für  $b_2$  der Wert 0.0014.

In der Abbildung {4.6} wird deutlich, daß der Zustand zwei dem linearen Offsetverlauf gut folgen kann. Jedoch reagiert das Filter beim *tuning* weitaus sensitiver als bei der Annahme eines konstanten Offsets. Auf der einen Seite muß das *driving noise* des zweiten Zustands groß genug gewählt werden, so daß es dem Offsetverlauf gut folgen kann, andererseits hat dann der Zustandsschätzwert einen welligen Verlauf. Dies und die Tatsache, daß im jeweiligen Betriebspunkt ein Wert für  $\Delta offset$  bestimmt werden muß, läßt die dargestellte erweiterte Modellierung des Offsetverlaufs fraglich erscheinen.

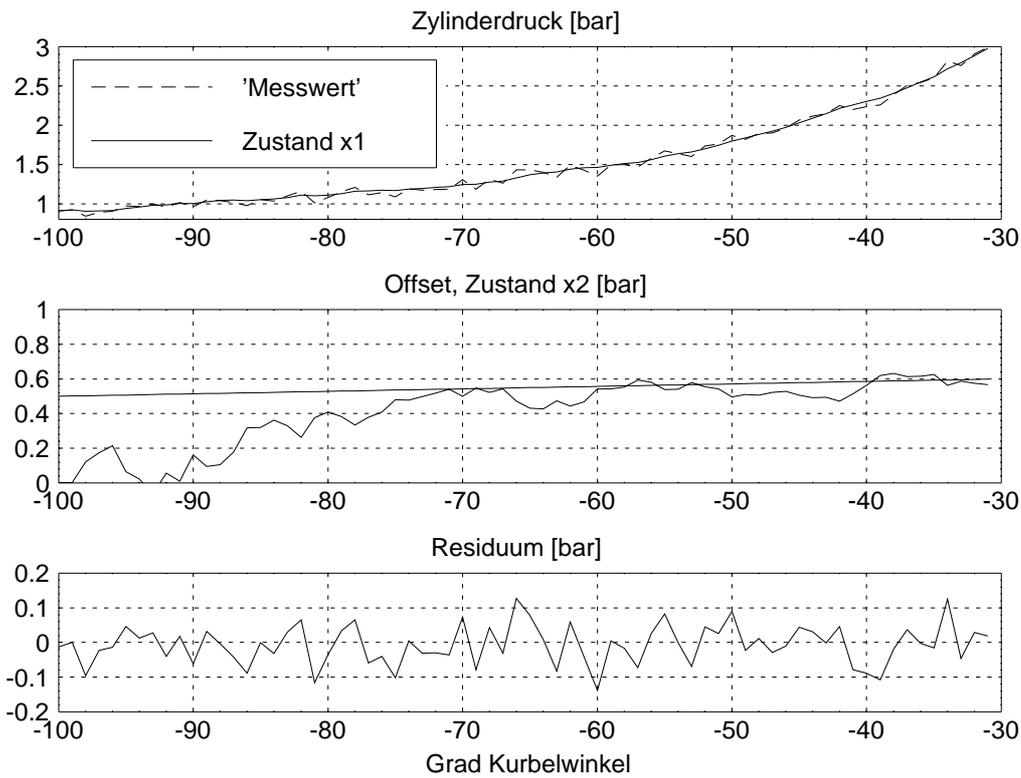


Abbildung {4.6}: Test des Filters an künstlichen Daten, linearer Offsetverlauf von 0.5 nach 0.6 bar

### 4.1.2.3 Auswirkungen von Parameterungenauigkeiten

Wie in Kapitel 2.3.1.3.1 erläutert, kann der Polytropenexponent nur experimentell bestimmt werden. In ihm wird der Wärmeübergang vom Gasgemisch auf die Zylinderwand mitberücksichtigt. Deshalb ist er abhängig von der Wandtemperatur und damit von der Kühlwassertemperatur. In den Angaben der Literatur bewegt sich der Polytropenexponent im Bereich 1.27 bis 1.37 und wird im Mittel mit 1.32 angenommen. Im folgenden wurden die Meßdaten mit einem Polytropenexponent von 1.32 erzeugt. Bei der Modellierung des Kalman-Filters wurde dagegen ein  $n$  von 1.29 bzw. 1.35 hinterlegt. Durch diese suboptimale Einstellung der Parameter ergibt sich beim Schätzwert des Offsets ein Bias von ca. |24mbar| bezogen auf den Mittelwert der letzten 20 Grad KW.

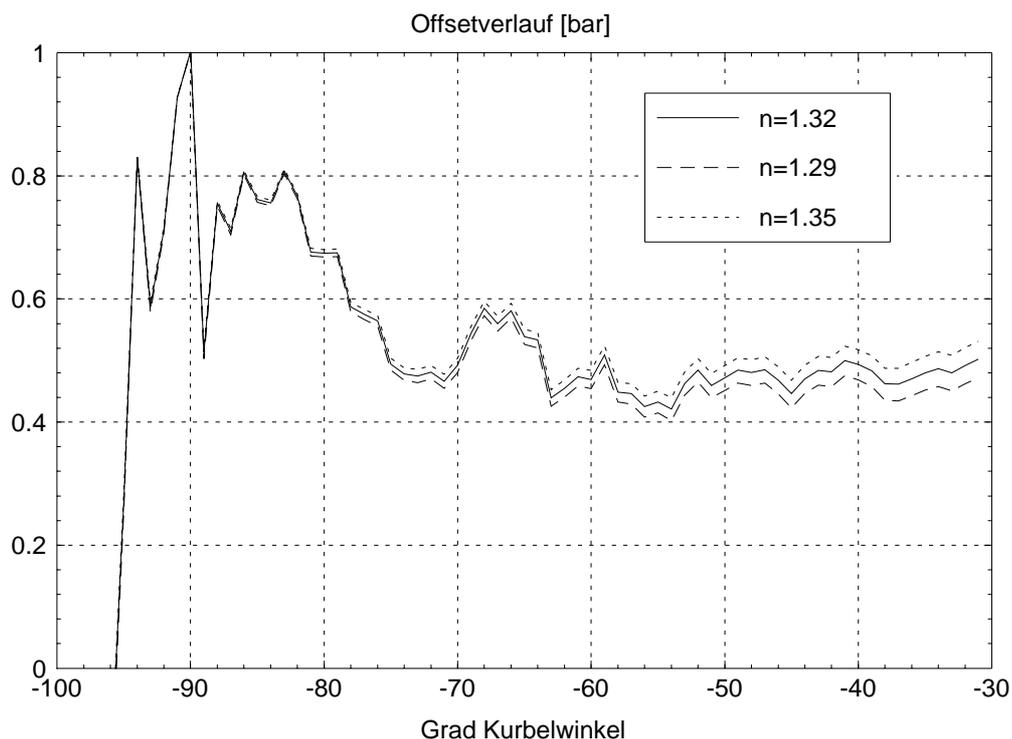


Abbildung {4.7}: Offsetverlauf bei einer Variation des Polytropenexponenten;  
wahrer Wert  $n=1.32$

### 4.1.3 Test mit Realdaten

Im ersten Unterkapitel wird der Algorithmus mit einem quasi Referenzsensor auf dem Prüfstand verglichen. Dieser entfällt jedoch beim Test im Fahrzeug. Allgemein existiert das Problem, wenn eine gesuchte Größe nicht eindeutig durch eine Referenzmessung bestimmbar ist, die Qualität des Schätzergebnisses zu beurteilen. Jedoch läßt sich durch die Betrachtung zusätzlicher Größen, hier z. B. das Residuum oder der Schätzgrößenverlauf, eine prinzipielle Aussage über die Güte der Schätzung treffen. Dies geschieht im zweiten Unterkapitel beim Test des Algorithmus an Realdaten im Fahrzeug.

#### 4.1.3.1 Vergleich der Thermoschockkorrektur eines ungekühlten Sensors mit einem wassergekühlten Sensor

Der Einsatz eines wassergekühlten Sensors im Fahrzeug ist, aufgrund der benötigten Wasserzuführungen zu den Sensoren, nicht wünschenswert, obwohl dessen Eigenschaft bezüglich Thermoschock günstiger wäre. Im nachfolgenden Kapitel wird deshalb die Thermoschockkorrektur an einem ungekühlten Sensor durchgeführt und der Vergleich zu einem Drucksensor mit Wasserkühlung gezogen. Dies ist in der Abbildung {4.8} dargestellt.

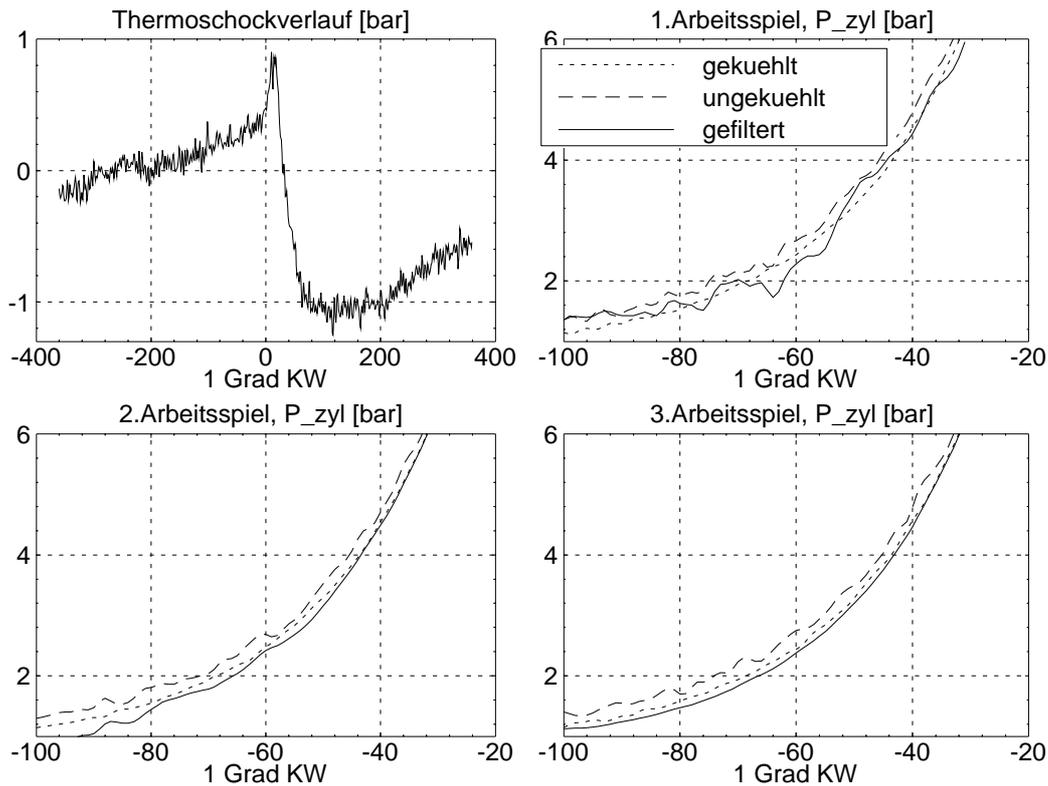


Abbildung {4.8}: Vergleich des Algorithmus zur Thermoschockkorrektur am ungekühltem Drucksensor mit einem wassergekühlten Sensor

In dem Graphen links oben ist die Differenz beider Drucksignale aufgetragen. Diese Differenz gibt nicht den absoluten Thermoschock, sondern nur die Differenz der Kurzzeitemperaturdrift beider Sensoren wieder. Daneben und darunter sind die ersten drei Kompressionsphasen nach dem Start des Filteralgorithmus dargestellt. Das Filter beginnt mit dem ersten Meßwert des ungekühlten Drucksensorsignals und schwingt auf den Offset ein. Hier wurde die *driving noise* des zweiten Zustands groß gewählt, damit der Offset schnell gefunden wird. Schon nach dem Ende der Kompressionsphase des zweiten Arbeitsspiels (erstes Schaubild in der zweiten Reihe) erreicht der Filteralgorithmus den Wert des wassergekühlten Sensorsignals. Danach wird die *driving noise* Komponente verkleinert, um einen glatteren Schätzwertverlauf zu bekommen (drittes Arbeitsspiel; zweites Schaubild in der zweiten Reihe von Abbildung {4.8}).

#### 4.1.3.2 Test im Fahrzeug

Beim Test im Fahrzeug fehlt aus meßtechnischen Gründen die Referenz des wassergekühlten Sensors. Prinzipiell unterscheidet sich jedoch eine Prüfstandsmessung nicht sonderlich von einer Messung im Fahrzeug. Hier soll über die Betrachtung des Schätzgrößenverlaufs eine Aussage über die Wirkungsweise des Algorithmus getroffen werden. Sämtliche nachfolgenden Messungen wurden online im Fahrzeug verarbeitet und anschließend aufgezeichnet.

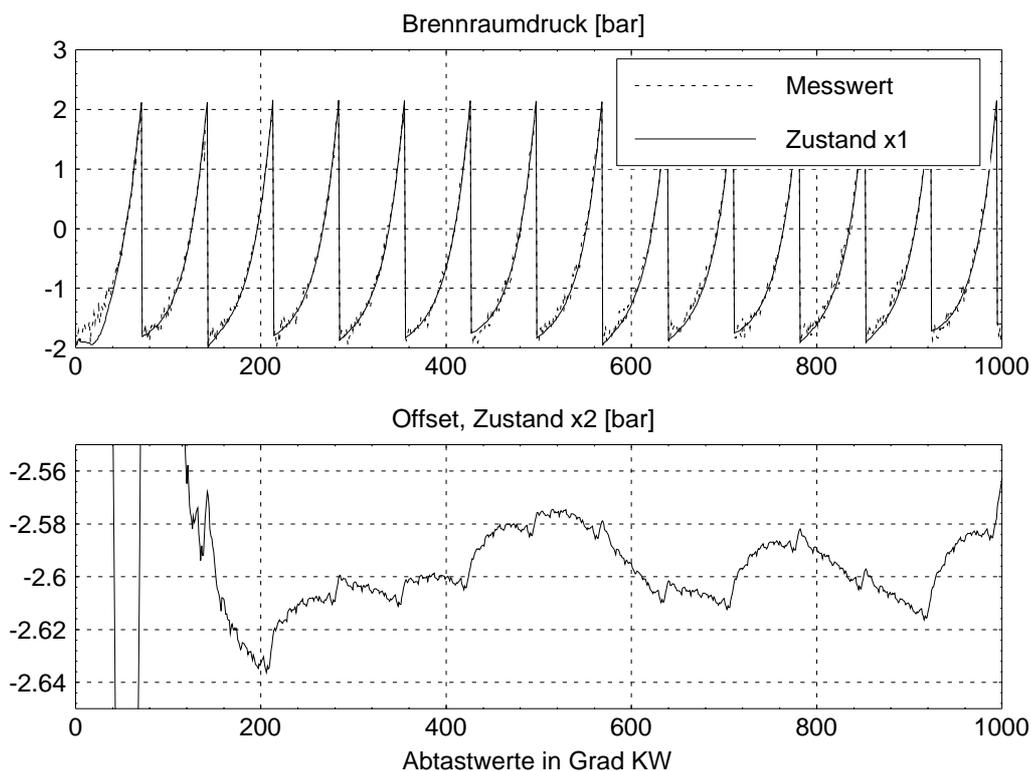


Abbildung {4.9}: Einschwingen des Kalman-Filters und Offsetverlauf im Fahrzeug

In Abbildung {4.9} sind in der ersten Reihe Ausschnitte aus der Kompressionsphase und der erste Zustand des Filteralgorithmus dargestellt. Der zweite Zustand, der Offsetverlauf, ist in der zweiten Reihe aufgetragen. Das Filter schwingt nach ungefähr drei Arbeitsspielen ein. Dies ist in beiden Zuständen deutlich zu sehen. Der zweite Zustand zeigt auch nach dem Einschwingvorgang noch eine hohe Dynamik. Es muß hier jedoch die Skalierung der Ordinate beachtet werden. Der Offset ändert sich zwischen zwei Arbeitsspielen um maximal 20mbar. Die Wirkungsweise des Filters wird am Verlauf der zweiten Zustandsschätzung deutlich. Hier schwingt der Offset am Ende jeder Kompressionsphase auf einen festen Wert ein.

Bei einem Instationärvorgang kann sich das Niveau des Offsets verschieben, da durch eine deutliche Änderung der Masse des Luft-/Kraftstoffgemischs im Brennraum andere Temperaturen resultieren. Damit ändert sich auch der Wärmestrom in die Sensormembran. Solch ein Instationärvorgang ist in Abbildung {4.10} dargestellt. Man erkennt die positive Laständerung sowohl grob am Spitzendruck in der ersten Reihe als auch genauer an der Änderung des Drosselklappenwinkels in der dritten Reihe. Der Algorithmus folgt dieser Langzeittemperaturdrift gut (mittlere Reihe). Bei einem zu 'zahn' eingestellten Filter könnte der Eindruck entstehen, daß das Filter sehr langsam auf das neue Niveau des Offsets einschwingt und in Wirklichkeit die Änderung viel schneller erfolgt. Dies wird durch die Erhöhung der *driving noise* Komponente auf  $10^{-4}$  widerlegt. Der Zustandsschätzwert wird unruhiger, bleibt aber im Mittel auf der Zustandsschätzung mit der niedrigeren Rauschkomponente.

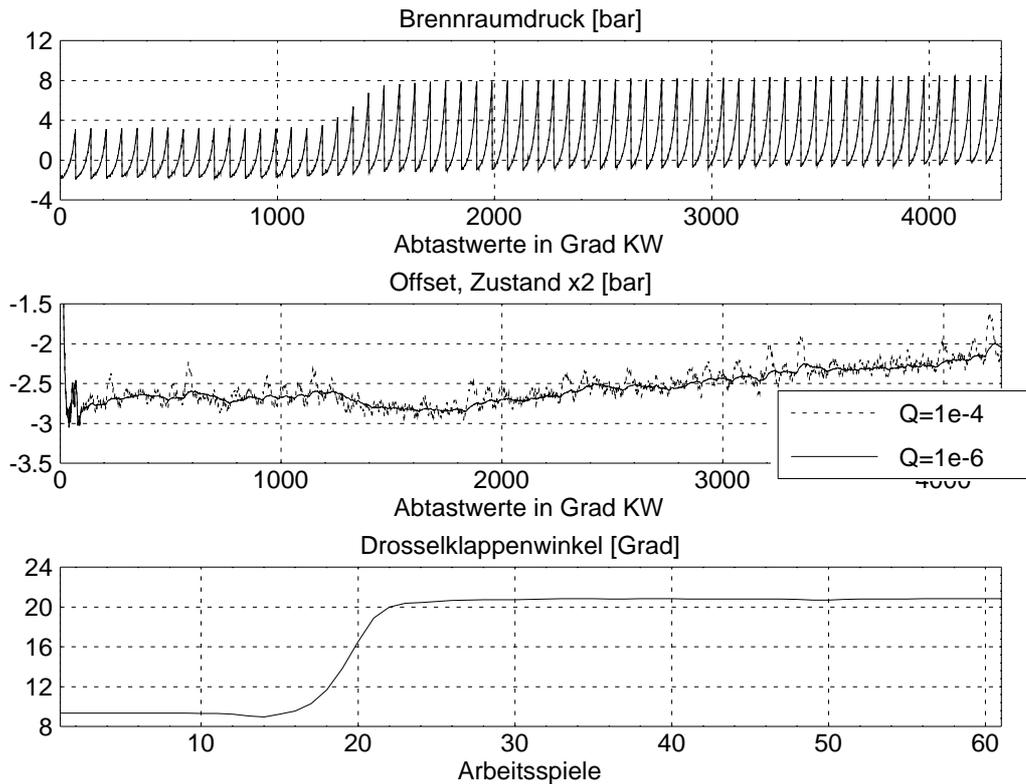


Abbildung {4.10}: Offsetverlauf des Brennraumdrucksensors im Fahrzeug während eines Instationärvorganges

Zusammenfassend wird deutlich, daß das Filter sowohl stationär auf jeden beliebigen Offsetwert von Arbeitsspiel zu Arbeitsspiel einschwingt, als auch instationär einer deutlichen Verschiebung des Offsets folgt.

## 4.2 Ein adaptives Kalman-Filter zur Lastschätzung

Unbekannte Parameter verringern die Güte der Zustandsschätzung bei Kalman-Filtern und können im Extremfall das Filter divergieren lassen. Ändern sich diese Parameter mit der Zeit, verstärkt sich die angesprochene Problematik. Deshalb ist es häufig notwendig, gleichzeitig zur Zustandsschätzung die unsicheren Parameter mitzuschätzen, zu adaptieren. Da nicht alle Parameter am Verbrennungsmotor mit endlicher Genauigkeit bestimmt werden können, müssen mit einer Sensitivitätsanalyse die Parameter ermittelt werden, deren Fehler das Schätzergebnis am stärksten beeinflussen. Diese Parameter werden dann mit einem adaptiven Algorithmus mitbestimmt.

Zuerst wird ein physikalisch mathematisches Modell der Luftmasse im Zylinder in Abhängigkeit gemessener Brennraumdrucksignale und weiterer charakteristischer Motorkenngrößen gebildet. Besonders wichtig für die Implementierung eines Filteralgorithmus im Fahrzeug sind die Randbedingungen, die durch die Hardware, sowohl elektronisch von der Motorsteuerung als auch motorspezifisch durch die kurbelwinkeldiskrete Arbeitsweise, vorgegeben sind. Dar-

aus folgt dann die dem Filteralgorithmus zugrundeliegende Zustandsraummodellierung. Zur besseren Instationärsteuerung schließt sich die Betrachtung einer Prädiktion an. Nach dem Test des adaptiven Kalman-Filters zur Lastschätzung, werden Ergebnisse im Fahrzeug dargestellt. Mit einer Diskussion der Vor- und Nachteile dieses Algorithmus endet das Kapitel.

### 4.2.1 Modellbildung

Bei einer physikalischen Modellbildung wird versucht, den betrachteten Prozeß mit Hilfe mathematischer Gleichungen so genau wie möglich zu beschreiben. Bei der regelungstechnischen Modellierung hat man dieses Ziel auch, allerdings ist diese Forderung unter der Randbedingung zu sehen, daß der Berechnungsaufwand nicht zu groß wird. Kleine Modelle, d.h. wenige Zustände, benötigen nicht nur weniger Rechenzeit, sondern die Parameter, z.B. die *driving noise* Komponenten bei einem Kalman-Filter, sind auch besser bestimmbar und das Filterverhalten wird transparenter. Ebenso kann eine Linearisierung des Prozeßverhaltens zu einer besseren Handhabbarkeit des Modells führen. Jedoch muß hierbei immer der Fehler betrachtet werden, der durch die Vereinfachung entsteht. Grundsätzlich gilt bei der Modellbildung folgende Aussage, die [Loffeld, 1990] entnommen ist: 'falsch modellierte Phänomene sind fast immer folgenschwerer als nicht modellierte Phänomene'.

Die physikalische Modellierung wurde teilweise schon in Kapitel 2.3.4.1.2 vorgenommen. Sie wird hier ergänzt und anschließend, soweit sinnvoll, vereinfacht. Dieses Modell bietet die Grundlage für die Zustandsraummodellierung. Das endgültige Zustandsraummodell wird wesentlich durch die Randbedingungen und Implementierungsaspekte geprägt.

#### 4.2.1.1 Berechnung der Luftmasse aus dem Brennraumdrucksignal

Aus dem idealen Gasgesetz, der polytropen Zustandsübergangsfunktion und dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik wurde im Kapitel 2.3.1.4.2 folgende Beziehung zur Bestimmung der Luftmasse aus dem Brennraumdrucksignal hergeleitet:

$$p_2 \cdot V_2 = (m_{FG} + m_{RG}) \cdot R_G \cdot T_1 \cdot \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \quad [4.2.1]$$

Aus der Mischungsregel folgt für die Temperatur zum Zeitpunkt 1

$$T_1 = \frac{T_{FG} \cdot m_{FG} \cdot c_{p_{FG}} + T_{RG} \cdot m_{RG} \cdot c_{p_{RG}}}{m_{FG} \cdot c_{p_{FG}} + m_{RG} \cdot c_{p_{RG}}} \quad [4.2.2]$$

und für die Gaskonstante

$$R_G = \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot R_i = \frac{m_{RG} \cdot R_{RG} + m_{FG} \cdot R_{FG}}{m_{RG} + m_{FG}} \quad [4.2.3]$$

Setzt man diese Gleichungen ineinander ein, so ergibt sich:

$$p_2 \cdot V_2 = (m_{RG} \cdot R_{RG} + m_{FG} \cdot R_{FG}) \cdot \frac{T_{FG} \cdot m_{FG} \cdot c_{p_{FG}} + T_{RG} \cdot m_{RG} \cdot c_{p_{RG}}}{m_{FG} \cdot c_{p_{FG}} + m_{RG} \cdot c_{p_{RG}}} \cdot \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \quad [4.2.4]$$

Die Glg. [4.2.4] wird durch die Annahme folgender Voraussetzungen vereinfacht:

- Es findet eine vollständige, adiabate Mischung von Frischgas und Restgas statt.
- Die spezifischen Wärmekapazitäten für Restgas und Frischgas sind während der Kompressionsphase gleich und konstant.

Mit diesen Annahmen ergibt sich Glg. [4.2.2] zu:

$$T_1 = \frac{T_{FG} \cdot m_{FG} + T_{RG} \cdot m_{RG}}{m_{FG} + m_{RG}} \quad [4.2.5]$$

- Die spezifischen Gaskonstanten für Restgas und Frischgas sind gleich:

$$R_G = R_{FG} \quad [4.2.6]$$

Damit ergibt sich Glg. [4.2.4] zu:

$$p_2 \cdot V_2 = R_{FG} \cdot \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \cdot (T_{FG} \cdot m_{FG} + T_{RG} \cdot m_{RG}) \quad [4.2.7]$$

Der größte Fehler in obigen Gleichungen entsteht durch die Vereinfachung in Punkt b). Hier kann sich, abhängig von dem Restgasmassenanteil, ein Fehler bis zu 3% ergeben. Die Rechnungen und Zahlenwerte für die einzelnen Größen und die Fehlerbetrachtungen sind im Kapitel 6.2 'Zahlenwerte und Fehlerabschätzung bei den Modellvereinfachungen' wiedergegeben.

Mit  $m_{FG} = m_{luft} + \gamma \cdot m_{kraft}$ , wobei  $\gamma$  den Anteil des verdampften Kraftstoffs darstellt, ergibt sich Glg. [4.2.7] zu:

$$m_{luft} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_{FG} \cdot R_{FG}} \cdot \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1} - \frac{T_{RG}}{T_{FG}} \cdot m_{RG} - \gamma \cdot m_{kraft} \quad [4.2.7a]$$

Die Berechnung der Luftmasse setzt sich also aus drei Teilen zusammen:

- Druckproportionaler Anteil
- Einfluß des Restgases
- Anteil des verdampften Kraftstoffs

Die Berechnung des Absolutdrucks wurde im vorigen Kapitel mit einem linearen Kalman-Filter durchgeführt. Nachfolgend werden die Restgas- und Kraftstoffmenge im Zylinder berechnet und die Parameter der Glg. [4.2.7a] bestimmt.

##### 4.2.1.1.1 Bestimmung der Restgasmasse

Restgas im Zylinder ist gewollt und hat prinzipiell zwei Gründe. Die Spitzentemperaturen während der Verbrennung werden durch das Restgas gesenkt und dies resultiert in einer deutlichen Reduktion der Stickoxidemissionen. Zweitens können bei Teillast durch Abgasrückführung Strömungsverluste an der Drosselklappe verringert werden. Gleichzeitig sinkt aber auch durch das Restgas die Flammfrontgeschwindigkeit, so daß eine zu große Restgasmenge die Qualität der Verbrennung reduziert, die Zyklenschwankungen zunehmen und der Komfort schlechter wird. Deshalb ist es notwendig, die Restgasmenge betriebspunktabhängig definiert einzustellen.

Der gesamte Restgasmassenanteil setzt sich prinzipiell aus zwei Teilen zusammen. Erstens bleibt beim Ausschleusen des verbrannten Gases im Totvolumen des Zylinders Restgas zurück, welches im nächsten Arbeitsspiel noch im Zylinder ist. Der zweite Anteil ist zurückgeführtes verbranntes Gas aus dem Abgaskrümmer. Dies wird entweder über eine externe Leitung in das Saugrohr zurückgeführt (externe Abgasrückführung) oder wird vom Abgaskrümmer durch den Zylinder in das Saugrohr zurückgesaugt (interne Abgasrückführung). Bei der internen Abgasrückführung liegt während den Ventilüberschneidungszeiten (sowohl Auslaß- als auch Einlaßventil sind offen) ein Druckgefälle zwischen Abgaskrümmer ( $p > 1$  bar) und Saugrohr ( $p \leq 1$  bar) vor. So kann über die Ventilsteuerzeiten die Restgasmenge eingestellt werden.

In [Fox, 1993] wird ein Ansatz vorgestellt, der die Berechnung der Restgasmenge bei interner Abgasrückführung in die oben genannten zwei Teile aufspaltet. Dieser Ansatz eignet sich für tiefe und mittlere Drehzahlen, da sich hier beim Öffnen des Auslaßventils die Drücke im Zylinder und im Abgaskrümmer nicht grundsätzlich unterscheiden. Die wichtigsten Eigenschaften dieses Ansatzes sollen im folgenden skizziert werden.

Der Rückfluß von Restgas aus dem Zylinder und dem Abgaskrümmer ins Saugrohr ist von der Geometrie und den Steuerzeiten der Ventile abhängig. Dieser Effekt wird mittels folgender Formel im sogenannten *overlap*-Faktor (*OF*) zusammengefaßt:

$$OF = \frac{D_e A_e + D_a A_a}{V_H} \quad [4.2.8]$$

Hierbei sind  $D_e$  und  $D_a$  die inneren Durchmesser der Ventilsitze und  $V_H$  das Hubvolumen.  $A_e$  und  $A_a$  sind die Werte der Integration über die jeweiligen Ventilhubfunktionen  $L_e$  bzw.  $L_a$  vom Zeitpunkt Einlaßventil öffnet (*EVÖ*) bis Auslaßventil schließt (*AVS*).

$$A_e = \int_{EVÖ}^{EV=AV} L_e \cdot d\varphi$$
$$A_a = \int_{EV=AV}^{AVS} L_a \cdot d\varphi \quad [4.2.8.a]$$

Innerhalb der Gleichung [4.2.8a] bedeutet  $EV=AV$ , daß die Hubhöhe des Einlaßventils gleich der Hubhöhe des Auslaßventils ist. In dieser Arbeit wurden allerdings die Werte für den effektiven Strömungsquerschnitt verwendet, die auf einem speziellen Blasprüfstand ermittelt

## 4.2 Ein adaptives Kalman-Filter zur Lastschätzung

---

wurden. Damit ergibt sich der Faktor für die Ventilüberschneidung bei dem verwendeten 2.3 / Vierventilmotor zu:

$$\begin{aligned} OF_{früh_{eff}} &= 1.3398 \quad [^{\circ} KW / m] \\ OF_{spät_{eff}} &= 0.3627 \quad [^{\circ} KW / m] \end{aligned} \quad [4.2.8b]$$

Unter der Annahme, daß die Restgasmenge, die in das Saugrohr zurückströmt beim Ansaugen wieder in den Zylinder gelangt, läßt sich die gesamte Restgasmenge wie folgt beschreiben:

$$m_{RG} = \int_{EVÖ}^{AVS} \dot{m}_{RG_{Rück}} dt + m_{RG_{Zyl}} \quad [4.2.9]$$

Nach der Bernoulli-Gleichung (siehe z. B. [Hahne, 1993]) gilt für stationär durchströmte Rohre, nicht kompressibles Gas, unter Vernachlässigung der Reibung und Höhe Rohranfang = Höhe Rohrende (horizontales Rohr) folgende Gleichung:

$$p + \bar{\rho} \cdot \frac{w^2}{2} = const. \quad [4.2.10]$$

d.h. für die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $w$  gilt

$$w \approx \sqrt{\frac{p_a - p_e}{\bar{\rho}_a}} \quad [4.2.11]$$

Sie ist proportional zur Druckdifferenz zwischen Einlaß- und Auslaßkanal.  $\bar{\rho}_a$  ist die mittlere Dichte im Auslaßkanal. Die Zeit, die zum Rückströmen zur Verfügung steht, ist abhängig von der Drehzahl und der Ventilüberschneidung. Somit folgt für den ersten Teil von Glg. [4.2.9]:

$$\int \dot{m}_{RG_{Rück}} dt \propto \bar{\rho}_a \sqrt{\frac{p_a - p_e}{\rho_a}} \cdot V_H \cdot \frac{OF}{\Delta\theta} \cdot \frac{\Delta\theta}{N} \quad [4.2.12]$$

Bei einem idealen Otto-Prozeß (Grenzfall Gleichraumverbrennung) kann die mittlere Dichte  $\bar{\rho}_a$  des Restgases auf das Druckverhältnis zwischen Saugrohrdruck und Druck im Auslaßkanal, der Saugrohrtemperatur und dem Umgebungsdruck zurückgeführt werden.

$$x_{RG_{Rück}} \propto \frac{\frac{OF}{N} \sqrt{\frac{p_a - p_e}{\rho_{ref}}}}{\left(\frac{p_e}{p_a}\right)^{\frac{n+1}{2-n}}} \quad [4.2.13]$$

#### 4. Lasterfassung mittels Brennraumdruck

---

Hierbei ist  $\rho_{ref}$  die Dichte des Restgases bei Saugrohrtemperatur und Umgebungsdruck. Der im Totvolumen des Zylinders zurückbleibende Anteil ergibt sich durch

$$x_{RG_{Zyl}} \propto \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{p_a}{p_e} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \lambda \quad [4.2.14]$$

wobei die Multiplikation mit der Gemischzusammensetzung  $\lambda$  ein empirischer gefundener Ansatz ist, der sich bei stöchiometrisch betriebenen Motor aber auch nicht negativ auswirkt. Dieser Ansatz verbessert nur die Schätzung im mageren bzw. fetten Bereich. Damit wird der Restgasmassenanteil durch folgende Funktion bestimmt:

$$x_{RG} = C_1' \cdot \left( \frac{p_a}{p_e} \right)^{\frac{n+1}{2n}} \cdot \frac{OF}{N} \cdot \sqrt{\frac{p_a - p_e}{\rho_{ref}}} + C_2' \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left( \frac{p_a}{p_e} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \lambda \quad [4.2.15]$$

Bei konstantem Polytropenexponent und Umgebungsdruck vereinfacht sich Glg. [4.2.15] zu:

$$x_{RG} = C_1 \cdot \left( \frac{p_e}{p_a} \right)^{-0.87} \cdot \frac{OF}{N} \cdot \sqrt{|p_a - p_e|} + C_2 \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left( \frac{p_e}{p_a} \right)^{-0.74} \cdot \lambda \quad [4.2.16]$$

Die Werte  $C_1$  und  $C_2$  müssen am Prüfstand für den jeweiligen Motor kalibriert werden.

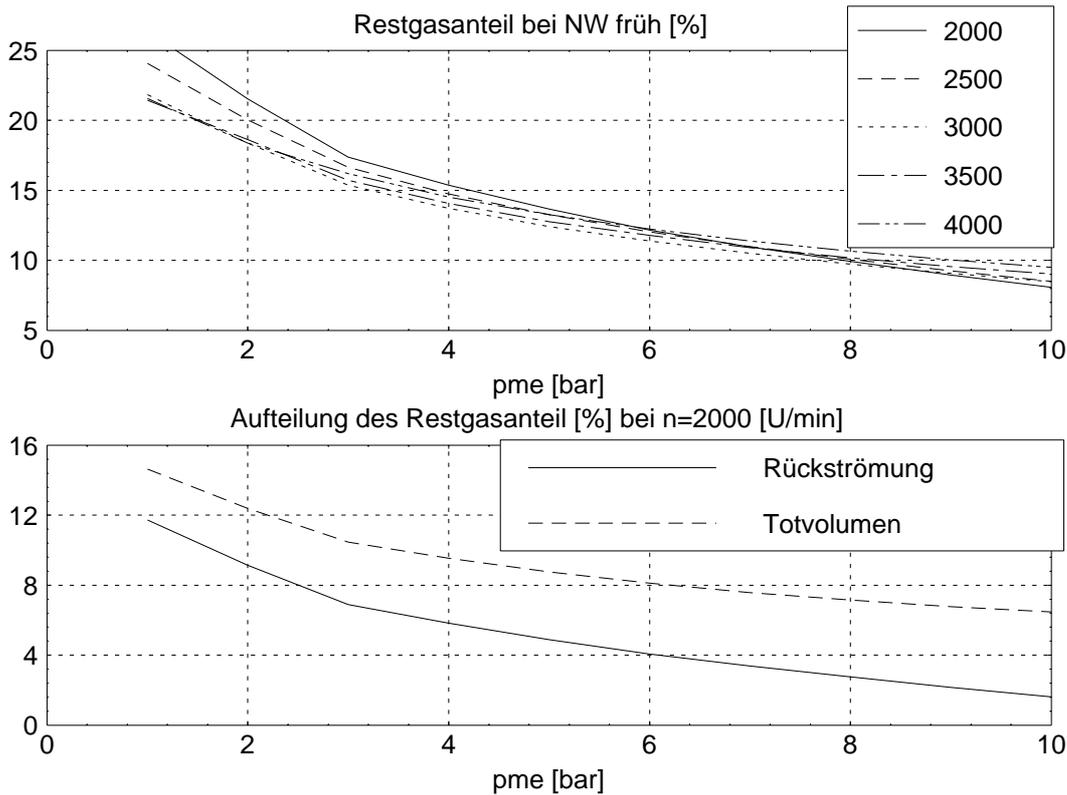


Abbildung {4.11}: Restgasmassenanteil im Zylinder bei großer Ventilüberschneidung (NW früh) in Abhängigkeit der Last (effektiver Mittel-  
druck) und der Drehzahl

Damit ergeben sich die in der Abbildung {4.11} dargestellten Restgasmassenanteile in Abhängigkeit der Nockenwellenstellung, der Drehzahl und der Last. Die Schaubilder wurden mit Prüfstandsdaten, die eine Niederdruckmessung (Saugrohr- und Abgasdruck) enthielten, erstellt. Deutlich ist der, zu niedrigeren Lasten hin ansteigende Restgasmassenanteil zu erkennen. Die Zunahme des Restgasmassenanteils bei kleinen Lasten, besonders der Anteil im Totvolumen des Zylinders, erscheint nicht schlüssig. Jedoch wird hier der Restgasmassenanteil betrachtet, der bei fallenden Lasten zunehmen kann, obwohl die Restgasmenge absolut gesehen konstant bleibt. Deswegen sind in Abbildung {4.12} die absoluten Restgasmengen aufgetragen. Hier zeigt sich deutlich, daß die absolute Restgasmasse im Totvolumen mit kleinen Lasten abnimmt.

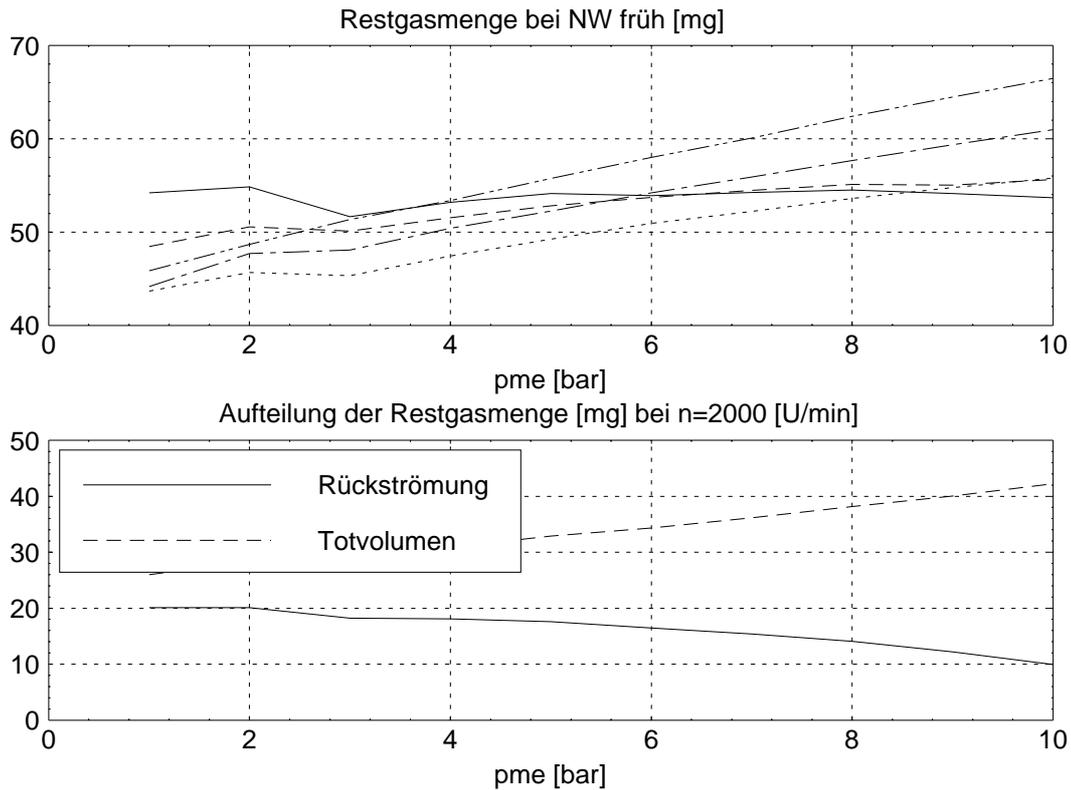


Abbildung {4.12}: Restgasmenge im Zylinder bei großer Ventilüberschneidung (NW früh) in Abhängigkeit der Last (effektiver Mitteldruck) und der Drehzahl

Die Restgasmenge berechnet sich wie folgt aus dem Restgasmassenanteil:

$$x_{RG} = \frac{m_{RG}}{m_{FG} + m_{RG}} = \frac{m_{RG}}{m_{Luft} + \gamma \cdot m_{Kraft} + m_{RG}} \quad [4.2.16a]$$

$$x_{RG} = \frac{m_{RG}}{m_{Luft} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{\lambda \cdot F_{stoich}}\right) + m_{RG}} \quad [4.2.16b]$$

$$m_{RG} = \frac{x_{RG}}{1 - x_{RG}} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{\lambda \cdot F_{stoich}}\right) \cdot m_{Luft} \quad [4.2.16c]$$

In der Abbildung {4.13} sind die Restgasmassenanteile für kleine Ventilüberschneidungszeiten dargestellt. In der zweiten Reihe wird deutlich, daß der Anteil des zurückströmenden Restgases, durch den sehr kleinen Ventilüberschneidungsfaktor ( $OF$ ), fast keinen Einfluß mehr hat.

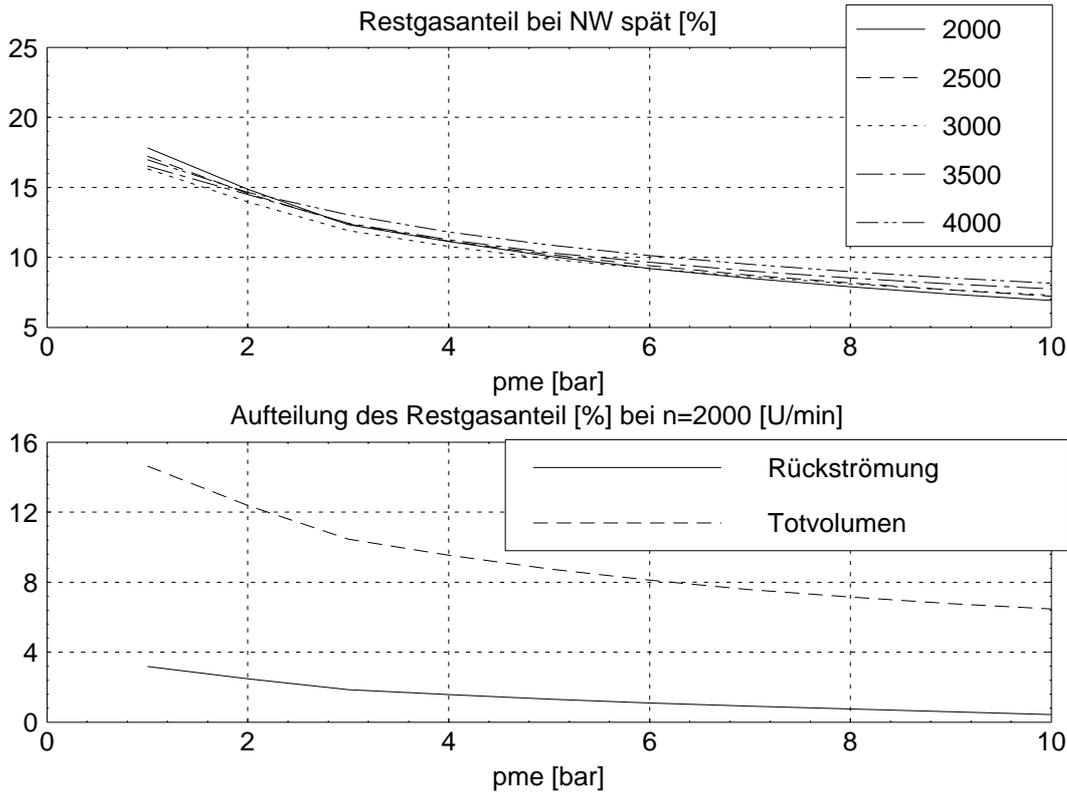


Abbildung {4.13}: Restgasmassenanteil im Zylinder bei kleiner Ventilüberschneidung (NW spät) in Abhängigkeit der Last (effektiver Mittel- druck) und der Drehzahl

Steht keine Niederdruckindizierung zur Verfügung, dann kann aus dem Brennraumdruckverlauf auf den Druck im Saugrohr bzw. im Abgaskrümmen geschlossen werden. Dazu muß der in der Kompressionsphase bestimmte Offsetverlauf des Brennraumdrucksignals in die Ansaugphase extrapoliert werden. Wendet man das lineare Kalman-Filter auf die Expansionsphase an, die ebenfalls durch einen polytropen Zustandsübergang beschrieben wird (mit anderem Polytropenexponent), dann ist es möglich, den Offsetverlauf in der Expansion bis zum Öffnen der Auslaßventile zu schätzen. Damit kann dann der Absolutdruck im Abgaskrümmen bestimmt werden.

#### 4.2.1.1.2 Bestimmung der verdampften Kraftstoffmenge im Zylinder

In der Glg. [4.2.7a] geht als dritter Term der Anteil des verdampften Kraftstoffs in den Zylinder ein. In Kapitel 2.2.1 wurde die Wandfilmdynamik beschrieben und ein Modell identifiziert. Stationär entspricht die eingespritzte Kraftstoffmenge exakt der Menge, die auch in den Zylinder gelangt. Instationär ergeben sich durch das dynamische Verhalten des Wandfilms dagegen Abweichungen. Allerdings wird bei dieser Modellierung nicht unterschieden, ob der Kraftstoff tropfenförmig in den Zylinder gelangt oder gasförmig. Das Modell des Wandfilms teilt sich in einen Durchgriff, bei dem der eingespritzte Kraftstoff direkt in den Zylinder gelangt und zwei Zeitkonstanten, die das Abdampfverhalten des Kraftstoffs von der Saugrohrwand bzw. der Ventiltulpe beschreiben, auf. Jedoch hat nur der Anteil des Kraftstoffs im Zylinder, der gasförmig während der Kompressionsphase vorliegt, einen Einfluß auf das gemess-

sene Drucksignal. Der Kraftstoff, der tropfenförmig im Zylinder vorhanden ist, kann vernachlässigt werden. Um den Einfluß des verdampften Kraftstoffs auf das Zylinderdrucksignal zu bestimmen, wird folgende Messung durchgeführt: Der Saugrohrdruck wird konstant gehalten und die Einspritzzeit von einem Arbeitsspiel auf das nächste verändert. Damit variiert das Luft-/Kraftstoffverhältnis  $\lambda$ . Dies ist in der nachfolgenden Abbildung für folgenden Betriebspunkt dargestellt:

- Drehzahl: 1500 U/min
- Saugrohrdruck konstant: 0.8 bar
- Kühlwassertemperatur: 70°C
- Sprungrichtung von mager nach fett (d.h. von  $\lambda=1.2$  nach  $\lambda=0.7$ )

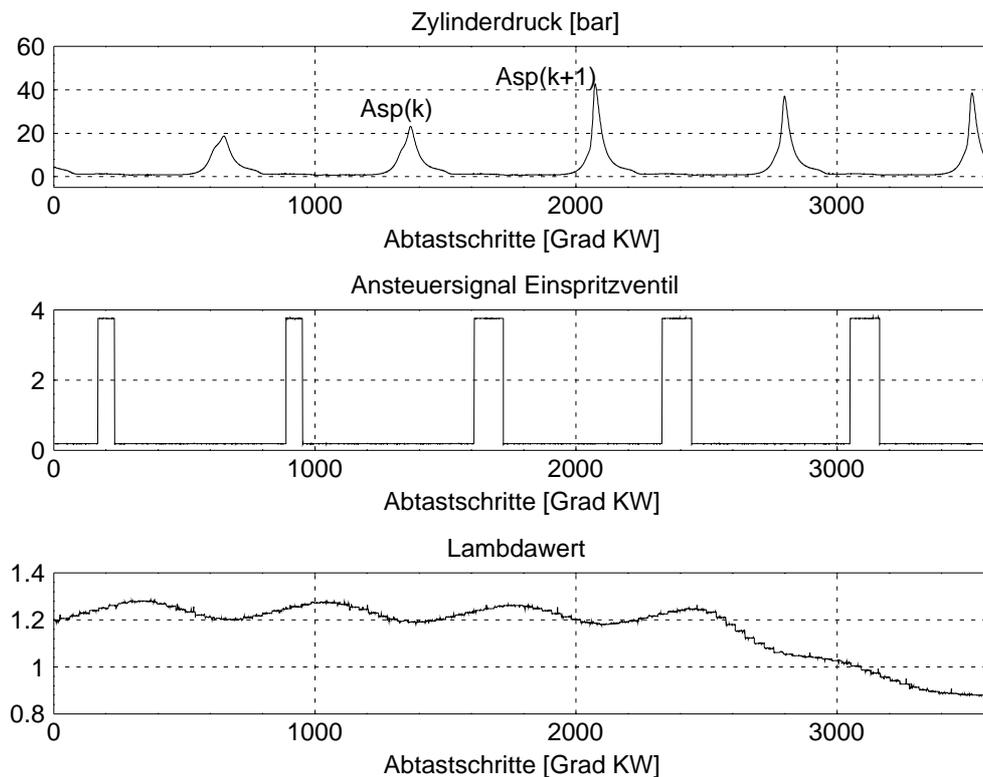


Abbildung {4.14}: Modulation der Einspritzzeit bei konstantem Saugrohrdruck zur Verifikation des Einflusses der verdampften Kraftstoffmenge im Zylinder

Um die Auswirkungen des unterschiedlichen Gasgemischs auf die Verbrennung, damit auf die Flammtemperatur und dadurch auf den Thermoschock des Brennraumdrucksensors auszu-schließen, wird nur die erste Kompressionsphase direkt nach der Modulation der Einspritzzeit (Arbeitsspiel (k+1) in Abbildung {4.14}) mit der vorangegangenen (Arbeitsspiel (k)) vergli-chen. Die Änderung der eingespritzten Kraftstoffmasse kann eine Änderung der Frischgas-temperatur und des Brennraumdrucks hervorrufen. Die Luftmasse und die Restgasmasse wur-den konstant gehalten. Dies ist in Glg. [4.2.17] formuliert, und in Abbildung {4.15} sind das Arbeitsspiel (k) und (k+1) übereinander gezeichnet dargestellt.

$$m_{luft} = \frac{(p_2 + \Delta p_2) \cdot V_2}{(T_{FG} + \Delta T_{FG}) \cdot R_{FG}} \cdot \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} - \frac{T_{RG}}{(T_{FG} + \Delta T_{FG})} \cdot m_{RG} - \gamma \cdot (m_{kraft} + \Delta m_{kraft}) \quad [4.2.17]$$

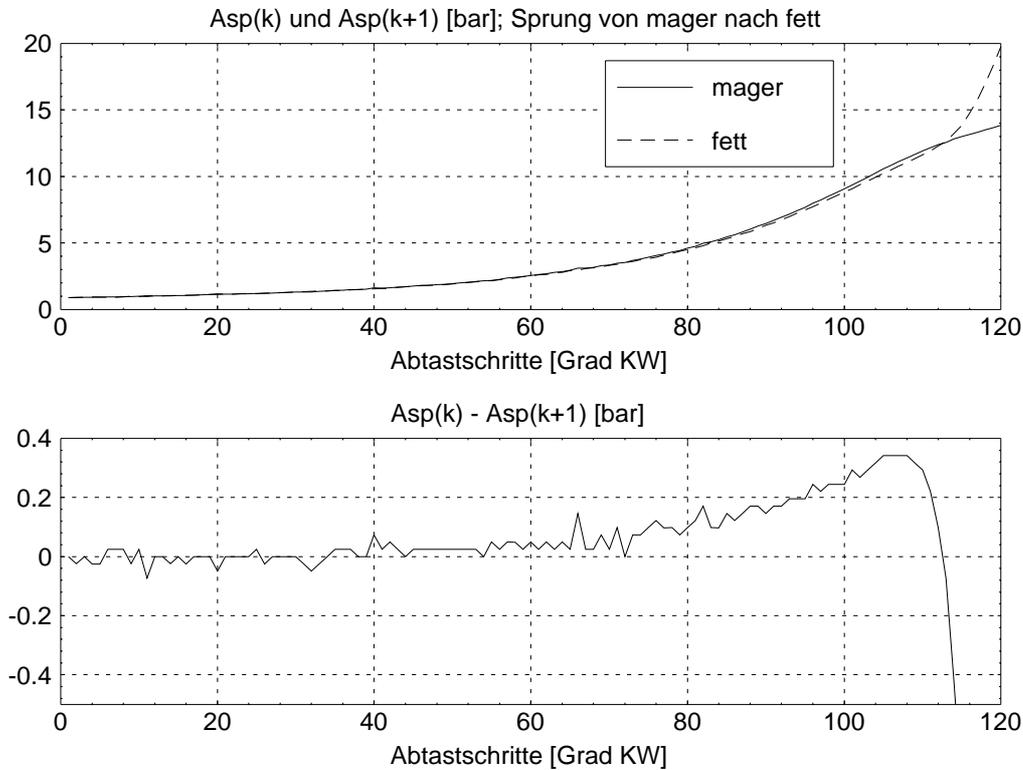


Abbildung {4.15}: Vergleich der Arbeitsspiele (k) und (k+1) aus Abbildung {4.14} [Sprungrichtung mager-fett,  $T_{mot}=70^{\circ}\text{C}$ ,  $P_{saug}=0.8$  bar]

Erstaunlicherweise liegt in Abbildung {4.15} der Druckverlauf in der Kompressionsphase mit der größeren Menge eingespritzten Kraftstoffs unter der mageren Kurve. D. h., der Einfluß der Mehrmenge verdampften Kraftstoffs im Zylinder auf den Zylinderdruck wird, durch die Absenkung der Frischgastemperatur durch die höhere Verdampfungsenthalpie des Kraftstoffs, überkompensiert. Somit ist in Glg. [4.2.17] die Änderung der Frischgastemperatur  $\Delta T_{FG}$  hauptsächlich für die Druckänderung  $\Delta p_2$  verantwortlich.

Dieser Versuch liefert bei anderer Sprungrichtung sowie bei geändertem Saugrohrdruck (0.5 bar) tendenziell vergleichbare Ergebnisse. Nur sind die Abweichungen bei niedrigerem Saugrohrdruck geringer als bei hohem. Anschaulich kann dies dadurch erklärt werden, daß bei niedrigerem Saugrohrdruck mehr Kraftstoff die Saugrohrwand erreicht und von dort verdampft, d. h. die Wand wird beim Verdampfungsvorgang gekühlt und die Frischgastemperatur nicht so stark abgesenkt, was eine kleinere Druckänderung  $\Delta p_2$  zur Folge hat. Bei hohem Saugrohrdruck verdampft mehr Kraftstoff in der Ansaugluft, die sich stärker abkühlt und den Effekt aus Abbildung {4.15} deutlicher erscheinen läßt. Trägt man in Abbildung {4.15} das Arbeitsspiel (k) zusammen mit (k+100) auf (d.h. das Wandfilmmodell ist sicher eingeschwungen), dann ergeben sich analoge Ergebnisse.

#### 4. Lasterfassung mittels Brennraumdruck

Simuliert man auf dem Prüfstand einen Kaltstart, indem man Kühlwasser, Ansaugluft und Kraftstoff temperiert, dann ergeben sich folgende, in Abbildung {4.16} dargestellten, Ergebnisse.

Betriebspunkt:

- Drehzahl: 1500 U/min
- Saugrohrdruck konstant: 0.5 bar
- Kühlwassertemperatur:  $-10^{\circ}\text{C}$
- Sprungrichtung von fett nach mager ( $\lambda=0.7$  nach  $\lambda=1.1$ )

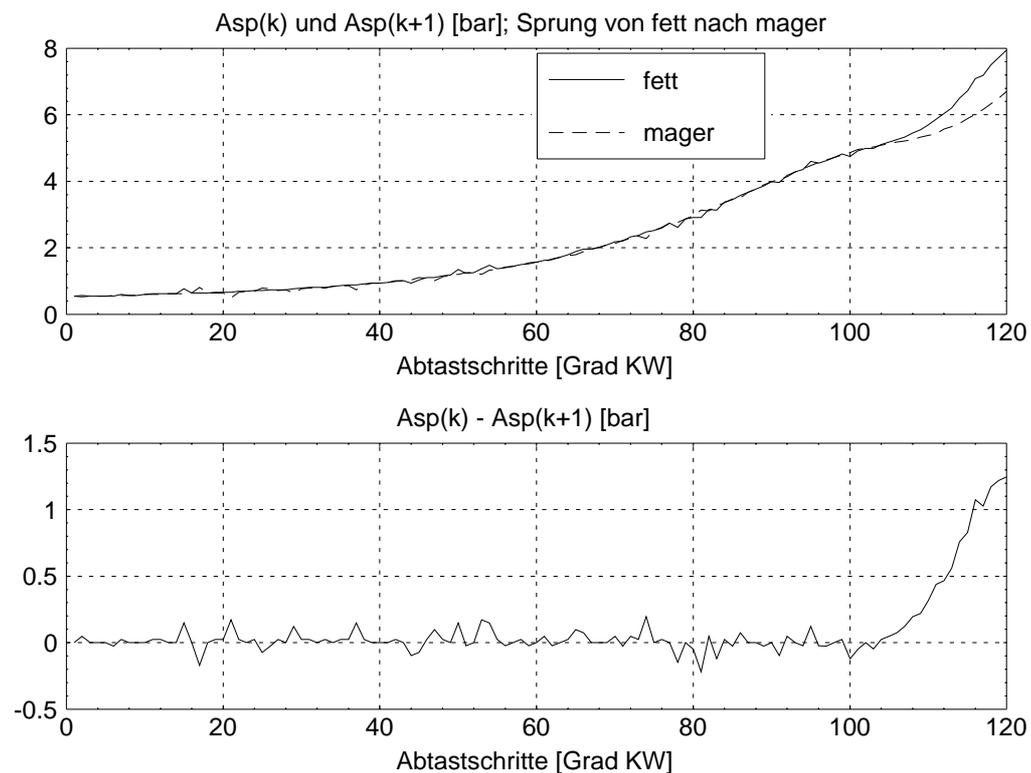


Abbildung {4.16}: Vergleich der Arbeitsspiele (k) und (k+1) aus Abbildung {4.14} [Sprungrichtung fett-mager,  $T_{mot}=-10^{\circ}\text{C}$ ,  $P_{saug}=0.5$  bar]

Durch das niedrige Temperaturniveau verdampft nur sehr wenig Kraftstoff im Saugrohr und eine Änderung der eingespritzten Kraftstoffmenge macht sich im Brennraumdrucksignal nicht bemerkbar.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß mit Hilfe der Modulation der Einspritzzeit bei konstanter Luftmenge, keine Berechnung des Anteils der verdampften Kraftstoffmenge  $\gamma$  durchgeführt werden kann. Die Änderung der eingespritzten Kraftstoffmenge geht zu stark in eine Änderung der Frischgastemperatur  $\Delta T_{FG}$  ein. Da eine Temperaturmessung im Saugrohr extrem schwierig ist, kann allein aus der Druckerhöhung des Zylinderdrucksensors nicht der Faktor  $\gamma$  berechnet werden. Da in diesem Kapitel deutlich wurde, daß eine Änderung der Einspritzzeit eine Änderung der Frischgastemperatur nach sich zieht, muß untersucht werden, wie stark sich einzelne Parameteränderungen auf die Bestimmung der Luftmasse auswirken. Dazu

wird im folgenden eine Sensitivitätsanalyse von Glg. [4.2.17] bezogen auf die Parameter durchgeführt.

### 4.2.1.1.3 Sensitivitätsanalyse

Die Parameter von Glg. [4.2.7a] sollen kurz diskutiert werden:

- Die spezifische Gaskonstante  $R_{FG}$  kann über die Massenanteile des Gasgemischs für ideale Gase bestimmt werden und ist während eines definierten Kurbelwinkels in der Kompressionsphase konstant.
- Das Volumen des Brennraums  $V_x$  zu einer definierten Kurbelwinkelstellung  $x$  ist aus den Geometriedaten des Motors bekannt. Ein Fehler kann hierbei über eine ungenaue Kurbelwinkelbestimmung entstehen.
- Der Polytropenexponent  $n$  ist abhängig von der Temperatur der Brennraumwand. Dies wird über die Kühlwassertemperatur mitberücksichtigt und ist im linearen Kalman-Filter zur Bestimmung des Thermoschockeinflusses in Kapitel 4.1.1 integriert. Dieser Wert wird hier auch verwendet.

Die folgenden Parametereinflüsse auf die Bestimmung der Luftmasse sollen genauer untersucht werden:

- Frischgastemperatur  $T_{FG}$
- Restgastemperatur  $T_{RG}$
- Restgasmenge  $m_{RG}$
- Verdampfte Kraftstoffmenge  $\gamma$

Die Sensitivität der Ausgangsgröße  $y$  bezogen auf den Parameter  $a$  ist durch folgende Gleichung definiert:

$$S_a^y = \frac{\partial y}{\partial a} \cdot \frac{a}{y} \quad [4.2.18]$$

Aus Glg. [4.2.7a] folgt die Sensitivität der Luftmasse bezogen auf die Frischgastemperatur  $T_G$  zu:

$$\begin{aligned} S_{T_{FG}}^{m_{Luft}} &= \frac{\partial m_{Luft}}{\partial T_{FG}} \cdot \frac{T_{FG}}{m_{Luft}} \\ &= \left( -\frac{p_2 \cdot V_2}{R \cdot T_{FG}} \cdot \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1} + \frac{T_{RG}}{T_{FG}} \cdot m_{RG} \right) \cdot \frac{1}{m_{Luft}} \end{aligned} \quad [4.2.19]$$

Ebenso gilt nach Glg. [4.2.7a]:

$$\frac{p_2 \cdot V_2}{R \cdot T_{FG}} \cdot \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1} = m_{Luft} + \frac{T_{RG}}{T_{FG}} \cdot m_{RG} + \gamma \cdot m_{kraft} \quad [4.2.20]$$

Das Einsetzen der Glg. [4.2.20] in Glg. [4.2.19] ergibt die Sensitivität der Luftmasse bezogen auf die Frischgastemperatur:

$$\begin{aligned}
 S_{T_{FG}}^{m_{Luft}} &= \left( -m_{Luft} - \gamma \cdot m_{kraft} \right) \cdot \frac{1}{m_{Luft}} \\
 &= - \left( 1 + \gamma \cdot \frac{m_{kraft}}{m_{Luft}} \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.2.21}$$

Mit der Definitionsgleichung der Luftzahl (siehe Kapitel 2.2) ergibt sich

$$S_{T_{FG}}^{m_{Luft}} = - \left( 1 + \frac{\gamma}{\lambda \cdot F_{stoich}} \right)
 \tag{4.2.22}$$

und mit  $\gamma = \lambda = 1$  gilt:

$$S_{T_{FG}}^{m_{Luft}} = -1.068
 \tag{4.2.22a}$$

Die Sensitivität der Luftmasse bezogen auf die Frischgastemperatur ist demnach unabhängig von dem Anteil der Restgasmenge, als auch unabhängig von der Frischgastemperatur selbst. Sie variiert nur mit der Gemischzusammensetzung und dem Anteil der verdampften Kraftstoffmenge im Zylinder. Der Wert der Sensitivität gibt an, daß bei einem Parameterfehler von 10% bei der Bestimmung der Frischgastemperatur sich ein Fehler in der Luftmassenschätzung von - 10,68% ergeben würde. Somit geht ein Fehler in der Temperaturbestimmung direkt in den gleichen Fehler bei der Bestimmung der Luftmasse über, allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen.

Die Sensitivität bezogen auf die Restgastemperatur  $T_{RG}$  ergibt sich ebenso aus Glg. [4.2.7a] und lautet:

$$S_{T_{RG}}^{m_{Luft}} = \frac{\bar{\partial} m_{Luft}}{\partial T_{RG}} \cdot \frac{T_{RG}}{m_{Luft}} = - \frac{m_{RG}}{T_{FG}} \cdot \frac{T_{RG}}{m_{Luft}}
 \tag{4.2.23}$$

Der gleiche Ausdruck ist ebenfalls für die Sensitivität der Luftmasse bezogen auf die Restgasmenge gültig:

$$S_{m_{RG}}^{m_{Luft}} = \frac{\bar{\partial} m_{Luft}}{\partial m_{RG}} \cdot \frac{m_{RG}}{m_{Luft}} = - \frac{T_{RG}}{T_{FG}} \cdot \frac{m_{RG}}{m_{Luft}}
 \tag{4.2.23a}$$

Der Quotient aus Restgas- und Luftmenge kann aus Glg. [4.2.16c] bestimmt werden:

$$\frac{m_{RG}}{m_{Luft}} = \frac{x_{RG}}{1 - x_{RG}} \cdot \left( 1 + \frac{\gamma}{\lambda \cdot F_{stoich}} \right)
 \tag{4.2.23b}$$

Somit gilt für beide Sensitivitäten die Glg. [4.2.23c]. Sie unterscheiden sich nur in den Schaubildern, da Parameter und Abszisse genau umgekehrt eingehen.

$$S_{T_{RG}}^{m_{Luft}} = S_{m_{RG}}^{m_{Luft}} = -\frac{T_{RG}}{T_{FG}} \cdot \frac{x_{RG}}{1-x_{RG}} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{\lambda \cdot F_{stoich}}\right) \quad [4.2.23c]$$

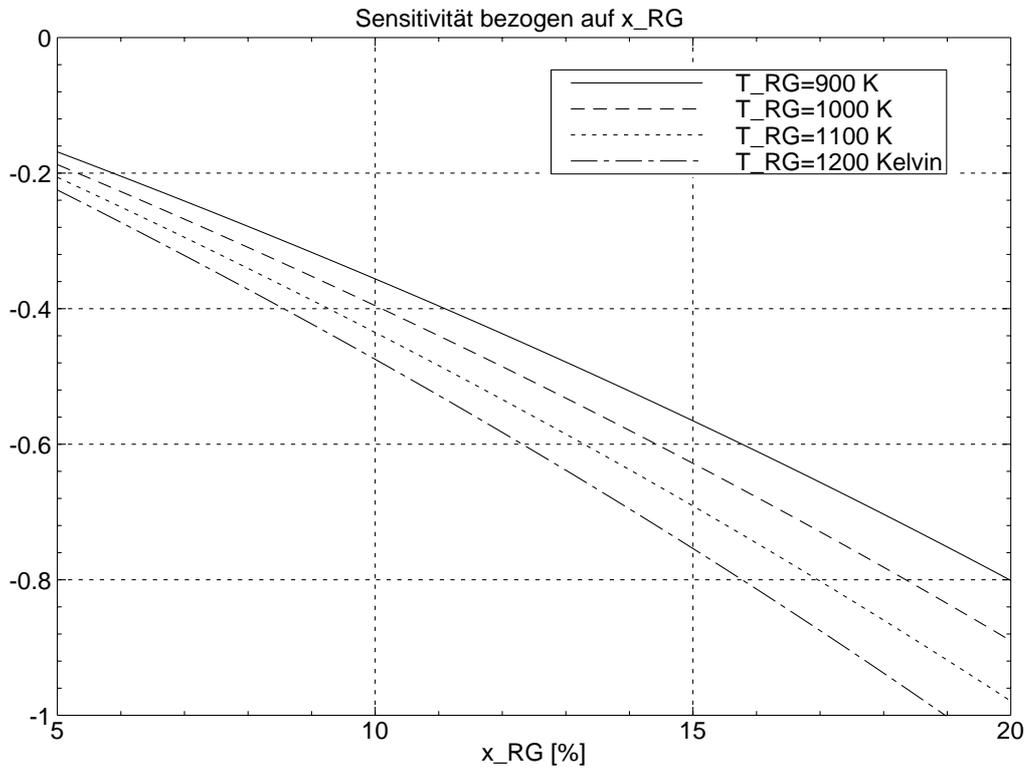


Abbildung {4.17}: Sensitivität der Luftmasse bezogen auf den Restgasmassenanteil; [Restgastemperatur als Parameter,  $T_{FG}=300$  K,  $\gamma=1$ ].

In den Abbildungen {4.17} und {4.18} ist ein Ansteigen des Betrags der Sensitivität für hohe Restgasmassenanteile und hohe Restgastemperaturen zu beobachten. Die Restgasmassenanteile werden nach Kapitel 4.2.1.1.1 berechnet. Für eine genaue Luftmassenschätzung ist es unabdingbar, die Restgastemperatur so genau wie möglich einzustellen oder parallel mitzubestimmen, da im Extremfall die Sensitivität bezogen auf diesen Parameter bis auf -1 ansteigt.

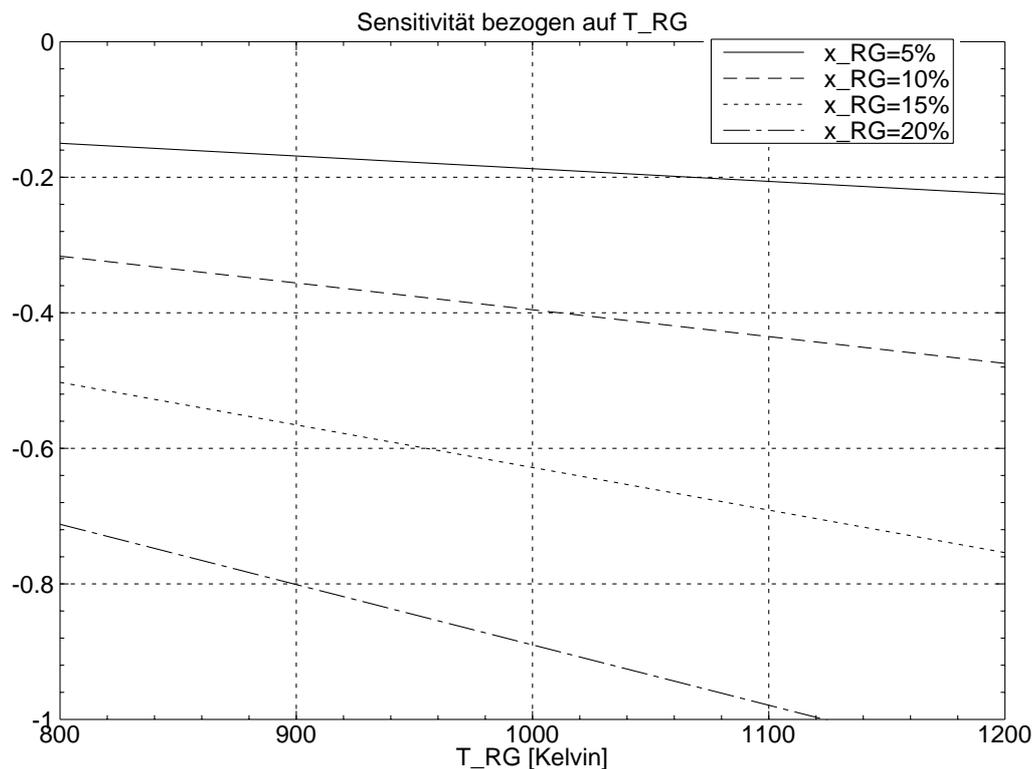


Abbildung {4.18}: Sensitivität der Luftmasse bezogen auf die Restgastemperatur; [Restgasmassenanteil als Parameter,  $T_{FG}=300$  K,  $\gamma=1$ ].

Die Sensitivität bezogen auf die Kraftstoffmenge lautet:

$$S_{\gamma}^{m_{in\beta}} = -\frac{1}{14.7} \cdot \gamma \quad [4.2.24]$$

Für  $0 \leq \gamma \leq 1$  steigt die Sensitivität linear. Es gilt  $0 \leq S_{\gamma}^{m_{in\beta}} \leq 0.068$ . D.h., bestimmt man den Faktor  $\gamma$  um 30 % falsch (wenn für den wahren Wert  $\gamma=1$  gilt), dann ergibt sich ein Fehler von  $30\% \cdot 0.068 \approx 2\%$ . Somit ist der Einfluß des Faktors, der die verdampfte Kraftstoffmenge im Zylinder beschreibt, relativ gering.

Für eine genaue Luftmassenschätzung ist es außerordentlich wichtig, die Parameter von Glg. [4.2.7] so genau wie möglich zu kennen. Besonders ein Fehler bei der Temperaturbestimmung kann sich im Extremfall vollständig auf die Luftmassenschätzung abbilden.

#### 4.2.1.2 Randbedingungen und Implementierungsaspekte

Nachdem im vorigen Kapitel die Grundgleichung zur Bestimmung der Luftmasse im Zylinder hergeleitet und die Parametereinflüsse diskutiert wurden, sollen in diesem Kapitel die speziellen Randbedingungen, die durch die Hardware (Sensorik, Elektronik, ...) vorgegeben sind, in die Modellbildung mit einbezogen werden.

### 4.2.1.2.1 Auswahl der zu adaptierenden Parameter

Aus den Untersuchungen der Parametereinflüsse auf die Luftmassenbestimmung ergaben sich die Frischgas- und die Restgastemperatur als die Parameter, die einen signifikanten Einfluß auf die Schätzgenauigkeit haben.

Die Frischgastemperatur  $T_{FG}$  ist die Temperatur des Luft-/Kraftstoffgemischs im Zylinder, kurz nachdem das Einlaßventil geschlossen ist. Sie setzt sich aus der Ansauglufttemperatur  $T_{ALT}$  und einer Änderung  $\Delta T$  zusammen ( $T_{FG} = T_{ALT} + \Delta T$ ).  $\Delta T$  wird beeinflusst von:

- dem Entspannen der angesaugten Frischluft an der Drosselklappe
- der Erwärmung im Saugrohr (an der Wand und durch das Restgas)
- der Verdampfungsenthalpie des Kraftstoffs<sup>1</sup>
- der Umwandlung der kinetischen Energie des einströmenden Gases in den Zylinder

Eine Messung der Ansauglufttemperatur wird bei modernen Motorsteuerungssystemen nach dem Luftfilter, aber vor der Drosselklappe vorgenommen. Diese Messung ist dynamisch sehr träge. Die Zeitkonstanten bewegen sich im Sekundenbereich (5-7 Sekunden). Eine Messung der Frischgastemperatur kurz vor dem Einlaßventil würde die ersten drei Punkte obiger Aufzählung mit berücksichtigen. Jedoch führt eine Benetzung des Thermoelements, durch eingespritzten Kraftstoff und der anschließende Verdampfungsvorgang, zu unbrauchbaren Temperaturwerten (bis zu negativen Temperaturen beim betriebswarmen Motor). Eine Temperaturmessung auf Ultraschallbasis würde dieses Problem umgehen, ist aber für einen Serieneinsatz im Fahrzeug zu aufwendig. Somit ist die Frischgastemperatur die Größe, die im Algorithmus adaptiert werden muß, da sie sich abhängig vom Betriebspunkt des Motors und den Umwelteinflüssen erheblich ändern kann. Die Messung der Ansauglufttemperatur (falls vorhanden) kann hierbei als Startwert dienen.

Die Restgastemperatur  $T_{RG}$  ist die Temperatur, die das Restgas vom vorhergehenden Arbeitspiel kurz nach dem Schließen der Einlaßventile im Zylinder hat. Im Abgaskrümmen ist die Restgastemperatur am Prüfstand mittels Thermoelemente meßbar. Diese stehen jedoch im Fahrzeug ebenfalls nicht zur Verfügung. Zusätzlich kühlt sich die Restgastemperatur, von der Messung im Ansaugkrümmen bis zum Zeitpunkt nach dem Schließen der Einlaßventile, an den Zylinderwänden und eventuell der Saugrohrwand ab. Sie muß damit aus den Messungen extrapoliert werden. In der Abbildung {4.19} sind die Meßwerte der Restgastemperatur im Abgaskrümmen in Abhängigkeit von Last und Drehzahl dargestellt.

Es zeigt sich ein Verlauf, der mit einer Geradengleichung gut approximiert werden kann. Die Steigung ist konstant, und es ergeben sich unterschiedliche Ordinatenabschnitte abhängig von der Drehzahl. Somit kann die Temperatur im Abgaskrümmen über eine Geradengleichung gut bestimmt werden. Sie muß dann auf den Zeitpunkt nach dem Schließen der Einlaßventile, wiederum drehzahlabhängig, extrapoliert werden.

---

<sup>1</sup> Dies gilt nur für die Kraftstofftropfen in der Luft, durch die beim Verdampfen die Luft gekühlt wird. Der verdampfende Wandfilm kühlt die Saugrohrwand.

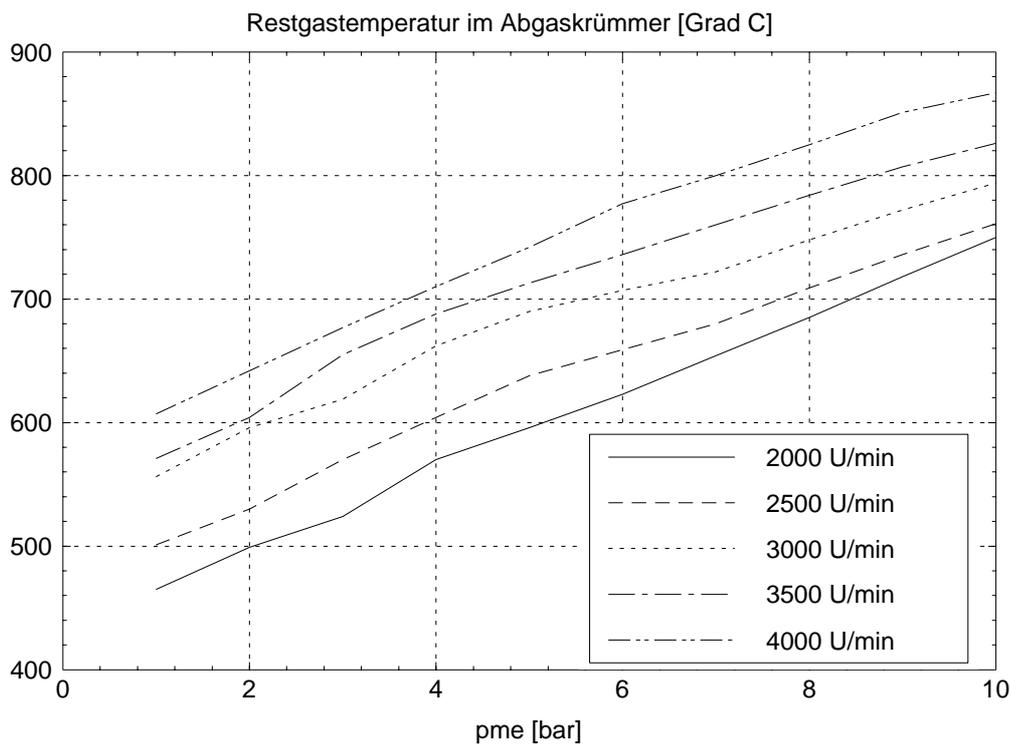


Abbildung {4.19}: Restgastemperatur am Prüfstand im Abgaskrümmen gemessen

Eine Adaption der Restgastemperatur ist nur dann möglich, wenn die Frischgastemperatur in einem Betriebspunkt bei definierten Umgebungsbedingungen bekannt ist. Somit ergibt sich folgende Strategie zur Bestimmung der Temperaturen: Die Frischgastemperatur wird während des Betriebs adaptiert, und die Restgastemperatur wird aus einem Kennfeld in Abhängigkeit von Last und Drehzahl ausgelesen.

##### 4.2.1.2.2 Randbedingungen der Hardware

Um das Zustandsraummodell letztendlich zu entwerfen, müssen die Randbedingungen der Hardware (siehe hierzu auch Kapitel 2.3.3 Anforderung und Konzeption der Hardware), auf der der Algorithmus implementiert wird, mit einbezogen werden. Hier müssen Fragen geklärt werden, wann welches Sensorsignal zur Verfügung steht, wann das Ergebnis der Schätzung vorliegen muß, damit noch rechtzeitig für das nächste Arbeitsspiel die Aktorik, hier speziell das Einspritzventil, angesteuert werden kann, usw. Dazu sind im folgenden die einzelnen Zylinder mit ihren Meßsignalen, die Steuerzeiten der Nockenwelle und der Zeitpunkt, an dem die CAN-Botschaft übertragen werden muß, eingetragen.

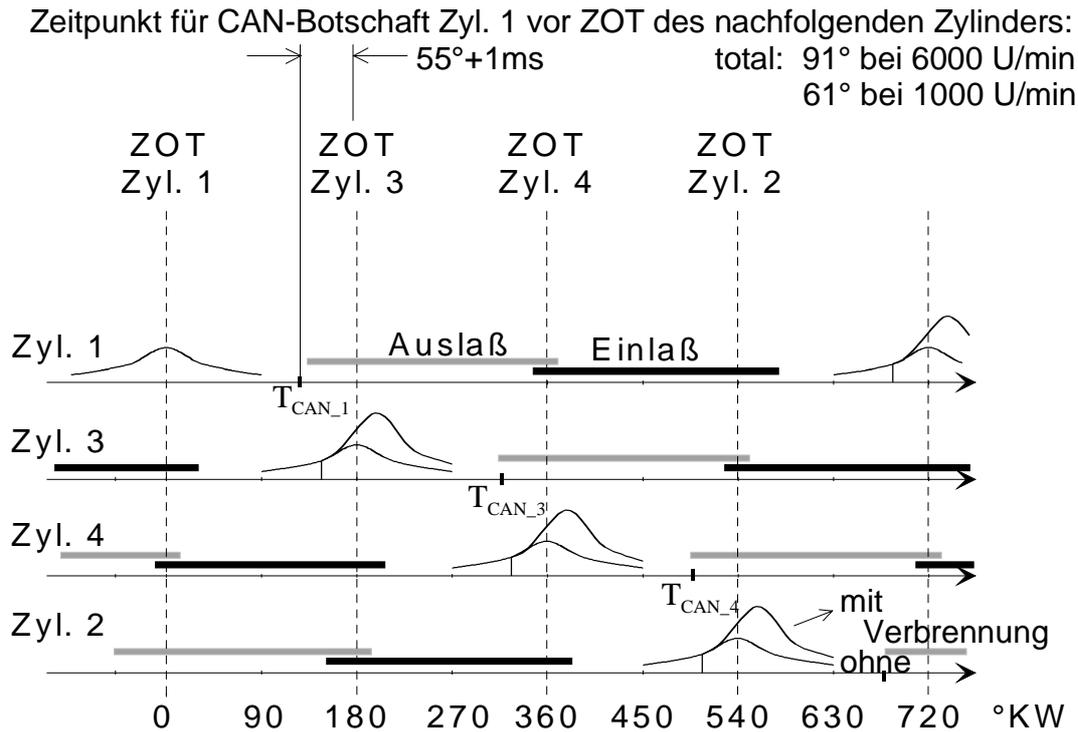


Abbildung {4.20}: Timing des Motor- und Elektroniksystems

Die Berechnungen der Luftmasse im Zylinder und damit der Einspritzzeit müssen  $55^\circ + 1\text{ms}$  vor dem ZOT des nachfolgenden Zylinders erfolgt sein und in das Seriensteuergerät übertragen werden. Dies entspricht bei 1000 U/min einer Zeit von ca. 80ms vor dem Schließen der Einlaßventile. Dieser Zeitpunkt ist in Abbildung {4.20} exemplarisch für Zylinder 1 eingetragen. Wird die Luftmasse am Ende der Kompressionsphase aus dem Brennraumdrucksignal berechnet, stehen ca.  $120^\circ$  KW als Rechenzeit zur Verfügung. Dies entspricht bei der Maximaldrehzahl von 6000 U/min einer Zeit von ca. 3ms. Mit diesen Randbedingungen ergeben sich folgende zwei Eckpunkte für die Zustandsraummodellierung:

- Es steht kein weiteres zylinderdruckbasiertes Lastsignal eines anderen Zylinders bis zum Sendezeitpunkt der Einspritzzeit zur Verfügung. Nur durch Zwischenspritzer ins offene Einlaßventil kann bei positiven Instationärvorgängen für Zylinder 1 die Schätzung aus Zylinder 3 oder Zylinder 4 verwendet werden (äquivalent für die anderen Zylinder).
- Ohne Zwischenspritzer bedeutet eine Schätzung der Luftmasse allein aus dem Brennraumdrucksignal, daß diese Information um ein Arbeitsspiel präzisiert werden muß.

Allerdings verschenkt eine Sichtweise, die zu sehr auf die hier doch einengende Elektronikhardware fixiert ist, Möglichkeiten, die entweder durch neue Elektronikhardware oder andere Motorsysteme gegeben sein können. Deswegen wird im nächsten Kapitel ein Zustandsraummodell skizziert, welches die Informationen der anderen Zylinder berücksichtigt.

#### 4.2.1.2.3 Berücksichtigung der anderen Zylinder

Bei einem Motor mit Direkteinspritzung kann die endgültige Einspritzzeit je nach Betriebsweise während der Kompressionsphase noch korrigiert werden. Somit kann beispielsweise für Zylinder 1 die Lastinformation aus Zylinder 2 zusätzlich verwendet werden, die zeitlich gese-

hen aktueller ist. Natürlich muß das unterschiedliche Saugverhalten der Zylinder durch einen Faktor berücksichtigt werden. Dieser könnte aber leicht im Stationärbetrieb adaptiert werden. Der Zustandsübergang kann dann wie folgt formuliert werden (exemplarisch für den Zustand Luftmasse Zylinder 1). Stationär beschreibt  $C_{12}$  das unterschiedliche Saugverhalten von Zylinder 1 und 2. Dann folgt:

$$m_{luft,zyl\_1} = C_{12} \cdot m_{luft,zyl\_2} \quad [4.2.25]$$

Instationär kann die Luftmasse in Zylinder 1 mit dem Brennraumdrucksignal des zweiten Zylinders gebildet werden:

$$\begin{aligned} m_{luft,zyl\_1}(k+1) &= m_{luft,zyl\_1}(k) + \left( C_{12} \cdot m_{luft,zyl\_2}(k) - m_{luft,zyl\_1}(k) \right) \\ &= C_{12} \cdot m_{luft,zyl\_2}(k) \end{aligned} \quad [4.2.26]$$

Eine rein brennraumdruckbasierte Lasterfassung ist damit um  $3 T_N$  (1.5 Umdrehungen) aktueller. Allerdings muß dann die Konstante  $C_{12}$  stationär exakt adaptiert werden.

#### 4.2.1.2.4 Integrierte Prädiktion

Ausgehend von Abbildung {4.20} erkennt man die Notwendigkeit einer Prädiktion der Luftmasse bei einem Instationärvorgang. Nimmt man kurz vor dem Senden der Haupteinspritzzeit eine weitere Größe mit hinzu, die einen Instationärvorgang und damit eine geänderte Luftmasse seit dem Ergebnis der Berechnung durch den Zylinderdruck erkennen läßt, dann muß die Luftmasse nur um ca.  $360^\circ$  KW (Einlaßventil bewegt sich wieder nach unten) bis maximal  $500^\circ$  KW (Einlaßventil geschlossen) prädiert werden. Die Ursache eines Instationärvorgangs ist eine Drosselklappenwinkeländerung. Betrachtet man den Drosselklappenwinkel, seine erste Ableitung, d.h. die Drosselklappenwinkeländerung, und die Drehzahl, dann kann daraus auf eine Änderung der Luftmasse, seit der Berechnung über den Zylinderdruck, geschlossen werden. Zwei Ansätze sind hier denkbar und sollen diskutiert werden (beispielhaft für Zylinder 1):

- a) Bei  $90^\circ$  KW werden die Drosselklappe, die Drosselklappenwinkeländerung und die Drehzahl als Eingang für ein Kennfeld verwendet, welches die Änderung der Luftmasse  $\Delta m_{luft}(\alpha, \dot{\alpha}, n)$  berechnet. Da nachfolgend durch die Berechnung der Luftmasse aus dem Brennraumdrucksignal eine 'exakter' Wert vorliegt, kann über den Vergleich der Luftmassen aus dem Brennraumdrucksignal für das Arbeitsspiel (k) und (k+1) das Kennfeld im Betrieb in jedem Abtastschritt online bestimmt und korrigiert werden.

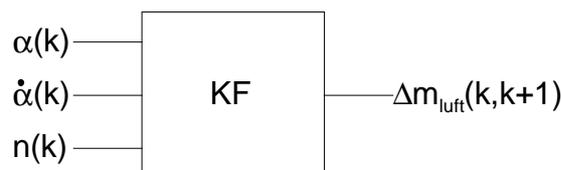


Abbildung {4.21}: Prädiktion, allein auf Kennfeld basierend

- b) Da das dynamische Verhalten des Saugrohrs in guter Näherung durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung ( $PT_1$ -Glied) mit betriebspunktabhängiger Zeitkonstante modelliert werden kann, ist es möglich, das dreidimensionale Kennfeld aus a) auf zwei zweidimensionale und damit anschaulichere Kennfelder zu reduzieren. Über den Drosselklappenwinkel und die Drehzahl ist die stationäre Luftmasse im Zylinder bestimmt. Dieser Wert dient als Eingang eines  $PT_1$ -Glieds, und der Vergleich von Ein- und Ausgang liefert die Änderung der Luftmasse. Die Zeitkonstante wird dabei über ein Kennfeld mit den Eingängen  $n$  und  $\dot{\alpha}$  bestimmt.

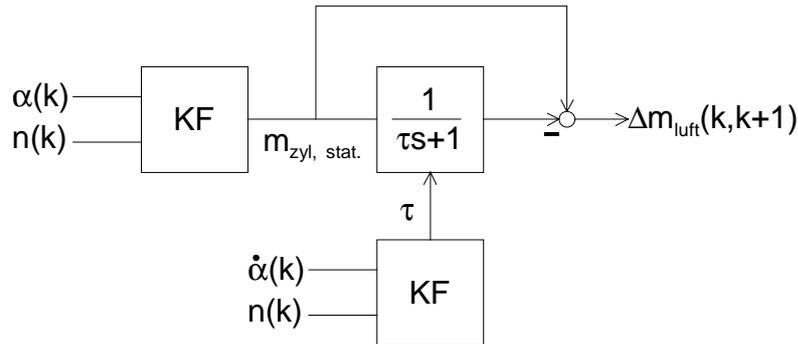


Abbildung {4.22}: Prädiktion; Modellierung des Saugrohrs als  $PT_1$ -Glied

Beiden Verfahren ist gemeinsam, daß sie die Ableitung des Drosselklappenwinkels benötigen. Da die Messung des Drosselklappenwinkels verrauscht ist, wird die Ableitung mit Hilfe eines linearen Kalman-Filters berechnet. Die Gleichungen des linearen Kalman-Filters sind in Kapitel 6.3 hergeleitet. Die Ergebnisse werden jedoch anschließend gezeigt und kurz diskutiert. In der ersten Zeile von Abbildung {4.23} ist die stark gestörte Messung des Drosselklappenwinkels und das Filterergebnis zu sehen. Durch die extremen Störungen war es notwendig, im Kalman-Filter eine Ausreißerererkennung zu implementieren. Der zweite Zustand, die Drosselklappenwinkelgeschwindigkeit, wurde als negativ autokorrelierte Größe im Filtermodell implementiert. Somit ergibt sich ein relativ glatter Verlauf dieser Zustandsschätzung.

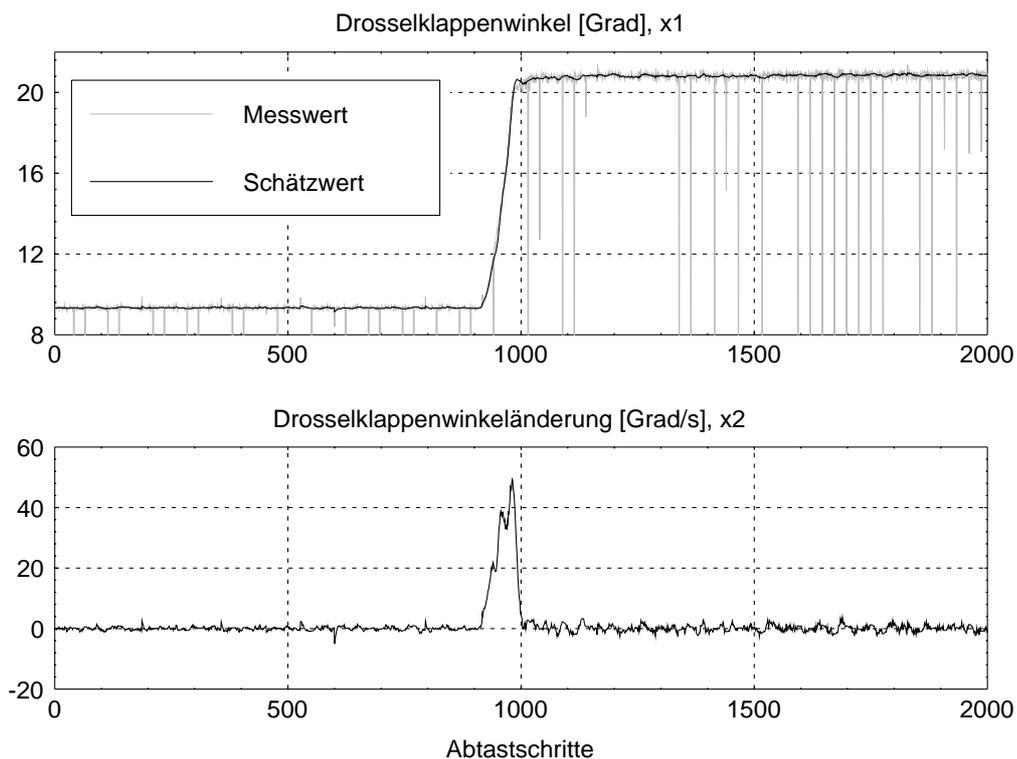


Abbildung {4.23}: Ergebnis eines linearen Kalman Filters zur Schätzung des Drosselklappenwinkels und der Drosselklappenwinkelgeschwindigkeit

Der Vorteil dieses Kalman-Filters mit zwei Zuständen, gegenüber einer herkömmlichen Filterung mit anschließender Bestimmung der Ableitung über den Differenzenquotienten, ist in Abbildung {4.24} zu sehen.

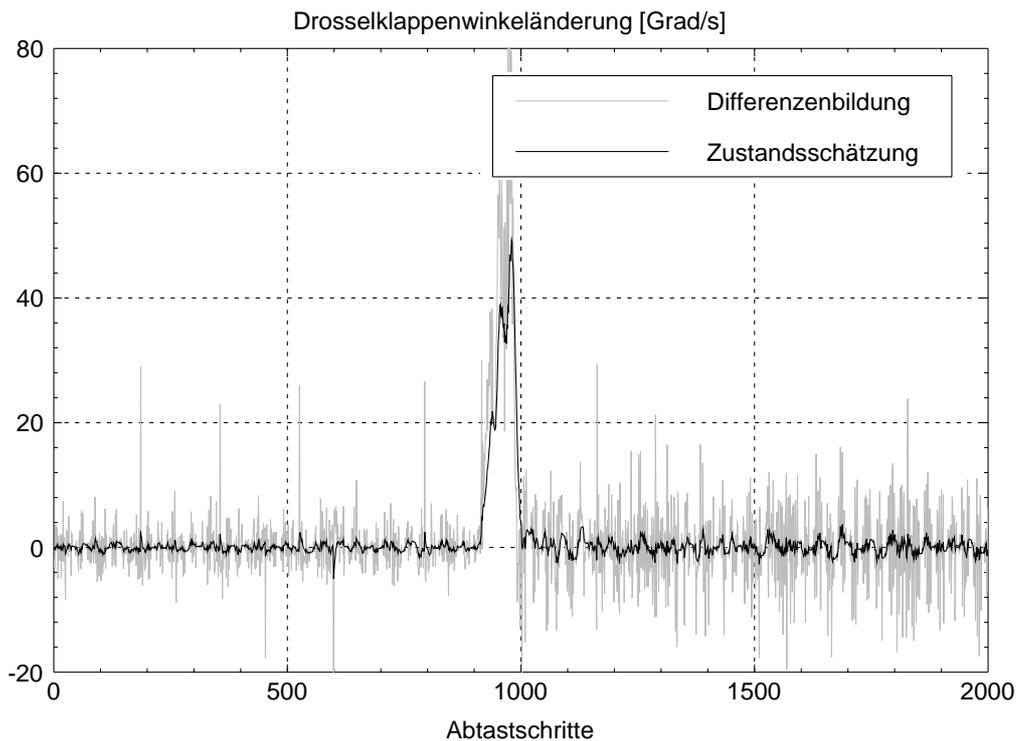


Abbildung {4.24}: Vergleich der Schätzung der Ableitung des Drosselklappenwinkels durch einen Kalman-Filter Algorithmus mit einem offline gefilterten Signal und anschließender Differenzenbildung

Auch eine Prädiktion aus dem Saugrohrdrucksignal ist möglich. Jedoch muß hier von der Größe Saugrohrdruck auf den Luftmassenstrom in den Zylinder geschlossen werden. Dazu benötigt man zusätzlich zu Vorschlag b) (die Ausgänge der Kennfelder geben dann den Saugrohrdruck an) das Saugkennfeld des Motors, das wiederum nur endlich genau ist. Da in dieser Arbeit eben durch Einsatz eines Brennraumdrucksensors die Last berechnet wird, soll auf die Implementierung eines Saugrohrmodells mit Saugkennfeld verzichtet werden.

### 4.2.1.3 Zustandsraummodell des adaptiven Kalman-Filters

Die Zusammenfassung der Kapitel 4.2.1.1 und 4.2.1.2 liefert nachfolgende Zustandsraummodellierung. Die Berechnung der Luftmasse aus dem Brennraumdrucksignal basiert auf der physikalischen Glg. [4.2.7a], die in die Meßgleichung des Zustandsraummodells eingeht:

$$p_2 = \frac{T_{FG} \cdot R_{FG}}{V_2} \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} \cdot \left[ m_{luft} + \frac{T_{RG}}{T_{FG}} \cdot m_{RG} + \gamma \cdot m_{kraft} \right] \quad [4.2.27]$$

mit

$$m_{kraft} = \frac{m_{luft}}{F_{stoich} \cdot \lambda} \quad [4.2.28]$$

ergibt sich

$$p_2 = \frac{T_{FG} \cdot R_{FG}}{V_2} \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} \cdot \left[1 + \gamma \cdot \frac{1}{F_{stoich} \cdot \lambda}\right] \cdot m_{luft} + \frac{T_{RG} \cdot R_{FG}}{V_2} \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} \cdot m_{RG} \quad [4.2.29]$$

Mit den Meßgrößen

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} p_2 \\ m_{luft\lambda} \\ m_{RG} \end{bmatrix} \quad [4.2.30]$$

ergibt sich Glg. [3.1.2] zu:

$$\underline{y}(k) = \begin{bmatrix} \frac{T_{FG} \cdot R_{FG}}{V_2} \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} \cdot \left[1 + \gamma \cdot \frac{1}{F_{stoich} \cdot \lambda}\right] & \frac{T_{RG} \cdot R_{FG}}{V_2} \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \underline{x}(k) + \underline{v}(k) \quad [4.2.31]$$

Die Meßgröße  $p_2$  ist der Ausgang des Kalman-Filters aus Kapitel 4.1, also das thermoschockkorrigierte Drucksignal. Die zweite Meßgröße  $m_{luft\lambda}$  steht nur stationär zur Verfügung und ist die aus der  $\lambda$ -Sonde und der Kraftstoffmasse berechnete Luftmasse. Diese *measurement noise* Komponente wird instationär stark vergrößert. Die Restgasmasse wird mit dem in Kapitel 4.2.1.1.1 beschriebenen Verfahren ‘gemessen’.

In den Zustandsgleichungen findet die Prädiktion bis zum Zeitpunkt ‘Einlaßventil schließt’ statt. Die Restgasmasse und die Luftmasse im Zylinder werden durch gaußsches, weißes Rauschen ‘getrieben’.

$$\underline{x}(k+1) = \begin{bmatrix} m_{luft}(k+1) \\ m_{RG}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \underline{x} + \begin{bmatrix} \Delta m_{luft}(\alpha, \dot{\alpha}, n) \\ 0 \end{bmatrix} + \underline{w}(k) \quad [4.2.32]$$

Folgende Punkte charakterisieren das entworfene Zustandsraummodell:

- Stationär wird die nicht meßbare Temperatur in der Beobachtungsmatrix  $C$  über die Luftmasse, berechnet aus dem  $\lambda$ -Signal, adaptiert.
- Instationär wird die Prädiktion durch die Eingangsgröße  $\Delta m_{infi}(\alpha, \dot{\alpha}, n)$  verbessert. Diese verschwindet stationär.

Eine Stationär-/Instationärererkennung kann mit Hilfe der Ableitung des Drosselklappenwinkels und eventuell unter Hinzunahme der Drehzahl erfolgen.

Für die Implementierung des adaptiven Kalman-Filters nach der Maximum Likelihood Methode müssen folgende Ableitungen nach den Parametern  $T_{RG}$  und  $T_{FG}$  gebildet werden:

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \alpha_m} = \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial T_{FG}} = \begin{bmatrix} \frac{R_{FG}}{V_2} \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} \cdot \left[1 + \gamma \cdot \frac{1}{F_{stoich} \cdot \lambda}\right] & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [4.2.33]$$

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial T_{RG}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{R_{FG}}{V_2} \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [4.2.34]$$

Nun sind die Voraussetzungen geschaffen, um die Luftmasse aus dem Brennraumdrucksignal zu bestimmen. Somit schließt sich nun die Filterimplementierung und der Test des Kalman-Filters an.

Zum besseren Verständnis ist in Abbildung {4.24a} der komplette Algorithmus, mit den jeweiligen Ein- und Ausgangsgrößen, dargestellt. Der Übersichtlichkeit wegen wurden bei den Einzelmodulen die Startwerte des Algorithmus, sowie die variablen Kovarianzmatrizen, nicht eingezeichnet.

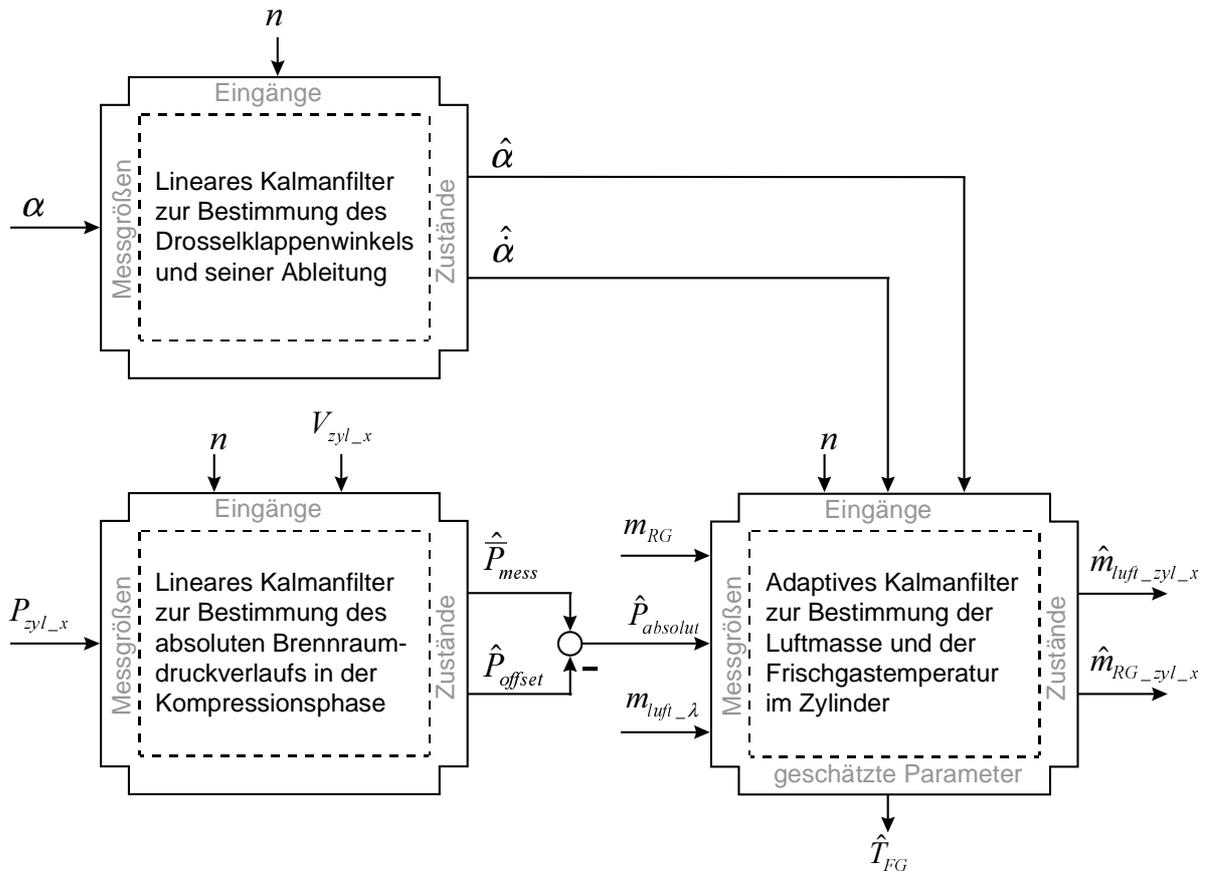


Abbildung {4.24a}: Blockschaltbild der Gesamtverarbeitung

## 4.2.2 Test des Filters

Es hat sich in Kapitel 4.1 gezeigt, daß ein erster Test an künstlich erzeugten Daten sinnvoll ist, da hier die Randbedingungen frei vorgegeben werden können und damit bekannt sind. Anschließend werden Ergebnisse an gemessenen Fahrzeugdaten demonstriert.

### 4.2.2.1 Künstliche Daten

In Abbildung {4.25} soll der Einschwingvorgang des Filters und das Verhalten bei einem idealen Instationärvorgang gezeigt werden. Ein idealer Instationärvorgang bedeutet eine gleichzeitige sprunghafte Änderung von Luftmenge, Restgasmenge und Frischgastemperatur. In den ersten beiden Zeilen sind die Zustandsschätzwerte mit den wahren Werten aufgetragen. In der letzten Zeile ist der Verlauf des adaptiven Parameters zu sehen. Vor Beginn des Algorithmus muß festgelegt werden, wann die Adaption des Parameters mit der Maximum Likelihood Methode startet, da eine Identifikation über eine sehr kurze Sequenzlänge bei veräuschten Messungen nicht sinnvoll ist. Hier wird der Algorithmus nach 5 Arbeitsspielen gestartet. Danach erhöht sich die Sequenzlänge bis zur maximalen Sequenzlänge  $N$  (in der Abbildung {4.25} ist  $N=30$ ). Der Parameterschätzer startet bei Arbeitsspiel 5 mit einem Wert von  $T_{FG} = 400K$  und schwingt schnell auf den wahren Wert ein. Die Zustandsschätzung bei-

der Zustände ist zuerst mit einem Offset behaftet. Erst nachdem der richtige Parameter gefunden wird, ist auch der Fehler der Zustandsschätzung mittelwertfrei. Danach kann der Parameterschätzer bis zum nächsten Instationärvorgang deaktiviert werden. Dieser Schritt wurde bei dieser Simulation allerdings nicht durchgeführt. Ebenso wird nach dem idealen Instationärsprung bei Arbeitsspiel 200 der Parameter über 5 Arbeitsspiele konstant gehalten, bis der Parameterschätzalgorithmus neu gestartet wird. Die *measurement noise* Komponente der zweiten Messung wird beim Instationärvorgang stark erhöht, da durch die Totzeit und die Dynamik der  $\lambda$ -Sonde diese Messung ungenau ist.

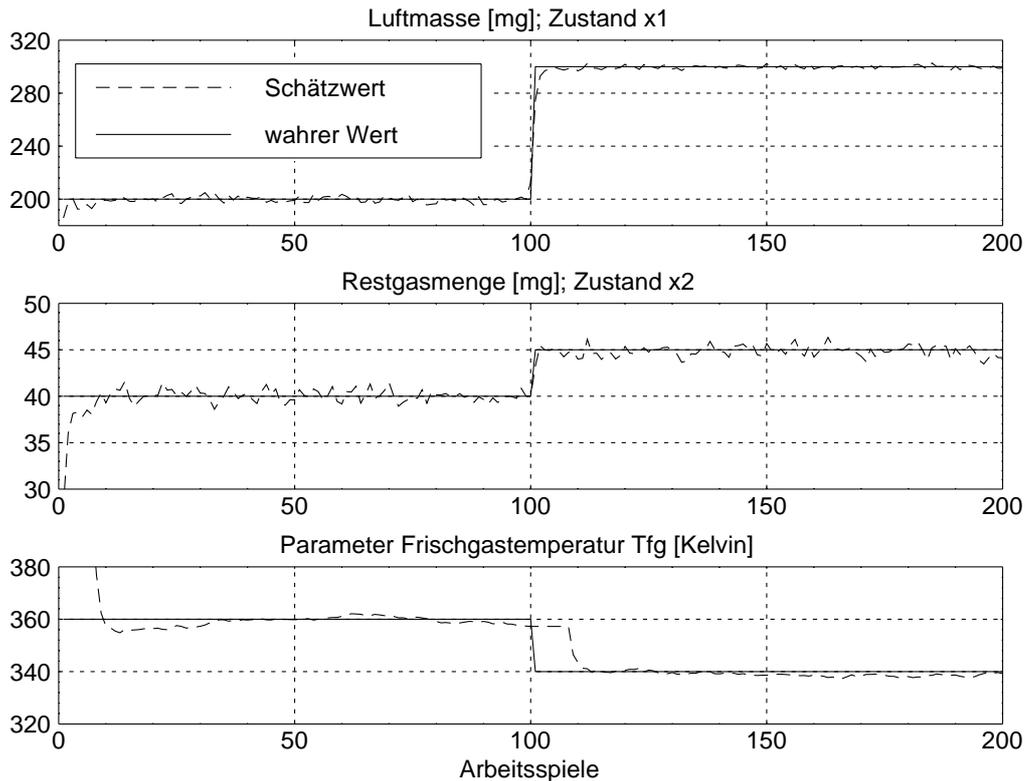


Abbildung {4.25}: Filtertest an künstlich erzeugten Daten; Adaption der Frischgastemperatur  $T_{FG}$ ; Einstellen der minimalsten Sequenzlänge für den Maximum Likelihood Algorithmus nach einem Start- oder Instationärvorgang

Äquivalent zur Abbildung {3.9} sind in Abbildung {4.26} neben dem Parameterschätzwert die inverse bedingte Informationsmatrix und der *score*-Vektor dargestellt. Nach einer Einschwingzeit sinkt die Kovarianz des Parameterschätzwerts in der zweiten Zeile bis zum Abtastpunkt 40 und bleibt dann annähernd bis zum Instationärvorgang, konstant. Das bedeutet, daß ab dem Abtastpunkt 40 keine Verbesserung des Parameterschätzwerts stattfindet. Somit könnte der Parameterschätzalgorithmus abgeschaltet werden. Der *score*-Vektor strebt nach dem Einschwingen bzw. Instationärvorgang nach null zurück, nachdem der Parameter in der ersten Reihe den wahren Wert einnimmt.

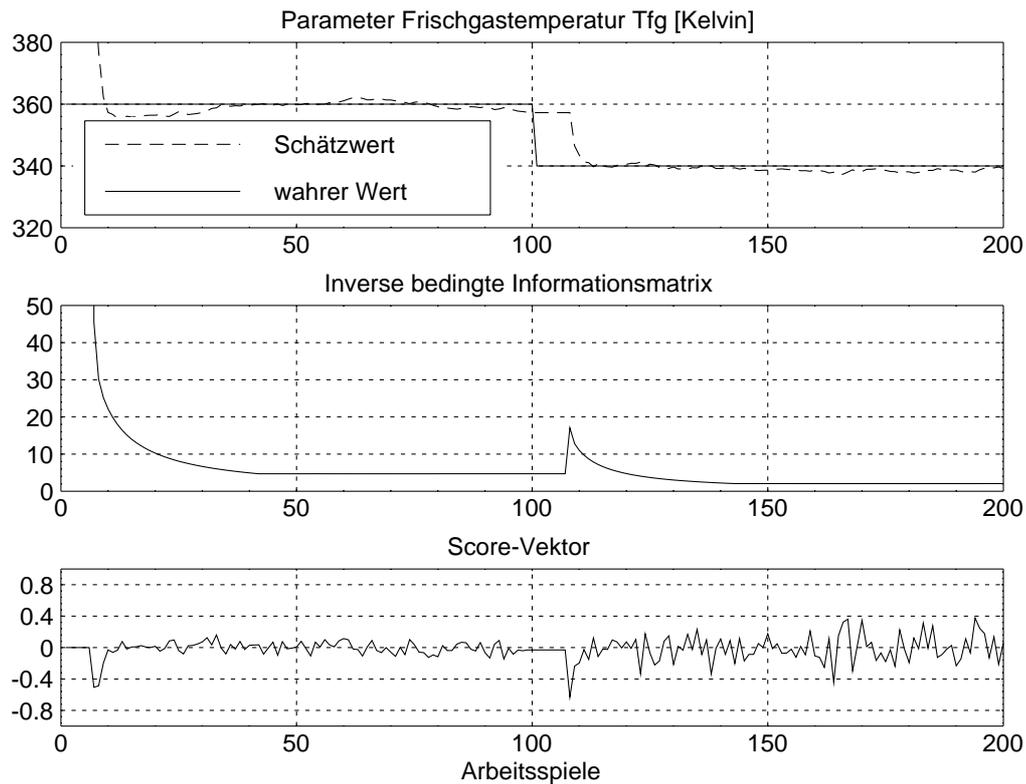


Abbildung {4.26}: Kovarianzbetrachtung der Parameterschätzung

Ist die Frischgastemperatur in einem Betriebspunkt unter definierten Randbedingungen bekannt, kann äquivalent dazu die Restgastemperatur adaptiert werden.

Ändert sich nach einem Instationärvorgang der zu adaptierende Parameter sehr stark, können verschiedene Strategien zur Parameteradaption eingesetzt werden:

- Nach einem Instationärvorgang (Drosselklappenwinkeländerung kleiner einer zu definierenden Schranke) wird eine Zeit  $T_{nachInst}$  gewartet, bis der Adaptionalgorithmus wieder startet.  $T_{nachInst}$  setzt sich aus der Totzeit des Abgastransports bis zum Ort der Lambdasonde und der Mindestsequenzlänge zusammen, ab der ein sinnvoller Start der Maximum Likelihood Adaption erfolgen kann.
- Es wird auch während eines Instationärvorganges weiteradaptiert. Nur die entsprechenden Kovarianzen (hier speziell des Lambdasondensignals) werden stark erhöht.
- Wie b), nur wird die Adaption neu mit einer Mindestsequenzlänge gestartet.

In der nachfolgenden Abbildung {4.27} sind diese drei Strategien, nach einer sprunghaften Parameteränderung in der Simulation, dargestellt.

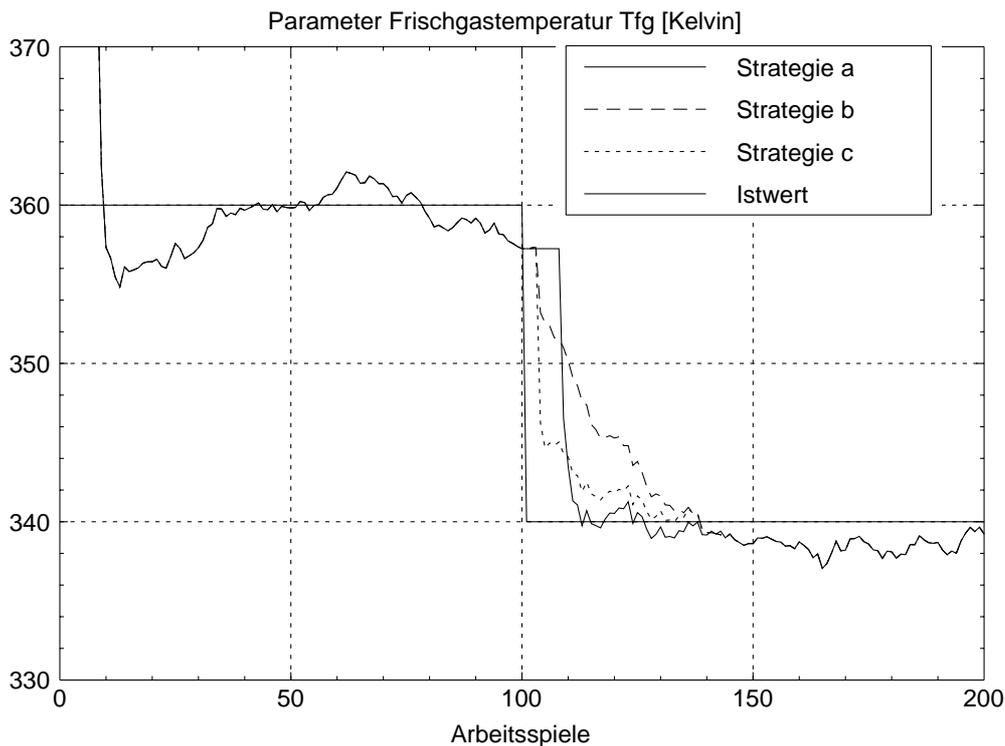


Abbildung {4.27}: Vergleich der Adaptionstrategien nach einem Instationär-sprung

Bei der Strategie a) ist deutlich das Konstanthalten des Parameterwertes über die Zeit  $T_{nachInst}$  zu erkennen. Der Parameterschätzwert schwingt jedoch anschließend rasch auf den Istwert ein. Da bei einer ständigen Adaption die vergangenen Werte nach dem Instationärvorgang weiter mit berücksichtigt werden, erreicht die Kurve b) später den Istwert. Die Kurve c) spricht dynamisch schnell auf die Parameteränderungen an. Durch das Einschwingverhalten (Nichtberücksichtigung der Totzeit des Abgastransport bis zum Ort der Lambdasonde) ergeben sich jedoch falsche Parameterschätzwerte, denen ein konstantgehaltener Temperaturwert vorzuziehen ist. Somit wird die Strategie a) nach starken Instationärvorgängen angewendet.

### 4.2.2.2 Offline Ergebnisse an Fahrzeugdaten

Die Meßdaten wurden im realen Fahrbetrieb im Fahrzeug aufgezeichnet. Dabei wurde das Brennraumdrucksignal mit einer Auflösung von  $1^\circ$  KW in der Kompressionsphase gemessen. Die anderen dynamischen Größen Saugrohrdruck, Heißfilmluftmassenmesser, Drosselklappenwinkel und das Signal der Lambdasonde wurden alle  $45^\circ$  KW abgetastet. Die restlichen Größen wie Kühlwassertemperatur, Ansauglufttemperatur, Nockenwellenstellung, Drehzahl und die vier Einspritzzeiten wurden einmal pro Arbeitsspiel gemessen. Der Algorithmus wird an mehreren Datensätzen getestet und mit dem Seriensignal des Heißfilmluftmassensensors bzw. mit den Einspritzzeiten des Seriensteuergeräts verglichen. Es werden alle diskutierten Algorithmen angewendet:

- Lineares Kalman-Filter zur Bestimmung des Thermoschockverlaufs
- Lineares Kalman-Filter zur Bestimmung des Drosselklappenwinkels und seiner Ableitung

- Lineares, adaptives Kalman-Filter zur Schätzung der Luftmasse im Zylinder und der Frischgastemperatur

Nachfolgend wird an fünf Abbildungen die Leistungsfähigkeit des Gesamtalgorithmus dargestellt. Zuerst wird der Algorithmus an einem positiven und negativem Instationärvorgang getestet. Durch eine Leerlaufphase direkt anschließend an eine Vollastfahrt wird der Motor stark erwärmt und die Erhöhung der Temperaturen durch den adaptiven Kalman-Filteralgorithmus bestimmt. Mit einem instationären Fahrvorgang über eine längere Zeitreihe werden Sonderbetriebspunkt wie z.B. Schubabschalten und daraus resultierendes häufiges Ab- und Zuschalten des Parameterschätzalgorithmus demonstriert. Schließlich wird das Instationärverhalten im Vergleich zu herkömmlicher Sensorik durch die Betrachtung eines kleinen Ausschnitts einer Zeitreihe während des Instationärvorgangs analysiert.

Der positive Instationärvorgang in Abbildung {4.28} wird durch die Drosselklappenwinkeländerung in der vierten Zeile gut charakterisiert. Der Adaptionalgorithmus für die Frischgastemperatur in der dritten Zeile wird für  $T_{nach\ Inst} = T_{min\ Seq1} + T_{Tot\ Abgas} = 5 + 2 = 7$  Arbeitsspiele gestoppt und anschließend neu gestartet. Durch den erhöhten Luftmassenstrom und die absolut zwar leicht zunehmende, aber prozentual abnehmende Restgasmenge (dargestellt in der zweiten Spalte), verringert sich die Frischgastemperatur nach dem Instationärvorgang. Der Offset in der ersten Zeile, zwischen der Bestimmung der Luftmenge im Zylinder über den Brennraumdrucksensor und dem Meßwert des serienmäßigen Heißfilmluftmassenmessers, hat folgende Gründe: Erstens wird hier nur das Rohsignal des Luftmassenmessers zum Vergleich herangezogen und zweitens ist das Signal des Heißfilmluftmassenmessers ein mittleres Signal über alle Zylinder. Die Information aus dem Brennraumdrucksignal bezieht sich dagegen in diesem Fall auf Zylinder 1.

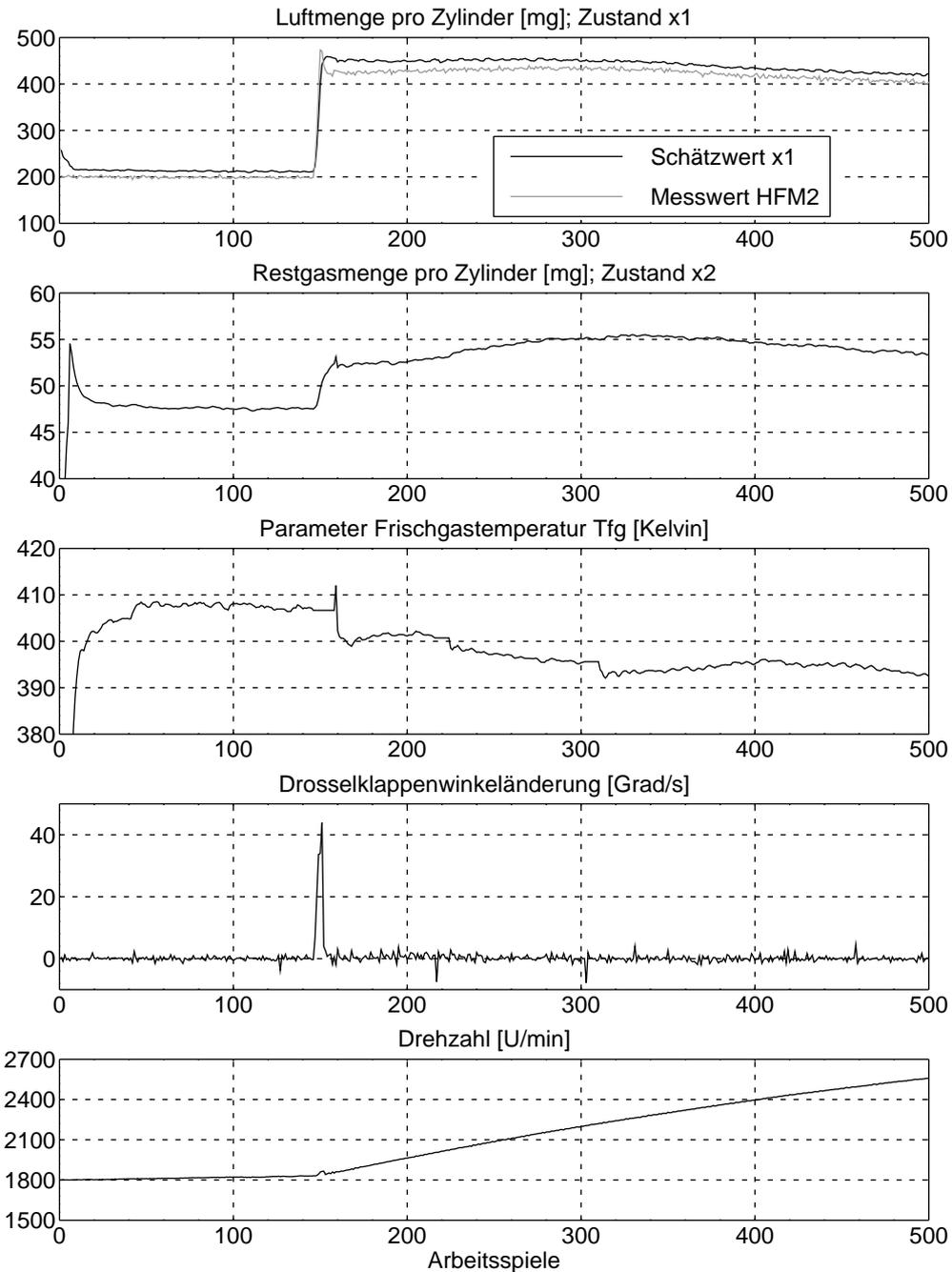


Abbildung {4.28}: Ergebnis des adaptiven Kalman-Filter Algorithmus an Fahrzeugdaten bei einem positiven Instationärsprung

Wiederum wird durch die Drosselklappenwinkeländerung in der vierten Zeile von Abbildung {4.29} der Instationärvorgang mit umgekehrtem Vorzeichen gut charakterisiert. Durch die hohe Last vor dem Instationärvorgang sind das Saugrohr, der Zylinderkopf und die Brennraumwände sehr heiß. Nach einem Instationärvorgang und dem damit verbundenen starken Rückgang des Luftmassenstroms durch den Motor erhöht sich die Frischgastemperatur stark. Da aber durch das Umschalten der Nockenwelle die absolute Restgasmenge in der zweiten Zeile stark zurückgeht, kühlt sich das Saugrohr ab und die Frischgastemperatur sinkt wieder.

#### 4. Lasterfassung mittels Brennraumdruck

Während des Instationärvorgangs geht die Luftmasseninformation aus dem Heißfilmluftmassenmesser schneller zurück, da hier das Entleeren des Saugrohrs nicht mitgemessen wird.

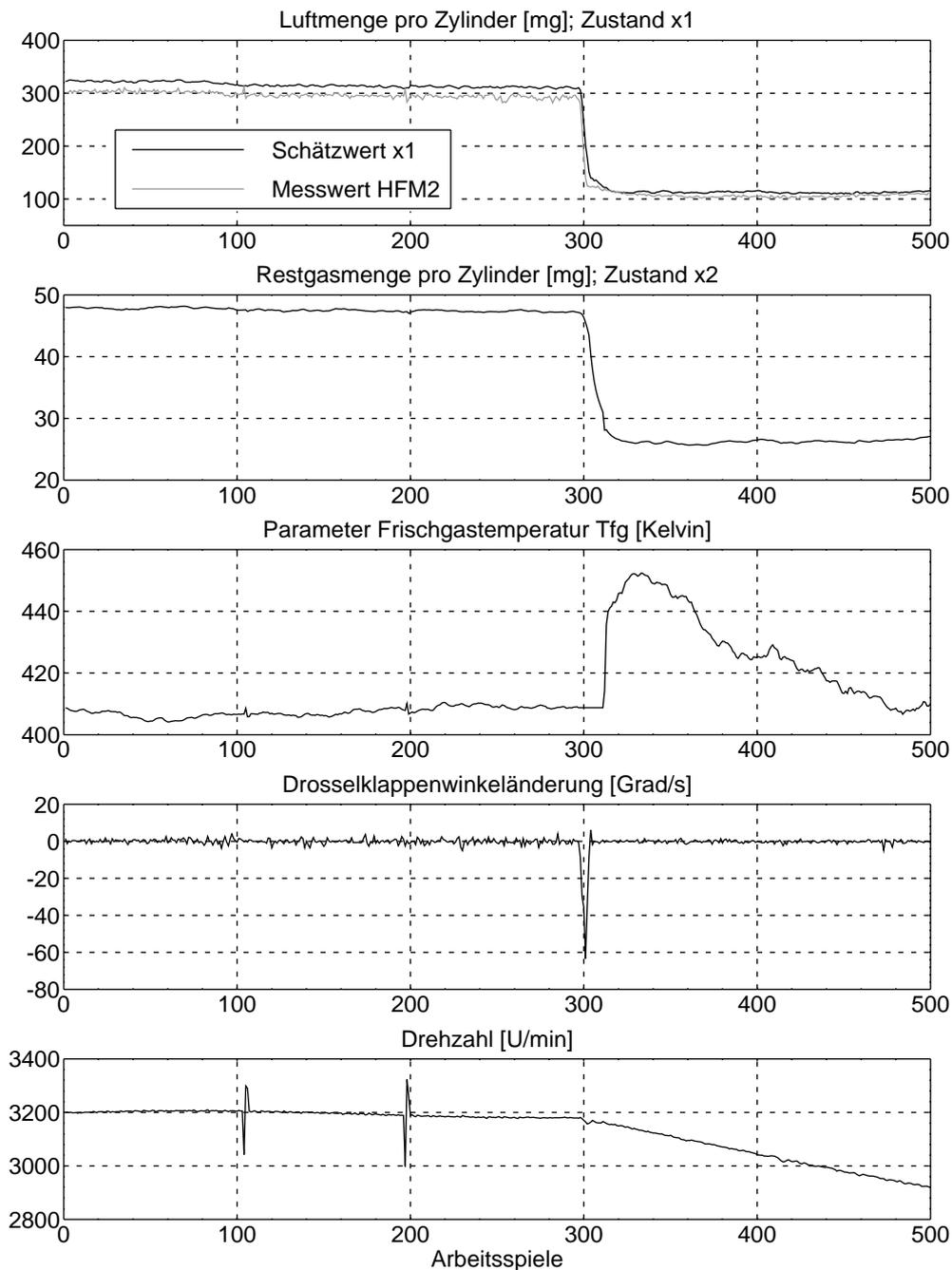


Abbildung {4.29}: Ergebnis des adaptiven Kalman-Filter Algorithmus an Fahrzeugdaten bei einem negativen Instationärsprung

Eine absichtliche Erwärmung des Motors und damit auch der Frischgastemperatur ist in Abbildung {4.30} dargestellt. Mit dieser Messung kann die Temperaturschätzung des adaptiven Kalman-Filters überprüft werden. Nach einer Autobahnfahrt wurde das Fahrzeug auf einem Parkplatz abgestellt und der Motor im Leerlauf weiterbetrieben. Deutlich ist in der fünften

## 4.2 Ein adaptives Kalman-Filter zur Lastschätzung

Zeile die Erwärmung des Kühlwassers durch den erhitzten Motor und die fehlende Fahrtwindkühlung zu sehen. Die Luftmasse und die Restgasmenge bleiben konstant. Die Frischgastemperatur in der zweiten Reihe erwärmt sich innerhalb von 3-4 Minuten um 15 Kelvin.

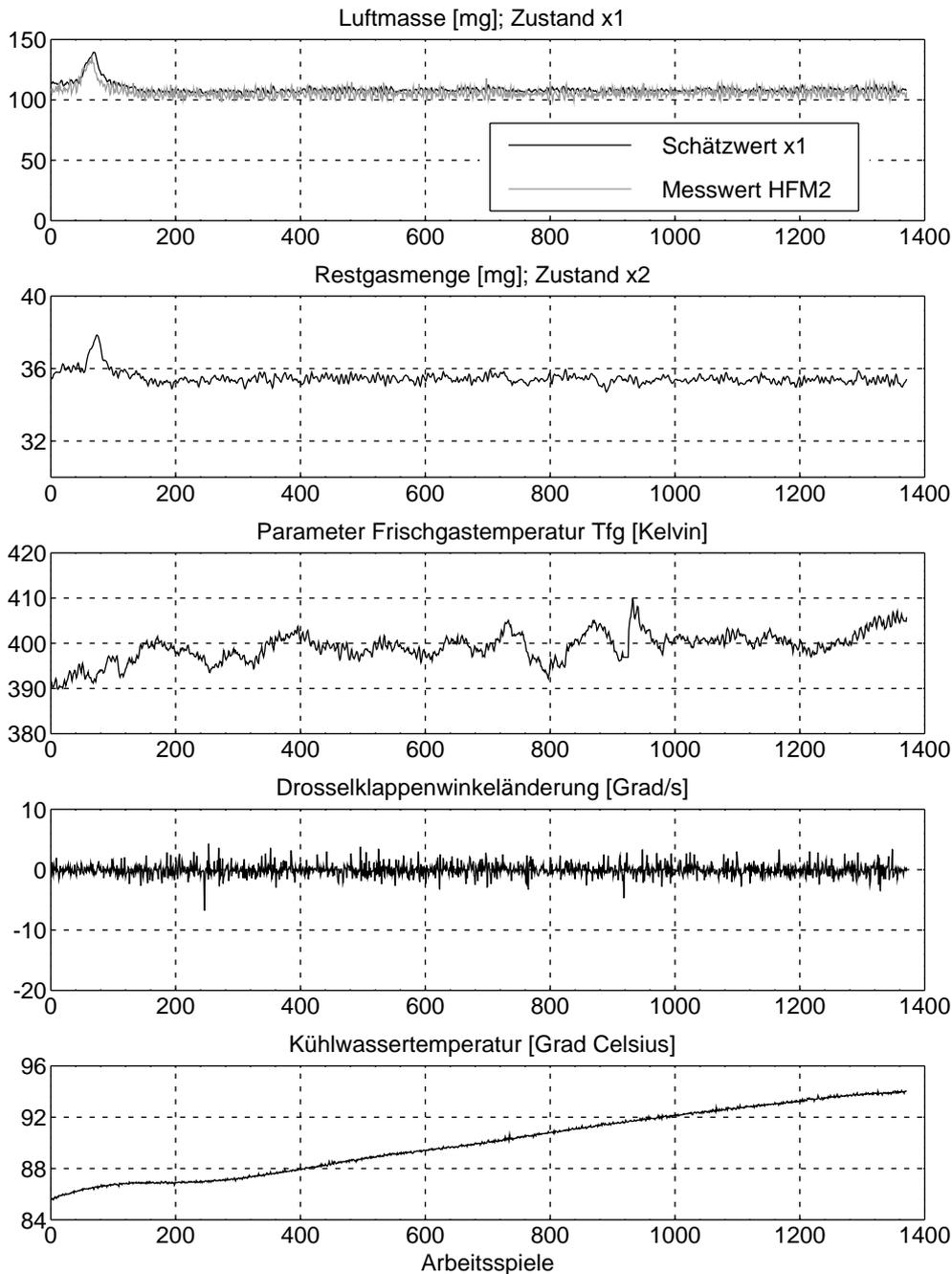


Abbildung {4.30}: Leerlauf nach Vollastfahrt und damit verbundener starker Erwärmung des Motors

In den letzten drei Abbildungen wurden ein positiver, ein negativer Instationärvorgang und eine Leerlaufphase nach einer Vollastfahrt mit Abbildungen im identischen Format dargestellt. Zur Demonstration einer Messung mit mehreren Instationärvorgängen müssen der Gra-

#### 4. Lasterfassung mittels Brennraumdruck

Die letzten zwei Zeilen hinzugefügt werden. In der vierten Zeile der Abbildung {4.31} wird der absolute Drosselklappenwinkel dargestellt, damit die absoluten Betriebspunktänderungen besser charakterisiert werden können. In der sechsten Zeile wird zusätzlich zum Drehzahlsignal eine binäre Variable eingetragen, die beschreibt, ob die Adaption der Frischgastemperatur aktiv ist. Schließlich wird in der siebten Zeile die Einspritzzeit dargestellt. Sie charakterisiert den Sonderbetriebspunkt Schubabschalten (keine Einspritzung).

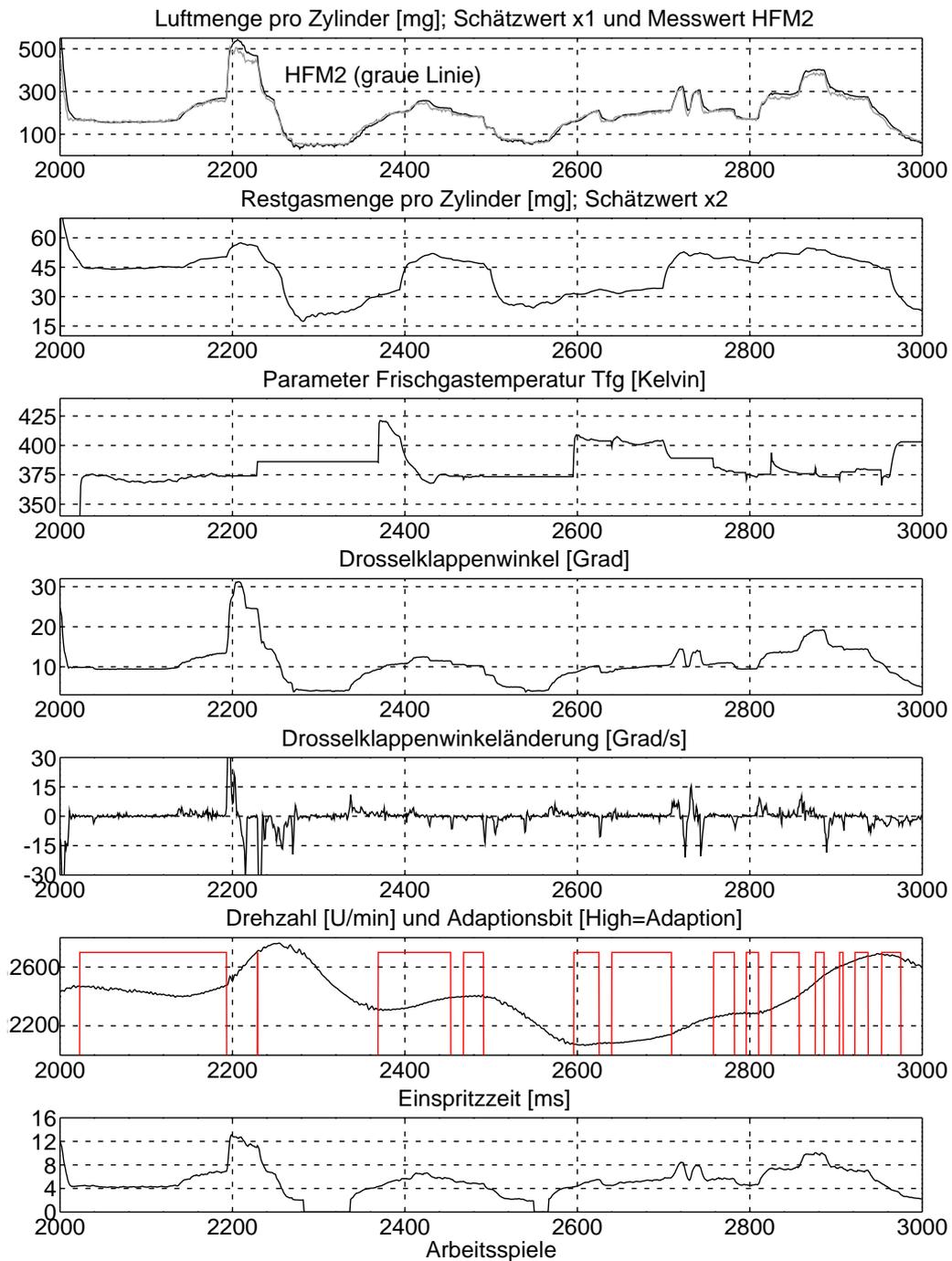


Abbildung {4.31}: Instationärvorgang mit Schubabschalten; wiederholtes Ein- und Ausschalten der Adaption

Die Luftmassen in der ersten Reihe der Abbildung {4.31} stimmen recht gut überein. Allerdings kann die Messung des Heißfilmluftmassensensors nicht als Referenzsignal betrachtet werden. Jedoch soll die Lasterfassung mit Hilfe der Brennraumdruckmessung den Heißfilmluftmassensensor ersetzen und somit ist dieser Vergleich zulässig. Eine endgültige Aussage über die Güte der Luftmassenschätzung läßt sich nur im nächsten Unterkapitel, bei einem Vergleich der Lambdawerte zeigen. Durch die Umschaltung der Nockenwelle variiert die Restgasmenge in der zweiten Zeile absolut um bis zu 400%. Die Schätzung der Frischgastemperatur zeigt die gleiche Charakteristik wie schon zuvor bei den einzelnen positiven bzw. negativen Instationärvorgängen. Höhere Lasten und daraus resultierende niedrigere absolute Restgasmengen ergeben eine niedrigere Frischgastemperatur. Aufgrund der hohen Instationäranteile muß der Parameterschätzalgorithmus oft abgeschaltet werden und die Frischgastemperatur wird konstant gehalten. Auch kann während der Phase des Schubabschaltens, trotz stationären Randbedingungen, keine Adaption erfolgen, da keine Verbrennung stattfindet und somit der Ausgang der Lambdasonde in die Begrenzung im mageren Bereich läuft.

In Abbildung {4.32} wird der Einfluß der Prädiktion aus Kapitel 4.2.1.2.4 auf das Instationärverhalten des Kalman-Filters mit dem Messwert des Heißfilmluftmassenmessers verglichen. Der Zeitpunkt TN1 bedeutet, daß innerhalb der ersten 180° (1 TN=720° KW/Anzahl Zylinder) des aktuellen Arbeitsspiel das HFM-Signal und der Drosselklappenwinkel gemessen wurden, so daß noch zum nächsten Arbeitsspiel eingespritzt werden kann (vergleiche hierzu Abbildung {4.20} Timing des Motor- und Elektroniksystems).

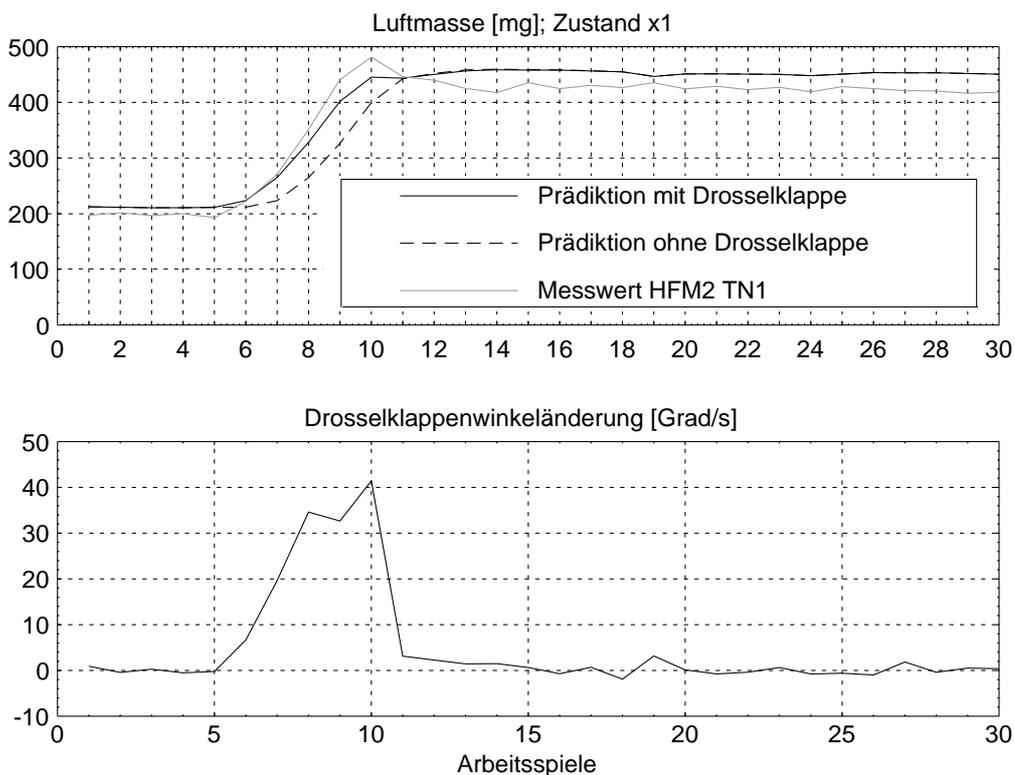


Abbildung {4.32}: Vergleich der Instationärergebnisse bei einer Prädiktion des Lastsignals mit und ohne Drosselklappenwinkelinformation mit dem Meßwert des Heißfilmluftmassenmessers zum Zeitpunkt TN1

Durch die Prädiktion unter Verwendung der Information des Drosselklappenwinkels kann die Dynamik der Luftmassenschätzung aus dem Brennraumdrucksignal gesteigert werden. Diese liegt dann in der Größenordnung des Heißfilmluftmassensensors, der durch seine räumliche Anbringung vor dem Saugrohr einen Instationärvorgang früher erkennt.

### 4.2.3 Online Ergebnisse im Fahrzeug

Die Algorithmen wurden auf einem Signalprozessor vom Typ TMS320C40 der Firma Texas Instruments im Fahrzeug implementiert. Dort werden zylinderindividuell die beschriebenen drei Kalman-Filter gerechnet. Die Rechenzeit ergibt sich zu  $587\mu\text{s}$  pro Zylinder für alle drei Kalman-Filter ohne Adaption. Bei der Maximaldrehzahl von 6000 U/min stehen somit mehr als 4ms pro Zylinder zur Adaption zur Verfügung.

Nachfolgend werden die Algorithmen zur Lasterfassung mittels Brennraumdruck an drei Beispielen demonstriert. Zuerst findet ein Vergleich der Serieneinspritzzeiten mit den berechneten Einspritzzeiten bei kleinem Signal-/Rauschverhältnis im Leerlauf statt. Anschließend werden die Abweichungen des Lambdasondensignals der serienmäßigen Motorsteuerung bei einer Instationärfahrt diskutiert. In der letzten Abbildung wird die Qualität der Luftmassenschätzung mittels Brennraumdruckmessung anhand des gemessenen Lambdasondensignals beurteilt.

In der Abbildung {4.33} sind die Einspritzzeiten des Seriensteuergeräts und des Kalman-Filters des zweiten Zylinders miteinander verglichen. Der Vergleich ist nur möglich, wenn die Einspritzung durch das Seriensteuergerät erfolgt. Dann kann dessen Einspritzzeit am Einspritzventil gemessen und gleichzeitig die berechnete Einspritzzeit aus dem Brennraumdrucksignal mit aufgezeichnet werden. In der ersten Zeile der Abbildung {4.33} sind die Drehzahlschwankungen im Leerlauf, hervorgerufen durch die Änderung des Drosselklappenwinkels in der dritten Zeile, zu sehen. Durch die starken Instationärvorgänge wird bei negativen Drosselklappenwinkeländerungen (siehe vierte Zeile der Abbildung {4.33}) die Einspritzung in der fünften Zeile zu null (Schubabschaltung). Dies resultiert in dem extrem mageren Lambdasondensignal in der zweiten Zeile. Die aus dem Brennraumdruck berechnete Einspritzzeit kommt zeitlich vor der gemessenen Serieneinspritzzeit, da die Messung am Einspritzventil erst ein Arbeitsspiel später abgespeichert wird. Insgesamt liegen die Einspritzzeiten in erster Näherung gut übereinander.

## 4.2 Ein adaptives Kalman-Filter zur Lastschätzung

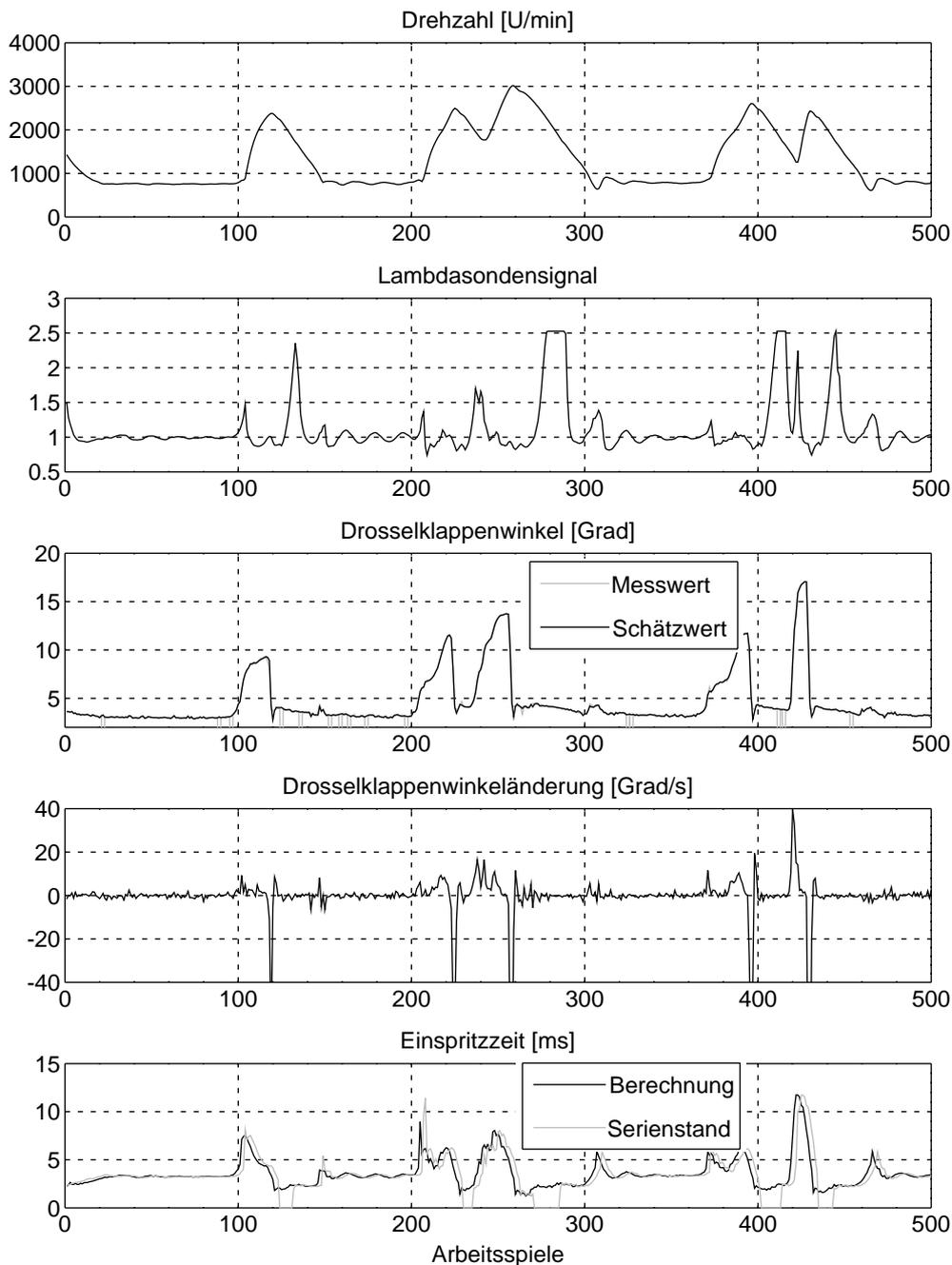


Abbildung {4.33}: Vergleich der Einspritzzeiten im Fahrzeug zwischen Serienstand und Berechnung aus dem Brennraumdrucksignal im Leerlauf

Zur besseren Beurteilung der Leistungsfähigkeit der Luftmassenschätzung mittels Brennraumdruck wird nachfolgend der Serienstand gezeigt. Die Instationärfahrt wird durch die Meßgrößen Saugrohrdruck, Drehzahl und Brennraumdruck in den ersten drei Zeilen der Abbildung {4.34} gut charakterisiert. Der positive Instationärsprung mit einer Saugrohrdruckdifferenz von ca. 400 mbar (Markierung A bei Arbeitsspiel 100 in der ersten Zeile) resultiert in einer maximalen positiven Lambdaabweichung von ca. 15% in der vierten Zeile. Ebenso ist

#### 4. Lasterfassung mittels Brennraumdruck

bei einem negativen Instationärvorgang das Ergebnis der Schubabschaltung im Lambdasondensignal deutlich zu sehen (Markierung B). Der weitere positive Instationärvorgang (Markierung C bei Arbeitsspiel 1600) mit einer Saugrohrdruckdifferenz von 600 mbar bewirkt eine Abweichung im Lambdasignal von über 20% (Markierung C in der vierten Zeile).

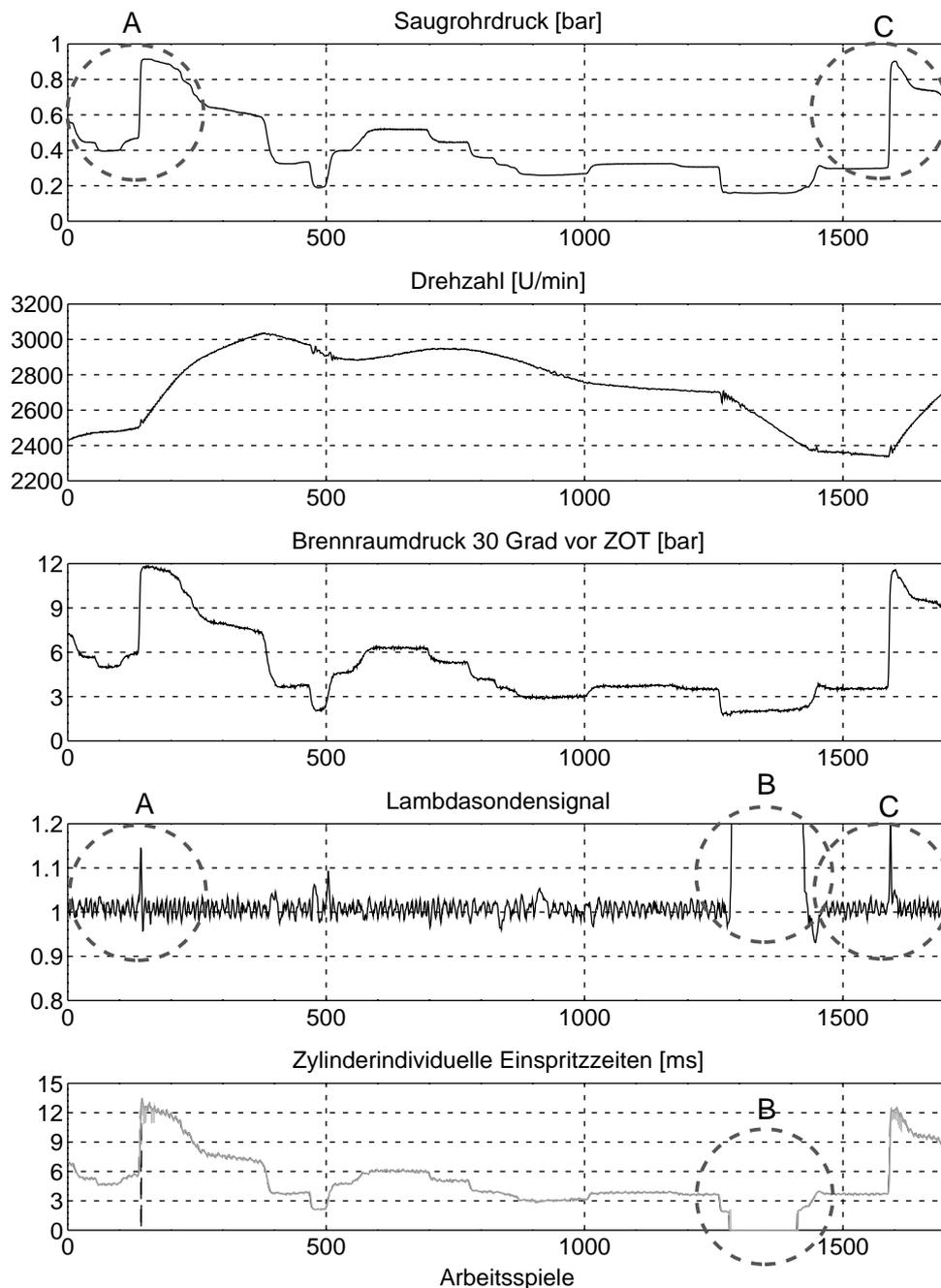


Abbildung {4.34}: Messungen im Fahrzeug, Serienstand

Der Vergleich zwischen Serienstand und brennraumdruckbasiertem Algorithmus soll anhand des positiven Instationärvorgangs (Markierung B, 500 mbar Saugrohrdruckdifferenz, Arbeitsspiel 900) in der Abbildung {4.35} deutlich gemacht werden. Die maximale positive Lambda-

## 4.2 Ein adaptives Kalman-Filter zur Lastschätzung

abweichung beträgt 12% im Gegensatz zu 15%-20% (je nach Saugrohrdruckdifferenz) bei der Serienlösung. Der Instationärvorgang ist allerdings im Lambdasondensignal bei der Serienlösung über dem Kurbelwinkel weniger deutlich zu sehen. Dies wird aber auch durch die größere Regelbandbreite der Serienlösung begünstigt. In der vierten Zeile ist die Verringerung der Regelbandbreite durch den Einsatz einer kontinuierlichen Lambdasonde gut zu sehen. Die Markierung A zeigt das Verhalten des Algorithmus bei Schubabschaltung.

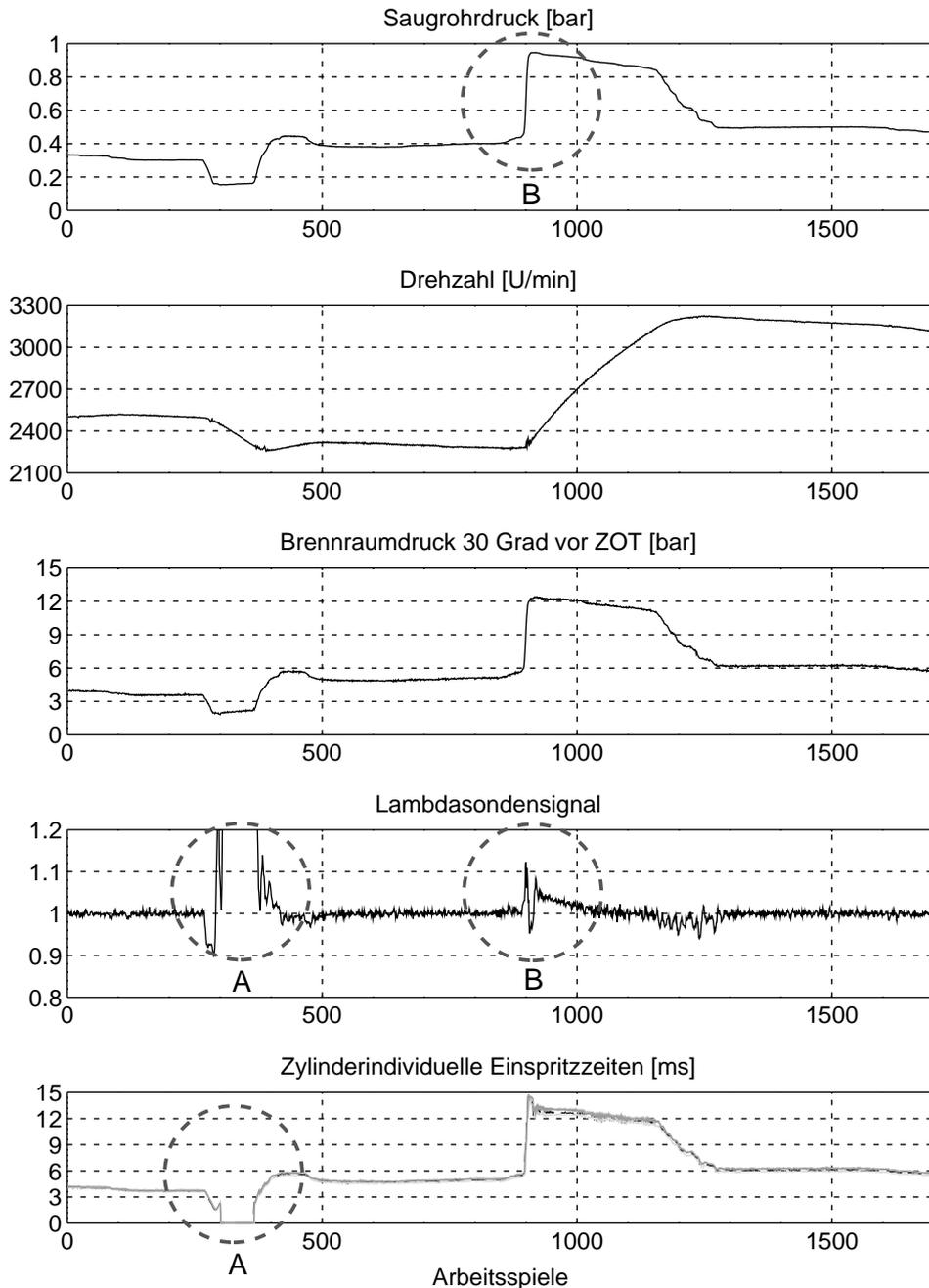


Abbildung {4.35}: Messungen im Fahrzeug, Luftmassenschätzung und Einspritzung mittels Brennraumdruckmessung

Zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit des demonstrierten Algorithmus sollen die Entwurfsbedingungen nochmals zusammengefaßt werden: Der brennraumdruckbasierte Algorithmus wurde rein modellbasiert entworfen. Es fand keine Kalibrierung am Prüfstand statt. Die Implementierung erfolgte nach der Simulation mit Fahrzeugdaten am Rechner direkt im Fahrzeug. Die in Kapitel 4.2.1.2.4 zur Prädiktion eingeführte Matrix pro Zylinder kann im Betrieb gefüllt und adaptiert werden. Der Algorithmus wurde im Fahrzeug nicht mehr angepasst. Dies zeigt doch deutlich, welches Potential in adaptiven, modellbasierten Algorithmen im Gegensatz zu überwiegend kennfeldbasierten Verfahren liegt.

Allerdings beschränkten folgende Hardwarevoraussetzungen die exakte Implementierung der entwickelten Algorithmen zur Lasterfassung aus Kapitel 4.2: Die Messung des Drosselklappenwinkels fand alle 45° KW statt, aber die Übertragung der 16 Werte erfolgte, bedingt durch die Hardwareumgebung, nur einmal je Arbeitsspiel zum Prototypenrechner. Somit erfolgte die Aktualisierung des Drosselklappenwinkels zur Prädiktion und die Übertragung des Lambdasondensignals nur einmal pro Arbeitsspiel.

### 4.2.4 Bewertung des Verfahrens

Die Möglichkeiten und Chancen aber auch die Schwierigkeiten, die sich beim Einsatz des Brennraumdrucksensors zur Lasterfassung ergeben sind in nachfolgender Übersicht zusammengefaßt:

- + Die Luftmasse im Zylinder kann individuell pro Zylinder erfaßt werden. Somit ist eine Zylindergleichstellung bezüglich Lambda möglich.
- + Die Lasterfassung findet nach konventionellen Fehlern, wie Leckluft oder Stellerfehler, statt.
- + Es ist ein großes Potential für zukünftige Motorkonzepte vorhanden.
- + Durch den Einsatz eines Brennraumdrucksensors pro Zylinder ergibt sich eine hohe Redundanz der Lasterfassungssensorik für Sicherheits- und Diagnosekonzepte.
- + Das Saugverhalten des Motors muß nicht beschrieben werden, da im Brennraum gemessen wird.
- Das Verfahren ist sensitiv auf die Frischgas- und Restgastemperatur. Da nur eine Temperatur adaptiert werden kann, muß die andere genau bestimmt werden.
- Der Einsatz eines Brennraumdrucksensors erfordert eine Bohrung pro Zylinder im Zylinderkopf.

Wird die Bewertung nicht allein auf die Lasterfassung bezogen, ergibt sich durch das breite Spektrum von weiteren Motorfunktionen, die mit dem Brennraumdrucksensor realisiert werden können, ein zusätzlicher positiver Aspekt. Durch die Entwicklung weiterer brennraumdruckbasierter Motorfunktionen (siehe Kapitel 2.3.1.5) können andere Sensoren eingespart werden. Außerdem kann Kostenäquivalenz zu bisherigen Motorsystemen erreicht werden.

### 4.3 Zusammenfassung

Zuerst wurde ein lineares Kalman-Filter zur Bestimmung des Thermoschockeinflusses entwickelt. Dieses Filter wurde am ungekühlten Brennraumdrucksensor getestet und mit den Messungen eines wassergekühlten Sensors verglichen. Die Fahrzeugimplementierung zeigt, daß das Filter sowohl stationär auf jeden beliebigen Offsetwert von Arbeitsspiel zu Arbeitsspiel einschwingt aber auch instationär einer deutlichen Verschiebung des Offsets folgt.

Danach wurde ein physikalisches Modell zur Bestimmung der Luftmasse im Zylinder in Abhängigkeit gemessener Brennraumdrucksignale und weiterer charakteristischer Motorkenngrößen ermittelt. Eine Berücksichtigung der Randbedingungen zur Implementierung im Fahrzeug und eine integrierte Prädiktion des Lastsignals mittels des Drosselklappenwinkels und seiner Ableitung schließen sich an. Die Ergebnisse an Fahrzeugdaten zeigen, daß stationär die Adaption der Frischgastemperatur über die Lambdasonde erfolgen kann. Instationär gleicht die Prädiktion über den Drosselklappenwinkel den Nachteil der Totzeit der Information des Brennraumdrucksignals aus. Die Implementierung im Fahrzeug zeigt das hohe Potential des Brennraumdrucksensors zur Lasterfassung mit modernen estimationstheoretischen Methoden.

# 5. Zusammenfassung

Sensoren innerhalb des Brennraums eines Verbrennungsmotors ermöglichen eine zylinderindividuelle Beurteilung des Arbeitsprozesses. Von besonderer Bedeutung sind hier der Brennraumdrucksensor und die Ionenstrommessung, die beide eine direkte Prozeßinformation liefern. Vereinzelt werden solche Sensoren in der Praxis in Serienfahrzeugen verwendet. Prinzipiell hat der Brennraumdrucksensor zwei große Vorteile gegenüber der Ionenstrommessung. Er liefert während des kompletten Arbeitsspiels des Verbrennungsmotors eine Aussage über den Druck im Zylinder, und diese Druckinformation ist für den gesamten Brennraum gültig. Die Ionenstrommessung stellt dagegen eine lokale Messung während der Verbrennung und einem Teil der Expansionsphase dar. Funktionell kann die Ionenstrommessung als Teilmenge der Möglichkeiten des Brennraumdrucksensors angesehen werden. Vor allem die Bestimmung der zentralen Prozeßgröße, die Luftmenge im Zylinder, ist über die Messung des Ionenstroms nicht möglich.

Bei herkömmlichen gedrosselten Ottomotoren wurde der Einsatz eines Brennraumdrucksensors zur Bestimmung der Luftmasse im Zylinder als notwendige Bedingung zur Kosteneinsparung angesehen, keinesfalls als hinreichende. Dies kann sich bei zukünftigen entdrosselten Motorkonzepten ändern.

Modellbasierte Methoden verlangen eine genaue Kenntnis der Parameter des hinterlegten physikalischen Modells. Sollen aufbauend auf diesen Modellen Zustände geschätzt werden, so hängt die Genauigkeit des Schätzergebnisses mit von der Bestimmung der Parameter ab. Im Gegensatz zum Extended Kalman-Filter, bei dem das Zustandsraummodell nichtlinear ist, gibt es Kalman-Filter Algorithmen, bei denen gleichzeitig Zustände und Parameter bestimmt werden können und das Systemmodell linear bleibt. Diese Verfahren wurden untersucht, auf die vorliegende Problemstellung erweitert und neu hergeleitet. Bei einem Vergleich der verschiedenen linearen adaptiven Verfahren mit dem nichtlinearen Extended Kalman-Filter hat sich das adaptive Kalman-Filter Verfahren mit Maximum Likelihood Ansatz als die Methode herausgestellt, die am besten die gegebenen Anforderungen erfüllt. Es sind keine Vorkenntnisse über die Verteilungsdichte der unbekannt Parameter notwendig, und die unbekannt Parameter können im kompletten Zustandsraummodell vorkommen. Besonders im Hinblick auf einen kom-

merziellen Einsatz dieser Algorithmen ist die Tatsache des Nachweises der Stabilität ein bedeutender Aspekt.

Die Luftmasse im Zylinder ist eine der wichtigsten Größen eines Verbrennungsmotors, um ein definiertes Gemisch für den Katalysator einzustellen und somit die Emissionen auf ein Minimum zu beschränken. Geschieht die Bestimmung dieser Prozeßgröße mittels des Brennraumdrucksensorsignals, müssen dessen Störeinflüsse eliminiert werden. Hierzu wurde ein lineares Kalman-Filter zur Bestimmung des absoluten Brennraumdruckwerts entwickelt. Der Algorithmus ist in der Lage, während der Laufzeit das Brennraumdrucksignal zu filtern und einen variablen Offset, hervorgerufen durch den Thermoschockeinfluß, zu bestimmen. Dieses Verfahren wurde am ungekühlten Brennraumdrucksensor getestet und mit den Werten eines wassergekühlten Sensors verglichen. Das Filter schwingt im Fahrzeug auf jeden beliebigen Offset von Arbeitsspiel zu Arbeitsspiel ein und folgt auch instationär einer deutlichen Verschiebung, hervorgerufen durch einen Betriebspunktwechsel.

Mittels einer Sensitivitätsanalyse des physikalischen Modells zur Bestimmung der Luftmasse wurde die Frischgastemperatur als der Parameter identifiziert, dessen Fehler sich am deutlichsten auf das Schätzergebnis auswirken, und der sich nur schwer abschätzen läßt. Aus diesem Grunde wurde ein adaptives Kalman-Filter hergeleitet, das die zylinderindividuelle Luftmasse aus gemessenen Brennraumdrucksignalen schätzt und die Frischgastemperatur stationär über die Lambdasonde adaptiert. Den Nachteil der Totzeit der Brennraumdruckinformation gegenüber herkömmlicher Lastsensorik berücksichtigt eine Prädiktion, die bei instationären Betriebsbedingungen die Änderung der Luftmasse über die Ableitung des Drosselklappenwinkels bestimmt. Dieses Filter wurde in den Prototypenrechner eines Fahrzeugs integriert, an gemessenen Fahrzeugdaten getestet und ausführlich diskutiert.

Die Vorteile einer Lasterfassung auf Basis gemessener Brennraumdrucksignale sind in der zylinderindividuellen Bestimmung der Luftmasse, dem Ausschließen konventioneller Lasterfassungsfehler wie Leckluft oder Stellerfehler und der hohen Redundanz für Sicherheits- und Diagnosekonzepte zu sehen. Zusätzlich erübrigt sich die Beschreibung des Saugverhaltens des Motors, und es ergeben sich enorme Möglichkeiten zur Realisierung weiterer zylinderindividueller Motorfunktionen (wie z. B. eine Zündwinkelregelung [Müller, 1998]).

## 6. Herleitungen

### 6.1 Herleitungen zur Maximum Likelihood Methode

Beim Einbeziehen der neuen Messungen in die Maximum Likelihood Gleichungen (Kapitel 3.1.5) müssen die *score*-Gleichungen  $\frac{\mathcal{J}\hat{\underline{x}}^+}{\mathcal{J}\underline{a}_m}$  und  $\frac{\mathcal{J}P^+(k)}{\mathcal{J}\underline{a}_m}$  bestimmt werden. Die Gleichungen und dazugehörigen Numerierungen sind der ‘Zusammenfassung der Gleichungen für die Maximum Likelihood Methode’ im Kapitel 3.1.5 entnommen. Folgende Vereinfachung der Schreibweise wird nachfolgend der besseren Übersichtlichkeit wegen verwendet  $A(k) \rightarrow A, \dots$

Herleitung von Glg. [B.ii.3]

d.h. Berechnung von  $\frac{\mathcal{J}\hat{\underline{x}}^+}{\mathcal{J}\underline{a}_m}$ . Ausgehend von Glg. [B.i.1] und Glg. [B.i.2] ergibt sich:

$$\hat{\underline{x}}_k^+ = \hat{\underline{x}}_k^- + K \cdot \left[ y_{-k} - C \cdot \hat{\underline{x}}_k^- \right] \quad [6.1.1]$$

Mit  $K = P^- \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1}$  folgt

$$\hat{\underline{x}}_k^+ = \hat{\underline{x}}_k^- + P^- \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1} \cdot \left[ y_{-k} - C \cdot \hat{\underline{x}}_k^- \right] \quad [6.1.2]$$

und Ausmultiplizieren ergibt:

$$\hat{\underline{x}}_k^+ = \hat{\underline{x}}_k^- + P^- \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1} \cdot y_{-k} - P^- \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1} \cdot C \cdot \hat{\underline{x}}_k^- \quad [6.1.3]$$

Diese Gleichung wird nun nach den unbekanntem Parametern abgeleitet:

$$\begin{aligned}
 \frac{\mathcal{J}\hat{x}_{-k}^+}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} &= \frac{\mathcal{J}\hat{x}_{-k}^-}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} + \frac{\mathcal{J}P^-}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1} \cdot \underline{y}_{-k} + P^- \cdot \frac{\mathcal{J}C^T}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot P_{yy}^{-1} \cdot \underline{y}_{-k} + P^- \cdot C^T \cdot \frac{\mathcal{J}P_{yy}^{-1}}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot \underline{y}_{-k} - \\
 &\frac{\mathcal{J}P^-}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1} \cdot C \cdot \hat{x}_{-k}^- - P^- \cdot \frac{\mathcal{J}C^T}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot P_{yy}^{-1} \cdot C \cdot \hat{x}_{-k}^- - P^- \cdot C^T \cdot \frac{\mathcal{J}P_{yy}^{-1}}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot C \cdot \hat{x}_{-k}^- - \\
 &P^- \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1} \cdot \frac{\mathcal{J}C}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot \hat{x}_{-k}^- - P^- \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1} \cdot C \cdot \frac{\mathcal{J}\hat{x}_{-k}^-}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m}
 \end{aligned} \tag{6.1.4}$$

Mit Glg. [62] und  $P_{yy}^{-1} = C \cdot P^- \cdot C^T + R$  folgt:

$$\frac{\mathcal{J}P_{yy}^{-1}}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} = -P_{yy}^{-1} \cdot \left[ \frac{\mathcal{J}C}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot P^- \cdot C^T + C \cdot \frac{\mathcal{J}P^-}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot C^T + C \cdot P^- \cdot \frac{\mathcal{J}C^T}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} + \frac{\mathcal{J}R}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \right] \cdot P_{yy}^{-1} \tag{6.1.5}$$

Setzt man Glg. [6.1.5] in Glg. [6.1.4] ein und mit  $\underline{r}_k = \underline{y}_{-k} - C \cdot \hat{x}_{-k}^-$  folgt:

$$\begin{aligned}
 \frac{\mathcal{J}\hat{x}_{-k}^+}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} &= \left[ I - P^- \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1} \cdot C \right] \cdot \frac{\mathcal{J}\hat{x}_{-k}^-}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} + P^- \cdot \frac{\mathcal{J}C^T}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot P_{yy}^{-1} \cdot \underline{r}_k + \frac{\mathcal{J}P^-}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1} \cdot \underline{r}_k - \\
 &P^- \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1} \cdot \left[ \frac{\mathcal{J}C}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot P^- \cdot C^T + C \cdot \frac{\mathcal{J}P^-}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot C^T + C \cdot P^- \cdot \frac{\mathcal{J}C^T}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} + \frac{\mathcal{J}R}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \right] \cdot P_{yy}^{-1} \cdot \underline{r}_k - \\
 &P^- \cdot C^T \cdot P_{yy}^{-1} \cdot \frac{\mathcal{J}C}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot \hat{x}_{-k}^-
 \end{aligned} \tag{6.1.6}$$

Wiedereinführen von  $K$  und  $E_1 = P_{yy}^{-1} \cdot \underline{r}$  ergibt

$$\begin{aligned}
 \frac{\mathcal{J}\hat{x}_{-k}^+}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} &= [I - K \cdot C] \cdot \frac{\mathcal{J}\hat{x}_{-k}^-}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} + \frac{\mathcal{J}P^-}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot C^T \cdot E_1 - K \cdot C \cdot \frac{\mathcal{J}P^-}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot C^T \cdot E_1 + \\
 &P^- \cdot \frac{\mathcal{J}C^T}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot E_1 - K \cdot C \cdot P^- \cdot \frac{\mathcal{J}C^T}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot E_1 - K \cdot \frac{\mathcal{J}C}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot P^- \cdot C^T \cdot E_1 - \\
 &K \cdot \frac{\mathcal{J}R}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot E_1 - K \cdot \frac{\mathcal{J}C}{\mathcal{J}\mathbf{a}_m} \cdot \hat{x}_{-k}^-
 \end{aligned} \tag{6.1.7}$$

und anschließendes Zusammenfassen:

$$\frac{\mathbb{J}\hat{x}_k^+}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} = [I - K \cdot C] \cdot \left[ \frac{\mathbb{J}\hat{x}_k^-}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} + \left( \frac{\mathbb{J}P^-}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot C^T + P^- \cdot \frac{\mathbb{J}C^T}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \right) \cdot E_1 \right] - K \cdot \frac{\mathbb{J}C}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot (P^- \cdot C^T \cdot E_1 + \hat{x}_k^-) - K \cdot \frac{\mathbb{J}R}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot E_1 \quad [6.1.8]$$

Der zweitletzte Term kann noch mit  $P^- \cdot C^T \cdot E_1 = K \cdot r_k$ , Glg. [3.1.11] und Glg. [B.i.3] vereinfacht werden:

$$\frac{\mathbb{J}\hat{x}_k^+}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} = D \cdot \left[ \frac{\mathbb{J}\hat{x}_k^-}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} + \left( \frac{\mathbb{J}P^-}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot C^T + P^- \cdot \frac{\mathbb{J}C^T}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \right) \cdot E_1 \right] - K \cdot \frac{\mathbb{J}C}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot \hat{x}_k^- - K \cdot \frac{\mathbb{J}R}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot E_1 \quad [6.1.9]$$

Herleitung von Glg. [B.ii.4]

d.h. Berechnung von  $\frac{\mathbb{J}P^+(k)}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m}$ . Ausgehend von Glg. [B.i.4a] und Einsetzen von Glg. [B.i.3] ergibt sich:

$$P^+ = P^- - P^- \cdot C^T \cdot K^T - K \cdot C \cdot P^- + K \cdot C \cdot P^- \cdot C^T \cdot K^T + K \cdot R \cdot K^T \quad [6.1.10]$$

Diese Gleichung wird wiederum nach den unbekanntem Parametern abgeleitet:

$$\begin{aligned} \frac{\mathbb{J}P^+}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} &= \frac{\mathbb{J}P^-}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} - \frac{\mathbb{J}P^-}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot C^T \cdot K^T - P^- \cdot \frac{\mathbb{J}C^T}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot K^T - K \cdot \frac{\mathbb{J}C}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot P^- - K \cdot C \cdot \frac{\mathbb{J}P^-}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} + \\ &K \cdot \frac{\mathbb{J}C}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot P^- \cdot C^T \cdot K^T + K \cdot C \cdot \frac{\mathbb{J}P^-}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot C^T \cdot K^T + K \cdot C \cdot P^- \cdot \frac{\mathbb{J}C^T}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot K^T + \\ &K \cdot \frac{\mathbb{J}R}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot K^T \end{aligned} \quad [6.1.11]$$

Mit Glg. [B.i.4] und Zusammenfassen<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\mathbb{J}P^+}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} &= [I - K \cdot C] \cdot \frac{\mathbb{J}P^-}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot [I - K \cdot C]^T - P^+ \cdot \frac{\mathbb{J}C^T}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot K^T - \\ &K \cdot \frac{\mathbb{J}C}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot \underbrace{[P^- - P^- \cdot C^T \cdot K^T]}_{\substack{P^- - P^- \cdot (K \cdot C)^T \\ = P^- - K \cdot C \cdot P^- = P^+}} + K \cdot \frac{\mathbb{J}R}{\mathbb{J}\mathbf{a}_m} \cdot K^T \end{aligned} \quad [6.1.12]$$

ergibt:

<sup>1</sup> Die Umformung unter der horizontal geschweiften Klammer in Glg. [6.1.12] ist zulässig, da  $P^- \cdot C^T \cdot K^T$  symmetrisch ist. Dies zeigt nachfolgende Gleichung:

$$P^- \cdot C^T \cdot K^T = P^- \cdot C^T \cdot \left[ P^- \cdot C^T \cdot (C \cdot P^- \cdot C^T + R)^{-1} \right]^T = P^- \cdot C^T \cdot (C \cdot P^- \cdot C^T + R)^{-1} \cdot C \cdot P^-$$

$$\frac{\mathbb{P}^+(k)}{\mathbb{a}_m} = D(k) \cdot \frac{\mathbb{P}^-(k)}{\mathbb{a}_m} \cdot D(k)^T - P^-(k) \cdot \frac{\mathbb{C}(k)^T}{\mathbb{a}_m} \cdot K(k)^T - K \cdot \frac{\mathbb{C}(k)}{\mathbb{a}_m} \cdot P^+(k) + K \cdot \frac{\mathbb{R}(k)}{\mathbb{a}_m} \cdot K(k)^T \quad [6.1.13]$$

## 6.2 Zahlenwerte und Fehlerabschätzung bei den Modellvereinfachungen

- Glg. [4.2.2] wird durch die Annahme folgender Voraussetzungen vereinfacht:
  - c) Die spezifischen Wärmekapazitäten für Restgas und Frischgas sind während der Kompressionsphase gleich und konstant.

$$\Rightarrow T_1 = \frac{T_{FG} \cdot m_{FG} \cdot c_{pFG} + T_{RG} \cdot m_{RG} \cdot c_{pRG}}{m_{FG} \cdot c_{pFG} + m_{RG} \cdot c_{pRG}} \quad \text{wird zu} \quad T_1 = \frac{T_{FG} \cdot m_{FG} + T_{RG} \cdot m_{RG}}{m_{FG} + m_{RG}}$$

Berechnung eines Zahlenwert für  $c_{vRG}$

Für die spezifische Wärmekapazität für Restgas bei konstantem Volumen  $c_{vRG}$  gilt nach [Pischinger, 1988]:

$$c_{vRG} = 0.9769 \cdot \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

mit

$$c_{pRG} = R_{RG} + c_{vRG}$$

folgt

$$c_{pRG}(T = 1000K) = 287.6 \cdot \frac{J}{kg \cdot K} + 0.9769 \cdot \frac{kJ}{kg \cdot K} = 1.26 \cdot \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

bei der Temperatur  $T=1000$  K.

Berechnung eines Zahlenwerts für  $c_{pFG}$

Frischgas setzt sich aus Luft und verdampften Kraftstoff zusammen, d.h. für  $c_{pFG}$  gilt ( $I = 1$ ):

$$c_{pFG} = \frac{1}{F_{stoich}} \cdot c_{pkraft} + \left(1 - \frac{1}{F_{stoich}}\right) \cdot c_{pluft}$$

mit  $F_{stoich} = 14.7$ ,

$$c_{p_{\text{Luft}}} = \frac{c_{p_{m_{\text{Luft}}}}}{M} = \frac{29.1124 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}}{28.953 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 1.01 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

und

$$c_{p_{\text{Kraft}}}(T = 300\text{K}) = 158 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

ergibt sich

$$c_{p_{FG}}(T = 300\text{K}) = 1.05 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

bei der Temperatur  $T=300\text{ K}$ .

Fehlerabschätzung bei Standardbetriebspunkt

Für den Betriebspunkt  $n=2000\text{ U/min}$  und  $P_{me}=6\text{ bar}$  soll eine Fehlerabschätzung durchgeführt werden. Die benötigten Größen ergeben sich zu

$$m_{FG} = 361\text{ mg}; m_{RG} = 47\text{ mg}; T_{FG} \approx T_{ans} = 292\text{ K}; T_{RG} \approx T_{Abg} = 896\text{ K}$$

und der Fehler zu

$$\left(1 - \frac{T_1}{T_1'}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{\frac{T_{FG} \cdot m_{FG} + T_{RG} \cdot m_{RG}}{m_{FG} + m_{RG}}}{\frac{T_{FG} \cdot m_{FG} \cdot c_{p_{FG}} + T_{RG} \cdot m_{RG} \cdot c_{p_{RG}}}{m_{FG} \cdot c_{p_{FG}} + m_{RG} \cdot c_{p_{RG}}}}\right) \cdot 100\% = 3.2\% .$$

Da der Fehler in den anderen Betriebspunkten in der gleichen Größenordnung liegt, wird diese Näherung verwendet.

- Glg. [4.2.3] wird durch die Annahme folgender Voraussetzungen vereinfacht:
  - c) die spezifischen Gaskonstanten für Restgas und Frischgas sind gleich:

$$\Rightarrow R_G = \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot R_i = \frac{m_{RG} \cdot R_{RG} + m_{FG} \cdot R_{FG}}{m_{RG} + m_{FG}} \text{ wird zu } R_G = R_{FG}$$

Zahlenwert für  $R_{RG}$

$$R_{RG}(T = 1000\text{K}) = 287.6 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Zahlenwert für  $R_{FG}$

Unter Annahme eines idealen Gasgemisch von Luft und Kraftstoffdampf wird  $R_{FG}$  zu

$$R_{FG} \approx R_{luft} = 287.2 \cdot \frac{J}{kg \cdot K}$$

gewählt. Ein Vergleich beider Gaskonstanten zeigt, daß diese Näherung zulässig ist.

### 6.3 Lineares Kalman-Filter zur Bestimmung des Drosselklappenwinkels und seiner Ableitung

Die Drosselklappenbewegung wird durch folgende zwei Differentialgleichungen beschrieben:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\beta \cdot x_2 + w(t) \end{aligned} \quad [6.3.1]$$

mit

$$E\{w(t)\} = 0 \quad [6.3.1a]$$

$$E\{w(t) \cdot w(t + \tau)^T\} = q \cdot \delta(\tau) \quad [6.3.1b]$$

Dabei ist  $x_1$  der Drosselklappenwinkel und  $x_2$  die Winkelgeschwindigkeit. Der Korrelationsparameter  $\beta$  wird so festgelegt, daß die reale Bewegung der Drosselklappe durch den Fahrer möglichst gut wiedergegeben wird. Dieser Parameter ist anhand einer Korrelationsanalyse bestimmbar (siehe hierzu [Loffeld, 1990], [Geppert, 1995] und [Scherer, 1998]). Da die Abtastung kurbelwinkelsynchron erfolgt, muß Glg. [6.3.1] transformiert werden. Setzt man voraus, daß sich die Drehzahl von einem auf den nächsten Abtastpunkt nicht ändert, dann kann man folgende Transformationsvorschrift verwenden.

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{360 [^\circ KW]}{60 [s]} = 6 \cdot n \quad [6.3.2]$$

Damit ergibt sich folgendes Zustandsraummodell:

$$\underline{\dot{x}}' = \frac{1}{6 \cdot n} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} \cdot \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot w(\varphi) \quad [6.3.3]$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{x} + v(\varphi) \quad [6.3.4]$$

Die globale kurbelwinkeldiskrete Zustandsübergangsmatrix ergibt sich mit  $\Phi(\varphi) = L^{-1} \{ [s \cdot I - F]^{-1} \}$  und anschließender Rücktransformation zu:

$$\Phi(\Delta\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{\beta} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\beta}{6 \cdot n} \cdot \Delta\varphi}\right) \\ 0 & e^{-\frac{\beta}{6 \cdot n} \cdot \Delta\varphi} \end{bmatrix} \quad [6.3.5]$$

Die kurbelwinkeldiskrete Beschreibung der Zustände lautet:

$$\begin{aligned} \underline{x}(k+1) &= \Phi(\Delta\varphi) \cdot \underline{x}(k) + \int_{\varphi_k}^{\varphi_{k+1}} \Phi(\varphi_{k+1} - \vartheta) \cdot G \cdot w(\varphi) \cdot d\vartheta \\ &= A \cdot \underline{x}(k) + \underline{w}_d(k) \end{aligned} \quad [6.3.6]$$

Der diskrete Rauschprozeß  $\underline{w}_d(k)$  berechnet sich durch eine lineare Operation aus einem weißen Rauschprozeß und ist somit auch ein Gaußprozeß. Seine beiden Momente ergeben sich zu:

$$E\left\{\underline{w}_d(k)\right\} = \int_{\mathbf{j}_k}^{\mathbf{j}_{k+1}} \Phi(\mathbf{j}_{k+1} - \mathbf{J}) \cdot G \cdot E\left\{\underline{w}(\mathbf{j})\right\} \cdot d\mathbf{J} = \underline{0} \quad [6.3.7]$$

$$E\left\{\underline{w}_d(k) \cdot \underline{w}_d^T(k)\right\} = \frac{1}{6 \cdot n} \cdot \int_{\mathbf{j}_k}^{\mathbf{j}_{k+1}} \Phi(\mathbf{j}_{k+1} - \mathbf{J}) \cdot G \cdot q \cdot G^T \cdot \Phi(\mathbf{j}_{k+1} - \mathbf{J})^T \cdot d\mathbf{J} = \underline{Q}_d(k) \quad [6.3.8]$$

Einsetzen der Glg. [6.3.5] und Teile von Glg. [6.3.3] in Glg. [6.3.8] und anschließende Integration und Vereinfachung ergeben:

$$\underline{Q}_d(k) = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \quad [6.3.9]$$

$$q_{11} = -\frac{1}{6 \cdot n \cdot \mathbf{b}^3} \cdot q \cdot \left[ 9 \cdot n + 3 \cdot n \cdot e^{-\frac{\mathbf{b}}{3n} \cdot \Delta j} - 12 \cdot n \cdot e^{-\frac{\mathbf{b}}{6n} \cdot \Delta j} - \mathbf{b} \cdot \Delta j \right] \quad [6.3.10]$$

$$q_{12} = q_{21} = \frac{1}{2 \cdot \mathbf{b}^2} \cdot q \cdot \left[ 1 - 2 \cdot e^{-\frac{\mathbf{b}}{6n} \cdot \Delta j} + e^{-\frac{\mathbf{b}}{3n} \cdot \Delta j} \right] \quad [6.3.11]$$

$$q_{22} = \frac{1}{2 \cdot \mathbf{b}} \cdot q \cdot \left[ 1 - e^{-\frac{\mathbf{b}}{3n} \cdot \Delta j} \right] \quad [6.3.12]$$

Damit ist die Transformation des linearen, zeitkontinuierlichen Zustandsraummodells aus Glg. [6.3.1] abgeschlossen.

## Literaturangaben

### Literatur zu den Methoden

- [Arndt, 1995] Arndt C., 'Adaptive Estimation schwer zugänglicher Parameter im Luftpfad', Studie für das Forschungsinstitut der Daimler Benz AG, 1995
- [Birkenfeld, 1977] Birkenfeld W., 'Methoden zur Analyse kurzer Zeitreihen', Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart, 1977
- [Bronstein, 1989] Bronstein I. N., 'Taschenbuch der Mathematik' Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 24. Auflage, 1989
- [Föllinger, 1991] Föllinger O., 'Nichtlineare Regelungen I&II', Oldenbourg Verlag, 6. Auflage, 1991
- [Föllinger, 1992] Föllinger O., 'Regelungstechnik', Hüthig Buch Verlag Heidelberg, 7. Auflage, 1992
- [Gelb, 1996] Gelb A., 'Applied Optimal Estimation', The M.I.T. Press, Cambridge, 14. Auflage, 1996
- [Jazwinski, 1969] Jazwinski A. H., 'Adaptive Filtering', Automatica, Volume 5, Seite 475-485, 1969
- [Leondes, 1973] Leondes T. C., Pearson O. J., 'Kalman filtering of systems with parameter uncertainties - a survey', International Journal of Control, Volume 17, Nr. 4, Seite 785-801, 1973

- [Loffeld, 1990] Loffeld O., 'Estimationstheorie I&II', Oldenbourg Verlag, 1990
- [Maybeck, 1968] Maybeck P. S., 'Combined State and Parameter Estimation for On-Line Application', Rep. T-557, Ph. D. dissertation, MIT, Cambridge, Massachusetts, February 1968
- [Maybeck, 1979] Maybeck P. S., 'Stochastic models, estimation and control', Volume 2, Academic Press, 1979
- [Mehra, 1970] Mehra R. K., 'On the Identification of Variances and Adaptive Kalman Filtering' IEEE Transactions on Automatic Control, Volume AC-15, Nr. 2, Seite 175-184, April 1970
- [Mehra, 1971] Mehra R. K., 'On-Line Identification of Linear Dynamic Systems with Applications to Kalman Filtering' IEEE Transactions on Automatic Control, Volume AC-16, Nr. 1, Seite 12-21, Februar 1971
- [Mehra, 1972] Mehra R. K., 'Approaches to Adaptive Filtering', IEEE Transactions on Automatic Control, Seite 693-698, October 1972
- [Rao, 1966] Rao C. R., 'Linear Statistical Interference and Its Application', J. Wiley & Sons, New York, 1966

## Literatur zur Anwendung

- [Aquino, 1981] Aquino C. S., 'Transient A/F Control Characteristics of the 5 Liter Central Injection Engine', SAE 81094, 1981
- [Auzins, 1995] Auzins J., Johansson H., Nytomt J., 'Ion-Gap Sense in Misfire Detection, Knock and Engine Control' SAE 950004, 1995
- [Brunt, 1997] Brunt M. F. J., Pond C. R., 'Evaluation of Techniques for Absolute Cylinder Pressure Correction', SAE 970036, 1997
- [Carrier, 1991] Carrier J. E., Roy R. H., Powell J. D., 'Estimating In-Cylinder Pre-Combustion Mixture Temperatures using Acoustic Resonances', Advanced Automotive Technologies ASME, Vol. 40, Seite 127-138, 1991
- [Conolly, 1994] Conolly F., 'Direct Estimation of Cyclic Combustion Pressure Variability Using Engine Speed Fluctuations in an Internal Combustion Engine', SAE 940143, 1994

- [Fox, 1993] Fox J. W., Cheng W. K., Heywood, J. B., 'A Model for Predicting Residual Gas Fraction in Spark-Ignition Engines', SAE 931025, 1993
- [Gassenfeit, 1989] Gassenfeit E. H., Powell J. D., 'Algorithms for Air-Fuel Ratio Estimation Using Internal Combustion Engine Cylinder Pressure', SAE 890300, 1989
- [Hahne, 1993] Hahne E., 'Technische Thermodynamik - Einführung und Anwendung', Addison-Wesley Verlag, 2. Auflage, 1993
- [Hart, 1995] Hart M., 'Identifikation und Kompensation der Wandfilmdynamik zur Reduzierung der Abgasemission bei Ottomotoren im Instationärbetrieb' Diplomarbeit Daimler-Benz AG und Universität Karlsruhe (TH) Institut für industrielle Informationsverarbeitung, 1995
- [Hart, 1998] Hart M., Ziegler M., Loffeld O., 'Adaptive Estimation of Cylinder Air Mass Using the Combustion Pressure', SAE 980791, 1998
- [He, 1994] He G., Wlodarczyk M. T., 'Evaluation of a Spark-Plug-Integrated Fiber-Optic Combustion Pressure Sensor', SAE 940381, 1994
- [Herden, 1994] Herden W., Küssell M., 'A New Combustion Pressure Sensor for Advanced Engine Management', SAE 940379, 1994
- [Heywood, 1988] Heywood J. B., 'Internal Combustion Engine Fundamentals', McGraw-Hill, 1988
- [Kao, 1994] Kao M., Moskwa J. J., 'Nonlinear Cylinder and Intake Manifold Pressure Observers for Engine Control and Diagnostics', SAE 940375, 1994
- [Kuratle, 1994] Kuratle R., 'Meßzündkerzen mit integriertem Drucksensor', Motor-technische Zeitschrift MTZ 55, Seite 120-126, 1994
- [Küssell, 1996] Küssell M., Bellmann H., Herden W., 'Brennraum\_Drucksensor für den Einsatz in Serienmotoren', Motortechnische Zeitschrift MTZ 57, Seite 15-22, 1996
- [Lee, 1995] Lee A., Pyko J. S., 'Engine Misfire Detection by Ionization Current Monitoring', SAE 950003, 1995
- [Lim, 1994] Lim B., Lim I., Park J., Son Y., Kim E., 'Estimation of the Cylinder Pressure in a SI Engine Using the Variation of Crankshaft Speed', SAE 940145, 1994

- [Mahr, 1994] Mahr B., Essers U., Welte L., 'Neues Verfahren zur Ermittlung des Brennraum-Druckverlaufs', *Motortechnische Zeitschrift MTZ* 55, Seite 268-271, 1994
- [Müller, 1998] Müller R., 'Modernes Motormanagement mit neuronalen Netzen', Dissertation Universität Würzburg, 1998
- [Pestana, 1989] Pestana G. W., 'Engine Control Methods Using Combustion Pressure Feedback', SAE 890758, 1989
- [Pischinger, 1988] Pischinger R., Kraßnig G., Taucar G., Sams T., 'Thermodynamik der Verbrennungskraftmaschine', Springer-Verlag Wien - New York, 1988
- [Poorman, 1997] Poorman T. J., Xia L., Wlorarczyk M. T., 'Ignition System-Embedded Fiber-Optic Combustion Pressure Sensor for Engine Control and Monitoring', SAE 970845, 1997
- [Saitzkoff, 1997] Saitzkoff A., Reinmann R., Mauss F., Glavmo M., 'In-Cylinder Pressure Measurements Using the Spark Plug as an Ionization Sensor', SAE 970857, 1997
- [Schärmeli, 1990] Schärmeli G., 'Brennraum-Druck im Kreuzfeuer', *Automobil-Elektronik*, September 1990
- [Scherer, 1998] Scherer M., 'Methoden zur Reduzierung dynamischer Gemischfehler', Dissertation Universität Siegen, 1998
- [Scherer, 1998a] Scherer M., Hart M., Loffeld O. 'Kalman Filtering, an Effective Method for Different Applications in A/F Ratio Control', IFAC workshop, *Advances In Automotive Control*, Ohio, 1998
- [Schnauffer, 1931] Schnauffer K., 'Messung von Glühzündungstemperaturen in raschlaufenden Zündermotoren', *DVL-Jahrbuch*, Seite 375-379, 1931
- [Shiao, 1994] Shiao Y., Moskwa J. J., 'Misfire Detection and Cylinder Pressure Reconstruction for SI Engines', SAE 940144, 1994
- [Sugitani, 1993] Sugitani N., Ueda M., Kosugi M., Tsukada K., 'Combustion Pressure Sensor for Toyota Lean Burn Engine Control', SAE 930882, 1993
- [Takeuchi, 1990] Takeuchi K., 'Cylinder Pressure Measurements Using a Spark-Plug Pressure Sensor', *JSAE Review* Vol. 11, Nr. 3, 1990