

**ENTWICKLUNG EINER INTELLIGENTEN STRUKTUR – EINE  
KOMBINATION GLOBALER UND LOKALER VERFAHREN  
ZUR SCHADENSDIAGNOSE**

DISSERTATION

Zur Erlangung des akademischen Grades

DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von

Dipl.-Ing. GREGOR MENGELKAMP

aus Neunkirchen-Seelscheid

eingereicht dem

FACHBEREICH MASCHINENBAU

der UNIVERSITÄT SIEGEN

Referent: Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. P. Betsch

Tag der mündlichen Prüfung:

10. August 2006

urn:nbn:de:hbz:467-2429

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanik und Regelungstechnik–Mechatronik der Universität Siegen.

Zu großem Dank bin ich allen verpflichtet, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, besonders

- Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen für seine stets wohlwollende Unterstützung, für die fachliche Betreuung und stete Diskussionsbereitschaft bei wissenschaftlichen Fragestellungen sowie die zahlreichen gemeinsamen Konferenzzreisen, bei denen ich viele wertvolle Erfahrungen sammeln konnte,
- Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. P. Betsch für die Übernahme des Korreferats,
- Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. T. Carolus und Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. J. Christ für ihre Beiträge im Rahmen des Promotionsverfahrens.

Insbesondere möchte ich mich bei allen jetzigen und ehemaligen Mitarbeitern der Arbeitsgruppe Technische Mechanik für die stets sehr gute Arbeitsatmosphäre bedanken, die wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Ein besonderer Dank geht an Herrn Dipl.-Ing. W. Richter und Herrn G. Dietrich für ihre Unterstützung bei der Durchführung zahlreicher Versuche, deren Ergebnisse einen wichtigen Bestandteil dieser Arbeit darstellen. Außerdem möchte ich mich bei meinem langjährigen Kollegen Herrn Dipl.-Ing. Boris Künkler für die gemeinsam erlebte Zeit am Institut bedanken. Ein weiteres Dankeschön gilt allen studentischen Hilfskräften sowie allen Studien- und Diplomarbeitern.

Meiner Freundin danke ich für die akribische Durchsicht der Dissertation und ihre Unterstützung. Darüber hinaus möchte ich mich bei meinen Eltern herzlich bedanken, die mir durch ihren Einsatz und ihren Rückhalt ein unbeschwertes Studium ermöglichten.

Siegen, im März 2006

Gregor Mengelkamp

**INHALTSVERZEICHNIS**

<b>1</b>	<b>EINLEITUNG</b>	<b>1</b>
1.1	LITERATURÜBERSICHT	1
1.2	FOKUS UND BEITRAG DER ARBEIT	7
<b>2</b>	<b>THEORETISCHE GRUNDLAGEN</b>	<b>10</b>
2.1	BESCHREIBUNG DER DYNAMIK LINEARER SYSTEME	10
2.1.1	Lösung der linearen Zustandsgleichung	12
2.1.2	Übergang von zeitkontinuierlichen zu zeitdiskreten Systemen	14
2.2	DER EIGENSYSTEM-REALISIERUNGS-ALGORITHMUS	16
2.2.1	Zustandssteuerbarkeit und Zustandsbeobachtbarkeit	17
2.2.2	Ermittlung der Systemmatrizen	22
2.2.3	Stochastische Anregung	27
2.3	WELLEN IN ISOTROPEN ELASTISCHEN KONTINUA	29
2.3.1	Grundbegriffe	30
2.3.2	Wellengleichung	32
2.3.3	Die reine Longitudinalwelle	33
2.3.4	Longitudinalwellen in Stäben und Platten	37
2.3.5	Die ebene Transversalwelle	39
2.3.6	Allgemeine Feldgleichungen	42
2.3.7	Vergleich der Ausbreitungsgeschwindigkeiten	43
2.3.8	Phasen- und Gruppengeschwindigkeit	44
2.3.9	Geführte Wellen in Platten	47
<b>3</b>	<b>DIE INTELLIGENTE STRUKTUR – GRUNDIDEE, MODELLBILDUNG UND EXPERIMENTELLE DURCHFÜHRUNG</b>	<b>57</b>
3.1	MODELLBILDUNG	59
3.2	EXPERIMENTELLE DURCHFÜHRUNG – STOCHASTISCHE ANREGUNG	63
3.3	EXPERIMENTELLE DURCHFÜHRUNG – LAMB-WELLENAUSBREITUNG	66
<b>4</b>	<b>DIE INTELLIGENTE STRUKTUR – DIAGNOSEALGORITHMEN</b>	<b>71</b>
4.1	DURCHFÜHRUNG DES SCHADENSDETEKTIONSTESTS	71
4.2	ERWEITERUNG DES DETEKTIONALGORITHMUS ZUR KOMPENSATION VON UMGEBUNGSEINFLÜSSEN	78

---

4.3	ERWEITERUNG DES DETEKTIONSALGORITHMUS ZUR BESTIMMUNG VON KONFIDENZINTERVALLEN	82
4.4	ERWEITERUNG DES DETEKTIONSALGORITHMUS UM DIE SCHADENSLOKALISATION	87
4.5	ALGORITHMEN ZUR BESTIMMUNG DES SCHADENSORTES	95
4.6	SENSORPOSITIONIERUNG	101
<b>5</b>	<b>ANWENDUNGSBEISPIELE UND ERGEBNISSE</b>	<b>105</b>
5.1	ARTEMIS SATELLITENANTENNE	106
5.2	GFK-PLATTE MIT INTEGRIERTER AKTORIK UND SENSORIK	109
5.3	SCHADENSDETEKTION AN EINER CFK-PLATTE BEI VERÄNDERLICHER UMGEBUNGSTEMPERATUR	112
5.4	SCHADENSDIAGNOSE AN EINER VERSTEIFTEN ALUMINIUMSTRUKTUR	116
5.5	SCHADENSDIAGNOSE AN EINER GFK-PLATTE	123
<b>6</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK</b>	<b>132</b>
<b>7</b>	<b>LITERATURVERZEICHNIS</b>	<b>137</b>

**Nomenklatur**

## Abkürzungen

<i>EF</i>	Eigenfrequenzen
<i>ERA</i>	Eigensystem-Realisierungs-Algorithmus
<i>ges</i>	geschädigte Struktur
<i>HT</i>	High Tension
<i>IMS</i>	Inverses modales Sensitivitätsverfahren
<i>MAC</i>	Modal Assurance Criterion
<i>MIMO</i>	Multi-Input Multi-Output
<i>PZT</i>	Blei-Zirkonat-Titanat
<i>SBB</i>	Schadenslokalisierung auf der Basis der Beobachtbarkeitsmatrix
<i>SHM</i>	Structural Health Monitoring
<i>SVD</i>	Singular Value Decomposition
<i>unges</i>	ungeschädigte Struktur

## Lateinische Buchstaben

<i>a</i>	reelle Konstante
$A_i$	<i>i</i> -te antisymmetrische Mode
<b>A</b>	Systemmatrix
<i>b</i>	reelle Konstante
$b(t)$	zeitabhängige skalare Größe
<b>B</b>	Eingangsmatrix
$c(t)$	zeitabhängige skalare Größe
<i>c</i>	Dämpfungskoeffizient
<i>c</i>	Ausbreitungsgeschwindigkeit
$c_{gr}$	Gruppengeschwindigkeit
$c_{ph}$	Phasengeschwindigkeit
$c_L$	Phasengeschwindigkeit der Longitudinalwelle
$c_{LP}$	Phasengeschwindigkeit der quasi-Longitudinalwelle in der Platte
$c_{LS}$	Phasengeschwindigkeit der quasi-Longitudinalwelle im Stab

---

$c_x$	Spurwellengeschwindigkeit
$c_T$	Phasengeschwindigkeit der ebenen Transversalwelle
$C$	Ausgangsmatrix
$C^E$	Elastizitätstensor
$C_d$	Dämpfungsmatrix
$dm$	Massenelement
$dV$	Volumenelement
$d$	piezoelektrische Ladungskonstante
$d$	Plattendicke
$d_i$	$i$ -ter nicht normierter Schadensindikator
$D$	dielektrische Verschiebung
$D$	longitudinale Steife
$D_n$	Schadensindikator
$D_{km}$	Schadensindikator
$D$	Durchgangsmatrix
$e$	Tensor der piezoelektrischen Spannungskoeffizienten
$E$	elektrisches Feld
$E$	Elastizitätsmodul
$E$	Eingangsmatrix für die Störgröße
$F$	Verteilungsfunktion
$f$	Frequenz
$f_c$	Grundfrequenz
$f$	Kraftvektor
$F$	Eingangsmatrix für die Störgröße
$g_{i,j}(t)$	Gewichtungsfunktionen
$G$	Schubmodul
$G$	Zustand-Ausgangs-Kovarianzmatrix
$G(t)$	Gewichtsmatrix
$h_A$	Aktorhöhe
$h_B$	Balkenhöhe
$h_S$	Sensorhöhe
$H$	Hankelmatrix

---

$I$	Einheitsmatrix
$j$	Zeitversatz
$k_i$	$i$ -te Federsteifigkeit
$k$	Wellenzahl
$k_x$	Spurwellenzahl
$K_{xx}$	mechanische Steifigkeitsmatrix
$K_{x\phi}$	piezoelektrische Steifigkeitsmatrix
$K_{\phi\phi}$	dielektrische Steifigkeitsmatrix
$K$	Steifigkeitsmatrix
$l$	Anzahl der Singulärwerte
$L$	Matrix der Sensorplatzierungen
$m$	Anzahl des Sensoren
$M$	Biegemoment
$M$	Massenmatrix
$n$	Anzahl der Freiheitsgrade
$n_s$	Schwingspielzahl
$n_t$	Anzahl der gemessenen Datenpunkte
$N$	Normalkraft
$\Delta p$	Parametervektor
$p$	Konstante
$P$	Beobachtbarkeitsmatrix
$q$	Konstante
$Q$	elektrische Ladung
$Q$	Steuerbarkeitsmatrix
$r$	Residuenvektor
$R$	Ausgangs-Kovarianzmatrix
$\hat{R}$	Schätzwert für die Ausgangs-Kovarianzmatrix
$R$	orthonormale Matrix
$s$	Index zur Kennzeichnung des zeitdiskreten Systems
$S$	Matrix
$S$	Verzerrung
$S_i$	$i$ -te Sensorspannung der $S_0$ -Mode

$S_{i,ref}$	$i$ -te Sensorspannung der $S_0$ -Mode für einen Referenzzustand
$S_{km}$	$m$ -te Sensorspannung der $S_0$ -Mode und $k$ -ten Aktor
$S_{km,ref}$	$m$ -te Sensorspannung der $S_0$ -Mode und $k$ -ten Aktor für einen Referenzzustand
$S_i$	$i$ -te symmetrische Mode
$S$	Sensitivitätsmatrix, orthonormale Matrix
$t$	Zeit
$t_0$	Zeitpunkt
$\Delta t$	Abtastperiode
$T$	Periodendauer
$u$	Verschiebung in $x$ -Richtung
$\mathbf{u}$	Eingangsgröße
$U$	Aktorspannung
$U_s$	Sensorspannung
$\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}$	Verschiebungs-, Geschwindigkeits-, Beschleunigungsvektor
$x_0$	Startwert für die Verschiebung
$x_h(t)$	homogene Lösung
$x_p(t)$	partikuläre Lösung
$y$	Auslenkung
$\hat{y}$	Amplitude der Auslenkung
$\mathbf{y}$	Ausgangsgröße
$Y$	Impulsantwort
$\hat{Y}$	berechnete Impulsantwort
$z$	Störgröße
$\mathbf{Z}$	Zustandsvektor

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	Zeilenindex der Hankelmatrix
$\beta$	Spaltenindex der Hankelmatrix
$\beta$	Formparameter
$\gamma_{ij}$	Gleitungen
$\Gamma_{ij}$	Anstieg



$\delta$	Skalierungsparameter
$\delta$	Dirac-Impuls
$\delta_{ij}$	Kronecker-Symbol
$\epsilon_s$	dielektrischer Tensor
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	Dehnungen in $x$ -, $y$ -, $z$ -Richtung
$\zeta$	Residuum
$\vartheta$	Temperaturintervall
$\theta$	Zustand der Struktur
$\theta_0$	Zustand der ungeschädigten Struktur
$\lambda$	Ortsparameter
$\lambda$	LAME'sche Konstante
$\lambda$	Wellenlänge
$\lambda_i$	$i$ -ter Eigenwert
$\lambda_x$	Spurwellenlänge
$\mu$	LAME'sche Konstante
$\mu_i$	$i$ -ter Mittelwert
$\nu$	Messrauschen
$\nu$	Querkontraktion
$\nu_x$	Schnelle in $x$ -Richtung
$\rho$	Dichte
$\sigma_i$	Singulärwert
$\sigma_{ij}$	Spannungen
$\Sigma$	Singulärwertmatrix
$\hat{\Sigma}$	Schätzwert für die Residuenkovarianzmatrix
$\tau$	Integrationsvariable
$\tau_{ij}$	Schubspannungen
$\varphi_i$	$i$ -ter Eigenvektor
$\varphi$	Winkel
$\varphi_T$	Winkel der Transversalwelle
$\varphi_L$	Winkel der Longitudinalwelle
$\phi$	elektrisches Potenzial, Potenzialfunktion

---

$\Phi(t)$	Fundamentalmatrix
$\Psi, \psi$	Modalmatrix, Potenzialfunktion
$\psi_1$	Aktorsignal 1
$\psi_2$	Aktorsignal 2
$\Psi_i$	$i$ -ter beobachteter Eigenvektor
$w$	Anregungssignal (weißes Rauschen)
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit

## KURZFASSUNG

Während in der Vergangenheit oftmals die technische Umsetzbarkeit einer Produktidee im Vordergrund stand, entscheidet gegenwärtig und zukünftig wohl in zunehmenden Maße die Höhe der Betriebskosten über den wirtschaftlichen Erfolg eines Produktes. Die Lösung dieses Problems stellen u.a. die Prinzipien und Konzepte, die unter dem Oberbegriff Leichtbau bekannt geworden sind, dar. Vornehmlich beschäftigt sich der Leichtbau damit, das Strukturgewicht und die damit eng verknüpften Betriebskosten zu reduzieren ohne dabei die technologischen Eigenschaften zu verschlechtern. Möglich wird dies jedoch erst durch eine schadenstolerante Auslegung, d.h. das bewusste in Kauf nehmen eines möglichen Schadens noch während der Produktlebensdauer. Die Überwachung von Strukturen ist Gegenstand des sogenannten Structural Health Monitoring (SHM), das alle Verfahren, Entwicklungen und Forschungsaktivitäten auf diesem Gebiet umfasst.

In dieser Arbeit wird zunächst ein Überblick über die derzeit auf dem Gebiet des Structural Health Monitoring stattfindende Forschung gegeben. Der Fokus richtet sich dabei insbesondere auf die *globalen* und *lokalen* Verfahren, die im weiteren Verlauf der Arbeit zur Entwicklung der Intelligenten Struktur genutzt werden sollen. Unter Intelligenten Strukturen versteht der Verfasser Strukturen, die, mit Aktoren, Sensoren und Auswertelgorithmen ausgestattet, in der Lage sind, selbstständig über ihren Zustand Auskunft zu geben. Im Grundlagenteil der Arbeit werden die theoretischen Voraussetzungen und die physikalischen Wirkprinzipien, auf denen die eingesetzten und entwickelten Verfahren basieren, zusammengefasst. Im Anschluss daran wird die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Intelligente Struktur vorgestellt. Die letzten beiden Kapitel zeigen schließlich die Leistungsfähigkeit dieser Struktur und geben einen Ausblick auf die noch zu leistende Forschungsarbeit.

Die vorgestellte Intelligente Struktur ermöglicht die Identifikation von Strukturschädigungen auf Grund von Änderungen des Schwingungsverhaltens in Kombination mit einem *lokalen* Verfahren zur Bestimmung des Schadensortes. In beiden Fällen wird dasselbe Aktuator- und Sensornetzwerk genutzt. Kennzeichnend für das entwickelte Verfahren ist seine sehr hohe Empfindlichkeit, die es erlaubt auch kleine Schäden zu entdecken. Die Struktur ist mit piezoelektrischen Elementen ausgestattet, die wechselweise als Aktoren und Sensoren betrieben werden können. Die Leistungsfähigkeit des Verfahrens wird anhand verschiedener Strukturen, insbesondere der Detektion und der Lokalisation von Rissen und Delaminationen, an verschiedenen Beispielen, teils in internationaler Zusammenarbeit, unter Beweis gestellt.

## 1 EINLEITUNG

Um die Betriebssicherheit zu gewährleisten, werden Strukturen derzeit nach festgelegten Zeitintervallen oder belastungsorientiert nach aufgelaufenen Betriebsstunden mit Hilfe visueller Prüfungen oder zerstörungsfreier Prüftechniken, wie z.B. Ultraschall, inspiziert. Da diese Untersuchungen sehr personal- und zeitintensiv sind, ist diese Vorgehensweise jedoch in den meisten Fällen sehr kostspielig. Beispielsweise ist aus der Luftfahrtindustrie bekannt, dass ca. 85 % der Gesamtausgaben für ein Flugzeug für die Inspektion, Wartung und Instandhaltung aufgewendet werden müssen [BOLLER 2000]. Neben dem finanziellen sprechen jedoch auch sicherheitstechnische Gründe für ein Überdenken der eingesetzten Routinen. So lassen sich Strukturen heutzutage in den meisten Fällen nur diskontinuierlich überwachen, was nicht mit dem Wissen und den Erfahrungen auf dem Gebiet der Bruchmechanik vereinbar ist. Die festgelegten Zeitintervalle für Schäden, die sich nach bruchmechanischen Gesetzmäßigkeiten [SURESH 2003] progressiv entwickeln, können beispielsweise zu groß sein, sodass die Struktur bereits vor einer erneuten routinemäßigen Inspektion versagt. Mit der permanenten Überwachung der „Gesundheit“ oder der Integrität von Strukturen beschäftigen sich alle im englischen Sprachraum unter dem Begriff „Structural Health Monitoring“ bekannt gewordenen Verfahren. Das folgende Kapitel gibt einen Überblick über den derzeitigen Entwicklungsstand auf diesem Gebiet.

### 1.1 LITERATURÜBERSICHT

Die hier vorgestellten Verfahren sind nach ihren Eigenschaften in *lokale* und *globale* Verfahren, sowie einige *ergänzende* Verfahren nach ihrem physikalischen Wirkprinzip eingeteilt.

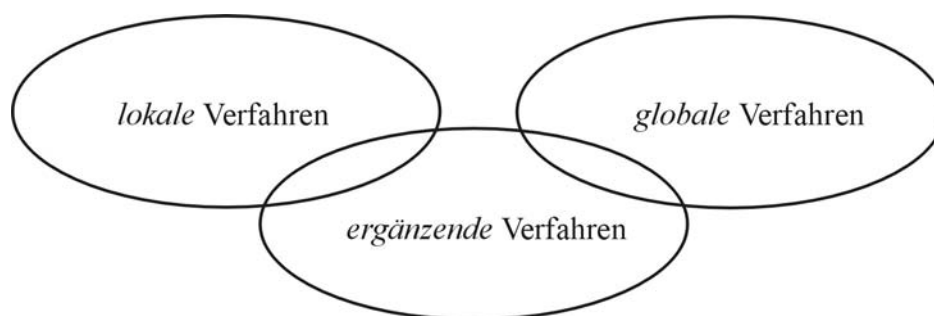


Bild 1.1: Gewählte Einteilung

Zu den *globalen* Verfahren zählen alle Ansätze, die das geänderte Schwingungsverhalten der Struktur für die Schadensdetektion und die Schadenslokalisierung nutzen. Kennzeichnend für

diese Verfahren ist, dass sie in der Regel mit einem relativ groben Sensornetzwerk auskommen, um die globalen Größen wie Eigenfrequenzen, Eigenformen und Dämpfungen zu überwachen.

Bei der modellgestützten Schadensdiagnose werden die gemessenen Schwingungsdaten zur Identifikation der geschädigten Parameter einer elastomechanischen Struktur genutzt. Von der methodischen Seite her steht hier ein an die Messdaten angepasstes FE-Modell im Vordergrund. Die Güte der Anpassung, die sich quantitativ in MAC-Werten und relativen Frequenzabweichungen angeben lässt, ist entscheidend für den Erfolg des späteren Identifikationsprozesses [FRISWELL UND MOTTERSHEAD 1995]. In der Regel wird die Steifigkeitsmatrix des an die Messdaten angepassten FE-Modells zur Bestimmung der Eigenvektor- und der Eigenwert sensitivitäten benutzt. Diese wurden bei [FOX, KAPOOR 1968 UND NELSON 1976] beschrieben. Jennewein hat in seiner Arbeit [JENNEWEIN 1998] gezeigt, dass man das beste Identifikationsergebnis erhält, wenn der Residuenvektor aus den Messwerten an der Originalstruktur aufgebaut wird. Dies liegt an der Kompensation von fehlerbehafteten Daten auf Grund von Modellierungsfehlern. Das FE-Modell wird somit ausschließlich zur Berechnung der Sensitivitäten benötigt. In Abhängigkeit von der Anzahl der Datensätze und der Parameter erhält man ein unterbestimmtes, bestimmtes oder überbestimmtes lineares Gleichungssystem  $S \Delta p = r$ , wobei  $S$  die Sensitivitätsmatrix,  $\Delta p$  der Parametervektor und  $r$  der Residuenvektor ist, das auf Grund der schlechten Kondition der Sensitivitätsmatrix bezüglich des Parametervektors, d.h. kleine Änderungen des Residuenvektors können große Veränderungen im Parametervektor zur Folge haben, nur formal nach dem gesuchten Parametervektor aufgelöst werden kann. Für eine erfolgreiche numerische Auswertung kommen Regularisierungs- und Parameterselektionsverfahren zum Einsatz, wie sie von [NATKE UND CEMPEL 1997, BALAGEAS ET AL. 2006 UND FRITZEN UND BOHLE 1999] beschrieben werden, die zusätzliche Informationen in das numerische Problem geben. Neben den Modaldaten können auch direkt die erzwungenen Schwingungen, spektrale Leistungsdichten, Zeitreihen, Korrelationsfunktionen usw. in Betracht gezogen werden [OELJEKLAUS 1998 UND NAUERZ UND FRITZEN 2001], wodurch sich unterschiedliche Residuendefinitionen ergeben.

Zu den zukunftsweisenden *globalen* Verfahren gehören nach Ansicht des Autors alle Verfahren, die die Modaldaten aus den betriebsbedingten Anregungen ermitteln. Insbesondere Strukturen aus dem Bauingenieurwesen können wegen ihrer Dimensionen nur mit hohem experimentellem Aufwand zu Schwingungen angeregt werden, sodass sich hier die Ermittlung der benötigten Schwingungsdaten aus der „natürlichen“ Anregung anbietet. Zugleich ergibt sich

damit die Möglichkeit der Online Überwachung. Verfahren hierzu wurden von [BRINCKER, ZHANG UND ANDERSON 2000], [PEETERS UND DE ROECK 1999 UND 2001] sowie von [FASANA, GARIBALDI, MARCHESIELLO UND SORRENTINO 2001] entwickelt, um nur einige zu nennen. Prinzipiell ist es bei den geschilderten Anwendungsfällen schwierig, die Anregung explizit zu messen, sodass in der Regel Annahmen über die statistischen Eigenschaften des Anregungssignals, wie die Form des Spektrums, Stationarität usw. getroffen werden müssen.

Einen wichtigen Anstoß für die hier vorliegende Arbeit gab die am INRIA in Rennes in der Arbeitsgruppe von Basseville entwickelte Methode, die „Stochastic Subspace Fault Detection Method“ [BASSEVILLE ET AL. 2001]. Grundsätzlich basiert diese auf der Theorie der stochastischen Systeme [AKAIKE 1974]. Zur Residuendefinition wird der Nullraum einer charakteristischen Matrix, der sogenannten Hankelmatrix verwendet. Die sich hierbei ergebenden vier möglichen Residuendefinitionen sind in der Veröffentlichung von [YAN, GOLINVAL UND MARIN 2005] vergleichend zu einer Hauptkomponentenanalyse angegeben. Den besonderen Reiz macht die hohe Empfindlichkeit der Methode aus, die es erlaubt Strukturschäden in einem frühen Schädigungszustand zu detektieren. Dies liegt nach Auffassung des Verfassers daran, dass auch die Veränderungen höherer Moden, Eigenfrequenzen und Dämpfungen in die Berechnung des Schädigungsindikators eingehen, sowie eine Orthogonalitätsbeziehung bei der Definition des Residuums benutzt wird, die sehr empfindlich auf Veränderungen der dynamischen Eigenschaften einer Struktur reagiert.

*Lokale* Verfahren besitzen in der Regel ein höheres Auflösungsvermögen, d.h. sie können einen Schaden besser lokalisieren. Physikalisch gesehen liegt dies an einem günstigeren Verhältnis von geometrischer Abmessung des Schadens zur Wellenlänge.

*Lokale* Verfahren mit einem mechanischen Hintergrund basieren meist auf der Ausbreitung, der Streuung und der Reflexion mechanischer Wellen an einem möglichen Schaden. Die im Bereich der Strukturüberwachung überwiegend eingesetzten Wellen sind die sogenannten LAMB-Wellen. Sie gehören zur Gruppe der geführten Wellen zu denen auch die Oberflächenwellen, deren bekannteste Vertreter die RAYLEIGH-Wellen sind, und die Grenzflächenwellen, die sogenannten STONELY-Wellen, zählen. Die Oberflächenwellen breiten sich, wie ihr Name schon sagt, entlang der Oberfläche aus. Sie besitzen in der Regel eine große Schwingungsamplitude, die mit zunehmender Tiefe stark abnimmt und eine vergleichsweise niedrige Ausbreitungsgeschwindigkeit, sodass dieser Wellentyp zur Detektion von oberflächennahen Schäden prädestiniert ist. Grenzflächenwellen treten in Abhängigkeit von dem Verhältnis der

Dichten und der Schubmoduln in der Grenzfläche zwischen zwei benachbarten Medien auf. In den Bildern 1.2 bis 1.4 sind die verschiedenen Typen geführter Wellen schematisch dargestellt.

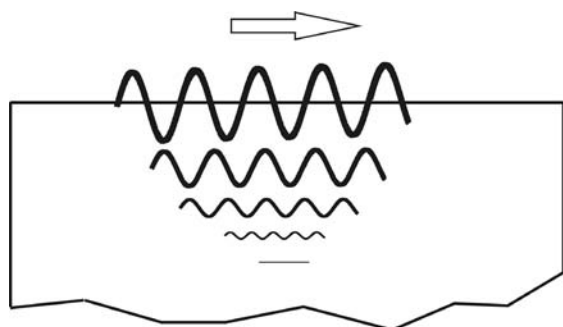


Bild 1.2: Oberflächenwellen

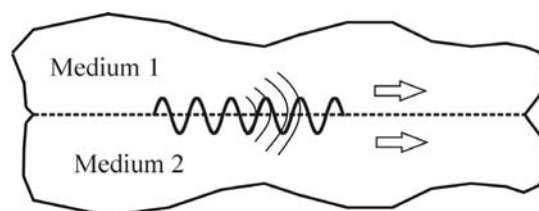


Bild 1.3: Grenzflächenwellen

LAMB-Wellen breiten sich in plattenförmigen Strukturen mit freien Oberflächen aus. Sie sind sehr dispersiv. Ihre Ausbreitungscharakteristik kann sogenannten Dispersionsdiagrammen entnommen werden, in denen die Phasen- bzw. die Gruppengeschwindigkeit über dem Produkt aus Frequenz und Bauteildicke dargestellt ist. Auf Grund des unterschiedlichen Verschiebungsverlaufs der Welle über der Bauteildicke wird zwischen symmetrischen und antisymmetrischen Moden unterschieden. Detailliertere und weitergehende grundlegende Eigenschaften von LAMB-Wellen sind in den Veröffentlichungen von [STASZEWSKI ET AL. 2004B], [MALLET ET AL. 2004] und bei [ROSE 1999] in Kapitel 8 „Waves in Plates“ ausführlich beschrieben.



Bild 1.4: LAMB-Wellen

Da LAMB-Wellen auf Grund ihres Ausbreitungsmechanismus sehr stark mit Materialinhomogenitäten interagieren, werden diese überwiegend in der Strukturüberwachung eingesetzt und es sind entsprechend viele Auswertelgorithmen hierzu entwickelt worden. Park und Chang definieren in ihrer Veröffentlichung [PARK UND CHANG 2003] einen relativ einfachen Schadensindikator, der auf der relativen Differenz gemessener elektrischer Spannungssignale beruht und sich als sehr robust herausgestellt hat. Die Kombination unterschiedlicher Sensor-Aktorpaare liefert den Schadensort. Einen noch einfacheren Ansatz stellen die Verfahren dar, die die Phasen- und die Amplitudengänge der gemessenen Aktor- und Sensorsignale, sowie die Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten zur Schadensdiagnose nutzen. Der vermeintliche Vorteil dieses einfachen Ansatzes wird jedoch durch eine notwendige, relativ umfang-

reiche Messdatenverarbeitung und –auswertung, wie die Hilbert Transformation und die Triangulation zur Bestimmung des Schadensortes, mit den daraus resultierenden Ungenauigkeiten bei der Schadensdiagnose kompensiert. Anwendungen dieser Verfahren für die Schadenslokalisierung in Platten finden sich in den Veröffentlichungen von [TUA ET AL. 2004], [VALDÉS UND SOUTIS 2001], [KONSTANTINIDIS ET AL. 2005], sowie bei [BERGER UND BAIER 2004] für Balkenstrukturen mit zugehörigen FE-Simulationen.

Eine weitere Gruppe bilden die Auswerteverfahren, die für die Schadensdiagnose Wavelets nutzen. Die Waveletanalyse ist eine Signalverarbeitung, die in den letzten 20 Jahren eine rasante Entwicklung erlebt hat. Grob gesprochen handelt es sich dabei um eine Darstellung des Spektrums und dessen Veränderungen über der Zeit. Vorteile bietet dieses Verfahren beim Auffinden von nichtstationären Ereignissen innerhalb eines Messsignals, wie sie charakteristischerweise bei der Reflexion von Wellen an möglichen Schäden oder bei der Messung der Wellenausbreitung an sich auftreten. Paget et al. haben in ihrer Arbeit [PAGET, GRONDEL, LEVIN UND DELEBARRE 2003] ein an die LAMB-Welle angepasstes Mother Wavelet entwickelt, das für die Signalauswertung von mit Piezoelementen gemessenen Spannungssignalen verwendet wird. Das Ergebnis ihrer Arbeit ist eine sehr frühe Schadensdetektion, die auf der Amplitudenveränderung einzelner Waveletkoeffizienten beruht, während die Amplituden der gemessenen Spannungssignale nur geringe Veränderungen erfahren. Weitere Verfahren, die für die Signalverarbeitung die Wavelettransformation im Zusammenhang mit der Ausbreitung von LAMB-Wellen nutzen sind bei [IP, TSE UND TAM 2004] und [SOHN ET AL. 2004] beschrieben.

Ein weiteres *lokales* Verfahren stellt die Auswertung mit Hilfe der Time Reversal Methode dar, die ihre Wurzeln in der Akustik hat [FINK UND PRADA 2001]. Auch bei dieser Methode wird die Ausbreitung von LAMB-Wellen zur Schadensdiagnose genutzt. Im Gegensatz zu allen bisher vorgestellten Verfahren benötigt die Time Reversal Methode jedoch kein Referenzsignal bzw. keinen Referenzdatensatz der ungeschädigten Struktur, was gleichzeitig ihren größten Vorteil darstellt. Schwierigkeiten bei der Auswertung und der Interpretation der Messdaten, die aus der Veränderung der Messdaten auf Grund von Betriebs- und Umgebungseinflüssen während des Produktlebenszyklus resultieren, treten hier nicht auf. Außerdem müssen für die Auswertung nicht entsprechende Referenzdaten vorgehalten werden. Physikalisch gesehen steht die Rekonstruktion des Aktorsignals bei dieser Methode im Vordergrund. Veröffentlichungen, in denen dieses Verfahren zum Einsatz kommt, gibt es von Sohn, der die Time Reversal Methode für die Lokalisation von Schäden auf Grund von stoß-



artigen Belastungen einer CFK-Platte einsetzt [SOHN ET AL. 2005], sowie von [FINK ET AL. 2000] der in seiner Arbeit ausführlich die theoretischen Grundlagen beschreibt und umfangreiche Experimente durchgeführt hat.

Die Berechnung von Transmissibilitäten stellt ebenfalls eine Methode für die Schadensdiagnose dar, die zur Gruppe der *lokalen* Verfahren gehört. Allerdings werden bei diesen Verfahren keine LAMB-Wellenpakete von einem Aktor ausgesendet, sondern die Struktur wird zu globalen Schwingungen angeregt. Die für die Schadensdiagnose verwendeten Transmissibilitäten berechnen sich aus den Quotienten der Spektren der gemessenen Sensorsignale [OTTE, VAN DER AUWERAER UND LEURIDAN 1992]. [JOHNSON UND ADAMS 2002A] geben in ihrer Arbeit die analytische Lösung der Transmissibilitäten für einen Dreimassenschwinger an. Weil dieses Beispiel so einfach gewählt ist, lassen sich hieran viele grundlegende Eigenschaften der Transmissibilitäten unmittelbar ablesen. So lässt sich analytisch zeigen, dass sich bei der Berechnung der Transmissibilitäten die Nenner der Übertragungsfunktionen herauskürzen und die zugehörigen Transmissibilitäten unsensitiv gegenüber Parameterschwankungen von Massen, Steifigkeiten und Dämpfungen werden, die außerhalb der betrachteten Sensorkombination liegen. Die Parameterschwankungen stehen hier für einen möglichen Schaden. Darüber hinaus zeigt Johnson, dass eine Schadensdiagnose mit Hilfe der Methode der Transmissibilitäten auch bei nichtlinearem Struktur- und Schädigungsverhalten möglich ist. Eine praktische Anwendung findet sich bei [JOHNSON UND ADAMS 2002B], in der die Methode der Transmissibilitäten für die Schadensdiagnose einer Hubschrauberstruktur eingesetzt wird. Den Brückenschlag zu den globalen Größen, wie den Eigenfrequenzen und den Eigenformen bzw. deren Sensitivitäten, liefert die Arbeit von [MOTTERSHEAD 1998A UND 1998B].

Zu den *ergänzenden* Verfahren zählen alle Methoden, die entweder gleichzeitig *lokalen* und *globalen* Charakter besitzen oder Eigenschaften haben, die keiner dieser beiden Gruppen zugeordnet werden können.

Eine solche Klasse stellen die Verfahren zur akustischen Emission dar, wie sie beispielsweise von [PULLIN, CARTER UND HOLFORD 1999], sowie von Staszewski in seinem Buch von 2004 in Kapitel 4 beschrieben werden [STASZEWSKI, BOLLER UND TOMLINSON 2004A]. Sie beruhen auf dem Effekt, dass bei einer Rissverlängerung elastische Energie freigesetzt wird. Die dabei entstehenden Spannungs-/Dehnungswellen können von entsprechenden Sensoren registriert und ausgewertet werden. Näheres hierzu findet sich in den Veröffentlichungen von [SCOTT 1991, MURAVIN 2000 UND HOLROYD 2001]. Eine Reihe von Standardparametern, wie etwa

die maximale Amplitude, die Zeit bis zum erstmaligen Überschreiten eines definierten Grenzwertes, die Zeit zwischen dem erstmaligem und dem letztmaligem Durchschreiten des Grenzwertes, die Zeit zwischen dem erstmaligem Überschreiten des Grenzwertes und dem Erreichen der Maximalamplitude und die Anzahl der Grenzwertüberschreitungen des Sensorsignals haben sich für die Auswertung durchgesetzt und sind in [STASZEWSKI, BOLLER UND TOMLINSON 2004A] in Kapitel 4 erklärt.

Die Impedanzanalyse beruht auf der Kopplung mechanischer und elektrischer Größen. Der wirtschaftliche Einsatz der Methode ist erst durch den von Peairs, Park und Inman entwickelten low-cost impedance Sensor möglich [PEAIRS, PARK UND INMAN 2004]. In der Veröffentlichung von Peairs [PEAIRS 2005] ist in Kapitel 2 „Low Cost Impedance Measurements“ das elektrische Schaltbild für den Bau des Sensors angegeben, sowie eine praktische Anwendung der Methode für die Schadensdiagnose an einer Flanschverbindung und einer Rohrleitung beschrieben. Pohl [POHL ET AL. 2001] und Mook [MOOK ET AL. 2003] nutzen die Impedanzmethode für die Detektion von Delaminationen in einer CFK-Platte. Garnett definiert in seiner Veröffentlichung einen Schadensindikator, den er für die Detektion von Korrosionsschäden an einem Aluminiumbalken verwendet [GARNETT ET AL. 2005]. Die Auswertung erfolgt in allen Fällen anhand des Real- und Imaginärteils der gemessenen Impedanz.

Weitere Verfahren, die auf nicht-mechanischen Prinzipien beruhen, wie beispielsweise dem elektrischen Widerstand oder elektro-magnetischen Verfahren, sind in [LEMISTRE ET AL. 2000, BUDELMANN ET AL. 2001, SCHÜLER ET AL. 2001 UND KHEMIRI 2001] beschrieben.

## 1.2 FOKUS UND BEITRAG DER ARBEIT

Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Entwicklung einer Intelligenten Struktur, die, mit Aktoren und Sensoren ausgestattet, in der Lage ist, selbstständig über ihren Zustand Auskunft zu geben. Dabei liegt der Entwicklung die Idee zu Grunde, durch die Kombination von *globalen* und *lokalen* Verfahren, und damit der Nutzung verfahrenbedingter Vorteile, die Leistungsfähigkeit der Intelligenten Struktur bei der Diagnose von Strukturschäden zu erhöhen. Außerdem werden die Verfahren in mehreren Kernbereichen erweitert, auf die im Folgenden näher eingegangen wird. Beide Verfahren arbeiten mit dem selben Netzwerk aus Aktoren und Sensoren, sodass kein zusätzlicher hardwaremäßiger Aufwand entsteht. Mit Hilfe des *globalen* Verfahrens werden in einer Früherkennungsphase Schäden bereits in ihrem Anfangsstadium detektiert. Der hierzu verwendete Algorithmus ist in Kapitel 4.1 ausführlich beschrieben.

Ein wichtiges Thema, das auf Tagungen und Kongressen immer wieder angesprochen wird, ist der Einfluss der Umgebungsbedingungen, z.B. der Temperatur, auf die Werte des Schadensindikators. Als wichtige Neuerung wird daher in Kapitel 4.2 eine Erweiterung des Schadensindikators zur näherungsweise Kompensation dieses Einflusses vorgeschlagen.

Wie bereits erwähnt, soll die Intelligente Struktur dem Anspruch gerecht werden, Schäden bereits in einem frühen Schädigungszustand zu detektieren. In Experimenten hat sich herausgestellt, dass der Schadensindikator sehr sensitiv auf diese unter Umständen auch sehr kleinen Änderungen der dynamischen Struktureigenschaften ist. Trotzdem muss für eine statistisch gesicherte Aussage über den Strukturzustand eine Konfidenzgrenze für die Schadensindikatorwerte angegeben werden. Alleine schon aus wirtschaftlichen Gründen verbieten sich die in einigen Veröffentlichungen angegebenen, relativ willkürlich gewählten Grenzwerte, da man einer Anzeige nach mehreren Fehlalarmen keine Beachtung mehr schenken wird, von sicherheitstechnischen Bedenken einmal ganz abgesehen. Bei der Analyse der Indikatorwerte hat sich herausgestellt, dass die Werte keiner bekannten Verteilungsfunktion zugeordnet werden können, ohne dabei vor allem in den für die Beurteilung des Strukturzustandes wichtigen Randbereichen große Abweichungen in Kauf zu nehmen. Aus diesem Grund wird die von [WORDEN ET AL. 2000 UND CASTILLO ET AL. 2005] beschriebene Extremwertstatistik für die Erweiterung des Detektionsalgorithmus zur Bestimmung von Konfidenzintervallen verwendet und ist in Kapitel 4.3 ausführlich erläutert.

Die Erweiterung des Detektionsalgorithmus um die Schadenslokalisierung ist in Kapitel 4.4 beschrieben. Ausgehend von dem numerischen Modell, das von dem Detektionsalgorithmus aufgebaut wird und aus dem die Modaldaten extrahiert werden können, lässt sich mit den Sensitivitäten, die mit Hilfe eines FE-Modells der Struktur bestimmt werden, ein inverses Problem formulieren. Die Lösung dieses Problems liefert dann den Schadensort. Ziel dieser Arbeit ist jedoch, ohne eine FE-Modellierung der untersuchten Strukturen auszukommen. Dies hat zweierlei Gründe. Zum einen ist vor allem bei komplexen Strukturen die notwendige Anpassung des FE-Modells an die gemessenen Modaldaten sehr aufwändig und zum anderen lassen sich nur die unteren Schwingungsformen mit vertretbarem Aufwand experimentell bestimmen. Durch die Beschränkung auf die unteren Moden stehen damit die für die Schadensfrüherkennung wichtigen Informationen aus dem mittleren Frequenzbereich nicht mehr zur Verfügung. Aus diesem Grund kommt für die Schadenslokalisierung ein *lokales* Verfahren auf der Basis der LAMB-Wellenausbreitung zum Einsatz, mit dem sowohl die gesamte als auch ausgewählte Bereiche der Strukturen untersucht werden. Darüber hinaus lösen LAMB-

Wellen auf Grund des günstigeren Verhältnisses zwischen Wellenlänge und Schadensgröße den Schaden örtlich besser auf. In der vorliegenden Arbeit werden bereits existierende sowie neu entwickelte Auswertelgorithmen für die Schadensdiagnose vorgestellt. Außerdem kommt ein neuer Algorithmus für die Visualisierung des Schadensortes zum Einsatz, der, mit dem Messpfad des höchsten Schadensindikatorwertes beginnend, den Schadensort sukzessive eingrenzt und für die Visualisierung die Höhe der Schadensindikatorwerte berücksichtigt. Die Funktionsweise des Algorithmus wird unter anderem anhand der Diagnose einer durch eine Delamination geschädigten GFK-Platte erläutert.

Neben weiteren Anwendungsbeispielen, bei denen alleine eine möglichst frühe Erkennung des Schadens Gegenstand der Untersuchungen ist, wie etwa bei der ARTEMIS Satellitenantenne, stellt die Diagnose von Rissen in versteiften Aluminiumstrukturen einen weiteren Schwerpunkt dieser Arbeit dar. In der Literatur sind im Zusammenhang mit auf den LAMB-Wellen basierenden Auswerteverfahren derzeit nur Untersuchungen zu Platten und Balken beschrieben. In realen Strukturen werden hingegen oftmals versteifte Schalenkonstruktionen eingesetzt. Beispielsweise sind führende Flugzeughersteller an der Überwachung der Stringer von Rumpfstrukturen interessiert, wodurch sich ein berechtigter Bedarf an entsprechenden Forschungsaktivitäten ergibt. Im Rahmen der Dissertation wurden Experimente an versteiften Aluminiumkonstruktionen durchgeführt, die zu einem besseren Verständnis der bei der Ausbreitung der Wellenpakete ablaufenden Mechanismen beitragen. Ein Ergebnis dieser Experimente lautet, dass die entlang der Stringer angebrachten Sensoren nicht beliebig weit auseinander gesetzt werden dürfen. Entsprechende FE-Simulationen bestätigen dieses Ergebnis. Abschließend werden die vorgestellten LAMB-Wellen basierten Verfahren gegenübergestellt und ihre spezifischen Vor- und Nachteile für die Diagnose versteifter Strukturen herausgearbeitet.

## 2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

### 2.1 BESCHREIBUNG DER DYNAMIK LINEARER SYSTEME

Mit Hilfe der Prinzipien der Mechanik lassen sich die Bewegungsdifferentialgleichungen zur Beschreibung der Bewegung eines Körpers oder eines Systems gewinnen. Ein wichtiger Schritt hierbei ist die Modellbildung, anhand derer der ursprüngliche Körper oder das System diskretisiert wird, sodass endlich viele Freiheitsgrade vorliegen. Bei allen weiteren Betrachtungen wird dann mit dieser Näherungslösung gearbeitet. Der Vorteil besteht darin, dass die Bewegung des Körpers oder des Systems dann durch gewöhnliche Differentialgleichungen angegeben werden kann, die mit numerischen Methoden gelöst werden. Als Standardmethoden kommen hierfür die FE-Methode [z.B. HAHN 1975, LINK 1989, SCHWARZ 1980 UND BATHE 1986], die Differenzenmethode [z.B. SCHWETLICK UND KRETZSCHMAR 1991 UND SMITH 1985] und die Randelementemethode [z.B. MACKERLE UND BREBBIA 1988] in Frage. Nach der Diskretisierung entsprechend der Methode der Finiten Elemente ergibt sich die Beschreibung der mechanischen Struktur mit  $n$  Freiheitsgraden zu

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t). \quad (2.1)$$

Die Trägheitsterme sind in der Matrix  $\mathbf{M}$  angeordnet. Die symmetrische Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  beschreibt alle am System angreifenden und zur Auslenkung proportionalen konservativen Kräfte. In Abhängigkeit von den Randbedingungen ist sie positiv definit oder semidefinit. In dem Kraftvektor  $\mathbf{f}(t)$  sind alle auf das System einwirkenden äußeren Kräfte zusammengefasst.  $\mathbf{C}_d$  ist die Dämpfungsmatrix. Der Vektor  $\mathbf{x}(t)$  bzw. dessen erste und zweite Ableitung sind die Verschiebungen, die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen des betrachteten Systems. Die gemessenen Werte sind in  $\mathbf{y}(t)$  gespeichert. Die Matrix  $\mathbf{L}$  gibt die Anordnung der einzelnen Sensoren wieder. Außerdem kann mit ihrer Hilfe die Messgröße in andere Größen umgerechnet werden.

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{L} \mathbf{x}(t). \quad (2.2)$$

Die Eigenwerte und die Eigenformen des in Gleichung (2.1) beschriebenen Systems sind die Lösungen der Gleichung

$$\left( \mathbf{M} \lambda_i^2 + \mathbf{C}_d \lambda_i + \mathbf{K} \right) \boldsymbol{\varphi}_i = \mathbf{0}, \quad (2.3)$$

wobei  $\lambda_i$  der  $i$ -te Eigenwert und  $\varphi_i$  die  $i$ -te Eigenform bedeutet. Die beobachteten Eigenformen  $\Psi_i$  berechnen sich durch die Transformation

$$\Psi_i = L \varphi_i. \quad (2.4)$$

Die durch Gleichung (2.1) beschriebene Bewegung eines Körpers oder eines Systems lässt sich auch durch Differenzialgleichungen erster Ordnung angeben. Hierzu wird der Zustandsvektor  $\mathbf{Z}$  eingeführt. Es gilt:

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Daraus ergeben sich die Differenzialgleichungen erster Ordnung zu

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_d \end{bmatrix} \mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}(t) \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Durch einen Vergleich mit der vor allem in der Regelungstechnik üblichen Darstellung [UNBEHAUEN 1983], wie in Bild 2.1 dargestellt und den dort verwendeten Symbolen, wie der Zustandsgröße  $\mathbf{x}(t)$ , der Ausgangsgröße  $\mathbf{y}(t)$ , der Störgrößen  $\mathbf{z}_S(t)$  und  $\mathbf{z}_M(t)$  und der Eingangsgröße  $\mathbf{u}(t)$  lassen sich die folgenden beiden Gleichungen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \mathbf{E} \mathbf{z}_S(t), \quad (2.7)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t) + \mathbf{F} \mathbf{z}_M(t) \quad (2.8)$$

und damit die Systemmatrix  $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_d \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

die Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

die Ausgangsmatrix  $C$

$$C = H \quad (2.11)$$

mit  $H = [L \ 0]$  und die Durchgangsmatrix  $D$

$$D = 0 \quad (2.12)$$

unmittelbar ablesen.

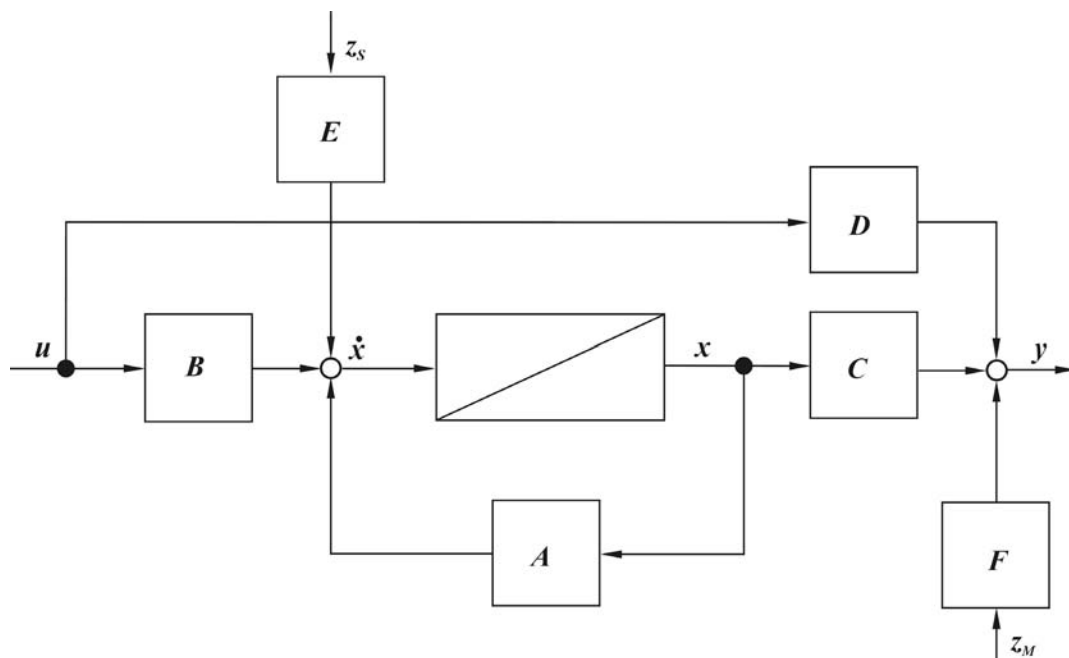


Bild 2.1: Blockschaltbild

### 2.1.1 Lösung der linearen Zustandsgleichung

Zur Berechnung der Systemantworten im Zeit- oder Frequenzbereich wird die allgemeine Lösung der linearen Zustandsgleichungen (2.7) und (2.8) benötigt. Das Lösen einer Vektordifferentialgleichung ist naturgemäß schwieriger als das Lösen einer skalaren Differentialgleichung. Man erhält jedoch einen Hinweis auf die gesuchte Lösung, wenn man zunächst die entsprechende skalare Differentialgleichung 1. Ordnung

$$\dot{x}(t) = a x(t) + b(t) \quad x(t_0) = x_0 \quad a = \text{konst, reell} \quad (2.13)$$

löst. Zur Lösung der homogenen Differentialgleichung macht man den Ansatz

$$x_h(t) = x_0 e^{\lambda t}. \quad (2.14)$$

Als Lösung der homogenen Differenzialgleichung ergibt sich:

$$x_h(t) = x_0 e^{a(t-t_0)}. \quad (2.15)$$

Eine partikuläre Lösung  $x_p(t)$  kann man mit Hilfe der Methode der Variation der Konstanten bestimmen [MÜLLER UND SCHIEHLEN 1976]. Die allgemeine Lösung des inhomogenen Differenzialgleichungssystems (2.13) ergibt sich, wenn man die allgemeine Lösung des homogenen Systems (2.15) mit einer partikulären Lösung  $x_p(t)$  überlagert.

$$x(t) = x_0 e^{a(t-t_0)} + x_p(t). \quad (2.16)$$

Für  $t=0$  und  $t_0=0$  lässt sich mit Gleichung (2.16), Gleichung (2.14) und mit  $x_p(0)=0$  die partikuläre Lösung

$$x_p(t) = \int_0^t e^{a(t-\tau)} b(\tau) d\tau \quad (2.17)$$

gemäß [MÜLLER UND SCHIEHLEN 1976] angeben. Die allgemeine Lösung des inhomogenen Differenzialgleichungssystems (2.13) lautet damit:

$$x(t) = x_0 e^{a(t-t_0)} + \int_0^t e^{a(t-\tau)} b(\tau) d\tau. \quad (2.18)$$

Die Lösung der Vektordifferenzialgleichung erhält man, wenn man die Lösung der skalaren Differenzialgleichung sinngemäß verallgemeinert [MÜLLER UND SCHIEHLEN 1976]. Die Lösung lautet demnach:

$$\mathbf{x}(t) = e^{A(t-t_0)} \mathbf{x}_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau. \quad (2.19)$$

Tritt, wie in Gleichung (2.7) der Fall ist, zusätzlich noch eine Störgröße auf, dann lässt sich folgende Lösung angeben:

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t-t_0) \mathbf{x}_0 + \int_0^t \Phi(t-\tau) \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau + \int_0^t \Phi(t-\tau) \mathbf{E} z_s(\tau) d\tau, \quad (2.20)$$



wobei für die Exponentialfunktion die sogenannte Fundamentalmatrix  $\Phi(t)$  eingeführt wird. Die Lösung der Ausgangsgleichung (2.8) ohne Störgrößen lautet ( $x_0=0$  angenommen und den Dirac-Impuls zur Umformung des Integrals eingeführt):

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_0^t C \Phi(t-\tau) B u(\tau) d\tau + D u(t) \\ &= \int_0^t [C \Phi(t-\tau) B + D \delta(t-\tau)] u(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (2.21)$$

Die Ausgangsmatrix  $C$  bleibt dabei unverändert. Dies ist ein Faltungsprodukt und analog zu skalaren Systemen lässt sich die entsprechende Gewichtsmatrix  $G(t)$  mit den Impuls- oder Gewichtungsfunktionen  $g_{ij}(t)$  als Matrixelementen einführen:

$$G(t) = C \Phi(t) B + D \delta(t). \quad (2.22)$$

Man erhält das Faltungsprodukt:

$$y(t) = \int_0^t G(t-\tau) u(\tau) d\tau = G(t) u(t). \quad (2.23)$$

Mathematisch wird  $\delta(t)$  wie folgt beschrieben:

$$d(t) = 1/\tau \quad \text{für } 0 \leq t \leq \tau,$$

$$d(t) = 0 \quad \text{für } t < 0 \text{ und } t > \tau \text{ und}$$

$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} d(t).$$

Damit ist gezeigt, dass sich mehrdimensionale Systeme im Zeitbereich ganz ähnlich wie die bisher betrachteten skalaren Systeme beschreiben lassen, wenn die Zustandsraumdarstellung sinnvoll genutzt wird.

### 2.1.2 Übergang von zeitkontinuierlichen zu zeitdiskreten Systemen

Bei der digitalen Datenerfassung werden die Messwerte nur bei ganzzahligen Vielfachen der Abtastperiode  $\Delta t$  aufgenommen. Ein solches System lässt sich wie folgt beschreiben:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}^s \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}^s \mathbf{u}(k) + \mathbf{E}^s z_s(k). \quad (2.24)$$

Hier steht der hochgestellte Index  $s$  für das zeitdiskrete System. Die Gleichung (2.24) lässt sich aus Gleichung (2.19) durch Substitution ableiten. Mit der Substitution  $t = (k+1)\Delta t$  folgt aus Gleichung (2.19)

$$\mathbf{x}[(k+1)\Delta t] = e^{\mathbf{A}\Delta t} \mathbf{x}(k\Delta t) + \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} e^{\mathbf{A}[(k+1)\Delta t - \tau]} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau, \quad (2.25)$$

wobei hier vereinfachend angenommen wurde, dass die Störgröße  $z_s = \mathbf{0}$  ist. Unter der Voraussetzung, dass  $\mathbf{u}(\tau)$  während der Abtastung konstant ist und damit der Beziehung

$$\mathbf{u}(\tau) = \mathbf{u}(k\Delta t) \quad \text{für } k\Delta t \leq \tau < (k+1)\Delta t \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.26)$$

genügt, ergibt sich für eine konstante Matrix  $\mathbf{B}$

$$\mathbf{x}[(k+1)\Delta t] = e^{\mathbf{A}\Delta t} \mathbf{x}(k\Delta t) + \left[ \int_0^{\Delta t} e^{\mathbf{A}\tau'} d\tau' \mathbf{B} \right] \mathbf{u}(k\Delta t), \quad (2.27)$$

wobei  $\tau$  durch  $\tau = (k+1)\Delta t - \tau'$  substituiert wurde. Mit den Definitionen

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^s &= e^{\mathbf{A}\Delta t}, \\ \mathbf{B}^s &= \int_0^{\Delta t} e^{\mathbf{A}\tau'} d\tau' \mathbf{B}, \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}[(k+1)\Delta t] \text{ und}$$

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k\Delta t)$$

ergibt sich Gleichung (2.24). Ein Vergleich von Gleichung (2.20) mit Gleichung (2.24) liefert die Lösung für  $\mathbf{A}^s$ ,  $\mathbf{B}^s$  und  $\mathbf{E}^s$ , wobei  $\mathbf{u}(\tau)$  und  $z_s(\tau)$  einen konstanten Wert über die Abtastperiode  $T$  besitzen und damit aus dem Integral herausgezogen werden können.

$$\mathbf{A}^s = \Phi(t - t_0) \quad (2.29)$$

$$\mathbf{B}^s = \int_0^t \boldsymbol{\Phi}(t-\tau) \mathbf{B} d\tau \quad (2.30)$$

$$\mathbf{E}^s = \int_0^t \boldsymbol{\Phi}(t-\tau) \mathbf{E} d\tau \quad (2.31)$$

In Analogie zu Gleichung (2.8) lässt sich für zeitdiskrete Systeme

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}^s \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}^s u(k) + \mathbf{F}^s \mathbf{z}_M(k) \quad (2.32)$$

schreiben, wobei

$$\mathbf{C}^s = \mathbf{C} \quad \mathbf{D}^s = \mathbf{D} \quad \mathbf{F}^s = \mathbf{F} \quad (2.33)$$

gilt, da es sich um eine nichtdynamische Beziehung handelt.

## 2.2 DER EIGENSYSTEM-REALISIERUNGS-ALGORITHMUS

In Kapitel 2.1 wurden die modalen Parameter Eigenfrequenzen, Eigenformen und modalen Dämpfungsgrade zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens eines linearen, schwingungsfähigen Systems eingeführt. Rechnerisch ergeben sich diese aus der Lösung des zugehörigen Eigenwertproblems. Die Kenntnis dieser Parameter ist für das Verständnis des Schwingungsverhaltens von zentraler Bedeutung. Die experimentelle Modalanalyse ist ein Verfahren zur Bestimmung dieser Parameter auf rein experimentellem Wege. Auf Grund der Bedeutung der genannten Parameter wurden entsprechend viele Verfahren für die System- und die Parameteridentifikation entwickelt. Eine Gruppe von Verfahren ermittelt die modalen Parameter aus den gemessenen Übertragungsfunktionen mit Hilfe einer Anpassungsrechnung, dem sogenannten „curve fitting“. Hierbei wird zwischen Einfreiheitsgrad- und Mehrfreiheitsgradverfahren unterschieden. Näheres hierzu findet sich in dem Buch über experimentelle Modalanalyse [BROWN UND ALLEMANG 1993]. Da für die Parameteridentifikation die gemessenen Übertragungsfunktionen verwendet werden, müssen sowohl das Eingangs- als auch das Ausgangssignal bekannt sein. In vielen Fällen stellt die Messung des Anregungssignals jedoch ein Problem dar, bzw. ist gar nicht möglich.

Aus diesem Grunde wurden Verfahren entwickelt, die die Modaldaten aus den betriebsbedingten Anregungen ermitteln. Lediglich einige statistische Eigenschaften des Anregungssig-

nals, wie die Form des Spektrums, Stationarität usw. müssen gewisse Annahmen erfüllen. Der Eigensystem-Realisierungs-Algorithmus (ERA) stellt ein solches Verfahren dar. Mit Hilfe des ERA lässt sich aus den Schwingungsantworten eines Systems im Zeitbereich ein Zustandsraummodell des Systems bestimmen, dessen Ordnung minimal ist. Zu den Entwicklern dieser Methode zählen u.a. Juang und Pappa [JUANG 1994]. Bei der Modellerstellung ist von entscheidender Bedeutung, ob alle interessierenden Zustände des Systems beobachtet und gesteuert werden können. Im Folgenden wird daher ein Einblick in die Theorie der Zustandssteuerbarkeit und der Zustandsbeobachtbarkeit gegeben. Dieser führt zu einem tieferen Verständnis bei der Berechnung der Systemmatrizen aus der Hankelmatrix und damit auch bei der Bestimmung der Modaldaten.

### 2.2.1 Zustandssteuerbarkeit und Zustandsbeobachtbarkeit

#### Zustandssteuerbarkeit:

Wie bereits in Kapitel 2.1.2 gezeigt, lautet die Lösung eines allgemeinen dynamischen Systems in Zustandsraumdarstellung:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}^s \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}^s \mathbf{u}(k) + \mathbf{E}^s \mathbf{z}_s(k), \quad (2.34)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}^s \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}^s \mathbf{u}(k) + \mathbf{F}^s \mathbf{z}_M(k). \quad (2.35)$$

Die Gleichung (2.34) kann auch wie folgt geschrieben werden, wobei der Index  $s$  auf Grund einer vereinfachten Schreibweise weggelassen wurde und keine Störgröße  $\mathbf{z}_k$  auftritt:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}^k \mathbf{x}(0) + \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{u}(k-2) \\ \mathbf{u}(k-3) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(0) \end{bmatrix}. \quad (2.36)$$

Der Einfachheit halber wird meist der Anfangszustand  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$  gewählt, was zum Beispiel durch die folgende Koordinatentransformation immer zu erreichen ist

$$\begin{aligned}
\hat{x}(k) &= x(k) - A^k x(0) \\
&= \begin{bmatrix} B & AB & A^2 B & \dots & A^{k-1} B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-2) \\ u(k-3) \\ \vdots \\ u(0) \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Mit Hilfe einer Singulärwertzerlegung lässt sich die Steuerbarkeitsmatrix  $Q(k) = \begin{bmatrix} B & AB & A^2 B & \dots & A^{k-1} B \end{bmatrix}$  als Produkt

$$Q(k) = R \begin{bmatrix} \Sigma_l & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} S^T = \begin{bmatrix} R_l & R_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_l & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_l^T \\ S_0^T \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

schreiben, wobei hier davon ausgegangen wird, dass die Anzahl  $l$  der Singulärwerte ungleich Null kleiner ist als die Ordnung des Systems. Durch die Vormultiplikation von Gleichung (2.37) mit  $R^T$

$$\begin{aligned}
R^T \hat{x}(k) &= R^T \begin{bmatrix} B & AB & A^2 B & \dots & A^{k-1} B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-2) \\ u(k-3) \\ \vdots \\ u(0) \end{bmatrix} \\
&= R^T R \begin{bmatrix} \Sigma_l & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} S^T \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-2) \\ u(k-3) \\ \vdots \\ u(0) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.39}$$

ergibt sich mit  $u_k^T = \begin{bmatrix} u(k-1)^T & u(k-2)^T & u(k-3)^T & \dots & u(0)^T \end{bmatrix}$  und  $R^T R = I$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_l^T \\ \mathbf{R}_0^T \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k) = \begin{bmatrix} \Sigma_l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_l^T \\ \mathbf{S}_0^T \end{bmatrix} \mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} \Sigma_l \mathbf{S}_l^T \mathbf{u}_k \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (2.40)$$

Anhand dieser Gleichung lässt sich erkennen, dass nur Zustände erreicht werden können, bei denen das Produkt  $\mathbf{R}_0^T \hat{\mathbf{x}}(k)$  gleich Null ist. Die einzige Möglichkeit, eine vollständige Zustandssteuerbarkeit zu realisieren ist die, die Nullmatrizen auf der rechten Seite in Gleichung (2.40) zu eliminieren. Die Anzahl  $l$  der Singulärwerte ungleich Null muss also so lange erhöht werden, bis  $l = n$  ist, wobei  $n$  die Ordnung des Systems ist. Mit anderen Worten das zeitinvariante System  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}$  ist genau dann vollständig zustandssteuerbar, wenn die  $(n \times (n k))$ -dimensionale Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{Q}(k) = [\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B}] \quad (2.41)$$

den Rang  $n$  besitzt, d.h. wenn eine nichtsinguläre  $(n \times n)$ -Untermatrix existiert, deren Determinante nicht Null ist. Abschließend soll an dem Beispiel eines mechanischen Systems anhand anschaulicher Größen, wie der Eigenformen, die physikalische Bedeutung dieses Beweises erläutert werden. Betrachtet wird ein lineares, zeitinvariantes System in Zustandsraumdarstellung  $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{b} u(k)$  mit nur einer skalaren Kraft  $u(k)$  als Eingangsgröße und  $\mathbf{b}$  als Spaltenvektor. Die Steuerbarkeitsmatrix  $\mathbf{Q}(k)$  lässt sich dann

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(k) &= [\mathbf{b} \quad \mathbf{A}\mathbf{b} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{b} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{k-1}\mathbf{b}] \\ &= [\mathbf{b} \quad \mathbf{A}\Psi\Psi^{-1}\mathbf{b} \quad \mathbf{A}^2\Psi\Psi^{-1}\mathbf{b} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{k-1}\Psi\Psi^{-1}\mathbf{b}] \\ &= \Psi [\Psi^{-1}\mathbf{b} \quad \Psi^{-1}\mathbf{A}\Psi\Psi^{-1}\mathbf{b} \quad \Psi^{-1}\mathbf{A}^2\Psi\Psi^{-1}\mathbf{b} \quad \dots \quad \Psi^{-1}\mathbf{A}^{k-1}\Psi\Psi^{-1}\mathbf{b}] \end{aligned} \quad (2.42)$$

schreiben, wobei  $\Psi$  die Modalmatrix mit den Eigenvektoren von  $\mathbf{A}$  als ihren Spaltenvektoren ist. Mit Hilfe der Abkürzungen

$$\begin{aligned}
\Psi^{-1} \mathbf{b} &= \mathbf{b}_m \\
\Psi^{-1} \mathbf{A} \Psi &= \text{diag}[\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n] = \mathbf{A} \\
\Psi^{-1} \mathbf{A}^2 \Psi &= [\Psi^{-1} \mathbf{A} \Psi][\Psi^{-1} \mathbf{A} \Psi] \\
&= \text{diag}[\lambda_1^2 \quad \lambda_2^2 \quad \dots \quad \lambda_n^2] = \mathbf{A}^2 \\
&= \vdots \\
\Psi^{-1} \mathbf{A}^k \Psi &= [\Psi^{-1} \mathbf{A} \Psi] \dots [\Psi^{-1} \mathbf{A} \Psi] \\
&= \text{diag}[\lambda_1^k \quad \lambda_2^k \quad \dots \quad \lambda_n^k] = \mathbf{A}^k
\end{aligned} \tag{2.43}$$

lässt sich die Gleichung (2.42) wie folgt schreiben:

$$\mathbf{Q}(k) = \Psi \begin{bmatrix} \mathbf{b}_m & \mathbf{A} \mathbf{b}_m & \dots & \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{b}_m \end{bmatrix} = \Psi \begin{bmatrix} b_1 & \lambda_1 b_1 & \dots & \lambda_1^{k-1} b_1 \\ b_2 & \lambda_2 b_2 & \dots & \lambda_2^{k-1} b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n & \lambda_n b_n & \dots & \lambda_n^{k-1} b_n \end{bmatrix} \tag{2.44}$$

mit

$$\mathbf{b}_m = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}. \tag{2.45}$$

Wenn ein  $b_i$  Null ist, ergibt sich für die Steuerbarkeitsmatrix mit zum Beispiel  $b_1 = 0$

$$\mathbf{Q}(k) = \Psi \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_2 & \lambda_2 b_2 & \dots & \lambda_2^{k-1} b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n & \lambda_n b_n & \dots & \lambda_n^{k-1} b_n \end{bmatrix}. \tag{2.46}$$

Die Steuerbarkeitsmatrix hat also einen Rang kleiner als  $n$ . Die Modalmatrix hat aber vollen Rang  $n$ , da ein System mit verschiedenen Eigenwerten nur linear unabhängige Eigenvektoren besitzt. Ein  $b$ -Element besitzt den Wert Null, wenn die Kraft  $u(k)$  an einem Knoten der zugehörigen Mode angreift. Mit anderen Worten ausgedrückt bedeutet das, dass die Moden bei denen die Kraft  $u(k)$  an einem Knoten angreift nicht zustandssteuerbar sind.

Zustandsbeobachtbarkeit:

Ein Zustand  $\mathbf{x}(k)$  wird vollständig zustandsbeobachtbar genannt, wenn die Kenntnis der Eingangsgrößen  $\mathbf{u}(k)$  und der Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}(k)$  den Zustand  $\mathbf{x}(k)$  eindeutig festlegen. Als Kriterium für die Überprüfung der vollständigen Zustandsbeobachtbarkeit eines Systems gilt die notwendige und hinreichende Bedingung, dass die  $(mk \times n)$  Beobachtbarkeitsmatrix  $\mathbf{P}(k)$

$$\mathbf{P}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C} \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{k-1} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

den Rang  $n$  hat. Die Zahl  $m$  gibt die Ordnung der Messgleichung

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + \mathbf{D} \mathbf{u}(k) \quad (2.48)$$

an. Die vollständige Zustandsbeobachtbarkeit ist bereits bewiesen, wenn man den Anfangszustand  $\mathbf{x}(0)$  eines Systems mit den Eingangsgrößen  $\mathbf{u}(k) = 0$  bestimmen kann. Alle weiteren Zustände lassen sich dann mit Hilfe der Gleichung (2.36) berechnen. Die Messgleichung lautet für den Fall ohne Eingangsgrößen  $\mathbf{u}(k) = 0$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k). \quad (2.49)$$

Sie ist allgemein wegen  $m < n$  nicht nach  $\mathbf{x}(k)$  auflösbar. Deshalb bildet man so lange zeitliche Ableitungen von  $\mathbf{y}(k)$ , bis man ausreichend viele Gleichungen

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{y}}(k) &= \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}(k) &= \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{x}(k) \\ \ddot{\mathbf{y}}(k) &= \mathbf{C} \mathbf{A} \ddot{\mathbf{x}}(k) &= \mathbf{C} \mathbf{A}^2 \mathbf{x}(k) \\ &\vdots \\ \mathbf{y}^{(k-1)}(k) &= \mathbf{C} \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (2.50)$$

zur Berechnung von  $\mathbf{x}(k)$  gefunden hat. Dieses Gleichungssystem ist nur dann nach  $\mathbf{x}(k)$  auflösbar, wenn es  $n$  linear unabhängige Gleichungen gibt, und das ist nur der Fall, wenn



$P(k)$  den Rang  $n$  hat. Ähnlich wie die Steuerbarkeitsmatrix  $Q(k)$  lässt sich auch die Beobachtbarkeitsmatrix  $P(k)$  in modaler Form schreiben. Die Gleichungen (2.34) und (2.35) lauten in modaler Schreibweise mit nur einer Ausgangsgröße  $y(k)$

$$\mathbf{x}_m(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}_m(k) + \mathbf{B}_m \mathbf{u}(k) \text{ und} \quad (2.51)$$

$$y(k) = \mathbf{c}_m \mathbf{x}_m(k) + \mathbf{D} \mathbf{u}(k) \quad (2.52)$$

mit den modalen Größen

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \boldsymbol{\Psi} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{B}_m &= \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{B} \\ \mathbf{c}_m &= \mathbf{C} \boldsymbol{\Psi} \\ \mathbf{A} &= \text{diag}[\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n] \end{aligned} \quad (2.53)$$

Wenn ein Element  $c_i$  des Vektors  $\mathbf{c}_m$  Null ist, ist die zugehörige modale Koordinate  $x_{mi}$  nicht beobachtbar. Zum Beispiel ergibt sich für  $c_1 = 0$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & c_2 & \dots & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \\ \vdots \\ x_{mn} \end{bmatrix}. \quad (2.54)$$

Physikalisch bedeutet dies, dass die Moden mit einem Knoten an der Sensorposition nicht zustandsbeobachtbar sind.

### 2.2.2 Ermittlung der Systemmatrizen

Im Folgenden wird gezeigt, wie sich aus der gemessenen Impulsantwort eines Systems mit Hilfe des Eigensystem-Realisierungs-Algorithmus die Systemmatrix  $\mathbf{A}$ , die Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$ , die Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}$  und die Durchgangsmatrix  $\mathbf{D}$  bestimmen lassen. Ausgangspunkt sind die bereits bekannten Gleichungen eines allgemeinen dynamischen Systems in Zustandsraumdarstellung,

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k) \text{ und} \quad (2.55)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + \mathbf{D} \mathbf{u}(k), \quad (2.56)$$

wobei der Index  $s$  zur Kennzeichnung des zeitdiskreten Systems aus Gründen einer übersichtlicheren Schreibweise wieder weggelassen wird. Definitionsgemäß lautet das Anregungssignal  $u_i(k)$  für die Impulsanregung an der Stelle  $i$

$$u_i(k=0) = 1 \text{ und für } k=1, 2, 3, \dots u_i(k) = 0. \quad (2.57)$$

Wird dieser Anregungsverlauf in die beiden Ausgangsgleichungen (2.55) und (2.56) eingesetzt, so ergibt sich die Impulsantwortmatrix  $\mathbf{Y}(k)$ :

$$\mathbf{Y}(0) = \mathbf{D} \quad \mathbf{Y}(1) = \mathbf{C} \mathbf{B} \quad \mathbf{Y}(2) = \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{Y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{B}. \quad (2.58)$$

Die so erhaltenen Matrizen werden MARKOVparameter genannt. Sie charakterisieren das dynamische Verhalten des Systems und helfen, dieses zu identifizieren. Mit  $\mathbf{Y}(0) = \mathbf{D}$  hat man bereits den ersten Parameter zur Beschreibung eines zeitdiskreten Systems gefunden. Im Folgenden müssen noch die Matrizen  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  und  $\mathbf{C}$  berechnet werden, die ebenfalls das in den Gleichungen (2.55) und (2.56) beschriebene zeitdiskrete Modell erfüllen. Grundsätzlich besitzt jedes System eine unendliche Anzahl von Modellen, die alle das gleiche Eingangs- und Ausgangsverhalten zeigen. Nach dem ERA wird dabei ein Zustandsraummodell im Zeitbereich entwickelt, dessen Ordnung minimal ist. Alle Modelle minimaler Ordnung eines Systems besitzen die gleichen Eigenwerte und Eigenformen, die gleichzeitig die modalen Parameter des Systems selbst sind. Setzen wir zunächst voraus, dass die Systemmatrix  $\mathbf{A}$  bereits bekannt ist, so lassen sich die gesuchten modalen Parameter

$$\mathbf{A} = \text{diag}(\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n) \text{ und} \quad (2.59)$$

$$\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\Psi}_1 \quad \boldsymbol{\Psi}_2 \quad \dots \quad \boldsymbol{\Psi}_n] \quad (2.60)$$

schreiben und sind die Lösungen des Eigenwertproblems

$$(s \mathbf{I} - \mathbf{A}) \boldsymbol{\Psi} = \mathbf{0}. \quad (2.61)$$

Die gesuchten Matrizen  $[A \ B \ C]$  können dann in modaler Form  $[A \ \Psi^{-1} B \ C \Psi]$  geschrieben werden. Die Diagonalmatrix  $A$  enthält als Realteil die Dämpfung und als Imaginärteil die Eigenkreisfrequenzen des gedämpften Systems. Die Matrix  $C\Psi$  besteht aus den Einträgen der Modalmatrix, die den Sensorpositionen zugeordnet sind. Da es sich bei der Messgleichung (2.56) um eine nichtdynamische Beziehung handelt, sind die Moden im zeitkontinuierlichen Modell gleich den Moden im zeitdiskreten Modell. Die gesuchte Dämpfung und die Eigenfrequenzen des gedämpften Systems müssen dagegen in das zeitkontinuierliche System mit Hilfe der Beziehung

$$A_c = \ln(A) / \Delta t \quad (2.62)$$

umgerechnet werden. Die Voraussetzung zur Bestimmung der modalen Größen war jedoch die Kenntnis der Systemmatrix  $A$ , deren Berechnung im Folgenden hergeleitet wird. Die Systemidentifizierung beginnt mit der Bildung einer allgemeinen Hankelmatrix  $H$

$$H_{\alpha,\beta}(k-1) = \begin{bmatrix} Y(k) & Y(k+1) & \dots & Y(k+\beta-1) \\ Y(k+1) & Y(k+1) & \dots & Y(k+\beta) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y(k+\alpha-1) & Y(k+\alpha) & \dots & Y(k+\alpha+\beta-2) \end{bmatrix}, \quad (2.63)$$

wobei sich die Hankelmatrix aus den einzelnen MARKOVparametern zusammensetzt. Für  $k=1$  erhält man

$$H_{\alpha,\beta}(0) = \begin{bmatrix} Y(1) & Y(2) & \dots & Y(\beta) \\ Y(2) & Y(3) & \dots & Y(1+\beta) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y(\alpha) & Y(1+\alpha) & \dots & Y(\alpha+\beta-1) \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

bzw.

$$H_{\alpha,\beta}(0) = \begin{bmatrix} CB & CAB & \dots & CA^{\beta-1}B \\ CAB & CA^2B & \dots & CA^\beta B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{\alpha-1}B & CA^\alpha B & \dots & CA^{\alpha+\beta-1}B \end{bmatrix}. \quad (2.65)$$

Die Hankelmatrix lässt sich somit als Produkt aus der Beobachtbarkeits- und der Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{H}_{\alpha,\beta}(0) = \mathbf{P}_\alpha \mathbf{Q}_\beta. \quad (2.66)$$

schreiben. Für  $k \neq 1$  ergibt sich die Zerlegung zu

$$\mathbf{H}_{\alpha,\beta}(k-1) = \mathbf{P}_\alpha \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{Q}_\beta. \quad (2.67)$$

Die Pseudoinverse der Hankelmatrix  $\mathbf{H}_{\alpha,\beta}(0)$  ist für den Eigensystem-Realisierungs-Algorithmus von entscheidender Bedeutung. Per Definition gilt, dass das Produkt aus der Matrix selbst und ihrer Pseudoinversen die Einheitsmatrix ergibt

$$\mathbf{H}_{\alpha,\beta}(0) \mathbf{H}_{\alpha,\beta}(0)^+ = \mathbf{I}. \quad (2.68)$$

Durch das Einsetzen und Erweitern von Gleichung (2.66) mit Gleichung (2.68) erhält man mit

$$\mathbf{H}_{\alpha,\beta}(0) \mathbf{H}_{\alpha,\beta}(0)^+ \mathbf{H}_{\alpha,\beta}(0) = \mathbf{P}_\alpha \mathbf{Q}_\beta \mathbf{H}_{\alpha,\beta}(0)^+ \mathbf{P}_\alpha \mathbf{Q}_\beta = \mathbf{P}_\alpha \mathbf{Q}_\beta = \mathbf{H}_{\alpha,\beta}(0) \quad (2.69)$$

die wichtige Beziehung

$$\mathbf{Q}_\beta \mathbf{H}_{\alpha,\beta}(0)^+ \mathbf{P}_\alpha = \mathbf{I}_n. \quad (2.70)$$

Der Eigensystem-Realisierungs-Algorithmus basiert auf der Zerlegung der Hankelmatrix  $\mathbf{H}_{\alpha,\beta}(0)$  mit Hilfe der Singulärwertzerlegung

$$\mathbf{H}_{\alpha,\beta}(0) = \mathbf{R} \mathbf{\Sigma} \mathbf{S}^T, \quad (2.71)$$

wobei  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{S}$  orthonormale Matrizen sind, d.h.  $\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}$  und  $|\mathbf{r}_i| = 1$  bzw.  $\mathbf{S}^T \mathbf{S} = \mathbf{I}$  und  $|\mathbf{s}_i| = 1$  mit  $\mathbf{R} = [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{r}_3 \ \dots]$  bzw.  $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1 \ \mathbf{s}_2 \ \mathbf{s}_3 \ \dots]$ . Die Singulärwertmatrix  $\mathbf{\Sigma}$  ist eine quadratische Matrix

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

mit  $\Sigma_n = \text{diag}[\sigma_1 \ \sigma_2 \ \dots \ \sigma_n]$ , wobei gilt:  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n$ . Die Zahl  $n$  gibt die Anzahl der signifikanten Singulärwerte an und ist gleich der Ordnung  $n$  des Systems. Bezeichnet man mit  $R_n$  bzw.  $S_n$  die Matrizen mit den  $n$  ersten Spalten der Matrizen  $R$  bzw.  $S$ , so lässt sich die Hankelmatrix  $H_{\alpha,\beta}(l)$  wie folgt schreiben:

$$H_{\alpha,\beta}(l) = R_n \Sigma_n S_n^T \quad (2.73)$$

mit  $R_n R_n^T = I$  und  $S_n S_n^T = I$ . Ein Vergleich von Gleichung (2.73) mit Gleichung (2.66) zeigt, dass  $P_\alpha$  mit  $R_n$  und  $Q_\beta$  mit  $S_n^T$  verknüpft ist. Eine mögliche Wahl von  $P_\alpha$  und  $Q_\beta$  lautet also:

$$P_\alpha = R_n \Sigma_n^{1/2} \quad (2.74)$$

und

$$Q_\beta = \Sigma_n^{1/2} S_n^T. \quad (2.75)$$

An dieser Stelle sei der Hinweis gegeben, dass die Spaltenvektoren ab der  $(n+1)$ ten Spalte der Matrix  $R$  auch zum Aufbau der Referenzmatrix  $S$  verwendet werden. Aus Gleichung (2.47) bzw. Gleichung (2.41) erkennt man, dass die Ausgangsmatrix  $C$  aus den ersten  $m$  Zeilen der Beobachtbarkeitsmatrix  $P_\alpha$  und die Eingangsmatrix  $B$  aus den ersten  $r$  Spalten der Steuerbarkeitsmatrix  $Q_\beta$  gebildet wird, d.h.

$$C = E_m^T R_n \Sigma_n^{1/2} \quad (2.76)$$

$$B = \Sigma_n^{1/2} S_n^T E_r \quad (2.77)$$

mit  $E_m^T = [I_m \ \mathbf{0}_m \ \dots \ \mathbf{0}_m]$  und  $E_r^T = [I_r \ \mathbf{0}_r \ \dots \ \mathbf{0}_r]$ . Die Systemmatrix bestimmt sich mit

$$H_{\alpha,\beta}(l) = P_\alpha A Q_\beta = R_n \Sigma_n^{1/2} A \Sigma_n^{1/2} S_n^T \quad (2.78)$$

zu

$$A = \Sigma_n^{-1/2} R_n^T H_{\alpha, \beta}(I) S_n \Sigma_n^{-1/2}. \quad (2.79)$$

### 2.2.3 Stochastische Anregung

Die bisher hergeleiteten Formeln und gefundenen Zusammenhänge gelten nur für die Impulsanregung. Im Folgenden soll gezeigt werden, dass diese Formeln und Zusammenhänge beinahe unverändert übernommen werden können, wenn anstatt der Impulsanregung weißes Rauschen  $w(k)$ , wie es in dieser Arbeit verwendet wird, als Eingangssignal vorausgesetzt wird.

Die Gleichung (2.55) und die Gleichung (2.56) lassen sich dann wie folgt schreiben:

$$x(k+1) = A x(k) + w(k) \text{ und} \quad (2.80)$$

$$y(k) = C x(k) + v(k), \quad (2.81)$$

wobei mit  $w(k)$  das Anregungssignal und mit  $v(k)$  das Messrauschen modelliert wird. Für die Erwartungswerte  $E[\ ]$  gelten folgende Annahmen:

$$E[w(k)] = 0, \quad E[v(k)] = 0, \quad E[x(k)] = 0,$$

$$E[x(k)x(k)^T] = \xi, \quad (2.82)$$

$$E[x(k)w(k)^T] = 0 \text{ und } E[x(k)v(k)^T] = 0.$$

Die Ausgangs-Kovarianzmatrix

$$R(j) \equiv E[y(k+j)y(k)^T] \quad (2.83)$$

und die Zustands-Ausgangs-Kovarianzmatrix

$$G \equiv E[x(k+1)y(k)^T] \quad (2.84)$$

sind wie in den Formeln angegeben definiert. Die Gleichung (2.81) lautet für den Zeitschritt  $k+1$

$$y(k+1) = C x(k+1) + v(k+1) \quad (2.85)$$

und mit  $\mathbf{y}(k)^T$  von rechts an Gleichung (2.85) multipliziert ergibt sich:

$$\mathbf{y}(k+1)\mathbf{y}(k)^T = \mathbf{C} \mathbf{x}(k+1)\mathbf{y}(k)^T + \mathbf{v}(k+1)\mathbf{y}(k)^T. \quad (2.86)$$

Die Gleichung (2.86) lässt sich für die Erwartungswerte wie folgt schreiben:

$$E[\mathbf{y}(k+1)\mathbf{y}(k)^T] = \mathbf{C} E[\mathbf{x}(k+1)\mathbf{y}(k)^T] + E[\mathbf{v}(k+1)\mathbf{y}(k)^T]. \quad (2.87)$$

Es ist leicht ersichtlich, dass

$$E[\mathbf{v}(k+1)\mathbf{y}(k)^T] = \mathbf{0} \quad (2.88)$$

ergibt und mit Hilfe von Gleichung (2.83) und Gleichung (2.84) folgt für  $j=1$

$$\mathbf{R}(1) = \mathbf{C} \mathbf{G}. \quad (2.89)$$

Für  $j=2$  ergibt sich unter Berücksichtigung von  $E[\mathbf{w}(k+1)\mathbf{y}(k)^T] = \mathbf{0}$ , da das Eingangssignal (hier: weißes Rauschen) nicht mit dem Ausgangssignal korreliert ist,

$$\mathbf{R}(2) = \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{G} \quad (2.90)$$

oder allgemein für  $j$

$$\mathbf{R}(j) = \mathbf{C} \mathbf{A}^{j-1} \mathbf{G}. \quad (2.91)$$

Vergleicht man diese Ausgangs-Kovarianzmatrix  $\mathbf{R}(j)$  für weißes Rauschen mit der Ausgangsmatrix  $\mathbf{Y}(k)$  der Impulsantwort

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{B}, \quad (2.92)$$

so lassen sich die Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}$  und die Systemmatrix  $\mathbf{A}$  unmittelbar übernehmen. Lediglich die Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$  ist unterschiedlich. Da die Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$  jedoch nicht zur Berechnung der Modaldaten benötigt wird, ist der gezeigte Übergang von der Impulsanregung zur Anregung durch weißes Rauschen für die Berechnung der Modaldaten ausreichend. Bei

der numerischen Berechnung, bzw. beim Aufbau der Hankelmatrix, ist folgende Substitution durchzuführen. Die Hankelmatrix für die Impulsantwort

$$\mathbf{H}_{\alpha,\beta}(k-l) = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}(k) & \mathbf{Y}(k+l) & \cdots & \mathbf{Y}(k+\beta-1) \\ \mathbf{Y}(k+l) & \mathbf{Y}(k+l) & \cdots & \mathbf{Y}(k+\beta) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Y}(k+\alpha-1) & \mathbf{Y}(k+\alpha) & \cdots & \mathbf{Y}(k+\alpha+\beta-2) \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

wird durch die Hankelmatrix für weißes Rauschen als Anregungssignal ersetzt.

$$\mathbf{H}_{\alpha,\beta}(j-l) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}(j) & \mathbf{R}(j+l) & \cdots & \mathbf{R}(j+\beta-1) \\ \mathbf{R}(j+l) & \mathbf{R}(j+l) & \cdots & \mathbf{R}(j+\beta) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}(j+\alpha-1) & \mathbf{R}(j+\alpha) & \cdots & \mathbf{R}(j+\alpha+\beta-2) \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

Bei der Berechnung der Ausgangs-Kovarianzmatrix  $\mathbf{R}(j)$  ist darauf zu achten, dass mit  $\mathbf{R}(j) \equiv E[\mathbf{y}(k+j)\mathbf{y}(k)^T]$  die Eingangsgrößen nicht autokorreliert werden ( $j>0$ ).

### 2.3 WELLEN IN ISOTROPEN ELASTISCHEN KONTINUA

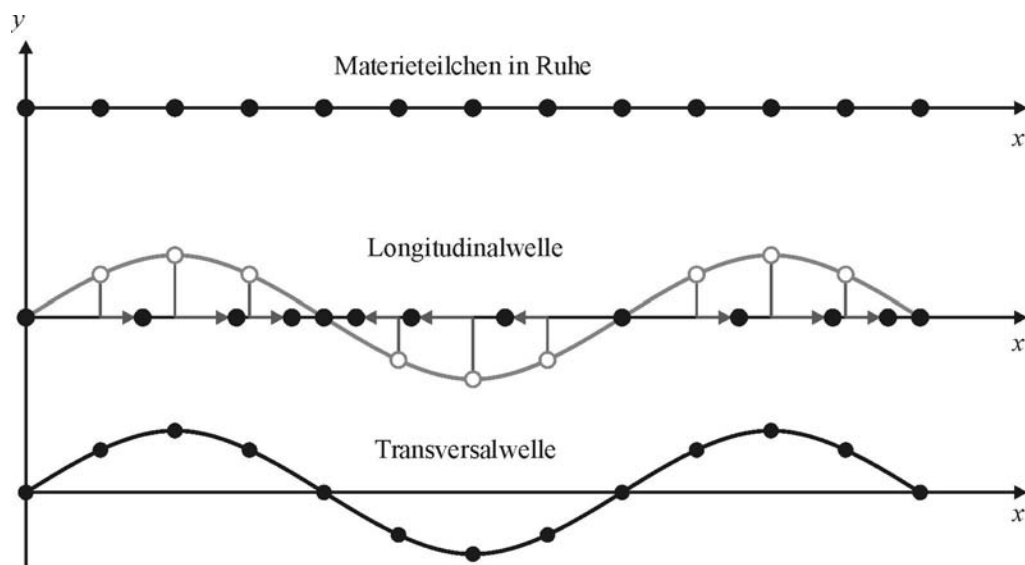
In diesem Kapitel werden zunächst einige Grundbegriffe, wie sie für die Beschreibung von Schwingungen und Wellen sowie zu deren Einteilung verwendet werden, vorgestellt. Daran schließt sich ein Kapitel über die Wellengleichung an. Mit Hilfe der angegebenen Differenzialgleichung, lassen sich ebene Wellen in allen Systemen mathematisch beschreiben. LAMB-Wellen bestehen aus einer Kopplung von Longitudinal- und Transversalwellen. Zunächst werden daher die Gleichungen der Longitudinal- und der Transversalwelle angegeben, wie sie in der einschlägigen Fachliteratur [CREMER UND HECKL 1996 UND HERING ET AL. 1997] beschrieben sind, bevor in einer allgemeineren Betrachtung, der allgemeinen Feldgleichung, der Brückenschlag zu den geführten Wellen, zu denen die LAMB-Wellen gehören, erfolgt.

Wellen können grundsätzlich immer dann entstehen, wenn schwingungsfähige Systeme miteinander gekoppelt sind. Durch die Kopplung werden Schwingungen zwischen den benachbarten Systemen übertragen, was zu einer räumlichen Ausbreitung des Schwingungszustandes und damit zu Wellen führt. Für die Anregung der einzelnen Oszillatoren wird Energie benötigt, die in Ausbreitungsrichtung übertragen wird. Ein Transport von Materie findet hingegen nicht statt.



### 2.3.1 Grundbegriffe

In der Wellentheorie von Kontinua sind die Oszillatoren infinitesimal kleine Materieelemente. Schwingungsbewegungen dieser Elemente sind in alle Raumrichtungen möglich, was zu grundlegend unterschiedlichen Wellenarten führt. Wenn die Schwingungsrichtung der Oszillatoren mit der Ausbreitungsrichtung der Welle zusammenfällt, spricht man von Longitudinalwellen. Wellen, deren Ausbreitungsrichtung senkrecht zur Schwingungsrichtung steht, werden als Transversalwellen bezeichnet. Die unterschiedliche Ausbreitung von Longitudinal- und Transversalwellen ist in Bild 2.2 dargestellt. Die Ausbreitungsfähigkeit beider Wellentypen in einem Kontinuum wird durch die Kopplung der Materieteilchen untereinander bestimmt. Zwischen den Oszillatoren idealer Fluide können wegen der fehlenden inneren Reibung keine Schubkräfte übertragen werden. In solchen Medien sind nur longitudinale Wellen ausbreitungsfähig. Lediglich an der Grenzschicht zwischen Flüssigkeiten und Gasen kann es zu transversalen Oberflächenwellen kommen, wie etwa bei den Wasserwellen [HERING, MARTIN UND STOHRER 1997].



*Bild 2.2: Longitudinal- und Transversalwelle*

In den für diese Arbeit betrachteten Festkörpern lässt die Kopplung der Materieteilchen untereinander beide Wellentypen zu. Neben den Longitudinalwellen gibt es also auch Transversalwellen, die als Biegewellen und Scherwellen auftreten. Infolge von Diskontinuitäten, wie sie beispielsweise durch einen Schaden entstehen können, ist außerdem die Umformung von einem Wellentyp in einen anderen möglich.

Die Auslenkung der Oszillatoren ist vom Ort und von der Zeit abhängig. In Bild 2.3 ist eine sich ausbreitende Welle zu unterschiedlichen Zeiten  $t$  am selben Ort dargestellt. Nach der Periodendauer  $T$ , die auch der Schwingungsdauer der beteiligten Oszillatoren entspricht, hat sich das Wellenbild reproduziert und der mit dem Pfeil markierte Wellenberg ist um die Wellenlänge  $\lambda$  vorgerückt.

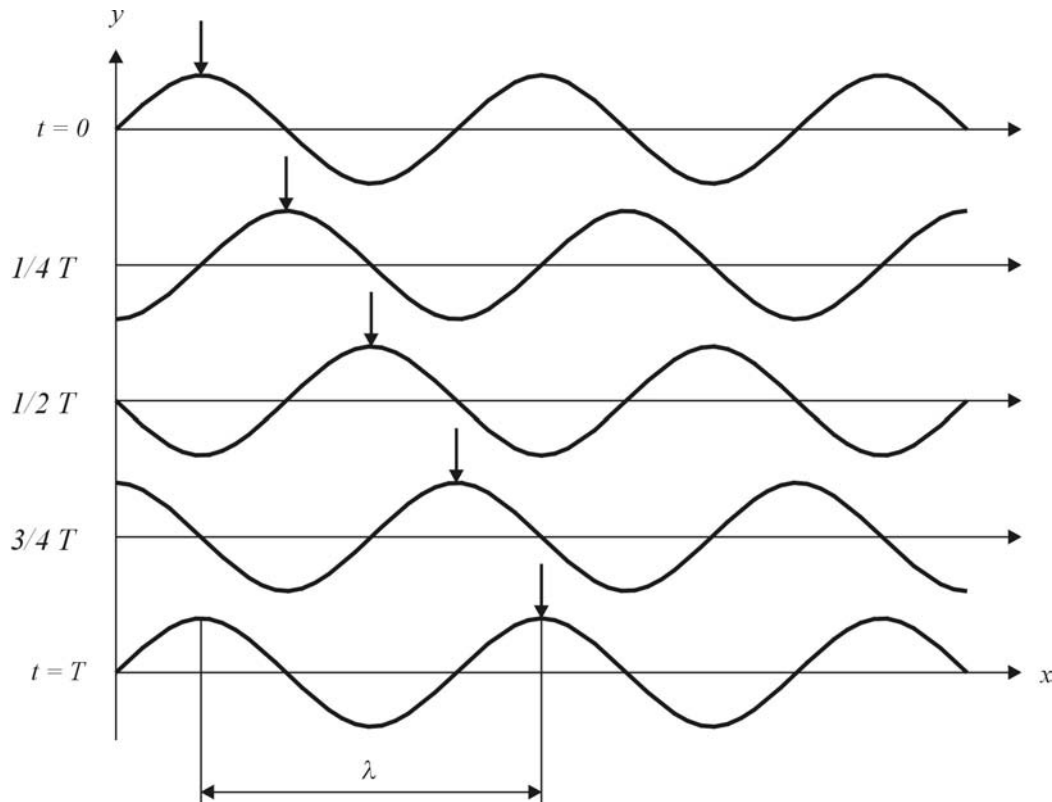


Bild 2.3: Wellenausbreitung

Die Wellenlänge  $\lambda$  beschreibt damit den Abstand zweier gleichartiger Zustände im Wellenbild. Mit der Periodendauer  $T$  ergibt sich für die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  der Welle

$$c = \frac{\lambda}{T} \quad (2.95)$$

und mit der Frequenz  $f = 1/T$  erhält man

$$c = \lambda f . \quad (2.96)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  einer Welle ist von der Kopplung der einzelnen Oszillatoren untereinander abhängig. Je steifer die Kopplung ist, desto höher ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit.

schwindigkeit. Eine weitere wichtige Größe zur Beschreibung von Wellen ist die Wellenzahl  $k$ . Der Zusammenhang mit den anderen Größen ist durch die Beziehung

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{\lambda f} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.97)$$

gekennzeichnet. Sie gibt an, wie viele Wellenlängen auf das  $2\pi$ -fache der Längeneinheit entfallen. Durch die Verbindung benachbarter Materieteilchen mit gleichem Schwingungszustand in einer sich ausbreitenden Welle erhält man eine geometrische Fläche, die als Wellenfläche oder Wellenfront bezeichnet wird. Die Form dieser Fläche ist von der Art der Anregung und den Eigenschaften des Kontinuums abhängig. Von besonderer Bedeutung sind Kugelwellen und ebene Wellen (vergleiche hierzu auch Bild 2.4). Da Ausschnitte von Kugelwellen in einem ausreichend großen Abstand vom Erregerzentrum näherungsweise ebenen Wellen entsprechen, werden alle Wellen in dieser Arbeit als ebene Wellen behandelt.

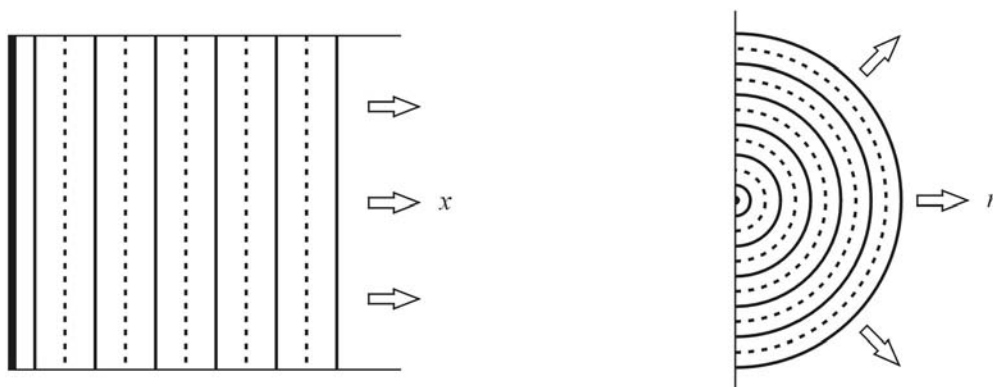


Bild 2.4: Ebene Wellen (links) und Kugelwellen (rechts)

Nach dem Prinzip von HYGEN'S kann jeder Punkt als Ausgangspunkt einer Elementarwelle betrachtet werden. Die neue Wellenfront ergibt sich durch die Überlagerung dieser Elementarwellen. Auf diese Weise lässt sich auch die weitere Ausbreitung einer Welle nach der Beugung an einem Hindernis ermitteln.

### 2.3.2 Wellengleichung

Ebene Wellen lassen sich mathematisch in allen ungedämpften Systemen, in denen eine Wellenausbreitung möglich ist, durch eine Differenzialgleichung der Form

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2.98)$$

beschreiben, wobei  $x$  die Ausbreitungsrichtung ist. Nach *d'Alembert* ist jede Funktion der Form

$$y(x,t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (2.99)$$

unter Berücksichtigung der Randbedingungen eine allgemeine Lösung dieser Wellengleichung, was sich durch zweimalige Differenziation nach der Zeit und dem Ort und anschließendes Einsetzen in Gleichung (2.98) leicht zeigen lässt. Dabei beschreibt die Funktion  $f(x,t)$  einen rechtslaufenden, die Funktion  $g(x,t)$  einen linkslaufenden Wellenteil, die sich jeweils unverzerrt ausbreiten.

### 2.3.3 Die reine Longitudinalwelle

Für die mathematische Beschreibung der reinen Longitudinalwelle wird das in Bild 2.5 dargestellte infinitesimale Volumenelement  $dV$  in einem unendlich ausgedehnten Kontinuum betrachtet.

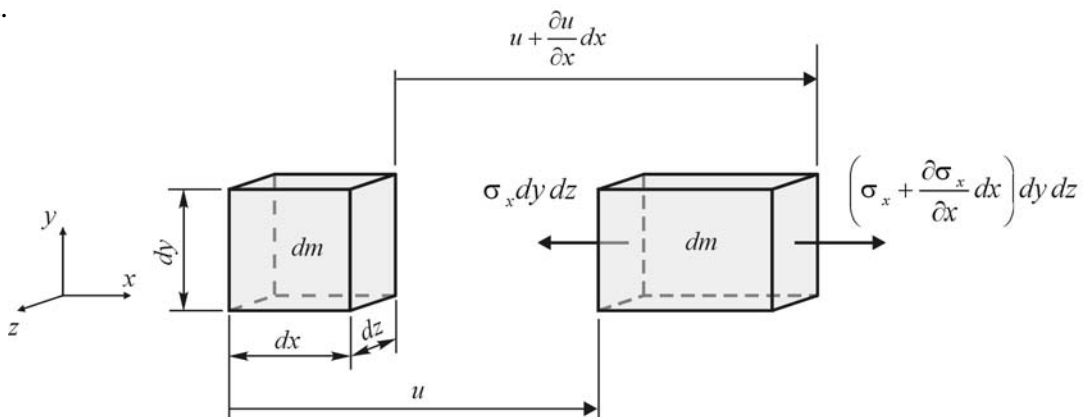


Bild 2.5: Infinitesimales Volumenelement  $dV$

Die Ausbreitung der Welle erfolgt in  $x$ -Richtung, wobei das Volumenelement im Allgemeinen eine absolute Verschiebung  $u$  und eine Dehnung

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.100)$$

erfährt. Für die  $x$ -Richtung ergibt sich die Bewegungsgleichung

$$\left( \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dy dz - \sigma_x dy dz = dm \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (2.101)$$

Mit  $dm = \rho dx dy dz$  vereinfacht sich die Gleichung (2.101) und man erhält nach der Umformung

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (2.102)$$

wobei  $\rho$  die Dichte des Materials ist. Es ist zweckmäßig, die kinematischen Verhältnisse nicht durch die Verschiebung  $u$ , sondern durch die Geschwindigkeit eines Materieteilchens zu beschreiben. Die Schnelle in Auslenkungsrichtung  $v_x$  erhält man durch die Differenziation der Verschiebung nach der Zeit

$$v_x = \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (2.103)$$

Durch das Einsetzen dieser Beziehung in die Gleichung (2.102) erhält man die wichtige Gleichung

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \rho \frac{\partial v_x}{\partial t}. \quad (2.104)$$

Für isotrope Materialien wird der Zusammenhang zwischen den Normalspannungen und den Dehnungen durch die Formeln

$$E \varepsilon_x = \sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z), \quad (2.105)$$

$$E \varepsilon_y = \sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z) \text{ und} \quad (2.106)$$

$$E \varepsilon_z = \sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y) \quad (2.107)$$

des verallgemeinerten HOOKE'schen Gesetzes beschrieben. Der Wert der Querkontraktionszahl  $\nu$  beträgt für metallische Werkstoffe ungefähr 0,3. Bei der reinen Longitudinalwelle sind keine Querdehnungen vorhanden. Es gilt somit

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0. \quad (2.108)$$

Eingesetzt in die Gleichung (2.106) und (2.107) erhält man durch die Addition der beiden Gleichungen

$$\sigma_y + \sigma_z = \frac{2\nu}{1-\nu} \sigma_x. \quad (2.109)$$

Aus der einachsigen Dehnung folgt demnach ein mehrachsiger Spannungszustand. Für die Normalspannung in  $x$ -Richtung erhält man durch die Kombination von Gleichung (2.105) und Gleichung (2.109)

$$\sigma_x = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_x = D \varepsilon_x. \quad (2.110)$$

Die Konstante  $D$  ist die longitudinale Steife des Materials. Ersetzt man in Gleichung (2.110)  $\varepsilon_x$  durch die Ableitung der Verschiebung  $\partial u / \partial x$  und differenziert die Beziehung nach der Zeit, erhält man

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}. \quad (2.111)$$

Die zeitliche Ableitung der Verschiebung  $u$  in Gleichung (2.111) ist gemäß Gleichung (2.103) identisch mit der Schnelle  $v_x$ . Damit erhält man die Beziehung

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial t} = D \frac{\partial v_x}{\partial x}. \quad (2.112)$$

Die Gleichungen (2.104) und (2.112) beschreiben die zeitliche und die räumliche Kopplung der beiden Feldgrößen  $\sigma_x$  und  $v_x$ . Die räumliche Änderung der einen Größe ist zu der zeitlichen Änderung der anderen Größe proportional. Daher werden die beiden Gleichungen auch als Kopplungsgleichungen bezeichnet. Für die beiden Feldgrößen kann aus diesen Gleichungen jeweils eine, die reine Longitudinalwelle beschreibende Differenzialgleichung hergeleitet werden. Durch die Differenziation der Gleichung (2.104) nach der Koordinate  $x$  und der Gleichung (2.112) nach der Zeit  $t$ , erhält man zunächst die beiden Gleichungen

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 v_x}{\partial t \partial x} \text{ und} \quad (2.113)$$

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial t^2} = D \frac{\partial^2 v_x}{\partial x \partial t}. \quad (2.114)$$

Aus diesen folgt schließlich die Differenzialgleichung

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial t^2} \quad (2.115)$$

mit der Phasengeschwindigkeit

$$c_L = \sqrt{\frac{D}{\rho}}. \quad (2.116)$$

Analog dazu führt die Differenziation der Gleichung (2.104) nach der Zeit  $t$  und der Gleichung (2.112) nach der Koordinate  $x$  zu den Gleichungen

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x \partial t} = \rho \frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} \quad (2.117)$$

und

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial t \partial x} = D \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}. \quad (2.118)$$

Bei der Division der beiden Gleichungen fallen wieder die gemischt abgeleiteten Terme heraus und man erhält

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2}. \quad (2.119)$$

Die beiden Differenzialgleichungen (2.113) und (2.119) können auch zusammenfassend in der Form

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_x, v_x) = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\sigma_x, v_x) \quad (2.120)$$

geschrieben werden.

### 2.3.4 Longitudinalwellen in Stäben und Platten

Die in Kapitel 2.3.3 behandelte reine Longitudinalwelle kann sich nur in allseitig unendlich ausgedehnten Körpern ausbilden. Sie tritt beispielsweise bei den die Erde durchsetzenden Bebenwellen auf [CREMER UND HECKL 1996]. Real existierende Bauteile erfüllen diese Bedingung jedoch nicht. Es soll daher untersucht werden, welche Unterschiede zwischen idealen und real in Bauteilen auftretenden Longitudinalwellen existieren. Für die betrachteten Körper werden nun im Gegensatz zu den bisherigen Annahmen auch Querdehnungen zugelassen.

#### Longitudinalwellen im Stab

Beim Stab sind Querdehnungen in den zur Ausbreitungsrichtung senkrechten Raumrichtungen möglich. Die Dehnungen und Spannungen lauten daher bei unbehinderter Querdehnung wie folgt

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \varepsilon_x \text{ und } \sigma_y = \sigma_z = 0. \quad (2.121)$$

Ein so deformierter Stab ist in Bild 2.6 dargestellt.

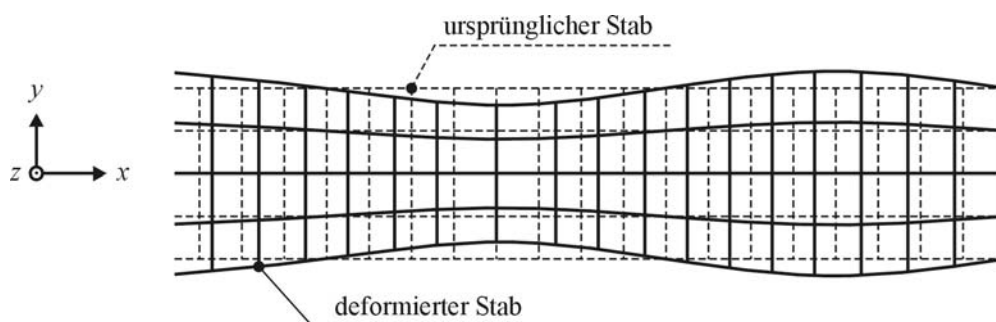


Bild 2.6: Stabdeformation bei einer quasi-longitudinalen Welle

Die für die Herleitung der Wellendifferenzialgleichung wichtige Beziehung zwischen der Spannung und der Dehnung in Ausbreitungsrichtung ergibt sich durch das Einsetzen der Annahmen aus Gleichung (2.121) in das verallgemeinerte HOOKE'sche Gesetz. Man erhält



$$\sigma_x = E \varepsilon_x. \quad (2.122)$$

Im Vergleich zu der Gleichung (2.110) tritt der Elastizitätsmodul  $E$  an die Stelle der longitudinalen Steife  $D$ . Da alle anderen Beziehungen unverändert gültig sind, können die in Kapitel 2.3.3 hergeleiteten Gleichungen übernommen werden, wobei  $D$  durch  $E$  ersetzt wird. Die Differenzialgleichung für longitudinale Wellen in Stäben lautet damit

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_x, v_x) = \frac{1}{c_{LS}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\sigma_x, v_x) \quad (2.123)$$

mit der Phasengeschwindigkeit  $c_{LS}$

$$c_{LS} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (2.124)$$

der Longitudinalwelle im Stab.

### Longitudinalwellen in Platten

Die Dicke von Platten ist im Vergleich zu den übrigen Abmessungen klein. Es wird daher angenommen, dass Querdehnungen nur in dieser Richtung auftreten. In Bild 2.7 ist eine durch eine longitudinale Welle verformte Platte dargestellt.

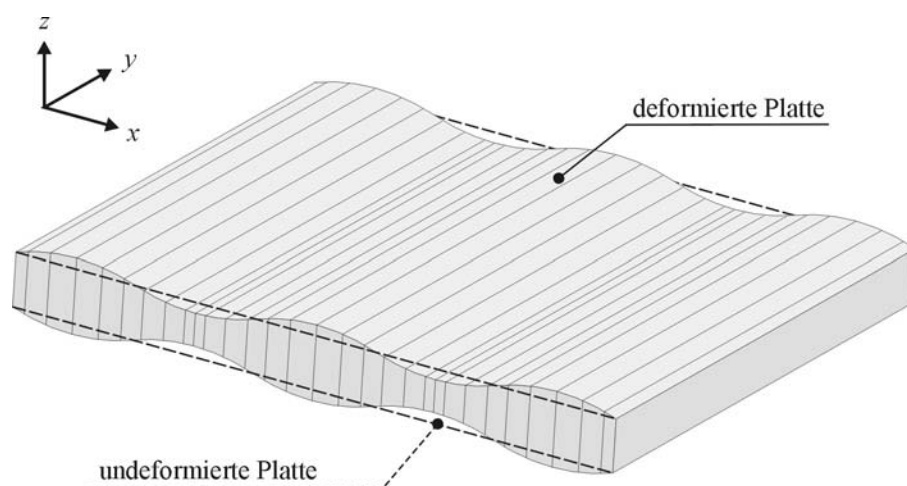


Bild 2.7: Plattendeformation bei einer quasi-longitudinalen Welle

Auf Grund der unbehinderten Querdehnung in Dickenrichtung gilt

$$\sigma_z = 0, \quad (2.125)$$

in  $y$ -Richtung besteht dagegen vollständige Behinderung der Querdehnung, d.h.

$$\varepsilon_y = 0. \quad (2.126)$$

Wird diese Annahme in die Gleichung (2.106) des verallgemeinerten HOOKE'schen Gesetzes eingesetzt, erhält man sofort für die Spannung in  $y$ -Richtung

$$\sigma_y = \nu \sigma_x \quad (2.127)$$

und mit der Gleichung (2.105) des HOOKE'schen Gesetzes den Zusammenhang zwischen der Spannung und der Dehnung in Ausbreitungsrichtung der Longitudinalwelle

$$\sigma_x = \frac{E}{(1-\nu^2)} \varepsilon_x. \quad (2.128)$$

Für die Wellendifferenzialgleichung erhält man somit

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sigma_x, \nu_x) = \frac{1}{c_{LP}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\sigma_x, \nu_x) \quad (2.129)$$

mit der Phasengeschwindigkeit  $c_{LP}$  der Longitudinalwelle in der Platte

$$c_{LP} = \sqrt{\frac{E}{(1-\nu^2)\rho}}. \quad (2.130)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalwellen in Platten ist daher im Allgemeinen höher als die von Longitudinalwellen in Stäben.

### 2.3.5 Die ebene Transversalwelle

Festkörper widersetzen sich nicht nur einer Änderung ihres Volumens, sondern auch jeder Änderung ihrer Form. Die daraus resultierenden Schubspannungen innerhalb des Körpers sind die Grundlage für die Ausbildung von ebenen transversalen Wellen. Die Schwingungsrichtung dieser Wellen ist senkrecht zu ihrer Ausbreitungsrichtung. Für die Herleitung der

Wellendifferenzialgleichung wird das in Bild 2.8 dargestellte infinitesimale Volumenelement  $dV$  betrachtet.

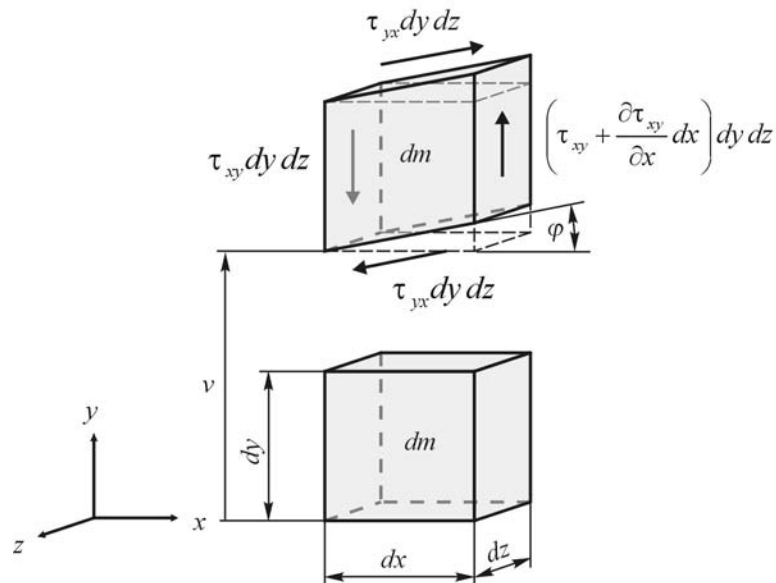


Bild 2.8: Infinitesimales Volumenelement in einer Transversalwelle

Das Volumenelement wird durch die Schubspannungen verformt. Eine Änderung des Volumens findet jedoch nicht statt. Für den Winkel  $\varphi$  gilt

$$\varphi = \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (2.131)$$

In  $y$ -Richtung erhält man die Bewegungsgleichung

$$\left( \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx \right) dy dz - \tau_{xy} dy dz = dm \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}. \quad (2.132)$$

Mit  $dm = \rho dx dy dz$  vereinfacht sich die Gleichung (2.132) und man erhält nach der Umformung

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}. \quad (2.133)$$

Analog zur Herleitung der Differenzialgleichung für die longitudinale Welle wird an dieser Stelle die Schnelle  $v_y$  in  $y$ -Richtung eingeführt. Mit

$$v_y = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.134)$$

eingesetzt in die Gleichung (2.133) erhält man für die erste Kopplungsgleichung der transversalen Welle die Beziehung

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \rho \frac{\partial v_y}{\partial t}. \quad (2.135)$$

Der Zusammenhang zwischen den Schubspannungen und Gleitungen wird durch die Formeln

$$G \gamma_{xy} = \tau_{xy}, \quad (2.136)$$

$$G \gamma_{xz} = \tau_{xz} \quad \text{und} \quad (2.137)$$

$$G \gamma_{yz} = \tau_{yz} \quad (2.138)$$

des verallgemeinerten HOOKE'schen Gesetzes beschrieben. Mit der Gleichung (2.131) erhält man aus Gleichung (2.136)

$$\tau_{xy} = G \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (2.139)$$

Die Differenziation von Gleichung (2.139) nach der Zeit  $t$  liefert mit der Beziehung für die Schnelle die zweite Kopplungsgleichung

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} = G \frac{\partial v_y}{\partial x}. \quad (2.140)$$

Aus den beiden Kopplungsgleichungen erhält man analog zu der Vorgehensweise in Kapitel 2.3.3 für die beiden Feldgrößen  $\tau_{xy}$  und  $v_y$  je eine Wellendifferenzialgleichung. Zusammenfassend kann man die beiden Gleichungen in der Form

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\tau_{xy}, v_y) = \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\tau_{xy}, v_y) \quad (2.141)$$

schreiben. Für die Phasengeschwindigkeit der Transversalwelle gilt dabei

$$c_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.142)$$

mit

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.143)$$

für isotrope Materialien.

### 2.3.6 Allgemeine Feldgleichungen

Bisher wurden zur Herleitung der Wellendifferenzialgleichung kinematische Betrachtungen eines infinitesimalen Volumenelements zugrunde gelegt. Es stellt sich jedoch die Frage, ob es eine allgemeinere Betrachtungsweise gibt, die die behandelten Spezialfälle enthält. Dafür werden zunächst die Koordinaten  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$  eingeführt, die der Reihenfolge nach den kartesischen Koordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  entsprechen. Werden keine Volumenkräfte berücksichtigt, lautet das Kraftgesetz in Tensorschreibweise

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i = \rho \dot{v}_i. \quad (2.144)$$

Der damit beschriebene Zusammenhang zwischen der örtlichen Änderung der einen Feldgröße und der zeitlichen Änderung der anderen Feldgröße entspricht der ersten Kopplungsgleichung. Darüber hinaus gilt für isotrope Festkörper die Spannungs-Dehnungsrelation

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij}. \quad (2.145)$$

In der Gleichung wird das *Kronecker-Symbol*  $\delta_{ij}$  verwendet, das durch

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{für } i \neq j \\ 1 & \text{für } i = j \end{cases} \quad (2.146)$$

definiert ist. Die beiden Konstanten  $\lambda$  und  $\mu$  werden als LAMÉ'sche Konstanten bezeichnet. Deren Zusammenhang mit den Ingenieurkonstanten ist durch die Formeln

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.147)$$

und

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.148)$$

gegeben. Durch den Dehnungstensor  $\varepsilon_{ij}$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (2.149)$$

wird der Zusammenhang zwischen den Verzerrungen und den Verschiebungen beschrieben. Setzt man den Dehnungstensor in den Spannungstensor  $\sigma_{ij}$  ein, erhält man die zweite Kopplungsgleichung

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} u_{k,k} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (2.150)$$

Wird diese nach dem Ort  $j$  abgeleitet, folgt, zusammen mit der ersten Kopplungsgleichung unter Vernachlässigung der Volumenkräfte, die allgemeine Feldgleichung

$$\rho \ddot{u}_i = \lambda \delta_{ij} u_{k,kj} + \mu(u_{i,jj} + u_{j,ij}). \quad (2.151)$$

Diese Gleichung wird auch als NAVIER-LAMÉ-Gleichung bezeichnet. Berücksichtigt man, dass die zeitliche Ableitung der Verschiebungen den entsprechenden Schnellen entsprechen, lautet die Gleichung (2.151) in klassischer Schreibweise

$$\rho \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} = \lambda \delta_{ij} \frac{\partial^2 v_k}{\partial x_k \partial x_j} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.152)$$

### 2.3.7 Vergleich der Ausbreitungsgeschwindigkeiten

Wie in dem vorangegangenen Kapitel gezeigt wurde, breiten sich die behandelten Wellentypen in isotropen Festkörpern unterschiedlich schnell aus. Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten lassen sich als Funktionen der Dichte  $\rho$ , dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Querkontraktions-

zahl  $\nu$  angeben. In der folgenden Tabelle sind die unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten vergleichend gegenübergestellt.

*Tabelle 2.1: Gegenüberstellung der Ausbreitungsgeschwindigkeiten unterschiedlicher Wellentypen*

quasi-longitudinale Welle im Stab	quasi-longitudinale Welle in der Platte	rein longitudinale Welle	ebene transversale Welle
$c_{LS} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$c_{LP} = \sqrt{\frac{E}{(1-\nu^2)\rho}}$	$c_L = \sqrt{\frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}}$	$c_T = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}}$
für $\nu = 0,3$ als üblichen Wert ergeben sich			
$c_{LS} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$c_{LP} = 1,05 \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$c_L = 1,16 \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$c_T = 0,62 \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

Der Vergleich zeigt, dass die reine Longitudinalwelle die höchste Ausbreitungsgeschwindigkeit in isotropen Festkörpern besitzt. Im gleichen Medium breitet sich die transversale Welle wesentlich langsamer aus. Das Verhältnis  $c_T / c_L = 0,53$  zeigt, dass der Unterschied der Ausbreitungsgeschwindigkeiten zwischen diesen beiden Wellentypen erheblich ist. Im Gegensatz dazu kann der Unterschied zwischen den Ausbreitungsgeschwindigkeiten der quasi-longitudinalen Welle in Stäben und Platten für Überschlagsrechnungen vernachlässigt werden.

### 2.3.8 Phasen- und Gruppengeschwindigkeit

Für die Schadensdiagnose mit Hilfe von LAMB-Wellen werden in dieser Arbeit Wellenpakete von einem piezoelektrischen Aktor ausgesendet. Ein Beispiel für die Form eines solchen Wellenpakets ist in Bild 3.9 dargestellt, die zugehörige Formel ist in Gleichung (3.9) angegeben. Mit Hilfe einer Fourier-Zerlegung lässt sich zeigen, dass die Wellenpakete nicht nur aus einer Welle mit einer bestimmten Frequenz bestehen, sondern aus der Überlagerung vieler Wellen mit unterschiedlichen Frequenzen entstehen. Bei der Ausbreitung der LAMB-Welle tritt Dispersion auf. In diesem Zusammenhang spielen die Begriffe Phasen- und Gruppengeschwindigkeit eine wichtige Rolle, deren Bedeutung anhand der Überlagerung zweier Wellen im Folgenden erläutert wird. Die beiden zu überlagernden Wellen werden durch die beiden Gleichungen

$$y_1 = \hat{y} \cos(\omega_1 t - k_1 x) \text{ und} \quad (2.153)$$

$$y_2 = \hat{y} \cos(\omega_2 t - k_2 x) \quad (2.154)$$

beschrieben. Nach der Addition der beiden Teilwellen und einer Umformung mit Hilfe eines Additionstheorems ergibt sich

$$y = 2 \hat{y} \cos(\omega t - k x) \cos(\Delta \omega t - \Delta k x) \quad (2.155)$$

mit

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \text{ als mittlerer Kreisfrequenz,} \quad (2.156)$$

$$\Delta \omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}, \quad (2.157)$$

$$k = \frac{k_1 + k_2}{2} \text{ als mittlerer Wellenzahl und} \quad (2.158)$$

$$\Delta k = \frac{k_1 - k_2}{2}. \quad (2.159)$$

Bei der Überlagerung von Wellen mit unterschiedlichen Frequenzen muss zwischen zwei Ausbreitungsgeschwindigkeiten unterschieden werden. Die eine Geschwindigkeit bezieht sich auf die Ausbreitung des Schwingungszustandes mit konstanter Phase und wird daher als Phasengeschwindigkeit, die andere als Gruppengeschwindigkeit bezeichnet, da sie sich mit der Geschwindigkeit der Hüllkurve bewegt. Die Gruppengeschwindigkeit gibt an, wie schnell die Energie in dem System transportiert wird.

Im Allgemeinen sind die beiden Geschwindigkeiten nicht identisch. In Bild 2.9 ist eine Welle mit unterschiedlicher Gruppen- und Phasengeschwindigkeit dargestellt. Der Kreis markiert einen Nulldurchgang der Welle, d.h. einen Zustand konstanter Phase, und der Pfeil das Maximum der Gruppe. Zwischen den beiden dargestellten Ausbreitungszuständen ist die Welle genau um eine mittlere Wellenlänge fortgeschritten. Die Wellengruppe hat währenddessen aber nur einen Bruchteil dieser Strecke zurückgelegt. Sind die Gruppen- und die Phasenge-



schwindigkeit, wie in diesem Beispiel gezeigt, nicht identisch, dann spricht man von Dispersion. Als Folge der Dispersion „zerläuft“ das ursprünglich begrenzte Wellenpaket und ändert dabei seine Form. Näheres hierzu ist in Kapitel 2.3.9 beschrieben.

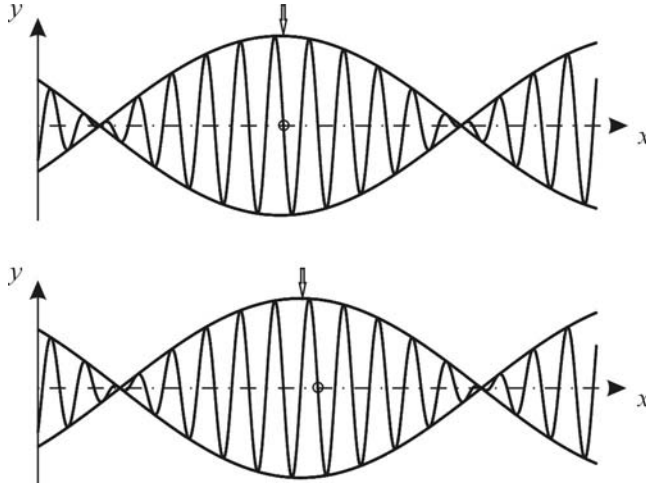


Bild 2.9: Unterschiedliche Gruppen- und Phasengeschwindigkeit

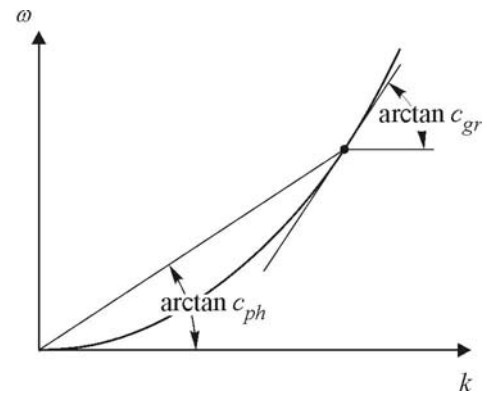


Bild 2.10: Phasen- und Gruppengeschwindigkeit bei Biegewellen

Der Quotient aus der mittleren Kreisfrequenz und der mittleren Wellenzahl bestimmt die Phasengeschwindigkeit

$$c_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{k_1 + k_2}, \quad (2.160)$$

d.h. die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Trägerwelle. Die Gruppengeschwindigkeit kann mit der Gleichung

$$c_{gr} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2}, \quad (2.161)$$

bzw. im Grenzfall für beliebig dicht liegende Frequenzen und Wellenzahlen mit Hilfe des Differenzialquotienten

$$c_{gr} = \frac{\partial\omega}{\partial k}, \quad (2.162)$$

bestimmt werden. Die Gleichung (2.162) lässt sich unter Berücksichtigung von Gleichung (2.160) auch wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned}
c_{gr} &= \partial \omega \left[ \partial \left( \frac{\omega}{c_{ph}} \right) \right]^{-1} \\
&= \partial \omega \left[ \frac{\partial \omega}{c_{ph}} - \omega \frac{\partial c_{ph}}{c_{ph}^2} \right]^{-1} . \\
&= c_{ph}^2 \left[ c_{ph} - \omega \frac{\partial c_{ph}}{\partial \omega} \right]^{-1} .
\end{aligned} \tag{2.163}$$

Wird jetzt noch die Kreisfrequenz durch die Frequenz ersetzt, dann lässt sich die Gruppengeschwindigkeit als Funktion der Frequenz und der Phasengeschwindigkeit, bzw. deren erste Ableitung, angeben

$$c_{gr} = c_{ph}^2 \left[ c_{ph} - f \frac{\partial c_{ph}}{\partial f} \right]^{-1} . \tag{2.164}$$

In der Funktion kommt zum Ausdruck, dass die Phasen- und die Gruppengeschwindigkeit immer dann identisch sind, wenn die Phasengeschwindigkeit nicht von der Frequenz abhängig

ist, d.h. wenn  $\frac{\partial c_{ph}}{\partial f} = 0$  [ROSE 1999]. Bei der Ausbreitung vieler Wellen tritt Dispersion auf,

beispielsweise auch bei Biegewellen, die einen parabelförmigen Zusammenhang zwischen Kreisfrequenz und Wellenzahl besitzen, wie er in Bild 2.10 dargestellt ist [CREMER UND HECKL 1996].

### 2.3.9 Geführte Wellen in Platten

Die in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten reinen Longitudinal- und ebenen Transversalwellen treten nur in räumlich unendlich ausgedehnten Festkörpern auf. In diesem Kapitel wird erläutert, was passiert, wenn diese Wellen auf eine freie Oberfläche treffen und wie daraus geführte Wellen entstehen. Den Schwerpunkt dieses Kapitels bilden die LAMB-Wellen, die sich aus Longitudinal- und Transversalwellen zusammensetzen. Sie gehören zu der Gruppe der geführten Wellen und werden in dieser Arbeit bei *lokalen* Verfahren zur Bestimmung des Schadensortes eingesetzt.

#### Wellenreflexionen an freien Oberflächen

Trifft eine sich in einem homogenen, isotropen Festkörper ausbreitende Welle auf eine Ober- oder Grenzfläche, so wird sie teilweise reflektiert, teilweise in andere Wellenarten umge-

formt. Das Verhältnis von reflektierter zu umgeformter Welle hängt dabei sehr stark von dem Einfallswinkel der ursprünglichen Welle ab. Die entsprechenden Diagramme sind im zweiten Kapitel über das Wellenfeld an einer freien Oberfläche in dem Buch von Cremer und Heckl abgebildet [CREMER UND HECKL 1996]. In dem folgenden Beispiel ist eine unter dem Einfallswinkel  $\varphi_L$  eintreffende Longitudinalwelle dargestellt. Die Welle wird nach dem Prinzip Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel teilweise reflektiert. Der andere Teil der Welle wird in eine Transversalwelle umgeformt, d.h. es entsteht eine neue Welle unter einem neuen Ausfallswinkel  $\varphi_T$ . In Bild 2.11 ist dieser Zusammenhang graphisch dargestellt.

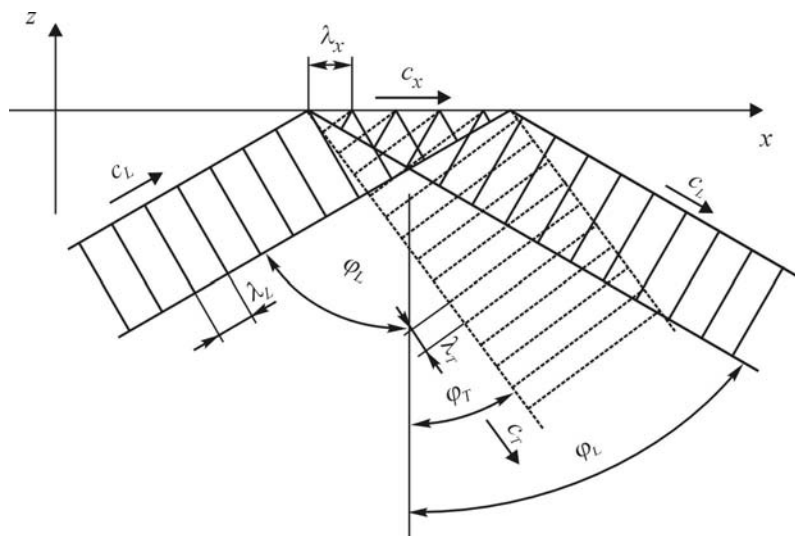


Bild 2.11: Reflexion und Umwandlung von Wellen an freien Oberflächen

Die hergeleiteten Beziehungen gelten analog auch für eine einfallende Transversalwelle. Aus der in Bild 2.11 dargestellten Geometrie lässt sich die folgende Gleichung für die Wellenzahlen und den Ein- und Ausfallswinkel von Longitudinal- und Transversalwellen aufstellen

$$\frac{k_L}{k_T} = \frac{c_T}{c_L} = \frac{\sin \varphi_T}{\sin \varphi_L}. \quad (2.165)$$

Die Spurwellenlänge  $\lambda_x$ , wie sie in Bild 2.11 eingezeichnet ist, ergibt sich aus der Wellenlänge der in diesem Beispiel betrachteten, ankommenden Longitudinalwelle gemäß der Formel

$$\lambda_x = \frac{\lambda_L}{\sin \varphi_L}. \quad (2.166)$$

Die sich daraus ergebende Spurwellenzahl lautet

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x}, \quad (2.167)$$

die Spurwellengeschwindigkeit berechnet sich gemäß der Formel

$$c_x = \lambda_x f. \quad (2.168)$$

Die Gruppengeschwindigkeit, mit der die Energie in  $x$ -Richtung transportiert wird, wird mit Hilfe der Gleichung

$$c_{gx} = c_L \sin \varphi_L \quad (2.169)$$

aus der Gruppengeschwindigkeit der Longitudinalwelle bestimmt.

Durch eine Ultraschallanregung innerhalb einer Platte breiten sich von dort sowohl Longitudinal- als auch Transversalwellen aus. Erreichen diese Wellen die freie Oberfläche, erfolgt, wie in diesem Unterkapitel beschrieben, eine Reflexion sowie eine Umwandlung der Wellenarten, d.h. aus einer Longitudinal- wird einer Transversalwelle und vice versa. Nach einer gewissen in der Platte zurückgelegten Strecke ergeben sich durch Superposition in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz und dem Einfallswinkel unterschiedliche Wellenpakete, die allgemein unter dem Oberbegriff geführte Wellen bekannt sind. Die in dem nächsten Unterkapitel behandelten LAMB-Wellen gehören ebenfalls zu dieser Gruppe. Eine weitere Umwandlung findet zwischen den verschiedenen Moden der LAMB-Wellen an den Ober- und Grenzflächen statt, wie sie beispielsweise durch Schäden neu entstehen. Allgemein lässt sich sagen, dass eine symmetrische Mode bei einem symmetrischen Schaden symmetrisch bleibt, während ein antisymmetrischer Schaden eine Umwandlung der Mode bewirkt. Nähere Untersuchungen hierzu finden sich bei [ROSE 1999] im letzten Kapitel. Der an dieser Stelle verwendete Begriff der Mode darf nicht mit den Moden im Sinne von den in Kapitel 2.1 eingeführten Eigenformen verwechselt werden.

### LAMB-Wellen

Die Ausbreitung von Wellen in Platten ist sehr komplex, da sowohl Longitudinalwellen als auch ebene Transversalwellen gleichzeitig auftreten. Die Superposition der beiden Wellentypen führt zu den sogenannten LAMB-Wellen. Die Bezeichnung geht auf SIR HORACE LAMB zurück, der 1904 erste Untersuchungen auf diesem Gebiet veröffentlichte. LAMB-Wellen kön-

nen sich in unterschiedlichen symmetrischen und antisymmetrischen Moden ausbilden, wobei die Anzahl der ausbreitungsfähigen Moden mit steigender Frequenz zunimmt. In Bild 2.12 sind jeweils die untersten drei symmetrischen und antisymmetrischen Moden dargestellt.

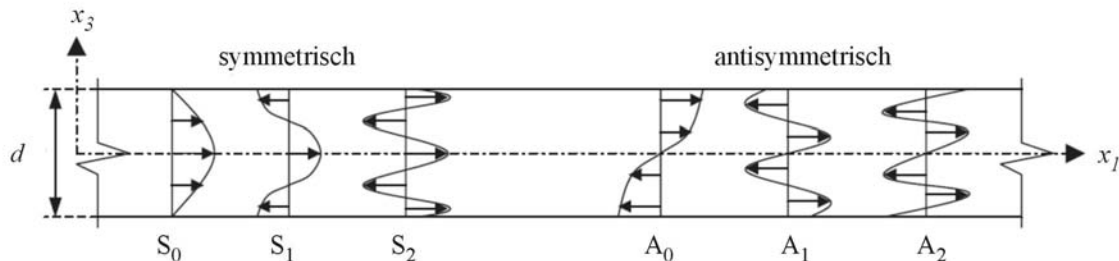


Bild 2.12: Symmetrische und antisymmetrische Moden

Die symmetrischen Moden werden mit  $S_i$ , die antisymmetrischen Moden mit  $A_i$  bezeichnet. Der Index  $i$  dient zur Unterscheidung der einzelnen Moden und beginnt mit Null für die einfachste Form. Die Dicke der Platte ist mit  $d$  gekennzeichnet. LAMB-Wellen werden für die Schadensdiagnose verwendet, da sich herausgestellt hat, dass die sich ausbreitenden Wellen bereits mit sehr kleinen Strukturschäden interagieren und dadurch die Bestimmung des Schadensortes ermöglichen. Für die Auswertung der Messdaten kommen mehrere Verfahren zum Einsatz, die auf zum Teil unterschiedlichen physikalischen Wirkmechanismen beruhen. Aufgrund der Vielzahl möglicher Moden und der damit verbundenen Schwierigkeiten bei der Auswertung der Messdaten, ist das Anregungsspektrum für die Schadensdiagnose auf ein Produkt aus Anregungsfrequenz und Bauteildicke von nicht mehr als 1 MHz-mm beschränkt. Dadurch wird sichergestellt, dass nur die erste symmetrische und die erste antisymmetrische Mode ausbreitungsfähig sind. Zu den weiteren Eigenschaften der LAMB-Wellen zählt ihr dispersiver Charakter, der im Falle der Time-Reversal Methode gezielt für die Schadensdiagnose genutzt wird. Aufgrund der Dispersion werden in der Regel möglichst schmalbandige Anregungssignale verwendet.

Für die Schadensdiagnose wird, wie bereits erwähnt, in der Regel nur die erste symmetrische und die erste antisymmetrische Mode betrachtet. Um die Ausbreitung dieser beiden Wellen anhand der an den piezoelektrischen Sensoren gemessenen elektrischen Spannungssignale identifizieren zu können, benötigt man einen Anhaltswert für die Ausbreitungsgeschwindigkeit der verschiedenen Moden. Die allgemeinen Feldgleichungen stellen dabei den Ausgangspunkt für die Berechnung dieser Ausbreitungsgeschwindigkeiten dar. Die Lösung der allgemeinen Wellengleichung für das Plattenproblem erfolgt mit Hilfe der Methode der Potenziale,

wie sie in [ACHENBACH 1984] beschrieben ist. Andere Lösungsansätze finden sich u.a. bei Auld [AULD 1990]. Für die Verschiebungen  $u_i$  wird folgender Ansatz gemacht:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{\partial \phi}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \\ u_2 &= 0 \quad \text{und} \\ u_3 &= \frac{\partial \phi}{\partial x_3} - \frac{\partial \psi}{\partial x_1}, \end{aligned} \tag{2.170}$$

wobei  $\phi$  und  $\psi$  Potenzialfunktionen sind. Die Indizierung stimmt dabei mit den in Bild 2.12 dargestellten Raumrichtungen überein. Werden diese drei Ansätze für die Verschiebungen in die allgemeine Feldgleichung (2.151) für  $i=1$  eingesetzt, so erhält man, mit Hilfe der HELMHOLTZ Zerlegung nach längerer Herleitung (vergl. Kapitel 3 in [ROSE 1999]), die Wellengleichung für die Longitudinal-

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \tag{2.171}$$

und die Transversalwelle

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} = \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}. \tag{2.172}$$

Die beiden Konstanten  $c_L$  und  $c_T$  sind die bereits bekannten Phasengeschwindigkeiten der Longitudinal- und der Transversalwelle. Als Lösung dieser beiden Gleichungen werden die folgenden beiden Ansätze für die Potenzialfunktionen gemacht:

$$\begin{aligned} \phi &= [A_1 \sin(p x_3) + A_2 \cos(p x_3)] e^{i(k x_1 - \omega t)} \\ \psi &= [B_1 \sin(q x_3) + B_2 \cos(q x_3)] e^{i(k x_1 - \omega t)}. \end{aligned} \quad \text{und} \tag{2.173}$$

Die Konstanten  $p$  und  $q$  lauten

$$p^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2 \quad \text{und} \quad q^2 = \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2. \tag{2.174}$$

Dabei handelt es sich um in  $x_1$ -Richtung wandernde und in  $x_3$ -Richtung stehende Wellen. Mit Hilfe der zweiten Kopplungsgleichung (2.150) und den gewählten Ansätzen für die Verschiebungen in Gleichung (2.170) ergeben sich die Spannungen zu

$$\sigma_{31} = \mu \left( 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1 \partial x_3} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} \right) \text{ und} \quad (2.175)$$

$$\sigma_{33} = \lambda \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} \right) + 2 \mu \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1 \partial x_3} \right). \quad (2.176)$$

Damit ist es gelungen, sowohl die Verschiebungen  $u_1$  und  $u_3$  als auch die Spannungen  $\sigma_{31}$  und  $\sigma_{33}$  als Funktion der eingeführten Potentiale auszudrücken. Das Einsetzen von Gleichung (2.173) als Ansatz für die Potenzialfunktionen liefert einen zur Ebene  $x_3=0$  symmetrischen und antisymmetrischen Anteil. Die Gleichungen für den symmetrischen Teil lauten

$$\begin{aligned} u_1 &= \{ i k A_2 \cos(p x_3) + q B_1 \cos(q x_3) \} e^{i(k x_1 - \omega t)} \\ u_3 &= \{ -p A_2 \sin(p x_3) - i k B_1 \sin(q x_3) \} e^{i(k x_1 - \omega t)} \\ \sigma_{31} &= \mu \{ -2 i k p A_2 \sin(p x_3) + (k^2 - q^2) B_1 \sin(q x_3) \} e^{i(k x_1 - \omega t)} \\ \sigma_{33} &= \left\{ -\lambda (k^2 + p^2) A_2 \cos(p x_3) - 2 \mu [ p^2 A_2 \cos(p x_3) + i k q B_1 \cos(q x_3) ] \right\} \\ &\quad e^{i(k x_1 - \omega t)} \end{aligned} \quad (2.177)$$

und für den antisymmetrischen Teil

$$\begin{aligned}
u_1 &= \{ik A_1 \sin(p x_3) - q B_2 \sin(q x_3)\} e^{i(k x_1 - \omega t)} \\
u_3 &= \{p A_1 \cos(p x_3) - ik B_2 \cos(q x_3)\} e^{i(k x_1 - \omega t)} \\
\sigma_{31} &= \mu \{2ik p A_1 \cos(p x_3) + (k^2 - q^2) B_2 \cos(q x_3)\} e^{i(k x_1 - \omega t)} \\
\sigma_{33} &= \frac{\{-\lambda(k^2 + p^2) A_1 \sin(p x_3) - 2\mu[p^2 A_1 \sin(p x_3) - ik q B_2 \sin(q x_3)]\}}{e^{i(k x_1 - \omega t)}}
\end{aligned} \tag{2.178}$$

Die Aufspaltung der Gleichungen in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Anteil gelingt in der Regel nicht und stellt hier für den Fall einer zur  $x_3$ -Ebene symmetrischen isotropen Platte eine Ausnahme dar. Für die symmetrischen Moden  $S_i$  sind die Verschiebungen  $u_1$  symmetrisch und die Verschiebungen  $u_3$  antisymmetrisch bezüglich der Plattenmitten ebene. Für die antisymmetrischen Moden  $A_i$  gilt genau der umgekehrte Zusammenhang. Für die Platte verschwinden an den lastfreien Oberflächen die Spannungen  $\sigma_{31}$  und  $\sigma_{33}$ , d.h.

$$\sigma_{31}(x_3 = \pm d/2) = \sigma_{33}(x_3 = \pm d/2) = 0. \tag{2.179}$$

Damit ergeben sich vier Gleichungen zur Bestimmung der vier unbekanntenen Konstanten;  $A_2$  und  $B_1$  für den symmetrischen und  $A_1$  und  $B_2$  für den antisymmetrischen Fall. Dieses homogene Gleichungssystem besitzt nur dann nichttriviale Lösungen, wenn die Determinante der zugehörigen Koeffizientenmatrix verschwindet. Jede Lösung bei der die Determinante verschwindet liefert die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Mode für ein bestimmtes Produkt aus Frequenz und Plattendicke. Nach einigen Umformungen, wie sie ausführlich in dem Buch von Rose [ROSE 1999] im achten Kapitel beschrieben sind, folgen aus den zu Null gesetzten Determinanten die sogenannten RAYLEIGH-LAMB Gleichungen für die Ausbreitungsgeschwindigkeiten von LAMB-Wellen:

$$\frac{\tan\left(\frac{q d}{2}\right)}{\tan\left(\frac{p d}{2}\right)} = -\frac{4k^2 p q}{(q^2 - k^2)^2} \text{ steht für die symmetrischen Moden,} \tag{2.180}$$



$$\frac{\tan\left(\frac{qd}{2}\right)}{\tan\left(\frac{pd}{2}\right)} = -\frac{(q^2 - k^2)^2}{4k^2 pq} \text{ für die antisymmetrischen.} \quad (2.181)$$

Die beiden Gleichungen lassen sich nicht analytisch, sondern nur mit numerischen Methoden lösen. Als Ergebnis dieser Berechnungen erhält man sogenannte Dispersionsdiagramme für die sich ohne Dämpfung ausbreitenden Wellen. Die in Bild 2.13 und Bild 2.14 dargestellten Diagramme sind die Lösungen der RAYLEIGH-LAMB Gleichungen. Die Kurven wurden für Aluminium mit den für diesen Werkstoff üblichen Werkstoffkennwerten ermittelt. Die antisymmetrischen Moden sind als gestrichelte, die symmetrischen Moden als durchgezogene Linien eingezeichnet.

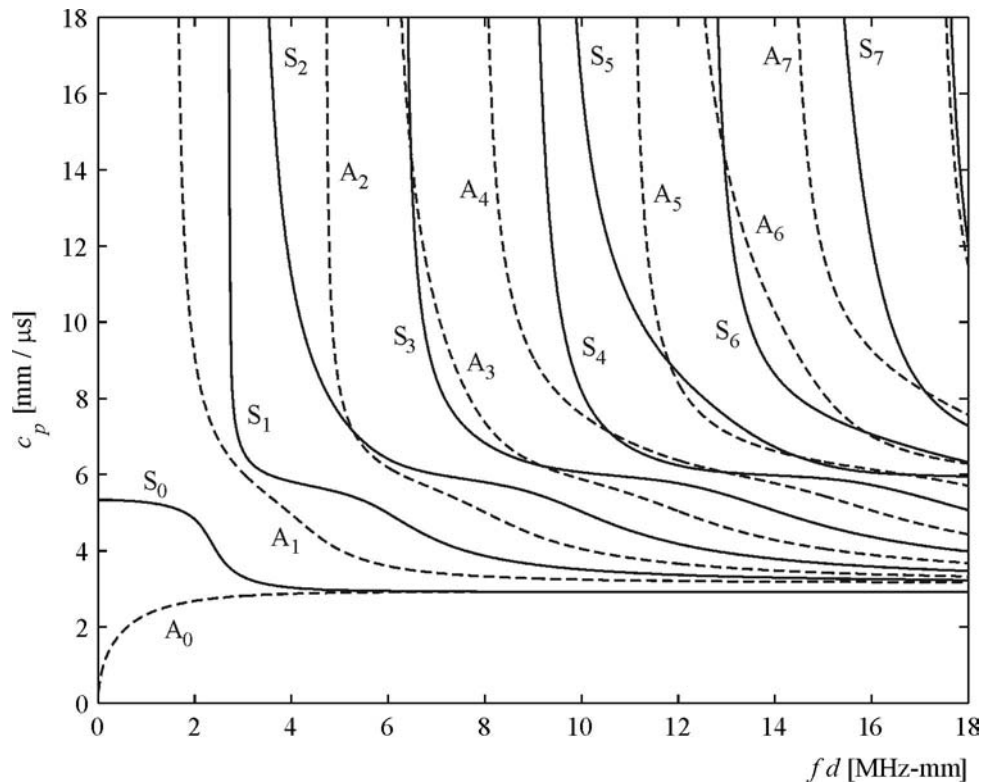


Bild 2.13: Phasengeschwindigkeiten der Moden einer LAMB-Welle

Mit Hilfe der Gleichung (2.164) lassen sich die Phasengeschwindigkeiten in die zugehörigen Gruppengeschwindigkeiten umrechnen.

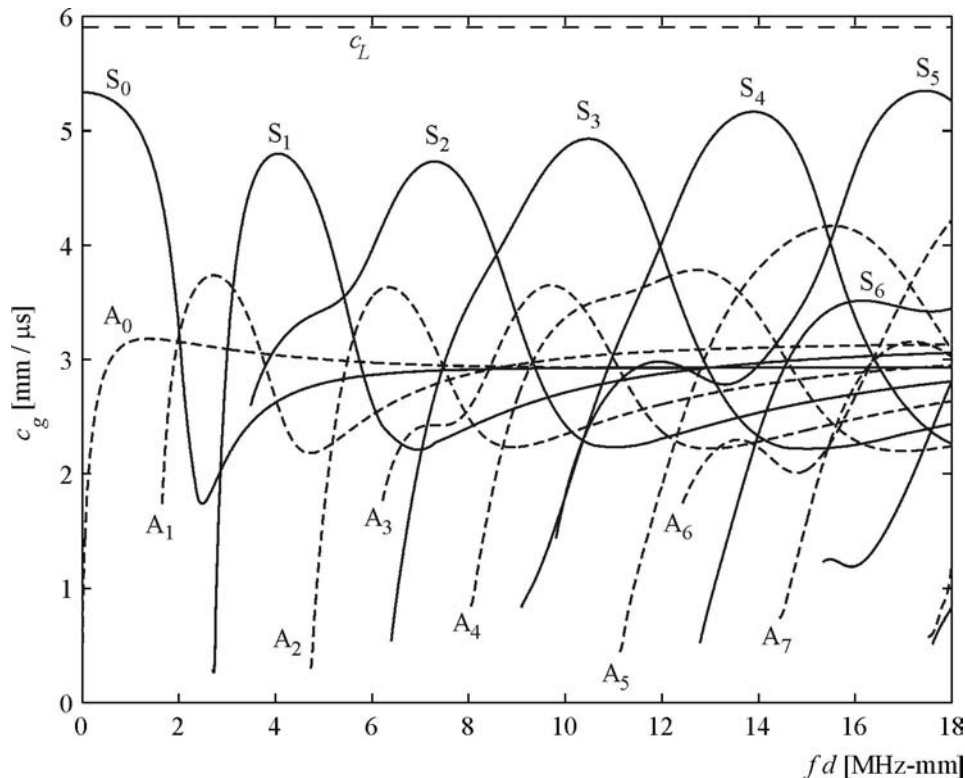


Bild 2.14: Gruppengeschwindigkeiten der Moden einer LAMB-Welle

Auf den ersten Blick fällt auf, dass LAMB-Wellen sehr dispersiv sind. Dies erkennt man an der starken Krümmung der zugehörigen Kurven. Im Gegensatz dazu erscheint die Gruppengeschwindigkeit der Longitudinalwelle in Bild 2.14 als horizontale Linie. Um ein Zerlaufen der Signalformen während der Ausbreitung der einzelnen Moden möglichst gering zu halten, werden in der Regel schmalbandige Anregungssignale verwendet, wie sie in Kapitel 3.3 beschrieben sind. Das hat den Vorteil, dass die an den piezoelektrischen Sensoren gemessenen Spannungen den einzelnen ausbreitungsfähigen Moden zugeordnet werden können und so eine physikalische Interpretation der sich ausbreitenden Moden bzw. deren Reflexionen ermöglicht wird. Anhand der Dispersionsdiagramme kann man erkennen, dass sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit der  $S_0$ -Mode für niedrige Frequenzen asymptotisch der Ausbreitungsgeschwindigkeit der quasi-Longitudinalwelle in Platten nähert. Außerdem stellt die Gruppengeschwindigkeit der reinen Longitudinalwelle eine obere Grenze dar. Die Gruppengeschwindigkeit der  $S_0$ -Mode ist für ein Produkt aus Anregungsfrequenz und Bauteildicke von weniger als 0,8 MHz-mm nahezu konstant und fällt für größere Werte stark ab. Die  $A_0$ -Mode verhält sich in diesem Bereich genau umgekehrt. Aus diesem Grund werden bei der Schadensdiagnose mit Hilfe der  $A_0$ -Mode im Vergleich zu der  $S_0$ -Mode niedrige Anregungsfrequenzen verwendet (vergleiche hierzu auch Kapitel 5.4). Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Moden in Faserverbundwerkstoffen lassen sich nach einer ähnlichen Vorgehensweise ermitteln, wo-

bei zwischen den einzelnen Schichten Übergangsbedingungen formuliert werden müssen. In Abhängigkeit von der Schichtzahl  $t$  ergibt sich eine  $(4t \times 4t)$  Koeffizientenmatrix. Näheres hierzu ist in [ROSE 1999] in Kapitel 13 „Guided Waves in Multiple Layers“ beschrieben. Neben den Gruppengeschwindigkeiten sind auch die Amplituden der gemessenen  $S_0$ - und  $A_0$ -Mode von der Anregungsfrequenz abhängig. Das folgende Bild 2.15 ist der Veröffentlichung von Staszewski [STASZEWSKI ET AL. 2004B] entnommen und zeigt die Abhängigkeit der Maximalamplitude gemessener Antwortsignale von der Anregungsfrequenz für eine 2 mm dicke Aluminiumplatte mit einem auf der Strukturoberfläche applizierten piezoelektrischen Aktor.

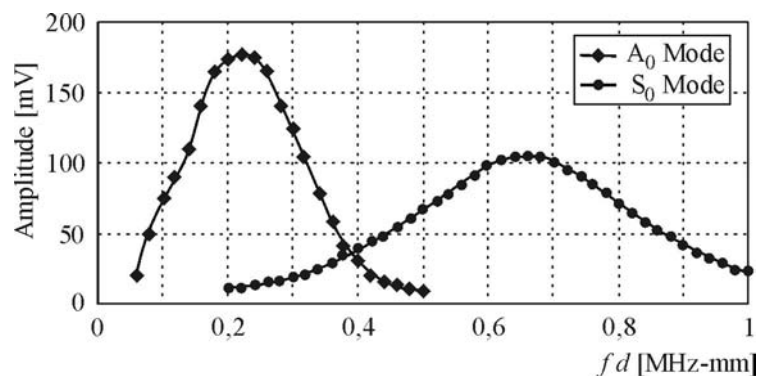


Bild 2.15: Maximalamplitude der  $S_0$ - und der  $A_0$ -Mode in Abhängigkeit von der Frequenz

Durch die Verwendung von Aktoren auf der Ober- und Unterseite der Struktur kann die Anregung der  $S_0$ - und der  $A_0$ -Mode gezielt beeinflusst werden. Je nachdem welche Mode angeregt werden soll, werden die Aktoren gleichsinnig für symmetrische und gegensinnig für antisymmetrische Moden angeregt. Durch die Verwendung eines einzelnen Aktors lassen sich gleichzeitig sowohl symmetrische als auch antisymmetrische Moden anregen. Werden LAMB-Wellen für technische Anwendungen eingesetzt, gilt es immer, zunächst in Vorversuchen ein Optimum für die Signalqualität zu finden, die von der Anregungsart, der Anregungsfrequenz, der angelegten elektrischen Spannungshöhe und dem Anwendungsfall abhängig ist.

### 3 DIE INTELLIGENTE STRUKTUR – GRUNDIDEE, MODELLBILDUNG UND EXPERIMENTELLE DURCHFÜHRUNG

Der Gedanke, dass eine Struktur einmal in der Lage sein wird, zuverlässig über ihren Zustand Auskunft zu geben und dem Anwender zudem ihre verbleibende Lebensdauer mitteilen zu können, ist faszinierend und bietet ein großes Potenzial für weitere Materialeinsparungen. Die Idee der Intelligenten Struktur ist der Natur entnommen und es gibt entsprechend viele Analogien. So könnte die Rolle der Sensoren z.B. mit der eines künstlichen Nervensystems verglichen werden. Ihre Leitungen zur Übertragung der gemessenen Sensorsignale übernehmen dann die Aufgabe, die beim Menschen das Rückenmark besitzt. Mit Hilfe der Aktoren kann sich das System selbst in Bewegung versetzen, ähnlich wie ein Arzt einen Knochenbruch durch das Abtasten des menschlichen Körpers diagnostiziert. An die Stelle des Gehirns tritt der Rechner, der, mit entsprechenden Auswertearithmen ausgestattet, die Informationen verarbeitet und zu einer Einschätzung des Strukturzustandes auf Grund von Veränderungen des dynamischen Verhaltens und damit zu einer gewissen künstlichen Intelligenz gelangt (vergleiche hierzu auch Bild 3.1).

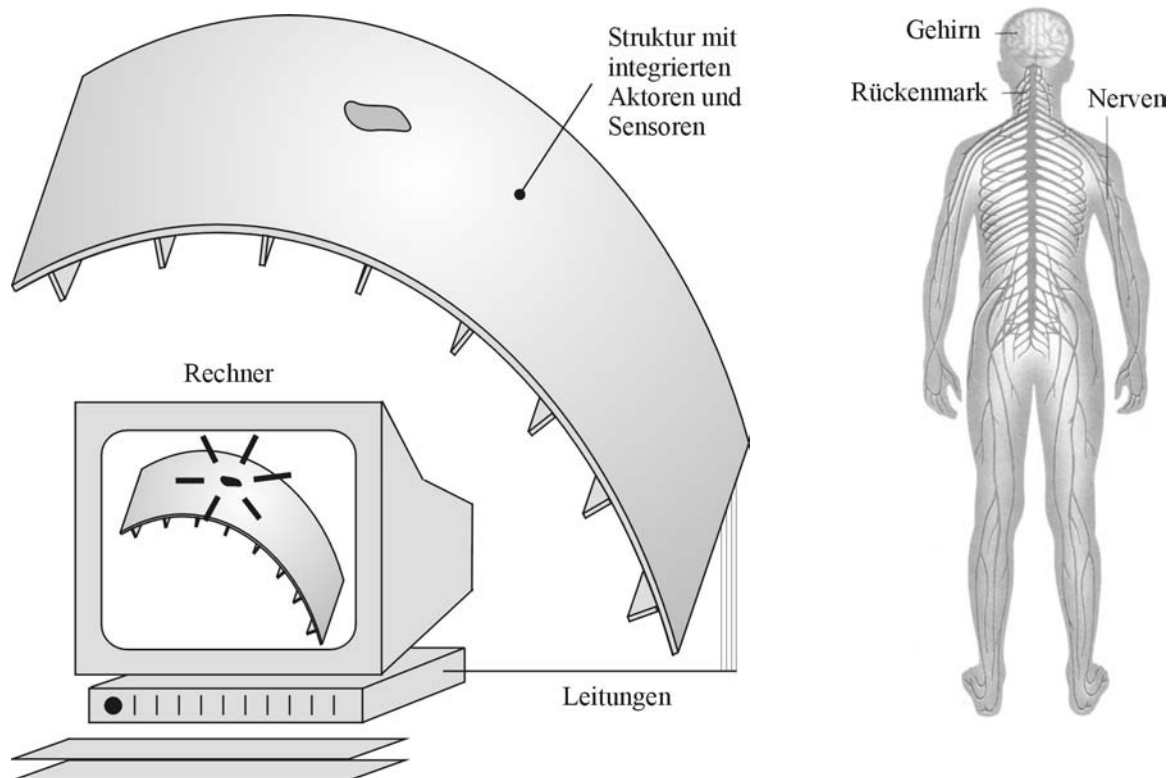


Bild 3.1: Vergleich zwischen Intelligenter Struktur und dem Menschen

Damit unterscheidet sich der hier verwendete Begriff der Intelligenten Struktur bzw. der im englischen Sprachraum verwendete Begriff des Smart Structure von seiner ursprünglichen Bezeichnung als geregelte Struktur.

In den letzten beiden Dekaden haben die Forschungsaktivitäten auf dem Gebiet der Strukturüberwachung sehr stark zugenommen. Indikatoren hierfür sind die zahlreichen Konferenzen, die zum Teil neu gegründet wurden, wie der International Workshop on Structural Health Monitoring [CHANG 1997, 1999, 2001, 2003 UND 2005] oder Konferenzen, bei denen das Thema Structural Health Monitoring eine wichtige Rolle spielt, wie z.B. die DAMAS Konferenzen [HOLFORD ET AL. 2001, DULIEU ET AL. 2003 UND BARTON ET AL. 2005] sowie die zahlreichen Neuveröffentlichungen auf diesem Gebiet z.B. [STASZEWSKI ET AL. 2004A UND BALAGEAS ET AL. 2006]. Zu den potenziellen Nutzern einer solchen Neuentwicklung zählt die Luft- und Raumfahrttechnik, die ohnehin in vielen Bereichen Pioniergeist bewiesen hat. Ihr Interesse an einer Weiterentwicklung und dem Einsatz sich selbst überwachender Strukturen wird schon deutlich, wenn man sich alleine die Liste der Teilnehmer nationaler und internationaler Tagungen anschaut. Auch in anderen Bereichen, bei denen immer leichtere Bauweisen einen großen technischen wie ökonomischen Nutzen mit sich bringen, wie etwa beim Transportwesen (Magnetschwebbahn, ICE), kann diese Vorgehensweise von großem Interesse sein. Im Maschinenbau hat die Systemüberwachung bereits eine längere Tradition, etwa im Bereich der Überwachung rotierender Maschinen [KLEIN UND STOCKMANN 2003] und insbesondere auch in sicherheitskritischen Bereichen der Kernkraftwerke. Hier dominieren allerdings in der Mehrzahl Verfahren, die auf reiner Signalanalyse, z.B. dem Überschreiten bestimmter Amplitudenmaximalwerte, beruhen.

Die vorgestellte Intelligente Struktur identifiziert mögliche Schädigungen anhand des geänderten *globalen* Schwingungsverhaltens der Struktur. Die Kombination mit einem *lokalen* Verfahren erfolgt, um bereits für kleine Schäden die Bestimmung des Schadensortes zu ermöglichen. In beiden Fällen wird ein Aktuator- und Sensornetzwerk verwendet, das permanent mit der Struktur verbunden ist. Dies unterscheidet das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren von herkömmlichen zerstörungsfreien Prüftechniken wie z.B. Ultraschall. Kennzeichnend für das entwickelte Verfahren ist seine sehr hohe Empfindlichkeit, die es erlaubt, auch kleine Schäden zu entdecken. Die Struktur ist mit piezoelektrischen Elementen ausgestattet, die wechselweise als Aktoren und Sensoren betrieben werden können. Die Leistungsfähigkeit des Verfahrens wird in der vorliegenden Dissertation anhand verschiedener Strukturen, wie

einer versteiften Aluminiumstruktur, einem CFK- und einem GFK-Verbund unter Beweis gestellt.

### 3.1 MODELLBILDUNG

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Intelligente Struktur setzt keine FE-Modellierung der untersuchten Strukturen voraus. Dies war auch erklärtes Ziel, da vor allem bei komplexen Strukturen die notwendige Anpassung an die gemessenen Modaldaten sehr aufwändig, bzw. unmöglich ist, wenn, wie dies oftmals der Fall ist, keine Materialdaten mehr bekannt sind. Trotzdem wurde bei der Entwicklung der Intelligenten Struktur nicht vollständig auf eine FE-Modellierung verzichtet, da diese hilft, die bei der Wellenausbreitung auftretenden Mechanismen, insbesondere die Interaktion mit möglichen Schäden, besser zu verstehen und um zentrale Fragen, wie etwa die Anzahl der benötigten Sensoren und deren Verteilung zu beantworten. Auf die hierzu erstellten FE-Modelle wird in Kapitel 4.6 näher eingegangen.

Bei der Schadensdetektion mittels stochastischer Anregung, sowie bei der Schadenslokalisierung auf der Basis *lokaler* Verfahren, werden als Aktoren und Sensoren piezoelektrische Elemente verwendet. Auf deren mathematische Beschreibung, sowie auf die Kopplung der mechanischen und der elektrischen Systemeigenschaften, wird im Folgenden näher eingegangen.

Der piezoelektrische Effekt (gr. *piezo*: „ich drücke“) wurde 1880 von den Brüdern Curie bei einigen Kristallen entdeckt. Dabei handelt es sich um die Eigenschaft bestimmter Materialien, bei einer äußeren Krafteinwirkung eine elektrische Spannung zu erzeugen. Auch der inverse piezoelektrische Effekt, d.h. die Geometrieänderung des Kristalls bei Anlegen einer äußeren elektrischen Spannung, ist bekannt. Diese Kopplung elektrischer und mechanischer Größen kommt in der zugehörigen Bewegungsgleichung

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}} \\ \ddot{\boldsymbol{\phi}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\boldsymbol{\phi}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{xx} & \mathbf{K}_{x\phi} \\ \mathbf{K}_{\phi x} & \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

zum Ausdruck, wie sie beispielsweise auch in [TZOU 1993] beschrieben ist. Der Vektor der mechanischen Größen wird hier um den Vektor der elektrischen Größen, d.h. um die elektrischen Potenziale  $\boldsymbol{\phi}$ , die an den Aktoren anliegen, bzw. an den Sensoren abgegriffen werden können, erweitert. Auf der rechten Seite tritt nun neben dem Vektor der äußeren Lasten der Vektor der elektrischen Ladung  $\mathbf{Q}$  an den Aktoren auf. Die Kopplung der mechanischen und der elektrischen Freiheitsgrade beschränkt sich im Wesentlichen auf die Steifigkeitsmat-

rix  $\mathbf{K}$ , da die elektrischen Trägheiten im Vergleich zu den mechanischen Trägheiten vernachlässigbar klein sind. Die Steifigkeitsmatrix lässt sich, wie in der Bewegungsgleichung angegeben, in vier Submatrizen zerlegen.  $\mathbf{K}_{xx}$  bezeichnet die mechanische,  $\mathbf{K}_{x\phi} = \mathbf{K}_{\phi x}^T$  die piezoelektrische und  $\mathbf{K}_{\phi\phi}$  die dielektrische Steifigkeitsmatrix. Entsprechend der Methode der Finiten Elemente lässt sich aus einer FE-Diskretisierung die Bewegungsgleichung (3.1) gewinnen. Die folgenden Bezeichnungen entsprechen den in [IEEE 1984] getroffenen Vereinbarungen. Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen kann davon ausgegangen werden, dass die Piezoelemente im linearen Arbeitsbereich betrieben werden. Der entsprechende Versuch ist in Kapitel 3.2 beschrieben. Das erweiterte Materialgesetz lautet

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{e} \mathbf{S} + \boldsymbol{\varepsilon}^S \mathbf{E} \\ \mathbf{T} &= \mathbf{C}^E \mathbf{S} - \mathbf{e}^T \mathbf{E}. \end{aligned} \quad \text{und} \quad (3.2)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}^S$  ist der dielektrische Tensor, der bei konstanter Verzerrung  $\mathbf{S}$  bestimmt wird.  $\mathbf{e}$  ist der Tensor der piezoelektrischen Spannungskoeffizienten und  $\mathbf{C}^E$  ist der Elastizitätstensor, der bei konstantem elektrischen Feld  $\mathbf{E}$  bestimmt wird. Die mechanischen Spannungen werden in dem Vektor  $\mathbf{T} = [T_1 \ T_2 \ T_3 \ T_4 \ T_5 \ T_6]^T = [\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{zz} \ \tau_{yz} \ \tau_{xz} \ \tau_{xy}]^T$  und die Verzerrungen in dem Vektor  $\mathbf{S} = [S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ S_5 \ S_6]^T = [\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ \varepsilon_{zz} \ \varepsilon_{yz} \ \varepsilon_{xz} \ \varepsilon_{xy}]^T$  zusammengefasst. Die Vektoren der elektrischen Feldstärke  $\mathbf{E}$  und der dielektrischen Verschiebung  $\mathbf{D}$  lauten

$$\mathbf{E} = [E_1 \ E_2 \ E_3]^T \quad (3.3)$$

$$\mathbf{D} = [D_1 \ D_2 \ D_3]^T. \quad (3.4)$$

Der Zusammenhang zwischen der Indizierung und der Richtung ist in Bild 3.2 angegeben. Die Hauptpolarisationsrichtung des Piezomaterials ist vereinbarungsgemäß die 3-Richtung.

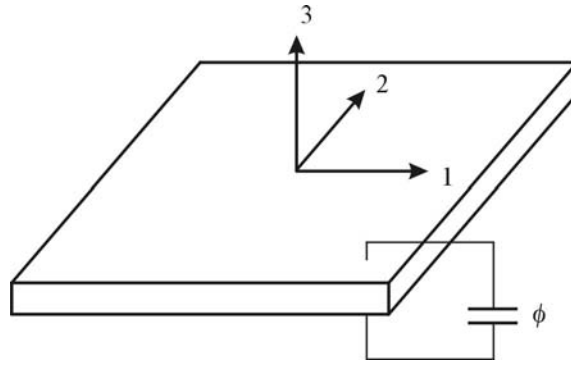


Bild 3.2: Definition der Achsenbezeichnungen bei flächigen Piezoelementen

Bei flächigen Piezoelementen lauten die Gleichungen (3.2) damit

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22}^S & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

und

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^E & C_{12}^E & C_{12}^E & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^E & C_{22}^E & C_{23}^E & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^E & C_{23}^E & C_{22}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{22}^E - C_{23}^E)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{24} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Hierbei wird ein transversal isotropes Material vorausgesetzt, was man an den fünf unabhängigen Ingenieurkonstanten des Elastizitätstensors erkennen kann, die in [ALTENBACH ET AL. 1996] ausführlich beschrieben sind. Für den Anwender sei noch der Hinweis gegeben, dass die Hersteller von Piezomaterialien meist die piezoelektrische Ladungskonstante  $d$  anstatt des piezoelektrischen Spannungskoeffizienten  $e$  angeben. Sie ist durch  $e = d C^E$  definiert (vergleiche hierzu auch das Kapitel 3.2), wobei davon ausgegangen wird, dass das elektrische Feld nur in der 3-Richtung angelegt wird.



Der direkte Zusammenhang zwischen der am Aktor angelegten elektrischen Spannung und den Verformungsgrößen des Systems heißt Aktorgleichung, der Zusammenhang zwischen der Verformung und der resultierenden elektrischen Spannung wird Sensorgleichung genannt. In [JENNEWEIN 1998] sind die Aktor- und die Sensorgleichungen für unterschiedliche Konfigurationen für den Balken angeben. Dabei wird von einem linearen Dehnungsverlauf nach BERNOULLI ausgegangen. Beispielsweise lauten die Aktorgleichungen für die Konfiguration mit einem Aktor auf der Balkenoberseite

$$\begin{aligned} N_{x,\ddot{a}q} &= E_A d_{31} b U \\ M_{y,\ddot{a}q} &= -E_A d_{31} b \frac{h_B}{2} U, \end{aligned} \quad \text{und} \quad (3.7)$$

wobei die Lasten für den Schwerpunkt der Systemquerschnittsflächen bestimmt wurden. Die Sensorgleichung lautet

$$U_S = \frac{h_S e_{31}}{\varepsilon_{33} l} \left( (\varphi_{i+1} - \varphi_i) \frac{h_B}{2} + (u_{i+1} - u_i) \right). \quad (3.8)$$

Dieser Zusammenhang wird bei der Berechnung von Frequenzverschiebungen in einem Simulationsbeispiel in Kapitel 3.3 benötigt. Die Verdrehungen an den Enden des Piezoelementes ( $\hat{=}$  Verdrehfreiheitsgrad des entsprechenden FE-Knotens) sind mit  $\varphi_i$  und die Endverschiebungen der Randknoten mit  $u_i$  bezeichnet.  $E_A$  ist der Elastizitätsmodul des Aktors und  $l$  ist die Länge des Piezoelementes. Mit  $U$  wird die am Aktor angelegte und mit  $U_S$  die am Sensor gemessene elektrische Spannung bezeichnet. Alle anderen Größen können Bild 3.3 entnommen werden.

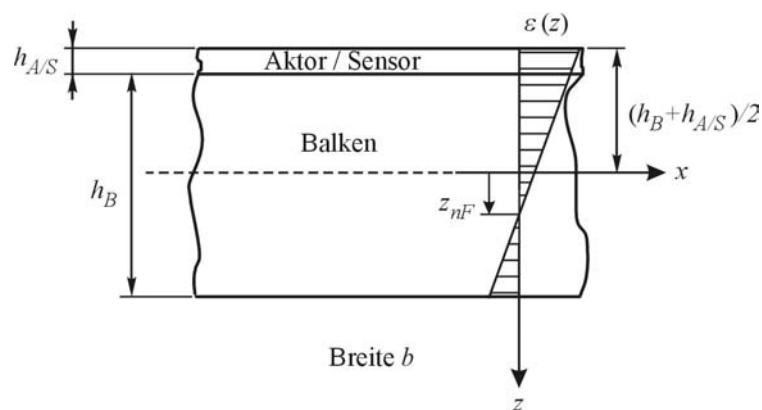


Bild 3.3: Geometriebezeichnung mit einem Aktor/ Sensor auf der Balkenoberseite

### **3.2 EXPERIMENTELLE DURCHFÜHRUNG – STOCHASTISCHE ANREGUNG**

Die bereits in der Einleitung erwähnte „Stochastic Subspace-based Fault Detection Method“ lieferte einen wichtigen Anstoß zur Entwicklung der in diesem Kapitel vorgestellten Verfahren. Ursprünglich wurde diese Theorie für die Schadensdetektion an Strukturen und Bauteilen entwickelt, die betriebsbedingt zu Schwingungen angeregt werden. Zu den Anregungen zählen z.B. die stochastischen Betriebslasten auf Grund von Reibung in Kugellagern, Wind bei Hochhäusern und Brücken oder Fahrbahnstörungen. Nachteil dieses Verfahrens ist, dass gewisse Annahmen über die statistischen Eigenschaften des Anregungssignals getroffen werden müssen, wie z.B. die Stationarität, die Form des Spektrums usw., die mehr oder weniger gut erfüllt sind. Die Idee, die der hier entwickelten Intelligenten Struktur zu Grunde liegt, ist, die Struktur mit integrierten oder auf die Oberfläche applizierten piezoelektrischen Aktoren auszustatten, sodass sie sich selbst zu Schwingungen anregen kann. Durch die Verwendung desselben Aktorsignals bei jedem Schadensdetektionstest können sowohl die statistischen Eigenschaften des Aktorsignals gezielt eingestellt als auch die Reproduzierbarkeit der Tests erhöht werden. Untersuchungen an realen Strukturen und Simulationen haben gezeigt, dass sich dadurch die Sensitivität der Schadensdetektion deutlich erhöht.

Das Bild 3.4 zeigt den prinzipiellen Versuchsaufbau. Die Intelligente Struktur versetzt sich selbstständig durch die piezoelektrischen Aktoren in Schwingungen. Die dynamische Systemantwort wird mit Hilfe von piezoelektrischen Sensoren gemessen und zur Auswertung an einen Rechner gesendet. Hier werden die Messdaten verwendet, um einen Schadensindikator zu berechnen, der Auskunft darüber gibt, ob die Struktur geschädigt ist oder nicht und wo sich ggf. der Schaden befindet. Mit dem verwendeten Messgerät sind Abtastraten von bis zu 10 MHz bei 12 Bit Auflösung, bzw. bis zu 1 MHz Abtastrate bei 16 Bit Auflösung möglich. Die hohen Abtastraten sind insbesondere bei der Messung der Ausbreitung der später beschriebenen LAMB-Wellen (vergleiche Kapitel 3.3) notwendig.

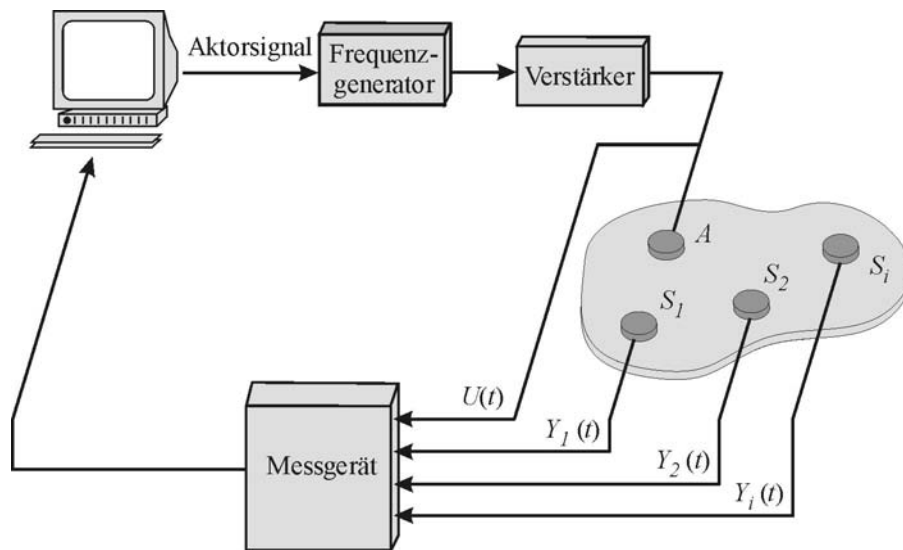


Bild 3.4: Prinzipieller Versuchsaufbau

Der verwendete Frequenzgenerator besitzt vier frei programmierbare Speicherplätze, auf die Zeitsignale mit bis zu 65.000 Datenpunkten überspielt werden können. Bild 3.5 zeigt beispielhaft das Spektrum eines gemessenen Aktorsignals. Wie man anhand des Spektrums erkennen kann, wird die Struktur im unteren und mittleren Frequenzbereich mit gleicher spektraler Leistungsdichte angeregt und erfüllt damit sehr gut die in der Theorie getroffenen Annahmen. Bei ca. 800 Hz fällt das Spektrum stark ab. Dies liegt an dem vorgeschalteten Tiefpassfilter, das zur Begrenzung des Anregungsspektrums verwendet wird.

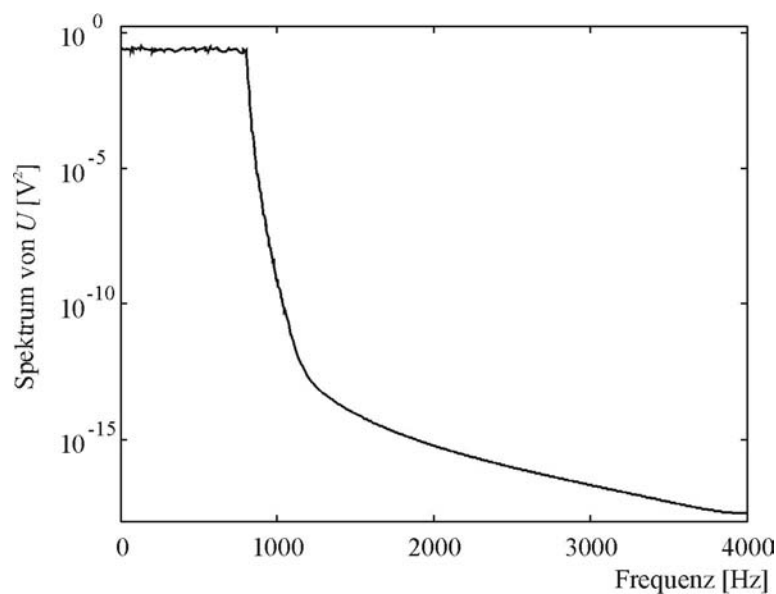
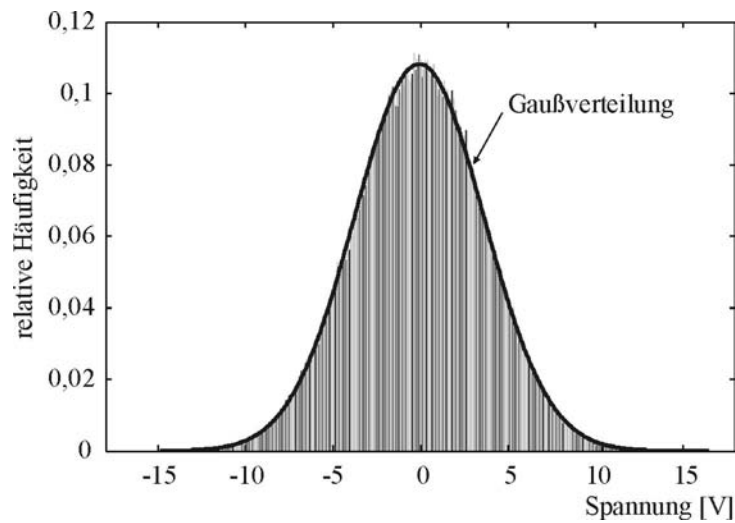


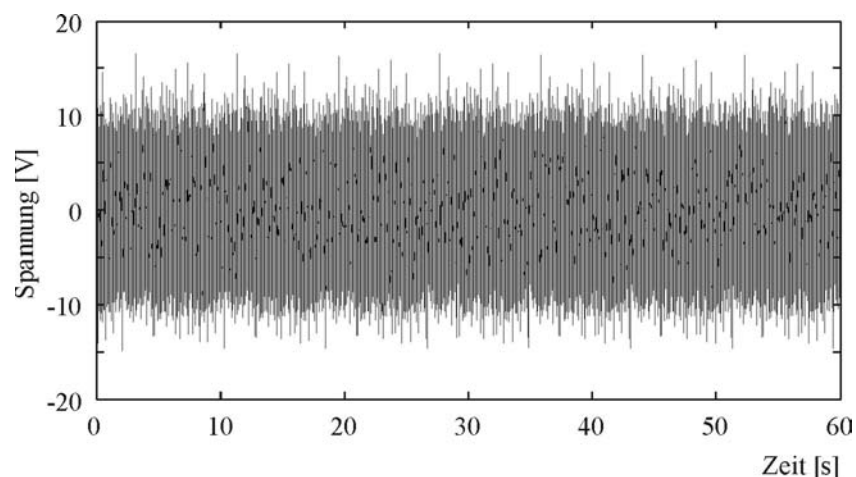
Bild 3.5: Spektrum des Aktorsignals

Bild 3.6 zeigt eine gute Übereinstimmung der relativen Häufigkeit des Aktorsignals im Vergleich zur Gaußverteilung und erfüllt damit ebenfalls sehr gut die theoretischen Annahmen.



*Bild 3.6: Relative Häufigkeit des Aktorsignals im Vergleich zur Gaußverteilung*

Das in Bild 3.7 über der Zeitachse dargestellte Aktorsignal wurde mit einem in MATLAB<sup>®</sup> implementierten Zufallsgenerator erzeugt und anschließend softwaremäßig gefiltert. Aus messtechnischen Gründen müssen eine Reihe von Werten für die entsprechenden Messparameter eingestellt werden, deren Zusammenhänge und Bedeutungen in dem Buch über experimentelle Mechanik [KOBAYASHI 1993] ausführlich beschrieben sind. Ein wichtiger Parameter ist dabei das Verhältnis von höchster Anregungsfrequenz zur Abtastfrequenz, das nicht beliebig groß gewählt werden darf, da ansonsten Aliasing Effekte auftreten und die Messung verfälscht ist.



*Bild 3.7: Gemessenes Aktorsignal*

Bei der Formulierung des erweiterten Materialgesetzes in Kapitel 3.1 wird davon ausgegangen, dass die Piezoelemente in ihrem linearen Arbeitsbereich betrieben werden, d.h. es wird

ein linearer Zusammenhang zwischen der Dehnung des Piezoelementes und der angelegten elektrischen Spannung vorausgesetzt. In Bild 3.8 (links) ist eine Piezokeramik mit appliziertem Dehnungsmessstreifen dargestellt. Der Versuch dient dazu, die in der Theorie vorausgesetzte Linearität bei diesem piezoelektrischen Element, das bei einer Reihe von experimentellen Untersuchungen als Sensor und Aktor eingesetzt wurde, zu überprüfen. Dabei hat sich herausgestellt, dass in der Regel eine Aktorspannung von deutlich weniger als 100 Volt ausreicht, um die untersuchten Strukturen zu Schwingungen anzuregen. Zur Bestimmung des Dehnungsverlaufs in Abhängigkeit von der elektrischen Spannung wird ein sinusförmiger Spannungsverlauf an das Piezoelement angelegt und die sich einstellende Dehnung mit Hilfe des applizierten Dehnungsmessstreifens gemessen. Bild 3.8 (rechts) zeigt den Verlauf der Dehnung über der elektrischen Spannung.

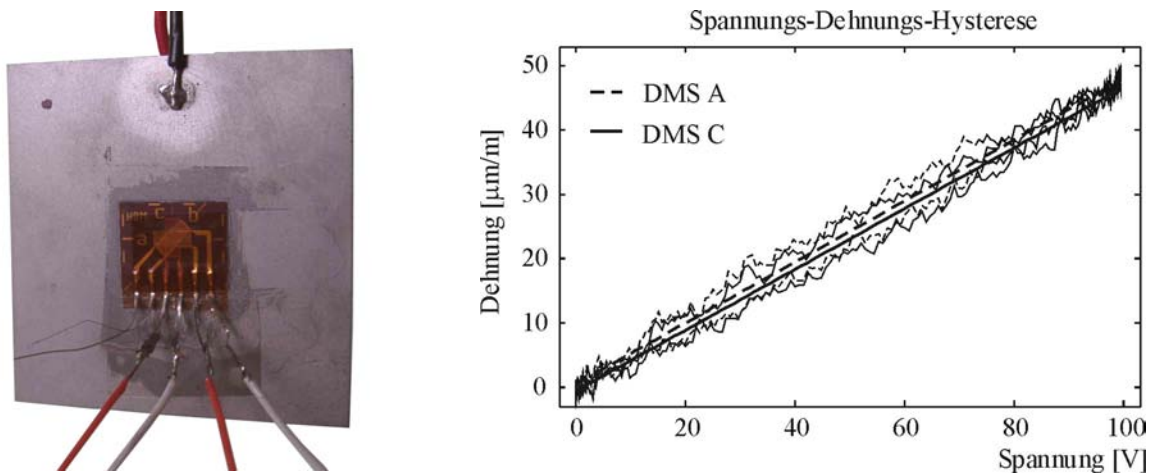


Bild 3.8: Piezokeramik mit appliziertem DMS (links) und Dehnungs- Spannungsverlauf (rechts)

Als Ergebnis lässt sich festhalten, dass der Zusammenhang zwischen der angelegten elektrischen Spannung und der daraus resultierenden Dehnung bei Aktorspannungen unter 100 Volt näherungsweise linear ist. Lediglich eine kleine Hystereseschleife ist zu erkennen. Aus der Steigung der mit Hilfe kleinster Fehlerquadrate bestimmten Ausgleichsgeraden ergibt sich die piezoelektrische Ladungskonstante  $d$  zu  $237 \text{ pm/V}$  und stimmt damit gut mit den Herstellerangaben von  $d = 210 \text{ pm/V}$  überein.

### 3.3 EXPERIMENTELLE DURCHFÜHRUNG – LAMB-WELLENAUSBREITUNG

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Intelligente Struktur sendet zur Bestimmung des Schadensortes LAMB-Wellen aus. Physikalisch gesehen wird dabei die Eigenschaft der LAMB-Wellen genutzt bei ihrer Ausbreitung mit möglichen Schäden zu interagieren. Auf Grund des

stark dispersiven Charakters der LAMB-Wellen, wie er in den Grundlagen beschrieben ist, wird ein schmalbandiges Anregungssignal verwendet. Um eine Verwechslung der verschiedenen Moden zu verhindern, ist das Anregungssignal darüber hinaus auf ein Produkt aus Anregungsfrequenz und Bauteildicke von nicht mehr als 1,6 MHz-mm beschränkt. Hierdurch wird sichergestellt, dass nur die erste symmetrische  $S_0$ -Mode und die erste antisymmetrische  $A_0$ -Mode angeregt werden. Als Aktoren und Sensoren werden piezoelektrische Elemente verwendet. Da zur Bestimmung des Schadensortes auf der Basis von LAMB-Wellen dasselbe Aktuator- und Sensornetzwerk wie für die Schadensdiagnose verwendet wird, ist der prinzipielle Versuchsaufbau identisch und in Bild 3.4 bereits dargestellt. Auf Grund der hohen Gruppengeschwindigkeit der  $S_0$ - und der  $A_0$ -Mode beträgt die Abtastfrequenz 10 MHz bei einer 12 Bit Auflösung. Als Anregungssignal wird ein mit Hilfe eines HANNING-Fensters moduliertes Sinussignal (Aktorsignal 1) sowie ein Anregungssignal, das die Form eines MORLET-Wavelets besitzt (Aktorsignal 2), verwendet. Bild 3.9 und Bild 3.10 zeigen die beiden verwendeten Anregungssignale im Zeitbereich. Die Maximalamplitude ist dabei aus softwaretechnischen Gründen auf den Maximalwert eins normiert.

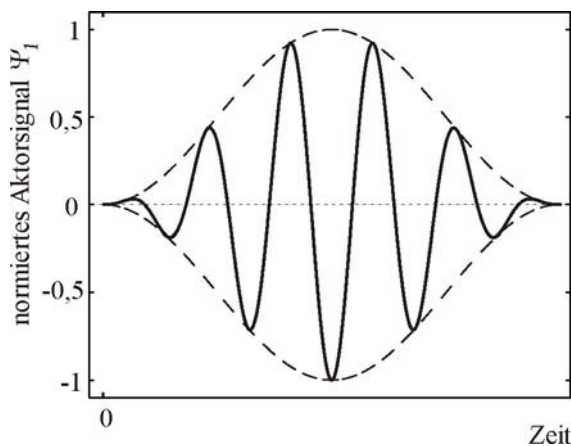


Bild 3.9: Aktorsignal 1

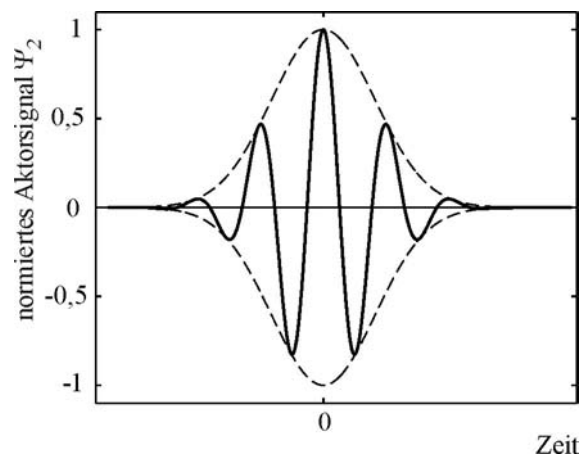


Bild 3.10: Aktorsignal 2

In Gleichung (3.9) ist die Formel für das Aktorsignal 1

$$\psi_1(t) = \frac{1}{4} \underbrace{\left[ \text{sign}(t) - \text{sign}\left(t - \frac{n_s}{f_c}\right) \right]}_{\text{Recteck-Fenster}} \underbrace{\left[ 1 - \cos\left(2\pi f_c \frac{t}{n_s}\right) \right]}_{\text{Hanning-Fenster}} \underbrace{\sin(2\pi f_c t)}_{\text{Sinussignal}} \quad (3.9)$$

und in Gleichung (3.10) für das Aktorsignal 2

$$\psi_2(t) = e^{0,5t^2} \cos(5t) \quad (3.10)$$

angegeben. Die Grundfrequenz des mit einer Exponentialfunktion modulierten Kosinussignals wird am Frequenzgenerator eingestellt. Beide Anregungssignale sollen möglichst schmalbandig sein. Zur Überprüfung sind daher in Bild 3.11 und in Bild 3.12 die zugehörigen Spektren der Anregungssignale dargestellt.

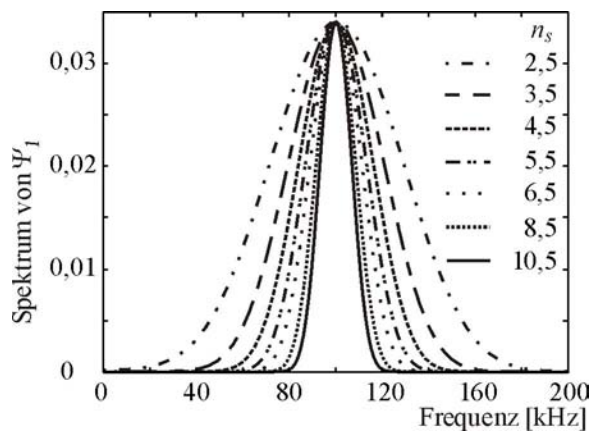


Bild 3.11: Spektrum von Aktorsignal 1

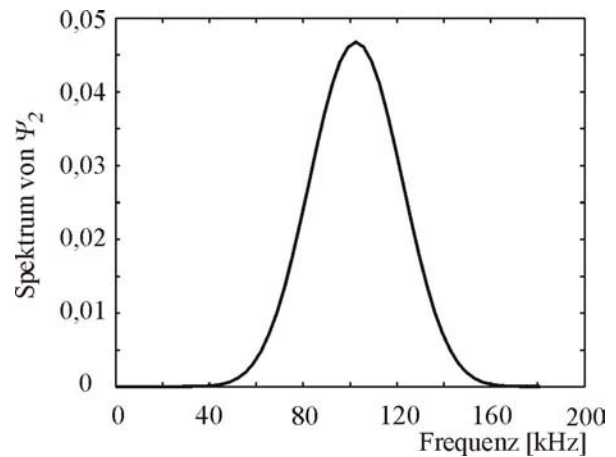


Bild 3.12: Spektrum von Aktorsignal 2

Als Ergebnis lässt sich festhalten, dass diese Forderung schwer zu erfüllen ist und die mit Hilfe eines HANNING-Fensters modulierten Sinusschwingungen erst für mehrere Schwingspiele  $n_s$  näherungsweise gilt. Darüber hinaus entsteht bei der Messung der sich ausbreitenden LAMB-Welle eine Frequenzverschiebung. Die Grundfrequenz  $f_c$  der LAMB-Welle stimmt nicht mit der Grundfrequenz des gemessenen elektrischen Spannungssignals überein. Diese Verschiebung ist auch in den Abbildungen mehrerer Veröffentlichungen zum Thema Time Reversal Methode erkennbar. Das zentrale Element der Time Reversal Methode ist die Rekonstruktion des Aktorsignals. Auf Grund der Frequenzverschiebung weichen die in den Abbildungen dargestellten Randbereiche des rekonstruierten und des ursprünglichen Aktorsignals voneinander ab, ohne dass dafür eine Begründung angegeben wird. Bild 3.13 zeigt die Frequenzverschiebung, wie sie beispielsweise bei der Rekonstruktion des Aktorsignals für eine GFK-Platte entsteht. Eine Rechnung hat ergeben, dass hierfür die Modulation des Anregungssignals verantwortlich ist, d.h. es handelt sich um einen systematischen Messfehler, der von der Größe des Piezoelementes und der Anzahl der Schwingspiele abhängig ist. Zur Abschätzung des Fehlers wird eine Parameterstudie an einem 2 mm dicken Balken mit einem Sensor auf der Balkenoberseite durchgeführt. Simuliert wird die Sensorspannung gemäß der Glei-

chung (3.8) für unterschiedlich große Piezoelemente auf Grund einer sich in Richtung der Balkenlängsachse ausbreitenden Longitudinalwelle. Das Ergebnis ist in Tabelle 3.1 angegeben.

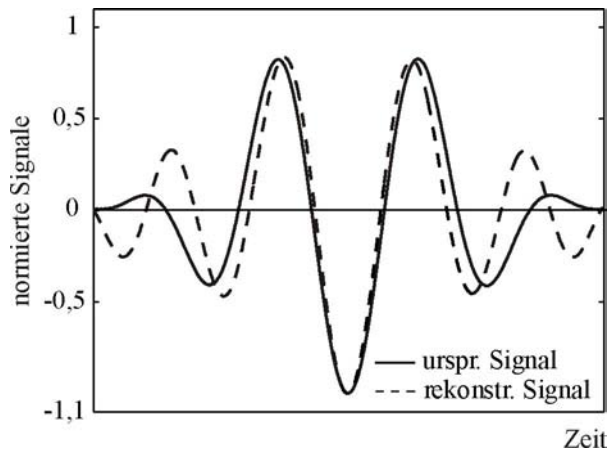


Tabelle 3.1: berechnete relative Frequenzverschiebungen

Elementabmessung:	10 mm	15 mm
$n_s = 3,5$	3,80%	4,20%
$n_s = 5,5$	2,40%	2,60%
$n_s = 10,5$	0,30%	0,40%

Bild 3.13: Vergleich zwischen rekonstruiertem und ursprünglichem Aktorsignal

Wie man anhand der Tabelle erkennen kann, nimmt die relative Frequenzverschiebung mit der geometrischen Größe der Piezoelemente zu. Eine Erhöhung der Schwingspiele reduziert dagegen die relative Frequenzverschiebung. In den in Kapitel 5 vorgestellten Anwendungsbeispielen werden daher nach Möglichkeit Piezoelemente mit einer Abmessung von 10 mm×10 mm und Anregungssignale mit fünf oder mehr Schwingspielen verwendet. Die Anregungsfrequenz beträgt 100 kHz.

Für die Interpretation der Messergebnisse sowie die Berechnung der Schadensindikatoren müssen die Anteile der  $S_0$ - und der  $A_0$ -Mode anhand der an den piezoelektrischen Sensoren gemessenen elektrischen Spannungsverläufen identifiziert werden. Aus diesem Grund sollen in einem Vorversuch zunächst die rechnerisch ermittelten Gruppengeschwindigkeiten mit den experimentell bestimmten Gruppengeschwindigkeiten der  $S_0$ - und der  $A_0$ -Mode verglichen werden. Hierzu wird von einem piezoelektrischen Aktor ein Wellenpaket ausgesendet und die sich ausbreitende  $S_0$ - und  $A_0$ -Mode wird mit Hilfe eines piezoelektrischen Sensors gemessen. Die Versuchsanordnung ist in Bild 3.14 dargestellt.



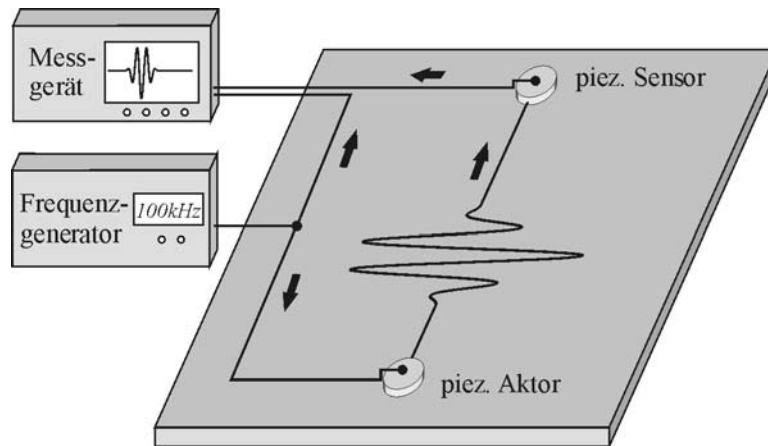


Bild 3.14: Versuchsanordnung zur Bestimmung der Gruppengeschwindigkeit

Der Abstand zwischen Aktor und Sensor ist bekannt und der Abstand zu den Bauteilkanten ist so groß gewählt, dass Reflexionen die Bestimmung der Gruppengeschwindigkeiten nicht unnötig erschweren. Die verwendete Aluminiumplatte hat eine Dicke von 2 mm und die Anregungsfrequenz wird zwischen 20 kHz und 130 kHz variiert. In Bild 3.15 sind die experimentell ermittelten im Vergleich zu den berechneten Gruppengeschwindigkeiten der  $S_0$ - und der  $A_0$ -Mode dargestellt. Wie man erkennt, lassen sich die Gruppengeschwindigkeiten der beiden Moden in dem dargestellten Frequenzbereich sehr gut ermitteln und stimmen mit den berechneten Werten gut überein. Wie die Rechnung bereits ergeben hat (vergleiche Kapitel 2.3.9), bleibt die Gruppengeschwindigkeit der  $S_0$ -Mode in dem untersuchten Frequenzbereich nahezu konstant. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der  $A_0$ -Mode steigt hingegen an. Kleine Änderungen in der Anregungsfrequenz führen deshalb zu relativ großen Änderungen der Gruppengeschwindigkeit der  $A_0$ -Mode.

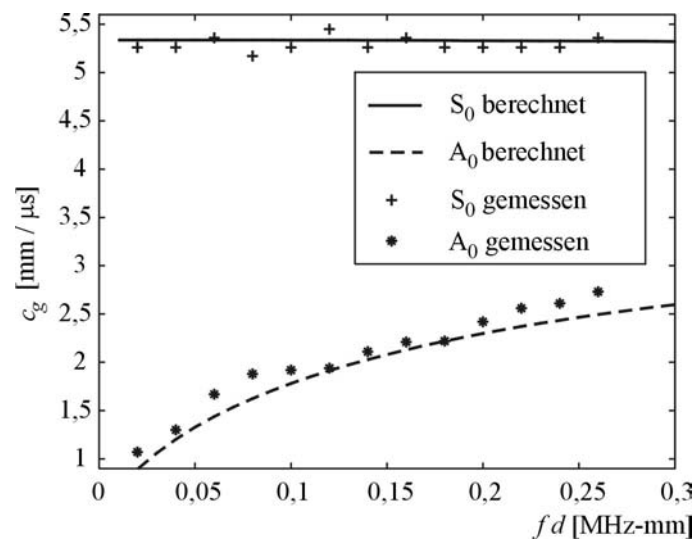


Bild 3.15: Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Gruppengeschwindigkeiten

## 4 DIE INTELLIGENTE STRUKTUR – DIAGNOSEALGORITHMEN

In diesem Kapitel werden die entwickelten Verfahren und Algorithmen für die Schadensdiagnose vorgestellt.

### 4.1 DURCHFÜHRUNG DES SCHADENSDETEKTIONSTESTS

Im Rahmen der vorliegenden Dissertation wurde ein Algorithmus für die Schadensdiagnose entwickelt [FRITZEN ET AL. 2002A UND FRITZEN UND MENGELKAMP 2002B] und rechen-technisch in MATLAB<sup>®</sup> mit graphischer Benutzeroberfläche implementiert. Das entwickelte Verfahren ermöglicht es, Schäden in einem frühen Schädigungszustand mit einer relativ geringen Anzahl an Sensoren zu detektieren. Dies ist nach Auffassung des Verfassers auf zwei Eigenschaften des Algorithmus zurückzuführen. Zum einen wird zur Definition des Residuums eine Orthogonalitätsbeziehung verwendet, die sehr sensitiv auf die Veränderungen der dynamischen Eigenschaften des Systems reagiert und zum anderen werden bei der Diagnose auch die Informationen aus dem mittleren Frequenzbereich berücksichtigt. In diesem Kapitel ist die Definitionsformel zur Bestimmung des Schadensindikators angegeben und es wird der Auswertalgorithmus vorgestellt. Die Berechnung der Hankelmatrizen stellt das zentrale Element bei der Bestimmung der Schadensindikatorwerte dar. Dabei können die Hankelmatrizen wahlweise aus den Ausgangs-Kovarianzen oder den Impulsantworten der gemessenen elektrischen Sensorsignale aufgebaut werden. Die Ausgangs-Kovarianzen werden mit Hilfe der Formel

$$\hat{\mathbf{R}}_j = \frac{1}{n_t - j - 1} \sum_{k=1}^{n_t-j} \mathbf{y}(k+j) \mathbf{y}^T(k) \quad (4.1)$$

geschätzt. Die Impulsantworten ergeben sich, mathematisch gesehen, bei bekanntem Eingangssignal aus der Rücktransformation der Übertragungsfunktion in den Zeitbereich. Der Index  $n_t$  steht für die Anzahl der gemessenen Datenpunkte je Sensor und der Index  $j$  gibt den aktuell betrachteten Zeitversatz an. In dem Vektor  $\mathbf{y}$  sind die gemessenen Sensorsignale angeordnet, wobei jede Zeile einem Sensor entspricht. Die Hankelmatrix wird damit wie folgt aus den Ausgangs-Kovarianzen

$$\mathbf{H}_{\alpha,\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_1 & \hat{\mathbf{R}}_2 & \cdots & \hat{\mathbf{R}}_\beta \\ \hat{\mathbf{R}}_2 & \hat{\mathbf{R}}_3 & \cdots & \hat{\mathbf{R}}_{\beta+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\mathbf{R}}_\alpha & \cdots & \cdots & \hat{\mathbf{R}}_{\alpha+\beta-1} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

bzw. den berechneten Impulsantworten  $\hat{\mathbf{Y}}_i$

$$\mathbf{H}_{\alpha,\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Y}}_1 & \hat{\mathbf{Y}}_2 & \cdots & \hat{\mathbf{Y}}_\beta \\ \hat{\mathbf{Y}}_2 & \hat{\mathbf{Y}}_3 & \cdots & \hat{\mathbf{Y}}_{\beta+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\mathbf{Y}}_\alpha & \cdots & \cdots & \hat{\mathbf{Y}}_{\alpha+\beta-1} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

aufgebaut. Die Indizes  $\alpha$  und  $\beta$  bestimmen die maximale Anzahl an Zeitversätzen, die bei der Berechnung der Hankelmatrix berücksichtigt werden. Der Schadensindikator für den  $n$ -ten Datensatz ist definiert als

$$D_n = \zeta_n^T \hat{\Sigma}^{-1} \zeta_n, \quad (4.4)$$

wobei  $\zeta_n$  der  $n$ -te Residuenvektor ist und mit Hilfe der Formel

$$\zeta_n = \text{vec}(\mathbf{S}^T \mathbf{H}_{\alpha,\beta,n}) \quad (4.5)$$

berechnet wird. Der laufende Index  $n$  steht für die jeweilige Messung. Die Kovarianzmatrix  $\hat{\Sigma}$  wird als Näherung für die Residuenkovarianzmatrix verwendet. Die Referenzmatrix  $\mathbf{S}$  kann mit Hilfe der Singulärwertzerlegung der Hankelmatrix bestimmt werden. Die Spaltenvektoren der Referenzmatrix  $\mathbf{S}$  spannen den linken Nullraum der Hankelmatrix auf [BURG, HAF UND WILLE 1992]. Der Operator  $\text{vec}(\dots)$  wandelt eine Matrix in einen Vektor um, wobei die Spaltenvektoren der Matrix in dem Vektor untereinander angeordnet werden. Zur Bestimmung der Schadensindikatorwerte wird die in Bild 4.1 dargestellte Vorgehensweise vorgeschlagen. In den Matrizen  $\mathbf{y}^{(n)}$  sind die gemessenen elektrischen Sensorspannungen der  $n$ -ten Messung gespeichert. Jede Zeile der Matrix ist einem Sensor und jede Spalte einem Zeitpunkt zugeordnet. Der entwickelte Algorithmus unterscheidet generell zwischen zwei Phasen, der sogenannten Lernphase, in der vorausgesetzt wird, dass die Struktur unversehrt ist und der Früherkennungsphase in der neue Messungen in Bezug auf die Strukturintegrität ausgewertet

werden. Die Lernphase dient dazu, die Referenzmatrix  $S$  und die Residuenkovarianzmatrix  $\hat{\Sigma}$  zu berechnen sowie alle während der Messung auftretenden Schwankungen, z.B. auf Grund von veränderlichen Umgebungsbedingungen, zu erfassen, d.h. entsprechende Konfidenzintervalle zu bestimmen. In der Früherkennungsphase werden dann für die aktuellen Messungen Schadensindikatorwerte berechnet. Liegen diese Werte außerhalb des Konfidenzbandes muss die Hypothese, dass die Struktur ungeschädigt ist, verworfen werden. Ist dies der Fall wird eine Inspektion der Struktur eingeleitet. Die Erweiterung des Schadensdetektionsalgorithmus zur Bestimmung von Konfidenzintervallen ist in Kapitel 4.3 beschrieben.

### **I. LERNPHASE (UNGESCHÄDIGTE STRUKTUR)**

1. Berechnung der Hankelmatrix  $H_{\alpha,\beta,1}$  für eine, hier die erste, Messung an der ungeschädigten Struktur.
2. Durchführen der Singulärwertzerlegung der Hankelmatrix  $H_{\alpha,\beta,1}$  zur Bestimmung der Referenzmatrix  $S$ . Die Spaltenvektoren der Referenzmatrix  $S$  spannen den linken Nullraum der Hankelmatrix  $H_{\alpha,\beta,1}$  auf (vergl. auch Kapitel 2.2.2).
3. Bestimmung der Residuen  $\zeta_n$  aus dem Produkt der Matrix  $S^T$  und der Hankelmatrix  $H_{\alpha,\beta}$ . Falls die Hankelmatrix aus den Messdaten an der ungeschädigten Struktur aufgebaut wird, sollte das Residuum  $\zeta_n$  nahe Null sein. Andernfalls ist das Residuum signifikant ungleich Null.
4. Berechnung eines Schätzwertes für die Residuenkovarianzmatrix  $\hat{\Sigma}$

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{k-2} \sum_{n=2}^k \zeta_n \zeta_n^T \quad (4.6)$$

aus den Messdaten der ungeschädigten Struktur.

### **II. FRÜHERKENNUNGSPHASE (UNGESCHÄDIGTE UND GESCHÄDIGTE STRUKTUR)**

Für die Früherkennungsphase werden die in der Lernphase bestimmte Residuenkovarianzmatrix  $\hat{\Sigma}$  und die Referenzmatrix  $S$  benötigt. Die Schadensindikatorwerte berechnen sich dann nach Gleichung (4.4) für die aufeinanderfolgenden Messungen.

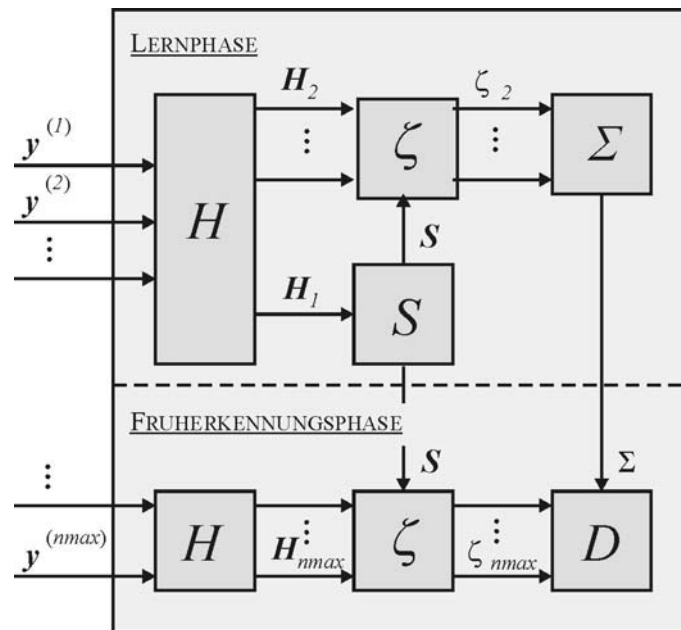


Bild 4.1: Auswertung der aufeinanderfolgenden Messungen  $y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(n)}, \dots, y^{(nmax)}$  mit Hilfe des Schadensdetektionsalgorithmus

### Simulationsstudie

Die im Folgenden dargestellten Ergebnisse einer Simulationsstudie dienen dazu, die prinzipielle Abhängigkeit der Schadensindikatorwerte von dem Messrauschen und der Größe der Hankelmatrix zu untersuchen. Für die Simulation wird der in Bild 4.2 abgebildete Dreimassenschwinger mit den in Tabelle 4.1 angegebenen Eigenfrequenzen verwendet. Die Masse beträgt  $m_i = 1 \text{ kg}$ , die Federsteifigkeit  $k_i = 50 \text{ N/m}$  und die Dämpfungskonstante  $c_i = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$ . Wie man anhand der Tabelle erkennen kann, ändern sich die Eigenfrequenzen des Dreimassenschwingers bei den untersuchten Steifigkeitsreduktionen nur minimal. Durch die Reduktion der Federsteifigkeit der dritten Feder  $i=3$  wird ein Schaden simuliert.

Tabelle 4.1: Eigenfrequenzen des Dreimassenschwingers

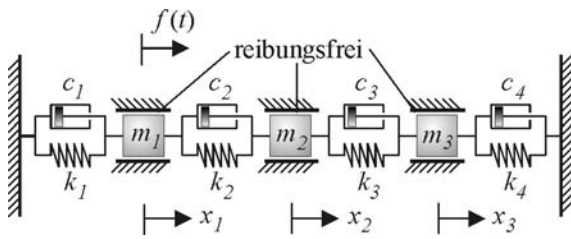


Bild 4.2: Modell des Dreimassenschwingers

Eigenfrequenzen EF [Hz]			
Steifigkeitsreduktion [%]	0	1	2
1. EF	0,861	0,861	0,861
2. EF	1,591	1,590	1,588
3. EF	2,080	2,075	2,071
Steifigkeitsreduktion [%]	3	4	5
1. EF	0,860	0,860	0,860
2. EF	1,585	1,583	1,581
3. EF	2,066	2,062	2,058

Um den prinzipiellen Einfluss des Messrauschens auf die Schadensindikatorwerte zu untersuchen, wird eine Simulationsstudie mit den folgenden Randbedingungen durchgeführt: Die Systemanregung erfolgt am ersten Freiheitsgrad durch eine Krafterregung, die die für stochastische Signale charakteristischen Eigenschaften besitzt. Die Messdauer beträgt 60 s. Das System ist schwach gedämpft und die Schädigung wird durch eine Reduktion der Federsteifigkeit der dritten Feder  $k_3$  um 1 % bis 5 % simuliert. Um das bei Messungen vorhandene Messrauschen zu simulieren, wird ein gaußverteiltes Zufallssignal auf die berechneten Systemantworten addiert. Die Varianz der Zufallssignale ist in Prozent der Varianz der berechneten Systemantworten angegeben. Ausgewertet wird der Anstieg  $\Gamma_{i,j}$  der Schadensindikatorwerte zwischen den Messungen an dem ungeschädigten und den Messungen an dem geschädigten System. Der Anstieg  $\Gamma_{i,j}$  berechnet sich aus dem Quotienten der Schadensindikatorwerte für das geschädigte und das ungeschädigte System gemäß der Formel

$$\Gamma_{i,j} = \frac{D_{i,gesch}}{D_{j,ung}} \quad (4.7)$$

und stellt ein Maß für die Qualität der Schadensdiagnose dar. Optimal, im Sinne einer möglichst frühen Schadensdiagnose, ist ein großer Wert für den mittleren Anstieg  $\Gamma_{mittel}$  und eine möglichst kleine Streuung. In Bild 4.3 ist der größte  $\Gamma_{max}$ , der kleinste  $\Gamma_{min}$  und der mittlere  $\Gamma_{mittel}$  (durchgezogene Linie) Wert von  $\Gamma_{i,j}$  für verschiedene Steifigkeitsreduktionen dargestellt. Als Ergebnis lässt sich festhalten, dass die Werte von  $\Gamma_{i,j}$  erwartungsgemäß mit zunehmender Schadensgröße steigen. Durch das Zusammenspiel des Messrauschens mit einer ver-

änderten, geringeren Steifigkeit und damit einem größeren Schaden kann in Einzelfällen jedoch auch eine Stagnation oder sogar ein Abfall der Schadensindikatorwerte auftreten. Dieses Simulationsergebnis stimmt mit den gemachten experimentellen Erfahrungen überein und liegt u.a. an der Sensitivität der Schadensindikatorwerte gegenüber dem Messrauschen. Zusätzlich ist in Bild 4.3 der Einfluss des Messrauschens auf den Anstieg  $\Gamma_{i,j}$  dargestellt. Bei einer Steifigkeitsreduktion der dritten Feder von 5 % und 1 % Messrauschen beträgt der Anstieg  $\Gamma_{mittel}$  beispielsweise ca. 500 und fällt bereits bei 2 % Messrauschen auf einen Wert von ca. 100, d.h. um den Faktor 5 ab. Ein weiterer Beleg für den Einfluss des Messrauschens auf das Detektionsergebnis ist der geringe Anstieg  $\Gamma_{i,j}$  bei einer 1 % Reduktion der Federsteifigkeit der dritten Feder und 5 % Messrauschen. In Bild 4.4 sind die zugehörigen Extremwerte (vergl. auch Kapitel 4.3) sowie der für eine Wahrscheinlichkeit von 99,9 % berechnete Grenzwert angegeben.

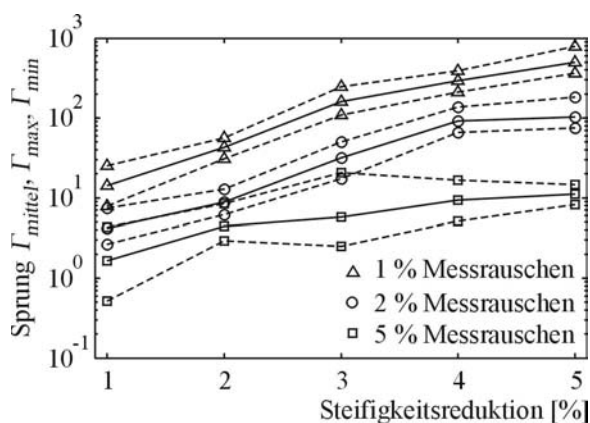


Bild 4.3: Schadensdiagnose bei unterschiedlich hohem Messrauschen

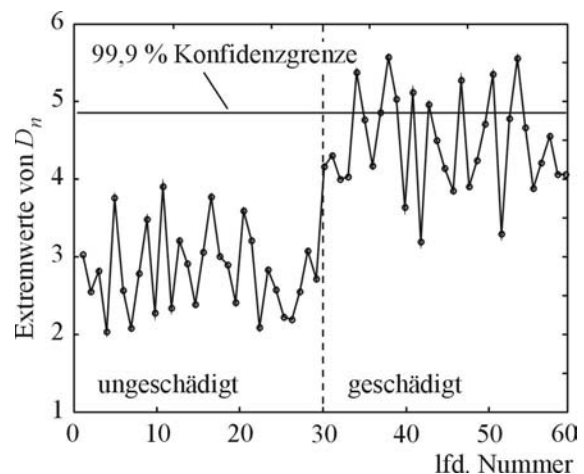


Bild 4.4: Extremwerte von  $D_n$  mit 99,9 % Konfidenzgrenze

Die hierzu notwendige Vorgehensweise ist in Kapitel 4.3 beschrieben. Trotz des relativ hohen Messrauschens und der nur 1 % Reduktion der Federsteifigkeit erlaubt die Extremwertstatistik dennoch eine zuverlässige Schadensdetektion. Wie man anhand von Bild 4.4 erkennen kann, schaffen es einige Extremwerte, die für die ungeschädigte Struktur berechnete Konfidenzgrenze mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,9 % zu durchbrechen und es wird „Alarm“ ausgelöst.

Bei der Versuchsdurchführung ist im Sinne einer zuverlässigen Schadensdiagnose darauf zu achten, dass das Rauschen im Verhältnis zum Nutzsignal möglichst gering ist. Insbesondere

bei der Früherkennung von Strukturschäden, d.h. bei einer geringen Reduktion der Elementsteifigkeiten, entscheidet eine sorgfältige Versuchsdurchführung über den Erfolg oder den Misserfolg der Schadensdiagnose.

Die folgende Simulationsstudie dient dazu, den Einfluss des Zeilen-  $\alpha$  bzw. des Spaltenindex  $\beta$  der Hankelmatrix auf das Detektionsergebnis zu untersuchen. Die Summe von  $\alpha$  und  $\beta$  bestimmt die Anzahl der Ausgangs-Kovarianzmatrizen, aus denen die Hankelmatrix aufgebaut ist. Näheres hierzu siehe Formel (4.2). Jede Simulation wird 60 s lang durchgeführt und die Signale werden mit einem Messrauschen von 1 % beaufschlagt. Der Singulärwertverlauf der Hankelmatrix ist in Bild 4.5 dargestellt. Auf Grund der Zustandsraumdarstellung fällt der Singulärwertverlauf für den Dreimassenschwinger nicht nach dem dritten sondern erst nach dem sechsten Singulärwert steil ab. Der Schaden wird durch eine Reduktion der Federsteifigkeit der dritten Feder von 1 % simuliert. In Bild 4.6 ist das Ergebnis der Schadensdiagnose für  $\alpha = \beta = 11, 14, 23$  und  $75$  dargestellt.

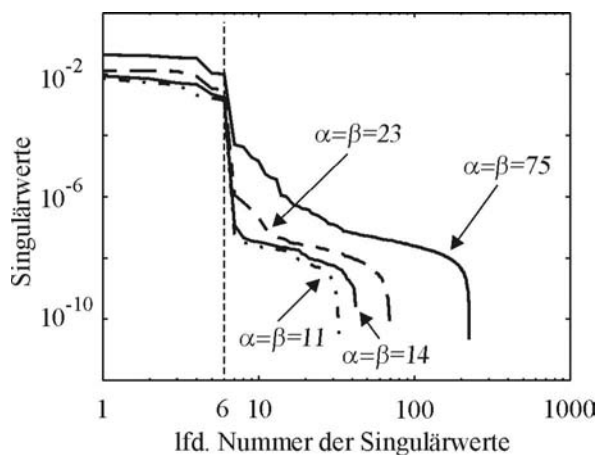


Bild 4.5: Singulärwertverlauf

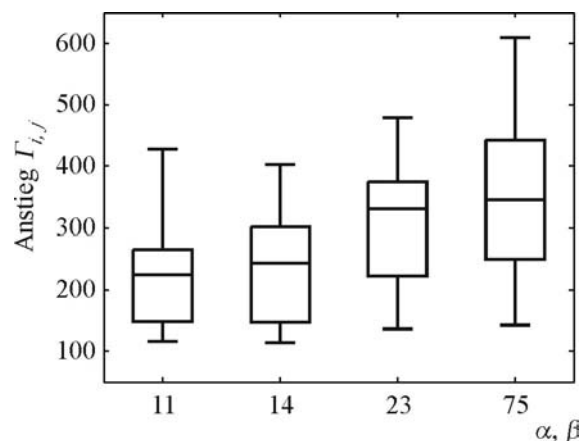


Bild 4.6: Boxplot des Anstiegs  $\Gamma_{i,j}$

Die Werte für  $\alpha$  und  $\beta$  sind so gewählt, dass für den geringsten Wert von  $\alpha$  bzw.  $\beta$  nur die Veränderungen der höchsten Eigenfrequenz und Eigenform und für den höchsten Wert von  $\alpha$  bzw.  $\beta$  die Veränderungen aller Eigenfrequenzen und Eigenformen in die Schadensdiagnose eingehen. Dieser Zusammenhang wird klar, wenn man sich noch einmal die Definition der Kovarianzmatrix vor Augen führt. Je höher der Wert für  $\alpha$  bzw.  $\beta$  bei konstanter Abtastrate gewählt wird, desto weiter werden die gemessenen Schwingungssignale im Zeitbereich gegeneinander verschoben. Auf Grund der Periodizität der Signale ergeben sich Maxima in den Kovarianzmatrizen, die charakteristisch für die Signalfrequenzen sind. Die Maxima der niederfrequenten Signalanteile treten demnach natürlich erst auf, wenn  $\alpha$  bzw.  $\beta$  entsprechend



groß sind. Der Verlauf der Werte für den Anstieg  $\Gamma_{i,j}$  zeigt, dass auch die untersten Eigenfrequenzen einen Beitrag zur Schadensdiagnose liefern. Da der Wert von  $\alpha$  und  $\beta$  mit der verwendeten Abtastfrequenz linear ansteigt, ist bei dem Aufbau der Hankelmatrix darauf zu achten, dass bei hohen Abtastfrequenzen  $\alpha$  und  $\beta$  entsprechend groß gewählt werden.

#### 4.2 ERWEITERUNG DES DETEKTIONSALGORITHMUS ZUR KOMPENSATION VON UMGEBUNGSEINFLÜSSEN

Die Robustheit des Schadensindikators gegenüber Umgebungseinflüssen ist ein vor allem aus Anwendersicht sehr wichtiges Thema. Der Anzeige einer Intelligenten Struktur, die mehrere Fehlalarme nacheinander auslöst, wird man jedoch nach kurzer Zeit keine Beachtung mehr schenken und nicht zuletzt aus wirtschaftlichen Gründen wieder zu festen Wartungsintervallen und klassischen Inspektionsmethoden zurückkehren. In diesem Kapitel wird zunächst der Einfluss der Umgebungstemperatur auf die in der Luftfahrtindustrie in zunehmendem Maße eingesetzten Faserverbundwerkstoffe und Laminatverbunde beschrieben und auf die Schadensindikatorwerte untersucht. Als wichtige Neuerung wird dann der in Kapitel 4.1 vorgestellte Detektionsalgorithmus um die Kompensation von Temperaturschwankungen erweitert. Neben einem Simulationsbeispiel wird die Leistungsfähigkeit der Kompensation experimentell an einer CFK-Platte bei Temperaturen zwischen 20 °C und 60 °C unter Beweis gestellt (vergl. Kapitel 5.3).

Faserverbundwerkstoffe haben häufig stark anisotrope Temperatúrausdehnungseigenschaften. Verantwortlich hierfür ist vor allem der große Unterschied zwischen den Temperatúrausdehnungskoeffizienten von Polymermatrix und Verstärkungsfasern. Bei Kohlenstofffasern kann der Koeffizient sogar negativ sein. Sie ziehen sich also bei steigender Temperatur zusammen, während sich die Matrix ausdehnt.

Bei Laminatverbunden können sich die Thermaldehnungen der Einzelschichten durch die gegenseitige Fügung im Allgemeinen nicht frei ausbilden, wodurch es zu Thermalspannungen im Laminat kommt. Diese Thermalspannungen können praktisch immer vorhanden sein, sobald das Laminat einer anderen Temperatur als der Herstelltemperatur ausgesetzt ist [BECKER UND GROSS 2002].

Neben dem Temperatúrausdehnungsverhalten faserverstärkter Kunststoffe werden auch die Elastizitätskenngrößen des Materials bei einer Temperaturänderung beeinflusst. Zur Erläuterung des Temperaturverhaltens wird das Faser-Matrix-System getrennt betrachtet.

Als Matrix werden Kunststoffe - Duroplaste oder Thermoplaste - eingesetzt, die bei einer Temperaturänderung teilweise erhebliche Zustandsänderungen aufweisen. Die Aggregatzustände reichen von hartelastisch bis viskoelastisch, gegebenenfalls zu viskos bei Thermoplasten.

Mit steigender Temperatur nehmen bei den Matrix-Werkstoffen die Nachgiebigkeiten zu. Das bedeutet umgekehrt, dass dementsprechend sowohl die Elastizitätsmoduln als auch die Schubmoduln abnehmen. Die Querkontraktionszahlen werden hingegen mit steigender Temperatur größer und erreichen im Erweichungsbereich den Grenzwert 0,5 [SCHARR 1984]. Die Temperaturabhängigkeit der Faserwerkstoffe ist im Vergleich zu den Matrixwerkstoffen sehr gering. Die Veränderungen in den Elastizitätskenngrößen können hier vernachlässigt werden.

Die beschriebenen Mechanismen treten bei jeder Temperaturänderung auf und haben Einfluss auf die Schadensindikatorwerte. Um diesen Einfluss abzuschätzen wird eine einfache Simulationsstudie für den in Bild 4.7 dargestellten Dreimassenschwinger durchgeführt.

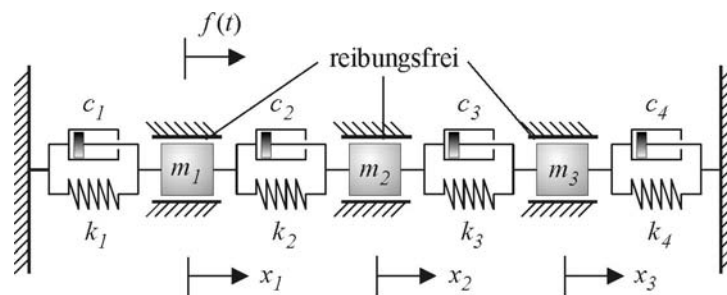


Bild 4.7: Modell eines Dreimassenschwingers

Das Modell des Dreimassenschwingers eignet sich dazu, den Einfluss globaler und lokaler Systemänderungen auf die Höhe der Schadensindikatorwerte zu testen. Lokale Änderungen, wie etwa die Veränderung einer Federkonstante  $k_i$ , stellen die Schädigung des Systems, die globale Änderung aller Federkonstanten die Änderung der Umgebungstemperatur dar. Der Wert für den temperaturabhängigen E-Modul ist den Herstellerangaben von CFK-Materialien entnommen. Die Schädigung wird durch die Reduktion der Federsteifigkeit  $k_2$  um 2 % simuliert. Die Anregung erfolgt an dem ersten Freiheitsgrad als Krafterregung durch ein bandbegrenztes Zufallssignal. In Bild 4.8 sind die berechneten Schadensindikatorwerte für 20 °C, 40 °C, 60 °C und 80 °C dargestellt.

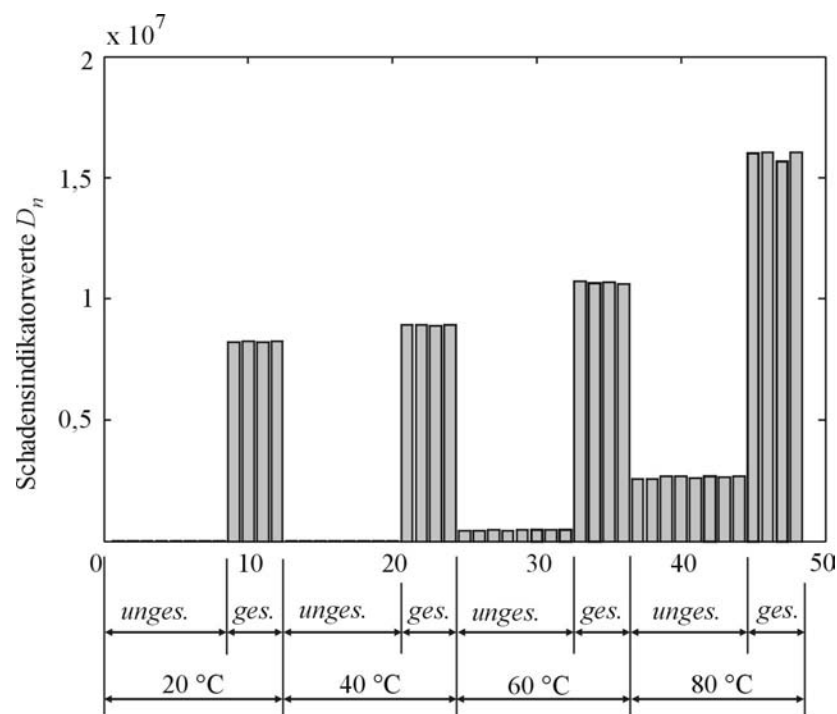


Bild 4.8: Schadensdiagnose ohne Temperaturkompensation

Die Simulation zeigt, dass das Ergebnis der Schadensdetektion durch die veränderliche Umgebungstemperatur beeinflusst wird, d.h. eine Schadensdiagnose ist nicht mehr möglich, da die Temperaturänderung als Schädigung angezeigt wird, obwohl die Struktur vollkommen in Ordnung ist. Beispielsweise liegen die Schadensindikatorwerte für Messungen an der ungeschädigten Struktur bei einer Umgebungstemperatur von 80 °C mit ca.  $0,2 \cdot 10^7$  deutlich über dem Niveau der Schadensindikatorwerte bei 20 °C.

Der Schadensindikator reagiert, wie erwartet, sowohl auf eine lokale als auch auf eine globale Änderung des Systems, wobei die Sensitivität gegenüber lokalen Veränderungen deutlich höher ist. Als Weiteres sehr wichtiges Ergebnis lässt sich festhalten, dass die Temperaturänderung einen nichtlinearen Einfluss auf die Schadensindikatorwerte hat.

Um eine robuste Schadensdiagnose auch bei veränderlichen Umgebungstemperaturen zu ermöglichen, wird die im Folgenden beschriebene und in Bild 4.9 graphisch dargestellte Erweiterung des Detektionsalgorithmus vorgeschlagen. Dabei erlernt das Verfahren das Verhalten der Struktur bei verschiedenen Temperaturen. Den Ansatz hierfür liefern die Simulationsergebnisse für den Dreimassenschwinger, die zeigen, dass die Schadensdiagnose innerhalb eines begrenzten Temperaturbereichs zuverlässig funktioniert. Im Allgemeinen ist die Größe dieses

Bereiches für jedes System unterschiedlich und muss daher vorher durch experimentelle Untersuchungen bestimmt werden.

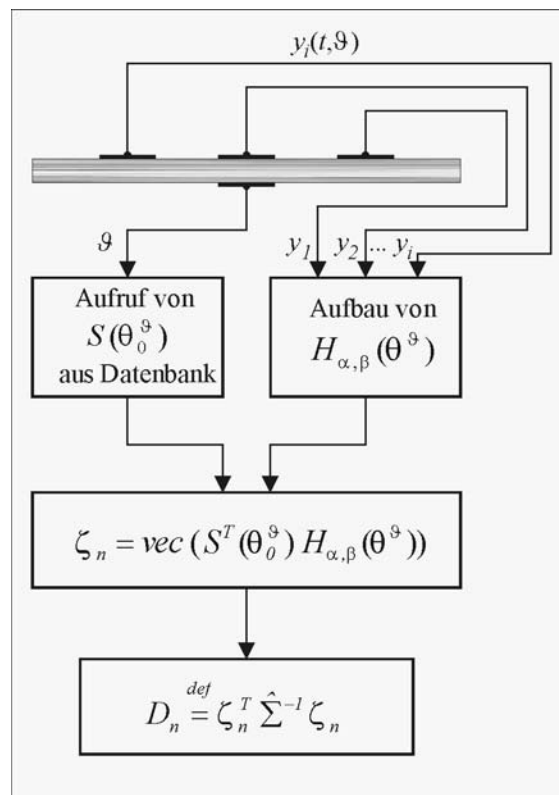


Bild 4.9: Erweitertes Schadensdiagnoseverfahren

Das Residuum wird nun im Gegensatz zu Gleichung (4.5)

$$\zeta_n = \text{vec}(S^T(\theta_0^{g_i}) H_{\alpha, \beta}(\theta)) \quad (4.8)$$

definiert, wobei nun die Temperaturabhängigkeit der Matrix  $S$  berücksichtigt wird. Mit  $\theta_0$  wird der Zustand der ungeschädigten Struktur bezeichnet. Der Index  $g_i$  steht für den  $i$ -ten Temperaturbereich, wobei für jeden Temperaturbereich die Matrix  $S(\theta_0^{g_i})$  experimentell neu bestimmt werden muss. Das Residuum ist damit für die ungeschädigte Struktur näherungsweise Null,

$$\zeta_n = \text{vec}(S^T(\theta_0^{g_i}) H_{\alpha, \beta}(\theta = \theta_0)) \approx 0, \quad (4.9)$$

und für die geschädigte Struktur ungleich Null,

$$\zeta_n = \text{vec} \left( S^T(\theta_0^g) H_{\alpha,\beta}(\theta \neq \theta_0) \right) \neq 0, \quad (4.10)$$

d.h. der Einfluss der Temperatur auf den Schadensindikator kann kompensiert werden. Bild 4.10 zeigt das Ergebnis der Schadensdiagnose mit temperaturabhängiger Referenzmatrix  $S$ . Eine zuverlässige Schadensdiagnose ist nun für alle Temperaturbereiche möglich. Die Schadensindikatorwerte für die Messungen an der ungeschädigten Struktur sind für alle Temperaturbereiche sehr niedrig und steigen für die Messungen an der geschädigten Struktur sprunghaft an. Die Höhe des Anstiegs ist unterschiedlich und kommt dadurch zustande, dass für jeden Temperaturbereich eine andere Referenzmatrix verwendet wird. Es bleibt noch die Frage offen, inwieweit kleinere Temperaturschwankungen das Detektionsergebnis negativ beeinflussen. Diese und weitere bei der praktischen Anwendung auftretende Fragen werden in Kapitel 5.3 am Beispiel der Delaminationsschädigung einer CFK-Platte bei veränderlicher Umgebungstemperatur beantwortet.

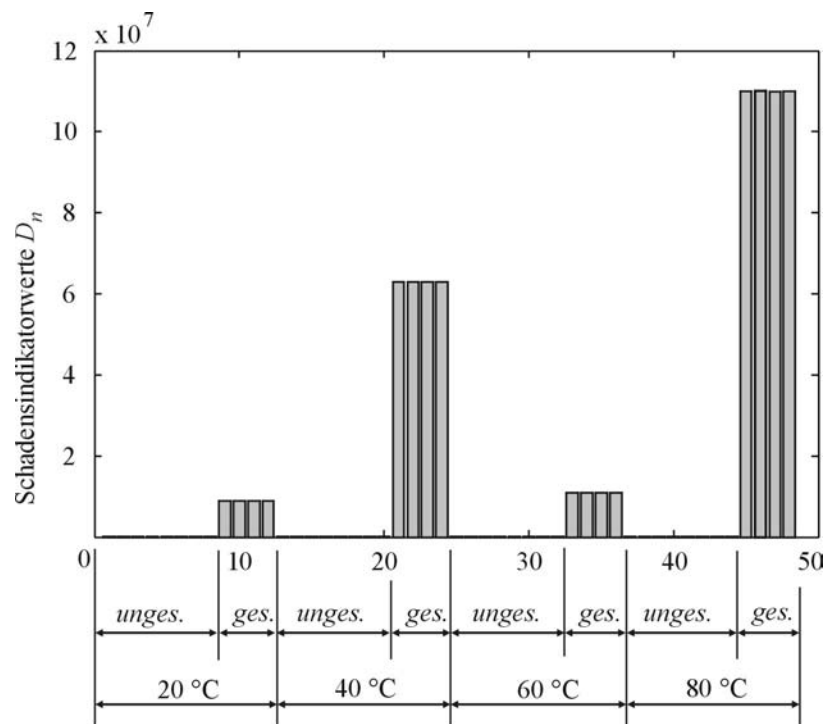
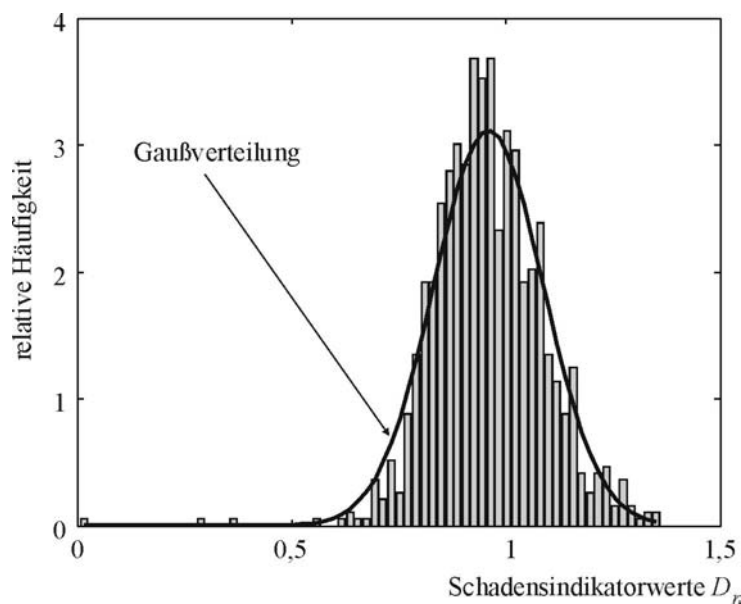


Bild 4.10: Schadensdiagnose mit Temperaturkompensation

### 4.3 ERWEITERUNG DES DETEKTIONSALGORITHMUS ZUR BESTIMMUNG VON KONFIDENZINTERVALLEN

Aus Anwendersicht ist eine Intelligente Struktur, die lediglich Schadenswerte liefert, diese aber in Bezug auf die aktuelle Sicherheitssituation nicht bewerten kann, nur begrenzt aussagefähig. Die Angabe einer Wahrscheinlichkeit, mit der die Hypothese, dass die Struktur unge-

schädigt ist, abgelehnt werden muss, sollte daher ein wichtiges Ziel jedes Detektionsverfahrens sein. Bei der Entwicklung solcher Verfahren muss berücksichtigt werden, dass in der Regel nur Messdaten der ungeschädigten Struktur vorliegen. Ein Anlernen der Intelligenten Struktur an unterschiedliche Schadensszenarien kommt sowohl auf Grund der Vielzahl der Schadensmöglichkeiten als auch aus wirtschaftlichen Gründen nicht in Frage. In einer Reihe von Veröffentlichungen werden als Lösung Verfahren vorgeschlagen, die aus dem Bereich der statistischen Signalverarbeitung stammen und Parameter wie den Mittelwert und die Standardabweichung überwachen. In der Regel setzen diese Verfahren jedoch voraus, dass die zugrundeliegende Verteilung der Gaußverteilung entspricht. Wie Bild 4.11 für eine im Rahmen dieser Dissertation untersuchte Struktur zeigt, gilt diese Annahme für die nach dem in Kapitel 4.1 vorgestellten Detektionsverfahren berechneten Schadensindikatorwerte in der Praxis nicht. Die dargestellte Verteilung lässt sich nicht eindeutig einer bekannten Verteilungsfunktion zuordnen. Insbesondere die für die Berechnung von Konfidenzintervallen wichtigen Randbereiche weisen große Abweichungen auf.



*Bild 4.11: Vergleich der Verteilungen*

Eine alternative Vorgehensweise stellt die bei [WORDEN ET AL. 2000 UND CASTILLO ET AL. 2005] vorgestellte Extremwertstatistik dar. Ausgehend von den berechneten Schadensindikatorwerten der ungeschädigten Struktur werden aus diesen die Extremwerte für jeweils eine bestimmte Anzahl  $n_{ext}$  bestimmt. Dabei ist darauf zu achten, dass die Zahl  $n_{ext}$  nicht kleiner als 100 ist, da sich ansonsten die Extremwerte noch nicht stabilisiert haben, d.h. aus 100 Schadensindikatorwerten darf maximal ein Extremwert entnommen werden. Die so erhalte-

nen Werte besitzen entweder eine GUMBEL-, eine WEIBULL- oder eine FRECHET-Verteilung. Die zugehörigen Verteilungsfunktionen für die Extremwerte mit ihren Verteilungsparametern, Formparameter  $\beta$ , Skalierungsparameter  $\delta$  und Ortsparameter  $\lambda$  lauten für die FRECHET-Verteilung

$$F(x, \delta, \lambda, \beta) = \begin{cases} \exp\left[-\left(\frac{\delta}{x-\lambda}\right)^\beta\right] & \text{falls } x \geq \lambda \\ 0 & \text{andernfalls} \end{cases}, \quad (4.11)$$

für die WEIBULL-Verteilung

$$F(x, \delta, \lambda, \beta) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \geq \lambda \\ \exp\left[-\left(\frac{\lambda-x}{\delta}\right)^\beta\right] & \text{andernfalls} \end{cases} \quad (4.12)$$

und für die GUMBEL-Verteilung

$$F(x, \delta, \lambda) = \exp\left[-\exp\left(\frac{\lambda-x}{\delta}\right)\right] \quad -\infty < x < \infty \quad \delta > 0. \quad (4.13)$$

Durch die Darstellung der Summenkurven in einem Wahrscheinlichkeitsnetz lässt sich anhand der Kurvenform die Verteilung bestimmen. Erfolgt die Darstellung beispielsweise auf GUMBELpapier und ist die Kurvenform konvex handelt es sich um eine FRECHET-, bei konkaver Kurvenform um eine WEIBULL- und bei einer Geraden um eine GUMBEL-Verteilung. In dem hier verwendeten Wahrscheinlichkeitspapier ist die reduzierte Zufallsvariable  $g(p)$  über den Extremwerten der Schadensindikatorwerte aufgetragen. Die reduzierte Zufallsvariable ergibt sich bei der Substitution der Verteilungsfunktionen  $F$  zur Darstellung in Form einer

Geradengleichung. Zum Beispiel lautet die Transformation für die GUMBELverteilung mit  $p = F(x, \delta, \lambda)$  (vergl. Gleichung (4.17)):

$$g(p) = -\ln[-\ln(p)] = \frac{1}{\delta}x - \frac{\lambda}{\delta}. \quad (4.14)$$

$g(p)$  wird als reduzierte Zufallsvariable bezeichnet und als Ordinate in dem Wahrscheinlichkeitspapier verwendet. Die Abszisse muss hingegen nicht transformiert werden. Die in Bild 4.12 in GUMBELkoordinaten dargestellte Kurve hat näherungsweise die Form einer Geraden, d.h. es handelt sich um eine GUMBELverteilung.

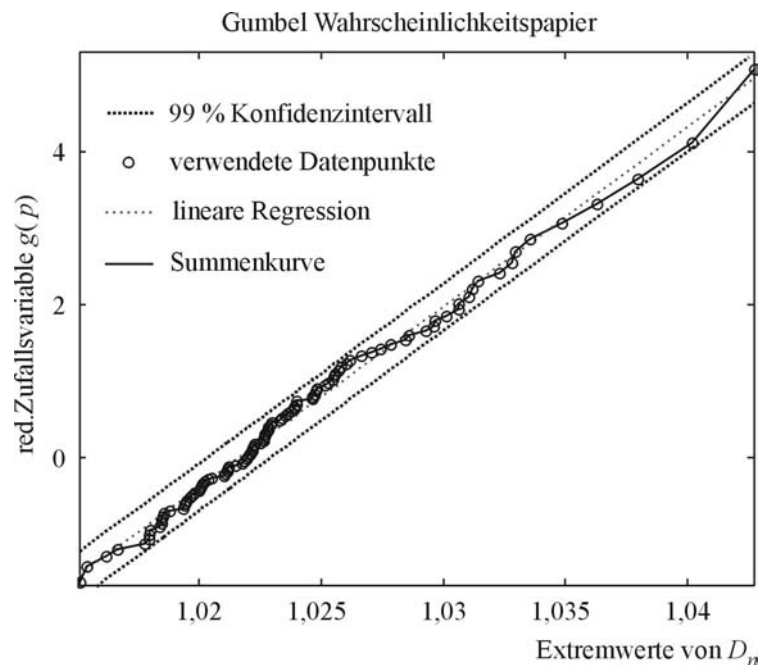


Bild 4.12: Verteilung in GUMBELkoordinaten

Im nächsten Schritt werden die Parameter der Verteilungsfunktion  $F$  z.B. mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate angepasst, sodass die Abweichungen gegenüber der gemessenen Verteilung minimal sind. Bild 4.13 zeigt das Ergebnis des Anpassungsprozesses.



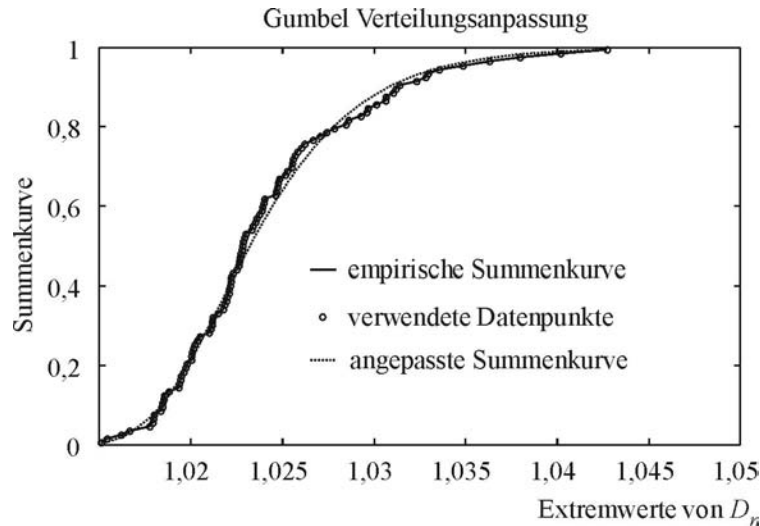


Bild 4.13: Anpassung der gemessenen Verteilung an die theoretische Verteilungsfunktion

Aus den Verteilungsparametern lässt sich dann unter Angabe der Ausfallwahrscheinlichkeit  $\alpha$  der obere Grenzwert berechnen. Für das hier verwendete Beispiel mit GUMBEL-Verteilung lautet dieser

$$x_{ob.Grenze} = \lambda - \delta \ln \left[ -\ln \left( 1 - n_{ext} \frac{\alpha}{2} \right) \right] \quad (4.15)$$

oder allgemein

$$x_{ob.Grenze} = F^{-1} \left( 1 - n_{ext} \frac{\alpha}{2} \right). \quad (4.16)$$

Unter der Ausfallwahrscheinlichkeit  $\alpha$  versteht man einen Wert für eine Wahrscheinlichkeit mit der man eine Hypothese verwirft, obwohl diese wahr ist. Der Faktor  $1/2$  bei der Ausfallwahrscheinlichkeit  $\alpha$  erklärt sich wie folgt: Angenommen die Ausfallwahrscheinlichkeit soll 10 % betragen, dann bedeutet das, dass 90 % der Werte innerhalb der Konfidenzgrenzen liegen müssen. Dies ist der Fall, wenn die untere Grenze bei 5 %  $F^{-1} \left( \frac{\alpha}{2} \right)$  und die obere Grenze

bei 95 %  $F^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right)$  festgelegt wird. Als nächstes muss  $\frac{\alpha}{2}$  noch mit der Zahl  $n_{ext}$  multipliziert werden. Dazu folgende Überlegung: Angenommen es liegen 100.000 Werte eines Versuchs vor. Bei einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 0,1 % liegen damit 100 der 100.000 Werte außerhalb des Konfidenzbandes. Werden von diesen 100.000 Werten 1000 Extremwerte ext-

rahiert, dann ergibt sich bei der selben Ausfallwahrscheinlichkeit von 0,1 % nur ein Wert der außerhalb des Konfidenzbandes liegt. Die Ausfallwahrscheinlichkeit  $\alpha$  muss daher mit der Zahl  $n_{ext}$  (hier: 100) multipliziert werden, um bei 100.000 Werten die gleiche Anzahl an Ausreißern, nämlich 100 zu erhalten. In Bild 4.14 ist ein so berechneter Grenzwert als horizontale Linie dargestellt.

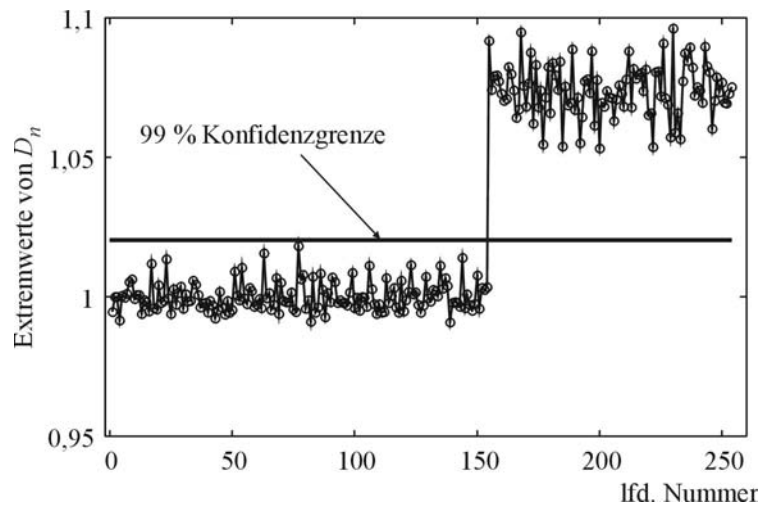


Bild 4.14: Detektionsergebnis und 99 % Konfidenzgrenze

#### 4.4 ERWEITERUNG DES DETEKTIONSALGORITHMUS UM DIE SCHADENSLOKALISATION

Gegenstand dieses Kapitels ist die Erweiterung des in Kapitel 4.1 beschriebenen Detektionsalgorithmus um die Schadenslokalisierung. Voraussetzung hierfür ist, dass ein FE-Modell der untersuchten Struktur zur Verfügung steht. Die Idee für die Erweiterung ist, die in modaler Form geschriebene Beobachtbarkeitsmatrix nach den Systemparametern zu differenzieren und damit ein lineares Gleichungssystem aufzubauen. Die Lösung dieses Gleichungssystems liefert den Schadensort. Ausgehend von der Bewegungsgleichung eines allgemeinen linearen, viskos gedämpften Systems

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (4.17)$$

ergeben sich die reellen Eigenwerte  $\lambda_i$  und Eigenschwingungsformen  $\boldsymbol{\varphi}_i$  aus der Lösung des zugehörigen konservativen Eigenwertproblems

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \boldsymbol{\varphi}_i = \mathbf{0} \quad \text{mit } i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.18)$$

Die Eigenvektoren werden Spaltenweise in die Modalmatrix  $\boldsymbol{\Psi}$  einsortiert, sodass

$$\Psi = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \cdots \quad \varphi_n] \quad (4.19)$$

gilt. Die Anzahl der betrachteten Moden  $k$  ist auch hier im Allgemeinen nicht mit der Anzahl der Freiheitsgrade  $n$  des Systems identisch. Die mit Hilfe der Beziehung

$$\mathbf{x}(t) = \Psi \xi(t) \quad (4.20)$$

durchgeführte Koordinatentransformation der Bewegungsgleichung lautet nach einer Multiplikation mit  $\Psi^T$  von links

$$\Psi^T M \Psi \ddot{\xi}(t) + \Psi^T C_d \Psi \dot{\xi}(t) + \Psi^T K \Psi \xi(t) = \Psi^T f(t). \quad (4.21)$$

Die Normierung der Modalmatrix auf die generalisierte Masse liefert definitionsgemäß

$$\Psi^T M \Psi = I, \quad (4.22)$$

sowie

$$\Psi^T C_d \Psi = \tilde{C}_d \quad (4.23)$$

und

$$\Psi^T K \Psi = A = \text{diag}(\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_n), \quad (4.24)$$

wobei mit  $I$  die Einheitsmatrix bezeichnet wird. Die Bewegungsgleichung lässt sich nun wie folgt angeben:

$$\ddot{\xi}(t) + \tilde{C}_d \dot{\xi}(t) + A \xi(t) = \Psi^T f(t). \quad (4.25)$$

In Zustandsraumdarstellung mit dem Zustandsvektor

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

lautet die Gleichung

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{A} & -\tilde{\mathbf{C}}_d \end{bmatrix} \mathbf{Z}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\Psi}^T \end{bmatrix} \mathbf{f}(t). \quad (4.27)$$

Der Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen und den gemessenen Größen wird durch die Messgleichung

$$\mathbf{y}(t) = [\mathbf{C}^* \boldsymbol{\Psi} \quad \mathbf{0}] \mathbf{Z}(t) \quad (4.28)$$

beschrieben. Die Matrix  $\mathbf{C}^*$  ist sensorabhängig und beschreibt den Zusammenhang zwischen den von den Sensoren gemessenen Größen, z.B. zwischen den gemessenen elektrischen Spannungen und den entsprechenden mechanischen Größen, z.B. den Beschleunigungen, wobei hier nur die Verschiebungen zurückgeführt werden. Die Systemmatrix  $\mathbf{A}$  und die Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}$  lauten somit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{A} & -\tilde{\mathbf{C}}_d \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

und

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}^* \boldsymbol{\Psi} \quad \mathbf{0}]. \quad (4.30)$$

Damit ist es gelungen die beiden Matrizen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{C}$  und damit die im Grundlagenteil der Arbeit eingeführte Beobachtbarkeitsmatrix  $\mathbf{P}_\alpha$

$$\mathbf{P}_\alpha = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C} \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{\alpha-1} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

in Abhängigkeit von den modalen Eigenwerten und Eigenvektoren darzustellen. Da die Dämpfung vieler im Maschinenbau verwendeter Strukturen gering ist, ergibt sich zusätzlich  $\tilde{\mathbf{C}}_d \approx \mathbf{0}$ . Für die Systemanalyse hat die sensorabhängige Matrix  $\mathbf{C}^*$  keine Bedeutung, da sie das dynamische Verhalten des Systems nicht beeinflusst. Die von den Eigenwerten und Eigenvektoren abhängige Beobachtbarkeitsmatrix kann nun für die Beschreibung globaler Än-

derungen des dynamischen Verhaltens genutzt werden. Die Änderung des globalen Verhaltens muss zunächst auf lokale Parameteränderungen  $\Delta \mathbf{p}_j$  zurückgeführt werden. Die Veränderung der Beobachtbarkeitsmatrix auf Grund eines Strukturschadens kann dann durch die lokalen Parameter, z.B. die lokalen Steifigkeiten in einer linearen Taylorreihenentwicklung

$$\Delta \mathbf{P}_\alpha = \sum_j \frac{\partial \mathbf{P}_\alpha}{\partial \mathbf{p}_j} \Delta \mathbf{p}_j \quad (4.32)$$

beschrieben werden. Zur Lösung dieses Gleichungssystems mit numerischen Lösungsverfahren wird die Beobachtbarkeitsmatrix mit Hilfe von Stapeloperatoren entsprechend umgeformt. Die partiellen Ableitungen der Beobachtbarkeitsmatrix nach den Parametern  $\mathbf{p}_j$  ergeben sich auf Grund der höheren Potenzen, wie sie bei der Systemmatrix auftreten, mit Hilfe der Ketten- und der Produktregel. Die dabei auftretenden Eigenwert- und Eigenvektorsensitivitäten werden nach dem Verfahren von Fax und Kapoor berechnet, wie es in der einschlägigen Fachliteratur beschrieben ist [FOX UND KAPOOR 1968].

Die Berechnung des Residuums  $\Delta \mathbf{P}_\alpha$  erfolgt aus der Differenz zweier Beobachtbarkeitsmatrizen, wobei jeweils eine Matrix aus einer Referenzmessung am ungeschädigten System und eine Matrix aus der aktuellen Messung zur Analyse des Systems stammt.

Da in der dargestellten Form die Differenzen für große Eigenwerte überproportional stark bewertet werden, muss eine entsprechende Gewichtungsmatrix  $\mathbf{W}$  eingeführt werden, die es ermöglicht, die Datensätze im Gleichungssystem des inversen Problems unterschiedlich stark zu gewichten. Die Gleichung (4.32) lautet daher in ihrer endgültigen Form

$$\mathbf{W} \frac{\partial \mathbf{P}_{\alpha,vec}}{\partial \mathbf{p}} \Delta \mathbf{p} = \mathbf{W} \Delta \mathbf{P}_{\alpha,vec} \quad (4.33)$$

In Bild 4.15 ist das Flussdiagramm des entwickelten Schadenslokalisationsalgorithmus auf der Basis der Beobachtbarkeitsmatrix (SBB) sowie des inversen modalen Sensitivitätsverfahren (IMS) [BOHLE 2005] dargestellt. Ausgehend von den simulierten oder den gemessenen Systemantworten des ungeschädigten sowie des geschädigten Systems werden die Hankelmatrizen aus den Ausgangs-Kovarianzen aufgebaut. Mit Hilfe der Singulärwertzerlegung der Hankelmatrix lässt sich, wie in den Grundlagen der vorliegenden Dissertation beschrieben, die Beobachtbarkeitsmatrix bestimmen.

Die Berechnung des Residuums  $\Delta P_\alpha$  erfolgt aus der Differenz zweier Beobachtbarkeitsmatrizen, wobei, wie bereits erwähnt, jeweils eine Matrix aus einer Referenzmessung am ungeschädigten System und eine Matrix aus der aktuellen Messung zur Analyse des Systems stammt. Der nächste Schritt ist die Ableitung der Beobachtbarkeitsmatrix nach den Systemparametern, wobei die Eigenwert- und die Eigenvektorsensitivitäten mit Hilfe des zugehörigen FE-Modells, bzw. der Massen- und der Steifigkeitsmatrix des Modells bestimmt werden. Die gesuchten lokalen Parameteränderungen ergeben sich aus der Lösung des inversen Problems.

Das inverse modale Sensitivitätsverfahren benötigt als Eingangsgrößen die modalen Größen Eigenvektoren und Eigenwerte, d.h. die im Zeitbereich gemessenen Systemantworten müssen zunächst mit Hilfe einer Modalanalyse umgerechnet werden. Bei der SBB wird die Beobachtbarkeitsmatrix für jede Messung bestimmt. Da sich die Modaldaten aus der Beobachtbarkeitsmatrix, wie in den Grundlagen beschrieben, ablesen lassen, können diese nach der Transformation von komplexen auf reelle Größen als Eingangsgrößen für das IMS verwendet werden. Das Residuum berechnet sich beim IMS aus der Differenz der Eigenformen und der Eigenwerte, wobei die für die aktuelle Messung bestimmten Modaldaten immer mit einem Referenzmodaldatensatz der ungeschädigten Struktur verglichen werden. Die Sensitivitätsmatrix setzt sich aus den nach dem Verfahren von Fox und Kapoor bestimmten Eigenvektor- und den Eigenwertsensitivitäten zusammen. Die für die Bestimmung der Sensitivitäten benötigte Massen- und Steifigkeitsmatrix wird ebenfalls dem FE-Modell entnommen. Ähnlich wie beim SBB ergeben sich auch beim IMS die gesuchten lokalen Parameter als Lösung eines inversen Problems.

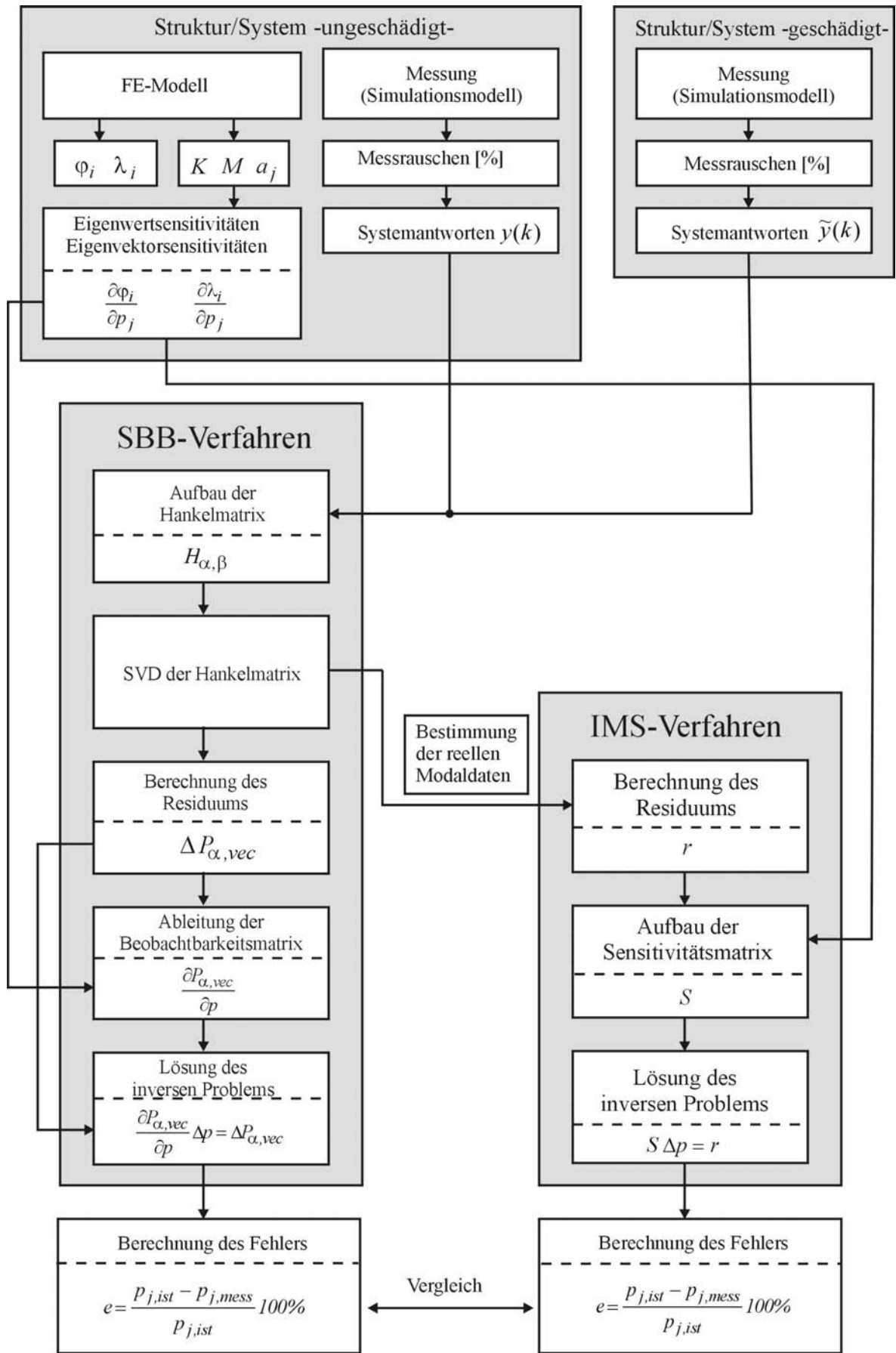


Bild 4.15: Flussdiagramm von SBB und IMS

Um die Leistungsfähigkeit der beiden Verfahren vergleichend zu beurteilen, kann bei bekanntem Schadensort und Schadensgröße der relative Fehler  $e$  der Parameterschätzung angegeben werden. Hierzu wird eine Simulationsstudie an dem in Bild 4.16 dargestellten Zehnmassenschwinger durchgeführt. Die Masse beträgt  $m_i = 1\text{ kg}$ , die Federkonstante  $k_i = 137,5\text{ N/m}$  und die Dämpfungskonstante  $c_i = 0,0014\text{ kg/s}$ . Die Ergebnisse sind im Folgenden dargestellt. Der betrachtete Zehnmassenschwinger wird durch eine Krafterregung am ersten Freiheitsgrad zu Schwingungen angeregt. Das Kraftsignal ist ein gaußverteiltes Zufallssignal und besitzt näherungsweise die Charakteristiken des weißen Rauschens. Die Hankelmatrix wird aus den an allen Freiheitsgraden berechneten Verschiebungen plus überlagertem Rauschen bzw. den daraus gebildeten Ausgangs-Kovarianzen aufgebaut.

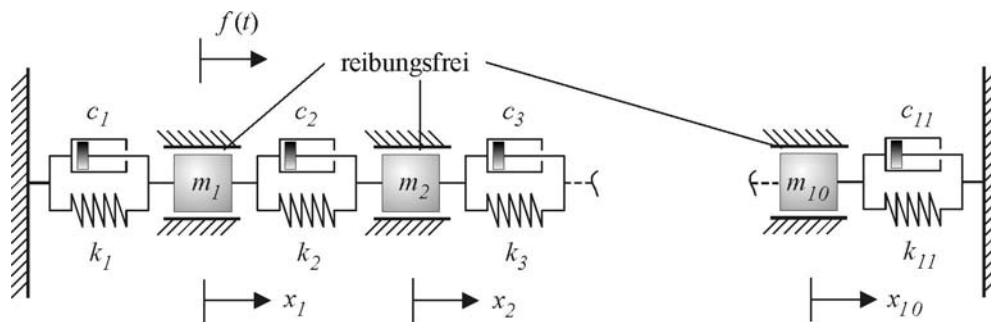


Bild 4.16: Zehnmassenschwinger

Die Varianz des Rauschsignals beträgt 2 % bezogen auf den berechneten Amplitudenmaximalwert und simuliert das bei Messungen auftretende Messrauschen. Für jede Simulation muss somit eine neue Hankelmatrix aufgebaut und mit Hilfe der Singulärwertzerlegung in die Beobachtbarkeitsmatrix und die Steuerbarkeitsmatrix zerlegt werden. Ein wichtiger Schritt hierbei ist die Bestimmung der Systemordnung, die anhand sogenannter Stabilitätsdiagramme erfolgt. In Bild 4.17 ist das Stabilitätsdiagramm sowie das zugehörige Spektrum für den hier betrachteten Zehnmassenschwinger dargestellt.



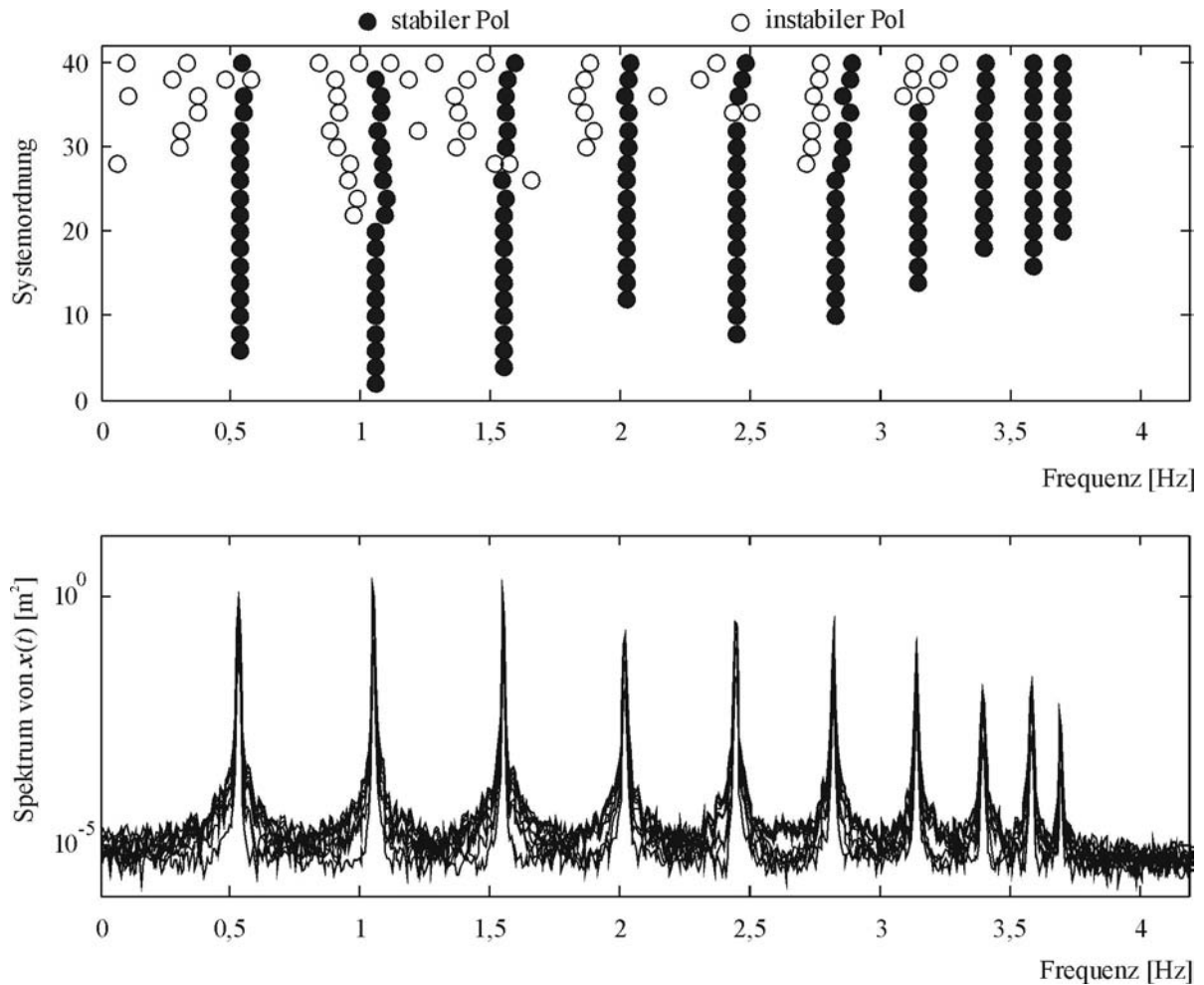


Bild 4.17: Stabilitätsdiagramm (oben) und Spektrum (unten)

Die Systemordnung ist 20, was man anhand der stabilen Pole in Bild 4.17 (oben) erkennt. Auf Grund der Zustandsraumdarstellung ist die Ordnung immer doppelt so hoch wie die Anzahl der Freiheitsgrade. Aus der so bestimmten Beobachtbarkeitsmatrix können nach einer Transformation die komplexen Eigenvektoren, die zugehörigen modalen Dämpfungsgrade und die Eigenkreisfrequenzen abgelesen werden. Die für das IMS benötigten reellen Eigenformen lassen sich für das hier betrachtete schwach gedämpfte System aus den komplexen Eigenvektoren bestimmen. In Bild 4.18 ist der komplexe Eigenvektor für die neunte Mode angegeben. Liegen die Werte, wie dies in dem betrachteten Beispiel der Fall ist, näherungsweise auf einer Geraden, ergibt sich der reelle Eigenvektor durch die Projektion des komplexen Eigenvektors auf die reelle Achse. Bilden die Punkte des komplexen Eigenvektors dagegen „Wolken“ ist das System stark nichtproportional gedämpft.

Bild 4.19 zeigt das Ergebnis von 100 Simulationsrechnungen. Simuliert wird eine mögliche Strukturschädigung durch eine Reduktion der Federsteifigkeit um 10 % im achten Federele-

ment ( $i=8$ ). In Bild 4.19 ist der relative Fehler bei der Schätzung der Parameteränderung im Vergleich zwischen dem IMS und dem SBB dargestellt. Als Ergebnis lässt sich festhalten, dass beide Verfahren in allen Simulationen das achte Federelement als geschädigt anzeigen. Der in dem Boxplot dargestellte Fehler  $e$  bei der Bestimmung der reduzierten Federsteifigkeit auf Grund des simulierten Messrauschens ist bei beiden Verfahren relativ gering und liegt zahlenmäßig auf dem gleichen Niveau.

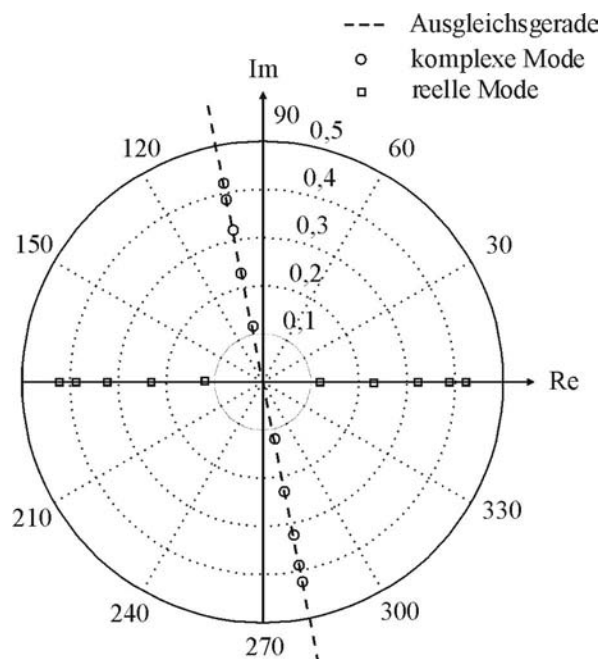


Bild 4.18: Komplexer Eigenvektor

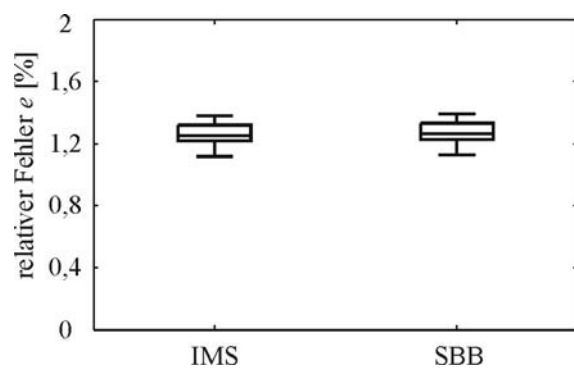


Bild 4.19: Vergleich IMS und SBB

Das in dieser Arbeit entwickelte SBB-Verfahren ist programmtechnisch in MATLAB<sup>®</sup> umgesetzt. Der Vorteil dieses Verfahrens besteht vor allem in dem höheren Potenzial für die Automatisierung, da das SBB gleichzeitig die Modaldaten aus den Schwingungsantworten ermittelt und hierzu kein zusätzliches Programm benötigt wird.

#### 4.5 ALGORITHMEN ZUR BESTIMMUNG DES SCHADENSORTES

Wie bereits erwähnt, kommt zur Bestimmung des Schadensortes ein *lokales* Verfahren zum Einsatz. Dies hat im Wesentlichen zwei Vorteile: Zum einen ermöglichen die in der vorliegenden Arbeit eingesetzten LAMB-Wellen eine Schadenslokalisierung ohne dass eine insbesondere für komplexe Strukturen aufwendige FE-Modellierung der untersuchten Strukturen erforderlich ist, zum anderen besitzen *lokale* Verfahren in der Regel eine höhere Empfindlichkeit, d.h. sie sprechen auch bei kleineren Schäden eher an. Physikalisch gesehen liegt dies an einem größeren Verhältnis von geometrischer Abmessung des Schadens zur Wellenlänge. In der vorliegenden Arbeit wird die Interaktion der sich ausbreitenden LAMB-Welle mit einem

möglichen Schaden für die Schadenslokalisierung genutzt. In den folgenden Unterkapiteln sind die Algorithmen zur Bestimmung des Schadensortes angegeben.

### Energiebasierte Formulierung des Schadensindikators

Dieser Algorithmus nutzt für die Schadenslokalisierung die auf Grund eines Strukturschadens veränderliche mit der LAMB-Welle transportierte Energie. Das Anregungssignal ist schmalbandig und das Produkt aus Anregungsfrequenz und Bauteildicke so gewählt, dass nur die erste symmetrische  $S_0$ -Mode und die erste antisymmetrische  $A_0$ -Mode angeregt werden. Für die Auswertung wird nur die  $S_0$ -Mode betrachtet. Es hat sich gezeigt, dass diese Mode ausreichend sensitiv auf einen Strukturschaden reagiert und damit die Lokalisation des Schadens ermöglicht. Darüber hinaus besitzt die  $S_0$ -Mode für das betrachtete Produkt aus Anregungsfrequenz und Bauteildicke eine hohe Ausbreitungsgeschwindigkeit. Auf Grund dieser lässt sich die  $S_0$ -Mode daher sehr gut anhand des gemessenen Spannungssignals identifizieren und wird in der Regel nicht durch zusätzliche Spannungssignalanteile, die von reflektierten Wellen stammen, überlagert. Der verwendete Algorithmus ist in Bild 4.20 dargestellt.

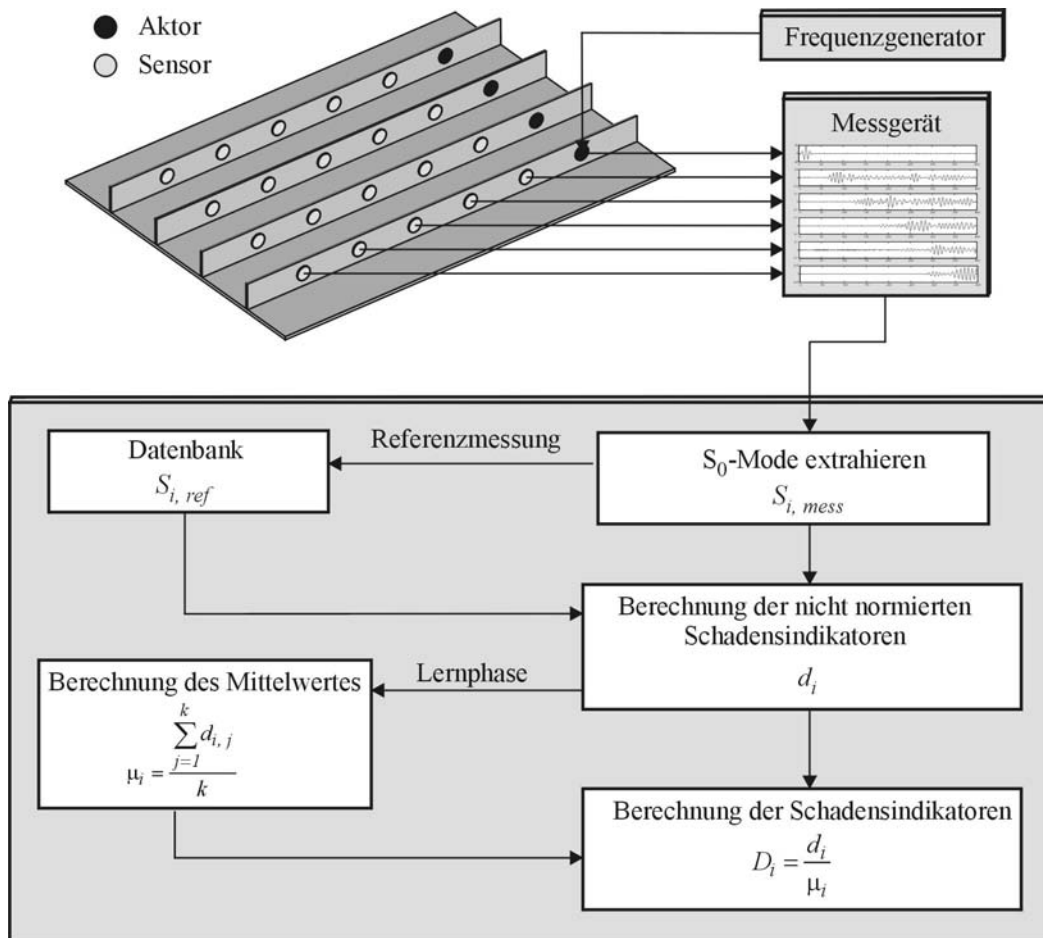


Bild 4.20: Ablaufplan zur Berechnung des Schadensindikators

Aus den gemessenen Spannungssignalen der piezoelektrischen Sensoren wird zunächst die  $S_0$ -Mode extrahiert. Das verwendete Zeitfenster ist dabei von der Anzahl der Schwingspiele, der Grundfrequenz des verwendeten Aktorsignals, dem Abstand zwischen dem Sensor und dem Aktor, sowie der Bauteildicke abhängig. Einen ersten Anhaltswert für den Beginn und das Ende der  $S_0$ -Mode in dem Spannungszeitsignal liefern die im Grundlagenteil dieser Arbeit beschriebenen Dispersionsdiagramme für den entsprechenden Werkstoff. Um die Leistungsfähigkeit des Algorithmus zu erhöhen, empfiehlt es sich, die Grenzen einmal experimentell zu bestimmen und dem Algorithmus für die weitere Auswertung vorzugeben. Nach einer Referenzmessung an der ungeschädigten Struktur, die für die weitere Auswertung in einer Datenbank hinterlegt wird, berechnen sich die nicht normierten Schadensindikatoren für jeden Sensor  $i$  gemäß der Formel

$$d_i \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\int_{t_{S_0 \text{ start}}}^{t_{S_0 \text{ ende}}} (S_{i, \text{ref}}(t) - S_{i, \text{mess}}(t))^2 dt}{\int_{t_{S_0 \text{ start}}}^{t_{S_0 \text{ ende}}} S_{i, \text{ref}}(t)^2 dt}. \quad (4.34)$$

Die Abkürzung *mess* steht in der Formel als Bezeichnung für die aktuell ausgewertete Messung. Auf Grund des Messrauschens sind die Werte des nicht normierten Schadensindikators  $d_i$  nie exakt Null und steigen mit zunehmender Entfernung zwischen Aktor und Sensor leicht an. Um die Vergleichbarkeit der Schadensindikatoren zu gewährleisten, wird in einer Art „Lernphase“ für jeden Sensor  $i$  der zugehörige Mittelwert  $\mu_i$  berechnet und bei allen weiteren Auswertungen als Gewichtung verwendet. Ein Schadensindikator  $D_i$  mit dem Wert eins bedeutet demnach, dass die Struktur ungeschädigt ist. Ist der Wert deutlich von eins verschieden, muss davon ausgegangen werden, dass an der entsprechenden Stelle ein Schaden vorliegt. In Kapitel 5.4 wird der hier vorgestellte Algorithmus für die Lokalisation von Rissen in einer versteiften Aluminiumstruktur verwendet.

#### Hüllkurvenbasierte Schadenserkennung und -lokalisierung

Dieses Verfahren basiert physikalisch gesehen auf der Reflexion der ausgesendeten Welle an einem möglichen Schaden und eignet sich besonders gut für die Lokalisation von senkrecht zur Wellenausbreitungsrichtung verlaufenden Rissen. Bild 4.21 zeigt den prinzipiellen Versuchsaufbau. Die Rissposition lässt sich mit nur einem Sensor bestimmen.

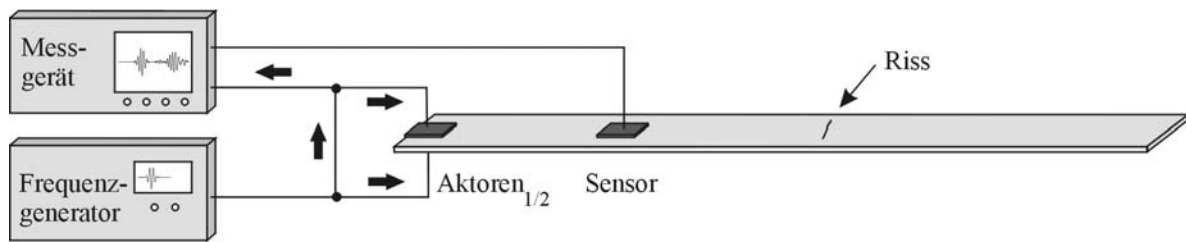


Bild 4.21: Prinzipieller Versuchsaufbau

Experimentelle Untersuchungen haben ergeben, dass sich die besten Schadenslokalisierungsergebnisse erzielen lassen, wenn die an dem Riss reflektierte A<sub>0</sub>-Mode zur Bestimmung der Rissposition ausgewertet wird. Die dünnwandige Struktur ist daher beidseitig mit Aktoren ausgestattet, die gegenseitig gepolt angeschlossen sind, sodass ausschließlich die A<sub>0</sub>-Mode angeregt wird. In Bild 4.22 ist ein Beispiel für ein gemessenes Aktorsignal, sowie für zwei Sensorsignale, einmal gemessen an einer ungeschädigten und einmal an einer geschädigten Struktur, sowie die zugehörigen Hilberttransformierten (vergl. [HOFFMANN 1998 UND HAHN 1996]) der Signale angegeben.

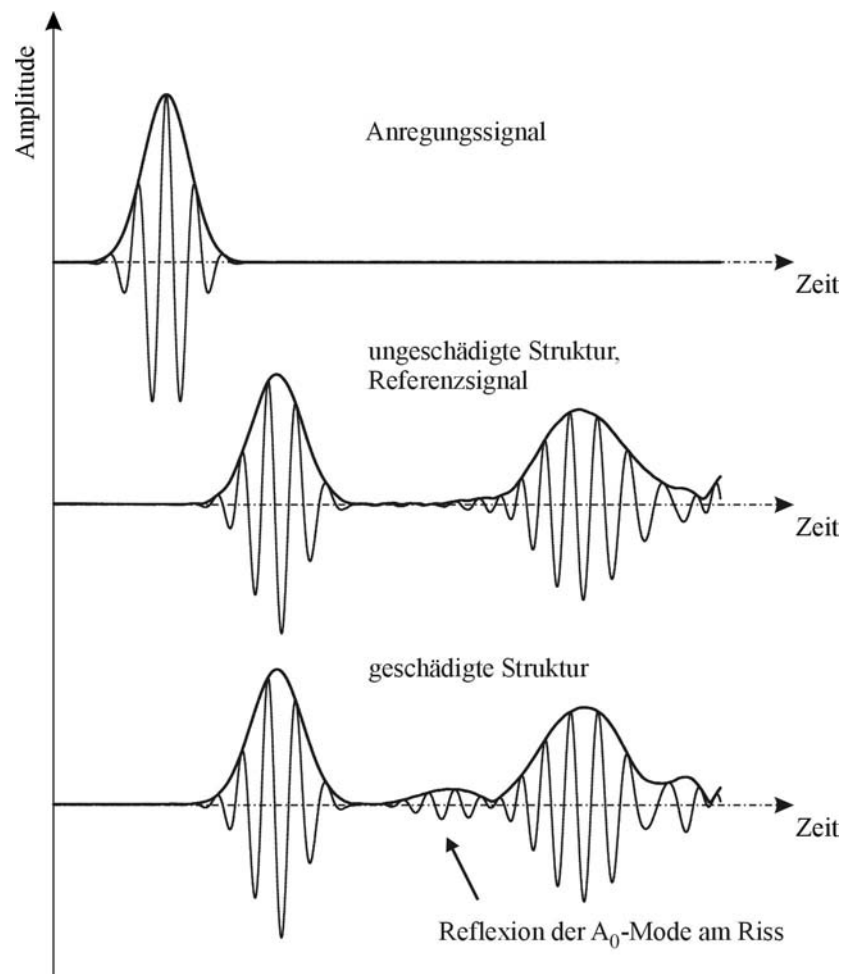


Bild 4.22: Gemessene Signale und Hilberttransformierte

Bei der Hilberttransformation handelt es sich um eine mathematische Transformation, die eine Art „Einhüllende“ des zugrundeliegenden Signals berechnet. Das hier vorgestellte hüllkurvenbasierte Verfahren kann in zwei Phasen unterteilt werden. In einer ersten Phase wird durch mehrere Messungen an der ungeschädigten Struktur die Ausbreitungsgeschwindigkeit der  $A_0$ -Mode in dem Bauteil bestimmt. Die gemessenen Sensorsignale werden gleichzeitig als Referenzsignale in einer Art Datenbank hinterlegt. Wird dann z.B. durch das in Kapitel 4.1 beschriebene Verfahren zur Schadensfrüherkennung eine Veränderung der Systemeigenschaften festgestellt, erfolgt in einer zweiten Phase die Bestimmung des Schadensortes. Hierzu senden die beiden auf der Strukturober- und der Strukturunterseite applizierten, gegenseitig angeregten Aktoren eine  $A_0$ -Mode durch das Bauteil. Aus der Differenz der Hilberttransformierten für das aktuell gemessene und das Referenzsignal kann dann der Schadensort bestimmt werden. Durch die teilweise Reflexion der  $A_0$ -Mode an dem Schaden entsteht ein Maximum in dem Verlauf der Differenz der Hilberttransformierten. Mit Hilfe der aus der ersten Phase bekannten Ausbreitungsgeschwindigkeit der  $A_0$ -Mode, sowie der als bekannt vorausgesetzten Positionen der Aktoren und des Sensors, ergibt sich der Schadensort. In Bild 4.23 sind die Hilberttransformierten der an einem Aluminiumbalken mit Riss gemessenen Sensorsignale dargestellt. Das Bild zeigt die Veränderungen für unterschiedliche Risslängen.

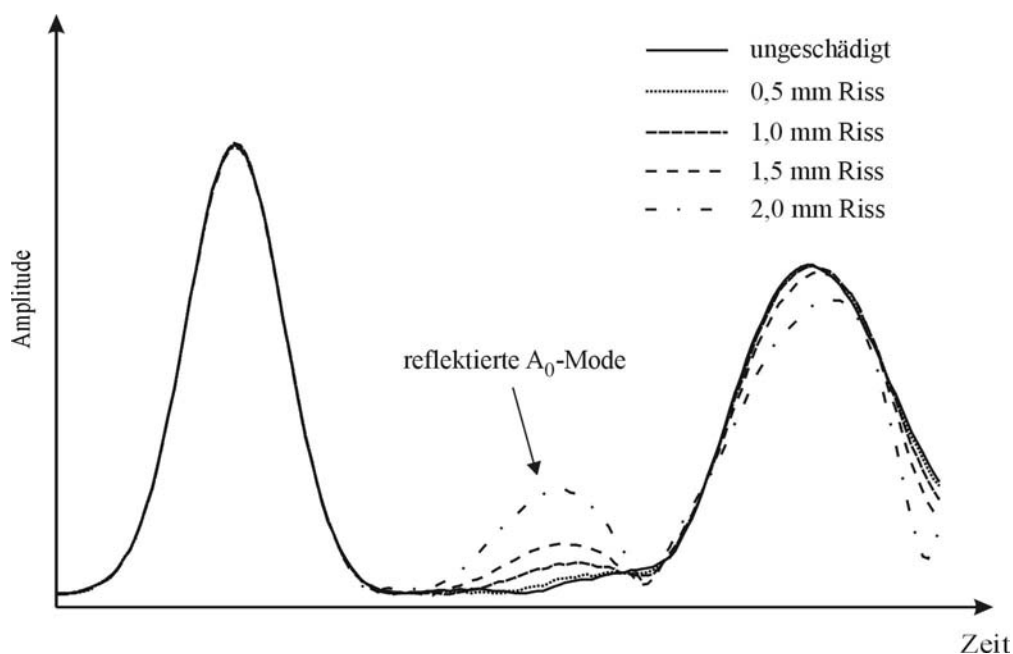


Bild 4.23: Hilberttransformierte gemessener Sensorsignale

Wie man anhand des Kurvenverlaufs erkennen kann, nimmt der Anteil der reflektierten Welle mit zunehmender Risslänge zu. Die unterste Kurve gehört dabei zu einer Messung an der un-

geschädigten Struktur. Anschließend wird der Riss in 0,5 Millimeterschritten bis zu einer Risslänge von 2 mm vergrößert und die zugehörigen Hilberttransformierten der gemessenen Sensorsignale sind abgebildet. Eine Anwendung dieses Verfahrens zur Lokalisation von Rissen in einer versteiften Aluminiumschale ist in Kapitel 5.4 beschrieben. Berger und Baier nutzen denselben physikalischen Mechanismus für die Lokalisation von Rissen in Balken aus Aluminium und aus einem Faserverbundwerkstoff [BERGER UND BAIER 2004].

#### Korrelationsbasierte Formulierung des Schadensindikators

Zur Bestimmung des Schadensortes werden mit Hilfe eines Aktors von unterschiedlichen Akteurpositionen schmalbandige Wellenpakete ausgesendet und die sich ausbreitende Welle von den umgebenden Sensoren gemessen. Das Produkt aus der Anregungsfrequenz und der Bauteildicke ist so gewählt, dass nur die untersten beiden Moden ausbreitungsfähig sind. Im Gegensatz zu der energiebasierten Formulierung des Schadensindikators wird bei der korrelationsbasierten Formulierung die Formänderung des Spannungssignals, das zu dem Wellenpaket der sich ausbreitenden  $S_0$ -Mode gehört, ausgewertet. In Bild 4.24 ist der Ablaufplan zur Bestimmung des Schadensortes angegeben. Mit  $k$  wird die Position des Aktors und mit  $m$  die Position des Sensors bezeichnet. Zur Bestimmung des Schadensortes wird der Aktor reihum geschaltet und für sämtliche Messpfade  $km$  wird das Spannungssignal des sich ausbreitenden Wellenpaketes gemessen. Aus den Messsignalen wird zunächst das Wellenpaket der sich ausbreitenden  $S_0$ -Mode extrahiert. Für einen Referenzzustand, der in der Regel dem Zustand der ungeschädigten Struktur entspricht, werden die Messsignale aller gemessenen Pfade  $km$  in einer Datenbank hinterlegt. Für jeden Messpfad  $km$  berechnet sich der zugehörige Wert des Schadensindikators nach der Formel

$$D_{km} \stackrel{def}{=} 1 - \frac{\left( \int_{t_{S_0 \text{ start}}}^{t_{S_0 \text{ ende}}} S_{km,ref} S_{km} dt \right)^2}{\int_{t_{S_0 \text{ start}}}^{t_{S_0 \text{ ende}}} S_{km,ref}^2 dt \int_{t_{S_0 \text{ start}}}^{t_{S_0 \text{ ende}}} S_{km}^2 dt}, \quad (4.35)$$

d.h. die von den Sensoren gemessenen Spannungssignale der  $S_0$ -Mode werden unmittelbar miteinander korreliert. Für die ungeschädigte Struktur sind die Schadensindikatorwerte demnach nahezu Null und im Falle einer Schädigung signifikant ungleich Null. In einem zweiten

Schritt erfolgt die Zuordnung der berechneten Schadensindikatorwerte  $D_{km}$  zu dem Schadensort. Hierzu wird die Struktur zunächst in relativ kleine quadratische Flächen zerlegt. Ausgehend von dem Messpfad mit dem höchsten Schadensindikatorwert werden alle Flächen, die unmittelbar auf dem Messpfad und in dessen Nähe liegen, markiert. Diese Vorgehensweise wird für den zweithöchsten, den dritthöchsten usw. Schadensindikatorwert wiederholt, bis sich ein Muster von Flächen ergibt. Für die Visualisierung des Schadens werden nur die Flächen berücksichtigt, die sich mindestens in der Nähe von zwei als geschädigt angezeigten Messpfaden befinden. Die Höhe des Schadensindikatorwertes geht dabei in das Lokalisationsergebnis ein. In Kapitel 5.5 ist die Vorgehensweise nochmals anhand eines Anwendungsbeispiels erläutert.

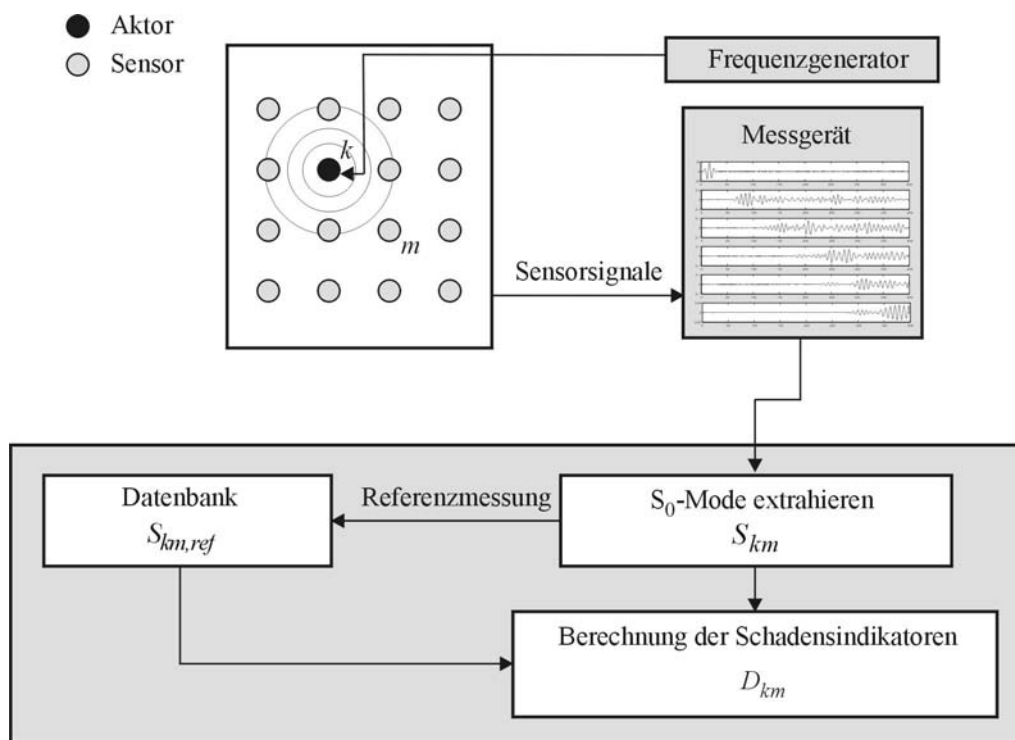


Bild 4.24: Ablaufplan zur Berechnung der Schadensindikatorwerte

#### 4.6 SENSORPOSITIONIERUNG

Die Anzahl und die Verteilung der piezoelektrischen Sensoren ist eine für den praktischen Einsatz der vorgestellten *lokalen* Schadensdiagnoseverfahren wichtige Fragestellung. Um diese Frage beantworten zu können, wird die Ausbreitung einer Longitudinalwelle mit Hilfe von FE-Berechnungen simuliert. Bei den Simulationen steht der Vergleich der Wellenausbreitung in einem einzelnen Stringer und einer versteiften Schale im Mittelpunkt. Grund hierfür ist der deutlich unterschiedliche Verlauf der Schadensindikatorwerte im Experiment (verglei-



che Kapitel 5.4), der mit Hilfe einer Simulation genauer untersucht werden soll. Versteifte Schalenkonstruktionen werden vor allem im Flugzeugbau eingesetzt. Ein Beispiel für eine solche Konstruktion ist in Bild 4.25 dargestellt.

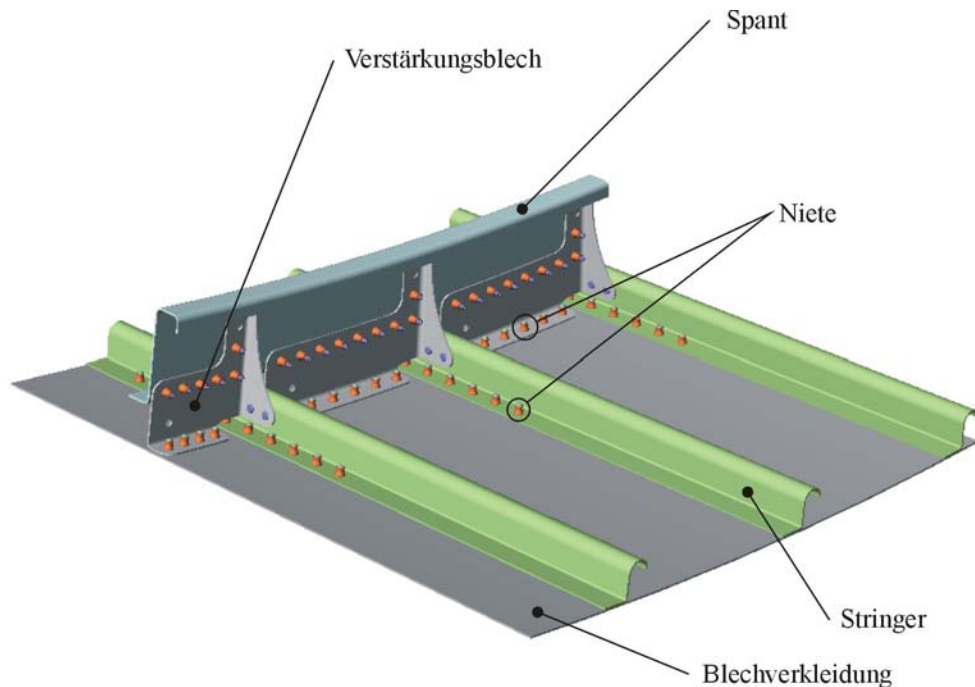


Bild 4.25: Rumpfstruktur eines AIRBUS nach [SCHMIDT ET AL. 2004]

Für die Simulation werden zwei FE-Modelle mit den in Bild 4.26 angegebenen Geometrien erstellt. Die Längenangaben sind in Millimetern.

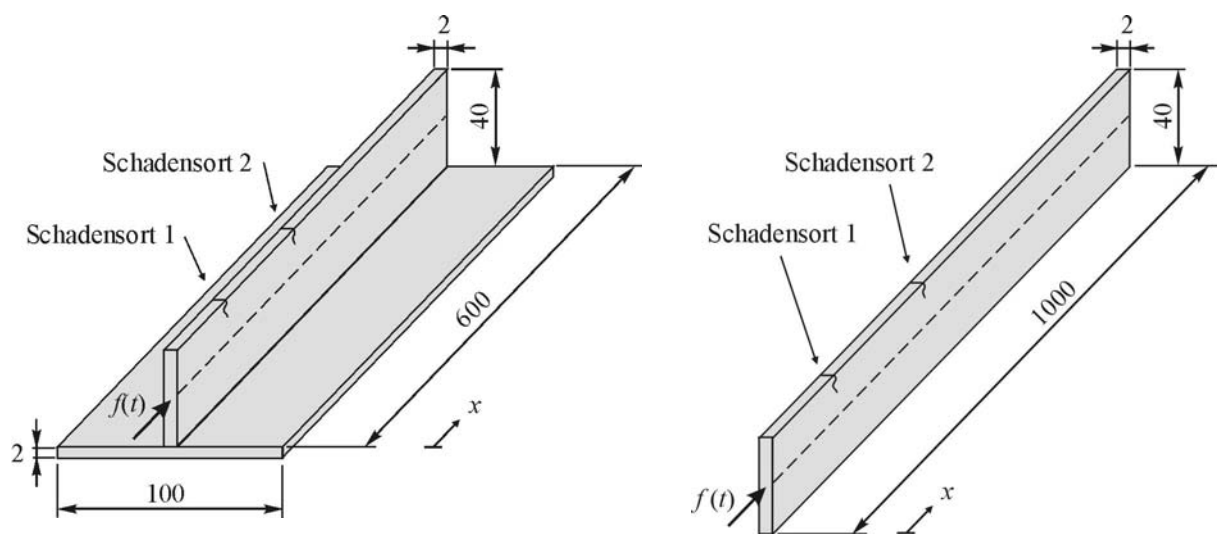


Bild 4.26: Geometrie der versteiften Schale (links) und des Stringers (rechts)

Als Schäden werden Risse bei  $x=0,1$  m und bei  $x=0,3$  m mit einer Risslänge von 4 mm und 8 mm in dem Aluminiumwerkstoff modelliert. Die Wellenausbreitung wird sowohl für die ungeschädigte als auch für die geschädigte Struktur mit unterschiedlichen Schädigungsarten und Schadensgrößen simuliert. Der piezoelektrische Aktor wird in der Simulation durch eine zeitabhängige Kraft, die an den in Bild 4.26 angegebenen Stellen in  $x$ -Richtung angreift, ersetzt, d.h. es wird nur die Longitudinalwelle angeregt. Das Kraftsignal ist eine gaußmodulierte Sinusschwingung mit 3,5 Schwingungen. Das so erzeugte Wellenpaket besitzt eine Wellenlänge von ca.  $\lambda=50$  mm und wandert durch das Bauteil. Die Schadensindikatorwerte sind für jede potenzielle Sensorposition entlang der Stringermittellinie entsprechend den in Kapitel 4.5 (energiebasierte Formulierung) angegebenen Formeln berechnet. Das Ergebnis ist in Bild 4.27 dargestellt.

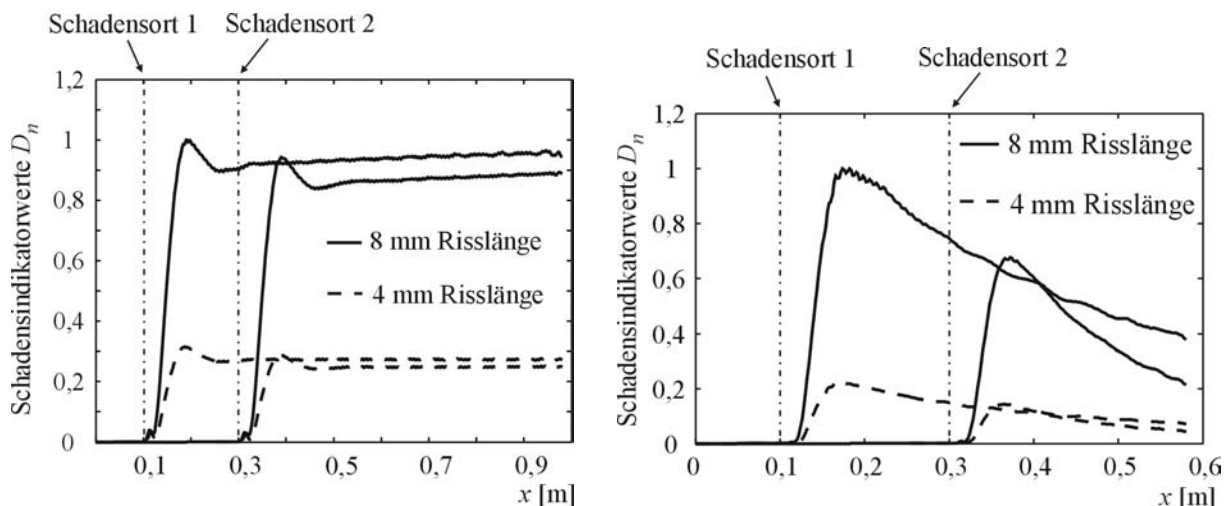


Bild 4.27: Berechnete Schadensindikatorwerte entlang der Stringermittellinie  $x$  für den Stringer (links) und die versteifte Schale (rechts)

Der Verlauf der Schadensindikatorwerte ist für den Stringer und die versteifte Schale unterschiedlich. Während die Schadensindikatorwerte für den Stringer an der Schädigungsstelle erwartungsgemäß ansteigen und auf konstantem Niveau bleiben, fallen die Schadensindikatorwerte der versteiften Schale nach Erreichen des Maximums am Schadensort kontinuierlich ab. Dies liegt nach Ansicht des Verfassers an der Beugung und der Reflexion der Welle, dessen Einfluss bei der versteiften Schale auf Grund der sich ebenfalls in der Blechverkleidung ausbreitenden Welle im Vergleich zu dem einzelnen Stringer wesentlich größer ist. Der Verlauf der Schadensindikatorwerte stimmt mit den experimentell bestimmten Schadensindikatorwerten überein. Außerdem kann man anhand des Simulationsergebnisses erkennen, dass Schäden in der versteiften Grundplatte mit geringerem Abstand zum Aktor besser erkannt

werden. So beträgt das Verhältnis der Schadensindikatorwerte für einen 8 mm langen Riss bei einem Abstand von 10 cm zwischen Aktor und Schädigung im Verhältnis zu einer Schädigung mit 30 cm Abstand ca. 1,4. Als Ergebnis lässt sich festhalten, dass die Schäden sowohl in der Simulation als auch in dem zugehörigen und in Kapitel 5.4 näher beschriebenen Experiment zuverlässig erkannt und, wenn auch noch relativ grob, lokalisiert werden können. Die Lokalisation wird umso genauer, je mehr Sensoren verwendet werden. Wirtschaftliche und technische Gründe sprechen jedoch gegen die Verwendung beliebig vieler Sensoren. Auf Grund des Abfalls der Schadensindikatorwerte bei der versteiften Schale kann der Sensorabstand insbesondere bei längeren Wellenlaufzeiten nicht beliebig groß gewählt werden. Experimentelle Untersuchungen an einer versteiften Aluminiumschale haben ergeben, dass ein Sensorabstand von 0,5 m bei dieser Geometrie für eine zuverlässige Schadensdiagnose ausreicht. Zur Vermeidung längerer Wellenlaufzeiten bietet sich zusätzlich die Verwendung variabler Aktorpositionen an. Da die piezoelektrischen Elemente sowohl als Aktoren als auch als Sensoren betrieben werden können, reduziert sich der hardwaremäßige Aufwand auf die Verwendung entsprechender elektrischer Schaltungen.

## 5 ANWENDUNGSBEISPIELE UND ERGEBNISSE

In diesem Kapitel soll die Leistungsfähigkeit der entwickelten Intelligenten Struktur bei der Diagnose von Strukturschäden anhand von Anwendungsbeispielen gezeigt werden.

Im Rahmen einer internationalen Zusammenarbeit mit der Universität Madrid wurden Messungen an der ARTEMIS Satellitenantenne durchgeführt und mit Hilfe des in Kapitel 4.1 beschriebenen Detektionsalgorithmus ausgewertet. Die Herausforderung hierbei ist, Strukturschäden, wie sie beispielsweise durch den Einschlag von Meteoriten oder den Zusammenstoß mit Weltraumschrottteilchen entstehen, in einem frühen Schädigungszustand zuverlässig zu detektieren.

Der Einsatz von integrierten Sensor- und Aktormodulen für die Schadensdiagnose bietet u.a. ein großes Potenzial für die Hersteller dieser Produkte. Zu Testzwecken hat die GmbH NEUE MATERIALIEN WÜRZBURG eine mit integrierten Sensor- und Aktormodulen ausgestattete, glasfaserverstärkte Kunststoffplatte zur Verfügung gestellt. Die eingearbeiteten piezoelektrischen Fasern auf der Basis von Blei-Zirkonat-Titanat (PZT) werden als Aktoren und Sensoren eingesetzt und in Kombination mit dem in Kapitel 4.1 beschriebenen Algorithmus für die Detektion von Delaminationen verwendet.

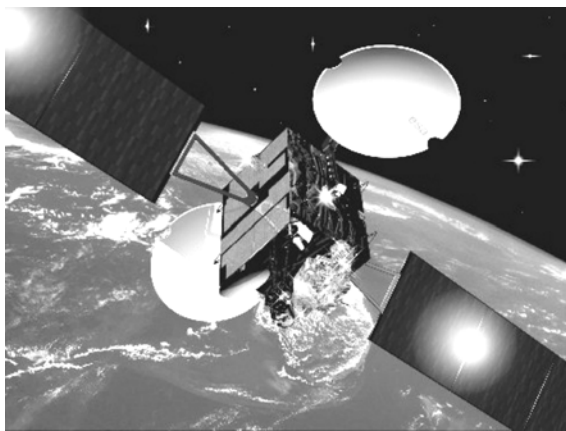
Ein vor allem aus Anwendersicht sehr wichtiges Thema ist die Robustheit des Schadensindikators gegenüber Umgebungseinflüssen. So sollen die auf Grund eines Strukturschadens geänderten dynamischen Eigenschaften der Struktur zu einem deutlichen Anstieg der Schadensindikatorwerte führen, während die Veränderungen der dynamischen Eigenschaften auf Grund von z.B. Temperaturschwankungen nicht eingehen sollen. In Kapitel 4.2 wird daher der bisher verwendete Detektionsalgorithmus um die Kompensation von Temperaturschwankungen erweitert. Die Kompensationseigenschaften des erweiterten Algorithmus werden in einem Anwendungsbeispiel bei der Detektion von Delaminationen in einer CFK-Platte getestet.

Führende Flugzeughersteller sind an dem Einsatz Intelligenter Strukturen zur Erzielung und zum Ausbau von Wettbewerbsvorteilen interessiert. Im Fokus steht hierbei die Überwachung der Stringer [SCHMIDT, TELGKAMP UND SCHMIDT-BRANDECKER 2004]. Hierzu wird der in Kapitel 4.1 beschriebene Algorithmus für die Detektion und die in Kapitel 4.5 beschriebenen Verfahren für die Lokalisation von Rissen in einer versteiften Aluminiumstruktur eingesetzt.

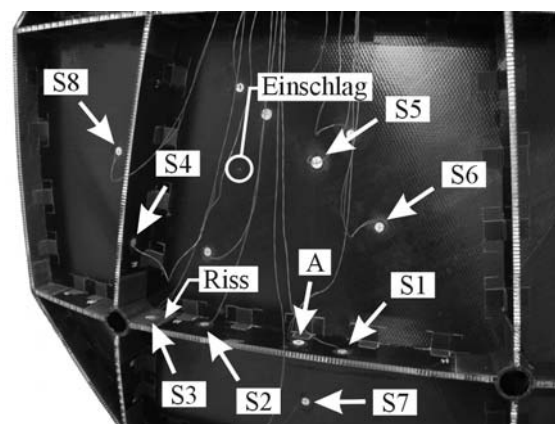
Als abschließendes Anwendungsbeispiel werden die Ergebnisse der Schadensdiagnose an einer glasfaserverstärkten Platte vorgestellt.

### 5.1 ARTEMIS SATELLITENANTENNE

Bild 5.1 zeigt den ARTEMIS Satelliten, einen geostationären Kommunikationssatelliten über Europa und dem Nahen Osten. Gegenstand der in diesem Kapitel beschriebenen Untersuchungen ist ein Demonstrationsmodell der Reflektorschüssel des ARTEMIS Satelliten. Dieser Reflektor wurde von EADS CASA SPACE Division entwickelt und gebaut, um eine neue Bauweise von Ku-Band-Reflektoren für den ARTEMIS Satelliten und den SPACEBUS zu erproben. Der Reflektor besteht aus einer versteiften Schalenkonstruktion mit einem Durchmesser von 1500 mm. Die auf der Rückseite der Schale angebrachte Versteifung sowie die Schale selbst sind in Sandwichbauweise gefertigt und bestehen aus einem Aluminium Wabenkern mit einer Haut aus CFK-Laminat. Die Versteifung und die Schale sind durch Pflaster miteinander verbunden. Bild 5.2 zeigt die Rückansicht des Reflektors mit den aufgeklebten piezoelektrischen Elementen sowie den beiden späteren Schadensorten. Außerdem sind die beiden Röhren, in denen sich die Sprengkapseln zum Aufklappen des Reflektors befinden, gut zu sehen.



*Bild 5.1: ARTEMIS Satellit*



*Bild 5.2: Rückseite des Reflektors*

An dem Reflektor werden zwei realistische Schadensfälle simuliert. Der erste Schadensfall entsteht bei dem Einschlag von Meteoriten oder dem Zusammenstoß mit Weltraumschrottteilchen. Derzeit befinden sich ca.  $10^{10}$  Objekte mit einem Durchmesser von mehr als 0,1 mm in Umlaufbahnen um die Erde [REX 1996]. Bild 5.3 zeigt den mit Hilfe eines Körners und eines Hammers simulierten Einschlag eines Teilchens. Dabei entsteht der in Bild 5.5 dargestellte Eindruck mit einem Durchmesser von ca. 6 mm. Der zweite Schadensfall, der detektiert werden soll, ist ein Riss der Versteifung im Bereich der Röhren, in denen sich die Sprengkapseln

befinden (vergleiche dazu auch [FRITZEN ET AL. 2004]). Diese Schädigung ist in der Entwicklungsphase beim Zünden der Sprengkapseln zum Öffnen der Reflektoren aufgetreten. Es werden zwei verschiedene Risslängen mit 35 mm und 70 mm untersucht. Bild 5.4 zeigt das Einbringen des Risses mit einer Säge. In Bild 5.6 ist der Riss mit einer Risslänge von 35 mm dargestellt.



*Bild 5.3: Schadensfall 1*



*Bild 5.4: Schadensfall 2*

Für eine statistische Auswertung der Schadensindikatorwerte liegen nur wenige Messdaten vor. Um trotzdem die für die Beurteilung des Strukturzustandes sehr wichtige Konfidenzgrenze der Schadensindikatorwerte angeben zu können, werden weitere Sensorsignale am Rechner generiert. Die Simulation wird dann wie folgt durchgeführt: Für jede Messung wird zunächst der Mittelwert und die Standardabweichung der elektrischen Spannungssignale für jeden Sensor getrennt bestimmt. Dabei hat sich herausgestellt, dass die Mittelwerte und die Standardabweichungen der gemessenen Signale zwischen den einzelnen Versuchen für einen festen Sensor nahezu konstant sind. Die neuen Messungen werden anschließend simuliert, indem im Zeitbereich auf die Messsignale einer durchgeführten Messung Zufallssignale addiert werden. Die Zufallssignale besitzen 5 % der Standardabweichung des jeweiligen Messkanals und den Mittelwert Null und sind damit so gewählt, dass die Streubreite der für die generierten Sensorsignale berechneten Schadensindikatorwerte etwas größer ist als die Streubreite der Werte für die durchgeführten Messungen. Die Berechnung der entsprechenden Schadensindikator-

werte erfolgt nach dem in Kapitel 4.1 angegebenen Detektionsalgorithmus. Für die Berechnung der Konfidenzgrenze wird die in Kapitel 4.3 vorgestellte Erweiterung des Detektionsalgorithmus benutzt. Bild 5.7 und Bild 5.8 zeigen den Verlauf der Extremwerte der Schadensindikatorwerte vor und nach dem Einbringen der Schäden. Zusätzlich ist die für die ungeschädigte Struktur berechnete Konfidenzgrenze der Schadensindikatorwerte mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,99 % als horizontale Linie dargestellt.

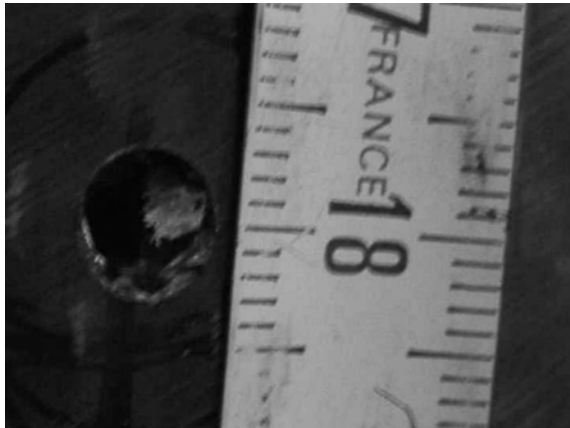


Bild 5.5: Eindruck von 6 mm Durchmesser

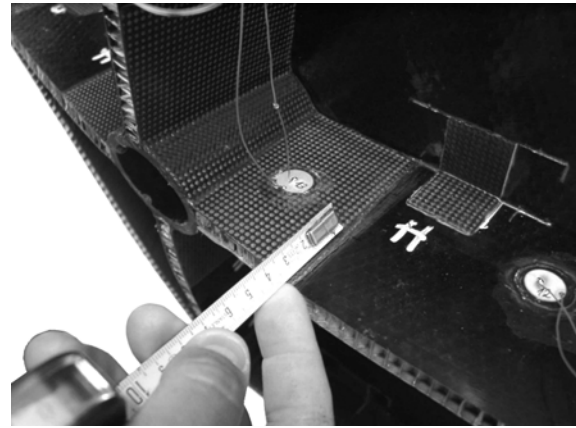


Bild 5.6: Riss mit 35 mm Risslänge

Wie Bild 5.7 zeigt, steigen die Extremwerte des Schadensindicators nach dem Einbringen des Risses sprunghaft an. Der erste signifikante Anstieg findet nach dem Einbringen des Risses mit einer Risslänge von 35 mm statt. Die zugehörigen Extremwerte haben einen Wert von ca. 200. Durch die Rissverlängerung auf 70 mm erhöht sich der Wert nochmals um den Faktor 5 auf eine Höhe von ca. 1000.

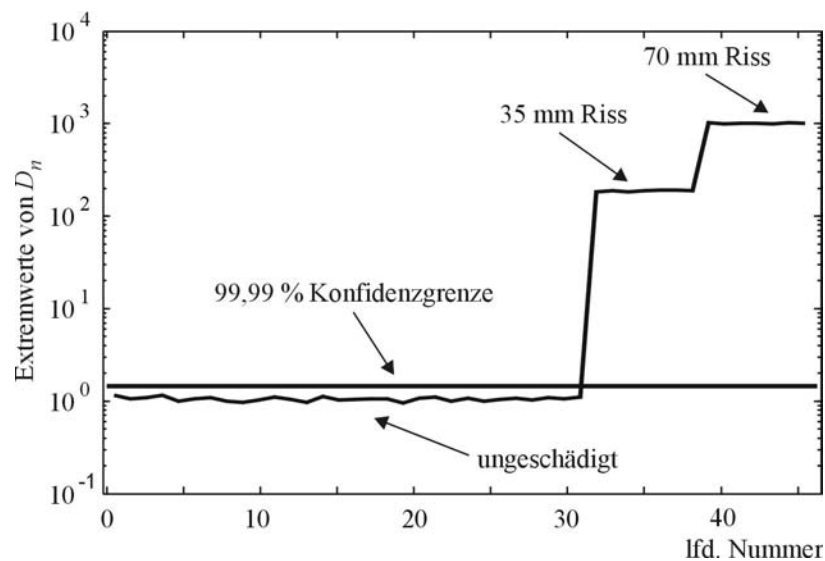


Bild 5.7: Extremwerte von  $D_n$  vor und nach dem Einbringen des Risses

Bei der zweiten Schadensart wird der Zusammenstoß mit einem Weltraumschrottteilchen simuliert. Der von dem Teilchen stammende Eindruck von 6 mm Durchmesser wird ebenfalls zuverlässig durch einen sprunghaften Anstieg der Extremwerte detektiert. Im Gegensatz zu dem vorherigen Beispiel fällt der Sprung jedoch mit Extremwerten um 160 deutlich geringer aus.

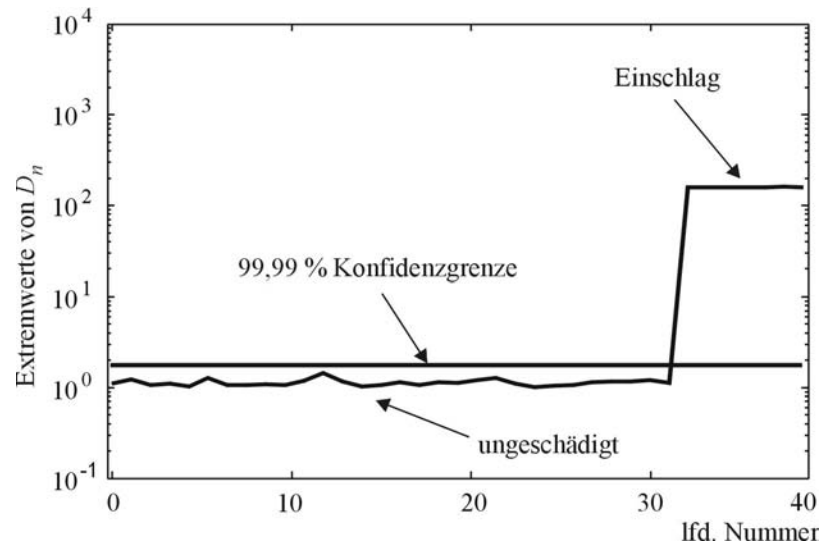


Bild 5.8: Extremwerte von  $D_n$  vor und nach dem Einschlag

## 5.2 GFK-PLATTE MIT INTEGRIERTER AKTORIK UND SENSORIK

Die Integration von piezoelektrischen Aktoren und Sensoren in Faserverbundstrukturen ermöglicht es, diese zu intelligenten Strukturen zu machen. In dem hier beschriebenen Anwendungsbeispiel wird geprüft, ob der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Detektionsalgorithmus in der Lage ist, Schäden, wie sie die durch den Aufprall eines harten Gegenstandes auf die Strukturoberfläche entstehen, anhand der von den integrierten Sensoren gemessenen Spannungssignale zu erkennen. Als Anregungssignal werden drei verschiedene Signale verwendet: Ein Gleitsinus, bei dem die Frequenz linear zwischen 0 Hz und 2 kHz ansteigt, sowie zwei Zufallssignale mit Anregungsfrequenzen von 0 Hz bis 1 kHz bzw. 2 kHz. Die Messdauer beträgt 60 s für jede durchgeführte Messung. Auf Grund der Dotierung der piezoelektrischen Fasern muss allen Aktorsignalen eine konstante, positive Spannung überlagert sein, sodass keine negativen Spannungen am Aktor auftreten. Ansonsten geht der piezoelektrische Effekt verloren. Es ist auf die richtige Polung zu achten. Bild 5.9 zeigt die Geometrie der GFK-Platte mit dem Schadensort, sowie den Positionen der Piezofasern. Die Platte ist während der Messung auf einer Schaumstoffunterlage gelagert.



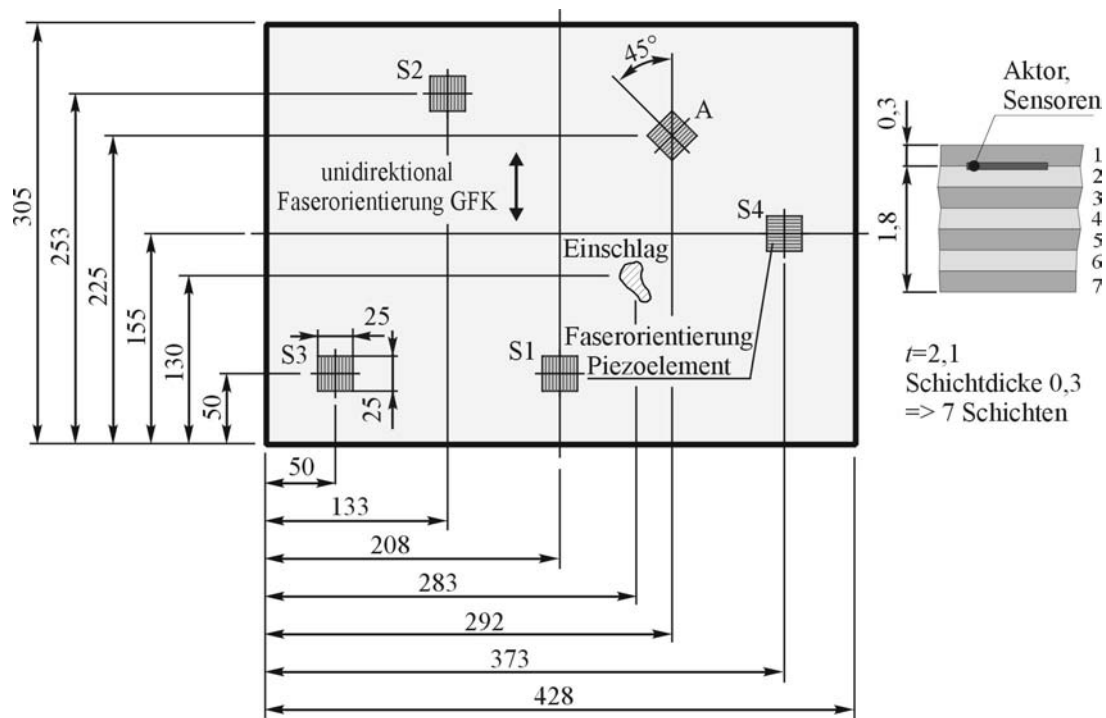


Bild 5.9: Geometrie der GFK-Platte, Schädigungsort und Positionen der Piezofasern

Das Bild 5.10 zeigt die untersuchte GFK-Platte.



Bild 5.10: Foto der untersuchten GFK-Platte

Die GFRK-Platte besteht aus sieben Einzelschichten mit einer Schichtdicke von 0,3 mm. Die Aktorik und Sensorik befindet sich unterhalb der obersten Schicht. In Bild 5.11 ist eine Prinzipskizze des Versuchsaufbaus zum Einbringen der Schädigung dargestellt. Das Fallgewicht wird mit Hilfe eines Bolzens aus einer Höhe von 344 mm fallen gelassen. Damit besitzt das

Gewicht beim Aufprall auf die GFK-Platte eine kinetische Energie von 5 J. Durch den Aufprall entsteht innerhalb der GFK-Platte ein Riss quer zur Faserorientierung mit einer Länge von ca. 20 mm und eine kleine Delamination.

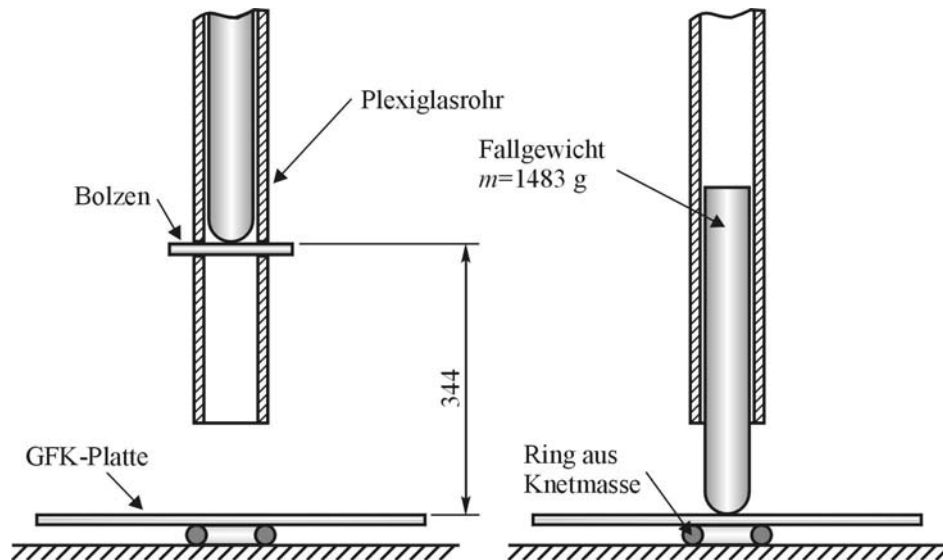


Bild 5.11: Prinzipskizze des Versuchsaufbaus zum Einbringen der Schädigung

In Bild 5.12 sind die Ergebnisse der Schadensdiagnose in Form eines Boxplots dargestellt. Die Definition des Anstiegs  $\Gamma$  ist in Kapitel 4.1 angegeben. Der Anstieg  $\Gamma$  stellt ein Maß für die Qualität der Schadensdetektion dar. Wünschenswert ist ein möglichst großer mittlerer Anstieg und eine möglichst kleine Streubreite. Als Ergebnis lässt sich festhalten, dass der Schaden bei allen Anregungssignalen eindeutig angezeigt wird, wobei die Werte jedoch sehr unterschiedlich sind. Bei der Verwendung des Zufallssignals mit Anregungsfrequenzen bis 1 kHz beträgt der mittlere Anstieg ca. 630 und ist im Verhältnis zum mittleren Anstieg von ca. 1400 bei Verwendung des Zufallssignals mit Anregungsfrequenzen bis 2 kHz eher gering. Vergleicht man jedoch die Streubreiten, stellt man fest, dass diese bei der Verwendung des ersten Zufallssignals wesentlich geringer ist. Der Gleitsinus schneidet bei dieser Anwendung am schlechtesten ab, d.h. der Anstieg besitzt einen kleinen Mittelwert und eine große Streubreite. Eine mögliche Erklärung lautet, dass der Gleitsinus sehr schnell durch die Resonanzen der Struktur fährt und die zugehörigen Eigenformen nur zu geringen Schwingungen anregt. Dies verursacht vermutlich ein zu schlechtes Nutz- zu Rauschverhältnis in den Sensorsignalen.

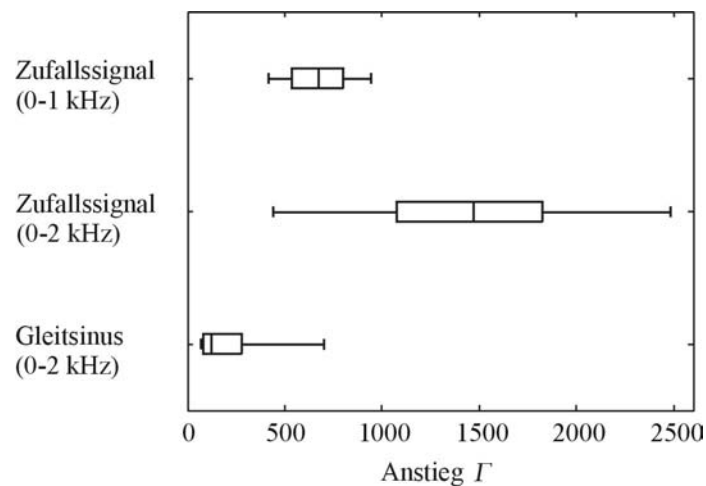


Bild 5.12: Ergebnis der Schadendiagnose für verschiedene Anregungssignale

### 5.3 SCHADENSDETEKTION AN EINER CFK-PLATTE BEI VERÄNDERLICHER UMGEBUNGSTEMPERATUR

In dem hier beschriebenen Anwendungsbeispiel geht es darum, Delaminationen, d.h. Schichtablösungen innerhalb eines Faserverbundwerkstoffes, in einem möglichst frühen Schädigungszustand zu detektieren. Die Umgebungstemperatur darf dabei in gewissen Grenzen schwanken (vergleiche auch [FRITZEN, MENGELKAMP UND GÜEMES 2003A UND 2003B]). Als Aktoren und Sensoren werden piezoelektrische Elemente verwendet. Erste experimentelle Untersuchungen haben gezeigt, dass eine temperaturbeständige Anbindung der Piezoelemente an die Strukturoberfläche oftmals schwierig ist. Es tritt zwar auch bei höheren Temperaturen keine sichtbare Ablösung der Keramik von der Strukturoberfläche auf, die von dem Aktor in die Struktur übertragene Energie fällt jedoch ab einer bestimmten Umgebungstemperatur schlagartig ab. In Bild 5.13 sind die Spektren von Sensorsignal 1 (vergleiche dazu Bild 5.16) bei unterschiedlichen Umgebungstemperaturen aber gleichbleibendem Anregungssignal ohne (links) und mit (rechts) Verwendung temperaturbeständiger Materialien dargestellt. Es fällt auf, dass die Kopplung zwischen dem Aktor und der Struktur ab einer Umgebungstemperatur von ca. 60 °C stark abnimmt. Dieses Problem konnte durch die Verwendung temperaturbeständiger Materialien, insbesondere durch den Einsatz eines hochtemperaturbeständigen Klebers gelöst werden.

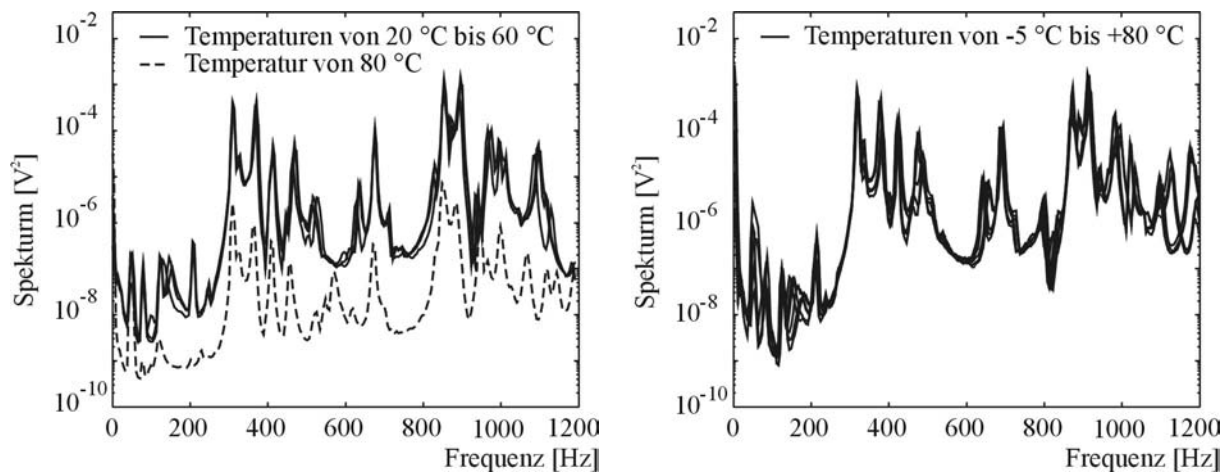


Bild 5.13: Spektren von Sensorsignal 1 bei unterschiedlichen Temperaturen ohne (links) und mit (rechts) Verwendung temperaturbeständiger Materialien

Der prinzipielle Aufbau der Verbindung zwischen dem piezokeramischen Element und der CFK-Platte ist in Bild 5.14 dargestellt.

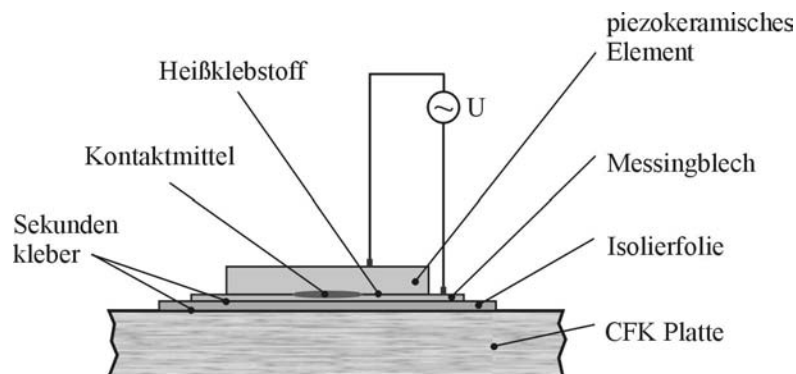


Bild 5.14: Verbindungsaufbau zwischen dem piezokeramischen Element und der CFK-Platte

Die für die Versuche verwendete CFK-Platte besteht aus fünf Schichten. Die Einzelschichten sind mit einem Gewebe aus Kohlestofffasern verstärkt, die bidirektional unter  $0^\circ/90^\circ$  angeordnet sind. Bei den verwendeten Fasern handelt es sich um HT-Kohlefasern mit einem Faservolumenanteil von 52 % bis 55 %. Der Elastizitätsmodul in Faserlängsrichtung ist 60 GPa, die Temperaturfestigkeit beträgt  $115^\circ\text{C}$  bis  $120^\circ\text{C}$ . Die Platte hat die Abmaße  $407\text{ mm} \times 202\text{ mm} \times 2\text{ mm}$  und ein Gewicht von 250 g. Der prinzipielle Versuchsaufbau ist in Bild 5.15 dargestellt.

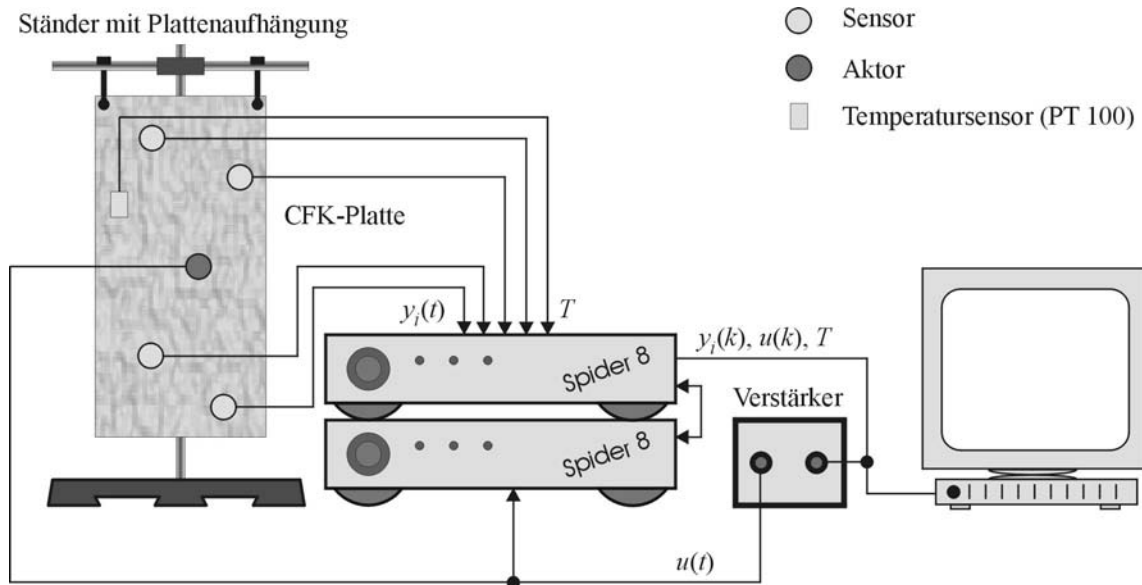


Bild 5.15: Prinzipieller Versuchsaufbau

Die CFK-Platte ist mit einem PZT-Aktor, sieben PZT-Sensoren und einem Temperatursensor PT 100 ausgestattet. Bild 5.16 zeigt die Struktur in einem temperaturgeregelten Ofen.

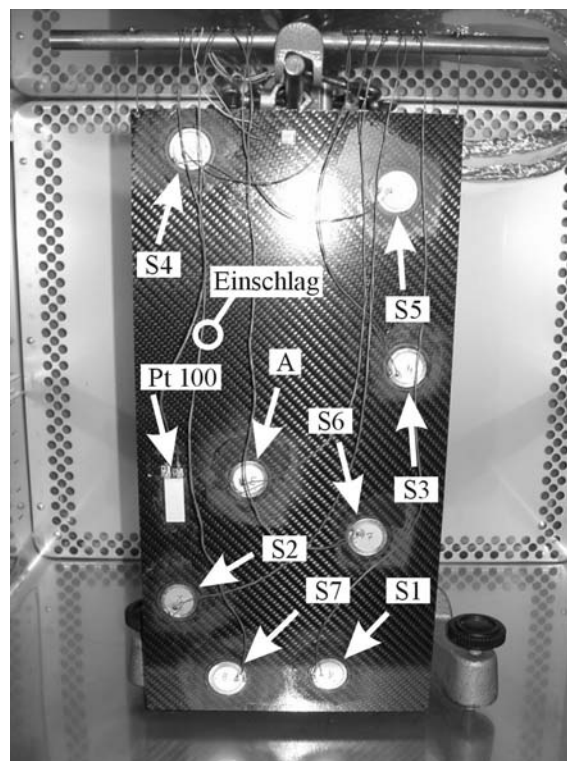


Bild 5.16: Foto der CFK-Platte in einem temperaturgeregelten Ofen

Um die Struktur zu Schwingungen anzuregen wird an den Aktor ein Spannungssignal als bandbegrenztes Zufallssignal mit einer Eckfrequenz von 800 Hz angelegt. Die Abtastfrequenz beträgt 2400 Hz. Als Schädigung wird eine Delamination durch ein Fallgewicht, das beim Aufprall auf die Struktur eine kinetische Energie von 3 J besitzt, eingebracht. Mit Hilfe einer anschließenden Ultraschalluntersuchung konnte die Größe der Delamination auf  $70 \text{ mm}^2$  bestimmt werden. Die zum Einbringen der Delamination benötigte Versuchseinrichtung ist in Kapitel 5.2 beschrieben. Bild 5.17 (oben) zeigt das Ergebnis der Schadensdetektion nach der Auswertung der Sensordaten mit Hilfe des in Kapitel 4.1 beschriebenen Algorithmus. Der Einfluss der Temperatur auf die Strukturodynamik, und damit auf das Detektionsergebnis, ist in Bild 5.17 (oben) deutlich zu erkennen. Obwohl die Versuche 1 bis 30 an der selben ungeschädigten Struktur durchgeführt wurden, weisen die zugehörigen Schadensindikatorwerte deutliche Schwankungen auf. Beispielsweise besitzt der Schadensindikatorwert von Versuchsnummer 26 einen ähnlich hohen Wert wie die Schadensindikatorwerte von Versuchsnummer 31 und von 32 der geschädigten Struktur. Dies liegt an dem Einfluss des Temperaturanstiegs von Raumtemperatur auf ca.  $60 \text{ }^\circ\text{C}$ . Eine eindeutige Schadensdetektion ist somit nicht mehr möglich. In Bild 5.17 (unten) ist das Detektionsergebnis für den um den Einfluss von Temperaturschwankungen kompensierten Detektionsalgorithmus, wie er in Kapitel 4.2 beschrieben ist, angegeben. Für die Auswertung wurden dieselben Sensorsignale verwendet. Erst nach der Temperaturkompensation ist eine zuverlässige Aussage über den Zustand der Struktur möglich. Die Schadensindikatorwerte besitzen weiterhin eine ausreichend hohe Sensitivität, um einen Schaden in einem frühen Schädigungszustand anzuzeigen und sind gleichzeitig relativ unempfindlich gegenüber Temperaturveränderungen. Für den hier untersuchten Werkstoff hat sich herausgestellt, dass die Referenzmatrix  $S$  für ein Temperaturreaster von  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  Schritten in einer Datenbank hinterlegt werden muss, um die hier beschriebene und gewünschte Kompensation des Temperatureinflusses auf die Schadensindikatorwerte zu erzielen. Die Referenzmatrix  $S$  wird somit jeweils für einen Temperaturbereich von  $\pm 10 \text{ }^\circ\text{C}$  verwendet. Experimentelle Untersuchungen haben ergeben, dass der Anstieg der Schädigungswerte in diesem Bereich unerheblich ist. Erst ab einer Temperaturdifferenz von mehr als  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  zwischen den für eine bestimmte Temperatur gemessenen Schwingungsantworten und der für eine Referenztemperatur bestimmten Matrix  $S$  macht sich der stark nichtlineare Zusammenhang der Residuen von der Temperatur bemerkbar, und damit auch der Schadensindikatorwerte.

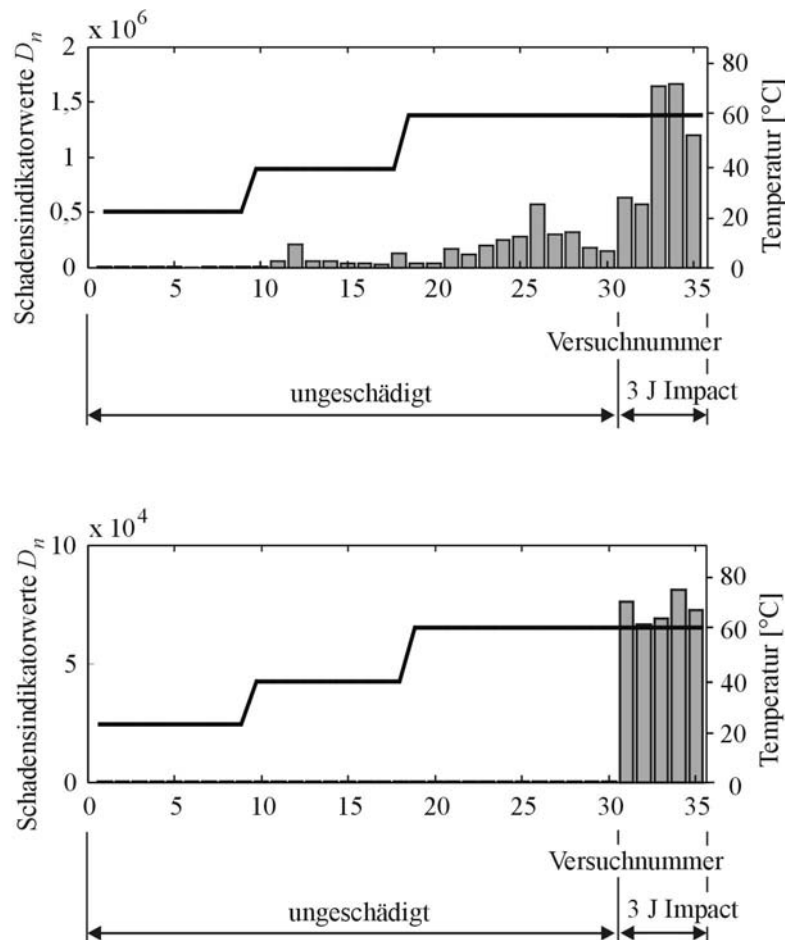
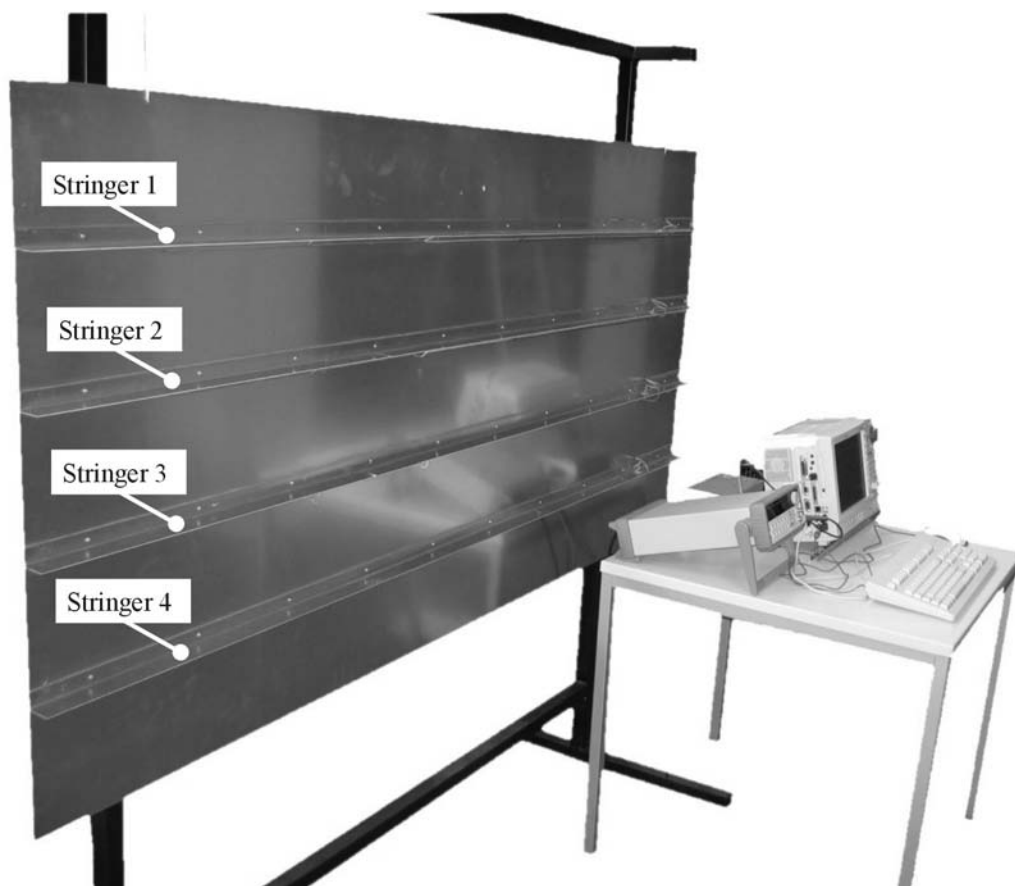


Bild 5.17: Schadensindikatorwerte ohne (oben) und mit (unten) Temperaturkompensation

#### 5.4 SCHADENSDIAGNOSE AN EINER VERSTEIFTEN ALUMINIUMSTRUKTUR

Nach [SCHMIDT, TELGKAMP UND SCHMIDT-BRANDECKER 2004] ist die Überwachung der Stringer von Rumpfstrukturen ein Anwendungsfall. Falls diese in Zukunft zuverlässig überwacht werden können, ergeben sich Einsparpotenziale durch einen verminderten Materialeinsatz in der Flugzeugaußenhaut. In konstruktiver Anlehnung an diese Rumpfstrukturen wird eine mit Stringern versteifte Aluminiumschale, samt Sensor- und Aktuatornetzwerk hergestellt, in die Risse eingebracht werden. Ziel ist es, diese Risse in einem möglichst frühen Schädigungszustand zu detektieren und zu lokalisieren. Um dies zu realisieren, wird ein kombinierter Ansatz *globaler* und *lokaler* Methoden für die Schadensdiagnose gewählt (vergleiche auch [MENGELKAMP UND FRITZEN 2005]). Hierzu wird der in Kapitel 4.1 beschriebene Algorithmus für die Detektion, sowie die in Kapitel 4.5 beschriebenen Verfahren für die Lokalisation der Risse eingesetzt. In Bild 5.18 ist die mit 4 Stringern versteifte Aluminiumschale und die Messeinrichtung dargestellt.



*Bild 5.18: Versteifte Aluminiumschale und Messeinrichtung*

Die Aluminiumschale misst  $2000\text{ mm} \times 1000\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ , die Höhe der Stringer beträgt  $40\text{ mm}$ . Die Stringer besitzen ein L-Profil und sind auf die Schale aufgeklebt und genietet. In Bild 5.19 ist die Geometrie der versteiften Aluminiumschale mit den Sensor- und Aktorpositionen angegeben. Jeder Stringer ist mit fünf piezoelektrischen Sensoren und zwei auf der Strukturoberseite und der Strukturunterseite angebrachten piezoelektrischen Aktoren ausgestattet.



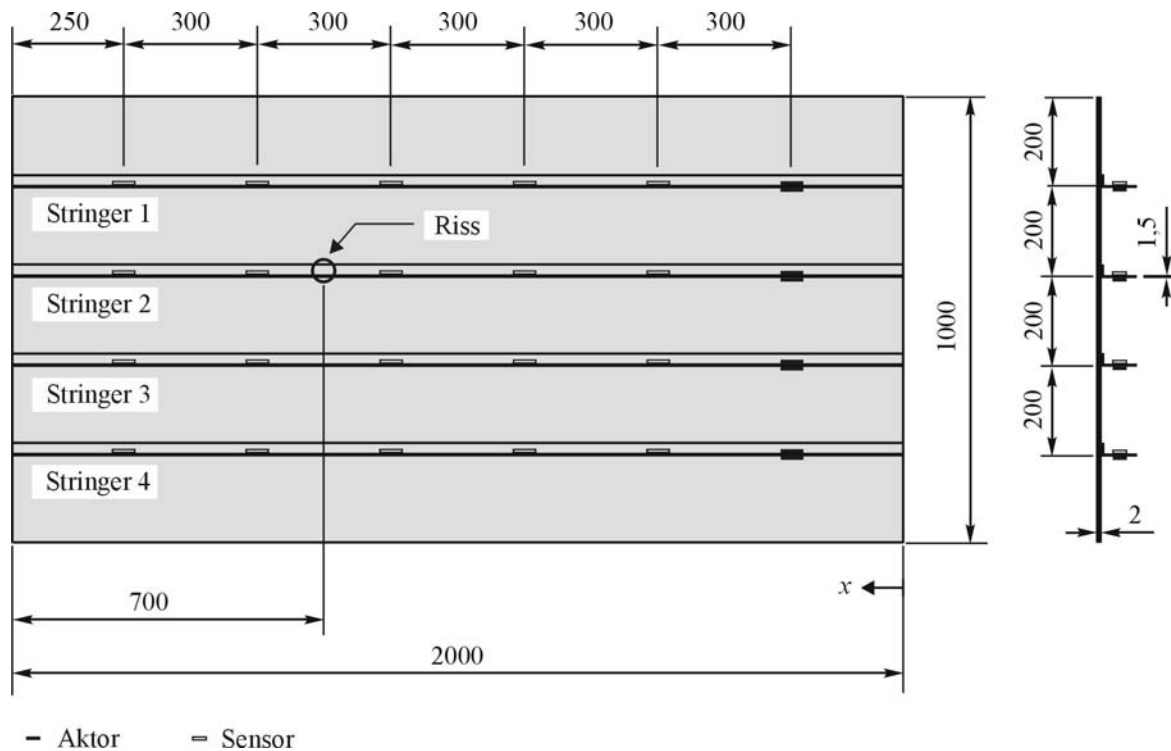


Bild 5.19: Geometrie der versteiften Aluminiumschale mit Sensor-, Aktor und Rissposition

Als Schädigung wird ein Einschnitt, der im Folgenden als „Riss“ bezeichnet wird, an der in Bild 5.19 angegebenen Stelle mit einer Risslänge von 4 mm eingebracht. Die Risslänge wird in einem zweiten Schritt auf 8 mm erhöht. In Bild 5.20 ist der untersuchte Riss mit einer Risslänge von 4 mm und 8 mm dargestellt. Nacheinander wird die Aluminiumschale von jeweils einem piezoelektrischen Aktor der 4 Stringer zu Schwingungen angeregt. Als Anregungssignal wird ein Zufallssignal mit einem Frequenzspektrum bis 800 Hz verwendet. Die Messdauer beträgt 60 s. Es werden je Stringer 9 Messungen an der ungeschädigten, sowie jeweils 5 Messungen für jede Risslänge durchgeführt. Das Ergebnis der Schadensdetektion für den zweiten Stringer, bestimmt nach dem in Kapitel 4.1 beschriebenen Algorithmus (vergl. auch [FRITZEN UND MENGELKAMP 2003C]), ist in Bild 5.21 angegeben. Dabei hat sich herausgestellt, dass  $\alpha = \beta = 150$  eine geeignete Wahl für den Aufbau der Hankelmatrix darstellt, um die dynamischen Eigenschaften der Struktur zu beinhalten. In einem ersten Testlauf wird die Referenzmatrix  $S$  mit Hilfe der Singulärwertzerlegung der Hankelmatrix bestimmt und für die weiteren Auswertungen verwendet. Die Schadensindikatorwerte der ungeschädigten Struktur sind sehr niedrig, lediglich das Messrauschen verursacht eine Störung der Orthogonalität.

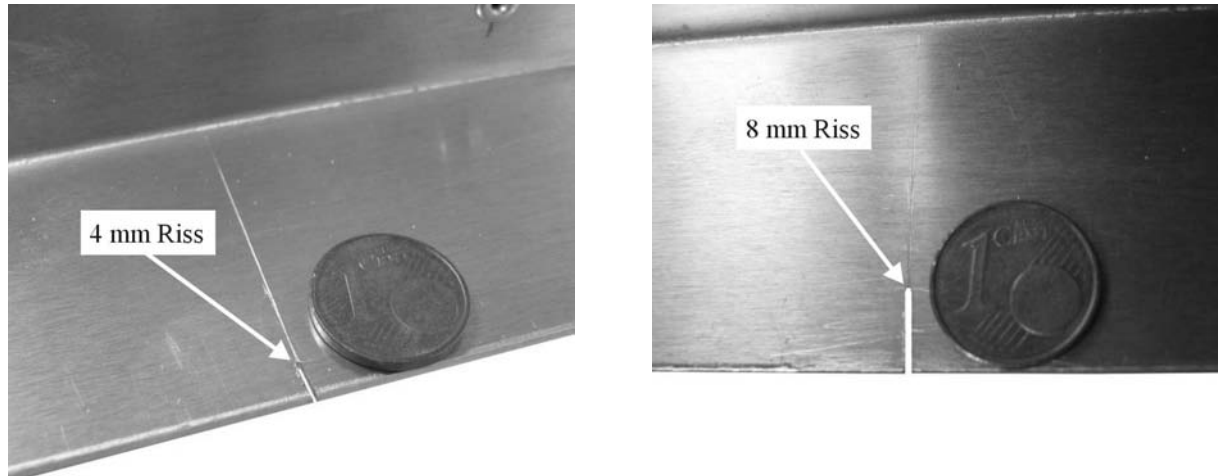


Bild 5.20: Untersuchter Riss mit einer Risslänge von 4 mm (links) und 8 mm (rechts)

Nach diesen ersten 9 Messungen an der ungeschädigten Struktur kommt es zu einem signifikanten Anstieg der Schadensindikatorwerte auf einen Wert von ca. 80, d.h. die neu gemessenen Daten stimmen nicht perfekt mit der Referenzmatrix  $S$  überein. Das ist der Zeitpunkt an dem der Riss eine Länge von 4 mm besitzt. Die Rissverlängerung auf 8 mm Risslänge wird durch einen nochmaligen Anstieg der Schadensindikatorwerte auf Werte um 430 angezeigt.

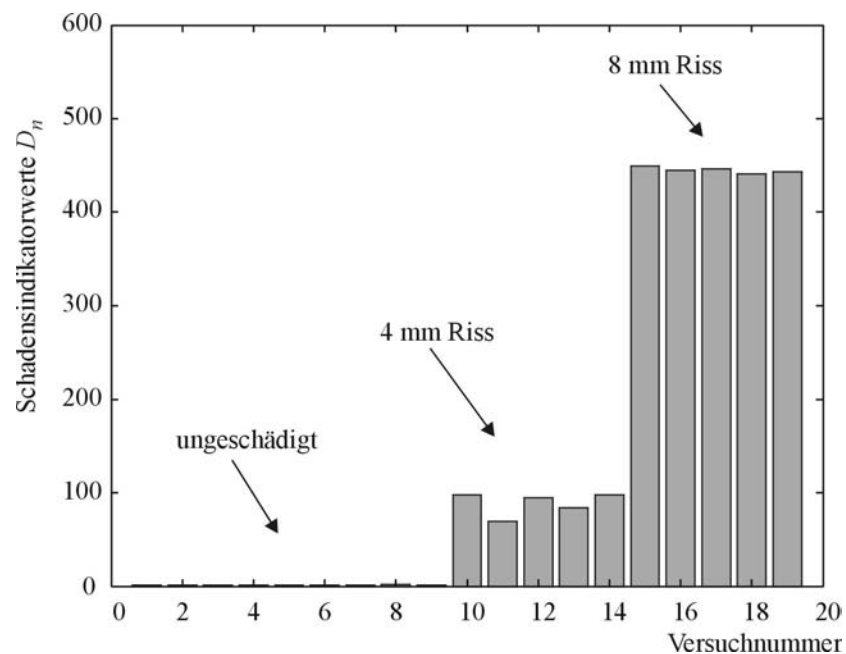


Bild 5.21: Ergebnis der Schadensdetektion für den zweiten Stringer

Auf Grund der Kopplung der Stringer mit der Grundplatte zeigen auch die Schadensindikatorwerte der übrigen Stringer den Schaden an, d.h. selbst eine grobe Schadenslokalisierung ist mit dieser Methode ohne ein hinterlegtes Rechenmodell nicht möglich, bzw. es wurde bisher

keine Möglichkeit gefunden. Zur Bestimmung des Schadensortes kommt daher in einem zweiten Schritt ein *lokales* Verfahren auf der Basis der Ausbreitung von LAMB-Wellen zum Einsatz, wobei dasselbe Aktuator- und Sensornetzwerk wie für die Schadensdetektion verwendet wird. Dabei wird überprüft, ob sich der Riss in einem der Stringer und ggf. in welchem und an welcher Position befindet (vergleiche auch [FRITZEN UND MENGELKAMP 2005]). LAMB-Wellen besitzen als lokales Verfahren eine bessere örtliche Auflösung als beispielsweise *globale* Verfahren. Dies liegt physikalisch gesehen an dem günstigeren Verhältnis der Risslänge zur Wellenlänge. Die Wellenpakete werden nacheinander von den Aktoren der 4 Stringer ausgesendet, wobei die beiden Aktoren jedes Stringers gleichsinnig gepolt angeregt werden. Als Anregungssignal wird das in der Formel (3.9) angegebene, mit einem HANNING-Fenster modulierte Sinussignal verwendet. Die Grundfrequenz des Sinussignals beträgt 125 kHz und besteht aus insgesamt fünf Schwingungen. Für die Auswertung der von den fünf piezoelektrischen Sensoren je Stringer gemessenen elektrischen Spannungsverläufen der  $S_0$ -Mode wird als erstes das in Kapitel 4.5 beschriebene Verfahren mit der energiebasierten Formulierung des Schadensindikators verwendet. In Bild 5.22 und Bild 5.23 ist das Ergebnis der Schadenslokalisierung für den 4 mm und den 8 mm langen Riss graphisch dargestellt. Die Schadensindikatorwerte sind auf den Maximalwert eins bei einer Risslänge von 8 mm normiert.

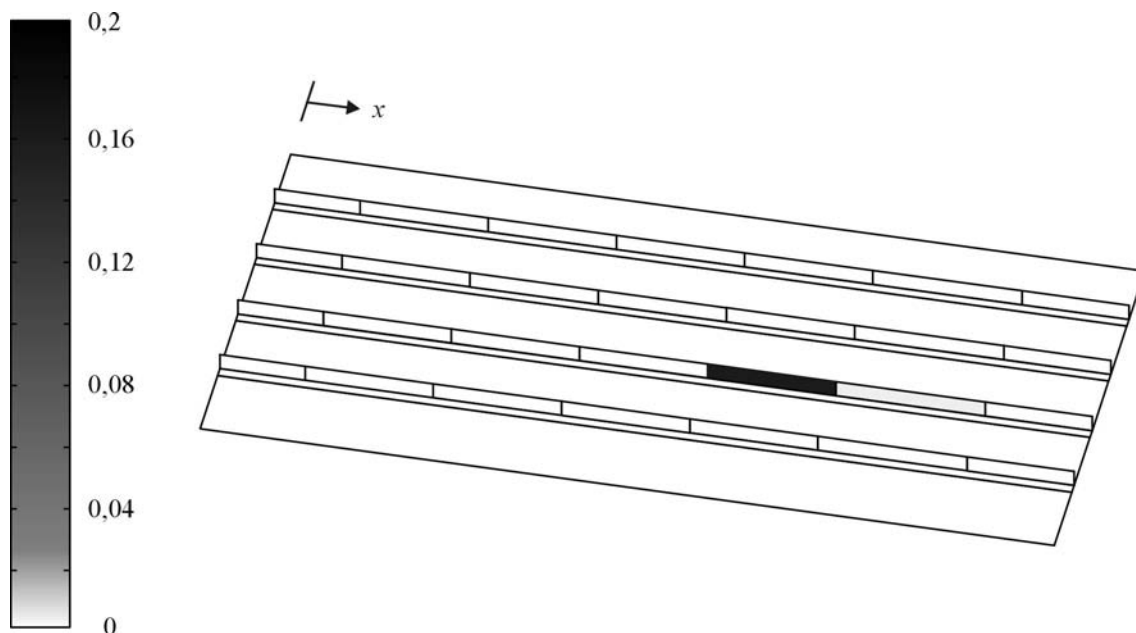


Bild 5.22: Ergebnis der Schadenslokalisierung für den 4 mm langen Riss

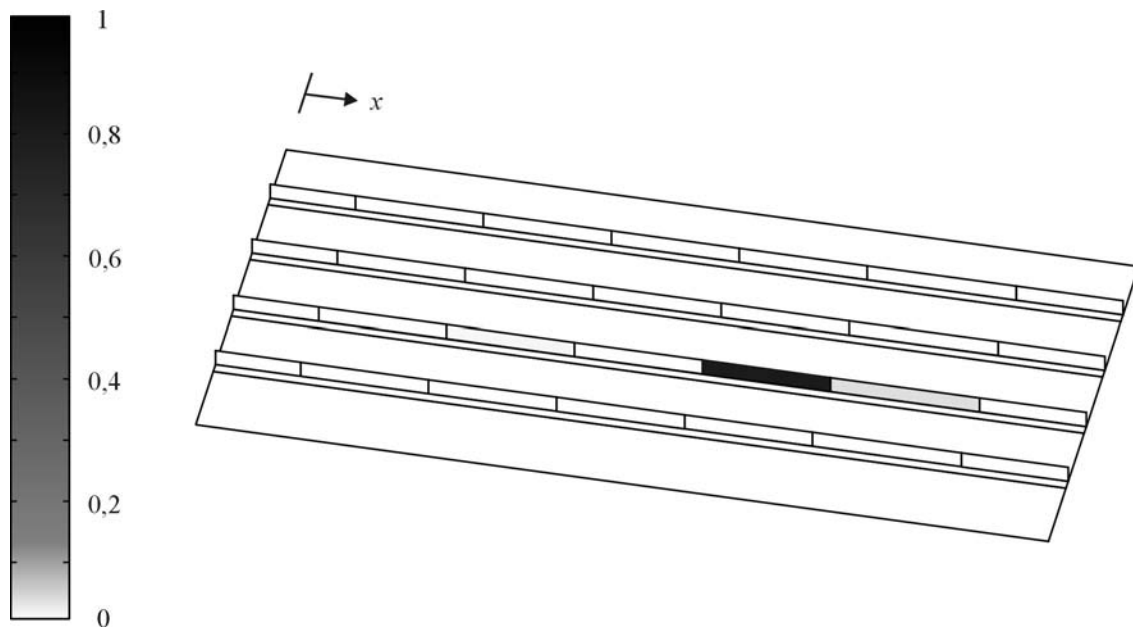


Bild 5.23: Ergebnis der Schadenslokalisierung für den 8 mm langen Riss

Die graphische Darstellung zeigt den Riss an der richtigen Stelle in dem zweiten Stringer an. Die Lokalisation ist zwar relativ grob, da nur zwischen zwei Sensoren möglich, dafür erweist sich das Verfahren aber als sehr robust. Die Schadensindikatorwerte der meisten Stringerelemente sind so niedrig, dass die zugehörigen Flächen in dem Graustufenbild fast weiß erscheinen. Es fällt auf, dass die Schadensindikatorwerte in Wellenausbreitungsrichtung ( $x$ -Richtung) gesehen hinter dem Riss sehr schnell abfallen. An dieser Stelle sei auf das Kapitel 4.6 Sensorpositionierung hingewiesen, in dem dieses Verhalten näher untersucht wurde. Die Auswertung derselben Messdaten mit der in Kapitel 4.5 beschriebenen, korrelationsbasierten Formulierung des Schadensindikators lieferte ähnliche Ergebnisse, d.h. eine geringe Streuung der Indikatorwerte für die ungeschädigten Elemente und eine deutliche Anzeige der Rissposition. Auch bei dieser Formulierung fallen die Schadensindikatorwerte hinter dem Riss sehr schnell ab.

Ein weiteres in Kapitel 4.5 beschriebenes Verfahren zur Lokalisation von Rissen basiert auf der Auswertung der an dem Riss reflektierten Welle. Die Eignung dieses hüllkurvenbasierten Verfahrens zur Bestimmung des Schädigungsortes soll im Folgenden untersucht und die verfahrenseigenen Vor- und Nachteile im Vergleich zu den beiden zuvor verwendeten Verfahren herausgearbeitet werden. Auch bei diesem Verfahren wird von zwei auf der Strukturober- und der Strukturunterseite applizierten Aktoren ein Wellenpaket ausgesendet, das an der durch einen möglichen Riss neu entstandenen Oberfläche teilweise reflektiert. Im Gegensatz zu den

beiden ersten Verfahren erfolgt die Auswertung jedoch anhand der  $A_0$ -Mode. Als Anregungssignal wird ein MORLET-Wellenpaket bestehend aus 5 Schwingspielen mit einer Grundfrequenz von 2600 Hz verwendet. Die beiden piezoelektrischen Aktoren sind gegenphasig angeschlossen, sodass ausschließlich die  $A_0$ -Mode angeregt wird. Da Reflexionen des Wellenpaketes an Bauteilkanten die Auswertung bei diesem Verfahren erschweren, wird in diesem Beispiel eine andere, in Bild 5.24 dargestellte, Aktorkonfiguration verwendet. Außerdem kann die Anzahl der verwendeten Sensoren auf einen Sensor je Stringer reduziert werden. Die Auswertung der Sensorsignale liefert die im ersten Stringer eingezeichnete Position an der der Riss in diesem Beispiel auch eingebracht wurde. Die Rissposition kann bei den untersuchten Risslängen bis 18 mm mit einer Genauigkeit von 1 % bis 3 %, bezogen auf die Bauteillänge von 2000 mm, angegeben werden. Im Gegensatz zu den zuvor beschriebenen Verfahren ist eine zuverlässige Bestimmung der Rissposition allerdings erst ab einer Risslänge von 10 mm bei einer Stringerhöhe von 40 mm möglich.

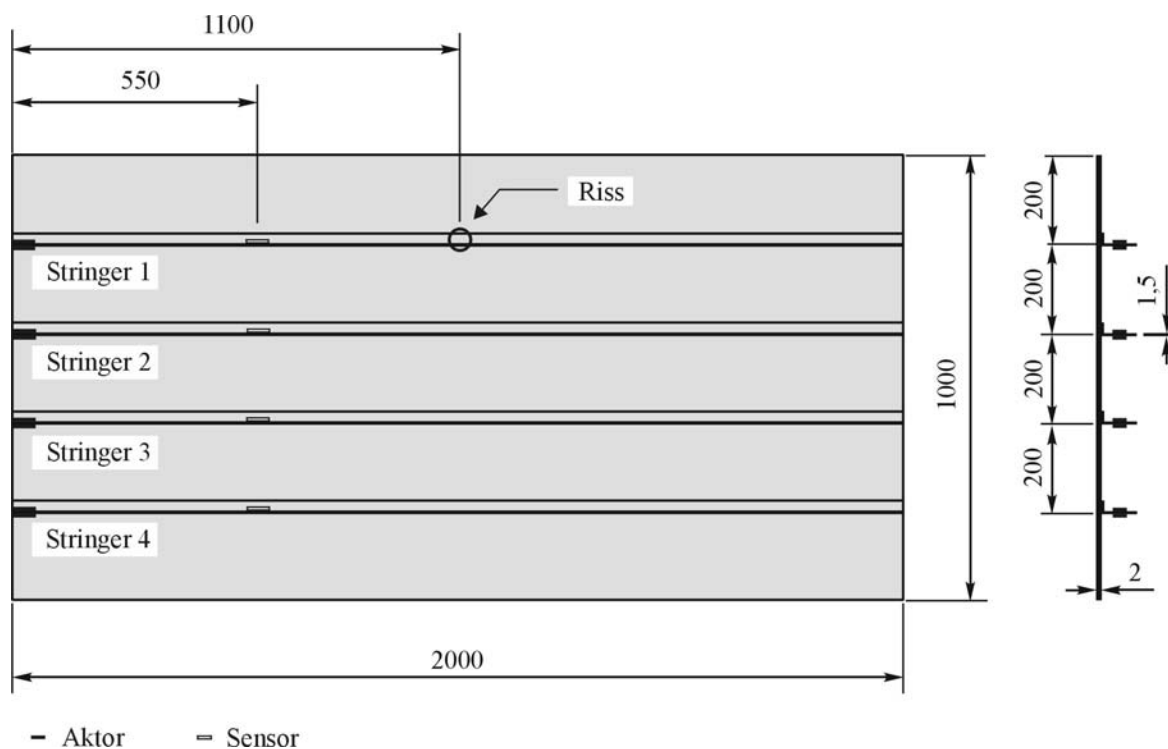


Bild 5.24: Sensor-, Aktor und Rissposition für das hüllkurvenbasierte Verfahren

Sollen die drei eingesetzten Verfahren anhand der Ergebnisse des beschriebenen Anwendungsbeispiels vergleichend beurteilt werden, lassen sich die folgenden, zum Teil verfahrensspezifischen, Vor- und Nachteile nennen. Die beiden zuerst untersuchten Verfahren ermöglichen eine zuverlässige Bestimmung der Rissposition schon ab 4 mm Risslänge. Auf Grund des schnellen Abfalls der Schadensindikatorwerte mit zunehmender Entfernung, zum einen

zwischen dem Sensor und dem Riss, zum anderen zwischen der Aktorposition und dem Riss, ist jedoch ein relativ enges Sensornetzwerk notwendig. Die Ergebnisse des hüllkurvenbasierten Verfahrens liefern eine genauere Angabe der Rissposition, allerdings ist eine zuverlässige Lokalisation überhaupt erst ab einer Risslänge von 10 mm möglich. Außerdem tauchen bei der Auswertung des Sensorsignals Schwierigkeiten auf, wenn die an dem Riss reflektierte Welle mit einer an einer Bauteilkante reflektierten Welle zusammentrifft. Für das hier untersuchte Beispiel ist dies bei 50 % der möglichen Risspositionen der Fall. Abhilfe schafft die Verwendung von Aktorsignalen mit einer höheren Grundfrequenz. Die für eine erfolgreiche Schadenslokalisierung notwendigen hohen elektrischen Spannungssignale sind mit dem zur Verfügung stehenden Frequenzgenerator nicht mehr realisierbar. Unter Umständen tritt dieses Problem jedoch bei der Schadenslokalisierung in geschlossenen Rumpfstrukturen nicht mehr auf. Ein großer Vorteil der Methode ist, dass nur ein Sensor je Stringer benötigt wird. Ein ausführlicher Vergleich der Verfahren findet sich im sechsten Kapitel.

### 5.5 SCHADENSDIAGNOSE AN EINER GFK-PLATTE

In dem folgenden Anwendungsbeispiel werden die Ergebnisse der Schadensdiagnose an einer glasfaserverstärkten, orthotropen Kunststoffplatte präsentiert (vergleiche hierzu auch [MENGELKAMP UND FRITZEN 2006]). Für die Diagnose kommt der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte gemischte Ansatz aus *globalem* und *lokalem* Verfahren zum Einsatz. Bild 5.26 zeigt die Geometrie der verwendeten GFK-Platte mit den Positionen der piezoelektrischen Elemente, sowie den Schadensort. Zur Unterscheidung der piezoelektrischen Elemente sind diese, wie in Bild 5.26 angegeben, mit einer laufenden Nummer versehen. Die Piezoelemente können wahlweise als Aktoren oder als Sensoren eingesetzt werden. Mit Hilfe des in Kapitel 5.2 näher beschriebenen Versuchsaufbaus wird ein Einschlag in die GFK-Platte eingebracht, wie er in Bild 5.25 dargestellt ist. Das dazu verwendete Fallgewicht besitzt beim Aufprall auf die GFK-Platte eine kinetische Energie von 3 J. Durch den Aufprall entsteht eine Delamination mit einer Fläche von etwa  $1 \text{ cm}^2$ , sowie ein Riss mit einer Länge von ca. 16 mm.

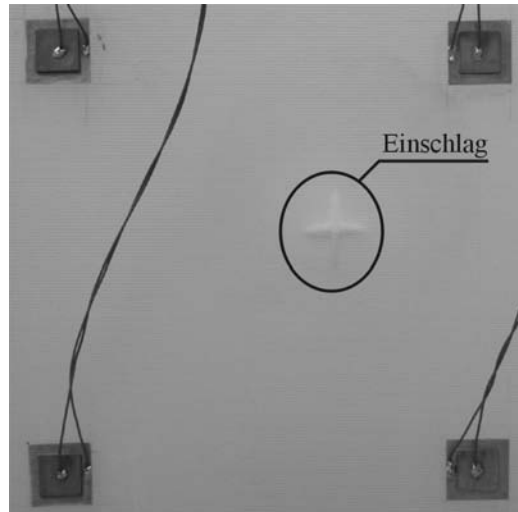


Bild 5.25: Einschlag mit 3 Joule

Für die Schadensdetektion wird die GFK-Platte von dem 16ten piezoelektrischen Element zu Schwingungen angeregt. Alle übrigen piezoelektrischen Elemente sind als Sensoren geschaltet.

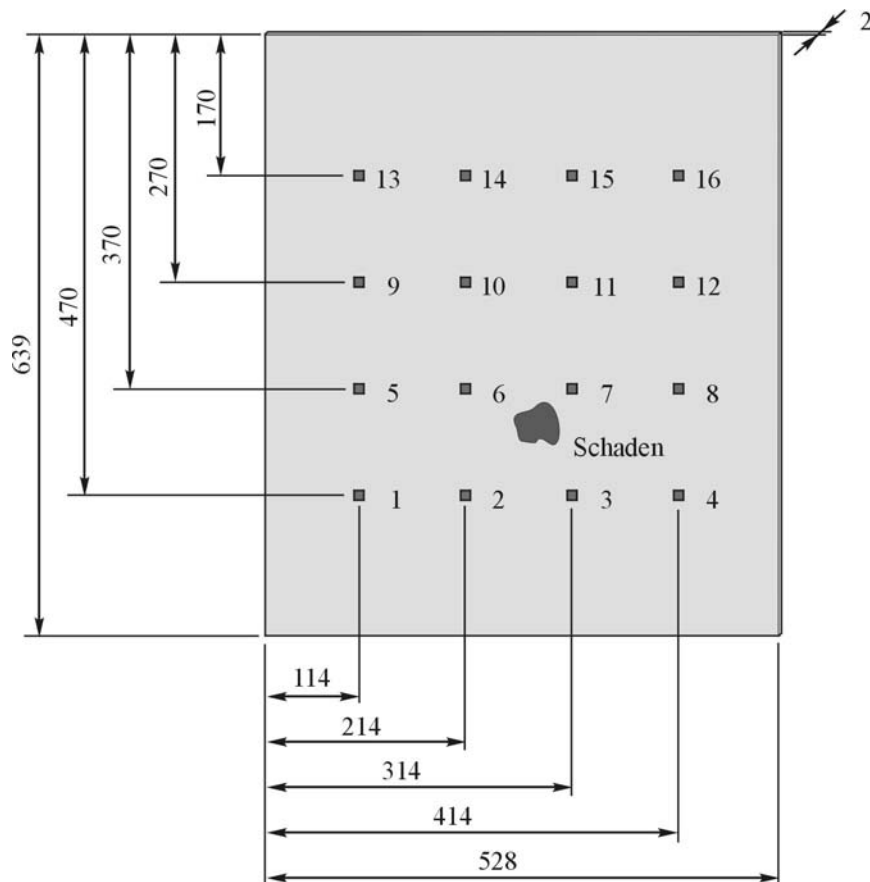


Bild 5.26: Geometrie der GFK-Platte mit den Positionen der piezoelektrischen Elemente und dem Schadensort

Als Anregungssignal wird ein durch einen vorgeschalteten Tiefpassfilter bandbegrenztes Zufallssignal verwendet. Das Filter besitzt eine Eckfrequenz von 800 Hz. Insgesamt werden 23 Messungen mit einer Messdauer von jeweils 60 s durchgeführt. In Bild 5.27 sind die zugehörigen berechneten Schadensindikatorwerte angegeben. Wie man erkennen kann, sind die Schadensindikatorwerte der ersten 12 Messungen sehr niedrig. Erst für die 13-te Messung steigen die Werte sprunghaft an, was auf eine Veränderung der dynamischen Eigenschaften der Struktur hinweist. In der Tat hat das Fallgewicht die GFK-Platte in der Zeit zwischen der 12-ten und der 13-ten Messung getroffen.

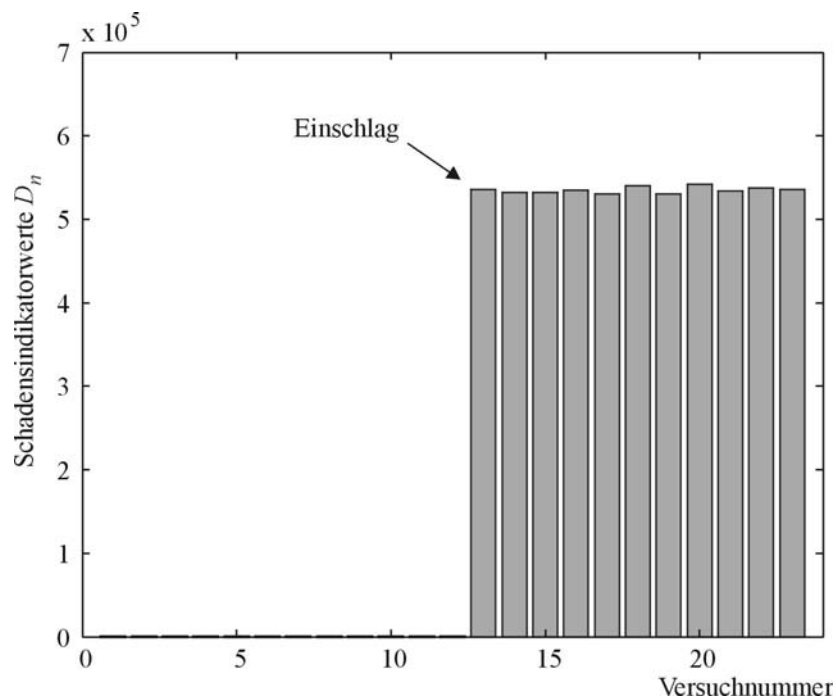


Bild 5.27: Ergebnis der Schadensdetektion

Nach der erfolgreichen Detektion des Einschlags bzw. des daraus resultierten Schadens soll dieser in einem zweiten Schritt lokalisiert werden. Hierzu kommt das in dieser Arbeit entwickelte und in Kapitel 4.5 beschriebene korrelationsbasierte Verfahren zum Einsatz. Nacheinander werden die 16 piezoelektrischen Elemente als Aktor geschaltet und die sich ausbreitende Welle von den umgebenden Sensoren gemessen. Aus Tabelle 5.1 ergeben sich mit Bild 5.26 die zugehörigen 66 Messpfade.



Tabelle 5.1: Zuordnung von Aktor-, Sensor- und Pfadnummer

Pfad	Aktor	Sensor	Pfad	Aktor	Sensor	Pfad	Aktor	Sensor
1	1	2	23	4	11	45	8	12
2	1	5	24	5	6	46	8	15
3	1	6	25	5	9	47	9	10
4	1	7	26	5	10	48	9	13
5	1	10	27	5	11	49	9	14
6	2	3	28	5	14	50	9	15
7	2	5	29	6	7	51	10	11
8	2	6	30	6	9	52	10	13
9	2	7	31	6	10	53	10	14
10	2	8	32	6	11	54	10	15
11	2	9	33	6	12	55	10	16
12	2	11	34	6	13	56	11	12
13	3	4	35	6	15	57	11	13
14	3	5	36	7	8	58	11	14
15	3	6	37	7	9	59	11	15
16	3	7	38	7	10	60	11	16
17	3	8	39	7	11	61	12	14
18	3	10	40	7	12	62	12	15
19	3	12	41	7	14	63	12	16
20	4	6	42	7	16	64	13	14
21	4	7	43	8	10	65	14	15
22	4	8	44	8	11	66	15	16

Die nach der Formel (4.35) berechneten Schadensindikatorwerte  $D_{km}$  steigen nach dem Einschlag von 3 J zwar an, eine Schadenslokalisierung ist jedoch für diese Schadensgröße noch nicht möglich.

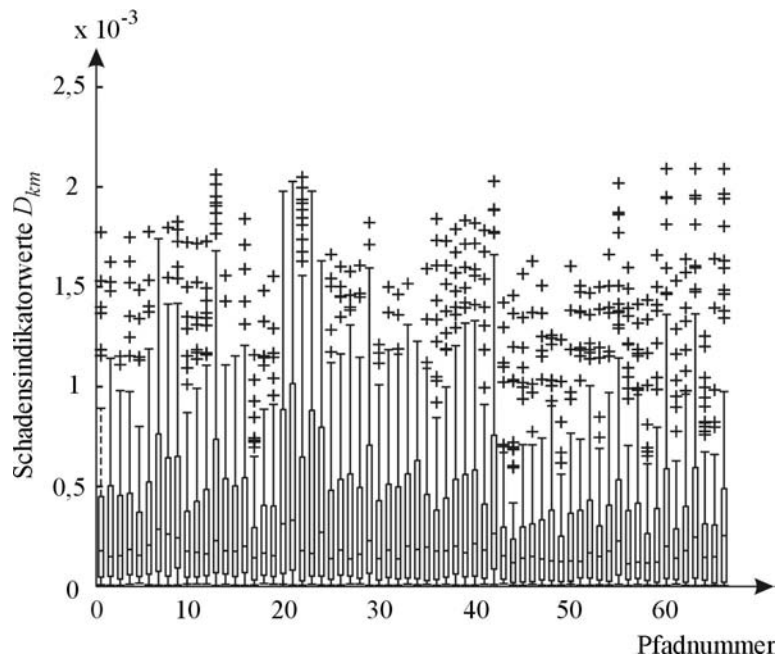


Bild 5.28: Schadensindikatorwerte vor dem Einbringen des Schadens

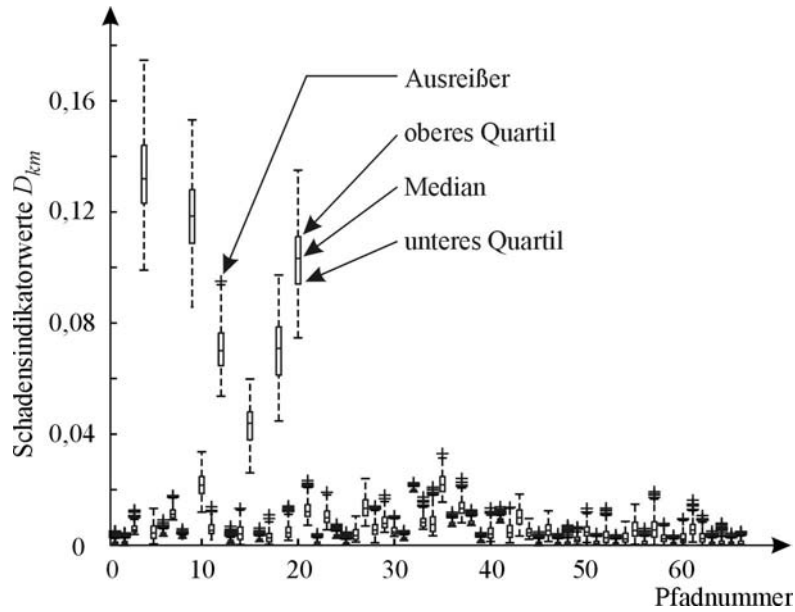


Bild 5.29: Schadensindikatorwerte nach dem Einbringen des Schadens

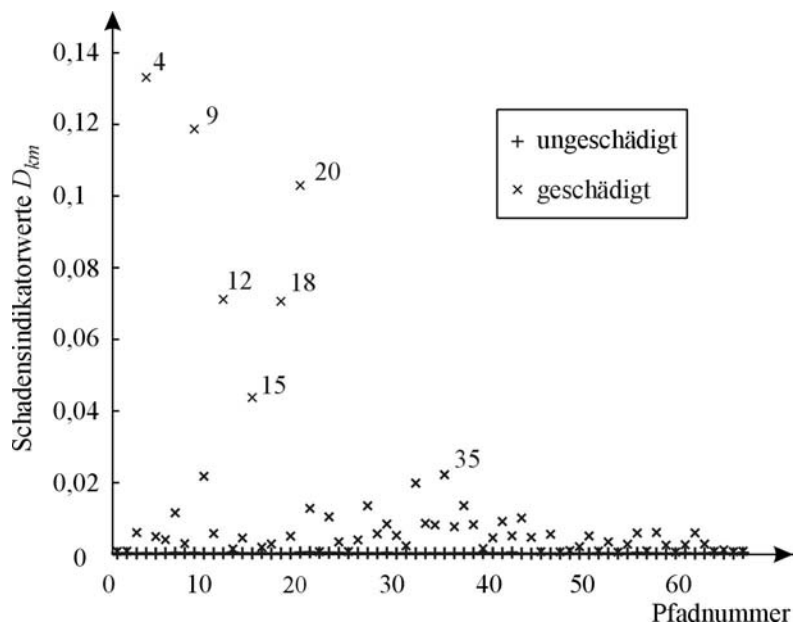


Bild 5.30: Schadensindikatorwerte vor und nach dem Einbringen des Schadens im Vergleich

Aus diesem Grund wird die Delaminationsfläche auf ca.  $7,5 \text{ cm}^2$  vergrößert und die Messung erneut durchgeführt. In Bild 5.28 bis Bild 5.30 sind die Schadensindikatorwerte aller 66 gemessenen Pfade vor und nach dem Schaden sowie im Vergleich dargestellt. Der Schaden ist nun groß genug, um einen Einfluss auf die Wellenausbreitung zu haben.

In einem zweiten Schritt erfolgt die Visualisierung des Schadensortes, die nach einem festen Algorithmus nach der Übergabe der berechneten Schadensindikatorwerte automatisch abläuft.

In den folgenden Bildern 5.31 bis 5.36 wird die Funktionsweise des entwickelten Algorithmus schrittweise erklärt. Zunächst wird die Struktur in relativ kleine quadratische Flächen eingeteilt. Der Messpfad 4 besitzt den höchsten Schadensindikatorwert und wird daher als erstes in Bild 5.31 eingezeichnet. Den zweitgrößten Schadensindikatorwert besitzt Messpfad 9, der ebenfalls in das Bild eingezeichnet wird. Für eine bessere Übersicht ist der neu hinzugenommene Messpfad immer als gestrichelte Linie dargestellt. Alle Flächen, die auf dem Schnittpunkt der beiden als geschädigt markierten Messpfade und in dessen Nähe liegen, werden grau eingefärbt. In Bild 5.31 sind dies die beiden Flächen, die an das Piezoelement 7 (vergl. Bild 5.26) angrenzen. In der linken Spalte der Bilder 5.31 bis 5.36 wird die Farbintensität alleine durch die Anzahl der kreuzenden und als geschädigt markierten Pfade bestimmt. In der rechten Spalte geht hingegen die Summe der Schadensindikatorwerte in die Darstellung ein.

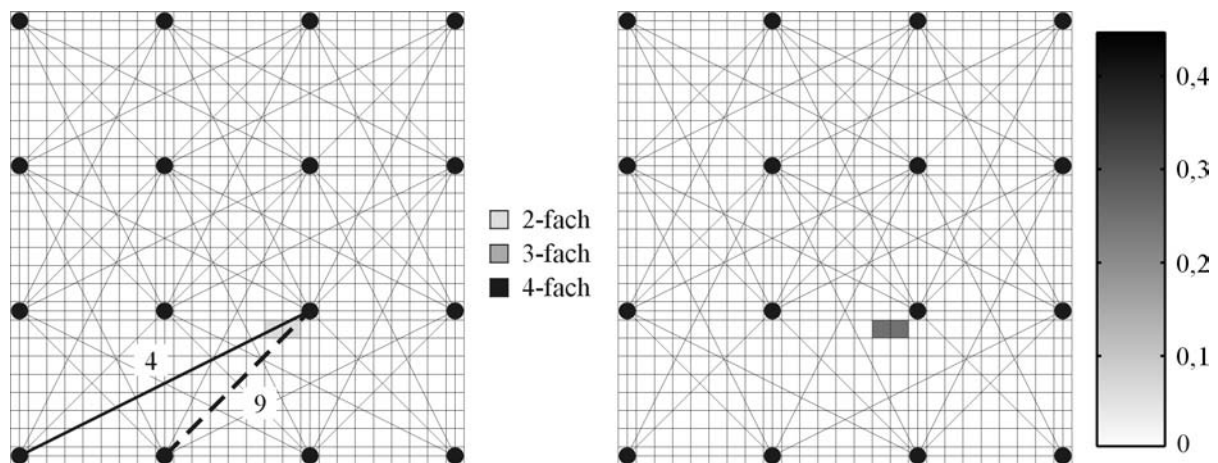


Bild 5.31: Algorithmus zur Bestimmung des Schadensortes

Der Messpfad 20 besitzt den dritthöchsten Schadensindikatorwert. Da in der Nähe der Schnittpunkte von Messpfad 20 und den bereits eingezeichneten Pfaden 4 und 9 noch ungeschädigt eingeordnete Pfade verlaufen, liefert dieser Messpfad zu diesem Zeitpunkt allerdings noch keinen Beitrag, vergleiche hierzu auch Bild 5.32.

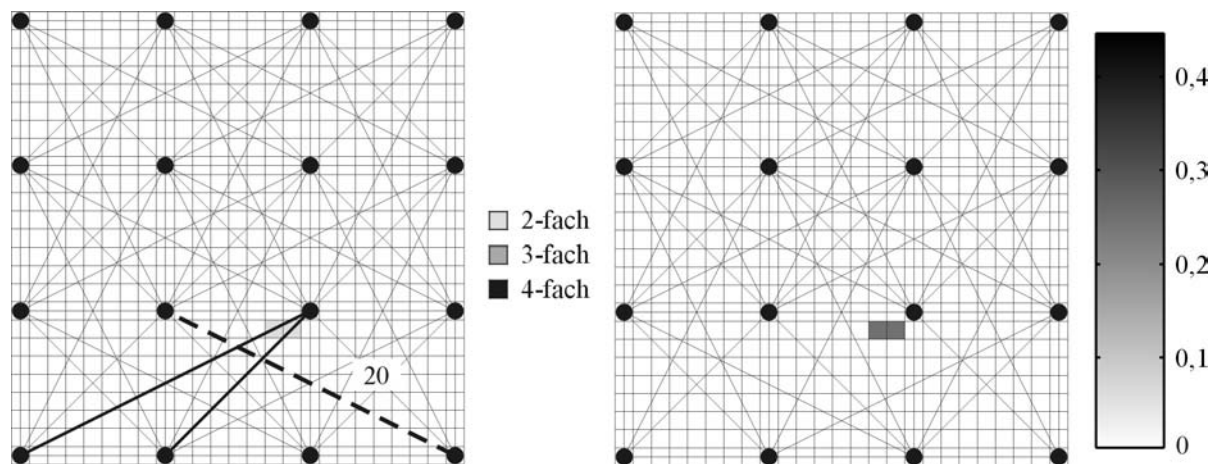


Bild 5.32: Algorithmus zur Bestimmung des Schadensortes

Den nächsthöchsten Schadensindikatorwert besitzt Messpfad 12. Da eine Fläche in der Nähe eines Schnittpunktes zwischen Messpfad 12 und einem bereits eingezeichneten Messpfad existiert, wird diese folglich grau eingefärbt, vergleiche hierzu auch Bild 5.33.

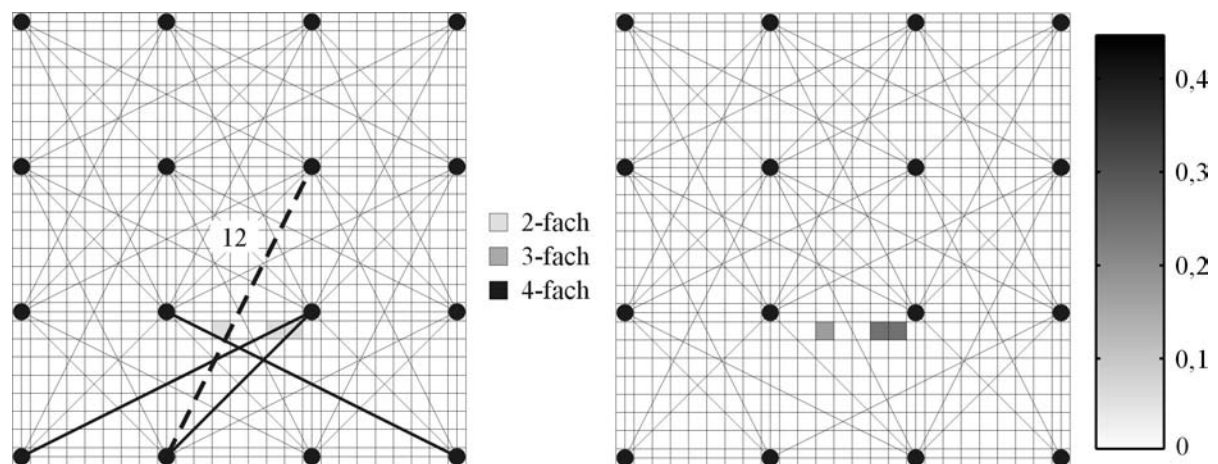


Bild 5.33: Algorithmus zur Bestimmung des Schadensortes

Der nächste Messpfad, der erscheint, ist Messpfad 18. Er liefert einen relativ großen Beitrag zur Visualisierung des Schadens. Das liegt daran, dass dieser Messpfad bis zu diesem Zeitpunkt als ungeschädigt markiert war und damit die Einfärbung einiger Flächen als nicht erfüllte aber notwendige Bedingung verhindert hat, vergleiche hierzu auch Bild 5.34.

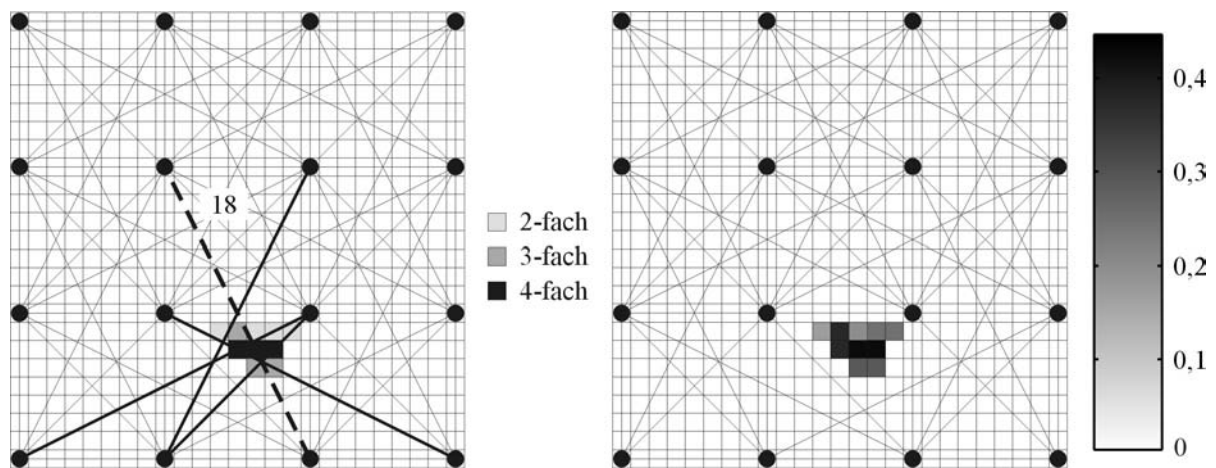


Bild 5.34: Algorithmus zur Bestimmung des Schadensortes

Durch die Berücksichtigung von Messpfad 15 wird die Schädigungsfläche noch einmal vergrößert, vergleiche hierzu auch Bild 5.35.

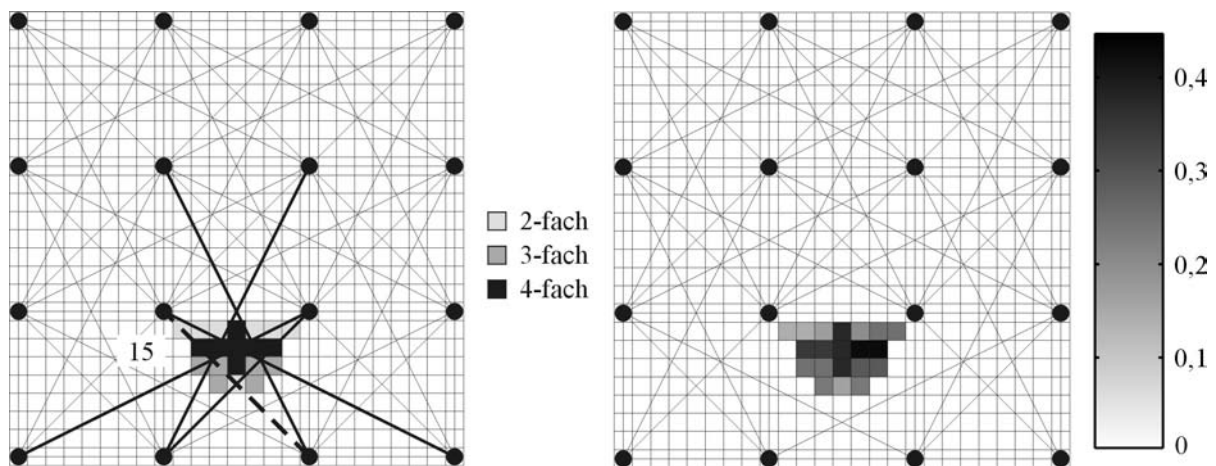


Bild 5.35: Algorithmus zur Bestimmung des Schadensortes

Der nächste und alle weiteren Messpfade liefern keinen Beitrag mehr für diesen Schadensort, sodass der Algorithmus an dieser Stelle abbricht. Bei größeren Strukturen und der Verwendung einer höheren Anzahl an piezoelektrischen Elementen ist es denkbar, den Algorithmus nach weiteren Schadensorten suchen zu lassen.

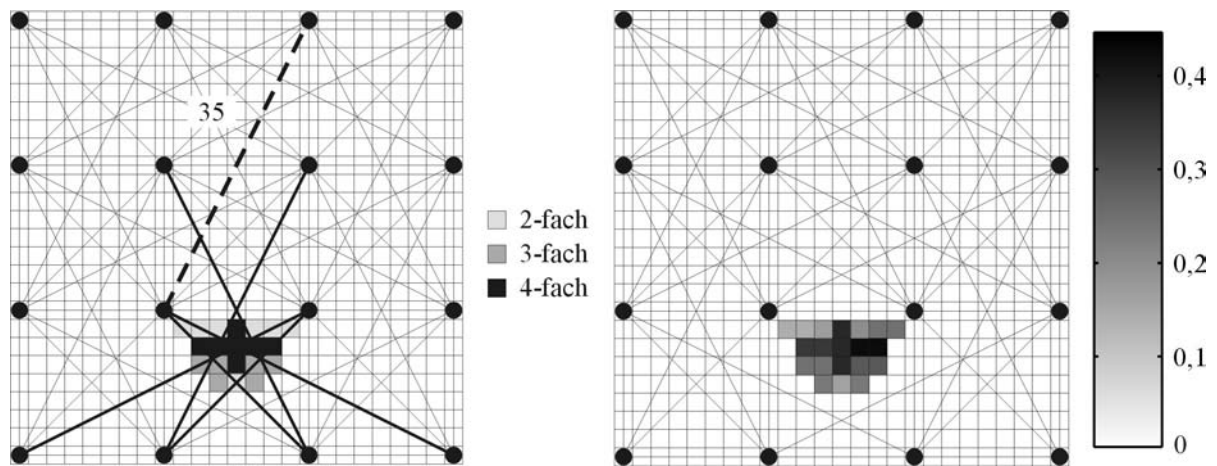


Bild 5.36: Algorithmus zur Bestimmung des Schadensortes

Das Bild 5.36 rechts stellt damit das Endergebnis dar und zeigt den Schaden an der richtigen Stelle an.

## 6 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Gegenstand der vorliegenden Dissertation ist die Entwicklung einer Intelligenten Struktur, die dem Anspruch gerecht wird, Schäden in einem frühen Schädigungszustand zu erkennen. Hierzu wird vorgeschlagen, *globale* und *lokale* Methoden für die Schadensdiagnose zu kombinieren, um die Leistungsfähigkeit dieser durch die Nutzung verfahrensbedingter Vorteile zu erhöhen. Außerdem werden beide Verfahren in mehreren Bereichen erweitert.

Das für die Schadensdetektion verwendete Verfahren ist in Kapitel 4.1 erläutert und basiert auf der Änderung der dynamischen Eigenschaften der Struktur. Um diese zu bestimmen, regt sich die Struktur mit Hilfe der permanent installierten Aktoren selbst zu globalen Schwingungen an. Wie in dem zugehörigen Kapitel über die experimentelle Durchführung beschrieben, handelt es sich dabei um eine breitbandige Anregung. Es wird ein Residuum gebildet, das komprimierte Messdaten eines Referenzzustandes mit den Daten der aktuellen Messung vergleicht. Die Veränderungen der Eigenfrequenzen und der Eigenformen gehen dabei in Form von sich ändernden Ausgangs-Kovarianzmatrizen in die Berechnungen ein, wobei sowohl die Frequenzen bzw. deren Veränderungen im unteren als auch im mittleren Frequenzbereich berücksichtigt werden. Nach Ansicht des Verfassers ist dies der Hauptgrund für die hohe Sensitivität des Verfahrens gegenüber den sich ändernden dynamischen Eigenschaften der Struktur. Diese ändern sich auf Grund eines Schadens, sind aber auch von den Randbedingungen, wie etwa der Lagerung, abhängig. Für die Schadensdetektion wird ein numerisches Modell der Struktur aufgebaut, das ohne eine entsprechende FE-Modellierung der Struktur nicht erlaubt, auf physikalische Parameter, wie etwa lokale Steifigkeiten, zurückzurechnen. Aus diesem Grund muss bei der Versuchsdurchführung darauf geachtet werden, dass die Versuche unter denselben Randbedingungen durchgeführt werden. Ändern sich die Randbedingungen führt dies unweigerlich zu einem Anstieg der Schadensindikatorwerte, obwohl unter Umständen kein Schaden vorliegt. Für den Einsatz eines *globalen* Verfahrens bei der Schadensdetektion spricht, dass in der Regel mit nur relativ wenigen Sensoren die gesamte Struktur überwacht werden kann.

In der Realität ist es nicht möglich, die Integrität eines Bauteils oder einer Struktur unter immer exakt denselben Bedingungen zu testen, d.h. die Schadensindikatorwerte werden, auch wenn keine Strukturschäden vorliegen, einer gewissen Streuung unterliegen. Bei der Analyse von Experimenten hat sich herausgestellt, dass die Verteilung der Indikatorwerte im ungeschädigten Zustand keiner bekannten Verteilungsfunktion zugeordnet werden kann. Aus die-

sem Grund wird die Verteilung der Extremwerte für die Berechnung einer Vertrauensgrenze herangezogen [WORDEN ET AL. 2000 UND CASTILLO ET AL. 2005]. Die hierzu notwendige Erweiterung des Detektionsalgorithmus ist in Kapitel 4.3 beschrieben und taucht bei der ARTEMIS Satellitenantenne als Anwendungsbeispiel auf. Bei der Analyse mehrerer Experimente hat sich herausgestellt, dass die Schadensindikatorwerte, insbesondere die der geschädigten Struktur oftmals Ausreißer nach unten wie nach oben enthalten. Dies liegt daran, dass die Residuenkovarianzmatrix aus den Residuen von Messungen an der ungeschädigten Struktur aufgebaut wird und damit das dynamische Verhalten der Struktur im ungeschädigten Zustand charakterisiert. Berücksichtigt man für die Auswertung dagegen nur die Extremwerte der Schadensindikatoren, wie dies bei der Extremwertstatistik der Fall ist, kann die Trennschärfe zwischen dem ungeschädigten und dem geschädigten Zustand noch erhöht werden, was im Sinne der Schadenfrüherkennung ist.

Die näherungsweise Kompensation des Temperatureinflusses auf die Höhe der Schadensindikatorwerte ist in Kapitel 4.2 vorgestellt. Zunächst wurde versucht, den Einfluss mit Hilfe eines einfachen mathematischen Modells, das sich aus dem Verhalten der Residuen bei unterschiedlichen Temperaturen ableitet, zu identifizieren. Leider führte dieser Ansatz nicht zu dem gewünschten Erfolg, was vermutlich daran liegt, dass kein solch einfacher Zusammenhang existiert. Aus diesem Grund wurde versucht, die Kompensation auf experimentellem Wege zu realisieren, was schließlich auch gelang. Hierzu wird in einem einmal zu durchfahrenen Temperaturzyklus die Referenzmatrix  $S$  für ein entsprechend gewähltes Temperaturraster bestimmt und in einer Datenbank hinterlegt. Die Schadensdetektion erfolgt dann unter Einbeziehung dieser Datenbank. Näheres ist in Kapitel 4.2 beschrieben. Ein Anwendungsbeispiel findet sich in Kapitel 5.3.

In Kapitel 4.4 wird der Detektionsalgorithmus um die Möglichkeit der Schadenslokalisierung erweitert. Voraussetzung dafür ist, dass ein FE-Modell der Struktur zur Verfügung steht. Der hohe Aufwand bei der Anpassung des Modells an die gemessenen Modaldaten, bzw. die Unmöglichkeit ein solches Modell zu erstellen wenn, wie dies oftmals der Fall ist, keine Modaldaten mehr zur Verfügung stehen, sprechen jedoch gegen diese Vorgehensweise, sodass diese Möglichkeit hier nur theoretisch behandelt und die Funktionsweise lediglich an einem Simulationsbeispiel erläutert wird.

Für die Schadenslokalisierung kommt ein *lokales* Verfahren auf der Basis der LAMB-Wellenausbreitung zum Einsatz. Die hierzu verwendeten Algorithmen sind in Kapitel 4.5 be-



schrieben. Die Tatsache, dass die sich ausbreitende LAMB-Welle bereits mit sehr kleinen Strukturschäden interagiert, kommt einer Schadenslokalisierung in einem frühen Schädigungszustand zu Gute. In Kapitel 5.4 ist das Anwendungsbeispiel der versteiften Aluminiumstruktur beschrieben. Um die Leistungsfähigkeit der drei vorgestellten Algorithmen vergleichend beurteilen zu können, werden die Stringer der Struktur schrittweise eingesägt und die dabei entstehenden Risse mit den drei Algorithmen lokalisiert. Anhand der Lokalisationsergebnisse lassen sich die verfahrenseigenen Vor- und Nachteile der Algorithmen ermitteln. Es hat sich herausgestellt, dass die energiebasierte und die korrelationsbasierte Formulierung des Schadensindikators ähnliche Ergebnisse liefern. Die korrelationsbasierte Formulierung bietet allerdings den Vorteil, dass die Größe der mit der Welle transportierten Energie nicht in die Auswertung eingeht. Bei der Versuchsdurchführung muss daher nicht auf eine exakt gleiche Verstärkereinstellung geachtet werden. In beiden Fällen wird der Riss an der tatsächlichen Stelle zwischen den beiden zugehörigen Sensoren angezeigt. Die Streuung der übrigen potenziellen Schadensorte ist gering. Als nachteilig hat sich bei diesen beiden Formulierungen dagegen, neben einer relativ groben, da nur zwischen zwei Sensoren möglichen Lokalisation, der schnelle Abfall der Schadensindikatorwerte nach dem Riss herausgestellt. Eine entsprechende FE-Modellierung eines Stringers auf einer Grundplatte kommt zu demselben Ergebnis. Der schnelle Abfall der Indikatorwerte ist auf die Beugung und die Reflexion der sich ebenfalls in der Grundplatte ausbreitenden Welle zurückzuführen. Bei der Auswertung ähnlicher Versuche an einzelnen Stringern tritt dieser Effekt dagegen nicht bzw. nicht so stark auf. Eine Abschätzung auf der Basis der durchgeführten Experimente ergibt, dass man bei dieser Anwendung und Geometrie für die Sensoren einen maximalen Abstand von einem halben Meter wählen muss. Damit ist sichergestellt, dass Risse bei Verwendung von LAMB-Wellen mit Wellenlängen im Zentimeterbereich ab einer Länge von 4 mm in jedem Fall zuverlässig lokalisiert werden können.

Bei der hüllkurvenbasierten Schadenserkennung wird die an einem möglichen Schaden reflektierte Welle zur Bestimmung des Schadensortes benutzt, ähnlich wie dies bei der klassischen Ultraschallprüfung der Fall ist. Der Schadensort lässt sich dadurch wesentlich genauer bestimmen. Von Nachteil ist jedoch, dass die Risse zunächst unbeobachtet wachsen, bis sie eine, im Sinne einer erfolgreichen Lokalisation, kritische Mindestrisslänge von in diesem Anwendungsfall 10 mm überwunden haben. Zur Erinnerung: Bei den beiden zuvor betrachteten Formulierungen war eine zuverlässige Risslokalisierung bereits ab einer Risslänge von 4 mm und damit deutlich früher möglich. Der Grund hierfür ist, dass die an dem Riss reflek-

tierte Welle erst bei längeren Rissen einen ausreichend großen Anteil der ursprünglichen Welle ausmacht und anhand der gemessenen elektrischen Sensorsignale identifiziert werden kann. Ein weiteres Manko stellt die Interaktion der an dem Schaden reflektierten Welle mit anderen, zum Beispiel an den Bauteilkanten reflektierten Wellen, dar. Dies führt zu Schwierigkeiten bei der späteren Auswertung und trifft bei der versteiften Aluminiumstruktur für ungefähr 50 % der potenziellen Schadensorte zu. In der Praxis werden natürlich geschlossene Rumpfstrukturen untersucht, sodass in diesem Sinne keine Bauteilkanten mehr vorhanden sind. Eine Herausforderung für dieses Verfahren stellen dann eher die Reflexionen an den zahlreichen Nieten und Verstärkungsblechen dar.

In dem in Kapitel 5.5 vorgestellten Anwendungsbeispiel wird die korrelationsbasierte Formulierung des Schadensindikators für die Schadensdiagnose an einer GFK-Platte genutzt. Bei der Bestimmung des Schadensortes kommt ein neuer Lokalisationsalgorithmus zum Einsatz, der, mit dem größten Schadensindikatorwert beginnend, den Schadensort sukzessive eingrenzt und die Höhe der Schadenindikatorwerte bei der Visualisierung des Schadens berücksichtigt.

Wann werden die in dieser und anderen Arbeiten auf dem Gebiet des SHM entwickelten Verfahren und Konzepte in der Praxis eingesetzt? Wie genau sieht dann der Einsatz aus und wo besteht weiterer Forschungsbedarf? So oder so ähnlich könnten die zentralen Fragen lauten, die es in den nächsten Jahren zu beantworten gilt. Zunächst lässt sich dazu sagen, dass das Gebiet des SHM in den letzten Jahren einen regelrechten Boom erlebt hat. Unter anderem haben führende Flugzeughersteller dieses Gebiet und das Potenzial, das in ihm steckt, für sich entdeckt und erhoffen sich durch den Einsatz solcher Verfahren einen Wettbewerbsvorteil erarbeiten zu können. Bis es soweit ist müssen jedoch nicht nur technische Probleme bei der Implementierung aus dem Wege geräumt, sondern auch noch viel Überzeugungsarbeit geleistet werden. Der gangbarste Weg erscheint daher, SHM Verfahren zunächst parallel zu den bisher durchgeführten Inspektionen einzusetzen und auch nur in ausgewählten Bereichen, die sehr wartungsintensiv und schlecht zugänglich sind, sodass der Nutzen einer automatisierten Überwachung hier entsprechend groß ist. Durch den parallelen Einsatz lassen sich außerdem Erfahrungen sammeln, die auch im Hinblick auf eine spätere Abnahme sehr wichtig sind. In jedem Fall ist eine weitere Automatisierung der Verfahren notwendig, die es auch Personal ohne detaillierte Fachkenntnisse erlaubt, solche Tests durchzuführen.

Neben den Verfahren und Konzepten stellt die Entwicklung entsprechender Sensoren, die einen gesamten Produktlebenszyklus halten, eine hohe Herausforderung dar. Die Sensoren müssen Hitze, Kälte und, entsprechend geschützt, auch chemischen Angriffen standhalten und zuverlässige Messsignale liefern. Auch hier muss der Einsatz sicherlich in mehreren Entwicklungsstufen vollzogen werden, beginnend mit auf die Struktur applizierten Sensoren bis hin zu in die Struktur integrierten, drahtlosen Sensoren, die die Messsignale per Funk übertragen.

## 7 LITERATURVERZEICHNIS

ACHENBACH; J. D., 1984: *Wave Propagation in Elastic Solids*, New York, North-Holland.

AKAIKE, H., 1974: *Stochastic Theory of Minimal Realizations*, *IEEE Transactions Autom. Control*, 19. Jg., S. 667-674.

ALLEMANG, R. J. UND D. L. BROWN, 1993: *Experimental Modal Analysis*, In: *Handbook on Experimental Mechanics*, Society for Experimental Mechanics, S. 635-750.

ALTENBACH, H.; ALTENBACH, J. UND R. ROLANDS, 1996: *Einführung in die Mechanik der Laminat- und Sandwichtragwerke*, Stuttgart, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie.

AULD, B. A., 1990: *Acoustic Fields and Waves in Solids*, 2.Ausgabe, 1. und 2.Jg., Malabar, Kreiger.

BALAGEAS, D.; FRITZEN, C.-P. UND A. GÜEMES, 2006: *Structural Health Monitoring*, Hermes Science Publishing.

BASSEVILLE, M.; BENVENISTE, A.; GOURSAT, M.; HERMANS, L.; MEVEL, L. UND H. VAN DER AUWERAER, 2001: *Output-Only Modal Subspace-Based Structural Identification : From Theory to Industrial Testing Practice*, In: *Journal of Dynamics, Measurement and Control*, Transactions ASME, 123.Jg., S. 668-676.

BARTON, J. M.; HOLFORD, K. M.; OSTACHOWICZ, W. UND A. ZAK, 2005: *Proceedings of the 6th International Conference on Damage Assessment of Structures (DAMAS 2005)*, Gdansk, Polen, Trans Tech Publications Ltd..

BATHE, K.-J., 1986: *Finite-Elemente-Methoden*, Berlin, Göttingen, Heidelberg, Springer Verlag.

BECKER, W. UND D. GROSS, 2002: *Mechanik elastischer Körper und Strukturen*, Springer-Verlag.

BERGER, U. UND H. BAIER: 2004: *Experimental and Analytical Investigations in Structural Health Monitoring with Lamb-Waves*, In: *Proceedings of the Second European Workshop on Structural Health Monitoring*, Forum am Deutschen Museum, München, Deutschland, DE-Stech Publications, S. 1001-1008.

- BOHLE, K., 2005: *Sensitivitätsbasierte Methoden zur modellgestützten Schadensdiagnose mit Modaldaten*, Shaker Verlag.
- BOLLER, C., 2000: *Ways and Options for Aircraft Structural Health Management*, Aus: *Proceedings of European Cost F3 Conference on System Identification & Structural Health Monitoring*, Madrid, I. Jg., S. 71-82.
- BRINCKER, R.; ZHANG, L. UND P. ANDERSON, 2000: *Modal Identification of Output-Only Systems Using Frequency Domain Decomposition*, Aus: *European COST Conference on System Identification & Structural Health Monitoring*, Madrid, Spanien, S. 273-282.
- BUDELMANN, H.; HARIRI, K.; JACOB, A.; JANNSEN, B.; SCHNEIDER, G. UND J. WICHMANN, 2001: *Detection and Localization of Fractures in Tendons by Means of Electromagnetic Resonance Measurements*, Aus: *Proceedings of the 3rd International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford University, CA, USA, S. 1333-1342.
- BURG, K.; HAF, H. UND F. WILLE, 1992: *Höhere Mathematik für Ingenieure, Band II Lineare Algebra*, Stuttgart, Teubner Verlag.
- CASTILLO, E.; HADI, A. S.; BALAKRISHNAN, N. UND J. M. SARABIA, 2005: *Extreme Value and Related Models with Applications in Engineering and Science*, Wiley.
- CHANG, F.-K. (HRSG.), 1997: *Structural Health Monitoring, the Current Status and Future Perspectives*, *Proceedings of the First International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford, CA, USA, Technomic Publishing.
- CHANG, F.-K. (HRSG.), 1999: *Structural Health Monitoring-2000, Proceedings of the Second International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford, CA, USA, Technomic Publishing.
- CHANG, F.-K. (HRSG.), 2001: *Structural Health Monitoring, The Demand and Challenges*, *Proceedings of the Third International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford, CA, USA, Technomic Publishing.
- CHANG, F.-K. (HRSG.), 2003: *Structural Health Monitoring, From Diagnostics & Prognostics To Structural Health Monitoring*, *Proceedings of the Fourth International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford, CA, USA, DEStech Publications.

- CHANG, F.-K. (HRSG.), 2005: *Structural Health Monitoring, Advancements and Challenges for Implementation, Proceedings of the Fifth International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford, CA, USA, DEStech Publications.
- CREMER, L. UND M. HECKL, 1996: *Körperschall*, Berlin, Heidelberg, New York, Springer Verlag.
- Dulieu-Barton, J. M.; Brennan; M. J., Holford, K. M. und K. Worden, 2003: *Proceedings of the 5th International Conference on Damage Assessment of Structures (DAMAS 2003)*, Southampton, UK, Key Engineering Materials.
- FASANA, A.; GARIBALDI, L.; MARCHESIELLO, S. UND S. SORRENTINO, 2001: *An Error Estimate for CVA, Damage Assessment of Structures*, Aus: *Proceedings of the 4th Int. Conf. On Damage Assessment of Structures*, Cardiff, Wales, UK, Trans Tech Publications, 204-205 Jg., S. 261-270.
- FOX, R.L. UND M. P. KAPOOR, 1968: *Rates of Changes of Eigenvalues and Eigenvectors*, In: *AIAA Journal*, 6. Jg., S. 2426-2429.
- FINK, M. UND C. PRADA, 2001: *Acoustic time-reversal mirrors*, In: *Inverse Problems*, 17. Jg., S. R1-R38(1), Institute of Physics Publishing.
- FINK, M.; CASSEREAU, D.; DERODE, A.; PRADA, C.; ROUX, P.; TANTER, M.; TOMAS, J.-L. UND F. WU, 2000: *Time-reversed acoustics*, In: *Reports on Progress in Physics*, 63. Jg., S. 1933-1995.
- FRISWELL, M. I. UND J. E. MOTTERSHEAD, 1995: *Finite Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publishers.
- FRITZEN, C.-P. UND K. BOHLE, 1999: *Modellgestützte Diagnose von Schädigungen in Tragwerken- eine Anwendung auf eine Autobahnbrücke*, VDI-Berichte Nr. 1466, VDI-Verlag.
- FRITZEN, C.-P. UND G. MENGELKAMP, 2002A: *Detection of Delaminations in Composite Materials Using a Smart Structure Concept*, *Proceedings of the First European Workshop on Structural Health Monitoring*, Paris, Frankreich, S. 237-244.
- FRITZEN, C.-P.; MENGELKAMP, G. UND A. GÜEMES, 2002B: *A CFRP Plate with Piezo-Electric Actuators and Sensors as Self-Diagnostic Intelligent Structure*, *Proceedings of ISMA*, Leuven, Belgien, S. 185-191.

FRITZEN, C.-P.; MENGELKAMP, G.; DIETRICH, G.; RICHTER, W.; CUERNO, C.; LOPEZ-DIEZ, J. UND A. GÜEMES, 2004: *Structural Health Monitoring of the ARTEMIS Satellite Antenna using a Smart Structure Concept, Proceedings of the Second European Workshop on Structural Health Monitoring*, München, S. 1075-1082.

FRITZEN, C.-P. UND G. MENGELKAMP, 2005: *In-Situ Damage Detection and Localisation in Stiffened Structures, Proceedings Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference*, Orlando, Florida, USA, CD.

FRITZEN, C.-P.; MENGELKAMP, G. UND A. GÜEMES, 2003A: *Elimination of Temperature Effects on Damage Detection within a Smart Structure Concept*, In: *Proceedings of the 4th International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford, CA, USA, S. 1530-1538.

FRITZEN, C.-P.; MENGELKAMP, G. UND A. GÜEMES, 2003B: *Detection of Small Delaminations in a CFRP Plate by Vibration-Based Structural Health Monitoring*, In: *American Society for Composites (Hrsg.): Proceedings of the 14th International Conference on Composite Materials*, San Diego, CA, USA, S. 110-121.

FRITZEN, C.-P. UND G. MENGELKAMP, 2003C: *Schwingungsbasierte Diagnose von Delaminationen in einer CFK-Struktur mit Hilfe piezoelektrischer Aktoren und Sensoren*, VDI-Berichte Nr. 1788, S. 119-133, VDI-Verlag.

GARNETT, S. J.; SODANO, H.; PARK, G. UND D. INMAN, 2005: *Impedance-Based Structural Health Monitoring to Detect Corrosion*, Aus: *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference*, Orlando, Florida, USA, CD.

GILCHRIST, M. D.; DULIEU-BARTON, J. M. UND K. WORDEN (HRSG.), 1999: *Damage Assessment of Structures, Proceeding of the International Conference DAMAS 99*, Dublin, Ireland, Key Engineering Materials 167-168 Jg., Trans Tech Publications.

HAHN, H. G., 1975: *Methode der Finiten Elemente in der Festigkeitslehre*, Frankfurt am Main, Akademische Verlagsgesellschaft.

HAHN, S. L., 1996: *Hilbert Transforms in Signal Processing*, Boston, London, Artech House.

HERING, E.; MARTIN, R. UND M. STOHRER, 1997: *Physik für Ingenieure*, Berlin, Heidelberg, New York, Springer Verlag.

- HOFFMANN, R., 1998: *Signalanalyse und -erkennung – Eine Einführung für Informationstechniker*, (Springer Verlag).
- HOLFORD, K. M.; BRANDON, J. A.; DULIEU-BARTON, J. M.; GILCHRIST, M. D. UND K. WORDEN (HRSG.), 2001: *Proceedings of the 4th International Conference on Damage Assessment of Structures (DAMAS 2001)*, Cardiff, Wales, Trans Tech Publications Ltd..
- HOLROYD, T., 2001: *The Acoustic Emission and Ultrasonic Monitoring Handbook*, Coxmoor Publishing Company, Oxford, UK.
- IEEE 1984: *An American National Standard: IEEE Standard on Piezoelectricity*, Transactions on Sonics and Ultrasonics, SU-31, Pt. 2(2), S. 1-55.
- IP, K. H.; TSE, P. W. UND H. Y. TAM, 2004: *Extraction of patch-induced Lamb waves using a wavelet transform*, In: *Smart Materials and Structures*, 13. Jg., S. 861-872.
- JENNEWEIN, D., 1998: *Beitrag zur Verfahrensoptimierung bei der modellgestützten Schadensdiagnose an passiven und aktiven elastomechanischen Strukturen*, VDI Reihe 11, Nr. 276, VDI Verlag.
- JOHNSON, T. J. UND D. E. ADAMS, 2002A: *Transmissibility as a Differential Indicator of Structural Damage*, *Journal of Vibration and Acoustics*, In: *Transactions of the ASME*, 124. Jg., S. 634-641.
- JOHNSON, T. J. UND D. E. ADAMS 2002B: *An Analytical and Experimental Study to Assess Structural Damage and Integrity Using Dynamic Transmissibility*, Aus: *Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference*, Los Angeles, CA, USA, CD.
- JUANG, J.-N., 1994: *Applied System Identification*, Prentice Hall.
- KHEMIRI, N.; ANGELIDIS, N. UND P. E. IRVING, 2001: *Self Sensing of Delamination Damage in Composite Materials Using Electric Potential Techniques*, Aus: *Proceeding of the 3rd International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford University, CA, USA, S. 1301-1310.
- KLEIN, U. UND G. STOCKMANN, 2003: *Maschinendiagnose zwischen Euphorie, Skepsis und Realismus*, Aus: *VDI-Schwingungstagung 2003, VDI-Berichte 1788*, Magdeburg, VDI-Verlag, S. 1-28.



- KOBAYASHI, A. S., 1993: *Handbook on Experimental Mechanics*, Society for Experimental Mechanics.
- KONSTANTINIDIS, G.; WILCOX, P. UND B. DRINKWATER, 2005: *Damage Detection Using a Distributed Array of Guided Wave Sensors*, Aus: *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference*, Orlando, Florida, USA, CD.
- LEMISTRE, M.; MARTINEZ, D. UND D. BALAGEAS, 2000: *Electromagnetic Structural Health Monitoring for Carbon Epoxy Multilayer Material*, Aus: *Proceedings of the European Conference on System Identification and Structural Health Monitoring*, Madrid, Spain, 2000, S. 687-695.
- LINK, M. 1989: *Finite Elemente in der Statik und Dynamik*, Stuttgart, Teubner Verlag.
- MACKERLE, J. UND C. BREBBIA, 1988: *The boundary element reference book*, Southampton, Boston, Berlin, Computational Mechanics Publications.
- MALLET, L.; LEE, B. C.; STASZEWSKI, W. J. UND F. SCARPA, 2004: *Structural health monitoring using scanning laser vibrometry: II. Lamb waves for damage detection*, In: *Smart Materials and Structures*, 13. Jg., S. 261-269.
- MENGELKAMP, G. UND C.-P. FRITZEN, 2005: *Multi-Scale Structural Health Monitoring in Stiffened Structures*, In: *Proceedings of the 5th International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford, CA, S. 937-944.
- MENGELKAMP, G. UND C.-P. FRITZEN, 2006: *Combination of global and local methods for Structural Health Monitoring*, *Proceedings of the 14th International Modal Analysis Conference*, St. Louis, Missouri, USA, CD.
- MOOK, G.; POHL, J. UND F. MICHEL, 2003: *Non-destructive characterization of smart CFRP structures*, In: *Smart Materials and Structures*, 12. Jg., S. 997-1004.
- MOTTERSHEAD, J. E., 1998A: *On the Zeros of Structural Frequency Response Functions and their Sensitivities*, In: *Mechanical Systems and Signal Processing*, 12(5) Jg., S. 591-597.
- MOTTERSHEAD, J. E., 1998B: *On the Zeros of Structural Frequency Response Functions and their Application to Model Assessment and Updating*, Aus: *Proceeding of the 16<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference*, S. 500-503.

- MÜLLER, P. C. UND W. O. SCHIEHLEN, 1976: *Lineare Schwingungen*, Wiesbaden, Akademische Verlagsgesellschaft.
- MURAVIN, G., 2000: *Inspection, Diagnostics and Monitoring of Construction Materials and Structures by the Acoustic Emission Methods*, Minerva Press, London, UK.
- NATKE, H. G. UND C. CEMPEL, 1997: *Model-Aided Diagnosis of Mechanical Systems*, Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag.
- NAUERZ, A. UND C.-P. FRITZEN, 2001: *Model Based Damage Detection Using Output Spectral Densities, Journal of Dynamical Systems, Measurement and Control*, In: *Transactions of the ASME*, 123. Jg., S. 691-699.
- NELSON, R. B., 1976: *Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives* In: *AIAA Journal*, 14. Jg., S. 1201-1205.
- OELJEKLAUS, M., 1998: Ein Beitrag zur Systemidentifikation: *Das Projektive Eingangsgrößenverfahren und das Regularisierte Ausgangsgrößenverfahren im Frequenzbereich für unvollständige Messungen*, Habilitationsschrift, Curt-Risch-Institut, Univ. Hannover.
- OTTE, D.; VAN DER AUWERAER H. UND J. LEURIDAN, 1992: *The Use of Multivariate Correlation Techniques for Vibro-Acoustic Experimental Data Analysis*, In: *Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Seminar on Modal Analysis*, Leuven, Belgien.
- PAGET, C. A.; GRONDEL, S.; LEVIN K. UND C. DELEBARRE, 2003: *Damage assessment in composites by Lamb waves and wavelet coefficients*, In: *Smart Materials and Structures*, 12. Jg., S. 393-402.
- PARK, J.; UND F.-K. CHANG, 2003: *Built-In Detection of Impact Damage in Multi-Layered Thick Composite Structures*, Aus: *Proceedings of the 4th International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford, CA, USA, DEStech Publications, S. 1391-1398.
- PEAIRS, D. M.; PARK, G. UND D. J. INMAN, 2004: *Improving Accessibility of the Impedance-based Structural Health Monitoring Method*, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 15(2) Jrg., S. 129-139.
- PEAIRS, D. M., 2005: *Development of a Self-Sensing and Self Healing Bolted Joint*, Master Thesis, Veröffentlichung im Internet.

PEETERS, B. UND G. DE ROECK, 2001: *Stochastic System Identification for Operational Modal Analysis: A Review*, In: *Journal of Dynamics, Measurement and Control*, Transactions ASME, 123. Jg., S. 659-667.

PEETERS, B. UND G. DE ROECK, 1999: *Reference-Based Stochastic Subspace-Identification for Output-Only Modal Analysis*, In: *Mechanical Systems and Signal Processing*, 12(6) Jg., S. 855-878.

POHL, J.; HEROLD, S.; MOOK, G. UND F. MICHEL, 2001: *Damage detection in smart CFRP composites using impedance spectroscopy*, In: *Smart Materials and Structures*, 10. Jg., S. 834-842.

PULLIN, R.; CARTER, D. C. UND K. M. HOLFORD, 1999: *Damage Assessment in Steel Bridges*, Aus: *Proceedings of the 2nd Conference on Damage Assessment of Structures*, Dublin, Ireland, Key Engineering Materials 167.-168. Jg., Trans Tech Publications, S. 335-342.

REX, D., 1996: *Wird es eng im Weltraum? – Die mögliche Überfüllung erdnaheer Umlaufbahnen durch die Raumfahrt*, Aus: *Carolo-Wilhelmina Mitteilungen II*.

ROSE, J. L., 1999: *Ultrasonic Waves in Solid Media*, Cambridge, Cambridge University Press.

SCHARR, G., 1984: *Messung der Elastizitätszahlen und Wärmeausdehnungskoeffizienten von faserverstärkten Kunststoffen*, Dissertation, RWTH Aachen, Fotodruck J. Mainz GmbH.

SCHMIDT, H.-J.; TELGKAMP, J. UND B. SCHMIDT-BRANDECKER, 2004: *Application of Structural Health Monitoring to Improve Efficiency of Aircraft Structure*, In: *Proceedings of the Second European Workshop on Structural Health Monitoring*, Forum am Deutschen Museum, München, Deutschland, DEStech Publications, S. 11-18.

SCHÜLER, R.; JOSHI, S. P. UND K. SCHULTE, 2001: *Damage Detection in CFRP by Electric Conductivity Mapping*, In: *Computer Science and Technology*, 61. Jg., S. 921-930.

SCHWARZ, H. R., 1980: *Methode der Finiten Elemente*, Stuttgart, Teubner Verlag.

SCHWETLICK, H. UND H. KRETZSCHMAR, 1991: *Numerische Verfahren für Naturwissenschaftler und Ingenieure*, Leipzig, Fachbuchverlag Leipzig.

SCOTT, I. G., 1991: *Basic Acoustic Emission*, New York, Gordon and Breach Science Publishers.

SMITH, G., 1985: *Numerical solution of partial differential equations: finite difference method*, Aus: *Oxford Mathematics and Computing Science Series*, Oxford, Clarendon Press.

SOHN, H.; PARK G.; WAIT, J. R.; LIMBACK, N. P. UND C. R. FARRAR, 2004: *Wavelet-based active sensing for delamination detection in composite structures*, In: *Smart Materials and Structures*, 13. Jg., S. 153-160.

SOHN, H.; PARK, H.; LAW, K. H. UND C. R. FARRAR, 2005: *Instantaneous Online Monitoring of Unmanned Aerial Vehicles without Baseline Signals*, Aus: *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference*, Orlando, Florida, USA, CD.

STASZEWSKI, W.; BOLLER, C. UND G. TOMLINSON, 2004A: *Health Monitoring of Aerospace Structure*, Wiley.

STASZEWSKI, W.J.; LEE, B. C.; MALLET, L. UND F. SCARPA, 2004B: *Structural health monitoring using scanning laser vibrometry: I. Lamb wave sensing*, In: *Smart Materials and Structures*, 13. Jg., S. 251-260.

SURESH, S., 2003: *Fatigue of Materials*, Cambridge University Press.

TUA, P. S.; QUEK S. T. UND Q. WANG, 2004: *Detection of cracks in plates using piezo-actuated Lamb waves*, In: *Smart Materials and Structures*, 13. Jg., S. 643-660.

TZOU, H., 1993: *Piezoelectric Shells*, Kluwer Academic Publishing.

UNBEHAUEN, H., 1983: *Regelungstechnik II*, Braunschweig, Wiesbaden, Vieweg.

VALDÉS, S. H. D. UND C. SOUTIS, 2001: *A Structural Health Monitoring System for laminated composites*, In: *Proceedings of the ASME 2001*, Pittsburgh, PA, S. 1-9.

WÖHLER, A., 1860: *Versuche über die auf die Eisenbahnwagen-Achsen einwirkenden Kräfte und der Widerstandsfähigkeit der Wagen-Achsen* In: *Zeitschrift für Bauwesen*, 10. Jg., S. 583-616.

WORDEN, K., G. MANSON UND N. J. FIELLER, 2000: *Damage Detection Using Outlier Analysis*, *Journal of Sound and Vibration*, 229. Jg., S. 647-667.

YAN, A.; GOLINVAL, J.-C. UND F. MARIN, 2005: *Fault Detection Algorithm based on Null-Space Analysis for On-Line Structural Health Monitoring*, Aus: *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference*, Orlando, Florida, USA, CD.