

# DigiMath4Edu Band 1

**Einblicke in die unterrichtspraktische  
Umsetzung an den Projektschulen**

**In Kooperation mit:**

Jung-Stilling Grundschule Siegen  
Sekundarschule Olpe/Drolshagen  
Bertha-von-Suttner Gesamtschule Siegen  
Gymnasium der Stadt Lennestadt  
Rivius Gymnasium Attendorn



# DigiMath4Edu Band 1

Einblicke in die unterrichtspraktische  
Umsetzung an den Projektschulen

**Universität Siegen - Didaktik der Mathematik**

**In Kooperation mit:**

Jung-Stilling Grundschule Siegen

Sekundarschule Olpe/Drolshagen

Bertha-von-Suttner Gesamtschule Siegen

Gymnasium der Stadt Lennestadt

Rivius Gymnasium Attendorn

**Sieger Beiträge zum Mathematikunterricht**



# DigiMath4Edu - Unterrichtsskizzen & Materialien



Südwestfalen  
Regionale 2025

Digital, nachhaltig, authentisch - in ganz Südwestfalen werden Ideen gesucht, die diese „DNA“ in sich tragen. DigiMath4Edu ist als erstes Projekt vollständig ausgezeichnet worden und gestartet.

Ministerium für  
Schule und Bildung  
des Landes Nordrhein-Westfalen



Ministerium für  
Kultur und Wissenschaft  
des Landes Nordrhein-Westfalen



Bezirksregierung  
Arnsberg



**nt** Naturwissenschaftlich-  
Technische Fakultät

**DigiMath 4 Edu**

**KEMPER**  
FORTSCHRITT MACHEN



**EMG**

**Mubea**  
light.efficient.global.

**MENNEKES**  
MY POWER CONNECTION

**VETTER**  
Holding AG

**IHK**

SÜDWESTFALEN  
**REGIONALE**  
2025

**KIRCHHOFF**  
AUTOMOTIVE

**LEWA Attendorn**  
TECHNOLOGY IN MOTION

**AGV**

**AGV**  
OLPE

**DANGO & DIENENTHAL**  
BETTER VALUES.



**viega**

**SIEGENIA**  
brings spaces to life

Sparkasse Attendorn Lennestadt Kirchhundem  
Sparkasse Olpe Drolshagen Wenden  
Sparkasse Siegen

**HENSEL**


mit uns technisch überlegen

Die in diesem Band enthaltenen Unterrichtsskizzen sind im Rahmen des Südwestfalen Regionale 2025 Projekts DigiMath4Edu an den teilnehmenden Schulen des Jahres 2021/2022 entstanden.

Die hier abgedruckten Unterrichtsskizzen sind ein Produkt der engen Zusammenarbeit der teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrer und der Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten. Sie orientieren sich am Kernlehrplan NRW. Die beratenden Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Didaktik der Mathematik der Universität Siegen unter der Leitung des Direktors Herrn Prof. Dr. Ingo Witzke forschen innerhalb des Projekts und veröffentlichen Ihre Ergebnisse in entsprechenden wissenschaftlichen Zusammenhängen. Die hier vorhandenen Unterrichtsskizzen sind eine Auswahl aus den innerhalb des Projekts entwickelten Unterrichtsentwürfen der Lehrerinnen und Lehrer der teilnehmenden Schulen. Neben den knapp 100 Stunden pro Woche, die die Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten investieren, umfasst das Projekt einige weitere Strukturmerkmale, wie ein ausgiebiges Fortbildungsprogramm, Vernetzungstagungen mit Publikationen in Form von Sammelbänden und weitere Veranstaltungen wie zum Beispiel einen mathematikspezifischen Berufsorientierungstag.

Zu jeder Unterrichtsskizze wird das erstellte Material oder die Anleitung zur Erstellung des Materials auch als Download bereitgestellt, sodass die Einheiten reproduzierbar und modifizierbar sind. Die Inhalte wurden von den Schulen bereitgestellt.

Wir bedanken uns bei allen Beteiligten recht herzlich für die Kooperation und die gemeinsame Arbeit im Projekt.



» Hier entsteht ein Netzwerk, von dem alle profitieren können. Ich wünsche mir, dass diese Form der Zusammenarbeit Schule macht.

Oliver Bals, Schulministerium NRW

- 4-6 *DigiMath4Edu - Projektbeschreibung*
- 7-52 **UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE GRUNDSCHULE**  
**Jung-Stilling-Schule Grundschule**
- I. Maßstäbe in anwendungsorientierten Szenarien erkunden und verstehen
  - II. Vom Rechteck zum Quader - Die Entdeckung der Dreidimensionalität
  - III. Das (Kleine) Einmaleins - arithmetisches Grundwissen der Mathematik
  - IV. Umgang mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten
  - V. Messen und Größen - Größenvorstellungen entwickeln
- 53-98 **UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFE I**  
**Sekundarschule Olpe/Drolshagen**
- I. Flächeninhalte im game-based-learning erfahren
  - II. Daten digital auswerten und Zusammenhänge zu negativen Zahlen erkennen
  - III. Die Konstruktion von Dreiecken
  - IV. Anwendung, Übung und Festigung des Berechnens von Bruchteilen
  - V. Berechnung von anwendungsbezogenen Aufgaben zur Multiplikation mit Dezimalzahlen
- 99-134 **UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFEN**  
**Bertha-von-Suttner Gesamtschule**
- I. Eigenschaften der Binomialverteilung anhand von Histogrammen
  - II. Ebenen im Raum – geometrische Situationen mithilfe von Parametergleichungen beschreiben und mögliche Lagebeziehungen von Punkt und Ebene sowie Gerade und Ebene erkunden
  - III. Winkel und Dreiecke - Entdecken von Winkelbeziehungen und Eigenschaften in Dreiecken
  - IV. Berechnungen an geometrischen Körpern – Volumen und Oberflächenberechnung an ausgewählten Körpern wie dem Zylinder und dem Kegel
  - V. Entdeckungen an Geraden und Figuren
- 135-200 **UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFEN**  
**Gymnasium der Stadt Lennestadt**
- I. Virtual Reality gestützter Geometrieunterricht
  - II. Eine Einführung in die Koordinatisierung des Raumes, Vektoren und erste Vektoroperationen
  - III. Veranschaulichung von Rotationskörpern
  - IV. Die Welt der Dreiecke und Winkel – Konstruieren und Argumentieren
  - V. Brüche – das Ganze und seine Teile
- 201-239 **UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFEN**  
**Rivius Gymnasium**
- I. Modellbildung mit Funktionen im Rahmen der Analysis
  - II. Flächenberechnung zwischen zwei Graphen
  - III. Vom Satz des Thales zum Satz des Pythagoras
  - IV. Erweitern und Kürzen von Brüchen
  - V. Zusammengesetzte Körper aus dem 3D-Drucker
- 240-241 *Gesamtübersicht*
- 242 *Mitwirkende*

# DigiMath4Edu

## Das Forschungs- und Entwicklungsprojekt DigiMath4Edu – Digitale Transformation im Bildungsbereich am Beispiel des Mathematikunterrichts

Im Projekt DigiMath4Edu wird die (Weiter-)Entwicklung professioneller Kompetenzen von Mathematiklehrerinnen und Mathematik Lehrern insbesondere im Bereich der Anwendung digitaler Medien beispielhaft an 15 Schulen über drei Jahre begleitet. Anstelle eines Fortbildungsprogramms mit punktuellen Impulsen findet im Projekt eine kontinuierliche Unterstützung der Lehrkräfte in den Schulen statt. Hierzu werden den beteiligten Schulen jeweils zwei Unterrichtsassistentinnen bzw. Unterrichtsassistenten über ein Schuljahr für digitale Bildung zur Seite gestellt. Es handelt sich dabei um von der Universität Siegen spezifisch geschulte Studierende, die vor Ort bei der Planung und Durchführung, insbesondere beim ersten Einsatz mit bis dahin noch nicht genutzten digitalen Medien, unterstützen. Zudem findet eine didaktische und wissenschaftliche Begleitung durch Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter der Fachgruppe Mathematikdidaktik der Universität Siegen statt. Diese Modellstruktur wird hinsichtlich ihrer Wirksamkeit systematisch beforcht.

Im Zuge der digitalen Transformation im Bildungsbereich und des zunehmenden Einsatzes digitaler Medien im Mathematikunterricht kommen auf Lehrpersonen viele verschiedene neue Herausforderungen zu. So wird beispielsweise in der Strategie der Kultusministerkonferenz zur „Bildung in der digitalen Welt“ gefordert, dass „Lehrkräfte digitale Medien in ihrem jeweiligen Fachunterricht professionell und didaktisch sinnvoll nutzen sowie gemäß dem Bildungs- und Erziehungsauftrag inhaltlich reflektieren können“ (KMK, 2016, S. 25). Um diesen Herausforderungen begegnen zu können, müssen Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer ihre professionellen Kompetenzen im Umgang mit digitalen Medien und deren gezielten Einsatz in mathematischen Lehr-Lernprozessen (weiter-)entwickeln. Dazu heißt es in dem Beschluss der Kultusministerkonferenz: „Die Förderung der Kompetenzbildung bei Lehrkräften, die ihren Bildungs- und Erziehungsauftrag in einer „digitalen Welt“ verantwortungsvoll erfüllen, muss daher als integrale Aufgabe der Ausbildung in den Unterrichtsfächern sowie den Bildungswissenschaften verstanden und über alle Phasen der Lehrerbildung hinweg aufgebaut und stetig aktualisiert werden.“ (KMK, 2016, S. 25). Der Bedarf an einer professionellen Weiterbildungsstruktur hat sich nicht zuletzt in den Phasen des Distance-Learning an deutschen Schulen während der Corona-Pandemie gezeigt (siehe z.B. Hasselhorn & Gogolin, 2021, DIE ZEIT, 30. Juli 2020).

Die Grundidee des Projekts DigiMath4Edu der Fachgruppe für Mathematikdidaktik der Universität Siegen ist es, eine wissenschaftlich begleitete Kompetenzentwicklung von Mathematik Lehrpersonen in Bezug auf den Einsatz digitaler Medien im Unterricht vor Ort in konkreten Unterrichtssituationen anzuregen. Hierzu unterstützen „Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten für Digitalisierung“ die Lehrerinnen und Lehrer bei der Planung und Durchführung von Mathematikunterricht mit digitalen Medien. Bei den Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten handelt es sich um ausgewählte Lehramtsstudierende höheren Semesters, die in Ergänzung zu den in ihrem Studium aufgebauten Kompetenzen in spezifischen Veranstaltungen für ihre Tätigkeiten im Projekt ausgebildet wurden und im Rahmen eines studentischen Arbeitsverhältnisses beschäftigt sind. Insgesamt nehmen in den drei Jahren Projektlaufzeit 15 Schulen unterschiedlichster Schulformen an dem Projekt teil. Jede Schule wird über ein Jahr hinweg kontinuierlich von zwei Unterrichtsassistentinnen bzw. Unterrichtsassistenten unterstützt und profitiert in den Folgejahren durch Vernetzungs- und weitere spezielle Fortbildungsveranstaltungen.



Bild: Schülerinnen und Schüler während einer Unterrichtsstunde an einer Projektschule

Die Betreuung der Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten erfolgt durch ein Team aus wissenschaftlich sowie schulpraktisch erfahrenen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Fachgruppe Didaktik der Mathematik. Insbesondere über die Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten erfolgt damit ein kontinuierlicher Austausch zwischen den Lehrpersonen der Schulen und den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Universität. Neben der individuellen Assistenz der Mathematiklehrpersonen durch die Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten und Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter findet ein breites Angebot an zentralen Fortbildungsveranstaltungen statt. Die Evaluation und wissenschaftliche Begleitung des Projektes erfolgt im Rahmen verschiedener übergeordneter und konkreter Forschungsvorhaben durch das Projektteam der Universität.

Das Projekt DigiMath4Edu wird zu großen Teilen durch das Ministerium für Kultur und Wissenschaft sowie das Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen gefördert und durch die Bezirksregierung Arnsberg unterstützt. Zusätzliche Förderer sind zwölf regionale Unternehmen, drei Unternehmensverbände und drei Sparkassen, die neben einer finanziellen auch eine inhaltliche Unterstützung in Form von authentischen Beispielen für die Anwendung digitaler Medien und der Mathematik in das Projekt einbringen. An den Projektschulen treten des Weiteren die Schulträger als Fördergeber für eine umfassende Ausstattung mit den im Projekt einzusetzenden digitalen Medien auf (eine vollständige Liste der Förderer, weiterer Informationen und ein Verzeichnis der Publikationen findet sich unter [www.digimath4edu.de](http://www.digimath4edu.de)). Das Projekt wurde im Rahmen der Regionale Südwestfalen 2025 ausgezeichnet.

Das Projekt DigiMath4Edu konnte am 1. Februar 2021 in die aktive Projektzeit an den Schulen starten. Die Schulen des ersten Projektjahres setzen sich aus zwei Gymnasien, einer Gesamtschule, einer Sekundarschule und einer Grundschule zusammen. Räumlich sind sie sowohl im urbanen als auch im ländlichen Gebiet in den Kreisen Olpe und Siegen-Wittgenstein in Nordrhein-Westfalen angesiedelt.

## Fachdidaktische Forschung in DigiMath4Edu

Ein zentrales Ziel des Projektes DigiMath4Edu ist es, die Charakteristika digitaler Transformationsprozesse im Bildungsbereich am Beispiel des Mathematikunterrichts wissenschaftlich zu untersuchen. In der Modellstruktur des Projektes werden fünf übergeordnete Forschungsfelder bearbeitet, welche die Kooperations- und Fortbildungsstruktur, die Beliefs von Lehrpersonen, die Identifikation von Wissensdimensionen, einen digitalen Mathematikunterricht als empirisch-gegenständlichen Wissenserwerb sowie die Schnittstelle von Schule und Wirtschaft in den Blick nehmen. Diese Forschungsfelder werden in Mixed-Methods-Designs sowohl qualitativ als auch quantitativ bearbeitet. Dabei kommen verschiedene Erhebungsformate zum Einsatz, insbesondere Fragebögen, Interviews, Tests, Unterrichtsbeobachtungen und Dokumentenanalysen.

In einem Fragebogen wurden vor dem Projektstart unter anderem die Erwartungen einiger teilnehmender Mathematiklehrpersonen erhoben. Dabei wurde den Lehrpersonen die Frage gestellt, inwiefern sich nach ihrer Einschätzung der Unterricht an ihren Schulen durch die Beteiligung am Projekt DigiMath4Edu verändern wird.

In ihren Antworten schreiben viele der Lehrpersonen von der Erwartung einer Weiterentwicklung ihrer Digitalkompetenzen und von neuen konkreten Ideen zum Einsatz digitaler Medien. Sie erhoffen sich also eine Erweiterung ihres didaktischen Repertoires, wie es beispielhaft in der folgenden Antwort deutlich wird:

„Ich erhoffe mir Ideen für die Einbindung neuer Technologien zu erhalten, die ich bisher noch nicht genutzt habe.“

Als wesentliches Ziel des veränderten Unterrichts nennen die meisten der befragten Lehrpersonen eine für die Schülerinnen und Schüler motivierendere und interessantere Darstellung der mathematischen Inhalte durch anschauliche Zugänge und einen qualitativ hochwertigen und reflektierten Medieneinsatz:

„Unterricht wird interessanter und für SchülerInnen motivierender gestaltet.“

„Die Qualität des Medieneinsatzes steigt hoffentlich an, die Anschaulichkeit ebenso.“

„Bessere Reflexion.“

Ein wesentlicher Aspekt des Projektes DigiMath4Edu ist die Unterstützung der Lehrpersonen durch die Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten für Digitalisierung. In einer Frage des Fragebogens wurden die Lehrpersonen gefragt, was sie sich vom Einsatz der Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten erhoffen.

Als Antwort formulieren viele der Befragten das Einbringen neuer Ideen und die Einführung in die neuen Medien durch die Personen vor Ort:

„Anregungen für den Unterricht mit digitalen Medien, eventuell auch eine Einführung in die Medien und ein Aufzeigen der Einsatzgebiete.“

Die meisten Lehrer\*innen wünschen sich aber auch eine Unterstützung bei der Planung und Durchführung von Unterricht, insbesondere, wenn die digitalen Medien noch neu sind. Beispielsweise soll der Aufwand durch neue Medien reduziert werden:

„Reduzierung von Aufwand in der Planung und Feedback.“

„Unterstützung im Unterricht (mehr Hilfestellung für Schülerinnen und Schüler).“

Dieser kurze exemplarische Einblick in die Antworten der Lehrpersonen im Fragebogen zu Beginn des Projektes zeigt bereits die breit gefächerten Wünsche und Ideen der Lehrpersonen, welche die Ausgangslage für die Arbeit im Projekt bilden und dahingehend berücksichtigt werden.





**Unterrichtsskizzen für die Grundschule**

**Jung-Stilling-Schule Grundschule**

# Schwerpunktthema: Digitale Tafel, Smartboard und Co – Zeitgemäßes Darstellen von Erkenntnissen und Ergebnissen im Mathematikunterricht für die Klassen 1-4

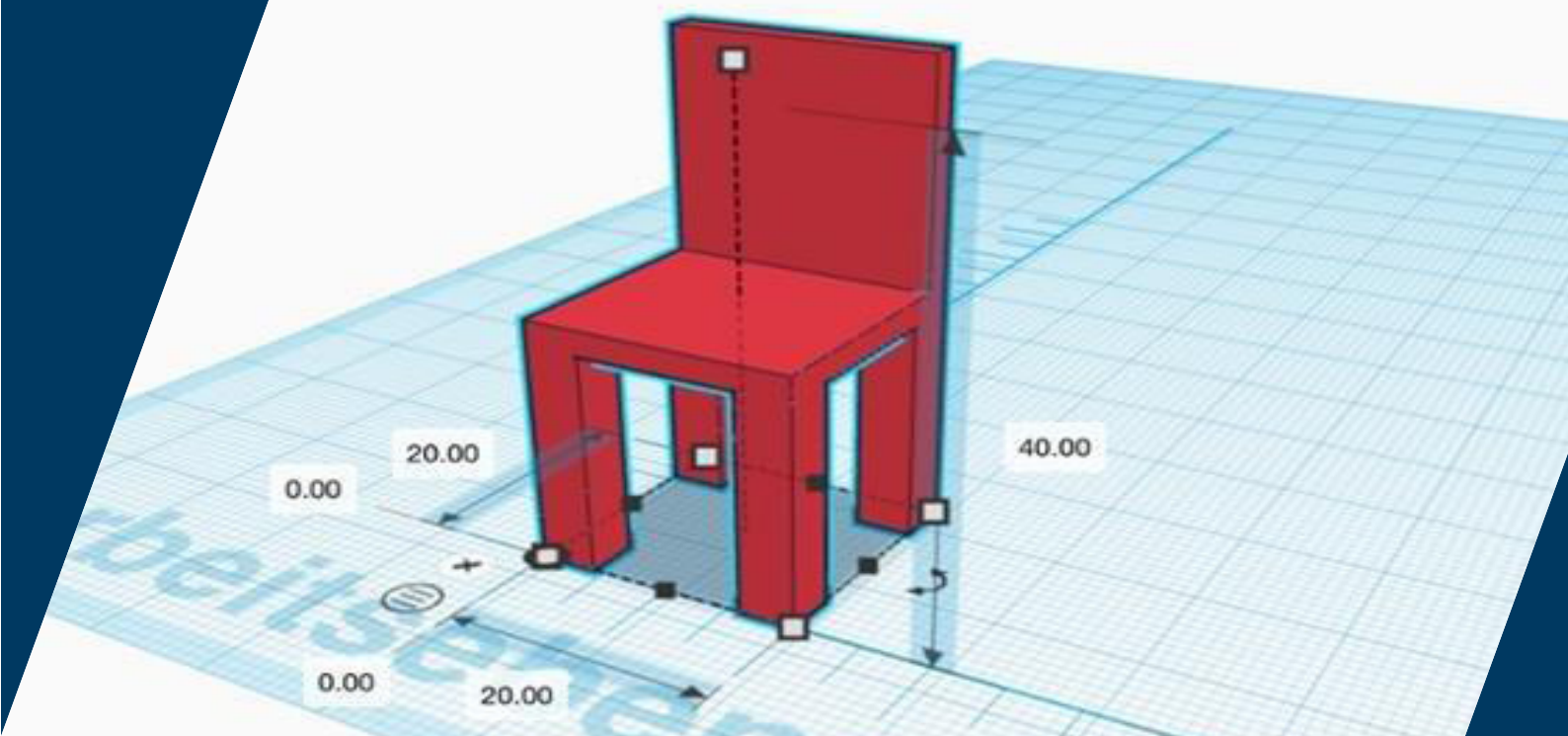
Als MINT-freundliche Schule und „Haus der kleinen Forscher“ haben wir uns bereits frühzeitig in verschiedenen Projekten und Arbeitsgemeinschaften mit dem Einsatz digitaler Medien beschäftigt. Dies geschah meist im Rahmen des Förderunterrichts, der Begabtenförderung oder in Projekttagen. Das forschende und entdeckende Lernen nahm dabei in unserem Unterricht, besonders in den MINT Fächern, einen besonderen Stellenwert ein. In unserer Schulentwicklungsplanung sahen wir vor, unser Mathematikcurriculum zu überarbeiten und dabei digitale Medien sinnvoll zu implementieren. Daher haben wir uns auf das Projekt DigiMath4Edu beworben. Nach der einjährigen aktiven Phase als Projektschule haben wir unser Profil im Bereich digitale Medien im Mathematikunterricht schärfen können. Dabei hat die Teilnahme am Projekt auf mehreren Ebenen geholfen: Die angebotenen Fortbildungen im Projekt konnten gezielt ausgewählt und angepasst werden. Eine Vielzahl verschiedener digitaler Medien wurden angeschafft und können nun zielführend eingesetzt werden. Besonders hervorzuheben sind hier die Nahdistanzbeamer, die in Kombination mit einem Whiteboard, einer Apple TV Box und iPads verschiedenste Möglichkeiten bieten, wie zum Beispiel das Spiegeln von Unterrichtsinhalten, -ergebnissen und Aufgaben, aber auch das Zusammenspiel von digitalen und analogen/haptischen Prozessen erlaubt. Die im Projekt entwickelten „iPad Führerscheine“ für jede Klassenstufe sind nun fest im schuleigenen Lehrplan eingebaut und helfen den Schülerinnen und Schülern Grundlagen beim Umgang mit dem iPad zu erlernen. Die fünf Unterrichtsskizzen, die im Kontext des Projekts gemeinsam entwickelt wurden, konnten in das schuleigene Mathematikcurriculum implementiert werden. Hier war es eine große Hilfe, die Begleitung aktiv im Unterricht dabei zu haben. Gerade die Kombination der fachlichen, didaktischen und pädagogischen Kompetenzen der Lehrerinnen und Lehrer gepaart mit dem technischen Verständnis der Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten half dabei, die digitalen Medien sinnvoll in Unterrichtsprozesse einzubringen. In Zusammenarbeit mit den Projektbeteiligten ist es gelungen, verschiedene Unterrichtsettings zum Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht zu entwickeln, zu implementieren und langfristig auch auf andere Unterrichtsinhalte im Mathematikunterricht sowie auf weitere Fächer in unserer Schule zu übertragen.

## Das Digitallabor

In der Jung-Stilling-Grundschule ist das Digitallabor in den Computerraum im ersten Stock integriert. Dadurch befinden sich die im Projekt angeschafften Medien und Materialien, wie 3D-Druckstifte (Makerfactory) und Filament für die 3D-Drucker der Schule in direkter Nähe zu den PC-Arbeitsplätzen für die Schülerinnen und Schüler sowie den zwei 3D-Druckern.

Das Digitallabor verfügt außerdem über Mikrocontroller (Calliope Mini) und Lautsprecher mit integriertem Sprachassistenzsystem (Amazon Alexa). Vielseitig einsetzbar sind darüber hinaus Osmos. Das Osmo Genius Starter Kit beinhaltet fünf interaktive Lernspiele, einen iPad-Ständer, eine Halterung mit Spiegel und analoges Material. Das iPad wird in den Ständer gestellt und die Spiegelhalterung wird auf die iPad-Kamera gesetzt. So können die Handlungen mit analogem Material über die Kamera mit virtuellen Aktivitäten in der App verknüpft werden. Die im Digitallabor gelagerten Osmo-Sets verfügen über die sogenannten Numbers, Tangram und Words Kits von Osmo. Das Numbers-Kit kann insbesondere zum Vertiefen der Rechenoperationen im Anfangsunterricht eingesetzt werden.

Im Rahmen des Projektes DigiMath4Edu sind in jedem Klassenraum interaktive Whiteboards – bestehend aus einem Whiteboard und einem Ultra-Nahfeld-Beamer (Firma Epson) installiert worden. Diese sind in Verbindung mit einem Apple TV besonders intuitiv zu bedienen. Die digitalen Tafeln können beispielsweise als Präsentations- und Dokumentationsmedium in den Unterrichtsalltag integriert werden. Im Mathematikunterricht können über die Tafel z.B. sowohl digitale als auch analoge bzw. fotografierte Arbeitsergebnisse gespiegelt und gemeinsam bearbeitet werden. Zudem können über die digitale Tafel auch virtuelle Arbeitsmittel, wie das Zwanziger- oder Hundertfelder inklusive Plättchen, in das Unterrichtsgespräch eingebunden werden. So kann auf der interaktiven Tafel ein Zwanzigerfeld aus dem Internet aufgerufen werden und dann kann daran mit analogen Plättchen gearbeitet werden.



# Maßstäbe in anwendungsorientierten Szenarien erkunden und verstehen

## Maßstabsgetreues Verkleinern von Objekten unter Nutzung der 3D-Druck-Technologie

### Zur Konzeption

Ziel der vorliegenden Unterrichtsskizze ist es, dass die Schülerinnen und Schüler den Maßstabsbegriff handlungsorientiert erkunden. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten dazu an einer offenen Problemstellung, in der Möbelstücke aus dem Klassenraum in einem vorgegeben Maßstab als verkleinerte 3D-Modelle konstruiert werden. Der Zugang über die 3D-Druck Technologie ermöglicht eine besonders exakte Konstruktion der verkleinerten Modelle, mit denen nach dem Druck unmittelbar gearbeitet werden kann. So wird es möglich die Ergebnisse anhand der fertig gedruckten Modelle zu reflektieren, zu diskutieren und zu überprüfen. Der Maßstabsbegriff wird so anhand selbst konstruierter und direkt zugänglicher Objekte erarbeitet. Aus lerntheoretischer Perspektive ist es für ein gutes Verständnis des Maßstabsbegriffs wesentlich, dass die konstruierten Modelle direkt mit den originalen Möbelstücken verglichen werden können. Die Schülerinnen und Schüler sammeln darüberhinaus erste Erfahrungen mit der 3D-Druck Technologie und arbeiten selbstständig in einem einfachen CAD-Programm. Sie lernen neue Technologien kennen und erfahren, wie diese sinnvoll eingesetzt werden können.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Der Unterrichtsvorschlag sieht eine sehr offen gehaltene Problemstellung vor, bei der die Ermittlung der maßstabsgetreuen Längen durch die Schülerinnen und Schüler erfolgt. Dies kann je nach Lerngruppe und Vorwissen zum Thema Maßstäbe an zentralen Stellen enger begleitet werden. Denkbar wäre dann eine Skizze des verkleinerten Stuhls zunächst im Plenum durch ein angeleitetes Klassengespräch zu entwickeln und die maßstabsgetreu verkleinerten Maße gemeinsam zu ermitteln. Erst im Anschluss entwerfen die Schülerinnen und Schüler das Möbelstück dann in TinkerCad®, bevor es ausgedruckt wird und als individuell entwickeltes Anschauungsobjekt zur Vertiefung und Reflexion über maßstabsgetreue Verkleinerungen dient. Das Möbelstück könnte durch die Schülerinnen und Schüler auch mit Hilfe eines 3D-Druck Stiftes erstellt werden. Die Arbeit in TinkerCad sowie der Prozess des Drucks im Druckgerät würden somit entfallen. Dennoch könnten die SuS hier ein entsprechendes Modell selbstständig entwickeln und die Größe des vollständigen Modells mit dem echten Möbelstück direkt vergleichen und ggf. Veränderungen an ihrem Modell vornehmen. Ein direkter Vergleich der Größe des verkleinerten Modells mit der Größe des originalen Möbelstücks wird durch den Einsatz des 3D-Druck Stiftes darüberhinaus bereits während der Konstruktion möglich und schafft somit erweiterte Diskussionsanlässe.

# Maßstäbe in anwendungsorientierten Szenarien erkunden und verstehen

## Maßstabsgetreues Verkleinern von Objekten unter Nutzung der 3D-Druck-Technologie (Jahrgangsstufe 4)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler verstehen und wenden das Konzept des Maßstabs an.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler reflektieren ihre Vorstellungen zum Maßstab, indem sie Schätzungen im Sachzusammenhang durchführen.

Die Schülerinnen und Schüler können Gegenstände verkleinert oder vergrößert auf verschiedene Weisen darstellen, indem sie maßstabsgetreue Umrechnungen durchführen.

Die Schülerinnen und Schüler überprüfen ihre Ergebnisse auf Angemessenheit und finden und korrigieren Fehler unter Verwendung einer angemessenen Fachsprache, indem sie sich über ihre Modelle austauschen.

Die Schülerinnen und Schüler üben die Anwendung digitaler Werkzeuge wie iPad, 3D-Drucker und das Programm Tinkercad, indem sie sie zielgerichtet einsetzen, um ihre Modelle zu konstruieren und zu drucken.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler könnten nun einen verkleinerten Gegenstand zu Hause auswählen und den Maßstab bestimmen. Dieser Gegenstand wird mit in den Unterricht gebracht und vorgestellt.

Im Anschluss könnten große Gegenstände aus der Schule oder dem Schulhof ausgemessen, maßstabsgetreu verkleinert und mit Hilfe von 3D-Druck Stiften konstruiert werden. Dabei könnten dann selbstständig sinnvolle Maßstäbe angenommen und begründet werden. Somit lernen die Kinder eine weitere Darstellungsmöglichkeit für maßangefertigte Anschauungsobjekte kennen.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	<b>Einstieg in das Thema Maßstab - Vergrößern</b> Die Schülerinnen und Schüler werden auf die Notwendigkeit der Verkleinerung und Vergrößerung von z.B. Gegenständen aufmerksam. Gemeinsam wird über eine Möglichkeit der Umsetzung einer Vergrößerung an einem Beispielgegenstand nachgedacht. Die Verhältnisschreibweise sowie die Begriffe Maßstab und Vergrößerungen werden erarbeitet und in den Wortspeicher aufgenommen.
2	<b>Verkleinern</b> Die Schülerinnen und Schüler schließen von einer verkleinerten Abbildung auf die tatsächliche Größe und geben den Maßstab an. Die Begriffe Maßstab und Verkleinerung inklusive der Verhältnisschreibweisen werden in den Wortspeicher aufgenommen.
3	<b>Möbelstücke maßstabsgetreu verkleinern, konstruieren und drucken</b> Die Schülerinnen und Schüler verkleinern Tische oder Stühle aus dem Klassenraum im Maßstab 1:20, konstruieren sie im Programm Tinkercad und überprüfen ihre Ergebnisse durch einen direkten Vergleich der gedruckten Modelle mit dem originalen Möbelstück.
4	<b>Grundriss</b> Die Schülerinnen und Schüler berechnen anhand eines verkleinerten Grundrisses die tatsächliche Länge und Breite verschiedener Räume. Anschließend messen sie selbst verschiedene Räume aus und erstellen mit Hilfe der iPads auf GoodNotes einen verkleinerten Grundriss in ihrem selbst gewählten Maßstab.
5	<b>Stadtplan</b> Die Schülerinnen und Schüler orientieren sich auf einem Stadtplan und rechnen Weglängen aus.
6	<b>Abschlussrallye</b> Die Schülerinnen und Schüler nutzen ihr erworbenes Wissen über Maßstäbe in einer Online-Abschlussrallye. Diese Rallye ist auf die Schule zugeschnitten und wird mit „ <a href="https://biparcours.de">https://biparcours.de</a> “ erstellt.

# Möbelstücke maßstabsgetreu verkleinern, konstruieren und drucken

## Jahrgangsstufe 4

Benötigte Materialien:

- Legofiguren
- Zollstöcke und Maßbänder
- iPads + iPad Stifte + App Good-Notes

### Unterrichtsverlaufsplan 135 Min (1x90 Min + 1x45 Min)

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg	Maßstab: Das Verhältnis einer Vergrößerung oder Verkleinerung nennt man Maßstab. Die erste Zahl des Maßstabes bezieht sich auf das Bild und die zweite auf das Original. Ist die erste Zahl des Maßstabes größer als die zweite, handelt es sich um eine Vergrößerung. Ist die erste Zahl kleiner als die zweite, handelt es sich um eine Verkleinerung.	Kognitive Aktivierung  Sukzessive Entwicklung des Tafelbilds (siehe Anhang)  Anknüpfen an Vorwissen zu Vergrößerungen	Plenum Unterrichtsgespräch  Tafelbild  Legofiguren
5 Min	Überleitung Also wenn der Tisch hier (Lego) im Maßstab 1:87 ist, wie groß wäre wohl euer Tisch, wenn wir ihn im Maßstab 1:20 haben wollen?	Maßstab (s.o.)	Anknüpfen an Einstiegsbeispiel  Maßstab wird vorgegeben  Weitere kognitive Aktivierung	(Digitale) Tafel: Formulierung / Anschreiben der Fragestellung  Tafelbild  Legofiguren
5 Min	Eröffnung der Problemstellung  Schülerinnen und Schüler schätzen lassen, Schätzungen im Tafelbild aufnehmen (s. Anhang)  Skizze in Tafelbild anfertigen	Schätzen mit dem Ziel des Vorstellungsaufbaus / Größenvorstellungen entwickeln / Vorstellungen zu Maßstäben entwickeln  Skizze als Heurismus kennen und nutzen  „Konstruiere einen Tisch oder einen Stuhl aus dem Klassenraum im Maßstab 1:20. Arbeite mit deinem Nachbarkind.“	Schätzen dient hier der weiteren kognitiven Aktivierung sowie Gesprächsanlässen zum zentralen Aspekten des Maßstabs  Notierte Schätzungen in Reflexion wieder aufnehmen  Hinweise auf mögliche Herangehensweisen sammeln  Hinweise auf mögliche Verständnisschwierigkeiten erhalten  Schülerinnen und Schüler auf Zollstöcke und Maßbänder aufmerksam machen	Tafelbild (erweitert) (Digitale) Tafel  Zollstöcke & Maßbänder

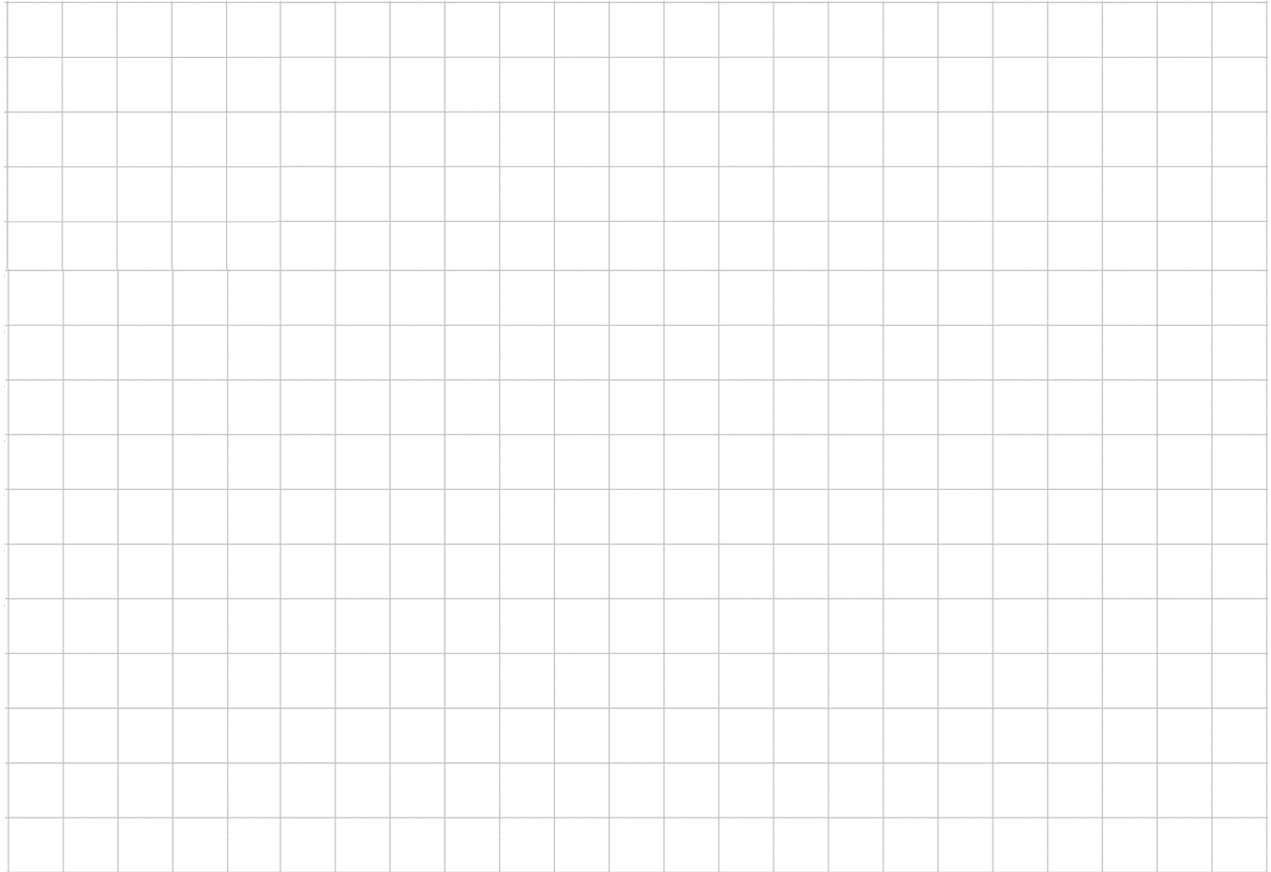
Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
60 Min	Arbeitsphase Schülerinnen und Schüler arbeiten in PA an Problemstellung	Maßstab 1:20 (s.o.)  Messen, Umgang mit Werkzeugen  Problemlösen  Math. Kommunizieren und Argumentieren  Größenvorstellungen entwickeln  Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens  Aufbau von Medienkompetenz: Sachgerechter Umgang mit dem Tablet (Apps öffnen und schließen, Notizen anfertigen, Dateien abspeichern und wiederfinden, Dateien versenden, Inhalte teilen)  Arbeit mit CAD-Programmen (Tinkercad)  Die 3D-Druck-Technologie kennen lernen	Differenzierung durch Kooperative Lernform, Tippkarten, Offenheit hinsichtlich der Herangehensweise, des Bearbeitungsweges (Runden erlaubt)  Lehrperson tritt in den Hintergrund, beobachtet und unterstützt, wenn notwendig  Lehrperson führt durch das Zeit- und Classroommanagement	iPads & iPad Stifte Zollstöcke & Maßbänder  App: Good-Notes, Tinkercad  Browser-App & WLAN-Zugang  Wortspeicher aus vorherigen Stunden  Tafelbild  Tippkarten
10 Min	Zwischenreflexion Schülerinnen und Schüler stellen ihre Ergebnisse vor und geben sich gegenseitig Tipps.	Vgl. „Arbeitsphase“	Festhalten eines Zwischenstandes  Reflexion über das Vorgehen und individuelle Problemöseprozesse  Kooperation  Math. Kommunikation & Argumentation	iPads und digitale Tafel  Zollstöcke & Maßbänder  Tafelbild
Drucken der Modelle bis zur nächsten Stunde				
5 Min	Rückblick & Wiederholung	Zusammentragen der Kenntnisse über Maßstäbe  Erinnern an die Vorgehensweisen	Kognitive Aktivierung	Tafelbild Legofiguren Zollstöcke & Maßbänder (Digitale)Tafel iPads & iPad Stifte

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
10 Min	Reflexionsphase I Schülerinnen und Schüler erhalten die gedruckten Modelle mit dem Auftrag zu überprüfen, ob die Modelle passend geworden sind	Validieren der Ergebnisse Maßstäbe Kriterien für gelungene Modelle (Maßstäbe)	Validieren der eigenen Ergebnisse  Vertiefung der Kenntnisse über Maßstäbe  Unmittelbare Überprüfung durch direkten Vergleich möglich	Tafelbild Legofiguren Zollstöcke & Maßbänder (Digitale) Tafel iPads & iPad Stifte
15 Min	Reflexionsphase I Schülerinnen und Schüler stellen ihre Ergebnisse vor und nehmen dabei auch Bezug auf ihren Bearbeitungsprozess	Validieren der Ergebnisse Maßstäbe Kriterien für gelungene Modelle (Maßstäbe)  Unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten	Validieren der eigenen Ergebnisse  Vertiefung der Kenntnisse über Maßstäbe  Kreativ sein  Argumentieren, Kommunizieren, Darstellen  —> Vorgehensweisen und Lösungen der Schülerinnen und Schüler werden im erweiterten Tafelbild aufgenommen	Tafelbild (erweitert durch Schülerlösungen & Vorgehen) Legofiguren Zollstöcke & Maßbänder (Digitale)Tafel iPads & iPad Stifte
10 Min	Reflexionsphase II Reflexion der Arbeit mit Tinkercad sowie mit dem 3D-Drucker, Reflexion der Partnerarbeit, Reflexion des eigenen Lernzuwachses (Ich habe heute gelernt, dass...)	Medienkompetenz  Selbstreflexion  Reflexion des Lernzuwachses	Reflexionsanlässe  Routine  Classroom-Management	(Digitale)Tafel
5 Min	Stundenabschluss und Hausaufgaben	Finde zu Hause einen verkleinerten Gegenstand und bestimme den Maßstab so genau wie möglich. Bringe den Gegenstand mit zur nächsten Mathestunde.  **Sammle Informationen zur sogenannten „Nenngröße H0“. Wenn du möchtest, darfst du ein kurzes Referat dazu halten oder ein Plakat dazu vorstellen.	Differenzierung  Vertiefung des Lerngegenstandes	

## Wir verkleinern unsere Stühle Maßstabsgetreu

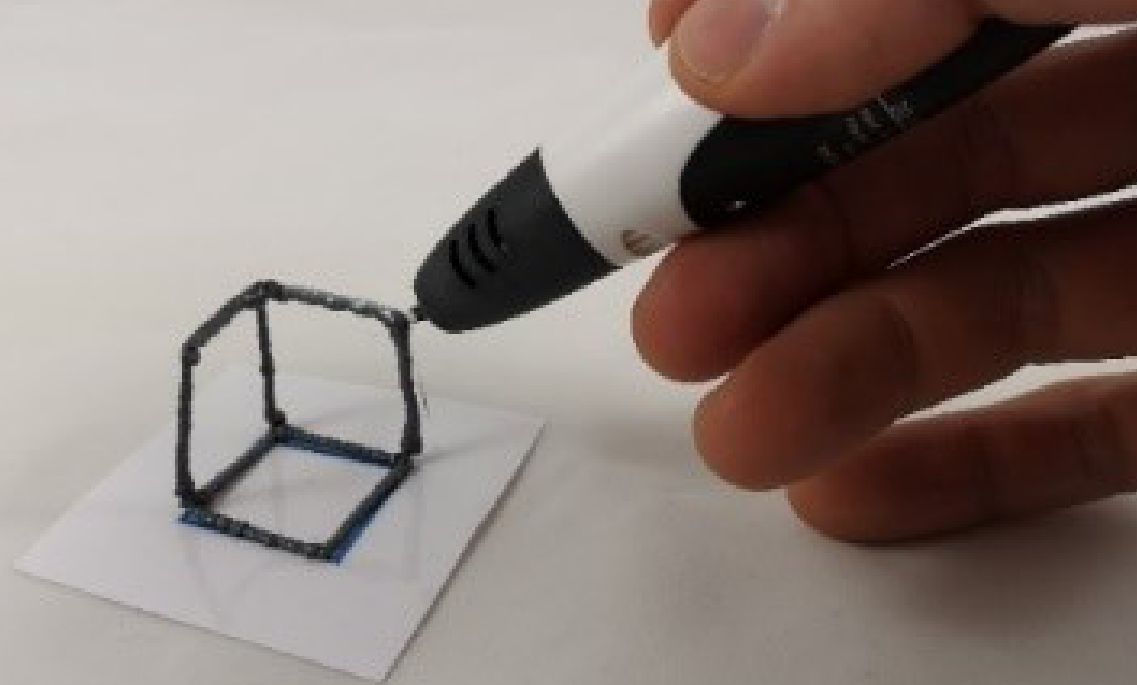
### Aufgabe:

- 1) Fertige eine Skizze von deinem Stuhl an.
- 2) Miss dann deinen Stuhl mit einem Lineal aus und trage die Werte in deine Skizze ein.



- 3) Als nächstes verkleinerst du alle Längen die du gemessen hast mit dem **Maßstab 1:20**.  
Schreibe dafür den Teil des Stuhls den du verkleinern möchtest mit der von dir gemessenen Länge auf. Als nächstes berechnest du wie lang dieser Teil nach der Verkleinerung ist. Schreib dir auch das gut auf, da du damit später deinen Stuhl konstruieren musst.
- 4) Nun soll dein Stuhl in dem CAD-Programm Tinkercad erstellt werden.
  - a) Öffne dazu die Seite **www.tinkercad.com** auf deinem iPad.
  - b) Klicke nun oben rechts auf  und dann auf .
  - c) Gib hier den Code ein, den du vorne an der Tafel sehen kannst und dann deinen Namen.
  - d) Wähle dann  und fang an deinen Stuhl zu erstellen.
  - e) Am Ende kannst du deinen Stuhl zusammen mit deinem Lehrer/ deiner Lehrerin ausdrucken.





# Vom Rechteck zum Quader - Die Entdeckung der Dreidimensionalität

## Quader und ihre Kantenmodelle mit 3D-Druck Technologie erfahrbar machen

### Zur Konzeption

In der Unterrichtsskizze werden ausgehend von geometrischen Formen mit Hilfe eines 3D-Druckstiftes Kantenmodelle zu geometrischen Körpern konstruiert. Die Unterrichtsskizze zeigt, wie bewährte Zugänge durch die Nutzung neuer Technologien weiterentwickelt werden können. Die Nutzung des 3D-Druck Stiftes ermöglicht es, nach und nach manuell einzelne Kanten zu einer vorgegeben Ausgangsform zu erstellen. Jede hinzugefügte Kante härtet unmittelbar aus, sodass das Modell jederzeit im Ganzen betrachtet und gedreht werden kann. Darin wird ein klarer lerntheoretischer Vorteil erkannt, da so der Zusammenhang zwischen einzelnen Kanten, ihren Längen, der Lage zu weiteren Kanten aber auch die so entstandenen Seitenflächen eines geometrischen Körpers im Einzelnen und in Beziehung zu anderen Seitenflächen an einem unmittelbar zugänglichen Objekt erkundet werden kann. Die Unterrichtsskizze zeigt darüberhinaus, wie eine Reflexionsphase durch den Einsatz einfacher Funktionen des iPads sinnvoll unterstützt werden kann. Der Einsatz des Tablets ermöglicht eine schnelle Darstellung eigener Ergebnisse durch die Nutzung von Fotos, Videos, Beschriftungen, Tonaufnahmen sowie beliebigen Kombinationen daraus. Darüberhinaus sammeln die Schülerinnen und Schüler bereits wichtige Erfahrungen im Umgang mit den zentralen Funktionen von Textverarbeitungsprogrammen und sammeln Erfahrungen mit einem sinnvollen, zweckgebundenen Einsatz digitaler Medien.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die skizzierte Unterrichtseinheit bietet unterschiedliche Differenzierungsmöglichkeiten. Die Konstruktion der Modelle kann unterstützt werden, indem vorgegebene Grundseiten der thematisierten Körper im Vorfeld auf Papier ausgedruckt und einlaminiert werden. Die Kanten der Formen können dann mit dem Stift nachgefahren werden. Daraus ergibt sich eine motorische Unterstützung der Schülerinnen und Schüler. Darüberhinaus werden die Längen der Kanten der einzelnen Formen vorgegeben, was eine genauere Konstruktion der Modelle ermöglicht. Das unmittelbare Vorliegen der Objekte als haptisches Modell erleichtert es, die Formen und Körper im Ganzen wahrzunehmen und Vermutungen zur Gestalt des fertigen Modells anzustellen. Der Einsatz des 3D-Druckstiftes ermöglicht darüberhinaus ein hohes Maß an Flexibilität hinsichtlich der gedruckten Modelle oder Formen. Daraus ergeben sich zahlreiche differenzierende Aufgabenvariationen. So können Schülerinnen und Schüler individuelle Erkundungen zum Zusammenhang geometrischer Formen und geometrischer Körper vornehmen und ihr Wissen über geometrische Körper und ihre Seitenflächen handlungsorientiert (weiter)entwickeln.

# Vom Rechteck zum Quader - Die Entdeckung der Dreidimensionalität

## Quader und ihre Kantenmodelle mit 3D-Druck Technologie erfahrbar machen (Jahrgangsstufe 4)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler erkennen und benennen die geometrische Körperform Quader sowie die geometrischen Eigenschaften unter Verwendung der Fachbegriffe und können den Flächeninhalt von Rechtecken, die Oberfläche und das Volumen von Quadern messen und berechnen.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler üben den Umgang mit digitalen Werkzeugen wie dem iPad und dem 3D-Druckstift, indem sie diese zielgerichtet einsetzen, um ihre Modelle zu konstruieren und zu drucken.

Die Schülerinnen und Schüler werden sicherer in den Bereichen räumliches Vorstellungsvermögen und Raumorientierung und verbessern damit ihr räumliches Denken, indem sie Kantenmodelle herstellen und deren Eigenschaften bestimmen.

Die Schülerinnen und Schüler verwenden die Fachsprache, indem sie diese bei einer Mathematikkonferenz anwenden.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Der Quader gehört zu den geometrischen Prismen. Ergänzend zu dieser Unterrichtseinheit können die Schülerinnen und Schüler mit dem 3D Druckstift weitere Prismen herstellen und die Tabelle der Unterrichtsstunde mit Prismen aus drei-, fünf- oder sechseckiger Grundfläche, ergänzen.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Wiederholung der geometrischen Grundfiguren und ihrer Eigenschaften mit dem Einsatz des Osmo Genius Tangrams, um geometrisches Grundwissen zu ebenen Figuren mit einem interaktiven Tool zu wiederholen und zu festigen.
2	Rechtecke werden mit Einheitsplättchen ausgelegt, um den Flächeninhalt handelnd zu erschließen und eine Formel zur Berechnung des Flächeninhaltes zu entwickeln. Die Einheitsplättchen 1x1 cm werden vorab mit dem 3D-Drucker hergestellt.
3	<b>Quader werden mit einem 3D-Druckstift durch ein Kantenmodell dargestellt. Die Eigenschaften (Anzahl der Ecken und Kanten) eines Quaders werden verdeutlicht und der Übergang von der ebenen Form zur Körperform wird handelnd erfahrbar. In einer interaktiven Mathematikkonferenz mit dem iPad werden die Ergebnisse ausgetauscht.</b>
4	Flächenmodelle werden genutzt, um Quader und Würfel herzustellen. Des Weiteren werden Übungen an Würfelnetzen mit Hilfe der App Klipp Klapp zur Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens durchgeführt. Ausgehend von der zweiten Lerneinheit wird eine Formel zur Oberflächenberechnung des geometrischen Körpers entwickelt.
5	Ausgehend von einer Problemstellung werden Hohlformen eines Vollmodells von Quadern und Würfeln, welche vorher mit dem 3D Drucker hergestellt wurden, mit Einheitswürfeln gefüllt, um damit den Rauminhalt zu bestimmen. Eine Formel zur Berechnung des Volumens wird entwickelt.
6	Mit der App „Maßband“ messen die Lernenden quaderförmige Objekte ihrer Lernumgebung. Die Objekte werden mit der App Kamera des iPads fotografiert und in die App „Goodnotes“ importiert. Anschließend berechnen die Schülerinnen und Schüler mit den gelernten Formeln Oberfläche und Volumen der Objekte, um so das Gelernte praktisch anzuwenden, zu üben und zu vertiefen.

# Quader werden mit einem 3D-Druckstift durch ein Kantenmodell dargestellt

## Jahrgangsstufe 4

Benötigte Materialien:

- 3D-Druckstifte
- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte + App Good-Notes

## Unterrichtsverlaufsplan 1x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
3 Min	Prozess- und Zieltransparenz: „Wir drucken einen Quader und bestimmen daran dessen Eigenschaften“		Die Prozess- und Zieltransparenz hilft den Schülerinnen und Schülern, um ihren Lernprozess planen und steuern zu können.	Plenum
7 Min	Einführung: Inhaltliche Wiederholung: Eigenschaften des Rechtecks werden wiederholt. Einführung 3D Druckstift: Sicherheitshinweise werden besprochen. Die Schülerinnen und Schüler machen sich mit dem 3D Druckstift und dessen Handhabung vertraut.	Definition Rechteck: Ein Rechteck ist eine ebene geometrische Figur, welche aus vier Seiten und vier Ecken besteht. Die gegenüberliegenden Seiten sind gleich lang und parallel zueinander. Sicherheitshinweis: Das Filament des 3D Druckstiftes und die Spitze werden sehr heiß und dürfen nicht berührt werden. Der Stift muss bei Nichtgebrauch in die Halterung gestellt werden.	Die inhaltliche Wiederholung der Eigenschaften des Rechtecks hilft zur Einstimmung in das Thema, da damit eine Eigenschaft des Quaders aufgegriffen wird (Die Oberfläche des Quaders besteht aus 6 Rechtecken). Die Schülerinnen und Schüler werden vorab mit dem 3D Druckstift und den Sicherheitshinweisen vertraut gemacht. Eine Wiederholung derselben ist unabdingbar.	Plenum/Unterrichtsgespräch Visualisierung der Prozess- und Zieltransparenz (Reihen- und Stundentransparenz) Visualisierung der Sicherheitshinweise
20 Min	Arbeitsphase: Aufgabenstellung 1: „Drucke ein Rechteck. Bleibe dabei auf der Fläche der Unterlage. In welche Richtung musst du Linien von den Ecken aus ziehen, um einen Quader zu drucken? Drucke und beschreibe genau.“ Aufgabenstellung 2: - Zähle die Ecken, Kanten und Flächen. - Fotografiere den Quader und setze das Bild in die App Goodnotes. - Beschrifte den Quader. - Fülle die Tabelle aus. - Spiegele dein Ergebnis auf das Whiteboard	Definition Quader: Ein Quader ist eine räumliche geometrische Figur und zählt zu den geometrischen Prismen. Er besteht aus 6 Flächen, 12 Kanten und 8 Ecken. Die gegenüberliegenden Flächen sind deckungsgleiche Rechtecke.	Entdeckendes Lernen: Schülerinnen und Schüler entdecken beim Drucken des Quaders dessen Dreidimensionalität, indem sie nach dem Druck des Rechtecks in eine dritte Richtung senkrecht nach oben drucken müssen. Handlungs- und Produktorientierung durch das Drucken mit dem 3D Druckstift	Einzelarbeit/Partnerarbeit Visualisierung Aufgabenstellung Visualisierung Wortspeicher 3D Druckstifte in Klassenstärke iPads in Klassenstärke mit den Apps Goodnotes und Kamera Smartboard/Beamer

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Ergebnissicherung und Reflexion: Die Schülerinnen und Schüler vergleichen ihre Arbeitsergebnisse an der Tafel. Die Eigenschaften werden, auch anhand von „Fehlern“, herausgearbeitet und es wird eine allgemeingültige Regel in einer Mathekonferenz formuliert.	Wortspeicher/Definition Ecken, Kanten, Flächen	Mathematikkonferenz Förderung im Umgang mit dem digitalen Tool und der adressatengerechten Kommunikation unter Anwendung der Fachsprache	Plenum/ Unterrichtsgespräch Visualisierung Wortspeicher iPads in Klassenstärke mit den Apps Goodnotes und Kamera Smartboard/Beamer
5 Min	Abschlussrunde mit Ausblick auf die nächste Stunde	Die Arbeit wird mit Symbolkarten reflektiert, um weitere Unterrichtsplanungen darauf abzustimmen.	Fixierung des eingangs festgelegten Ziels, um gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern den Lernprozess zu verorten.	Plenum



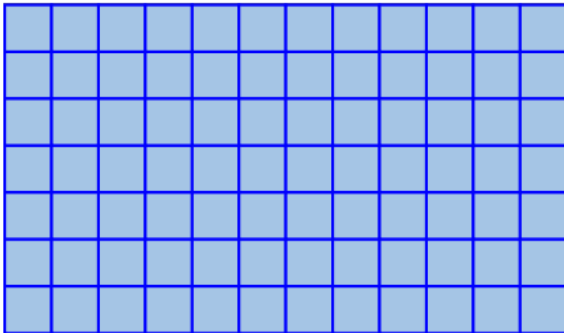
## Lerneinheit 2

Du brauchst: iPad, Einheitsquadrate

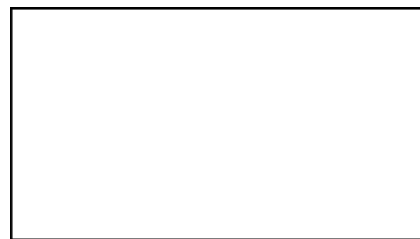
**Aufgabe:**

Lege die Rechtecke mit den Einheitsquadraten aus. Wie viele Quadrate passen in das Rechteck?  
Schreibe die Anzahl darunter.

**Beispiel:**



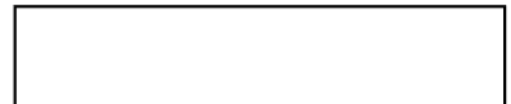
Anzahl: 84



Anzahl: \_\_\_\_\_



Anzahl: \_\_\_\_\_



Anzahl: \_\_\_\_\_



Findest du eine Formel, wie du die Anzahl der Einheitsquadrate ausrechnen kannst?

Hier ist Platz für Notizen.

---



---



---



---

Formel: \_\_\_\_\_



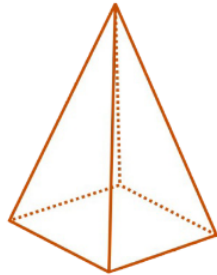
Denk an die Punktestreifen im Einmaleins

### Lerneinheit 3

Du brauchst: Sicherheitshinweise zum 3D-Druckstift, 3D-Druckstift, Unterlage

Ein Kantenmodell, ist ein Objekt welches nur aus den Kanten des Körpers besteht.

Beispiel für Kantenmodell einer Pyramide:



**Aufgabe:**

1. Erstelle ein Kantenmodell eines Quaders, mithilfe des 3D-Druckstiftes. Beginne mit der Fläche eines Rechtecks auf der Unterlage. Was fällt dir jetzt auf? In welche Richtung geht es weiter? Mache ein Bild von deinem Quader mit dem iPad und füge es hier ein:



2. Schreibe die Eigenschaften des Quaders auf:

Anzahl der Ecken: \_\_\_\_\_

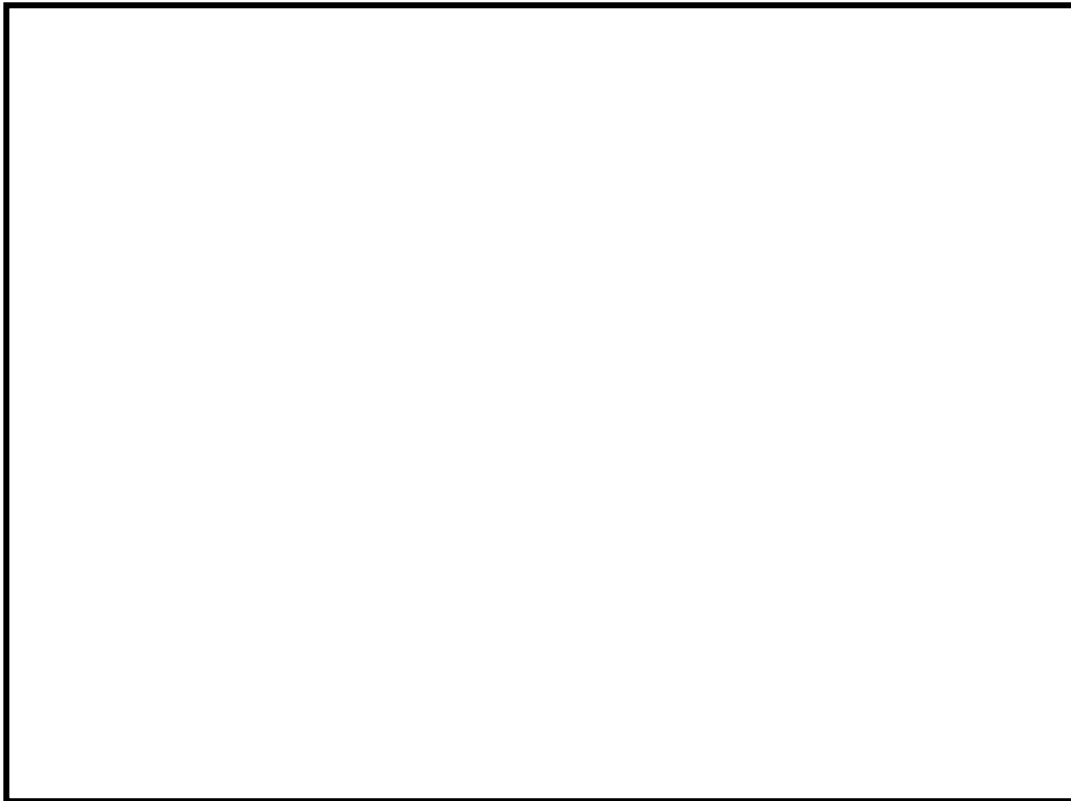
Anzahl der Kanten: \_\_\_\_\_

## Lerneinheit 4

Du brauchst: iPad

### **Aufgabe:**

Finde mithilfe der Klipp-Klapp-App verschiedene Körpernetze von Würfeln und füge einen Screenshot davon ein oder zeichne sie auf:




Kannst du eine Formel für den Oberflächeninhalt entwickeln?

Hier ist Platz für Notizen:

---



---



---



---

Formel: \_\_\_\_\_



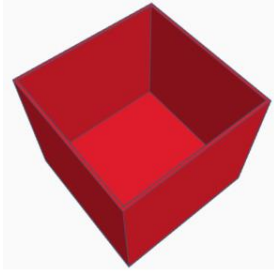
Denke an die Lerneinheit 2. Hier hast du schon herausgefunden, wie du eine Fläche ausrechnen kannst. Bei einem Körper hast du mehrere Flächen...



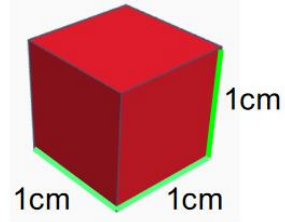
Lerneinheit 5

Du brauchst: iPad, Hohlkörper, Einheitswürfel

Hohlkörper:

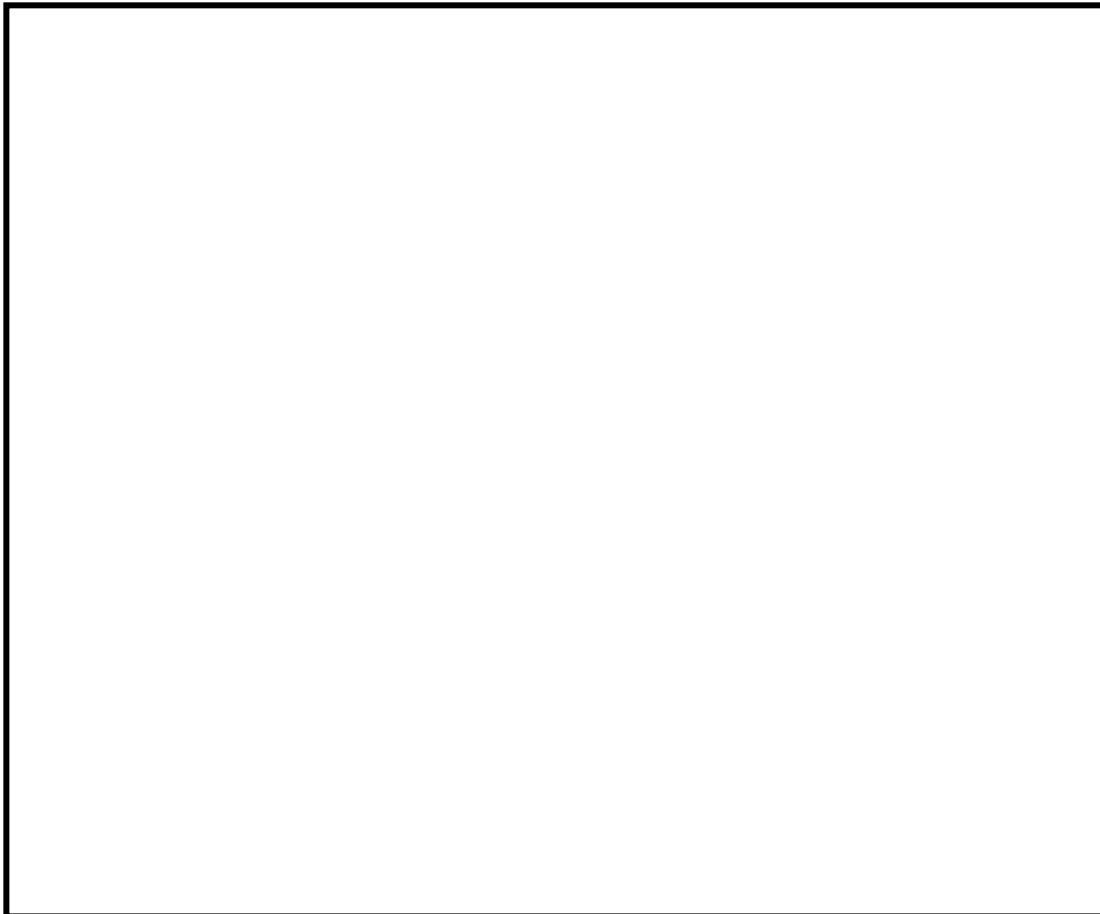


Einheitswürfel:



Aufgabe:

1. Fülle einen Hohlkörper mit Einheitswürfeln. Mache ein Bild davon und füge es hier ein:



2. Wie viele Würfel passen in den Hohlkörper? \_\_\_\_\_



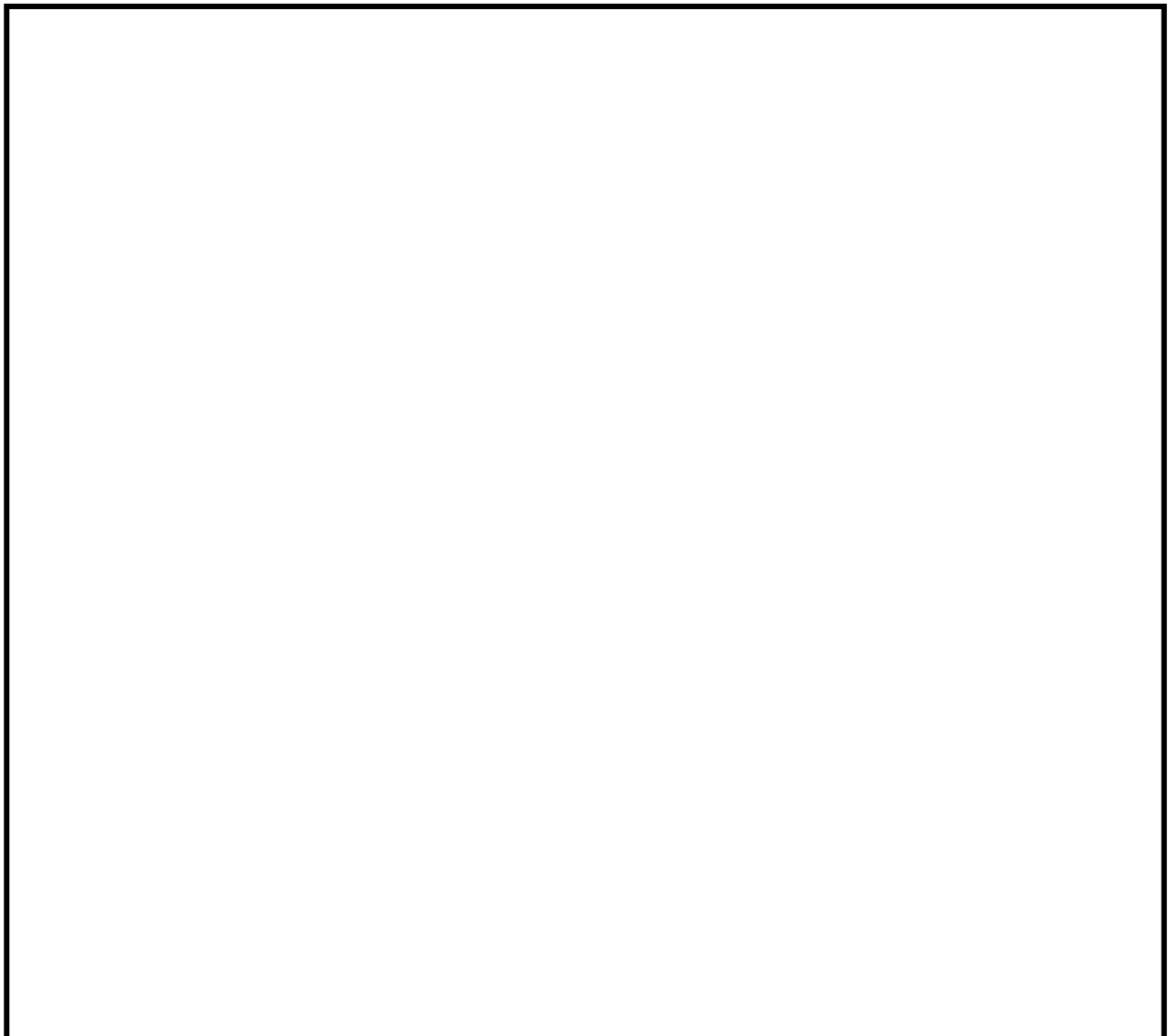
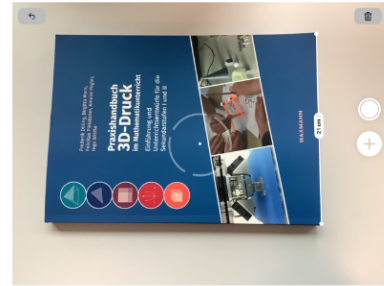
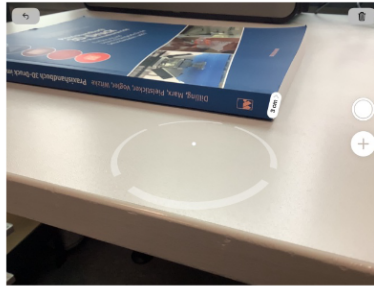
## Lerneinheit 6

Du brauchst: iPad, quaderförmige Objekte

### Aufgabe:

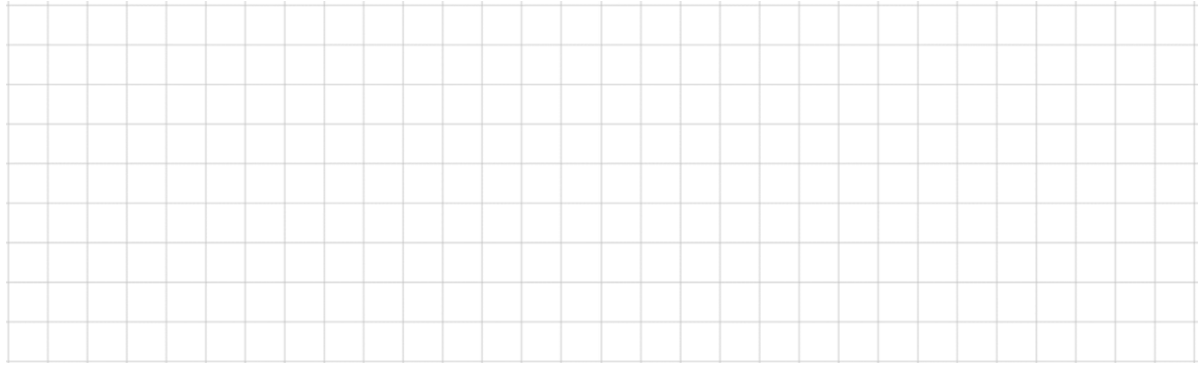
1. Miss mit der App „Maßband“ Breite, Höhe und Tiefe von verschiedenen quaderförmigen Objekten. Füge hier Bilder von den gemessenen Objekten ein.

Beispiel:





Berechne die Oberfläche und das Volumen der Objekte.



Formel für den Oberflächeninhalt:

***Seiten · Flächeninhalt***

Formel für das Volumen:

***Länge · Breite · Höhe***

### Vom Rechteck zum Quader

**Tabelle – Formen:**



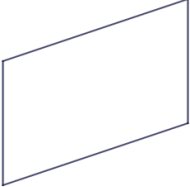

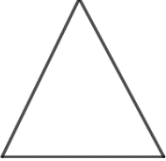
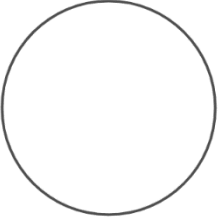
<u>Name:</u>	<u>Bild:</u>	<u>Anzahl der Seiten:</u>	<u>Anzahl der Ecken:</u>
Quadrat			
Rechteck			
Parallelogramm			
Trapez			
Dreieck			
Kreis			

**Wortspeicher – Körper:**

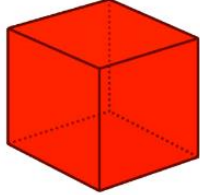
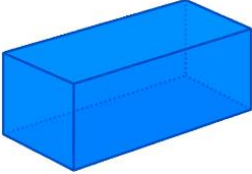

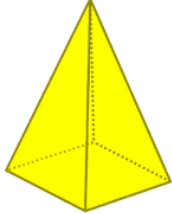

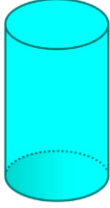
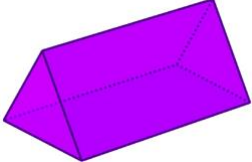
<u>Name:</u>	<u>Bild:</u>	<u>Anzahl der Kanten:</u>	<u>Anzahl der Ecken:</u>	<u>Anzahl der Flächen:</u>
Würfel				
Quader				
Kugel				
Pyramide				
Kegel				
Zylinder				
Prisma				

Vom Rechteck zum Quader

Tabelle – Formen:

<u>Name:</u>	<u>Bild:</u>	<u>Anzahl der Seiten:</u>	<u>Anzahl der Ecken:</u>
Quadrat		4	4
Rechteck		4	4
Parallelogramm		4	4
Trapez		4	4
Dreieck		3	3
Kreis		1	0

**Wortspeicher – Körper:**

<u>Name:</u>	<u>Bild:</u>	<u>Anzahl der Kanten:</u>	<u>Anzahl der Ecken:</u>	<u>Anzahl der Flächen:</u>
Würfel		12	8	6
Quader		12	8	6
Kugel		0	0	1
Pyramide		8	5	5
Kegel		1	1	2
Zylinder		2	0	3
Prisma		9	6	5



**Der 3D Druck – Stift:**



**Sicherheitshinweise:**

Die Düse des Stiftes erreicht eine Temperatur von über 200°C. Berühre diese nicht während des Gebrauchs, damit du dich nicht verbrennst. Berühre mit dem Stift keine andere Person oder hitzeempfindliche Gegenstände. Stelle den Stift mit der Spitze in die Stifthalterung, wenn du ihn gerade nicht benötigst. Achte darauf, dass das Stromkabel niemandem den Weg versperrt.

Ich habe die Sicherheitshinweise zum 3D-Druckstift gelesen:

\_\_\_\_\_

Unterschrift

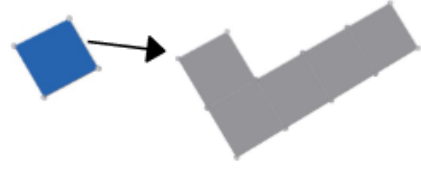
Aus: Dilling, F., Marx B., Vogler, A., Witzke, I. (2021) Praxishandbuch 3D Druck im Mathematikunterricht, Münster: Waxmann



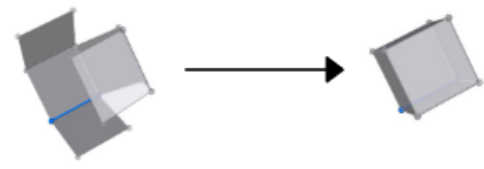
Körpernetz: Wenn man einem Körper an ein paar Kanten aufschneidet, erhält man das Körpernetz.  
 Wenn man dieses Netz wieder zusammenfaltet, erhält man den Körper.



Mit dem Finger das Quadrat an eine Kante des Würfelnetzes setzen



durch Wischen mit dem Finger, verändert sich die Ansicht



durch diesen Regler, kann ich das Körpernetz zusammenklappen. So kann ich testen, ob mein Körpernetz einen Würfel ergibt.



# Das (Kleine) Einmaleins - arithmetisches Grundwissen der Mathematik

## Die Einmaleinsreise

### Zur Konzeption

Ziel der vorliegenden Unterrichtsskizze ist es, bereits erworbene Kenntnisse zum Einmaleins auf kreative Weise zu wiederholen und zu vertiefen. Dazu wird die App BookCreator verwendet, die es mit einfachen Mitteln erlaubt Texte, Bilder, Animationen und Sprachaufnahmen in einer Buchvorlage anzuordnen und die Schülerinnen und Schüler so dazu in hohem Maße zu motivieren, eigene kreative und ansprechende Buchseiten oder ganze Bücher zu gestalten. Durch die Entwicklung der Einmaleinsgeschichten überführen Schülerinnen und Schüler selbstständig individuell gewählte Aufgaben, Zusammenhänge oder Begriffe aus dem Themenbereich des Einmaleins in eine neue und innovative Darstellungsform. Die Verknüpfung unterschiedlicher Darstellungsformen ist aus lerntheoretischer Sicht wichtig, um flexibel mit dem Gelernten umzugehen und auf das Wissen in unterschiedlichen Situationen zurückgreifen zu können. Darüberhinaus handelt es sich bei der vorgestellten Unterrichtsskizze um ein natürlich differenzierendes Aufgabenformat. Die Schülerinnen und Schüler wählen Aufgabenstellungen, Themen und Begriffe für ihre Einmaleinsgeschichten selbstständig, sodass alle Kinder am gleichen Aufgabenformat arbeiten können. Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten in der Schriftsprache können darüberhinaus die Funktion der Sprachaufnahme nutzen. Darin liegt ein weiteres, wesentliches Differenzierungspotential.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die Idee der Rechengeschichten kann mit weiterführenden Aufgaben oder Problemstellungen individuell an die Interessenslagen und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler angepasst werden. So können Grundbegriffe zum Einmaleins wie Stützpunktaufgaben, Primzahlen oder Quadratzahlen fokussiert werden, indem zum Beispiel ein Beginn einer Einmaleinsgeschichte oder eine Überschrift vorgegeben wird. Die Konzeption eignet sich auch zur Einführung in neue Themenbereiche, neue Einmaleinsaufgaben oder wichtiger Begriffe. Die Umsetzung der Einmaleinsgeschichten kann darüberhinaus mit weiteren digitalen Medien, Apps oder Tools erfolgen. So könnten die Einmaleinsgeschichten auch als Video, Stop-Motion Film (z.B. durch die StopMotion App), Comic oder Geschichte in einem einfachen Textdokument umgesetzt werden. Je nach eingesetztem Medium oder eingesetzter App werden so unterschiedliche Mittel zur Darstellung mathematischer Beziehungen und Zusammenhänge des Einmaleins möglich. Je nach Umsetzung ergeben sich dann auch fächerübergreifende Bezüge.

# Das (Kleine) Einmaleins - arithmetisches Grundwissen der Mathematik

## Die Einmaleinsreise (Jahrgangsstufe 4)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler vertiefen und erweitern ihr Wissen zur Multiplikation im Bereich des (kleinen) Einmaleins.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler geben alle Aufgaben des kleinen Einmaleins sicher und automatisiert wieder, indem sie eine Einmaleinsreise erstellen.

Die Schülerinnen und Schüler übersetzen in beiden Richtungen zwischen Einmaleinsaufgabe und Einmaleinsgeschichte, indem sie zwischen verschiedenen Darstellungsformen von Operationen wechseln.

Die Schülerinnen und Schüler vertiefen die Rechengesetze zur Multiplikation, indem sie Aufgaben und Lösungen für die Einmaleinsreise erstellen.

Die Schülerinnen und Schüler üben den Umgang mit digitalen Werkzeugen wie dem iPad, indem sie diese zielgerichtet einsetzen, um ihre Einmaleinsgeschichte zu erstellen.

Die Schülerinnen und Schüler üben die Verwendung der Fachsprache, indem sie sie in Partner- und Gruppenarbeiten verwenden.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Einmaleinsgeschichten der Schülerinnen und Schüler werden zu einem digitalen Buch zusammengefasst und auf dem Klassenpadlet sowie unserem MINT Padlet veröffentlicht und so auch anderen Schülerinnen und Schüler zugänglich gemacht. Möglich ist es auch, dieses Buch als Printversion zu drucken und in die Klassenbücherei zu stellen, um der Thematik noch eine andere Wertigkeit zu geben.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Einmaleinsübungen mit dem Osmo Genius/ Osmo Numbers, um spielerisch das Einmaleins zu wiederholen und zu festigen.
2	Wiederholung Multiplikation und Addition.
3	Einübung der Regel „Punkt vor Strich“ sowie verschiedener flexibler Rechenwege.
4	Einmaleinsübungen mit dem Sprachassistenzsystem Echo Dot und zum Thema Einmaleins passenden Skills „Mein Multiplikationsspiel“ und „Das kleine Einmaleins“, um mit auditiven Übungen das Einmaleins weiter zu automatisieren.
5	<b><i>Einmaleinsgeschichten erfinden und auf dem iPad mit der App Book Creator aufschreiben sowie mit weiteren interaktiven Elementen versehen, um auf kreative Weise das Einmaleins zu festigen.</i></b>
6	Eine Mathereise durch die Einmaleinsgeschichten

# Die Einmaleinsreise

## Jahrgangsstufe 4

Benötigte Materialien:

- Objektsammlung
- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte + App Book Creator

### Unterrichtsverlaufsplan 1x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
3 Min	Prozess- und Zieltransparenz: „Wir erstellen Einmaleinsgeschichten in der App Book Creator und stellen sie vor“		Die Prozess- und Zieltransparenz hilft den Schülerinnen und Schüler, um ihren Lernprozess planen und steuern zu können	Plenum/Sitzkreis
7 Min	Einführung: Einmaleins in unserer Umwelt: Die Schülerinnen und Schüler stellen Bereiche aus ihrer Umwelt vor, in denen sie das Einmaleins entdecken konnten. Dazu sollten die Schülerinnen und Schüler vorab Fotos erstellen, die im Padlet gesammelt wurden und nun auf die interaktive Tafel projiziert werden  Einmaleins Objektsammlung : Die Objektsammlung wird vorgestellt.  Wiederholung Benutzerhinweise Book Creator:  Die Anleitung für die Nutzung des Book Creators wird kurz wiederholt	Definition Einmaleins: Das kleine Einmaleins gehört zum arithmetischen Grundwissen der Mathematik. Es ist eine Zusammenstellung aller Produkte, die sich aus der Kombination zweier natürlicher Zahlen von 1 bis 10 ergeben  Der Book Creator:  Der Book Creator ist eine App zur Erstellung von E Books. Den Buchseiten können Fotos, Videos oder Texte zugefügt werden. Weiter können Audioaufnahmen direkt gesprochen werden sowie Texte mit der Hand, dem Stift oder der Tastatur geschrieben oder getippt werden. Mehrere „Bücher“ können zusammengefasst werden. Eine digitale oder auch Printversion zu erstellen ist möglich.	Die inhaltliche Einführung:  Durch die Vorstellung der eigenen gesuchten Objekte auf Fotos und die Objektsammlung, werden die Schülerinnen und Schüler auf das Thema sensibilisiert. Zusätzlich können die Fotos sowie die Objekte für die Geschichten genutzt werden.  Wiederholung Book Creator:  Die Schülerinnen und Schüler kennen die Bedienung des Book Creators und anderer Basisapps aus dem iPad Führerschein. Durch eine kurze Wiederholung erinnern sie sich daran und es wird in der Arbeitsphase Zeit eingespart.	Unterrichtsgespräch/  •Visualisierung der Prozess- und Zieltransparenz (Reihen- und Studententransparenz) an der Tafel  •iPad und interaktive Tafel zur Präsentation und Wiederholung der Benutzerhinweise  •Objektsammlung (Spielfiguren verschiedener Art, Lego, Bausteine, Knöpfe...)
20 Min	Arbeitsphase: Aufgabenstellung 1: „Erstelle mit der App Book Creator eine Einmaleinsgeschichte. Nutze die Möglichkeiten, die die App hergibt (Internet, Kamera, Audiofunktion) und/oder Fotos und Dinge aus der Sammlung.  Speichere deine Geschichte ab.“	s.o.	Genetisches Prinzip:  Die Arbeitsphase besteht aus der aktiven Bearbeitung problemhaltiger Themen. Zudem wird hier eigenes Vorwissen in den Lernprozess eingebracht  Handlungs- und Produktorientierung durch das Herstellen des E Books	Einzelarbeit/Partnerarbeit/Gruppenarbeit  •Visualisierung Aufgabenstellung  •Fotos (als Datei) und Objektsammlung  •iPads in Klassenstärke mit den Apps Book Creator und Kamera  •Whiteboard/Beamer

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Arbeitssicherung und Reflexion: Die Schülerinnen und Schüler spiegeln ihre Geschichte mit dem Apple TV auf das interaktive Whiteboard und stellen sie vor. In einer Mathekonferenz werden die Einmaleinsaufgaben aus den Geschichten isoliert, Schwierigkeiten besprochen und exemplarisch in verschiedene Darstellungsformen überführt: Textaufgabe, Handlung, sprachliche Kurzform (zweimal Fünf), mathematische Symbol-schreibweise (2x5), Bild/Zeichnung (Plättchen)	Wortspeicher/Verknüpfung unterschiedlicher Darstellungen	Mathematikkonferenz Förderung im Umgang mit dem digitalen Tool. Anwendung und Übung der Kommunikation unter Verwendung der Fachsprache Förderung der Fachsprache Übersetzung in andere Darstellungsformen Kennen und Verstehen unterschiedlicher Darstellungsformen von Multiplikationsaufgaben	Plenum/ Unterrichtsgespräch • iPads in Klassenstärke mit den Apps Book Creator und Kamera • Whiteboard/Beamer • Symbolkarten
5 Min	Abschlussrunde mit Ausblick auf die nächste Stunde	Die Arbeit wird mit Symbolkarten reflektiert, um weitere Unterrichtsplanungen darauf abzustimmen	Festigung des zu Beginn formulierten Ziels um gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern den eigenen Lernprozess zu reflektieren	Plenum/Sitzkreis

## Wir erstellen Einmaleins-Geschichten

### Einmaleins in unserer Umwelt:

In den letzten Stunden konntest du bereits Fotos machen, auf denen du das Einmaleins in deiner Umwelt entdecken konntest. Schau dir auch die Fotos von deinen Mitschülerinnen und Mitschülern an.

- Habt ihr die gleichen oder ähnliche Sachen gefunden in denen man das Einmaleins finden kann?
- Haben deine Mitschüler und Mitschülerinnen etwas gefunden, was dir vorher gar nicht aufgefallen ist?
- Kannst du auch in all ihren Bildern das Einmaleins erkennen?

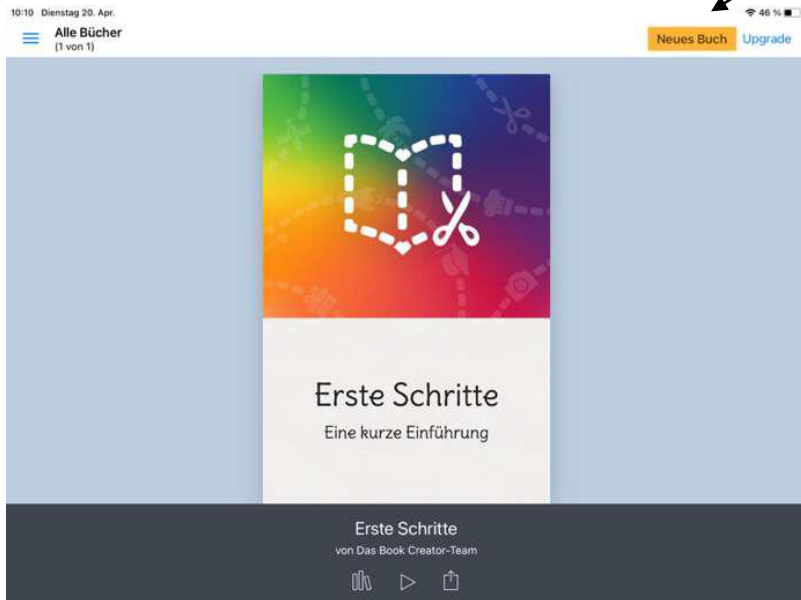
### Arbeitsphase:

Erstelle mit der App Book Creator eine **Einmaleins-Geschichte**. Nutze die Möglichkeiten, die die App hergibt (Internet, Kamera, Audiofunktion) und/oder Fotos und Dinge aus der Sammlung.

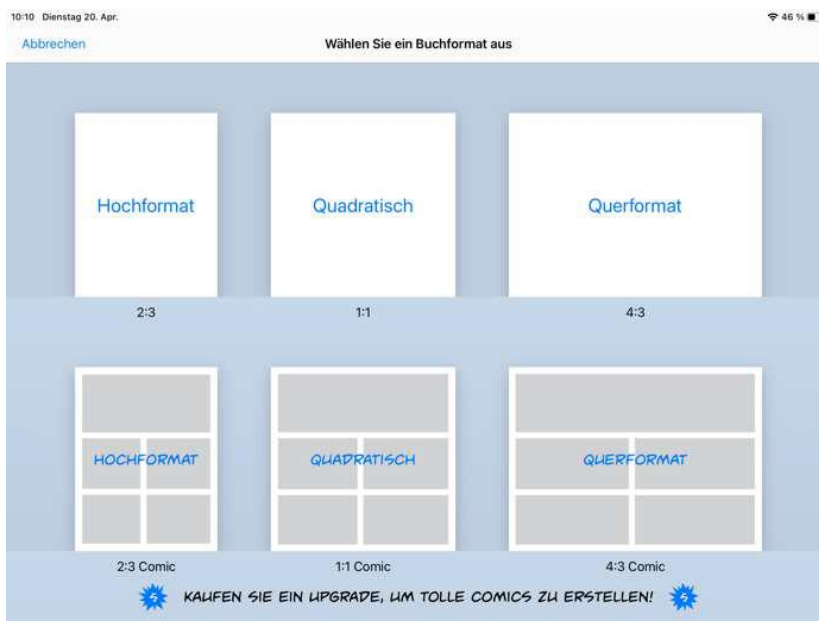
Speichere deine Geschichte ab.

## Anleitung – Book Creator

1. Ich öffne die App, indem ich einmal daraufklicke.
2. Ich klicke auf „Neues Buch“, um das Buch zu erstellen.

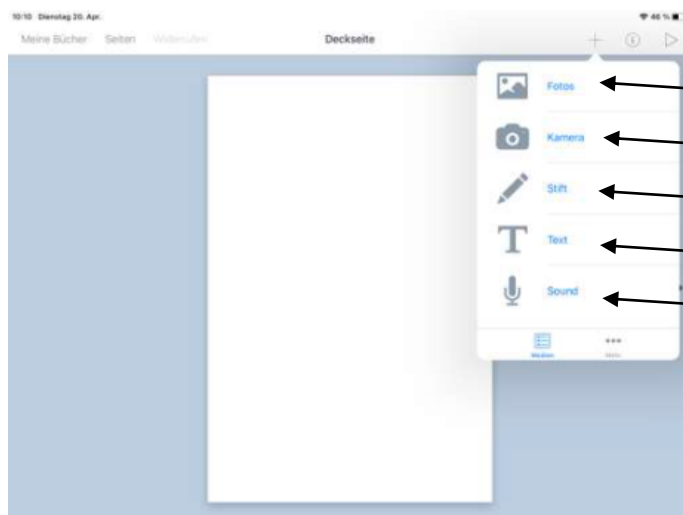


3. Nun wähle ich das **Buchformat** aus, indem ich daraufklicke.





4. Das Deckblatt wird nun gestaltet. Ich kann:

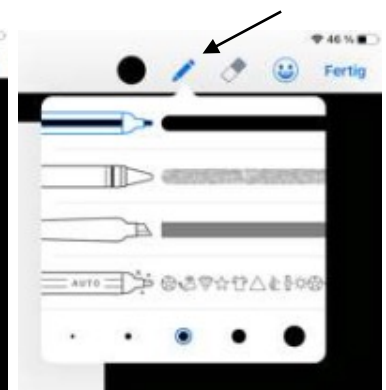


- Bilder einfügen
- Bilder machen
- malen
- einen Text schreiben
- etwas aufnehmen

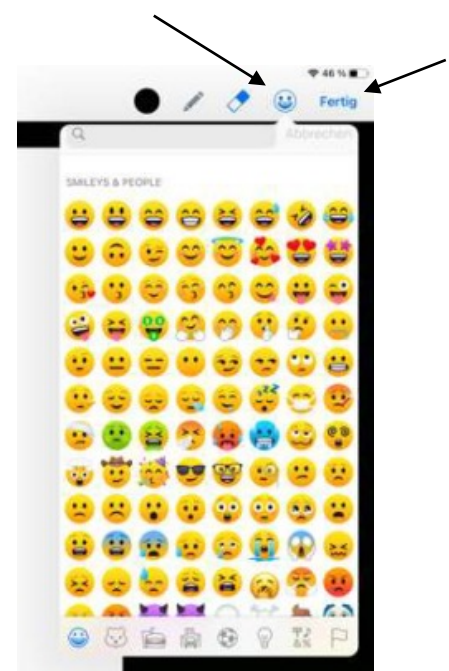
5. Wenn ich den **Stift auswähle**, kann ich die **Farbe wechseln**, indem ich auf das Farbsymbol klicke. Mit einem Klick auf die gewünschte Farbe habe ich die Farbe ausgewählt.



6. Ich kann die **Stiftart ändern**, indem ich auf das Stiftsymbol klicke. Mit einem Klick auf die gewünschte Stiftart wähle ich diese aus.



7. Ich kann **Smileys auswählen**, indem ich auf das Smileysymbol klicke. Mit einem Klick auf den gewünschten Smiley habe ich diesen ausgewählt.



8. Wenn ich mit meinem **Buch fertig bin**, klicke ich oben rechts auf „Fertig“. Nun werden mir noch einmal alle bearbeiteten Buchseiten angezeigt.





# Umgang mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten

## Wir lernen mit der App „Diagramm Generator“ das Kreisdiagramm kennen

### Zur Konzeption

Die vorgestellte Unterrichtsskizze fokussiert die Darstellung von Daten in einem Kreisdiagramm. Sie knüpft an Vorwissen zum Säulendiagramm an und stellt das Kreisdiagramm als weitere Darstellungsform von Daten vor. Die Darstellung von Daten in einem Kreisdiagramm ist ohne Einsatz eines digitalen Mediums in der Grundschule nicht ohne Weiteres möglich. Das Darstellen von Daten mit Hilfe von Diagrammen ist ein wesentliches Ziel des Mathematikunterrichts in der Grundschule. Die App „Diagramm Generator“ ermöglicht es Schülerinnen und Schülern der Grundschule aus Rohdaten Kreisdiagramme zu erstellen und das Kreisdiagramm als weiteren Diagrammtyp neben dem Säulen- und Balkendiagramm kennenzulernen. Wesentlich ist, dass das Kreisdiagramm stets von einer Gesamtheit ausgeht und Kategorien, in die die gesamten erhobenen Daten eingeteilt werden, in Relation zur Gesamtheit darstellen lassen. Der hier vorgestellte Unterrichtsvorschlag ermöglicht es diese Unterschiede in der Darstellung durch Schülerinnen und Schüler selbst erkunden zu lassen, indem selbstständig und mit einfachen Mitteln zwischen unterschiedlichen Darstellungen gewechselt werden kann.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die Grundkonzeption der Stunde bietet die Möglichkeit einer flexiblen und individuellen Anpassung an aktuelle Unterrichtsthemen, gesellschaftlicher Themen oder Interessenlagen einzelner Lerngruppen. Wesentlich ist dabei, die Unterschiede in der Darstellung des Kreisdiagramms und des Säulendiagramms zu verstehen und reflektiert einzusetzen, um Daten oder Häufigkeiten sinnvoll hinsichtlich der Fragestellung darzustellen. Daraus ergeben sich zahlreiche produktive Verbindungen mit weiteren Themenbereichen aus der Mathematik sowie in Verbindung mit anderen Unterrichtsfächern:

Verbindungen mit weiteren Inhaltsbereichen aus dem Fach Mathematik:

- Darstellung der Ergebnisse von Versuchsreihen zu Zufallsversuchen (Wurf eines Würfels, Ergebnisse eines Glücksrads, Ergebnisse und Bewertung selbst erstellter Zufallsgeräte).
- Erster Zugang zu Teil-Ganze Beziehungen
- Hinführung zur Darstellung einfacher Bruchzahlen

Verbindungen mit dem Sachunterricht

- Darstellung von Daten zu Themen des Sachunterrichts
- Gesunde Ernährung: Ernährungstagebuch führen und nach Kategorien ordnen und darstellen
- Wahl des Klassensprechers
- Darstellung eines Tagesablaufs nach Kategorien: Schlafen, Schule, Spielen, Sport, Fernsehen, Tablet, Handy, Lesen
- Informationen aus einfachen Sachtexten entnehmen und Darstellen (Themenunabhängig)

# Umgang mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten

## Wir lernen mit der App „Diagramm Generator“ das Kreisdiagramm kennen (Jahrgangsstufe 4)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler werten Daten in Kreis-Diagrammen aus und beschreiben diese unter Verwendung mathematischer Fachsprache.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler stellen Daten aus der Erfahrungswelt dar, indem sie Daten aus einer Tabelle in die App Diagramm Generator übernehmen und daraus Diagramme erstellen.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kenntnisse zu typischen Diagrammformen vom Säulendiagramm zum Kreisdiagramm, indem sie die App Diagramm Generator nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler lesen und beschreiben Diagramme unter Anwendung mathematischer Fachsprache, indem sie sich mit einem Partner/ einer Partnerin darüber austauschen.

Die Schülerinnen und Schüler üben den Umgang mit digitalen Werkzeugen wie dem iPad und der App Diagramm Generator, indem sie sie zielgerichtet einsetzen.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Im Anschluss an diese Stunde bietet sich die Anwendung des Wortspeichers an. Dies bedeutet, dass die Schülerinnen und Schüler Aufgaben bearbeiten können, die Beziehungen im Kreisdiagramm fokussieren.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Wir lernen Daten zu erheben und Säulendiagramme zu zeichnen. Die Schülerinnen und Schüler lernen, Daten aus ihrer Erfahrungswelt zu sammeln und diese darzustellen, indem sie jedes Kind der Klasse nach seinem Hobby befragen, diese Ergebnisse in Tabellen verschriftlichen und anschließend ein Säulendiagramm erstellen.
2	Wir lernen die App „Diagramm Generator“ kennen und erstellen damit Säulendiagramme. Die Schülerinnen und Schüler vertiefen das Erstellen eines Säulendiagramms mithilfe der App Diagramm Generator. Sie geben bereits vorhandene Daten in der App ein. Sie befinden sich also im Bereich Bedienen und Anwenden – Digitale Werkzeuge des Medienkompetenzrahmens, da sie die App als Werkzeug nutzen und reflektiert und zielgerichtet einsetzen.
3	<b>Wir lernen mit der App Diagramm Generator das Kreisdiagramm kennen. Die App „Diagramm Generator“ unterstützt die Schülerinnen und Schüler beim Erkunden des Kreisdiagramms. Hierfür müssen sie die App als digitales Werkzeug bedienen und anwenden können, indem sie vorgegebene Daten in der App eintragen und zwischen den Ansichten des Säulen- und Kreisdiagramms wechseln. So lernen sie, Diagramme zu lesen und ihnen Informationen zu entnehmen. Gemeinsam wird ein Wortspeicher erarbeitet.</b>
4	Wir erheben Daten, erstellen unser eigenes Kreisdiagramm und vergleichen es mit dem Säulendiagramm. Die Schülerinnen und Schüler vertiefen das Sammeln von Daten, indem sie mit Hilfe der App „Diagramm Generator“ ein eigenes Kreisdiagramm mit den erhobenen Daten erstellen. Sie setzen sich außerdem kritisch mit den Vor- und gegebenenfalls Nachteilen der jeweiligen Darstellungsweise auseinander. Dabei nutzen sie den Wortspeicher.
5	Wir üben, reale Kreisdiagramme und Säulendiagramme aus Zeitungen zu lesen. Die Diagramme aus der realen Welt stellen einen Alltagsbezug dar und veranlassen die Schülerinnen und Schüler auf motivierende Weise, die mithilfe der App gelernten Fähigkeiten zum Lesen eines Kreis- und Säulendiagramm anzuwenden. Dazu werden Aufgaben gestellt, die das Lesen und Entnehmen von Informationen anregen.

# Wir lernen mit der App „Diagramm Generator“ das Kreisdiagramm kennen.

## Jahrgangsstufe 4

Benötigte Materialien:

- Transparenzkarten
- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte + App Diagramm Generator

### Unterrichtsverlaufsplan 1x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
3 Min	Prozess- und Zieltransparenz: „Du lernst mithilfe der App „Diagramm Generator“ das Kreisdiagramm kennen, damit du Daten auch auf eine andere Weise darstellen kannst.“		Die Prozess- und Zieltransparenz hilft den Schülerinnen und Schülern, ihren Lernprozess planen und steuern zu können.	Plenum
10 Min	Einführung: Einordnung der Stunde in die Unterrichtsreihe.  Inhaltliche Wiederholung der letzten Stunde (Wiederholung Säulendiagramm und App „Diagramm Generator“)	Das Säulendiagramm gehört zu den gängigsten Diagrammformen in der Grundschule (neben dem Balkendiagramm). Ein Vorteil dieser Darstellungsweise ist, dass die Rohdaten umgehend und ohne vorherige Umrechnung visualisiert werden können.  Mit ihnen lassen sich außerdem Häufigkeiten strukturieren, übersichtlich darstellen und miteinander vergleichen; die unterschiedlichen Säulen stellen dies grafisch dar.	Zwischen Inhalt, Ziel und Methoden besteht eine Wechselwirkung.  Der Einstieg weckt mathematische Neugierde, greift Vorwissen und Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler auf und schafft Transparenz über den Stundenablauf, den Stundeninhalt, das Ziel und das methodische Vorgehen.  Außerdem hilft die Prozess-, Ziel- und Reihentransparenz dabei, den Lernprozess bewusst zu planen und zu reflektieren.	Sozialform: Theaterkreis  Unterrichtsgespräch, Meldekette  Materialien/Medien: Transparenzkarten für Ziel-, Stunden- und Reihentransparenz

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
20 Min	<p>Arbeitsphase:</p> <p>Der Arbeitsauftrag wird über das iPad der Lehrperson auf der digitalen Tafel gezeigt .</p> <p>1.Die Schülerinnen und Schüler nehmen sich das Arbeitsblatt (Tabelle mit Umfrageergebnissen) von der 1. Stunde zur Hand und fertigen auf Basis der Daten ein Säulendiagramm in der App Diagramm Generator an.</p> <p>2.Anschließend wechseln sie in die Kreisdiagramm-Ansicht.</p> <p>3.Die Forscheraufträge lauten: „Was kann man aus einem Kreisdiagramm ablesen?“ und „Welche Fachwörter könnten dafür hilfreich sein?“</p> <p>4.Die Schülerinnen und Schüler tauschen sich mit einer Partnerin/ einem Partner über die Fragen aus.</p>	<p>Das Kreisdiagramm in der Grundschule enthält Potenziale aber auch Grenzen. Während die Erstellung aufgrund der Notwendigkeit der Bestimmung der Kreissektoren in der Primarstufe nur schwierig umzusetzen ist, sollte als Vorbereitung auf die Arbeit mit Kreisdiagrammen in der Sekundarstufe I das Lesen und Interpretieren von Kreisdiagrammen bereits in der Grundschule geübt werden.</p>	<p>Der Fokus liegt auf der intensiven Nutzung der Lernzeit (die Schülerinnen und Schüler werden motiviert, um aktiv an der Lernaufgabe zu arbeiten).</p> <p>Durch die Aufgabenstellung wird eigengesteuertes Lernen ermöglicht.</p> <p>Die kooperative Lernform (wobei die Erarbeitung in Einzelarbeit geschieht) bietet den Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, ihre Gedanken und Ideen im geschützten Raum preiszugeben.</p>	<p>Sozialform:</p> <p>Einzelarbeit, Partnerarbeit</p> <p>Arbeitsergebnis als Grundlage für Partnergespräch</p> <p>Materialien/Medien:</p> <p>Arbeitsblatt von 1. Stunde, iPad für alle Schülerinnen und Schüler, iPad der Lehrperson</p>
10 Min	<p>Sicherung/Reflexion:</p> <p>Die Lehrperson spiegelt ihr iPad über die digitale Tafel und zeigt das erarbeitete Kreisdiagramm. Die Ergebnisse werden gesammelt. Aus den Fachwörtern zum Beschreiben des Kreisdiagramms wird gemeinsam ein Wortspeicher erstellt. Zusätzlich werden Wörter zusammengetragen, die das Säulendiagramm beschreiben können.</p>	<p>Wortspeicher für Säulendiagramm, Kreisdiagramm und Formulierungen zum Beschreiben der Diagramme</p>	<p>Vertiefung der Fachsprache</p>	<p>Sozialform:</p> <p>Theaterkreis</p> <p>Materialien/Medien:</p> <p>iPad der Lehrperson, Plakat für Wortspeicher</p>
2 Min	<p>Abschlussrunde mit Ausblick auf die nächste Stunde</p>	<p>Die Arbeit wird mit Symbolkarten reflektiert, um weitere Unterrichtsplanungen darauf abzustimmen.</p>	<p>Festigung des zu Beginn formulierten Ziels um gemeinsam mit den Schülerinnen und Schüler den eigenen Lernprozess zu reflektieren.</p>	<p>Plenum</p>

Von dem Säulendiagramm zu dem Kreisdiagramm

Lieblingsfach der Klasse 3a:

Fach	Anzahl der Kinder
Deutsch	4
Mathe	3
Sachunterricht	5
Englisch	6
Sport	9

Aufgabe:

1. Nimm dir ein iPad und öffne die App „Diagramm Generator“
2. Erstelle ein Säulendiagramm über die Tabelle mit den Lieblingsfächern.
3. Wechsle dann in die Ansicht Kreisdiagramm.
4. Tausch dich mit deinem Partner/ deiner Partnerin aus.

a) Was kann man aus einem Kreisdiagramm ablesen?

---



---



---



---

b) Welche Fachwörter könnten hilfreich sein?

---



---



---



---







# Messen und Größen - Größenvorstellungen entwickeln

## Mit Maßeinheiten rechnen - Umgang und Rechnen mit den Geldwerten

### Zur Konzeption

Der Unterrichtsvorschlag zeigt, wie mit Hilfe der Software GeoGebra mit einfachen Mitteln Lernpfade erstellt werden können, die dann zum eigenständigen Üben der eigenen Lerngruppe zur Verfügung gestellt werden können. Das digitale Tool GeoGebra Books ermöglicht es aus einer Vielzahl bereits bestehender Apps eine gezielte Auswahl zusammenzustellen, die den Schülerinnen und Schülern dann zur Verfügung gestellt werden können. Darüberhinaus ist es möglich, diese Zusammenstellung mit weiterführenden Hinweisen, Kommentaren, Tipps oder eigenen erstellten Applets zu erweitern und so einen individuellen Lernpfad für die eigene Lerngruppe bereitzustellen. In dem skizzierten Unterrichtsentwurf wird ein solcher Lernpfad zum Themenbereich „Geld“ für eine zweite Jahrgangsstufe vorgestellt. Die Arbeit an einem so erstellten Lernpfad zeichnet sich aus fachdidaktischer Sicht durch ein hohes Differenzierungspotenzial aus. Schülerinnen und Schüler können weitgehend selbstständig wählen an welchen Aufgaben sie arbeiten.

### Weiterführende unterrichtspraktische Bemerkungen

Die vorgeschlagene Unterrichtsskizze zeigt, wie der Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge die Vorbereitung des Unterrichts erweitern kann. Von anderen Lehrkräften ausgearbeitete Lernpfade oder Applets können genutzt und in den eigenen Unterricht integriert werden. Gleichzeitig besteht die Möglichkeit, diese Applets und Lernpfade individuell anzupassen oder eigene Lernpfade zu erstellen, die dann der Community zur Verfügung gestellt werden. Dieses hohe Maß an Flexibilität der Gestaltung von Unterrichtsmaterialien, kombiniert mit einer hohen Verfügbarkeit und Zugänglichkeit ermöglicht es kreative, innovative und individuelle Unterrichtsideen schnell umzusetzen und trägt damit wesentlich zu einer effektiven Unterrichtsvorbereitung bei.

# Messen und Größen - Größenvorstellungen entwickeln

## Mit Maßeinheiten rechnen - Umgang und Rechnen mit den Geldwerten (Jahrgangsstufe 2)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kompetenzen im Bereich „Größen und Messen“ mit dem Schwerpunkt Größenvorstellung und Umgang mit Geldwerten.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler vergleichen und ordnen Geldbeträge, indem sie dazu passende Apps von LearningApps.org nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler verwenden die Einheiten Cent und Euro für Geldwerte, indem sie in Learningapps mit Geldbeträgen rechnen.

Die Schülerinnen und Schüler vertiefen ihre Kenntnisse im Umgang mit Geldwerten, indem sie zu Spiel- und Sachsituationen einfache Sachaufgaben lösen.

Die Schülerinnen und Schüler üben den Umgang mit digitalen Werkzeugen wie dem iPad und Apps der Plattform LearningApps, indem sie diese zielgerichtet einsetzen.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	„Der Größenbereich Geld“: Vorerfahrungen der Kinder „Welche Münzen und Scheine kennst du?“, Bezeichnung Cent und Euro, Ordnen der Münzen und Scheine nach der Wertigkeit
2	Aufbau von Preisvorstellungen, Zuordnen von verschiedenen Geldbeträgen zu Waren „Was kostet wieviel?“, Stützpunktvorstellungen aufbauen
3	Wechseln von Geldscheinen, Geldbeträge unterschiedlich legen, Doppelt so viele Scheine und weniger Geld?
4	<b>iPad (GeoGebraBook, LearningApps): Ordnen von Geldbeträgen, Vorgegebene Warenpreise mit Scheinen und Münzen legen: „Lege möglichst wenige Scheine!“</b>
5	Ergänzen der Geldbeträge bis 100 Euro
6	„Trödelmarkt – ich verkaufe meine Sachen!“: Rechnen mit Geldbeträgen „Was kostet es zusammen?“, Rückgeld berechnen „Was erhalte ich zurück?“

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler können zu Hause weitere LearningApps in unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen bearbeiten.

Weiterhin können sie mit ihren Eltern den Umgang mit Geld in Alltagssituationen üben (Einkaufen, Taschengeld etc.).

# Mit Maßeinheiten rechnen - Umgang und Rechnen mit Geldwerten

## Jahrgangsstufe 2

Benötigte Materialien:

- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte + App GeoGebra + LearningApps

### Unterrichtsverlaufsplan 1x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
3 Min	Prozess- und Zieltransparenz: „Wir bezahlen Waren mit Scheinen und Münzen auf verschiedene Arten“		Die Prozess- und Zieltransparenz hilft den Schülerinnen und Schülern, ihren Lernprozess planen und steuern zu können.	Plenum  Visualisierung der Prozess- und Zieltransparenz (Reihen- und Studententransparenz)
10 Min	Einführung: Inhaltliche Wiederholung: Wie viel Geld ist es?(Scheine und Münzen) Einführung iPad: Regeln zum Umgang werden besprochen. (iPad anschalten und einloggen)	Definition Geld: Geld wird als Tausch- und Zahlungsmittel verwendet und hat die Funktion einer Recheneinheit bzw. eines Wertmaßstabs und einer Wertaufbewahrungsfunktion	Die inhaltliche Wiederholung der Geldwerte hilft bei der nachfolgenden Bearbeitung der LearningApps. Die Schülerinnen und Schüler werden mit den Regeln zur Handhabung der iPads vertraut gemacht.	Plenum/Unterrichtsgespräch  Visualisierung der Regeln zur Handhabung der iPads
20 Min	Arbeitsphase:  Aufgabe 1: iPad entsperren, GeoGebraBook öffnen, Code eingeben  Aufgabe 2: Lernpfad mit folg. LearningApps bearbeiten: Geld kennenlernen (1), Wie viel Geld ist es? (2), Was kostet wie viel? (3), Wechseln von Geld (4)	Größenvorstellungen aufbauen Umgang mit Größen in Sachsituationen Münzen und Scheine als Repräsentanten Preise von Waren als Repräsentanten  GeoGebraBook: Dynamische Mathematiksoftware mit der Möglichkeit interaktive Apps in Lernpfaden bereitzustellen  LearningApps.org: Plattform mit interaktiven, multimedialen Lernbausteinen (in Form von Apps)		Einzelarbeit  Visualisierung Wortspeicher zu Begriffen Münze, Schein, Preis, Ware etc.  iPads mit Apps  Ggf. Smartboard/ Beamer für Bildschirm-screening während Aufgabenerläuterung
10 Min	Arbeitssicherung und Reflexion: Die Schülerinnen und Schüler besprechen gemeinsam mit der Lehrperson am Whiteboard die Ergebnisse der Learningapp „Einkaufen“ sowie Probleme im Umgang mit den Aufgabenstellungen und den digitalen Lernpfades	Wortspeicher/Definition Euro, Cent, Geldscheine, Münzen, Rückgeld	Mathematikkonferenz Reflexion eines digitalen Tools und der adressatengerechten Kommunikation unter Anwendung der Fachsprache	Plenum/ Unterrichtsgespräch  Visualisierung Wortspeicher  iPads Smartboard/Beamer

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
2 Min	Abschlussrunde mit Ausblick auf die nächste Stunde	Die Arbeit wird mit Symbolkarten durch die Schülerinnen und Schüler bewertet.	Die Schülerinnen und Schüler schätzen den Verlauf der Unterrichtsstunde sowie ihren eigenen Arbeitsprozess anhand von Symbolkarten (z.B. Smileys oder Daumen) ein. Diese Einschätzung kann die Lehrperson für die weitere Unterrichtsplanung- und gestaltung nutzen.	Plenum

**Rechnen mit Geld – „Wir bezahlen Waren mit Scheinen und Münzen  
auf verschiedene Arten“**

**Aufgaben:**

- a) Wiederhole nochmal die Tablet – Regeln
- b) Gib den Code für dein iPad ein
- c) öffne das GeoGebra-Book, indem du den QR-Code einscannst:  
<https://www.geogebra.org/m/kzsjtbb2>
  
- d) Erarbeiten der zusammengestellten LearningApps:
  - 1. Geld kennenlernen
  - 2. Wieviel Geld ist es?
  - 3. Was kostet wie viel?
  - 4. Wechseln von Geld.

## Unsere Tablet- Regeln:

1. Ich verwende nur Apps, die ich für die Aufgabe Brauche und halte mich an die Arbeitsanweisungen!

2. Ich trage das Tablet mit zwei Händen!



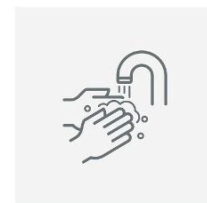
3. Ich arbeite mit dem Tablet im Sitzen.

4. Ich esse und Trinke nicht in der Nähe des Tablets.



5. Bei Problemen frage ich um Hilfe.

6. Ich benutze das Tablet nur mit sauberen Händen.



7. Ich frage um Erlaubnis, bevor ich Fotos oder Videos von andern Personen aufnehme.

# 2

Unterrichtsskizzen für die Sekundarstufe I

Sekundarschule Olpe/Drolshagen

# Schwerpunktthema: Makerspace-School – Die Vielfalt digitaler Werkzeuge selbstständig und eigenverantwortlich erfahren

Der Lebensraum Schule steht und fällt mit der Begeisterung und den Ideen aller Schulmitglieder. Die Sekundarschule Olpe bietet daher ein breites Programm an Angeboten, Aktionen und Projekten innerhalb und außerhalb der Schulzeit, die für alle Schulbeteiligten offen stehen und die die Schule lebendig machen. Schüler, Eltern und Lehrer haben jederzeit die Möglichkeit über die Gremien, aber auch über persönliche Ansprache Angebote anzufragen oder anzuregen. Die Mitwirkung aller Beteiligten stellt eine große Bereicherung für die Schule dar.

MINT und der Mangel an naturwissenschaftlich-technisch qualifizierten Fachkräften in Deutschland hat eine Initiative hervorgebracht, die Kinder mit den unterschiedlichsten Themen der Bereiche Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik (MINT) vertraut machen und begeistern möchte. Die Umsetzung des Schwerpunkts MINT an der Sekundarschule Olpe sorgt für Angebote, die technisches Verständnis und Entwicklergeist bei den Schülern hervorbringen sollen. Ziel ist es letztendlich interessierten und begabten Nachwuchs herauszubilden und zu fördern.

Diese Aspekte unseres Schulprofils haben uns bewogen, uns neben unserem regulären Engagement für das Regionaleprojekt DigiMath4Edu zu bewerben und es für uns als Kollegium, aber vor allem für die Zukunft unserer Schülerinnen und Schüler, durchzuführen. Wir haben mit großer Freude das Digitallabor in unseren Schulalltag integriert und Verknüpfungen verschiedener Fachdisziplinen geschaffen, auch außerhalb der MINT-Fächer.

Zusammenfassend war das DigiMath4Edu-Projekt - trotz des sicherlich auch einzubringenden Arbeitsaufwandes der Kolleginnen und Kollegen - eine große Bereicherung für unsere noch so junge (erst 2011 gegründete) Schule.

## Das Digitallabor

Das Digitallabor der Sekundarschule Olpe befindet sich zwischen zwei Klassenräumen in der ersten Etage oberhalb des Haupteingangs (H1.2.21). Alle digitalen Medien und Werkzeuge, die im Rahmen des Projekts DigiMath4Edu angeschafft wurden, sind in diesem Raum zu finden. Die Lehrerinnen und Lehrer der Sekundarschule können diese jederzeit ausleihen und in ihrem Mathematikunterricht einsetzen. Zur Grundausstattung des Raums gehören Tische und Stühle, damit auch Schülerinnen und Schüler vor Ort an den sechs fest installierten 3D-Druckern (Dremel 3D45) gemeinsam arbeiten können.

Die Drucker sind in das Schulnetzwerk integriert.

Sie lassen sich über einen fest installierten Computer (HP-All-in-One) im Labor oder über weitere ins Netz eingebundene Geräte in der Schule ansteuern. Portable digitale Medien befinden sich in einem Medienschränk und kommen insbesondere in den Klassenräumen zum Einsatz. Hierzu zählen VR-Brillen (Zeiss VR One), Lautsprecher mit Sprachassistenzsystem (Amazon Alexa Echo Dot), Dokumentenkameras (Epson), Tablet-Halterungen (Belkin Portable Stand), Lego-Roboter (Lego Education Spike Prime inkl. Expansion Set), Mikrocontroller (Calliope mini Rev2) sowie Raspberry Pis (inkl. Gehäuse und Kameramodul). Für die 3D-Drucker ist zudem Zubehör, wie Handschuhe, Spachtel, Entgrater u. ä., sowie ausreichend Ersatzfilament in verschiedene Farben vorhanden. Außerdem sind 3D-Druckstifte (Maker Factory) vorhanden, die in einer Unterrichtseinheit zum Thema Brüche (siehe Unterrichtsentwurf) eingesetzt wurden um eine dreidimensionale Stadt der Zukunft zu entwerfen. Zusätzlich steht den Lehrkräften ein iPad zur Verfügung, auf welchem sie aktuelle Apps für ihren Unterricht testen können.





# Flächeninhalte im game-based-learning erfahren

## Einführung von Flächeneinheiten durch die Nutzung digitaler Escape Rooms

### Zur Konzeption

Die Unterrichtsskizze befasst sich mit der Umrechnung von Flächeninhalten in unterschiedliche Einheiten. Einführung, Übung und Anwendung zur Bestimmung und Umrechnung von Flächeninhalten ist in ein motivierendes Format eingebettet, bei dem Schülerinnen und Schüler Rätsel lösen müssen, um in einem digitalen Escape-Room zum Ausgang zu finden. Die vorgeschlagene Unterrichtsskizze zeigt, wie digitale Werkzeuge eingesetzt werden können, um eine motivierte und eigenständige Auseinandersetzung mit klar gesetzten fachlichen Zielen zu verbinden. Darüberhinaus wird durch das gemeinsame Lösen der Aufgaben die Kooperation hinsichtlich eines fachlichen Austauschs über die Lösungen und Lösungswege zentral gefördert.

### Weiterführende unterrichtspraktische Bemerkungen

Die Erfahrung zeigt, dass der Einsatz von Escape-Rooms zu einer hoch motivierten Auseinandersetzung von Schülerinnen und Schülern mit den angestrebten Lerngegenständen führt. Basale Fertigkeiten im Umgang mit PowerPoint oder Keynote sind dabei völlig ausreichend um individuelle und kreative Lernumgebungen für die eigene Lerngruppe zu erstellen. Dabei können differenzierende Varianten in wenigen Schritten umgesetzt werden. Der Einsatz eines Escape-Rooms kann sich je nach geplantem Einsatzzweck von einer umfangreicheren Aufgabe bis hin zur Rahmung mehrerer Unterrichtsstunden oder einer gesamten Unterrichtseinheit erstrecken. Die Gestaltung eines Escape-Rooms ist dabei unabhängig von der Jahrgangsstufe oder dem Unterrichtsthema. Produktive Lernchancen ergeben sich darüberhinaus, wenn Schülerinnen und Schüler aufgefordert werden eigene Escape-Rooms zu erstellen. Diese können den anderen Schülerinnen und Schülern dann digital zur Verfügung gestellt werden. Daraus ergibt sich eine zentrale Verbindung zur Förderung mathematischer und digitaler Kompetenzen.

# Flächeninhalte im game-based-learning erfahren

## Einführung von Flächeneinheiten durch digitale Escape Rooms (Jahrgangsstufe 5)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler kennen alle Flächeneinheiten als einheitliches System zur Angabe der Größe einer Fläche und können diese mit dem Umrechnungsfaktor umrechnen.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler bestimmen den Flächeninhalt verschiedener ebener Figuren, indem sie die gegebenen Einheitsquadrate (Kästchen) zählen.

Die Schülerinnen und Schüler üben das Kommunizieren in der Fachsprache, indem sie Prof. Dr. Hans Aussage in eigenen Worten erklärend wiedergeben und bei abschließenden Besprechungen ihre Lösungen vorstellen.

Die Schülerinnen und Schüler argumentieren mathematisch, indem sie in Gruppenarbeitsphasen gemeinsam das Puzzle, die Zuordnungs- und Umrechnungsaufgabe lösen.

Die Schülerinnen und Schüler organisieren ihr Wissen zum Thema Flächeneinheiten, indem sie ihre Ergebnisse und den Merksatz zu den Flächeneinheiten und ihren Umrechnungen mit einem roten Kasten im Heft notieren.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

In der vorliegenden Stunde haben die Schülerinnen und Schüler das Passwort, das sie in der nachfolgenden Stunde benötigen, ermittelt. Das Passwort geben sie am Anfang der nächsten Stunde zum Öffnen der neuen Datei ein. In der Datei versteckt sich ein Brief von Prof. Dr. Hans mit einem neuen Rätsel. Dieses müssen die Schülerinnen und Schüler lösen, um in die Küche von Prof. Dr. Hans gelangen zu können. Das Rätsel fokussiert sich auf das Anwenden, Üben und Festigen der Flächeneinheiten und ihrer Umrechnungen.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Einführung in den Escape Room und Erkundung verschiedener Flächen im Hinblick auf den Vergleich ihrer Größen mithilfe eines digitalen Geobretts
2	„So schnell lass ich euch nicht weiter“ – Anwendung, Übung und Festigung des Vergleichens von Flächen mithilfe von gleich großen Teilflächen (Kästchen)
3	<b>Willkommen in Prof. Dr. Hans Hobbyraum – Einführung der Flächeneinheiten und ihrer Umrechnungen als einheitliches System zur Angabe der Größe einer Fläche mithilfe eines digitalen Puzzles</b>
4	Vor der Küche – Anwendung, Übung und Festigung von Flächeneinheiten und ihren Umrechnungen anhand des Arbeitshefts „Zahlen und Größen Klasse 5“
5	Überall Fliesen – Erarbeitung der Flächeninhaltsformel eines Rechtecks durch Einheitsquadrate (hier: Fliesen)
6	Das versprochene Essen – Reaktivierung, Anwendung, Übung und Festigung der Flächeninhaltsformel eines Rechtecks und Erarbeitung der Flächeninhaltsformel eines Quadrats
7 & 8	Schnitzeljagd durch den Garten – Reaktivierung, Anwendung, Übung und Festigung des Vergleichs von Flächen, der Flächeneinheiten und ihrer Umrechnungen und der Flächeninhaltsformeln eines Rechtecks und Quadrats anhand verschiedener Aufgabenformate
9	Der Garten – Erarbeitung der Formel zur Berechnung des Umfangs eines Rechtecks und eines Quadrats
10	Willkommen zurück – Anwendung, Übung und Festigung der Umfangsformel eines Rechtecks und Quadrats
11	Eine Aufgabe für Hansi – Reaktivierung und Vertiefung des Wissens anhand der Erstellung einer eigenen Textaufgabe zur Bestimmung der Größe der Fläche und der Länge des Umfangs eines Rechtecks oder eines Quadrats
12	Escape my Room Hansi – Einführung in die Funktionen von Keynote zur Erstellung eines eigenen Escape Room auf Grundlage der selbsterstellten Textaufgabe

# Einführung der Flächeneinheiten und ihrer Umrechnung als einheitliches System

## Jahrgangsstufe 5

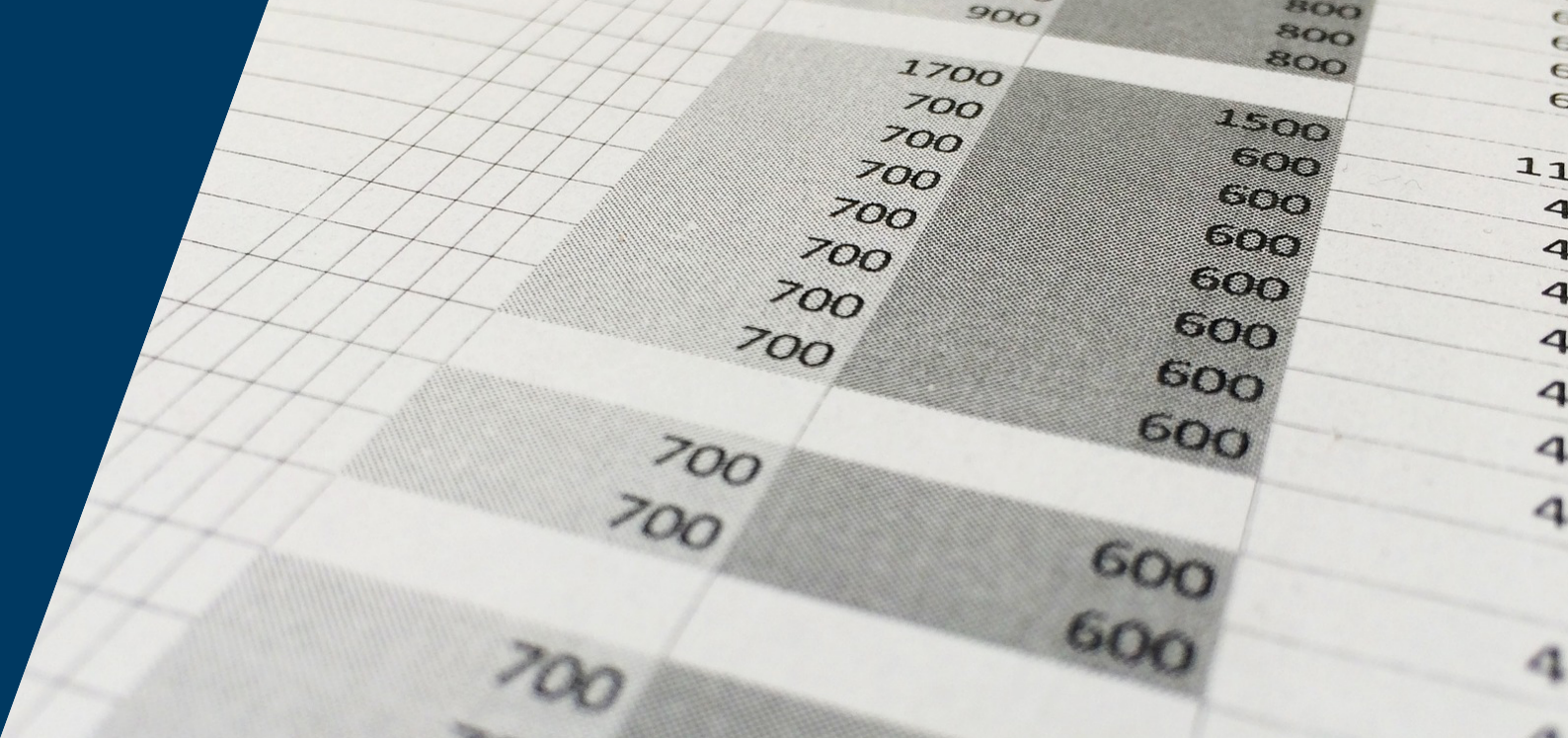
Benötigte Materialien:

- iPads + App Keynote
- Beamer/Smartboard

### Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg	Begrüßung der Schülerinnen und Schüler.  Reaktivierung des Wissens zum Vergleich von Flächen.	Ankommen im Lernkontext  Vorwissensaktivierung zum Thema „Flächen“	Einzelbeiträge  iPad, Escape Room (Bild 1, 2, 5-9)
2 Min	Hinführung	1. Lesen des Textes von Prof. Dr. Hans  2. Austausch über den Text und den dazugehörigen Fragen	(Kognitive) Aktivierung aller Schülerinnen und Schüler durch den Lebensweltbezug  Flächeneinheiten als ein einheitliches System für die Angabe der Größe einer Fläche ist gesucht	Partnerarbeit  Unterrichtsgespräch  iPad, Escape Room (Bild 10), Beamer
1 Min	Überleitung	„Als einheitliches System verwenden wir im Alltag Flächeneinheiten, um die Größe einer Fläche anzugeben. Ihr dürft jetzt auf „Weiter“ klicken...“	Benennen des Stundenthemas und des Stundenziels (Transparenz)	Leherimpuls  iPad, Escape Room (Bild 10, 11), Beamer
10 Min	Erarbeitung	Lösen des Puzzles und abschreiben des Merksatzes zu den Flächeneinheiten und ihren Umrechnungen.	Spielerische Einführung der Flächeneinheiten  Dokumentation der Flächeneinheiten durch Abschreiben des Merksatzes	Partnerarbeit  iPad, Escape Room (Bild 12)  AB Merksatz (Bild 21)

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
20 Min	Übung/Vertiefung	<p>1. Zuordnen der Bilder (Fläche) zu einer Größenangabe (Flächeneinheit) als Vertiefung zum Merksatz</p> <p>2. Umrechnen von einer Flächeneinheit in eine andere vorgegebene Flächeneinheit</p> <p>Unterstützung und Begleitung der Schülerinnen und Schüler durch die Lehrperson</p> <p>Schnelle Schülerinnen und Schüler werden Expertinnen und Experten und unterstützen andere Schülergruppen</p>	<p>Durch die Arbeit mit dem Escape Room lernen die Schülerinnen und Schüler Alltagsgegenstände als Repräsentanten für die Flächeneinheiten kennen und entwickeln so Stützpunktvorstellungen. Das Umrechnen von Größen ist ihnen allgemein bekannt, sie wenden es nun auf Flächen an. Zur Differenzierung sind im Escape Room Hilfestellungen integriert. Durch die Partnerarbeit soll Kooperation und gegenseitige Unterstützung beim Lösen der Rätsel im Escape Room angeregt werden. Die Lehrperson nimmt hier die Rolle des Lernbegleiters ein, um einen hohen Anteil echter Lernzeit zu ermöglichen.</p>	<p>Partnerarbeit</p> <p>iPad, Escape Room (Bild 13-18)</p>
17 Min	Sicherung	<p>Besprechung der Aufgaben und (offizielles) Lösen des Haupträtsels zum Entkommen aus dem Hobbyraum von Prof. Dr. Hans</p>	<p>Sicherung der Ergebnisse zur Festigung der Flächeneinheiten und ihrer Umrechnungen (Schülerinnen und Schüler erklären ihre Lösungen).</p> <p>Sicherstellung der mathematisch korrekten Schreibweise der Flächeneinheiten.</p>	<p>Einzelbeiträge</p> <p>Unterrichtsgespräch</p> <p>iPad, Escape Room (Bild 6, 19), Beamer</p>
	Option	<p>Reflexion der Arbeit mit dem heutigen Teil des Escape Room und ggf. Identifizierung von Lösungsstrategien zu aufgetretenen Problemen</p>	<p>Reflexion der Stunde (z.B. mit der Daumenprobe).</p>	<p>Plenum</p>



# Daten digital auswerten und Zusammenhänge zu negativen Zahlen erkennen

## Anwendung von Excel zur Auswertung von Umfrageergebnissen und Erstellung dazugehöriger Diagramme

### Zur Konzeption

Daten aus der eigenen Erfahrungswelt aufzunehmen und auf unterschiedliche Weise übersichtlich darzustellen, ist eine wichtige Kompetenz, die Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht erwerben sollen. Durch den Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge kann eine übersichtliche Darstellung schnell und einfach umgesetzt werden. Die vorliegende Skizze zeigt, wie die Arbeit mit Tabellenkalkulationsprogrammen effektiv eingeführt werden kann. Dabei werden exemplarisch Daten aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler gesammelt, um sie schließlich übersichtlich in digitalen Diagrammen darzustellen. Die Unterrichtsskizze zeigt, wie grundlegende Fähigkeiten im Umgang mit digitalen Medien mit wesentlichen Bereichen des Mathematikunterrichts verzahnt werden können.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Nachdem die Schülerinnen und Schüler grundlegend mit dem Umgang im Tabellenkalkulationsprogramm vertraut sind, können die erworbenen Fähigkeiten sinnvoll genutzt werden um weiterführende Fragestellungen zu fokussieren. Möglich wird es dann unterschiedliche Darstellungen in Diagrammen zur gleichen Datenlage miteinander zu vergleichen und die Wirkung der Darstellung auf den Betrachter kritisch zu reflektieren. Schülerinnen und Schüler können so dafür sensibilisiert werden, dass die Darstellung von Diagrammen, wie sie unter anderem in den täglichen Medien genutzt werden, stets genau geprüft werden sollten. Daraus ergibt sich eine wichtige Verbindung zu den sozialkindlichen Fächern, indem Schülerinnen und Schülern lernen Diagramme zu erstellen, genau zu lesen und kritisch zu hinterfragen. Die schnelle Umsetzung unterschiedlicher Darstellungen zur gleichen Datenlage wird in dieser Form wesentlich durch den Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge möglich.

# Daten digital auswerten und Zusammenhänge zu negativen Zahlen erkennen

## Anwendung von Excel zur Auswertung von Umfrageergebnissen und Erstellung dazugehöriger Diagramme (Jahrgangsstufe 6)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler setzen das Tabellenkalkulationsprogramm Excel zum Erkunden inner- und außermathematischer Zusammenhänge ein.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler stellen Daten in verschiedenen Weisen dar, indem sie Häufigkeitstabellen zusammenstellen und diese mit Hilfe von Säulen- und Kreisdiagrammen veranschaulichen.

Die Schülerinnen und Schüler entnehmen Informationen aus Tabellen und stellen diese als Diagramme dar, indem Sie Excel zielgerichtet nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler lernen anhand einer Checkliste die Vorgehensweise bei der Erstellung von Diagrammen kennen, indem Sie diese anwenden und zu einer vorgegebenen Tabelle den passenden Diagrammtyp auswählen.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Nach der beschriebenen Unterrichtsstunde sollen die Schülerinnen und Schüler am Anfang der nächsten Stunde erneut eine Umfrage auswerten und als Diagramm bei Excel erstellen. In dieser Stunde liegt der Fokus darauf, die einzelnen Schritte möglichst ohne die Checkliste durchzuführen, um sich die einzelnen Schritte einzuprägen und eine Routine zu entwickeln.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1-3	Was sind negative Zahlen? – Hinführung zum Thema negative Zahlen anhand eines digitalen Lernpfads mit Lernvideos
4-5	Negative Zahlen vergleichen – Vergleich von negativen Zahlen anhand eines Zahlenstrahls
6-7	Negative Zahlen im Alltag – Negative Zahlen anhand von Klimadiagrammen deuten und interpretieren
8	Diagramme zeichnen – Textaufgaben relevante Informationen entnehmen und passende Diagramme (Säulendiagramm, Kreisdiagramm) zeichnen
9-10	Daten erheben – Erstellung und Durchführung einer eigenen Umfrage, um die Ergebnisse in einem passenden Diagramm zusammenzufassen
11-12	<b>Excel als digitales Tool zur Datenauswertung – Anwendung des Tabellenkalkulationsprogramms Excel zur Auswertung von Umfrageergebnissen und Erstellung dazugehöriger Diagramme</b>
13	Wiederholung zur Berechnung von Mittelwerten und relativer Häufigkeit
14-15	Überprüfung der berechneten Mittelwerte aus der vorherigen Stunde anhand der Excelfunktion zur Bestimmung von Mittelwerten

# Anwendung von Excel zur Auswertung von Umfrageergebnissen und Erstellung dazugehöriger Diagramme

## Jahrgangsstufe 6

Benötigte Materialien:

- PCs
- Smartboard
- Excel (oder Alternativen)

### Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg	<p>Begrüßung im Computerraum.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler sitzen jeweils zu zweit vor einem PC.</p> <p>Vorstellung des Ziels und Verlaufs der Stunde.</p> <p>Lehrperson fragt, wie viele Geschwister die Schülerinnen und Schüler haben und notiert ihre Antworten in einer Tabelle mit einer Strichliste an der Tafel. Jede Schülerin/ jeder Schüler muss eine Antwort abgeben.</p>	<p>Ziel- und Prozesstransparenz</p> <p>Alltagsbezug zum Thema herstellen → Aktivierung aller Schülerinnen und Schüler</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler sollen erkennen, dass man aus den Ergebnissen eine Tabelle anfertigen kann.</p>	<p>PC-Raum</p> <p>Unterrichtsgespräch mit Meldekette</p> <p>Umfrage</p> <p>Tafel</p>
15 Min	Erarbeitung	<p>Frage der Lehrperson: „Ihr habt früher bereits Umfragen und Ergebnisse ausgewertet. Kann man die Auswertung auch bildlich darstellen?“</p> <p>Wenn der Begriff Diagramme nicht fällt, dann Frage: „Welche Arten von Diagrammen kennt ihr denn?“</p> <p>Überschrift und Diagrammarten werden vom Lehrenden an der Tafel notiert.</p> <p>Nachteile des handschriftlichen Erstellens von Diagrammen werden kurz besprochen und so wird zu den Vorteilen von Excel hingeführt (geht schneller; Zusammenhang zwischen Tabelle und Diagramm wird deutlich; einzelne Zahlen können schnell verändert werden -&gt; Diagramm ändert sich automatisch mit).</p> <p>Lehrperson gibt die Tabelle über den Lehrer-PC, der über das Whiteboard für alle Schülerinnen und Schüler sichtbar gespiegelt ist ein und erklärt Schritt für Schritt, wie man aus einer Tabelle ein Diagramm erstellen kann.</p> <p>Lehrperson zeigt, wie man das Diagramm löschen kann und wie sich das Diagramm verändert, wenn man in der Tabelle Werte verändert.</p> <p>Die Rechner der Schülerinnen und Schüler werden bei Bedarf gesperrt.</p> <p>Lehrperson teilt eine Checkliste aus, in der die einzelnen Schritte nochmal erläutert werden.</p>	<p>Vorwissenaktivierung</p> <p>Schülerinnen und Schüler sollen selbst auf das Stundenthema kommen und ihnen bekannte Diagramme nennen.</p> <p>Schülerinnen und Schüler sollen darauf kommen, dass es sehr mühsam und zeitaufwendig ist, ein Diagramm ordentlich und genau ins eigene Heft zu zeichnen.</p> <p>Einführung der Diagramm-erstellungsfunktion von Excel</p> <p>Musterlösung zum Vergleichen bleibt über das Whiteboard bestehen (selbstständige Sicherung).</p> <p>Differenzierung für schwächere Schülerinnen und Schüler</p>	<p>Unterrichtsgespräch</p> <p>Tafel</p> <p>Computer</p> <p>Smartboard (Spiegelung des Lehrercomputers)</p> <p>Excel</p> <p>Lehrervortrag</p> <p>Checkliste</p>

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Übung I	<p>Die Schülerinnen und Schüler versuchen nun selbstständig, in Partnerarbeit die Tabelle in Excel zu erstellen und diese in ein geeignetes Diagramm umzuwandeln. Die Checkliste dient als Unterstützung. Bei Unklarheiten steht die Lehrperson zur Verfügung.</p> <p>Selbstständige Kontrolle des Diagramms über das Whiteboard.</p> <p>Speichern des Diagramms unter „Meine Dateien_Mathe“ und Benennung der Datei (Thema und Datum)</p> <p>Schnelle Schülerinnen und Schüler beginnen bereits mit Übung II.</p>	<p>Selbstständige Anwendung des Gelernten</p> <p>Musterlösung zum Vergleichen bleibt über das Whiteboard projiziert (selbstständige Sicherung).</p> <p>Das Speichern von Dateien ist den Schülerinnen und Schülern bereits bekannt und wurde bereits eingeführt.</p>	<p>Partnerarbeit</p> <p>Schüler-PCs</p> <p>Excel</p> <p>Checkliste</p> <p>Whiteboard</p>
15 Min	Übung II	<p>Die Schülerinnen und Schüler sollen in Partnerarbeit nun eigenständig in der Klasse eine Umfrage mit der Frage „Wie kommen die Kinder aus meiner Klasse in die Schule?“ durchführen und die Ergebnisse in einer Excel-Tabelle und einem Excel-Diagramm darstellen. Die Datei muss anschließend nach bekanntem Schema gespeichert werden.</p> <p>Schnelle Schülerinnen und Schüler dürfen sich eine weitere Frage überlegen und die Daten dann mit Excel auswerten.</p>	<p>Eigenständige Durchführung einer Umfrage mit Erstellung einer Tabelle und eines Diagramms in Excel</p> <p>Vertiefung des Gelernten</p> <p>Hohe Schüleraktivität und hoher Anteil echter Lernzeit</p>	<p>Partnerarbeit</p> <p>Umfrage</p> <p>Schüler-PCs</p> <p>Excel</p> <p>Checkliste</p>
10 Min	Sicherung und Reflexion	<p>Eine freiwillige Gruppe darf ihre Vorgehensweise und Ergebnisse der Klasse vorstellen, indem ihre Excel-Tabelle und das dazugehörige Diagramm für alle sichtbar gespiegelt werden.</p> <p>Die restlichen Schülerinnen und Schüler vergleichen mit ihren Ergebnissen und dürfen Aspekte ergänzen.</p> <p>In einem Unterrichtsgespräch wird nochmal zusammengefasst, was in dieser Stunde Neues gelernt wurde und was die Vorteile von Excel sind.</p> <p>Mit einer Daumenabfrage überprüft die Lehrperson, wie die Schülerinnen und Schüler das Erstellen eines Excel-Diagramms verstanden haben, um ggf. in der nächsten Stunde Fragen und Unklarheiten zu klären.</p>	<p>Sicherung der Ergebnisse</p> <p>Reflexion der Stunde</p> <p>Feedback anhand einer Daumenabfrage</p> <p>Daumen hoch – Ich habe das Thema gut verstanden;</p> <p>Daumen in die Mitte – Ich habe das Thema ganz gut verstanden, aber brauche noch etwas Übung;</p> <p>Daumen nach unten – Ich habe das Thema gar nicht verstanden und brauche dringend Hilfe</p>	<p>Schülerpräsentation</p> <p>Whiteboard zur Spiegelung der Ergebnisse</p> <p>Unterrichtsgespräch</p>



### Checkliste zur Erstellung von Diagrammen mit Excel 2010

Rufe das Programm auf mit **Start** → **Alle Programme** → **Microsoft Excel** oder mit Doppelklick der linken Maustaste auf das Icon auf dem Desktop. 

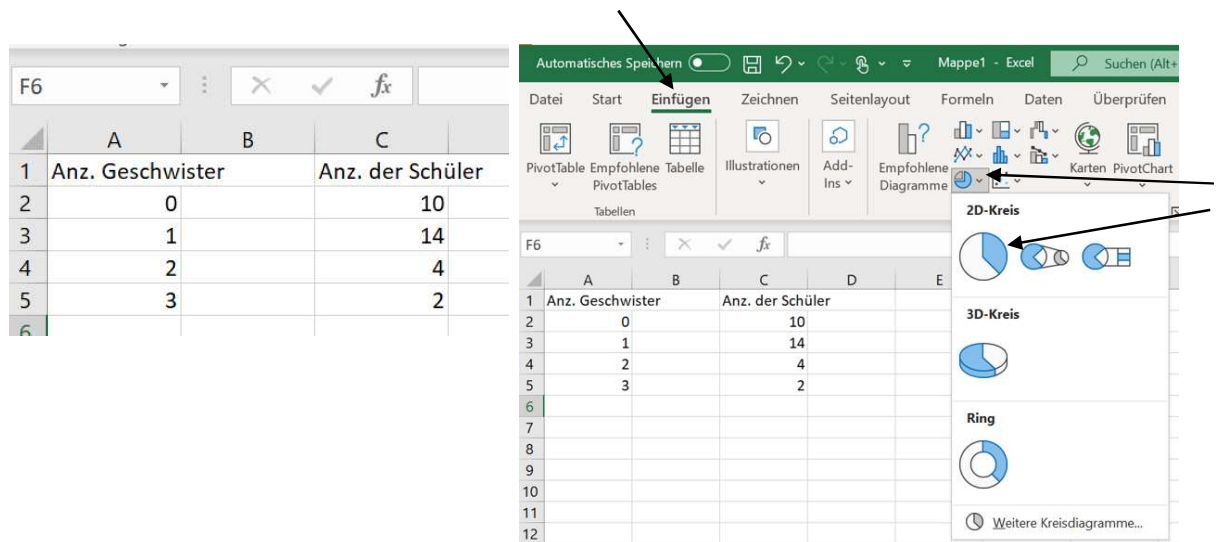
**Hier siehst du nun ein Beispiel mit ausgedachten Ergebnissen.**

Die Anzahl der Schüler müsstest du an die Ergebnisse aus unserer Klasse anpassen.

Bei Fragen melde dich bei mir.

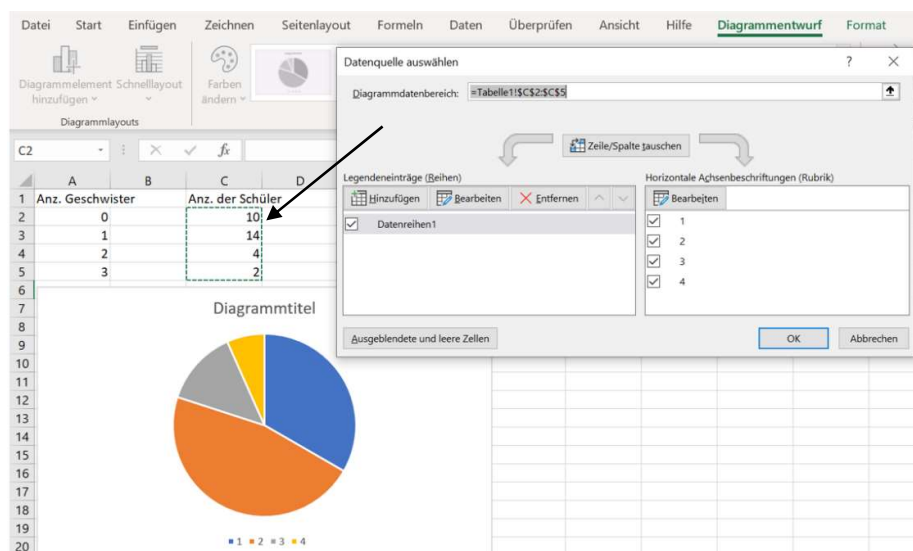
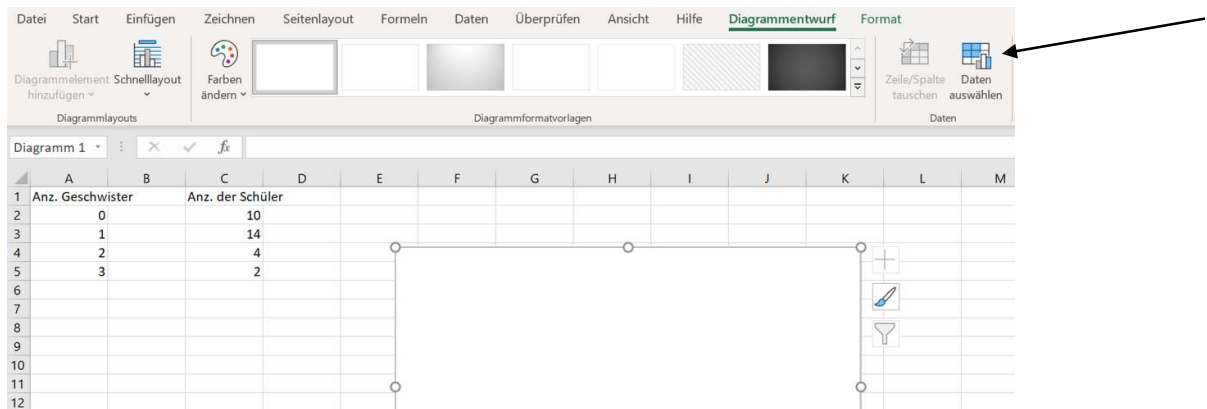
Anzahl der Geschwister	Anzahl der Schüler
0	10
1	14
2	4
3	2

- Klicke die Zelle A1 an und trage die Bezeichnung „Anz. Geschwister“ ein.
- Klicke die Zelle C1 an und trage die Bezeichnung „Anz. der Schüler“ ein.
- Trage in die Zellen A2 bis A5 die Werte 0 bis 3 ein.
- Trage in die Zellen C2 bis C5 die zugehörigen Werte aus der obigen Tabelle ein.



Klicke in der Symbolleiste auf **Einfügen** → **Kreis** und wähle bei **2D-Kreis** das linke Symbol aus.

Klicke dann auf **Daten auswählen**, markiere mit der Maus die Zellen C2-C5 und bestätige mit **OK**.



Nun kannst du die einzelnen Kreisausschnitte unterschiedlich einfärben und sie mit einem Muster oder auch Rahmen versehen. Klicke dazu auf einen Kreisausschnitt, der dann mit drei Punkten gekennzeichnet ist. Klicke mit der rechten Maustaste auf den markierten Kreisausschnitt, dann auf **Datenpunkt formatieren**. Mit **Füllung**, **Rahmenfarbe** und **Rahmenarten** kannst du den Kreisausschnitt individuell gestalten. Der nächste Kreisausschnitt wird genauso bearbeitet.

Du musst nun das an sich schon fertige Kreisdiagramm noch richtig beschriften. Zunächst werden bei den „Tortenstücken“ die Anzahl der Schüler eingetragen: Klicke dazu mit der linken Maustaste auf den ganzen Kreis. Anschließend klickst du mit der rechten Maustaste und wählst aus dem Kontextmenü **Datenbeschriftungen hinzufügen**. Um die Beschriftungen lesbar außerhalb anzubringen, klicke mit der linken Maustaste auf den ganzen Kreis, betätige die rechte Maustaste und klicke auf **Datenbeschriftungen formatieren**, dann auf **Beschriftungsposition** und **Ende außerhalb**.

Jetzt wird eine Überschrift hinzugefügt:

Klicke dazu auf den Rahmen des Kreisdiagramms, dann oben im Bereich Diagrammtools auf die Registerkarte **Layout** → **Diagrammtitel** → **Über Diagramm** und trage den Titel „Anzahl der Geschwister auf meiner Schule“ ein.



Zuletzt wird die rechte Legende den Werten angepasst: Markiere die Legende mit der linken Maustaste und klicke oben im Bereich des Diagrammtools auf die Registerkarte **Entwurf** → **Daten auswählen**. Es öffnet sich ein neues Fenster. Klicke in der rechten Spalte auf **Bearbeiten** und markiere in der Tabelle die Zellen A2 bis A5. Klicke dann jeweils auf **OK**.







# Die Konstruktion von Dreiecken

## GeoGebra als digitales Tool zur Konstruktion von Dreiecken verwenden

### Zur Konzeption

Im Unterrichtsvorschlag wird gezeigt, wie sich Schülerinnen und Schüler anhand des Themenbereichs der Kongruenzsätze mit den Grundfunktionen in GeoGebra vertraut machen können. Aus fachdidaktischer Sicht ist ein sicherer Umgang von Schülerinnen und Schülern mit dem Programm GeoGebra für einen modernen Mathematikunterricht wichtig, um die zahlreichen Chancen des Programms für das Mathematiklernen nutzen zu können. Mit dem folgenden Unterrichtsvorschlag wird dazu exemplarisch aufgezeigt, wie das Programm GeoGebra das fachliche Verstehen mathematischer Zusammenhänge sinnvoll unterstützen kann. Zu Gunsten einer intensiven Auseinandersetzung mit Längenverhältnissen und Winkeln in Dreiecken, werden Konstruktionszeiten sowie Ungenauigkeiten in der Konstruktion im Gegensatz zu einer anlogenen Umsetzung mit Papier und Bleistift deutlich reduziert. Darin kann eine sinnvolle Ergänzung zu klassischen Konstruktionen mit Papier und Bleistift im Mathematikunterricht gesehen.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die vorliegende Unterrichtsskizze führt die Kongruenzsätze nacheinander unter Nutzung des Programms GeoGebra schrittweise ein. Eine weitere Möglichkeit zur Behandlung von Kongruenzsätzen mit GeoGebra wäre eine offene Erkundung von Kongruenzen von Dreiecken. Mit Hilfe von GeoGebra können dazu Applets erstellt werden, die eine gezielte Erkundung zulassen. In diesen Applets können dann zum Beispiel fertige Konstruktionen angeboten werden, die durch verschieben, ziehen oder ändern einzelner Werte durch die Schülerinnen und Schüler verändert werden können. Der Fokus liegt somit weniger auf der Einführung des Programms, als auf den geometrischen Bedingungen zur Kongruenz von Dreiecken. Einige solcher Applets werden zum Download angeboten, sodass sie nicht zwingend selbst erstellt werden müssen.

# Die Konstruktion von Dreiecken

## GeoGebra als digitales Tool zur Konstruktion von Dreiecken verwenden (Jahrgangsstufe 7)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler üben die Kongruenzsätze zu Dreiecken ein und nutzen GeoGebra, um diese zu veranschaulichen.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler wiederholen und festigen ihr Wissen zu Kongruenzsätzen, indem sie eine Einstiegsaufgabe bearbeiten.

Die Schülerinnen und Schüler üben die Nutzung von GeoGebra zur Visualisierung mathematischer Sachverhalte, indem sie sich ein Video anschauen und ihr damit erworbenes Wissen anwenden.

Die Schülerinnen und Schüler üben das Kommunizieren in der Fachsprache, indem sie ihre Erkenntnisse im Unterrichtsgespräch reflektieren.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Nach der beschriebenen Unterrichtsstunde sollen die Schülerinnen und Schüler den Einsatz von GeoGebra auch mit den weiteren Kongruenzsätzen (SSS, SSW und WSW) erproben.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Themeneinstieg: Gerade Linien und wie sie sich schneiden. Eine Einführung in Neben-, Wechsel- und Stufenwinkel
2	Grundlagen sind wichtig - Dreiecke mit Zirkel und Geodreieck konstruieren
3	Winkelsumme im Dreieck - Was passiert wenn ich bei einem Dreieck die Ecken abreiße?
4+5	Was?! Es gibt Dreiecke, die kongruent zueinander sind? - Einführung in die Kongruenz von Dreiecken
6	<b>Zeichnen im 21. Jahrhundert - GeoGebra als digitales Tool zur Konstruktion von Dreiecken verwenden</b>
7+8	Wenn das gilt, dann gilt auch..... argumentieren mit Kongruenzsätzen

# GeoGebra als digitales Tool zur Konstruktion von Dreiecken verwenden

## Jahrgangsstufe 7

Benötigte Materialien:

- PC/Tablet/Handy
- Beamer/Smartboard
- Kopfhörer

### Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg	Die Schülerinnen und Schüler erhalten als „Warming Up“ jeweils eine Aufgabe zu den Kongruenzsätzen SWS und WSW.  Die Lösung wird via Beamer präsentiert.	Die Einstiegsaufgaben (= Warming Up) sollen die Stunde eröffnen und gleichzeitig der Wiederholung und Festigung des bereits Gelernten dienen.	Plenum/ Unterrichtsgespräch  Tafel  Beamer
8 Min	Hinführung	Die Schülerinnen und Schüler erhalten einen Arbeitsauftrag mit Videoeinführung in die Nutzung von GeoGebra.	Das Video, welches als Teil einer Aufgabe angeschaut werden soll, beschreibt das Vorgehen mit GeoGebra für den Kongruenzsatz SWS.	Einzelarbeit PC/Tablet/Handy Kopfhörer Arbeitsblatt
20 Min	Erarbeitung	In Partnerarbeit bearbeiten die Schülerinnen und Schüler die Aufgaben auf einem Arbeitsblatt.	Das Arbeitsblatt enthält Aufgaben, mit welchen sich die Beschreibungen aus dem vorher geschauten Video praktisch in GeoGebra anwenden lassen. Hierdurch wird das zuvor Gelernte unmittelbar geübt.	Partnerarbeit PC Arbeitsblatt
7 Min	Differenzierung	Schülerinnen und Schüler, welche das erste Arbeitsblatt vollständig bearbeitet haben, erhalten ein zweites Arbeitsblatt.	Nachdem die Schülerinnen und Schüler sich mit dem Kongruenzsatz SWS auseinandergesetzt haben, folgt nun der Satz WSW. Dies geschieht analog zum vorherigen Fall.	Partnerarbeit PC Arbeitsblatt
15 Min	Schluss/Reflexion	Die Lehrperson und die Schülerinnen und Schüler reflektieren in einem Gespräch die Unterrichtsstunde.	Hier soll das Erarbeitete aus den unterschiedlichen Gruppen zusammengetragen werden, um eine Grundlage für die Weiterarbeit mit den Kongruenzsätzen und dem digitalen Werkzeug GeoGebra zu bilden.	Plenum/ Unterrichtsgespräch  PC  Beamer

## Konstruktion SWS

Dreieck:  $a = 4,5 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 57^\circ$ ,  $b = 3,8 \text{ cm}$

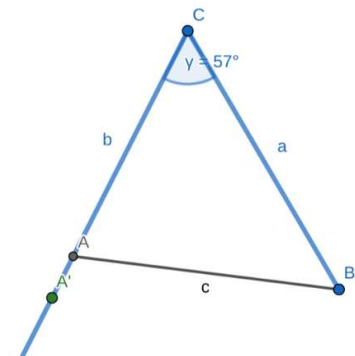
**a) Schaue das Video:**

Kongruenzsatz SWS: [https://www.youtube.com/watch?v=dgHmN\\_DF5yE](https://www.youtube.com/watch?v=dgHmN_DF5yE)

**b) Zeichne das angegebene Dreieck in GeoGebra. Die folgende Beschreibung hilft dir dabei.**

1. Strecke mit fester Länge (a)

- a. Das Komma kann nicht als Komma eingegeben werden, sondern muss als Punkt eingetippt werden.
- b. Über **Linksklick** → **Textwerkzeug** wird der Name der Objekte geändert.



2. Winkel mit fester Größe ( $\gamma$ )

- a. Erst B anklicken, dann C, dann „Im Uhrzeigersinn“. Der Scheitel des Winkels wird als zweites angeklickt.
- b. Es ist ein neuer Punkt B' erstellt worden. Diesen benennt man nach A' um (das muss man nicht unbedingt tun, es ginge auch mit B' weiter). Es ist nicht der Punkt A, sondern ein Hilfspunkt.
- c. Der Winkel wird nun umbenannt und seine Größe verändert unter **Einstellungen** → **Darstellung** → **Größe**.

3. Strahl (b)

- a. Anfangspunkt C, Punkt auf dem Strahl A'.
- b. Strahl mit b benennen.

4. Kreis mit Mittelpunkt und Radius

- a. Mittelpunkt C, Radius einstellen.

5. Punktwerkzeug: Schneide

- a. Wir schneiden Kreis und Strahl.
- b. Der Punkt wird mit A bezeichnet, wenn vorher der Hilfspunkt A' benannt wurde.



6. Strecke

- a. Erst A anklicken, dann B.
- b. Strecke nach c umbenennen.

7. Kreis ausblenden, A' ausblenden

c) **Erstelle die folgenden Dreiecke und miss die angegebenen Größen. Runde die Winkel auf ganze Grad, die Strecken auf eine Stelle nach dem Komma.**

1)  **$a = 6,3 \text{ cm}; b = 5,2 \text{ cm}; \gamma = 63^\circ$**

- a)  $c = \underline{\hspace{2cm}}$
- b)  $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$
- c)  $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$

2)  **$b = 2,9 \text{ cm}; c = 5,3 \text{ cm}; \alpha = 36^\circ$**

- a)  $a = \underline{\hspace{2cm}}$
- b)  $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$
- c)  $\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$

## Konstruktion WSW

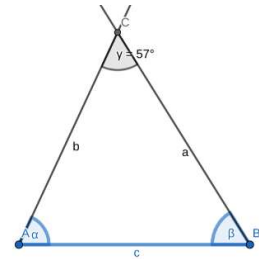
Dreieck:  $c = 8,4 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 65^\circ$ ,  $\beta = 58^\circ$

a) **Schaue das Video:**

Kongruenzsatz WSW: <https://www.youtube.com/watch?v=qcFXEP3xMps>

b) **Zeichne das angegebene Dreieck. Die folgende Beschreibung hilft dir dabei.**

1. Strecke mit fester Länge (c)
  - a. Das Komma kann auch als Komma eingegeben werden.
  - b. Über **Rechtsklick** → **Einstellungen** wird der Name der Objekte geändert.
2. Winkel  $\alpha$ : Winkel mit fester Größe
  - a. Erst B anklicken, dann A,  $65^\circ$ , gegen den Uhrzeigersinn.
  - b. Winkel wenn nötig umbenennen.
3. Winkel  $\beta$ : Winkel mit fester Größe
  - a. Erst A anklicken, dann B,  $58^\circ$ , im Uhrzeigersinn.
  - b. Winkel wenn nötig umbenennen.
4. Strahl 1:
  - a. A anklicken, dann den zugehörigen Punkt des Winkels.
  - b. umbenennen nach b.
5. Strahl 2:
  - a. B anklicken, dann den zugehörigen Punkt des Winkels.
  - b. umbenennen nach a.
6. Die beiden Hilfspunkte der Winkel ausblenden (nicht mehr Anzeigen).
7. Schneide die beiden Strahlen.
  - a. wenn nötig, umbenennen.



8. Den dritten Winkel messen

- a. A anklicken, dann C, dann B
- b. wenn nötig, umbenennen

c) **Erstelle die folgenden Dreiecke und miss die angegebenen Größen. Runde die Winkel auf ganze Grad, die Strecken auf eine Stelle nach dem Komma.**

a)  $c = 5,2 \text{ cm}; \alpha = 44^\circ; \beta = 63^\circ$

- a.  $a = \underline{\hspace{2cm}}$
- b.  $b = \underline{\hspace{2cm}}$
- c.  $\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$

b)  $c = 4,3 \text{ cm}; \beta = 44^\circ; \alpha = 105^\circ$

- a.  $a = \underline{\hspace{2cm}}$
- b.  $b = \underline{\hspace{2cm}}$
- c.  $\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$





# Anwendung, Übung und Festigung des Berechnens von Bruchteilen

## Die Stadt der Zukunft

### Zur Konzeption

In der Unterrichtsskizze wird ein kreatives Setting vorgeschlagen, bei dem Bruchteile durch den Einsatz von 3D-Druck Stiften von Schülerinnen und Schülern in einem spannenden Kontext erfahrbar werden. Mit Hilfe der 3D-Druck Stifte können manuell haptische Objekte erstellt werden, die unmittelbar im Anschluss an den Druck genutzt werden können, um mit ihnen mathematische Fragestellungen zu diskutieren und zu beantworten. In der vorliegenden Skizze werden so Flächenanteile einer futuristischen Stadt dargestellt, die gewissen Vorgaben zur Stadtplanung entsprechen müssen. Zur Planung, Aufteilung und Anordnung der jeweiligen Nutzflächen sowie der Gesamtfläche der Stadt werden keine Vorgaben gemacht, sodass Schülerinnen und Schüler die Aufgabenstellung auf ganz unterschiedlichen Zugangsweisen und Niveaus bearbeiten können. So ergibt sich für alle Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit ihr Wissen über Brüche und Bruchteile in einem motivierenden, kreativen Setting (weiter) zu entwickeln.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Der Einsatz des 3D-Druck Stiftes ermöglicht eine sehr flexible Gestaltung und Darstellung von Flächenanteilen. Eine Umsetzung des Settings wäre ggf. auch ohne den Einsatz der 3D-Druck Stifte möglich, indem die Planung der Flächen mit farbigem Papier umgesetzt und dargestellt wird. Die Erfahrung zeigt jedoch, dass die Verwendung der 3D-Druck Stifte hier besonders effizient ist. Das liegt insbesondere daran, dass Flächen ständig verändert oder erweitert werden können. Dazu kann der Stift an einem bestehenden Flächenmodell einfach wieder angesetzt werden und um weitere Teile oder Flächen erweitert werden. Werden die Modelle dünn gedruckt, ist auch ein Abschneiden mit einer Bastelschere problemlos möglich. Dadurch entfallen Zeiträume in denen Modelle auf Papier aufgezeichnet, ausgeschnitten und ggf. aufgeklebt werden, die dann zu Gunsten echter Lernzeit genutzt werden können.

# Anwendung, Übung und Festigung des Berechnens von Bruchteilen

## Die Stadt der Zukunft (Jahrgangsstufe 6)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler greifen auf ihr Wissen zum Berechnen von Bruchteilen einer Größe zurück und erstellen mithilfe eines 3D-Stiftes ein Modell einer Stadt der Zukunft.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler beschreiben mit eigenen Worten das Verfahren zum Berechnen von Bruchteilen einer Größe, indem sie erklären, dass die Ausgangsgröße durch den Nenner des Bruchs geteilt wird und das Ergebnis mit dem Zähler multipliziert wird.

Die Schülerinnen und Schüler deuten Bruchteile als Größen, indem sie das Verfahren zum Berechnen von Bruchteilen einer Größe anwenden.

Die Schülerinnen und Schüler entnehmen außermathematischen Problemstellungen die relevanten Größen, indem sie die Vorgaben zur Stadt der Zukunft in eine Aufgabe zum Berechnen von Bruchteilen einer Größe überführen.

Die Schülerinnen und Schüler stellen einfache Bruchteile zeichnerisch dar, indem sie den 3D-Stift und die vorbereitete Kästchenunterlage zum Erstellen ihres Modells nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen elementare mathematische Regeln und Verfahren zur Erstellung des Modells einer Stadt der Zukunft, indem sie die Größe der einzelnen Flächen der Stadt mithilfe des Verfahrens zum Berechnen von Bruchteilen einer Größe berechnen.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler präsentieren in der darauffolgenden Stunde ihre Modelle der Stadt der Zukunft. Es wird gemeinsam überprüft, ob alle Kriterien für die Stadt der Zukunft eingehalten wurden und es wird demokratisch über das beste Modell abgestimmt. Die Abstimmung kann zudem zur Wiederholung der Brüche (Anteile eines Ganzen, Kürzen und Erweitern, Ordnen und Vergleichen) genutzt werden.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Zeichnen und Falten – Handlungsorientierte Einführung des Erweiterns und Kürzens von Brüchen
2	Unterschiedliches Aussehen und dennoch gleicher Wert – Anwendung, Übung und Festigung des Erweiterns und Kürzens von Brüchen mithilfe eines selbsterstellten MemoTrios
3	Welche Packungen müssen wir kaufen? – Einführung, Anwendung und Übung des Berechnens von Bruchteilen einer Größe mithilfe eines Pfannkuchen- und Toppingrezepts auf Grundlage einer Instagram-Story
4	Ein Teil von 1km, 1kg, 1h, 1€ – Reaktivierung, Anwendung und Übung des Berechnens von Bruchteilen einer Größe durch Umrechnung in die kleinere Einheit
5	<b>Die Stadt der Zukunft – Anwendung, Übung und Festigung des Berechnens von Bruchteilen zur Entwicklung eines Modells einer Stadt der Zukunft unter Verwendung eines 3D-Stifts</b>
6	Unsere Modelle – Vorstellung und Überprüfung der Modelle sowie Reaktivierung, Anwendung und Festigung der bisher gelernten Inhalte zu den Brüchen
7	Welche Kuchenreste nehmen wir mit? – Reaktivierung und Anwendung des Erweiterns und Kürzens zum Vergleichen und Ordnen von Brüchen
8	Wohin gehöre ich? – Reaktivierung, Erschließung und Anwendung des Vergleichens und Anordnens von (echten) Brüchen auf dem Zahlenstrahl
9	Echt, unecht, gemischt – Einführung, Anwendung und Festigung gemischter Brüche zum Anordnen von unechten Brüchen auf dem Zahlenstrahl
10	„a, b, c, Dezimalbrüche“ – Einführung, Anwendung, Übung und Festigung der Dezimalschreibweise und der Umwandlung eines Bruchs in einen Dezimalbruch durch Erweitern und Kürzen auf Zehnerbrüche mit Unterstützung eines selbsterstellten Videos auf tiktok
11	Zehnerbruch impossible – Reaktivierung, Anwendung, Übung und Festigung der Umwandlung eines Bruchs in einen Dezimalbruch durch schriftliche Division

# Die Stadt der Zukunft

## Jahrgangsstufe 6

Benötigte Materialien:

- 3D-Druckstifte
- Smartboard/Beamer
- PowerPoint

### Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

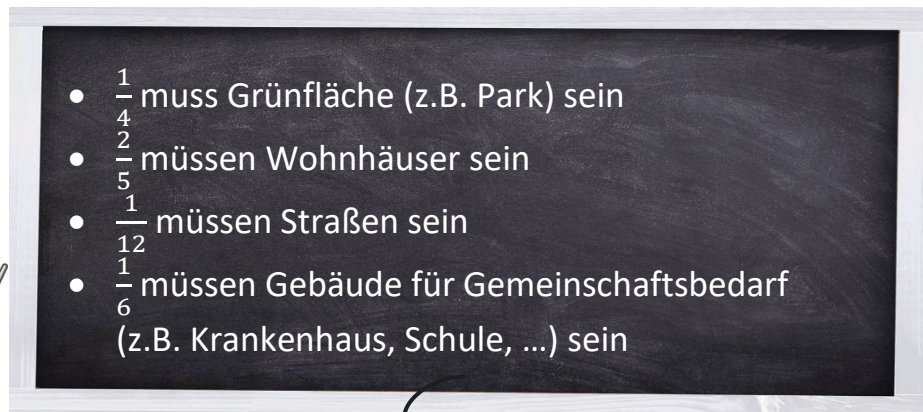
Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg/ Warm-Up	Begrüßung der Schülerinnen und Schüler.  Vorstellung des heutigen Plans.  Ankommen im Lernkontext und Reaktivierung des Wissens zum Berechnen von Bruchteilen einer Größe.	Studententransparenz  Ankommen im Lernkontext  Vorwissensaktivierung	Beiträge, Smartboard, PowerPoint
5 Min	Hinführung	Erarbeitung und Erläuterung des Begriffs „Klimaneutralität“.	(Kognitive) Aktivierung aller Schülerinnen und Schüler durch den Lebensweltbezug	Beiträge, Smartboard, PowerPoint
3 Min	Überleitung	„Ein berühmter Architekt und ein privater Investor sind auf uns aufmerksam geworden. Sie haben uns eingestellt, um ein Modell für eine klimaneutrale Stadt zu erstellen, die in Europa erbaut werden soll. Unser bekannter Professor Dr. Hans ist dieses Mal sehr nett zu uns und hat uns eine gute Übersicht für eine Stadt der Zukunft hinterlassen...“	Benennen des Stundenziels -> Transparenz	Lehrerimpuls, Beiträge, Smartboard

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
34 Min	Erarbeitung	<p>Erläuterung des 3D-Stifts.</p> <p>Berechnen der Bruchteile.</p> <p>Einschalten der 3D-Stifte und Einführen der PLA.</p> <p>Erstellen eines Modells einer Stadt der Zukunft mithilfe eines 3D-Stifts unter Berücksichtigung der zuvor ermittelten Werte.</p>	<p>Anwendung, Übung und Festigung des Berechnens von Bruchteilen</p> <p>Verwendung eines 3D-Stifts zur Visualisierung von Bruchteilen und zur Steigerung der Motivation</p> <p>Offene Aufgabe zur Förderung der Kreativität, der Problemlösekompetenz und zur Steigerung der Motivation</p> <p>Differenzierung für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler durch Tipps und für leistungstärkere Schülerinnen und Schüler durch die gegebene komplexere Aufgabenstellung</p> <p>Hohe Schüleraktivität</p> <p>Lehrperson hat die Rolle des/der Lernbegleiter*in</p>	Smartboard, PowerPoint, 3D-Stift
3 Min	Organisation/Sicherheitsfaktor	<p>Entfernen der PLA, Ausschalten und Aufräumen der 3D-Stifte.</p> <p>Reinigung des Sitzplatzes.</p>	Verantwortung übernehmen	3D-Stift, Smartboard, PowerPoint
5 Min	Abschluss/Reflexion	Reflektieren der Arbeit mit dem 3D-Stift und der Aufgabe.	Reflexion der Stunde mit der Hilfe des 5-Finger-Feedbacks	Smartboard, PowerPoint



## Die Stadt der Zukunft – Design Challenge

In den Medien hört man momentan oft das Wort „klimaneutral“. Darunter versteht man ein Gleichgewicht zwischen Kohlenstoffemissionen und der Aufnahme von Kohlenstoff aus der Atmosphäre. Ganz einfach erklärt: wenn du mit dem Bus zur Schule fährst, stößt der Bus Kohlenstoff aus. Damit der Kohlenstoff nicht weiter unsere Erde erwärmt, brauchen wir so viele Pflanzen und Bäume, dass der Kohlenstoff wieder in Sauerstoff umgewandelt wird. Diesen Prozess nennt man Photosynthese. Viele WissenschaftlerInnen und PolitikerInnen fordern deswegen klimaneutrale Städte – Städte, die der Umwelt und unserer Erde nicht mehr schaden. Nur so kann die Erderwärmung gestoppt und unser Planet gerettet werden. Das Umweltbundesamt hat Eigenschaften der Stadt der Zukunft zusammengefasst. Unser lieber Professor Dr. Hans hat uns eine mögliche einfache Version für eine Stadt der Zukunft notiert.



Für die Füchse:

$\frac{1}{2}$  der Gebäude für den Gemeinschaftsbedarf sind Schulen

$\frac{1}{5}$  der Gebäude für den Gemeinschaftsbedarf sind für Krankenhäuser

$\frac{3}{10}$  der Gebäude für den Gemeinschaftsbedarf sind für Polizei und Feuerwehr

### Aufgabe

Ein berühmter Architekt und Investor sind auf dich aufmerksam geworden. Sie haben dich eingestellt, um ein Modell für eine klimaneutrale Stadt zu erstellen, die in Europa erbaut werden soll. Halte dich an die Vorgaben des Wissenschaftlers für eine klimaneutrale Stadt. Den freien Teil der Stadt darfst du nach deinen Vorlieben und Interessen gestalten.

Sei kreativ!

Nutze die Kästchenunterlage und den 3D Druck – Stift.



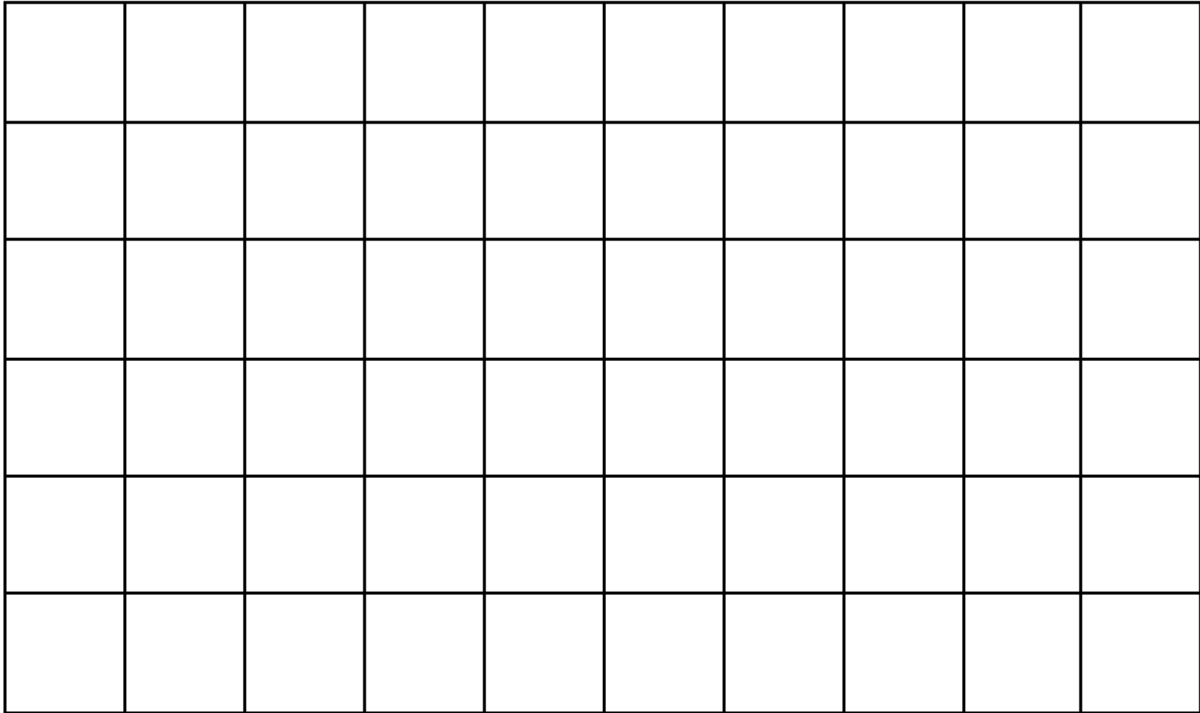
Tip 1: Berechne, wie viele Kästchen die einzelnen Stadtteile einnehmen.

Tip 2: Wie viele Kästchen bleiben übrig? Gib den Anteil als Bruch an.

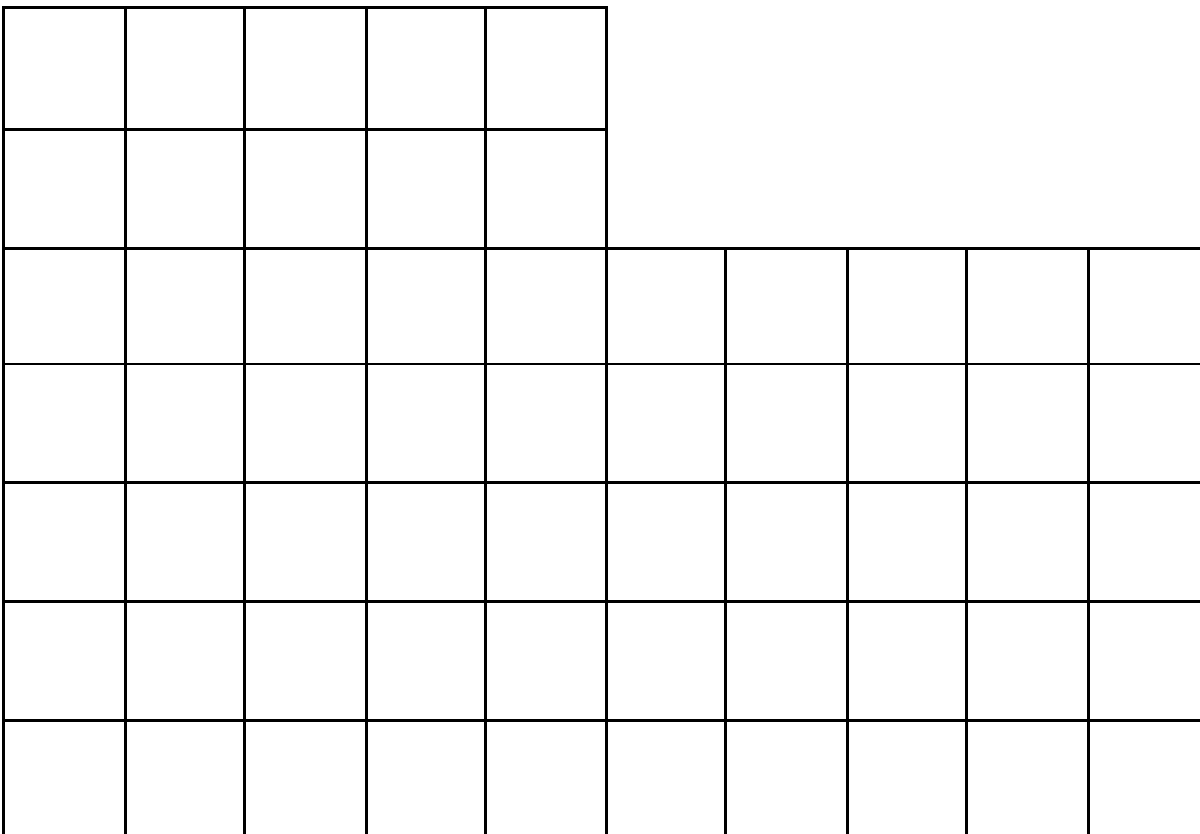
Tip 3: Überlege dir, was in dem freien Teil der Stadt gebaut werden kann. Gib jeweils den Anteil als Bruch an.

### Unterlage – Stadt der Zukunft

1. Möglichkeit: Feld 6x10



2. Möglichkeit: 2x5 und 5x10





# Berechnung von anwendungsbezogenen Aufgaben zur Multiplikation mit Dezimalzahlen

## Wir planen eine Party mit Microsoft Excel

### Zur Konzeption

Der Unterrichtsvorschlag zu anwendungsbezogenen Aufgaben zur Multiplikation zeigt exemplarisch, wie der Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge gezielt Schwerpunkte im Mathematikunterricht setzen kann. Eingebettet in ein motivierendes Setting, stellen Schülerinnen und Schüler nach individuellen Vorlieben Geschenke für Partygäste zusammen und berechnen dabei die Gesamtkosten. Zur Berechnung der Gesamtkosten wird im Unterrichtsvorschlag explizit auf die Nutzung einer Taschenrechnerapp hingewiesen. Der Fokus liegt bewusst nicht auf der konkreten Berechnung jedes einzelnen Ergebnisses. Statt dessen werden im Prozess der Auswahl und Zusammenstellung der Geschenke die Preise oder Preisunterschiede implizit auf den Gesamtpreis für alle Geschenke überschlagen und geschätzt und letztlich mit Hilfe eines Taschenrechners überprüft. Der Schwerpunkt der Stunde liegt damit auf der Entwicklung eines grundsätzlichen Aufbaus von Vorstellungen zur Multiplikation von Dezimalzahlen, der für den Einsatz im Alltag wesentlich ist. Die Fähigkeit zur genauen Berechnung zum Beispiel durch schriftliche Rechenverfahren wird dann an einer anderen Stelle im Lernprozess vertieft.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Der Einsatz von Excel in dem hier vorgeschlagenen Kontext kann je nach Schülergruppe, Lernvoraussetzungen und Interessenlage weiter ausgebaut werden. So könnte auch die Planung der Verpflegung mit in den Bearbeitungsprozess einbezogen werden. Dazu könnten Kalkulationen angenommen werden, auf Grundlage einer vorangegangenen Abfrage abgeschätzt werden könnten. Sowohl GoodNotes als auch Excel können dann die Abfrage, konkrete Kalkulationen oder Darstellungen der Gesamtkosten unterstützen. Der Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge wird so genuin anhand typischer Einsatzszenarien aufgezeigt und geübt, während gleichzeitig wesentliche mathematische Konzept innerhalb solcher erfahrungsbasierter Settings vertieft und erweitert werden können.

# Berechnung von anwendungsbezogenen Aufgaben zur Multiplikation mit Dezimalzahlen

## Wir planen eine Party mit Excel (Jahrgangsstufe 6)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler üben das Rechnen mit endlichen Dezimalzahlen unter Anwendung von GoodNotes im anwendungsorientierten Kontext der Planung einer Geburtstagsparty.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler üben das Addieren von Dezimalzahlen, indem sie Preise von Geschenken in Form von Dezimalzahlen in GoodNotes stellengerecht untereinander schreiben und stellenweise addieren.

Die Schülerinnen und Schüler üben das Multiplizieren von Dezimalzahlen, indem sie Preise von Geschenken in Form von Dezimalzahlen in GoodNotes mit ihrer entsprechenden Anzahl multiplizieren.

Die Schülerinnen und Schüler kommunizieren in mathematischer Fachsprache, indem sie ihren Lösungsweg und ihr Vorgehen bei der Erstellung eines Warenkorbs im Unterrichtsgespräch erklären.

#### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler, die die Springeraufgabe bearbeitet haben, stellen die Aufgabe sowie ihre Lösung vor und regen einen intensiveren Austausch über die Problemstellung an.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	„Bist du noch fit?“ - Wiederholung und Anwendung der Addition und Subtraktion von Dezimalzahlen anhand eines Quiz in Microsoft Teams.
2	„Wie hoch ist der Stapel Papier?“ - Einführung der Multiplikation von Dezimalzahlen mit 10er Zahlen.
3	„Wieviel Stoff braucht Frau Meier?“ - Wiederholung von schriftlicher Multiplikation und Einführung der Multiplikation von Dezimalzahlen mit einem natürlichen Faktor.
4	„Was kosten 0,81 kg Tomaten?“ - Dezimalbrüche mit Dezimalbrüchen multiplizieren
5	„Wie hoch ist ein Blatt Papier?“ - Dezimalzahlen mit 10er Zahlen dividieren
6	„Wieviel muss jeder Schüler für die Klassenfahrt bezahlen?“ - Wiederholung von schriftlicher Division und der Division von Dezimalzahlen mit einem natürlichen Divisor
7	„Wie hoch sind die Kosten für ein Liter Motoröl?“ - Dezimalzahlen mit Dezimalzahlen dividieren
8	<b>„Wir planen eine Party“ – Berechnung von anwendungsbezogenen Aufgaben zur Multiplikation mit Dezimalzahlen anhand einer Einkaufsplanung für eine Geburtstagsparty</b>
9	„Wir renovieren unser Zimmer“ - Anwendungsstunde Division von Dezimalbrüchen

# Wir planen eine Party

## Jahrgangsstufe 6

Benötigte Materialien:

- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte

### Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Einstieg	Begrüßung der Schülerinnen und Schüler und Vorstellung des Verlaufs, des Stundenziels und Hinweise zur Arbeitsphase	Die Studententransparenz steht im Vordergrund um den Schülerinnen und Schülern eine Verortung im Lernprozess zu ermöglichen	Lehrervortrag ActiveBoard
15 Min	Arbeitsphase 1	Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten die Aufgaben Nr. 1, Nr. 2 und Nr. 3  Die Arbeitsblätter werden in Goodnotes am iPad bearbeitet.	Differenzierung: Es liegen Hilfekarten zu den Aufgaben aus. Des Weiteren sind die Aufgabenstellungen je nach Niveau unterschiedlich - es gibt die Anforderungsstufen leicht, normal und schwer  Die Lehrperson hat hier die Rolle der Lernbegleiterin/ des Lernbegleiters	Einzelarbeit, Tippkarten Arbeitsblätter je nach Niveau  iPads + iPad Stifte + GoodNotes
20 Min	Sicherung 1	Die Schülerinnen und Schüler rechnen die Nr. 1 am Activeboard via Bildschirm Spiegelung vor.  Sie erklären mit eigenen Worten ihre Rechenschritte.  Die Schülerinnen und Schüler stellen ihre Ergebnisse der Nr. 2 und Nr. 3 vor.	Sicherstellung des allgemeinen Arbeitsstandes in der Lerngruppe.  Hohe Schüleraktivierung durch Präsentation der eigenen Ergebnisse und nicht vorgefertigter Lehrbeispiele.  Die angemessene Verwendung der Fachsprache soll hier dabei unterstützen, die mathematische Sprachkompetenz der Schülerinnen und Schüler zu stärken.	Unterrichtsgespräch, ActiveBoard, iPads

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Arbeitsphase 2	<p>Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten einen individuellen Warenkorb für die Konfiguration von Geschenktüten für die Gäste</p> <p>Entweder kann der vorbereitete Prospekt genutzt werden, oder es wird im Internet recherchiert</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler sichern ihr Ergebnis selbstständig mit Hilfe der TaschenrechnerApp auf dem iPad.</p>	Offene Aufgabe zur Förderung der Kreativität und Individualität.	<p>Einzelarbeit,</p> <p>iPads</p> <p>Arbeitsblatt Prospekt</p>
10 Min	Sicherung 2 und Reflexion	<p>Die Schülerinnen und Schüler stellen ihren Warenkorb und die Konfiguration der Geschenktüten vor.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler lösen die Einstiegsfrage: „Was kostet Paul die Geburtstagsparty?“ und formulieren einen Antwortsatz.</p>	<p>Sicherung der Ergebnisse für die gesamte Lerngruppe, unabhängig vom jeweiligen Kompetenzniveau</p> <p>Reflexion der Stunde mit einer Daumenabfrage</p>	<p>Unterrichtsgespräch, ActiveBoard</p> <p>iPads</p>

# EINLADUNG

# PAUL

hat Geburtstag



Hurra, es ist soweit!

Endlich werde ich 11 Jahre alt.

Ich kann es kaum mehr erwarten  
und möchte das mit dir,

\_\_\_\_\_

zusammen feiern.

Bist Du dabei?

Am 10.04.2021

um 15:00 Uhr

in Schmiedestraße 15, Olpe

Es gibt leckeren Kuchen und tolle  
Spiele.

### Einkaufen mit Köpfchen

Paul wird bald 11 Jahre alt und er möchte seine Eltern unterstützen, indem er den Einkauf für seine Geburtstagsfeier plant.








#### Aufgabe 1 – Einladungskarten

Für die selbst gebastelten Einladungskarten hat er sich diese Tabelle erstellt.

Berechne den Gesamtpreis für die Artikel.

Einkaufsliste für 12 Einladungskarten:

Artikel	Menge	Einzelpreis	Gesamtpreis
 Bastel- und Tonpapier	12 Seiten	1 Seite kostet 0,30 €	$\begin{array}{r} 12 \cdot 0,30 = 3,6 \\ 00,0 \\ + 3,6 \\ \hline 3,6 \end{array}$
 Sticker	5 Packungen	1 Packung kostet 0,99 €	$\begin{array}{r} 5 \cdot 0,99 = 4,95 \\ 0,00 \\ + 4,50 \\ + ,45 \\ \hline 4,95 \end{array}$
 Filzbuchstaben zum Kleben	12 Packungen	1 Packung kostet 0,49 €	$12 \cdot 0,49 =$
 Die große Filzstift-Sammlung	2 Packungen	1 Packung kostet 1,99 €	$2 \cdot 1,99 =$
 Kleber	3 Klebestifte	1 Klebestift kostet 0,70 €	$3 \cdot 0,70 =$

Addiere alle Gesamtpreise, um herauszufinden, wieviel Paul insgesamt bezahlen muss und formuliere einen Antwortsatz.

$\begin{array}{r} 3,60 \\ + 4,95 \\ + , \\ + , \\ + , \\ \hline , \end{array}$	<p><u>Antwortsatz:</u>                      Paul muss für die 12 Einladungskarten                      Insgesamt _____ € bezahlen.</p>
--	--











**Aufgabe 3:**

Pauls Mutter möchte für seine Party **drei** gleiche Zebrakuchen backen. Sie gibt ihm eine Rezeptliste für **einen** Kuchen und bittet ihn die Mengenangaben für **drei** Kuchen zu berechnen.

*Hinweis: Die Abkürzung Pck. bedeutet Päckchen.*

**Zutaten für einen Kuchen:**

- 0,2 kg Zucker
- 1 Pck. Vanillezucker
- 0,25 kg weiche Butter
- 4 Eier (M)
- 0,15 kg gemahlene Haselnusskerne
- 0,4 kg Mehl
- 0,5 Pck. Backpulver
- 0,25 kg Puderzucker
- 0,15 kg Backkakao



**Zutaten für drei Kuchen:**

Zucker:	$\text{kg} \cdot 3$	=
Vanillezucker:	$\text{Pck.} \cdot 3$	=
Weiche Butter:	$\text{kg} \cdot 3$	=
Eier:	$\cdot 3$	=
Gemahlene Haselnusskerne:	$\text{kg} \cdot 3$	=
Mehl:	$\text{kg} \cdot 3$	=
Backpulver:	$\text{Pck.} \cdot 3$	=
Puderzucker:	$\text{kg} \cdot 3$	=
Backkakao:	$\text{Pck.} \cdot 3$	=







**Kauf hier**

**Aufgabe 4:**

Paul möchte für seine Gäste noch eine Geschenktüte zum Mitgeben zusammenstellen. Er hat für den gesamten bisherigen Einkauf **105,87 €** berechnet. Verwende den Einkaufsprospekt „Kauf hier“ und stelle 12 gleiche Geschenktüten zusammen.



- a) Packe deine Tüten so, dass sie **nicht zu voll** werden und es sollen **mindestens drei Artikel in einer Tüte** sein! Berechne deinen Einkauf.

Artikel	Menge	Einzelpreis	Gesamtpreis
 5 Bunte Papiertüten	3	2,99 €	
 2 Flugzeuge	6	2,99 €	
 1 Jo-Jo	12	0,80 €	
 6 Flummis	2	3,49 €	

- b) Kontrolliere dein Ergebnis mit der Taschenrechner-App auf deinem iPad.

### Kauf hier

**Aufgabe 4:**

Paul möchte für seine Gäste noch eine Geschenktüte zum Mitgeben zusammenstellen. Er hat für den gesamten bisherigen Einkauf **105,87 €** berechnet. Verwende den Einkaufsprospekt „Kauf hier“ und stelle 12 gleiche Geschenktüten zusammen.



- a) Packe deine Tüten so, dass sie **nicht zu voll** werden und es sollen **mindestens drei Artikel in einer Tüte** sein! Berechne deinen Einkauf.

Artikel	Menge	Einzelpreis	Gesamtpreis

- b) Kontrolliere dein Ergebnis mit der Taschenrechner-App auf deinem iPad.





**SprinterAufgabe:**

Aufgrund von Corona haben Gäste abgesagt. Pauls Mutter möchte für seine Party nur noch **zwei** gleiche Dinosaurierkuchen backen. Sie gibt ihm eine Rezeptliste für **einen** Kuchen und bittet ihn die Mengenangaben für **zwei** Kuchen zu berechnen. Du musst die Zutaten für den Kuchen neu berechnen.

*Hinweis: Die Abkürzung Pck. bedeutet Päckchen.*

**Zutaten für einen Kuchen:**

- 0,2 kg Zucker
- 1 Pck. Vanillezucker
- 0,25 kg weiche Butter
- 4 Eier (M)
- 0,15 kg gemahlene Haselnusskerne
- 0,4 kg Mehl
- 0,5 Pck. Backpulver
- 0,25 kg Puderzucker
- 0,15 kg Backkakao



**Zutaten für zwei Kuchen:**

Zucker:	$kg \cdot 2$	=		
Vanillezucker:	$Pck. \cdot 2$	=		
Weiche Butter:	$kg \cdot 2$	=		
Eier:	$\cdot 2$	=		
Gemahlene Haselnusskerne:	$kg \cdot 2$	=		
Mehl:	$kg \cdot 2$	=		
Backpulver:	$Pck. \cdot 2$	=		
Puderzucker:	$kg \cdot 2$	=		
Backkakao:	$Pck. \cdot 2$	=		

Sichere dein Ergebnis mit der ausgelegten Lösung!



# Kauf hier!

**Flugzeuge (2 Stück)**

**2,99€**



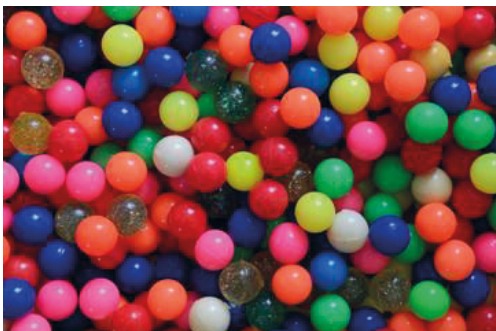
**Perlenarmbänder (8 Stück)**

**4,99€**



**Flummis (6 Stück)**

**3,49€**



**Jo-Jo (1 Stück)**

**0,80€**



**Eulensticker (3 Bögen)**

**1,89€**



# 3

Unterrichtsskizzen für die Sekundarstufen

Bertha-von-Suttner Gesamtschule

# Schwerpunktthema: (Grafischer) Taschenrechner als Auslaufmodell? - Alternative Apps im Mathematikunterricht

Die Bertha-von-Suttner Gesamtschule ist die älteste Gesamtschule Siegens. Um unseren 1100 Schülerinnen und Schülern gerecht zu werden, verwirklichen wir mit unseren verschiedenen Partnern unterschiedliche Projekte. So verfolgen wir auch das Thema Digitalisierung mit großem Interesse und Engagement. Wir sind im dritten Jahr, in dem wir eine iPad-Klasse anbieten können. Die Lernenden profitieren von dieser digitalen Ausstattung enorm und es wird deutlich, wie wichtig die weitere digitale Ausstattung und die Nutzung von digitalen Medien sind. Das Projekt „DigiMath4Edu“ knüpft an unser Streben nach mehr Digitalisierung an, aufgrund dessen bot sich unsere Projektbewerbung an.

Da wir eine sehr engagierte Mathe-Fachschaft haben, die sich im Thema Digitalisierung bereits auskennt, sowie fortgebildet hat, passte der Schwerpunkt auf die Mathematik ebenfalls gut zur Bertha. Seit Jahren sind wir Teil des Qualitätszirkels Mathematik und versuchen durch intensiven Austausch mit anderen Gesamtschulen unseren Schülerinnen und Schülern die Mathematik anschaulich näher zu bringen. Unser Ziel ist es, dass die Lernenden nicht nur Formeln auswendig lernen, sondern verstehen, was hinter diesen Regeln steckt.

Die Bertha ist zudem eine Schule, die Inklusion lebt. Aktuell besuchen insgesamt 77 Schülerinnen und Schüler in beiden Sekundarstufen mit unterschiedlichen Förderschwerpunkten die Bertha. Digitale Medien stellen in diesem Bereich eine enorme Bereicherung dar und helfen die verschiedenen Bedürfnisse der Lernenden abzudecken.

Digitale Medien können dabei für alle Schülerinnen und Schüler eine Grundlage schaffen und helfen, mathematischen Phänomenen eine Form und Darstellung zu geben, die sie verstehen: Sie bieten Möglichkeiten die Mathematik mit anderen Augen zu sehen, ihr ein „Gesicht zu geben“ und sie greifbar zu machen. Digitale Medien schaffen Motivation und gehören zur aktuellen Lebenswelt und Zukunft der Lernenden, was den Einsatz vereinfacht und darüber hinaus unumgänglich macht. Das Projekt „DigiMath4Edu“ hat uns durch die breite Auswahl an digitalen Medien weitere Einblicke verschafft, sodass wir unseren Weg im Bereich der Digitalisierung erfolgreich weiterführen können.

## Das Digitallabor

Das Digitallabor der Bertha-von-Suttner Gesamtschule befindet sich im zweiten Gebäudeteil der Schule, dem Giersberg-Gebäude. Dort werden die Stufen 5-7 unterrichtet. Das Digitallabor selbst liegt im Computerraum der Lehrkräfte. Die Unterrichtsassistent\*innen des Projektes waren dort im Laufe des Projektjahres an drei bis vier Tagen in der Woche anzutreffen und unterstützten die Lehrer\*innen bei der Einbindung digitaler Medien und Werkzeuge in der Unterrichtsplanung und -durchführung. Im Digitallabor stehen den Lehrkräften verschiedene digitale Medien und Werkzeuge zur Verfügung. Es befinden sich dort u. a. 3D-Drucker.

Diese werden einerseits von den Lehrerinnen und Lehrern genutzt, um individuelles Arbeitsmaterial wie ein Set der steckbaren Dreiecke zum Erkunden der Innenwinkelsumme (siehe Unterrichtsentwurf) für ihre Lerngruppen zu erstellen. Andererseits können die Schülerinnen und Schüler auch eigenständig an den 3D-Druckern arbeiten, um beispielsweise im Unterricht entwickelte 3D-Modelle zu drucken (siehe z.B. Modell zur Ableitung der Volumenformel eines Kegels, Unterrichtsentwurf). Über die im Labor verfügbaren Raspberry Pis können Videoaufnahmen der 3D-Drucker während des Druckprozesses live in den Klassenraum übertragen werden.

Darüber hinaus lagern im Digitallabor VR-Brillen, in welche zur Nutzung ein Smartphone eingelegt wird. Diese können insbesondere in der Sekundarstufe I eingesetzt werden, um spielerisch (Kopf-) Rechenstrategien zu üben. Zudem sind im Digitallabor iPads vorzufinden, auf welche verschiedene Apps geordnet nach den Themenbereichen Programmierung, 3D und VR, Geometrie, Analysis und Algebra aufgespielt sind. Diese können von den Lehrer\*innen vielfältig in die Unterrichtsvorbereitung sowie -durchführung eingebunden werden. Neben der CAD-Software Tinkercad und der dynamischen Geometriesoftware (inkl. CAS) GeoGebra wurde während des Projektjahres insbesondere von den Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe II die CAsy+ App von Westermann im Mathematikunterricht erkundet. Diese App soll in den kommenden Schuljahren an der Bertha-von-Suttner Gesamtschule als Alternative zum grafikfähigen Taschenrechner implementiert werden.



# Eigenschaften der Binomialverteilung anhand von Histogrammen

## Bernoulli-Experimente im Anwendungskontext mit der CASeasy+ App und mit dem GTR

### Zur Konzeption

Im Unterrichtsvorschlag wird der Einfluss der Länge einer Bernoullikette und des Erwartungswertes auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Ereignissen untersucht. Die Erkundung und Untersuchung der mathematischen Zusammenhänge erfolgt dabei anhand ausgewählter, anwendungsorientierter Beispiele und unter Einsatz der CASeasy+ App. Im Gegensatz zu einem klassischen Taschenrechner ermöglicht die CASeasy+ App eine intuitive Bedienung. Der Fokus liegt auf dem Verstehen der Zusammenhänge von der Größe einer Stichprobe, dem Erwartungswert und der Standardabweichung sowie der Fähigkeit zur Interpretation der Ergebnisse vor dem Hintergrund des Anwendungskontexts. Die App ermöglicht es darüber hinaus, die Wahrscheinlichkeitsverteilung im gleichen Bildschirm in Form eines Histogramms darzustellen und so zwischen der so ermöglichten Visualisierung und der formalen Darstellung Beziehungen zu erkennen, die das mathematische Verstehen auf unterschiedlichen Ebenen gegenseitig unterstützen können. Anhand dieser Art der Darstellungen können die Interpretationen der Ergebnisse dann im Plenum diskutiert werden.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Durch den Einsatz einer App anstelle eines grafikfähigen Taschenrechners lassen sich auf unterschiedlichen Ebenen Vorteile für eine Unterrichtspraxis im digitalen Zeitalter erkennen. Die Erfahrung zeigt, dass Schülerinnen und Schüler zunehmend Tablets als grundständige Arbeitsgeräte verwenden, mit denen sie unter anderem Notizen im Unterricht sowie schriftliche Arbeiten anfertigen. Die Nutzung der App kann dann unmittelbar auf dem gleichen Gerät erfolgen, Eingaben, grafische Darstellungen und Ergebnisse darüber hinaus direkt in die schriftlichen Notizen eingebunden werden.

# Eigenschaften der Binomialverteilung anhand von Histogrammen

## Bernoulli-Experimente im Anwendungskontext mit der CASeasy+ App und mit dem GTR

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler kennen die Bedeutung der Parameter: Länge einer Bernoulli-Kette ( $n$ ) und Erfolgswahrscheinlichkeit ( $p$ ) für das Histogramm zur entsprechenden Binomialverteilung.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler berechnen Erwartungswerte und Standardabweichungen von Binomialverteilungen, indem sie diese mit der App CASeasy+ oder dem GTR berechnen.

Die Schülerinnen und Schüler erstellen Tabellen und plotten Histogramme zu Binomialverteilungen, indem sie diese mit der App CASeasy+ oder dem GTR visualisieren.

Die Schülerinnen und Schüler üben die Verwendung von Fachsprache, indem sie ihre Arbeitsergebnisse in kurzen Vorträgen visualisieren und präsentieren.

Die Schülerinnen und Schüler reflektieren den Nutzen mathematischer Werkzeuge, indem sie sich kritisch mit den Unterschieden der App CASeasy+ und dem GTR auseinandersetzen.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Anschließend werden die Schülerinnen und Schüler an einem Pool von Aufgaben zur Binomialverteilung arbeiten.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Stochastik – Was bisher geschah... Wahrscheinlichkeiten, Baumdiagramme, Vier-Felder-Tafeln, bedingte Wahrscheinlichkeit, stochastische Unabhängigkeit
2	Zufallsgrößen und Streumaße, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Histogramme, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung
3	<b>Bernoulli-Experimente im Anwendungskontext mit der CASeasy+ App und mit dem GTR - Formel von Bernoulli, Binomialverteilung und kumulierte Binomialverteilung, Länge einer Bernoulli-Kette.</b>
4	Eigenschaften der Binomialverteilung - Binomialverteilung in Abhängigkeit von $n$ und $p$ , Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung
5	Produktionsprozesse unter der Sigma-Lupe - $\sigma$ -Intervalle einer Binomialverteilung



# Bernoulli-Experimente im Anwendungskontext mit der CASeasy+ App und mit dem GTR

## Jahrgangsstufe Q2

Benötigte Materialien:

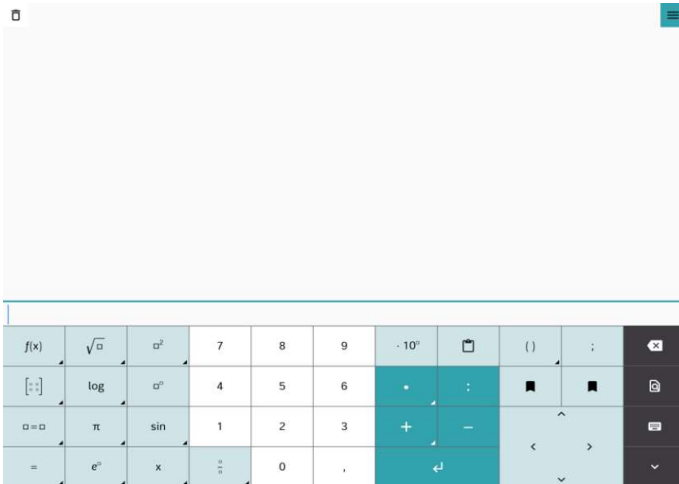
- iPads
- Beamer + AppleTV
- Apps CASeasy+ und Goodnotes

### Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

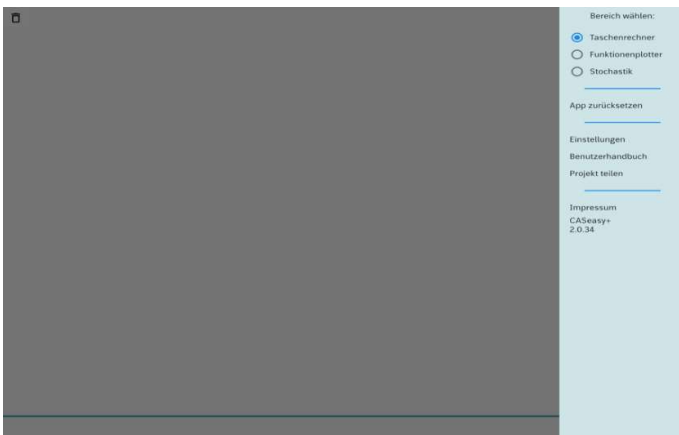
Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
5 Min	Einstieg	Begrüßung iPads austeilen Vorstellung Ziel und Verlauf	Ziel- und Prozesstransparenz	Lehrerbeitrag iPad + AppleTV + Beamer + Folie Stundenverlauf
25 Min	Erarbeitung	Die Schülerinnen und Schüler untersuchen den Einfluss der Länge einer Bernoulli-Kette $n$ und der Erfolgswahrscheinlichkeit $p$ mit Hilfe der App anhand der Teilaufgaben 1) und 2) des Arbeitsblattes und halten ihre Erkenntnisse per iPad fest, z.B. in Goodnotes mit Hilfe von Screenshots, Markierungen und Textbausteinen.	Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten sich anhand dieser Vorgehensweise die Eigenschaften selbst und erhalten durch die Nutzung der App direkt eine Visualisierung der Zusammenhänge.  Binomialverteilung und Histogramme sind inhaltlich bekannt und wurden bisher mit dem GTR erstellt.  Achtung: Die App passt die Skalierung der Achsen automatisch an.  Ggf. Hinweis hierzu geben.	Partnerarbeit  iPads mit Apps CASeasy+ und Goodnotes  AB Eigenschaften  AB Anleitung Binomialverteilung CASeasy+
10 Min	Sicherung	Ein Tandem präsentiert ihre Arbeitsergebnisse anhand der erstellten Präsentation in einem kurzen Vortrag.  Merksätze zu den Eigenschaften werden notiert.  Formeln zur Berechnung von $\mu$ und $\sigma$ werden erläutert.	Merksätze können ggf. aus einer Schülerpräsentation übernommen werden.  Formeln als Vorbereitung der Vertiefung.	Schülerbeitrag / Unterrichtsgespräch  iPad + AppleTV + Beamer + erstellte Präsentation
10 Min	Vertiefung	Die Schülerinnen und Schüler berechnen mit der App $\mu$ und $\sigma$ für verschiedene Binomialverteilungen anhand von Aufgabe 3. Passend dazu schauen sie sich die entsprechenden Histogramme an. Der Einfluss von $\mu$ und $\sigma$ wird untersucht.	Je nach Zeit ggf. als Hausaufgabe.  Erwartungswert $\mu = E(X) = n \cdot p$ und Standardabweichung $\sigma(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$	Partnerarbeit  iPads mit App CASeasy+
5 Min	Sicherung II	Die Ergebnisse werden verglichen und diskutiert.  Ein Merksatz zum Einfluss des Erwartungswertes und der Standardabweichung wird notiert.	Ggf. Schülerlösung oder Satz 7.4 samt Erläuterung (siehe Anhang).	Unterrichtsgespräch  App Notizen

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
5 Min	Reflexion	<p>Inhaltliche Reflexion zum Nutzen der Stunden-erkenntnisse.</p> <p>Methodenreflexion Unterschied GTR und CASeasy+ App auf dem iPad.</p>	Die Vor- und Nachteile der App für diese Unterrichtseinheit sollen von den Schülerinnen und Schüler reflektiert werden.	Unterrichtsgespräch

### Anleitung Binomialverteilung mit EasyCAS+



1. Öffne von Westermann die CASeasy+ App  
 2. Öffne oben rechts die Menüleiste (drei Striche)





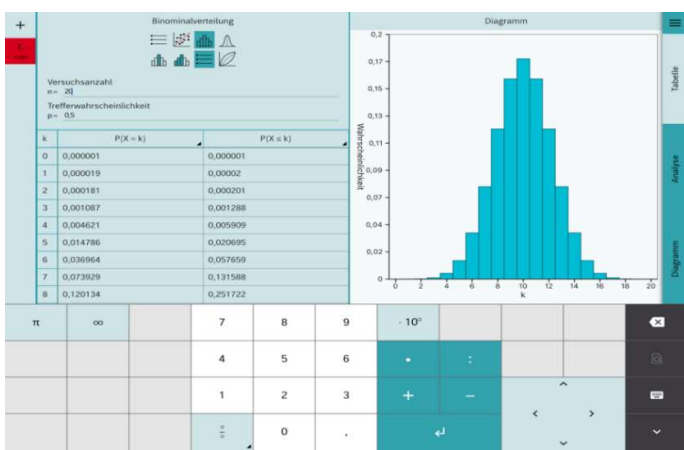
3. Wähle im Menübereich die „Stochastik“ aus.



4. Wähle an der rechten Seite den Bereich Analyse und Diagramm aus.



5. Wähle im Bereich Analyse das Symbol für die Histogramme  Und die Tabelle  aus.



6. Wähle eine Zahl für n (Versuche, z.B. 10)  
 7. Variere die Zahl für p (z.B. 0,8)  
 für die Erfolgswahrscheinlichkeit  
**ACHTUNG!** Beachte bei dem Diagramm die sich ändernde Skalierung bei Veränderung der Variablen n und p.

## Eigenschaften der Binomialverteilung

### 1) Wie beeinflusst $n$ ein Histogramm?

- a) Erstellen Sie ein Histogramm zur Binomialverteilung mit  $p = 0,4$  und  $n = 10$  mit der App EasyCAS+.
- b) Erhöhen Sie  $n$  auf 20, 30, 50 und betrachten Sie die dazugehörigen Histogramme.
- c) Erstellen Sie Screenshots dieser Histogramme und beschreiben Sie, wie  $n$  sich auf die Histogramme und die dazugehörigen Säulen auswirkt.  
Erstellen Sie hierzu eine kleine Ergebnispräsentation mit der App „Notizen“.

### 2) Wie beeinflusst $p$ ein Histogramm?

- a) Erstellen Sie ein Histogramm zur Binomialverteilung mit  $p = 0,5$  und  $n = 20$  mit der App EasyCAS+.
- b) Ändern Sie die Wahrscheinlichkeit  $p$  auf beliebige andere Werte und betrachten Sie die jeweils neue Gestalt der Histogramme.
- c) Erstellen Sie Screenshots dieser Histogramme und beschreiben Sie, wie  $p$  sich auf die Histogramme und die dazugehörigen Säulen auswirkt. Erstellen Sie hierzu eine kleine Ergebnispräsentation mit der App „Notizen“.

### 3) Was sagen die Größen $\mu$ und $\sigma$ aus?

- a) Berechnen Sie mit der App EasyCAS+ zu einigen Binomialverteilungen ihrer Wahl den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$ .
- b) Erstellen Sie Screenshots dieser Histogramme und beschreiben Sie die Zusammenhänge zwischen  $\mu$ ,  $\sigma$  und den Histogrammen. Erstellen Sie auch hierzu eine kleine Ergebnispräsentation mit der App „Notizen“.





# Ebenen im Raum – geometrische Situationen mithilfe von Parametergleichungen beschreiben und mögliche Lagebeziehungen von Punkt und Ebene sowie Gerade und Ebene erkunden

„Ich sehe was, was du nicht siehst und das ist...“ - Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen im Raum mittels VR Brille verstehen

## Zur Konzeption

Im Unterrichtsvorschlag wird die VR-Technologie genutzt, um Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen im Raum zu verstehen. Die VR-Technologie mit der hier genutzten App ermöglicht es, anhand der Parameterdarstellung Ebenen und Geraden im Raum darzustellen und diese mit Hilfe der VR-Technologie im Raum wahrzunehmen. Die Nutzung dieser Technologie eröffnet eine völlig neue Darstellungsebene, bei der Ebenen und Geraden im Raum für Schülerinnen und Schüler plötzlich sichtbar, also wahrnehmbar werden. Die Parameterform wird so in eine dreidimensionale Darstellungsebene überführt. Veränderungen einzelner Parameter sowie die Lagebeziehungen der Objekte im Raum können so unmittelbar erfahren werden. Diese neue Darstellungsebene eröffnet neue Möglichkeiten zum Aufbau visueller Vorstellungen zu Geraden und Ebenen im Raum und unterstützt damit das Verständnis der Parameterdarstellung.

## Weiterführende didaktische Bemerkungen

An die hier vorgestellte Unterrichtsstunde lassen sich weitere produktive Aufgabenformate anschließen, die gezielt die Vorstellung zur Lage von Objekten im Raum fokussieren. So wäre zum Beispiel denkbar, weitere Formen oder Objekte im Raum gezielt anzuordnen um zum Beispiel dreidimensionale, symmetrische Objekte entstehen zu lassen. Es ist möglich in der App Screenshots zu erstellen, sodass die Bilder aus der App als Diskussionsanlass oder als Sammlung genutzt werden können. Eine andere weiterführende Aufgabenstellung kann initiiert werden, indem der / die Schüler/in, die die Brille gerade aufgesetzt hat, Objekte im Raum mit Hilfe der App darstellt und sich diese anzeigen lässt. Die Aufgabe besteht darin, die Objekte sowie deren Lage im Raum so genau zu beschreiben, dass der / die andere Schüler/in die Objekte in ihrer Lage im Raum abbilden kann. Zur Abbildung sind dann unterschiedliche Möglichkeiten wie die Verwendung der Parameterform, eine Skizze mit Papier und Bleistift oder eine Darstellung in GeoGebra 3D denkbar.

# Ebenen im Raum – geometrische Situationen mithilfe von Parametergleichungen beschreiben und mögliche Lagebeziehungen von Punkt und Ebene sowie Gerade und Ebene erkunden

**„Ich sehe was, was du nicht siehst und das ist...“ - Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen im Raum mittels VR Brille verstehen**

## Lernziele der Unterrichtseinheit

### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler deuten die Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen im Raum.

### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler nutzen die VR Brille als Hilfsmittel zum Erkunden der Lagebeziehungen, indem sie die Ebenen- und Geradengleichungen in der App „edVR“ eingeben und im virtuellen Raum anzeigen lassen.

Die Schülerinnen und Schüler skizzieren beispielgebundene Vermutungen zu Lagebeziehungen von Ebenen, indem sie die Analogie zu den Lagebeziehungen zwischen Geraden nutzen und die vorliegenden Lagebeziehungen in der Zweiergruppe verbalisieren.

Die Schülerinnen und Schüler üben den Umgang mit digitalen Werkzeugen wie der VR Brille, indem sie sie zielgerichtet einsetzen.

## Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Nach dieser Stunde sollen die Kenntnisse ohne die Unterstützung einer VR-Umgebung angewendet und gefestigt werden.

## Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	„Ein dreibeiniger Tisch wackelt (fast) nie“ - Ebenen im Raum in Parameterform
2	„Vier Wege zum Ziel“ - Ebenengleichung in Parameterform aus unterschiedlichen Vorgaben aufstellen
3	Drauf oder nicht ? - Lagebeziehung von Punkt und Ebene mittels Punktprobe bestimmen
4	„Ebenen hinterlassen Spuren“ - Spurrpunkte und Spurgeraden in den Grundebenen berechnen sowie deren Bedeutung für die Darstellung von Ebenen im räumlichen Koordinatensystem erkennen
5	<b>„Ich sehe was, was du nicht siehst und das ist...“ - Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen im Raum mittels VR Brille erkunden</b>
6	„Zurück zu 2D“ – Die in der letzten Stunde „erlebten“ Lagebeziehungen reflektieren und im ebenen Koordinatensystem darstellen sowie unter dem Aspekt der Schnittpunktproblematik im Sachkontext anwenden



# „Ich sehe was, was du nicht siehst und das ist...“ - Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen im Raum mittels VR Brille verstehen

## Jahrgangsstufe Q1

Benötigte Materialien:


- iPad/Laptop mit Oculus-App
- Beamer (mit Verbindung zu iPad/Laptop)
- VR-Brillen (Oculus Quest), eine Brille für 2 Schülerinnen und Schüler

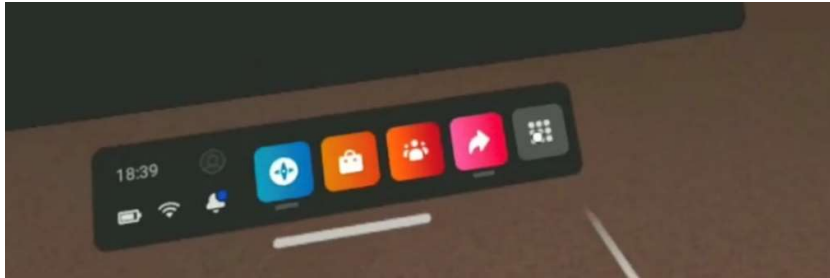
## Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg	<p>Begrüßung im Kursraum.</p> <p>Vorstellung der Ziele und des Verlaufs der Stunde anhand von AB1.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler werden in 2er-Teams eingeteilt.</p> <p>Im Anschluss erklärt die Lehrperson die VR-Brillen und den Umgang mit der App „Oculus“. Dazu spiegelt die Lehrperson eine Brille mittels des iPads und des Beamers.</p>	<p>Motivation und Interesse durch digitalen Medieneinsatz</p> <p>Zieltransparenz und Sicherstellung des Verständnisses des Arbeitsauftrags und des Umgangs mit der App bei allen Lernenden.</p> <p>Einführung in den Umgang und die Handhabung von VR-Brillen</p> <p>Schülerinnen und Schüler arbeiten in 2er-Teams, damit ein Schüler/eine Schülerin die Verantwortung für die Sicherheit des/der Teampartners/in sorgt, während diese/r die VR-Brille trägt</p>	<p>AB1</p> <p>Beamer</p> <p>iPad</p> <p>VR-Brillen</p> <p>(1 Brille für 2 Schülerinnen und Schüler)</p> <p>Lehrervortrag</p>
15 Min	Erarbeitung 1	<p>Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten die Aufgaben (AB1). Dazu tragen die Schülerinnen und Schüler die Ebenengleichung und jeweils eine Geradengleichung in die App ein. Als Hilfestellung erhalten sie ein AB mit Erklärungen der App „Oculus“ (AB2). Der Schüler/die Schülerin mit Brille beschreibt seinem/ihrer Partner die Lage der Objekte. Zusammen überlegen sie sich einen im mathematischen Kontext sinnvollen Namen für die Lagebeziehung.</p>	<p>Eigenständiges Entdecken durch Visualisierung. Dieses Vorgehen erweitert das Vorstellungsvermögen und regt kognitive Denkprozesse gezielt an.</p> <p>Beschreibung der Lage von Objekten im Koordinatensystem in Analogie zu den Lagebeziehungen zwischen Geraden. Die Aufgaben 2 bis 4 unterstützen die Sprachbildung im Mathematikunterricht und tragen dazu bei, dass ungewohnte Sachverhalte versprachlicht und kommuniziert werden. Der Medieneinsatz fördert die Ideenfindung in der Phase der PA und trägt zu einer hohen Aktivität bei den Schülerinnen und Schülern bei. Auf diesem Wege lässt sich die Medienkompetenz durch Einsatz der VR-Brillen erweitern.</p>	<p>AB1</p> <p>AB2</p> <p>(siehe Anhang)</p> <p>VR-Brillen</p> <p>PA</p>
5 Min	Zwischensicherung	<p>Die Schülerinnen und Schüler halten in Ihrem Team Eindrücke der verschiedenen Rollen fest und beschreiben die Schwierigkeiten.</p>		<p>PA/EA</p> <p>iPad</p>

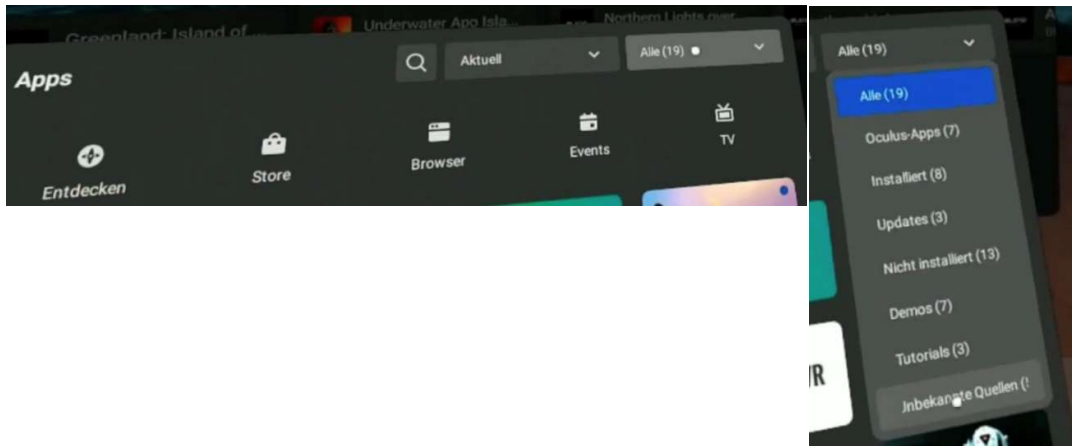
Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
15 Min	Erarbeitung 2	<p>Die Schülerinnen und Schüler tauschen in Ihren Teams die Rollen</p> <p>Sollte es Schülerinnen und Schüler geben, die bereits Erfahrungen im Umgang mit den VR-Brillen haben, können diese als Expertinnen oder Experten fungieren.</p> <p>Die Lehrperson unterstützt die Schülerinnen und Schüler, greift aber nur ein, wenn die Schülerinnen und Schüler Hilfe benötigen.</p>	<p>Die Differenzierung in der heterogenen Lerngruppe wird durch individuelle Unterstützung und Hilfestellung durch die Lehrperson sowie die Unterrichtsassistentin gewährleistet. Beide geben den Schülerinnen und Schüler Freiraum, die App selbst zu entdecken, stehen aber als Lernpartnerinnen mit dem notwendigen technischen Wissen zur Verfügung. Sie fordern leistungsstarke Schülerinnen und Schüler zum Problemlösen heraus. Falls nötig, setzt die Lehrperson die Brillen selbst auf, um bei Problemen zu helfen.</p>	<p>AB1</p> <p>AB2</p> <p>(siehe Anhang)</p> <p>VR-Brillen</p> <p>PA</p>
15 Min	Sicherung	<p>Ein Schülerteam zeigt das 3D-Koordinatensystem und die eingetragenen Objekte.</p> <p>Im Unterrichtsgespräch werden die Ergebnisse gemeinsam besprochen und die Schülerinnen und Schüler stellen ihre Ideen und Lösungsvorschläge für die Bezeichnung der Lagebeziehungen vor. Im Anschluss werden die Lagebeziehungen unter Einbezug der korrekten Fachbegriffe aufgeschrieben.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler reflektieren den Einsatz der digitalen Medien in Bezug auf das Themengebiet Geometrie im R3 und ihren Lernzuwachs.</p>	<p>Es wird eine Schülerlösung präsentiert. In dieser Phase steht der positive und konstruktive Umgang mit den Arbeitsergebnissen im Vordergrund. Die Lehrperson legt Wert darauf, dass diese Phase als Spiegel des Arbeitsprozesses dient und Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler in der virtuellen Realität im Unterrichtsgespräch geäußert werden.</p> <p>In der Phase der Ergebnissicherung liegt der Fokus auf der vollständigen Klassifizierung der drei Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene mittels der Visualisierung durch die VR-Brillen.</p> <p>Zusätzlich wird Sicherheit bei den Lernenden hinsichtlich der klaren Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“ und „identisch“ geschaffen. Abschließend erfolgt in dieser Phase des Unterrichts die Reflexion der Stunde und der digitalen Medien.</p>	<p>VR-Brillen</p> <p>iPad</p> <p>Beamer</p> <p>Unterrichtsgespräch</p>

### Anleitung – Oculus Quest – edVR App

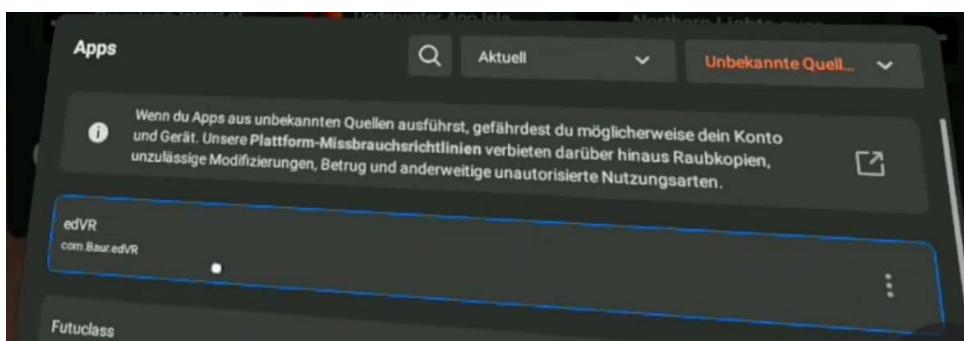
1. Klicke (mit dem rechten Controller) in der Brille auf das  -Feld:



2. Wähle oben rechts den Reiter **Alle** aus und klicke dort auf **Unbekannte Quellen**:

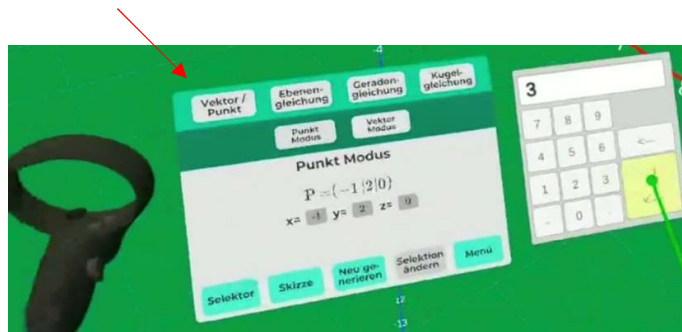


3. Wähle nun die App **edVR** aus:

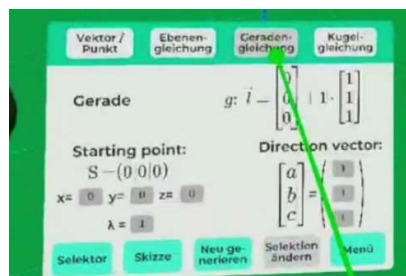


4. Jetzt befindest du dich in der App und kannst verschiedene Objekte in das Koordinatensystem eintragen! Wähle dazu eines der oberen Felder aus.

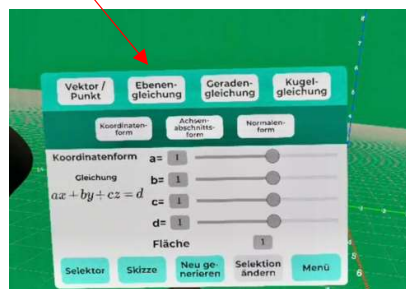
- Vektor/Punkt:



- Geradengleichung:

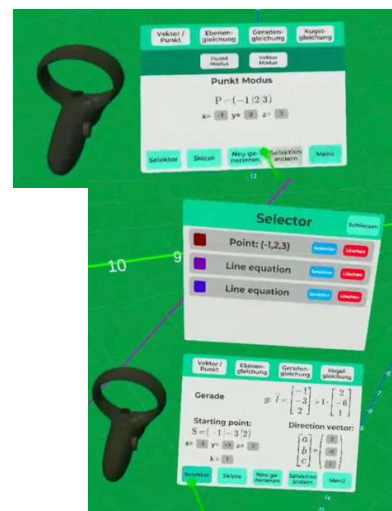


- Ebenengleichung:



5. Erstellen und Löschen

- Erstellen: Wähle **Neu generieren** aus.
- Löschen: Wähle **Selektor** aus. Hier findest du alle Objekte und kannst diese auswählen und löschen.



**Lagebeziehungen von Ebenen und Geraden mit der VR-Brille entdecken**

1. Zeichne die Ebene  $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$  ein.

Gib die Ebenengleichung dazu in der Koordinatenform ein:

$$E: \boxed{2}x + \boxed{1}y + \boxed{4}z = \boxed{8}$$

a                      b                      c                      d=-8

Verschiebe die Regler für die Parameter auf  $a = 2$ ,  $b = 1$ ,  $c = 1$  und  $d = -8$ , um die Gleichung zu erhalten. Stelle bei „Fläche“  $\boxed{5}$  (oder größer) ein.

2. Zeichne zu der Ebene die Gerade  $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix}$  ein.

Beschreibe deinem Partner die Lage der beiden Objekte und überlegt euch einen passenden Begriff für diese Lagebeziehung:

---

3. Lösche  $g_1$  und zeichne stattdessen die Gerade  $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  ein.

Beschreibe deinem Partner die Lage der beiden Objekte und überlegt euch einen passenden Begriff für diese Lagebeziehung:

---

4. Lösche  $g_2$  und zeichne stattdessen die Gerade  $g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  ein.

Beschreibe deinem Partner die Lage der beiden Objekte und überlegt euch auch für diese Lagebeziehung einen passenden Begriff:

---



Bei Fragen oder Schwierigkeiten wende dich an deine Lehrkraft!





# Winkel und Dreiecke - Entdecken von Winkelbeziehungen und Eigenschaften in Dreiecken

## Verständnis von Stufen- und Wechselwinkeln entwickeln

### Zur Konzeption

Die vorgeschlagene Unterrichtsstunde zeigt, wie die 3D-Druck Technologie niederschwellig und gewinnbringend eingesetzt werden kann, um mathematische Beziehungen und Zusammenhänge erfahrbar zu machen. Mit Hilfe des 3D-Druckstiftes werden manuell Winkel gedruckt, die als Stufen- und Wechselwinkel in Beziehung zueinander stehen. Durch die Nutzung der 3D-Druck Technologie können die Winkel unmittelbar nach dem Druck von der Druckunterlage abgenommen werden und durch direktes Vergleichen in Beziehungen zueinander gesetzt werden. Die Modelle können aufeinander gelegt, gedreht und verschoben werden und so durch unmittelbare Handlung mit den Winkeln wichtige Einsichten in diese Winkelbeziehungen gewonnen werden.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

In analoger Art und Weise können 3D-Druckstifte eingesetzt werden, um weitere Beziehungen in geometrischen Formen oder Körpern zu entdecken. Das in den 3D-Druckstiften verwendete Material kann problemlos auf zahlreiche Oberflächen aufgetragen und ohne Rückstände entfernt werden. So können geometrische Beziehungen in unterschiedlichen Anwendungsgebieten in den Blick genommen werden. Anwendungen können sich von einfachen und zusammengesetzte Figuren und Körpern bis hin zu der Betrachtung von Winkelbeziehungen im Raum reichen. Der Einsatz des 3D-Druckstift ist dabei auch aus organisatorischer Sicht niederschwellig möglich. Eine Erweiterung kann in vielen Fällen durch die Nutzung von CAD-Programmen und die anschließenden Erstellung von 3D-Modellen mit einem 3D-Druck Gerät erfolgen.

# Winkel und Dreiecke - Entdecken von Winkelbeziehungen und Eigenschaften in Dreiecken

## Verständnis von Stufen- und Wechselwinkeln entwickeln (Jahrgangsstufe 7)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler erläutern und beschreiben die Winkelbeziehungen von Stufen- und Wechselwinkeln im Dreieck.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler beschreiben die Vorgehensweise zur Entwicklung der Lösung, indem sie diese dokumentieren und mit dem Partner oder in der Gruppe besprechen.

Die Schülerinnen und Schüler vergleichen Winkel an Schnittpunkten von Geraden und jeweils zwei zueinander parallelen Geraden, indem sie diese Winkel mit Hilfe der 3D-Druck Technologie drucken und übereinanderlegen.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen das Werkzeug 3D-Druckstift, indem sie die Winkel konstruieren und drucken, um diese miteinander vergleichen zu können.

Die Schülerinnen und Schüler argumentieren und kommunizieren in einer Gruppe und gehen gleichberechtigt mit Aussagen anderer um, indem sie jede Lösung besprechen und in der Gruppenlösung berücksichtigen.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Übungsaufgaben werden in Form eines Wochenplanes gestellt. Dabei werden die erlernten Inhalte gefestigt und geübt, sowie weiterführende Aufgaben behandelt. In der Folgestunde werden weitere Winkelbeziehungen behandelt.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Wiederholung Winkelarten Wiederholung aller Winkelarten zum Reaktivieren von bisher Erlerntem, um die Grundlagen für die folgenden Themen zu schaffen und zu festigen.
2	<b>Stufen und Wechselwinkel</b> <b>Verständnis von Stufen- und Wechselwinkeln entwickeln, um Vorwissen anzuwenden und die Beziehung zwischen Winkeln an Schnittpunkten zu erfassen.</b>
3	Weitere Winkelbeziehungen Winkel an Schnittpunkten von Geraden erkennen, um sie in Beziehung zueinander setzen zu können und um ein umfassenderes Verständnis von Winkeln an Schnittpunkten von geraden Linien zu erhalten.
4	Innenwinkelsumme im Dreieck Überprüfung der Innenwinkelsumme in Dreiecken mithilfe haptischer Materialien, um selbstentdeckend zu überprüfen und zu bestätigen.
5	Dreiecksarten Erarbeitung von besonderen Dreiecken (gleichschenkelig, gleichseitig und rechtwinklig) um das Wissen von Dreiecksarten zu erweitern.
6	Mittelsenkrechte Konstruktion der Mittelsenkrechte mit Hilfe eines Zirkels und eines Lineals, als Alternative zur Zeichnung mit Hilfe des Geodreiecks.
7	Winkelhalbierende Konstruktion der Winkelhalbierenden mit Hilfe eines Zirkels und eines Lineals, um eine alternative Konstruktion zum Geodreieck kennenzulernen.
8-10	Lernstraße Üben und Festigen der erlernten Inhalte mithilfe einer Lernstraßen zur individuellen Förderung



# Verständnis von Stufen- und Wechselwinkeln entwickeln

## Jahrgangsstufe 7

Benötigte Materialien:

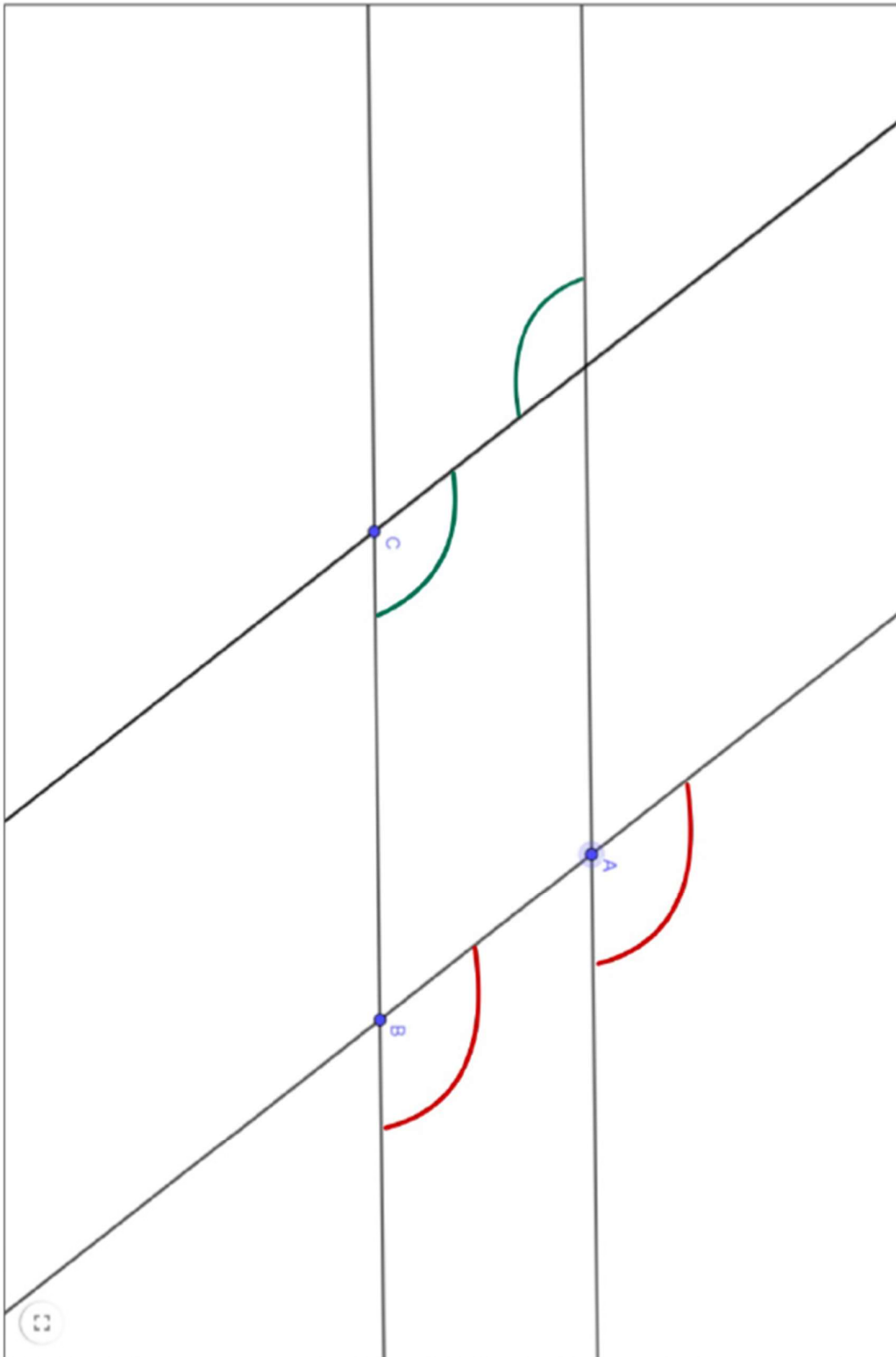
- 3D-Druckstife
- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte

### Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

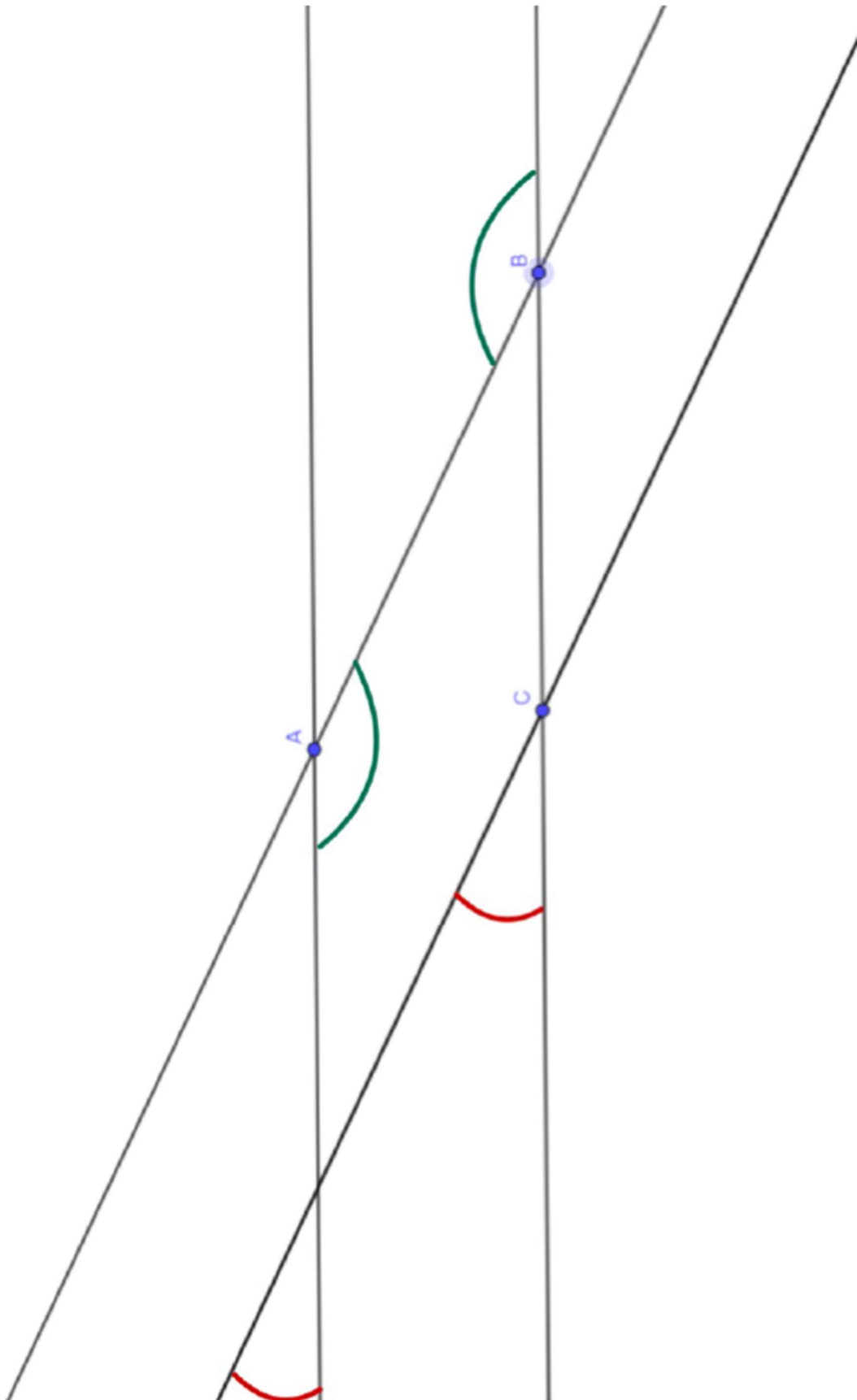
Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
7 Min	Einstieg	<p>Begrüßung durch die Lehrperson.</p> <p>Die Lehrperson zeigt mithilfe des Beamers ein Geradenkreuz mit markierten Winkeln.</p> <p>Die Lehrperson fordert die Schülerinnen und Schüler auf, jeweils mit einem Partner die Zeichnung zu beschreiben und dazu Fachbegriffe zu verwenden.</p> <p>Gemeinsam werden mithilfe einer Meldekette die Beschreibungen gesammelt.</p> <p>Die Lehrperson nennt das Stundenziel und den Verlauf der Stunde.</p>	<p>Offener Impuls</p> <p>Aktivierung aller Schülerinnen und Schüler</p> <p>Ziel- und Prozesstransparenz</p>	<p>Unterrichtsgespräch</p> <p>Geradenkreuz</p> <p>Partnerarbeit</p> <p>Unterrichtsgespräch</p>
8 Min	Einführung (3D-Druckstift)	Die Lehrperson stellt den 3D-Druckstift vor und gibt eine Sicherheitseinweisung.	Sicherheitseinweisung	Lehrervortrag mit Demonstration des 3D-Druckstiftes
25 Min	Erarbeitung	<p>Die Lehrperson stellt die Aufgabenstellung vor.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler erhalten Vorlagen, die einfohliert sind. Darauf befinden sich vier sich schneidende Geraden, wovon jeweils zwei parallel zueinander sind. Auf diesen Vorlagen sind Winkel markiert.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler schalten den 3D-Druckstift ein und beginnen mit den Aufgaben.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler sollen die abgebildeten Winkel untersuchen, indem sie die gedruckten Winkel vergleichen.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler besprechen ihre Vorgehensweisen und Erkenntnisse, so dass jeder aus der Gruppe sie vorstellen könnte.</p>	<p>Differenzierung: unterschiedliche Vorlagen an den Gruppentischen verteilen.</p> <p>Motivation der Schülerinnen und Schüler</p> <p>Entdeckendes Lernen</p> <p>Argumentieren/ Kommunizieren</p>	<p>Lehrervortrag</p> <p>Gruppenarbeit</p> <p>Laminierte Vorlagen</p> <p>3D-Druckstift</p> <p>Filament</p> <p>Fingerhüte aus Gummi</p> <p>Gruppenarbeit</p>

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
15 Min	Sicherung	<p>Die Schülerinnen und Schüler sollen die 3D-Druckstifte ausschalten und in die Halterung zurückstellen, damit diese abkühlen können.</p> <p>Die Lehrperson bespricht im Unterrichtsgespräch die Erkenntnisse der Schülerinnen und Schüler.</p> <p>Die Vorlage wird an die Wand projiziert und wird durch die Schülerinnen und Schüler zur Besprechung und Diskussion der Erkenntnisse aus der Arbeitsphase genutzt.</p> <p>Die Lehrperson sammelt die Erkenntnisse. Und teilt ein Merkblatt für das Merkheft aus. (Folie 6)</p>	<p>Sicherheitsaspekt</p> <p>Eventuell muss die Lehrperson durch gezieltes Fragen in eine Richtung lenken</p> <p>Bei Bedarf können die Schülerinnen und Schüler die Beziehungen der Winkel nochmal in eigenen Worten zusammenfassen.</p>	<p>Unterrichtsgespräch</p> <p>Beamer und Tablet</p> <p>Arbeitsblatt / oder Vorlage projizieren</p>
5 Min	Aufräumen	Die Schülerinnen und Schüler räumen alle Materialien zurück in die Verpackung und entsorgen die Kunststoffreste.		

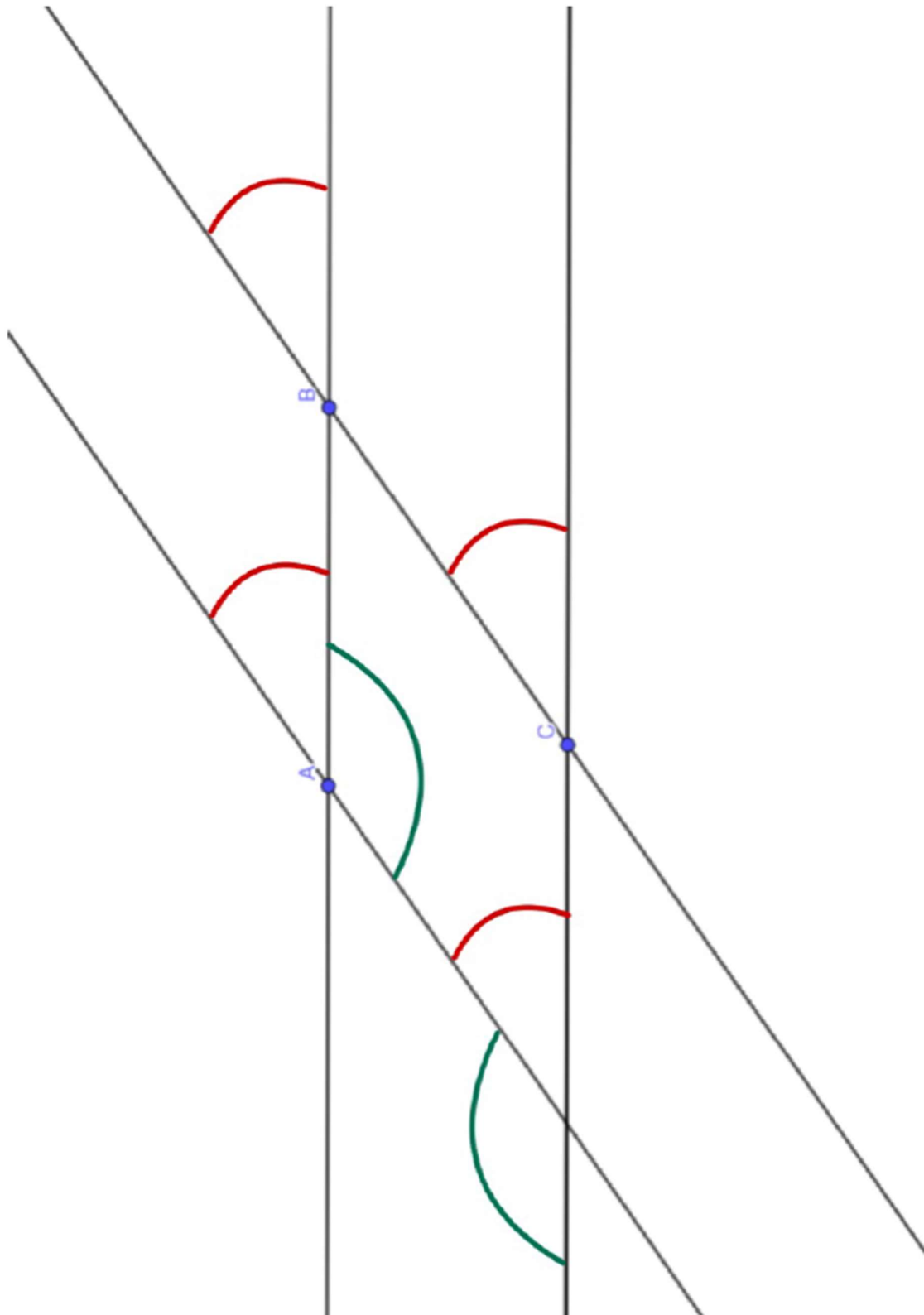
Folie 1



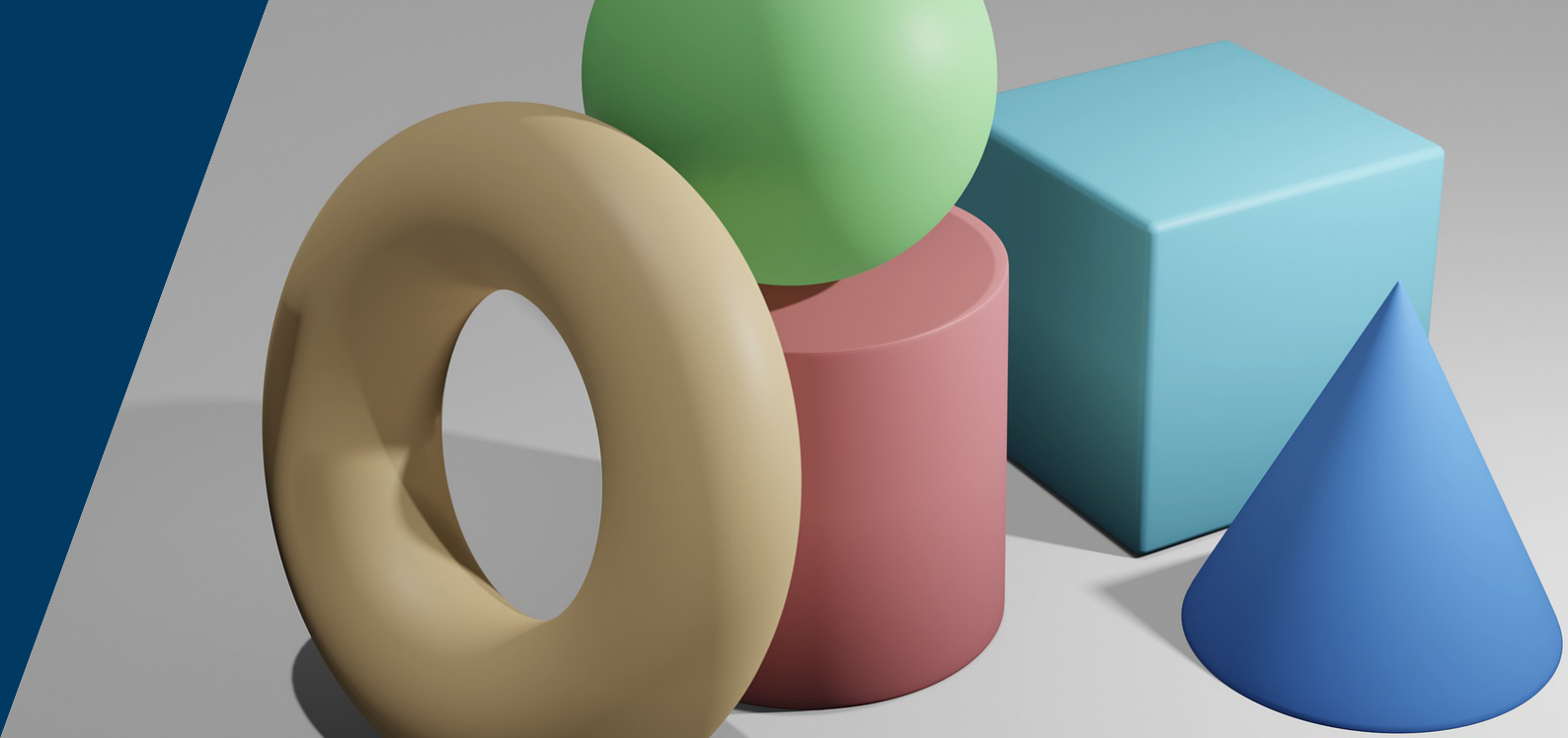
Folie 2



Folie 3







# Berechnungen an geometrischen Körpern – Volumen und Oberflächenberechnung an ausgewählten Körpern wie dem Zylinder und dem Kegel

## Die Schuljubiläums-Party

### Zur Konzeption

Die Unterrichtsskizze thematisiert den Zusammenhang zwischen Oberfläche und Volumen von Körpern. Eingebettet ist die Aufgabenstellung in ein motivierendes Setting aus dem Erfahrungsbereich der Schülerinnen und Schüler. Zunächst werden Sektgläser durch die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe eines CAD-Programms selbst entworfen und anschließend mit Hilfe eines 3D-Druck Geräts ausgedruckt. Diese selbst erstellten Modelle werden dann zum Gegenstand der hier skizzierten Unterrichtsstunde, sodass die Schülerinnen und Schüler das mathematische Problem anhand unterschiedlicher und selbst entwickelter Modelle untersuchen können. Die 3D-Druck Technologie ermöglicht die Umsetzung eigener mathematischer Ideen zu haptischen Modellen. Anhand dieser Modelle werden weiterführende Erkundungen unternommen. Der Flächeninhalt der Gläser wird durch das Füllen mit Sand bestimmt und jeweils mit der Oberfläche in Beziehung gesetzt. Da innerhalb der Einheit zahlreiche unterschiedliche Modelle zu Gläsern entworfen und gedruckt werden, bietet das Setting eine große Vielfalt unterschiedlicher Modelle, die zur Beantwortung der Fragestellung herangezogen werden können.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die Erstellung von Trinkgläsern in unterschiedlichen Formen kann je nach Anlage und verwendetem CAD-Programm mit Hilfe von Rotationskörpern angeleitet werden. Eine anschließende Verbindung zwischen Oberfläche und Volumen der Körper über die genutzte Rotationsfunktion kann dann mit Hilfe der entwickelten Modelle sowie mit Hilfe der Sandfüllung überprüft werden. So ergeben sich unterschiedliche Begründungsgrundlagen zur Auswahl des optimalen Glases für den im Setting angenommen Zweck.

# Berechnungen an geometrischen Körpern – Volumen und Oberflächenberechnung an ausgewählten Körpern wie dem Zylinder und dem Kegel

## Die Schuljubiläums-Party (Jahrgangsstufe 10)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten das Größenverhältnis der Volumina der beiden Körper Zylinder und Kegel.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler bestimmen das Volumen von Kegeln und Zylindern, indem sie das Volumen von selbst erstellten und gedruckten Gläser berechnen.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Problemlösestrategien, indem sie Lösungswege vergleichen und bewerten.

Die Schülerinnen und Schüler üben das Kommunizieren in der Fachsprache, indem sie über die Lösungswege sprechen und diese auf Plausibilität prüfen.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Übungsaufgaben werden im Rahmen der Lernzeit im Wochenplan gestellt. Dabei wird das Erlernte gefestigt und geübt, sowie weiterführende Aufgaben gelöst.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Dose, Glas und Kerze – Benennung und Charakterisierung des Zylinders und Identifikation dessen in der Umwelt - Erarbeitung der Eigenschaften des Zylinders durch Konstruktion (mit dem 3D-Drucker und Tinkercad)
2	Gemischte Übungen – Bestimmung des Oberflächeninhalts des Zylinders. In gemischten Aufgaben wird dazu die Gesamtfläche in Grundflächen und Mantelfläche zerlegt.
3	Aus wieviel Kupfer besteht der 1-Cent-Turm? Schätzen und bestimmen des Volumens des Zylinders, um das Volumen von realen Gegenständen anzugeben.
4	Übung macht den Meister! Bestimmen des Volumens eines Zylinders, durch einfache und komplexe Aufgaben zur Berechnung des Volumens lösen und sich mit anderen Schülerinnen und Schüler auszutauschen.
5+6	Wir Drucken unsere Gläser selbst! Erstellen von individuellen Gläsern (Kegel- und Zylinderform) mit Hilfe des 3D- Druckers für den Kontext einer Schuljubiläums-Party, um das Volumen in einem späteren Experiment zu vergleichen.
7	Der Kegel – Bestimmen von Volumen und Oberfläche zur Lösung von einfachen bis komplexen Anwendungsaufgaben.
8	<b>Die Schuljubiläums-Party</b> <b>Nutzen von Problemlösestrategien wie [...] systematisches Probieren, Schlussfolgern und Zurückführen auf Bekanntes Wissen, zur Erschließung des Verhältnisses der Volumina von Kegel und Zylinder.</b>
9	Lerntheke – Bereitstellung einer Lerntheke zum individuellen Üben der Inhalte dieser Unterrichtsreihe.



# Die Schuljubiläums-Party

## Jahrgangsstufe 10

Benötigte Materialien:

- 3D-Drucker
- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte

### Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Einstieg	<p>Begrüßung durch die Lehrperson.</p> <p>Die Lehrperson wiederholt die Problematik der Wahl der Gläser für die Schulparty.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler werden aufgefordert Vermutungen aufzustellen.</p> <p>Eine Stundenfrage wird gemeinsam formuliert.</p> <p>Mögliche Stundenfrage: Mit welcher Art von Gläsern bei gleichem Oberflächeninhalt können wir mehr Gäste bei gleicher Sektmenge bedienen?</p> <p>Die Lehrperson gibt einen Ausblick auf die Stunde.</p>	<p>Aktivierung aller Schülerinnen und Schüler</p> <p>Die Lehrperson thematisiert das isoperimetrische Problem, bei welcher Gefäßart - Kegel oder Zylinder - das Verhältnis von Volumen zu Oberfläche günstiger ist.</p> <p>Ziel- und Prozesstransparenz</p>	<p>Unterrichtsgespräch</p> <p>Problemstellung</p> <p>kurzes Unterrichtsgespräch</p> <p>Stundefrage</p>
22 Min	Erarbeitung	<p>Die Schülerinnen und Schüler erhalten ihre selbstgedruckten Gläser und Sand, welche sie zum Lösen des Problems nutzen können.</p>	<p>Motivation der Schülerinnen und Schüler</p> <p>Hohe Schüleraktivität</p>	<p>Gedruckte Zylinder/ Kegel</p> <p>Sand</p>
12 Min	Sicherung 1	<p>Die Stundenfrage wird beantwortet.</p> <p>Einzelne Schülerinnen und Schüler stellen ihre Lösung vor und diskutieren die Problemlösestrategien.</p> <p>Es wird gemeinsam eine allgemeine Formel für das Volumen des Kegels bestimmt.</p> <p>Es wird Bezug auf die unterschiedlichen Maße der „Gläser“ genommen und mit der allgemeinen Formel verglichen.</p>	<p>Argumentieren/ Kommunizieren</p> <p>Motivation, da auf alle 3D-Drucke Bezug genommen wird und jeder auf die richtige Lösung kommen kann.</p>	<p>Unterrichtsgespräch</p> <p>Beamer</p>

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
13 Min	Erarbeitung 2	Die Schülerinnen und Schüler sollen anschließend bestimmen, wie viel mehr Gläser bei gleicher Sektmenge gefüllt werden können und sollen das Volumen beider Gläser berechnen.	Differenzierung	Partnerarbeit Arbeitsblatt
8 Min	Sicherung 2	Abschließend wird nochmal Bezug auf die Stundenfrage genommen und die Lösungen besprochen.		Beamer/Tablet



# Entdeckungen an Geraden und Figuren

## Haben alle Dreiecke die gleiche Innenwinkelsumme von $180^\circ$ ?

### Zur Konzeption

Im Unterrichtsvorschlag wird selbst erstelltes Unterrichtsmaterial verwendet, welches im Vorfeld mit Hilfe der 3D-Druck Technologie entwickelt und gedruckt wurde. Durch Handlungen an diesen so individuell erstellten Objekten können Schülerinnen und Schülern auf ganz unterschiedlichen Zugängen erfahren, dass die Innenwinkelsumme im Dreieck stets  $180^\circ$  beträgt. Dazu wurden Dreiecke erstellt, deren Seiten jeweils durch eine Steckverbindung verbunden sind. Löst man die Steckverbindungen, können die Innenwinkel aneinander gelegt werden. Die Stunde zeigt, wie die 3D-Druck Technologie eingesetzt werden kann, um individuelle Arbeitsmittel herzustellen, die zur Herleitung, Begründung und Diskussion mathematischer Begriffe durch die Schülerinnen und Schüler genutzt wird. Die hergestellten Objekte dienen so als Ausgangspunkt für eine intensive und eigenständige Auseinandersetzung mit mathematischen Begriffen. Aus lerntheoretischer Sicht ergeben sich dadurch günstige Bedingungen, um tragfähiges mathematisches Wissen zu entwickeln.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Dass der Einsatz empirischer Objekte zur Initiierung mathematischer Wissensentwicklungsprozesse aus lerntheoretischer Sicht Vorteile bringt, ist bereits in zahlreichen Studien belegt worden. Dabei ist zu verstehen, dass das Wissen der Schülerinnen und Schüler dann an diese empirischen Objekte gebunden ist und nicht ohne Weiteres auf andere Situationen übertragbar ist. Das bedeutet unter anderem, dass das Wissen der Schülerinnen und Schüler zunächst mit hoher Wahrscheinlichkeit an die ausgewählten, exemplarischen Beispiele gebunden ist, die durch die Dreieckspuzzle angeboten wurden. Eine Verallgemeinerung hinsichtlich des Satzes zur Innenwinkelsumme im Dreieck kann dann in den sich daran anschließenden Unterrichtsstunden weiterentwickelt werden.

# Entdeckungen an Geraden und Figuren

## Haben alle Dreiecke die gleiche Innenwinkelsumme von $180^\circ$ ? (Jahrgangsstufe 7)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler weisen an unterschiedlichen Dreiecks-Puzzeln geometrisch nach, dass die Innenwinkelsumme von Dreiecken  $180^\circ$  beträgt, und wenden diese Erkenntnis in verschiedenen Aufgabentypen an.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler reaktivieren ihr Wissen zu der geometrischen Figur des Dreiecks, indem sie die Abbildung eines Dreiecks beschreiben und fehlende Beschriftungen ergänzen.

Die Schülerinnen und Schüler stellen Vermutungen über die Innenwinkelsumme von Dreiecken an, indem sie die verschiedenen Dreiecks-Puzzle zerlegen, untersuchen sowie neu zusammensetzen und ihre Ideen sowie Erkenntnisse mit den Lernenden ihrer Tischgruppe vergleichen.

Die Schülerinnen und Schüler weisen mithilfe ihres Vorwissens zu Nebenwinkeln geometrisch nach, dass die Innenwinkelsumme von Dreiecken genau  $180^\circ$  beträgt, indem sie die Winkel der verschiedenen Dreiecks-Puzzle zu einem gestreckten Winkel ergänzen.

Die Schülerinnen und Schüler wenden ihr Wissen zur Innenwinkelsumme von Dreiecken an, indem sie verschiedene Aufgaben zur Innenwinkelsumme lösen.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Abschließend sollen sich die Schülerinnen und Schüler noch mit den Spezialfällen gleichschenkelig und gleichseitig beschäftigen.

Sequenz	Thema
1	„Winkel und Linien – Wiederholung bekannter Winkelarten und der Strecke, Geraden und Halbgeraden“
2	„Zwei Geraden kreuzen sich – Einführung des Neben- und Scheitelwinkels“
3	„Übung macht den Meister – Geraden, Winkelarten und besondere Winkelgruppen“
4	„Noch mehr Winkelgruppen – der Stufen- und der Wechselwinkel“
5	Übungsstunde zu allen Winkelgruppen
6	„Haben alle Dreiecke die gleiche Innenwinkelsumme von $180^\circ$ ? – geometrische Herleitung der Innenwinkelsumme von Dreiecken“
7	„Besondere Dreiecke – das gleichschenklige und das gleichseitige Dreieck“

# Haben alle Dreiecke die gleiche Innenwinkelsumme von $180^\circ$ ?

## Jahrgangsstufe 7

Benötigte Materialien:

- 3D-Drucker
- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte + App Good-Notes

### Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

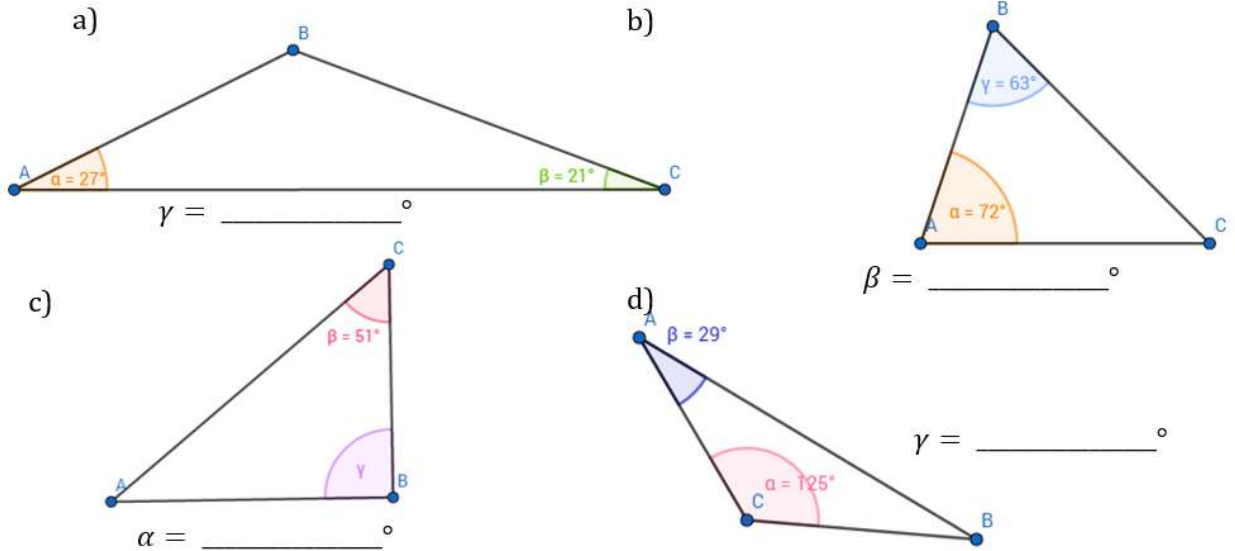
Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialfor- men/ Hand- lungsmuster/ Medien
7 Min	Einstieg in die Stunde - „Warmrechnen“	Die Stunde wird mit dem Ritual „Warmrechnen“ begonnen.  Die Lernenden sehen verschiedene Geradenkreuzungen und eingezeichnete Winkel. Manche Winkelgrößen sind gegeben, andere fehlen noch. Die Schülerinnen und Schüler sollen die fehlenden Größen berechnen und/oder begründen.	Das Ritual „Warmrechnen“ reaktiviert mit einfachen Aufgaben das Wissen der Schülerinnen und Schüler. Es dient als Einstieg, mit dem die Motivation und der Wiedereinstieg ins Thema gelingen soll.  Die Themen des „Warmrechnens“ sind so ausgelegt, dass die Schülerinnen und Schüler unbewusst bereits auf das neue Thema vorbereitet werden. Zudem wird vornehmlich in Einzelarbeit gerechnet, um die Aktivierung aller Lernenden zu sichern.	EA  iPad, Beamer, GoodNotes
3 Min	Sicherung 1	Das „Warmrechnen“ wird gemeinsam besprochen und verglichen. Die Lösungen werden an der Tafel notiert.	Da diese Phase sowohl als Wiederholung dient als auch Hinweise für die Erarbeitung gibt, werden die Aufgaben vorgestellt, verglichen und besprochen.	Plenum  iPad, Beamer, GoodNotes, Tafel
5 Min	Überleitung  Hinführung zur Frage der Stunde	Über den Beamer wird ein Dreieck gezeigt. Die Schülerinnen und Schüler sollen alles nennen, was ihnen zum Dreieck einfällt.  Die Lehrperson fokussiert das Thema wieder auf die Winkel im Dreieck. Sie stellt die Behauptung auf, dass alle Dreiecke die gleiche Innenwinkelsumme von $180^\circ$ haben.  Die Lehrperson macht eine Meinungsabfrage bei den Schülerinnen und Schülern, wer dieser Aussage zustimmt und wer dies nicht glaubt.	Die Einstiegsfolie soll die Anschaulichkeit für die Schülerinnen und Schüler fördern. Sie sollen so ins Thema finden und altes Wissen mit neuem verknüpfen.  Mit Hilfe der Behauptung der Lehrperson soll die Motivation der Schülerinnen und Schüler gesteigert werden. Die zusätzliche Meinungsabfrage stellt eine Verknüpfung mit der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler dar, um sie zu aktivieren das Problem angehen und lösen zu wollen.	Plenum  iPad, Beamer, GoodNotes

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialfor- men/ Hand- lungsmuster/ Medien
15-20 Min	Erarbeitung 1	Die Behauptung der Lehrperson soll überprüft werden. Die Schülerinnen und Schüler bekommen verschiedene, im 3D-Drucker gedruckte Dreiecks-Puzzle, die sie auf unterschiedliche Art auf ihre Innenwinkelsumme untersuchen können. Die Schülerinnen und Schüler tauschen sich zunächst mit der Nachbarin oder dem Nachbarn, dann mit ihrer Tischgruppe aus und vergleichen ihre Ergebnisse.	Die Schülerinnen und Schüler sollen aktiv die Behauptung überprüfen. Diese Phase ist zwar durch die Aufgabenstellung gelenkt, durch die Möglichkeit ein bzw. mehrere ganz beliebige Dreiecke zu wählen für die Schülerinnen und Schüler aber offener, sodass sie die Akteure sind.  Durch das Arbeiten mit dem Partner oder der gesamten Tischgruppe soll zudem die Motivation gesteigert und die Kommunikationsfähigkeit im Bereich der mathematischen Fachsprache gefördert werden. Darüber hinaus wird erhofft, dass so alle Schülerinnen und Schüler beteiligt sind und ihre Ergebnisse besprechen und vergleichen, auch jene, die sich im Plenum nicht trauen würden. Des Weiteren kann dadurch auch die Sicherungsphase II vorantlastet werden.	EA/ PA/ GA  verschiedene Dreiecks-Puzzle
10 Min	Sicherung 2	Die Schülerinnen und Schüler nennen die Ergebnisse ihrer Arbeit. Die Vermutung, dass die Summe immer $180^\circ$ beträgt, wird bestätigt.  Zunächst wird noch einmal überlegt, wie ein $180^\circ$ Winkel aussieht und was das für die Winkel eines Dreiecks bedeutet.  Gemeinsam wird dann diese Vermutung überprüft/ bewiesen. Die Schülerinnen und Schüler zeigen mithilfe der iPad-Kamera, dass die Ecken der verschiedenen Dreiecke zu einem gestreckten Winkel zusammengelegt werden können. Daraufhin wird die Skizze in GoodNotes mit den passenden Bildern der Puzzles der Schülerinnen und Schüler erweitert.  Es wird gemeinsam ein Merksatz formuliert und in das Regelheft übernommen. Vorbereitete Bilder mit den Winkeln werden ausgeteilt und ebenfalls ins Regelheft geklebt.	Da alle Überlegungen aufgenommen werden, wird die Arbeit der Schülerinnen und Schüler gewürdigt. Weiterhin sind auf diese Weise alle Schülerinnen und Schüler an der Lösung der Frage beteiligt.  Durch das Zusammenpuzzeln der Winkel wird den Schülerinnen und Schülern vor Augen geführt, dass die Innenwinkelsumme wirklich $180^\circ$ beträgt. Sie sind aktiv dabei und handeln alle selbst, was zu einem besseren Verständnis beitragen soll.  Durch die selbst gewählten Dreiecke aus der vorgegebenen Auswahl wird zudem gesichert, dass die Schülerinnen und Schüler glauben, dass es wirklich für alle Dreiecke gilt.	Plenum  iPad-Kamera, GoodNotes, Regelheft
10-15 Min	Erarbeitung 2 + Zwischensicherung	Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten ein AB zur Innenwinkelsumme bei Dreiecken. Die Schülerinnen und Schüler können im Lernpartnerduett die einzelnen Aufgaben vergleichen, sobald sie diese gelöst haben.	Lernpsychologisch gesehen soll neu erlerntes Wissen angewendet werden. Daher liegen Aufgaben bereit, die die Schülerinnen und Schüler mit dem neuen Wissen lösen können. Diese werden progressiv schwieriger, um das Wissen nicht nur zu festigen, sondern die Schülerinnen und Schüler auch zu fordern.  Das Lerntempoduett hat sich als sehr wirksame Methode herausgestellt, die die Schülerinnen und Schüler lange kennen und häufig benutzen. Durch die hohe Heterogenität der Klasse kann es die verschiedenen Lerntypen individuell fördern. Darüber hinaus wird es als lernförderlich erachtet, wenn die Möglichkeit für die Schülerinnen und Schüler besteht, sich gerade in der letzten Phase der Unterrichtsstunde zu bewegen.	EA/ PA AB

### Innenwinkelsumme von Dreiecken

**Aufgabe 1:**

Bestimme die Winkelgröße, ohne zu messen.



**Aufgabe 2:**

Berechne und ergänze den fehlenden dritten Winkel im Dreieck in der Tabelle.

	a)	b)	c)	d)	e)
$\alpha$	$50^\circ$	$35^\circ$		$93^\circ$	
$\beta$	$50^\circ$		$27^\circ$		$46^\circ$
$\gamma$		$105^\circ$	$82^\circ$	$21^\circ$	$52^\circ$

**Aufgabe 3:**

Berechne und ergänze den fehlenden Winkel im rechtwinkligen Dreieck mit  $\gamma = 90^\circ$  in der Tabelle.

	a)	b)	c)	d)	e)
$\alpha$	$65^\circ$			$78^\circ$	
$\beta$		$17^\circ$	$11^\circ$		$58^\circ$

### Innenwinkelsumme von Dreiecken

**Aufgabe 4:**

Fabian hat diese Winkel in seinem Dreieck gemessen:  $\alpha = 62^\circ$ ,  $\beta = 78^\circ$  und  $\gamma = 140^\circ$ . Kann seine Messung stimmen? Begründe deine Antwort!

---

---

---

**Aufgabe 5:**

Klara hat diese Winkel in ihrem Dreieck gemessen:  $\alpha = 17^\circ$ ,  $\beta = 65^\circ$  und  $\gamma = 98^\circ$ . Kann ihre Messung stimmen? Begründe deine Antwort!

---

---

---



# 4

Unterrichtsskizzen für die Sekundarstufen

Gymnasium der Stadt Lennestadt

# Schwerpunktthema: Virtual Reality & Augmented Reality - Kompetenzen zur Raumerfahrung mit digitalen Medien entwickeln

Als Schulleiterin des Gymnasiums der Stadt Lennestadt habe ich mich sehr gefreut, dass unsere Schule durch das Projekt „DigiMath4Edu“ die kooperative Verbindung mit der Universität Siegen und verschiedenen heimischen Unternehmen intensivieren kann.

Zu Beginn des Projektes befand sich unsere Mathematikfachschaft gerade auf dem Weg zur komplett digitalen Unterrichtsorganisation. Die an dieser Stelle notwendige Innovation hin zum modernen Mathematikunterricht, der Schülerinnen und Schüler begeistert und Alltagsbezüge integriert, entwickelte sich durch hohe Motivation und Engagement der Kolleginnen und Kollegen, wie auch durch die Teilnahme am Projekt. Vor allem die Zusammenarbeit mit den beiden engagierten und kreativen Unterrichtsassistentinnen, Frau Wollny und Frau Visarius, erwies sich als sehr gewinnbringend.

Natürlich wird auch das entstandene Digitallabor inzwischen oft unmittelbar aus dem Unterrichtsgeschehen heraus genutzt, wobei die direkte Anschauung, zum Beispiel im Zusammenhang mit dem 3-D-Druck, für tiefgehendes Verständnis und Interesse an der Mathematik sorgt. Derartige Effektivität und Motivation vervollständigen damit unseren Mathematikunterricht auf hohem Niveau.

Der damit verbundene Schritt aus der Theorie der Mathematik in die echte Welt lässt Schülerinnen und Schüler auch Berufsvorstellungen neu überdenken. Auf dieser neu entdeckten Basis ist Mathematik nicht mehr unbeliebt, sondern eine wichtige Unterstützung, um im Alltag, im Beruf, aber auch in der Wissenschaft Probleme kreativ lösen zu können. Für viele Lernende wird so inzwischen bei uns aus dem manchmal stauigen Mathematikunterricht ein beliebtes und zukunftsorientiertes Hightech-Fach.

## Digitallabor

Im Digitallabor des Gymnasiums der Stadt Lennestadt sind eine Vielzahl an digitalen Geräten für den Schulalltag gelagert. Ein Computer vor Ort ermöglicht es, u.a. letzte Änderungen an den CAD-Modellen vor dem 3D-Druck durchzuführen sowie 3D-Druck-Dateien zu slicen. Sechs 3D-Drucker sorgen dafür, dass auch größere Druckprojekte in kurzer Zeit produziert werden können. Durch einen Vorrat an Filament-Rollen in verschiedensten Farben können zudem diverse unterscheidbare Objekte angefertigt werden. An den Arbeitsplätzen vor den 3D-Druckern erfolgen, falls notwendig, händische Nachbearbeitungen an den 3D gedruckten Modellen (z.B. das Entfernen von Stützstrukturen mittels Entgrater oder Feile).

Die 3D-Drucker wurden einerseits genutzt, um vorbereitete Materialien wie z.B. die Bruchteile für die sechste Klasse für die Nutzung im Unterricht auszudrucken (siehe Unterrichtsentswurf). Andererseits entwarfen die Schülerinnen und Schüler auch selbst 3D-Objekte mit mathematischem Kontext im Unterricht, wie zum Beispiel die Sektgläser in Herrn Wageners Leistungskurs, die die Schülerinnen und Schüler nach dem Druck in die Hand nehmen konnten (siehe Unterrichtsentswurf).

Das Digitallabor bietet außerdem einen zentralen Lagerplatz für viele weitere digitale Geräte inklusive Zubehör wie Dokumentenkameras, Tablethalterungen u.v.m., welche jederzeit von den Lehrpersonen im Unterricht eingesetzt werden können. Auch die schuleigenen VR-Brillen der Marke Zeiss sind im Digitallabor untergebracht.

Birgitta Pieters



# Virtual Reality gestützter Geometrieunterricht

## Ebenen in Koordinatenform mit besonderer Lage unter Verwendung der VR App edVR und GeoGebra

### Zur Konzeption

Die Lage von Ebenen im Raum anhand der Parameterform zu verstehen, stellt viele Schülerinnen und Schüler vor eine große Herausforderung. Eine visualisierte Darstellung der Ebenen auf dem Papier ist stets mit Einschränkungen und einem hohen Aufwand verbunden. Der Unterrichtsvorschlag zeigt, wie eine solche visualisierte Darstellung mit Hilfe der VR-Technologie im Mathematikunterricht erreicht werden kann. Aus lerntheoretischer Sicht ergeben sich durch die so ermöglichte visuelle Wahrnehmung der Ebenen in einem virtuellen Raum klare Vorteile. Schülerinnen und Schüler können mit Hilfe der Apps die einzelnen Parameter der algebraischen Darstellung von Ebenen im Raum mit der visualisierten Darstellung vergleichen und die Auswirkungen der Änderung einzelner Parameter auf die Lage der Ebene im Raum unmittelbar erkennen. Durch die Nutzung der VR-Technologie entfällt so das langwierige und problembehaftete Zeichnen von Ebene in dreidimensionalen Koordinatensystemen zu Gunsten wichtiger Lernzeiten, in denen zahlreiche Ebenen und Parameterformen untersucht werden können.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die vorgeschlagene Unterrichtsstunde zeichnet sich durch eine offen gehaltene Arbeitsphase aus, in der den Schülerinnen und Schülern ausreichend Raum zum Erkunden der Zusammenhänge zwischen der Parameterform und der visualisierten Darstellung der Ebenen im Raum gegeben wird. Diese Phase des selbstständigen Erkundens mathematischer Zusammenhänge wird durch die Organisation in Partnerarbeit unterstützt. So können Vermutungen, Entdeckungen und Ergebnisse unmittelbar kommuniziert und anhand der Darstellungen durch die VR-Brille expliziert werden. Diese Explikation von Vermutungen oder Ergebnissen an empirischen Objekten stellt dann eine günstige Ausgangslage dar, um Begründungen in der Diskussion mit dem/der Partnerschüler/in nachvollziehbar darzustellen. Die visuelle Darstellung der Ebenen im Raum werden so zu mathematischen Objekten, die günstige Bedingungen für Begründungsprozesse im Mathematikunterricht darstellen.

# Virtual Reality gestützter Geometrieunterricht

## Ebenen in Koordinatenform mit besonderer Lage unter Verwendung der VR App edVR und GeoGebra (Jahrgangsstufe Q1)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler können Ebenen mit besonderer Lage im dreidimensionalen Koordinatensystem, die in Koordinatenform gegeben sind, mit GeoGebra und der VR-Brillen App edVR beschreiben und dabei Rückschlüsse auf die Besonderheiten innerhalb der algebraischen Ebenengleichung ziehen.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler vertiefen ihre Kenntnisse im Umgang mit der digitalen Technik und ihrer Funktionsweise innerhalb der vorgegebenen Programme, indem sie die VR-Brillen und die entsprechenden Apps nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Fähigkeit zur Analyse mathematischer Probleme, indem sie ein innermathematisches Problem analysieren und das Zeichnen von Ebenen in Koordinatenform üben.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kommunikations- und Kooperationsfähigkeit, indem sie sich in der Partnergruppe über die Ebenen in Koordinatenform austauschen, über Besonderheiten der Ebenen in angemessener Fachsprache diskutieren und das Ergebnis ihrer Partnerarbeit vor dem Kurs präsentieren.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Aufstellung von Regeln, wie man aus der Koordinatenform die besondere Lage der Ebenen im Koordinatensystem ablesen kann (Vorbereitung zur nächsten Stunde)

Übungen zu Ebenen in Koordinatenform mit besonderer Lage (Übungsblatt, geeignet als Hausaufgabe, siehe Anhang)

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Ebenen in Parameterform: Aufstellen der Gleichung mit GeoGebra-Applet und Punktprobe
2	Gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen von Hand mit Gauß-Algorithmus und mit GeoGebra (u.a. mit GeoGebra-Applet)
3	Ebenen in Koordinatenform: Herleitung aus der Parameterform mit Normalenvektor
4	Gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen in Koordinatenform mit Berechnungen von Hand und mit GeoGebra
5	Ebenen in Normalenform (u.a. mit GeoGebra Applet) und Einführung der VR-Brille mit der edVR-App
6	<b>Ebenen in Koordinatenform mit besonderer Lage unter Verwendung der VR-Brillen App edVR und GeoGebra oder eines GeoGebra Applets</b>
7	Besprechung von Regeln: gegebene Koordinatenform der Ebene und besondere Lage der Ebene im dreidimensionalen Koordinatensystem

# Ebenen in Koordinatenform mit besonderer Lage unter Verwendung der VR-Brillen App edVR und GeoGebra

## Jahrgangsstufe Q1

Benötigte Materialien:

- VR Brillen
- GeoGebra
- Office

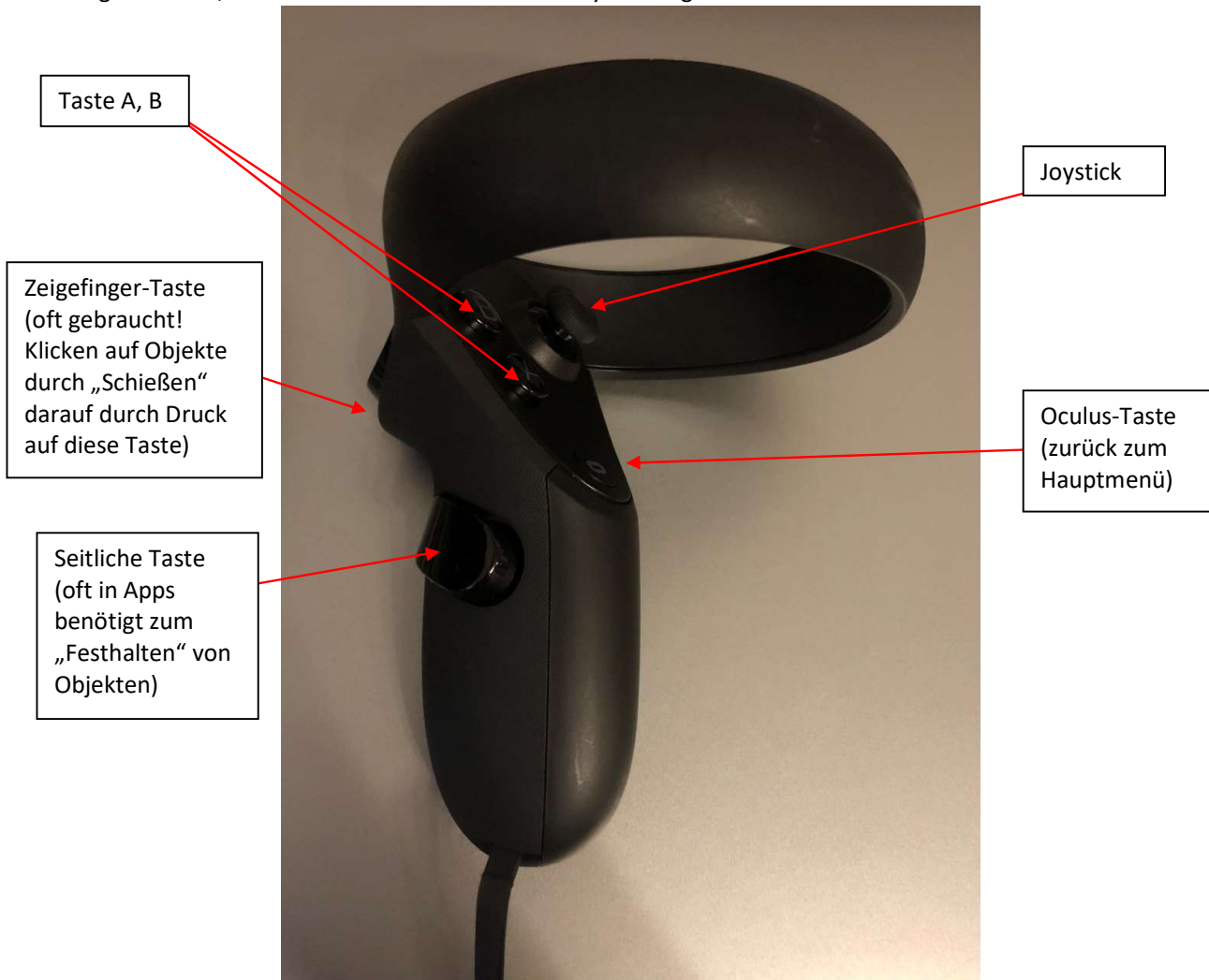
### Unterrichtsverlaufsplan 120 Min (2x60 Min)

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
5 Min	Einstieg	Begrüßung		
20 Min	Problemstellung	Finden der besonderen Lage von Ebenen in Koordinatenform und Ziehen von Rückschlüssen auf die Koordinatenform, Zeichnen der Ebenen	Kognitive Aktivierung der Schülerinnen und Schüler auf den Lerngegenstand. Stunden- und Zieltransparenz.	Lehrervortrag / Unterrichtsgespräch Arbeitsanleitung Arbeitsblatt (bei OneNote hinterlegt, bei Bedarf auch als Ausdruck verfügbar) Tafelbild
30 Min	Erarbeitung	Erarbeitung der Fragestellungen laut Arbeitsblatt Vorbereitung einer kurzen Präsentation der Ergebnisse im Plenum	In der zeitlichen Planung muss berücksichtigt werden inwiefern die Schülerinnen und Schüler bereits Vorerfahrungen mit der Verwendung von VR-Brillen gesammelt haben.	Partnerarbeit Arbeitsanweisung Arbeitsblatt GeoGebra und GeoGebra Applet Bedienungsanleitung der VR Brille Oculus Quest VR-Brillen App edVR
35 Min	Präsentation	Das Ergebnis für eine der Partnergruppe zugewiesene Ebene wird von der Partnergruppe inklusive Zeichnung der Ebene von Hand vorgestellt.	Das Ergebnis wird gemeinsam im Plenum validiert, da auch die anderen Gruppen jede Ebene untersuchen sollten.	Schülervortrag / Unterrichtsgespräch Öffnen der Ergebnisse im jeweiligen Schülerverzeichnis der Kursnotizmappe
20 Min	Sicherung / Vertiefung	Besprechung der weiteren Aufgaben des Arbeitsblattes im Plenum	Man könnte an dieser Stelle auch bereits eine Überleitung zu den Regeln machen, wie sich aus der Ebenengleichung in Koordinatenform ihre besondere Lage ergibt oder diese Aufgabe auf dem Arbeitsblatt ergänzen. Wenn viel Zeit vorhanden ist, ist auch ein Anschreiben der erarbeiteten Regeln an der Tafel möglich	Lehrervortrag / Unterrichtsgespräch
10 Min	Übung (Hausaufgabe)	Besondere Ebenen auf dem Übungsblatt erkennen.	Hier soll eine Transferleistung erbracht werden.	Einzelarbeit - Übungsblatt

## Bedienung der VR-Brille Oculus Quest mit der App edVR zum Zeichnen von Ebenen

### Grundlagen

Die Bedienung der VR-Brille edVR erfolgt über die beiden Controller. Sie werden so in die Hand genommen, dass der Daumen etwa auf dem Joystick liegt.



### **Festlegung der Room-Scale Begrenzung**

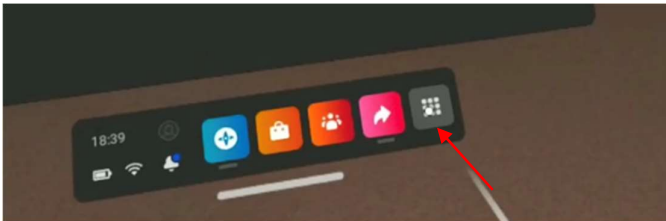
Anfangs müssen Sie beim ersten Aufsetzen der Brille eine Begrenzung (Guardian genannt) festlegen, welche Sie daran hindern soll, gegen Gegenstände zu laufen.

Wählen Sie „Roomscale“ als Art der Begrenzung aus. Nutzen Sie ihren rechten Controller, um die folglich angezeigte Boden-Ebene durch einen Klick auf die Zeigefingertaste und Bücken nach unten auf Bodenhöhe zu bewegen. Zeichnen Sie anschließend einen Bewegungsradius ein.

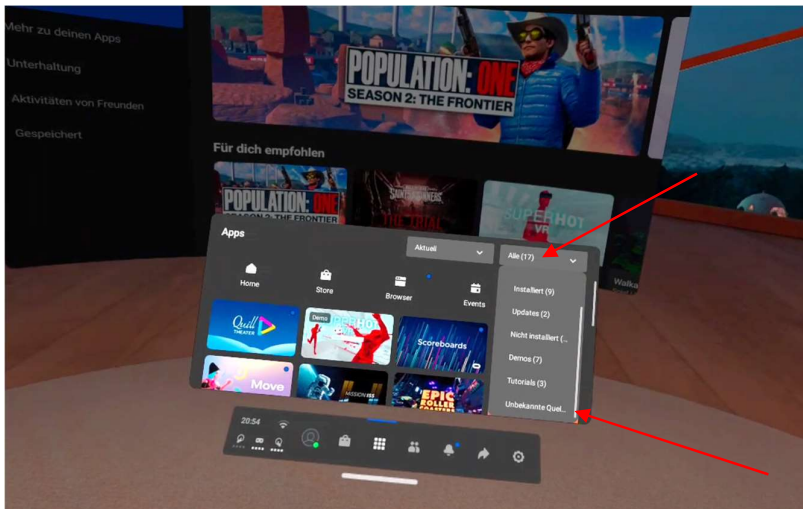
Hinweis: Legen Sie den Bewegungsradius großzügig an. Ihre Mitschüler\*innen passen auf Sie auf!

### Anleitung zum Öffnen der App edVR

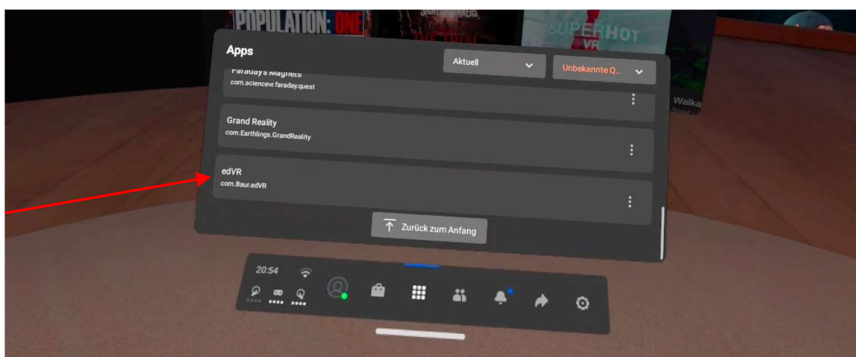
1. Klicken Sie auf das Symbol mit den sechs Punkten im unteren Sichtbereich (Zeigefinger-Taste).



2. Sie befinden sich nun in der App-Auswahl. Klicken Sie auf „Alle“ (rechts oben), scrollen Sie nach unten und wählen Sie „Unbekannte Quelle“ aus.



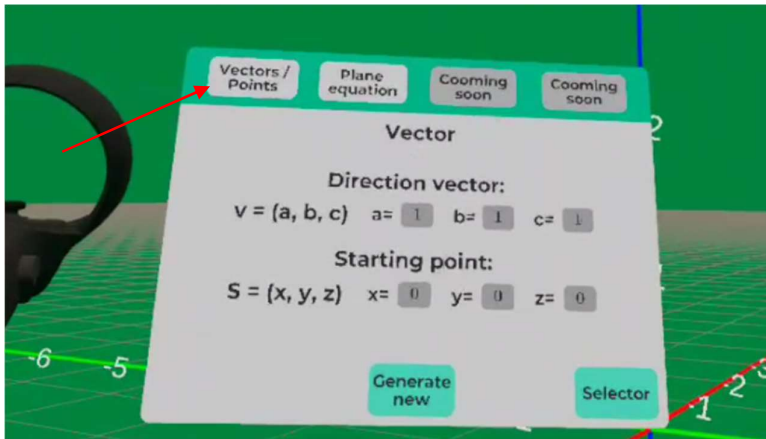
3. Scrollen Sie in der App-Liste und wählen Sie edVR aus.



**Bedienung der App edVR**

1. Wählen Sie ggf. „Vector Geometry“ bei „Mode selection“ links oben im Sichtfeld aus, falls Sie sich nicht unverzüglich in einem Koordinatensystem befinden, bei welchem Ihr linker Controller ein Eingabefeld hält.

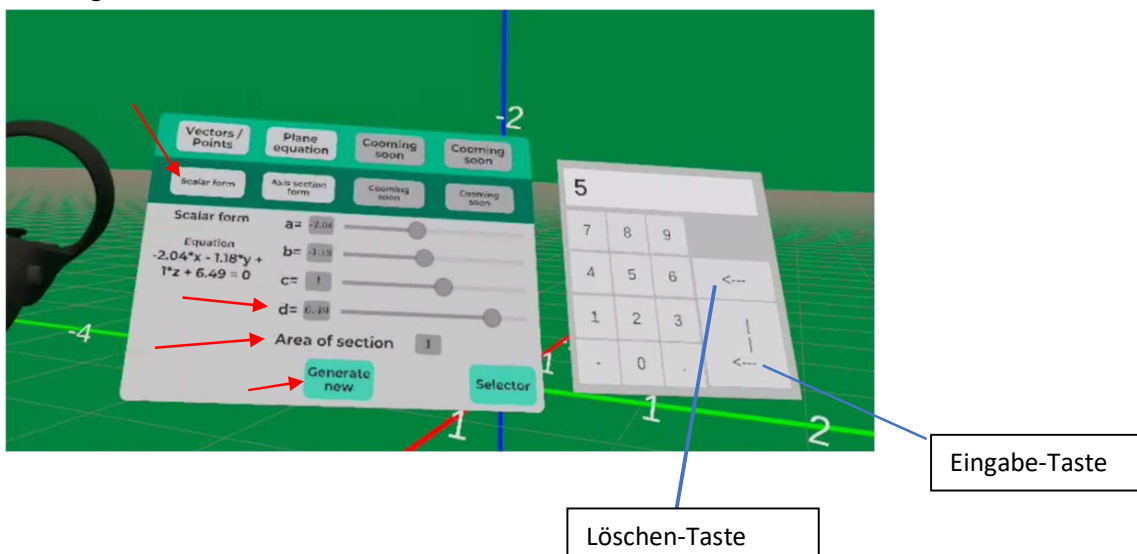
Im Modus „Vector Geometry“ hält Ihr linker Controller ein Eingabefeld. Wählen sie auf diesem „Plane equation/ Ebenengleichung“ aus.



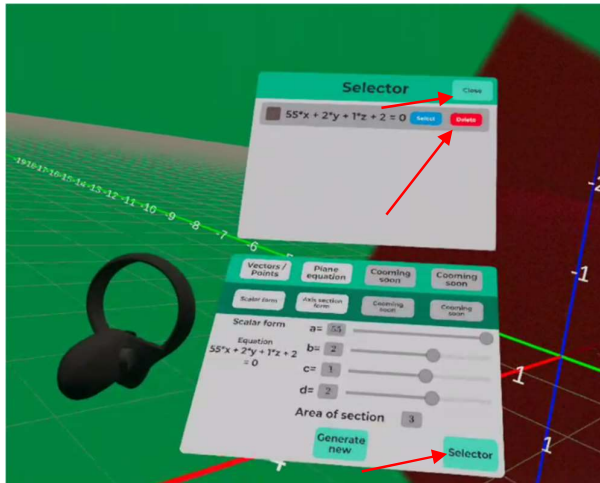
2. Sie können nun eine Ebenengleichung in der Form  $E: ax + by + cz + d = 0$  (Achtung: Umformen im Vergleich zur üblichen Koordinatenform notwendig: Vorzeichen von d umkehren!) eingeben, indem Sie auf das graue Feld neben dem entsprechenden Buchstaben klicken und dann eine Zahl über das erscheinende Tastenfeld auswählen. Achten Sie darauf, dass Sie sich bei dem Zeichnen der Ebene im Modus „Scalar Form/Koordinatenform“ befinden, dies ist normalerweise voreingestellt.

Wählen Sie als „Area of Section/ Flächeneinheiten“ einen Wert zwischen 3 und 5.

Klicken Sie abschließend auf „Generate new/ Neu generieren“ um die Ebene in das Koordinatensystem einzufügen.







3. Bei edVR ist die x-Achse rot, die y-Achse grün und die z-Achse blau. Indem Sie die Zeigefinger-Taste und die seitliche Taste Ihres rechten Controllers gedrückt halten und gleichzeitig Ihre Hand bewegen, können Sie das Koordinatensystem bewegen.
4. Wenn Sie eine Ebene löschen möchten, klicken Sie auf „Selector“ und dann in der erscheinenden Auflistung der gezeichneten Objekte auf „Delete/Löschen“. Über „Close/Schließen“ schließen Sie die Auswahl wieder.
5. Wenn Sie die App schließen möchten, drücken Sie auf die Oculus-Taste und wählen „Anwendung schließen“ aus.
6. Bitte fahren Sie die VR-Brille am Ende der Einheit herunter, indem Sie den Ein-/Ausschalter rechts betätigen und „Ausschalten“ wählen.

## Arbeitsblatt: Ebenen in Koordinatenform mit besonderer Lage

### Vorgehensweise:

Wir arbeiten in Partnergruppen (siehe Arbeitsaufträge). Partner 1 gibt eine Ebene innerhalb der VR-Brillen-App ein und beschreibt Partner 2 die entsprechende Ebene. Partner 2 führt Partner 1 mit Hilfe der Anleitung durch die VR-Brillen-App, macht sich Stichpunkte zur Beschreibung einer Ebene von Partner 1 und übernimmt das Zeichnen und Überprüfen der Lage der Ebene in GeoGebra und auf dem Arbeitsblatt.

Nach der Zeichnung der ersten drei Ebenen (E, F, G), wechselt die Rolle von Partner 1 und Partner 2, so dass beide Partner die Gelegenheit erhalten die VR-Brille und GeoGebra zu nutzen.

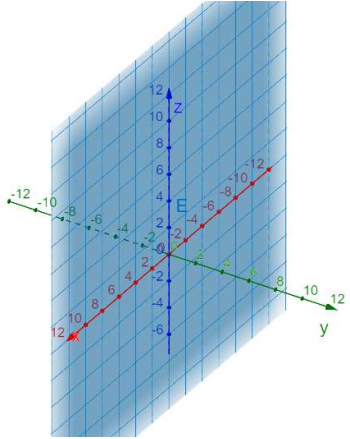
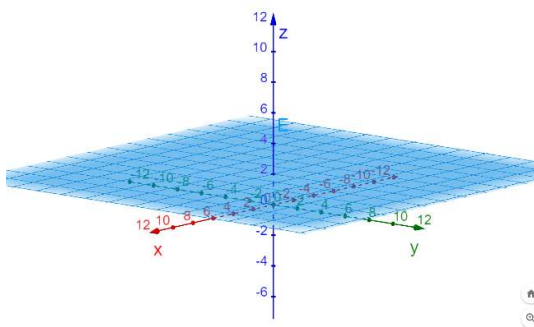
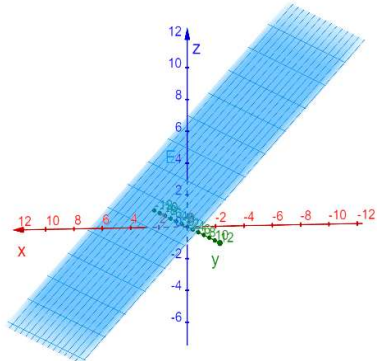
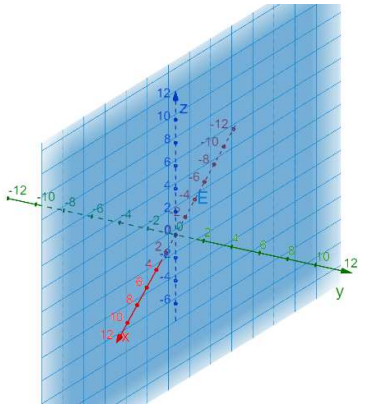
### Arbeitsaufträge:

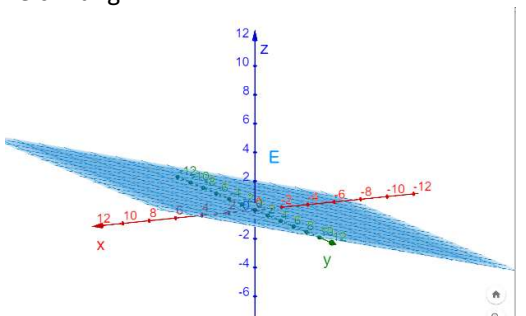
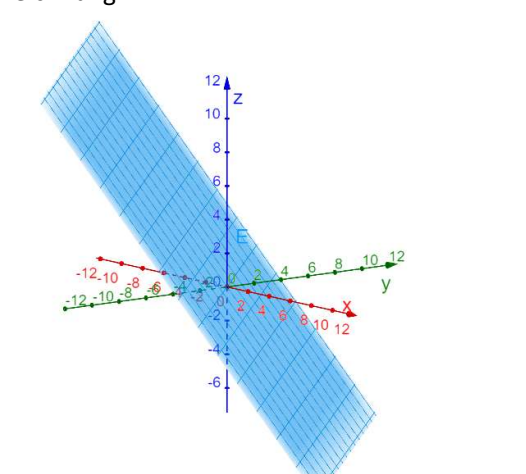
1. Geben Sie jeweils die Ebenengleichungen in Koordinatenform ein (egal ob in GeoGebra oder mit VR-Brille) und untersuchen Sie jeweils die besondere Lage im Koordinatensystem, indem Sie die Ebene in verschiedene Richtungen drehen. Beschreiben Sie besondere Lage, indem Sie Koordinatenebenen und -achsen miteinbeziehen (also z. B. „Die Ebene ist parallel zu...“ oder „Die Ebene ist senkrecht zu...“).
2. Zeichnen Sie die Ebenen jeweils von Hand (!) in das Arbeitsblatt ein und bestimmen Sie zu jeder Ebene einen Normalenvektor (**Hinweis:** Hilfreich können bei der Zeichnung ein bis drei besondere Punkte sein, die man zuerst markiert.).
3. Beurteilen Sie, welche der oberen Ebenen den Koordinatenursprung erhalten und woran man das erkennt.
4. Analysieren Sie, bei welchen der oberen Ebenen die besondere Lage auch aus der Parameterform erkennbar ist.
5. Vergleich der Ergebnisse in der Partnergruppe und Vorstellung im Plenum.

<p><b>Ebene</b></p> <p><b>E: <math>y = 0</math></b> (und E: <math>x = 0</math>, E: <math>z = 0</math>)</p> <p>Eine Parameterform:</p> $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	<p><b>Ebene</b></p> <p><b>F: <math>z = 2</math></b> (und F: <math>x = 2</math>, F: <math>y = 2</math>)</p> <p>Eine Parameterform:</p> $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$
<p>Zeichnung</p> <p>Angabe eines Normalenvektors: <math>\vec{n}_E =</math></p>	<p>Zeichnung</p> <p>Angabe eines Normalenvektors: <math>\vec{n}_F =</math></p>
<p><b>Ebene</b></p> <p><b>G: <math>x + z = 3</math></b></p> <p>Eine Parameterform:</p> $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$	<p><b>Ebene</b></p> <p><b>H: <math>x + 2y = 3</math></b></p> <p>Eine Parameterform:</p> $\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$
<p>Zeichnung</p> <p>Angabe eines Normalenvektors: <math>\vec{n}_G =</math></p>	<p>Zeichnung</p> <p>Angabe eines Normalenvektors: <math>\vec{n}_H =</math></p>

<p><b>Ebene</b></p>	<p><b>Ebene</b></p>
<p><b>K: <math>0,5x - 2z = -1</math></b>                  Eine Parameterform:  <math display="block">\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}</math></p>	<p><b>L: <math>x + y + z = 0</math></b>                  Eine Parameterform:  <math display="block">\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p>
<p>Zeichnung</p>	<p>Zeichnung</p>
<p>Angabe eines Normalenvektors: <math>\vec{n}_K =</math></p>	<p>Angabe eines Normalenvektors: <math>\vec{n}_L =</math></p>

Lösungen: Ebenen in Koordinatenform mit besonderer Lage

<p><b>Ebene</b></p> <p><b>E: <math>y = 0</math></b> (und E: <math>x = 0</math>, E: <math>z = 0</math>)</p> <p>Eine Parameterform:</p> $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	<p><b>Ebene</b></p> <p><b>F: <math>z = 2</math></b> (und F: <math>x = 2</math>, F: <math>y = 2</math>)</p> <p>Eine Parameterform:</p> $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$
<p>Zeichnung</p>  <p>Angabe eines Normalenvektors: <math>\vec{n}_E = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>Eine der drei Koordinatenebenen.</p>	<p>Zeichnung</p>  <p>Angabe eines Normalenvektors: <math>\vec{n}_F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>Die Ebene ist parallel zur xy-Ebene und Abstand 2 (senkrecht) in z-Richtung.</p>
<p><b>Ebene</b></p> <p><b>G: <math>x + z = 3</math></b></p> <p>Eine Parameterform:</p> $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$	<p><b>Ebene</b></p> <p><b>H: <math>x + 2y = 3</math></b></p> <p>Eine Parameterform:</p> $\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$
<p>Zeichnung</p>  <p>Angabe eines Normalenvektors: <math>\vec{n}_G = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>Die Ebene ist parallel zur y-Achse (siehe Normalenvektor).</p>	<p>Zeichnung</p>  <p>Angabe eines Normalenvektors: <math>\vec{n}_H = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>Die Ebene ist parallel zur z-Achse (siehe Normalenvektor).</p>

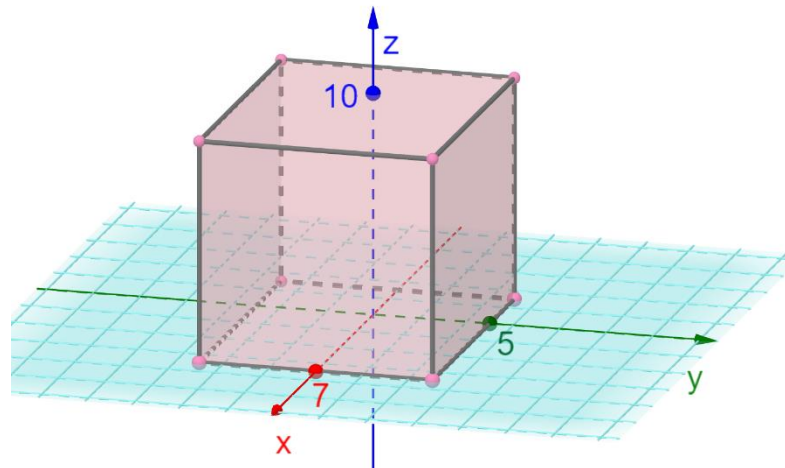
Ebene	Ebene
<p><b>K: <math>0,5x - 2z = -1</math></b>                      Eine Parameterform:  <math display="block">\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}</math></p>	<p><b>L: <math>x + y + z = 0</math></b>                      Eine Parameterform:  <math display="block">\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p>
<p>Zeichnung</p>  <p>Angabe eines Normalenvektors: <math>\vec{n}_K = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}</math>                      Die Ebene ist parallel zur y-Achse (siehe Normalenvektor).</p>	<p>Zeichnung</p>  <p>Angabe eines Normalenvektors: <math>\vec{n}_L = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}</math>                      Keine Angabe.</p>

**Merksatz:** Falls innerhalb des Normalenvektors der Ebene ein Eintrag Null ist bzw. innerhalb der Koordinatenform der Ebene fehlt, liegt die Ebene parallel zu der entsprechenden Koordinatenachse.

## Übungsblatt zu Ebenen in Koordinatenform mit besonderer Lage

### Aufgabe 1: Ebenen im Würfel bestimmen

Geben Sie die Gleichungen der Ebenen in Koordinatenform an, in denen die Seitenflächen des unten abgebildeten Würfels liegen.



$E_{(\text{oben})}$ :

$E_{(\text{links})}$ :

$E_{(\text{unten})}$ :

$E_{(\text{vorne})}$ :

$E_{(\text{rechts})}$ :

$E_{(\text{hinten})}$ :

### Aufgabe 2: Angabe besonderer Ebenen in Koordinatenform

- Die gesuchte Ebene ist zur  $xz$ -Ebene (bzw. zur  $x_1x_3$ -Ebene) parallel und hat den Abstand 3 in  $y$ -Richtung (bzw.  $x_2$ -Richtung).
- Die Ebene ist zur  $x$ -Achse (bzw.  $x_1$ -Achse) parallel und hat folgende Schnittpunkte mit den anderen Koordinatenachsen:  $S_2(0/1/0)$  und  $S_3(0/0/1)$ .
- Die Ebene ist parallel zur  $z$ -Achse (bzw.  $x_3$ -Achse), geht durch den Koordinatenursprung und enthält den Punkt  $P(1/1/0)$ .
- Zeichnen Sie die drei Ebenen dieser Aufgabe mit GeoGebra und überprüfen Sie, ob die Eigenschaften des Textes jeweils erfüllt sind.

## Arbeitsblatt 2 zu Ebenen in Koordinatenform mit besonderer Lage

### Vorgehensweise:

Wir arbeiten in Partnergruppen (siehe Arbeitsaufträge). Partner 1 gibt eine Ebene in Koordinatenform innerhalb der VR-Brillen-App ein. Partner 2 nennt einzeln die Bedingungen, die die Ebene erfüllen soll und Partner 1 überprüft diese Bedingungen durch die VR-Brillen-App.

Nach der Zeichnung der ersten drei Ebenen (E, F, G), wechselt die Rolle von Partner 1 und Partner 2, so dass beide Partner die Gelegenheit erhalten die VR-Brille und GeoGebra zu nutzen.

### Arbeitsaufträge:

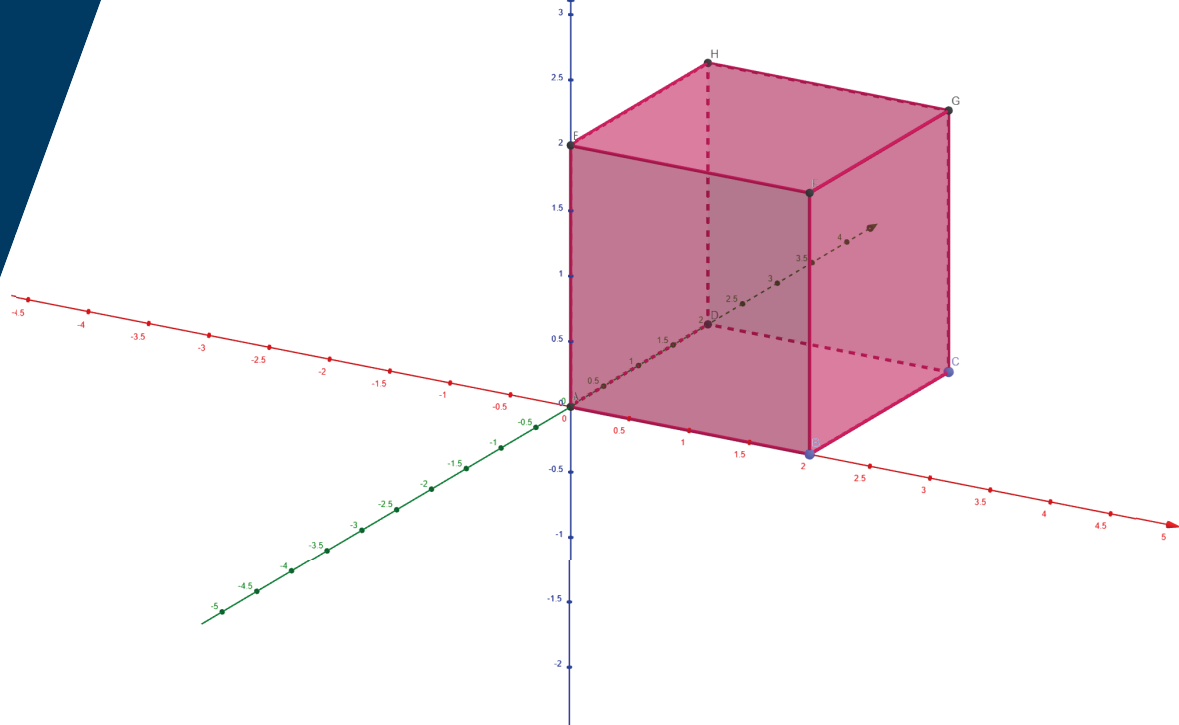
- 1.) Ermitteln Sie Schritt für Schritt jeweils eine Ebenengleichung, die die oben angegebenen Bedingungen für die Ebenen E-L erfüllt.
- 2.) Geben Sie nun einzeln diese Ebenengleichung in GeoGebra und in der VR-Brillen-App ein. Überprüfen Sie gemeinsam mit Ihrem Partner / Ihrer Partnerin, ob Ihre Ebene tatsächlich jeweils die oben angegebenen Bedingungen erfüllt.
- 3.) Stellen Sie die Ihnen zugeteilte Ebene vor und erläutern Sie, wie Sie Ihr Ergebnis erhalten konnten.



**Aufgabe: Angabe besonderer Ebenen in Koordinatenform**

<b>Ebene E:</b> Die x-Achse durchstößt die gesuchte Ebene senkrecht im Punkt P(5/0/0).	<b>Ebene F:</b> Die Ebene ist zur z-Achse (bzw. $x_3$ -Achse) parallel und hat folgende Schnittpunkte mit den anderen Koordinatenachsen: $S_1(2/0/0)$ und $S_3(0/-1/0)$ .
<b>Koordinatenform dieser Ebene:</b>	<b>Koordinatenform dieser Ebene:</b>
Angabe eines Normalenvektors: $\vec{n}_E =$	Angabe eines Normalenvektors: $\vec{n}_F =$
<b>Ebene G:</b> Ein Normalenvektor der Ebene ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Außerdem liegt der Punkt P(0/3/3) in dieser Ebene.	<b>Ebene H:</b> Die x-Achse liegt in dieser Ebene sowie die beiden Punkte A(0/3/2) und B(0/6/4).
<b>Koordinatenform dieser Ebene:</b>	<b>Koordinatenform dieser Ebene:</b>
Angabe eines Normalenvektors: $\vec{n}_G =$	Angabe eines Normalenvektors: $\vec{n}_H =$
<b>Ebene K:</b> Die Ebene ist parallel zur y-Achse (bzw. $x_2$ -Achse), geht durch den Koordinatenursprung und enthält den Punkt P(1/0/2).	<b>Ebene L:</b> Die Ebene schneidet die Koordinatenachsen in den Punkten $S_1(3/0/0)$ , $S_2(0/2/0)$ und $S_3(0/0/1)$ .
<b>Koordinatenform dieser Ebene:</b>	<b>Koordinatenform dieser Ebene:</b>
Angabe eines Normalenvektors: $\vec{n}_K =$	Angabe eines Normalenvektors: $\vec{n}_L =$





# Eine Einführung in die Koordinatisierung des Raumes, Vektoren und erste Vektoroperationen

## Binnendifferenzierte, computergestützte Übungsstunde zur Darstellung geometrischer Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem mithilfe von GeoGebra

### Zur Konzeption

Der Unterrichtsvorschlag umfasst die Förderung der Vorstellung von Punkten und Objekten innerhalb eines dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystems. Neben dem Hauptstundenziel, das dreidimensionale, kartesische Koordinatensystem sowie dessen Nutzung zur Darstellung von Punkten im Raum zu erfahren, wird durch die Anlage der Aufgabenstellungen eine grundlegende Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens erreicht. Die Unterrichtsskizze zeigt, wie durch einen gezielten Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge die eigenständige und eigenverantwortliche Erschließung mathematischer Inhalte im Unterricht unterstützt und inszeniert werden kann. Durch den Einsatz von GeoGebra werden angegebene Parameter zu Punkten im Raum unmittelbar angezeigt. Veränderungen oder das Hinzufügen neuer Punkte wird durch das Programm unmittelbar umgesetzt und die eingegebenen Parameter sowie mögliche Veränderungen visuell angezeigt. So können zahlreiche Punkte oder Veränderungen in kurzer Zeit eingegeben und beobachtet werden. Darin sowie in der visuellen Darstellung der Punkte im Raum liegen aus lerntheoretischer Sicht wesentliche Chancen für den mathematischen Lernprozess der Schülerinnen und Schüler.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die Nutzung von GeoGebra unterstützt die mathematischen Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler in der vorgeschlagenen Umsetzung auf zwei Ebenen. Einerseits durch die Möglichkeiten Punkte im Raum durch GeoGebra in einem dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem anzuzeigen und dabei sowohl die Skalierung als auch die Lage der angegebenen Punkte im Raum visuell darzustellen. Die Darstellung der Punkte und des Koordinatensystems sowie Änderungen der Parameter werden unmittelbar durch das Programm umgesetzt, sodass der Fokus der Schülerinnen und Schüler auf den Beziehungen zwischen den angegebenen Parametern und dem visuell dargestellten Objekt liegen kann und viele Beispiele und Veränderungen unmittelbar umgesetzt und gezielt beobachtet werden können. Andererseits wird so eine wesentliche Unterstützung in der Unterrichtsorganisation erreicht, da mit Hilfe des Programms Lösungen der Schülerinnen und Schüler auf ihre Plausibilität und Korrektheit überprüft werden können. Dies eröffnet der Lehrkraft die Möglichkeit, einzelne Schülerinnen und Schüler im Unterrichtsprozess individuell zu unterstützen und zu begleiten.

# Eine Einführung in die Koordinatisierung des Raumes, Vektoren und erste Vektoroperationen

## Binnendifferenzierte, computergestützte Übungsstunde zur Darstellung geometrischer Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem mithilfe von GeoGebra (Jahrgangsstufe EF GK)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem mithilfe von GeoGebra dar und vertiefen so ihre Vorstellung des Raumes.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler vertiefen ihre Kompetenzen zur Wahl einer geeigneten kartesischen Koordinatisierung für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts im Raum sowie zur Darstellung geometrischer Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem, indem sie bei der Bearbeitung der Arbeitsblätter geometrische Objekte mithilfe ihrer Eckpunkte in GeoGebra darstellen und ihre Lösungen dabei kontinuierlich auf Korrektheit überprüfen.

Die Schülerinnen und Schüler können das digitale Werkzeug „GeoGebra“ zur Darstellung geometrischer Objekte im Raum nutzen, indem sie die geometrischen Objekte der Arbeitsblätter mit Hilfe der Tippkarten in ein digitales, dreidimensionales Koordinatensystem übertragen und ihre Ergebnisse eigenständig überprüfen.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kompetenz im Bereich „Reflektieren“, indem sie ihre Lösungen mit Hilfe von GeoGebra kontinuierlich auf Plausibilität überprüfen und ihre Fehler analysieren und korrigieren.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kompetenzen im Bereich „Kommunizieren“, indem sie die Aufgaben in Partnerarbeit bearbeiten, dabei gemeinschaftlich Vermutungen aufstellen und überprüfen, ihre eigenen Lösungswege beschreiben und sich im gesamten Verlauf gegenseitig unterstützen.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Zur nächsten Stunde sollten sich die Schülerinnen und Schüler mit weiteren GeoGebra Applets beschäftigen, zum Beispiel: <https://www.GeoGebra.org/graphing>

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1-2	Wo ist der Ball? - Problemorientierte Einführung des dreidimensionalen Koordinatensystems, der Kennzeichnung von Punkten im Raum durch Ortsvektoren und der Vektoren als Verschiebung.
3-4	<b>Spaß mit GeoGebra! – Binnendifferenzierte, computergestützte Übungsstunde zur Darstellung geometrischer Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem mithilfe von GeoGebra.</b>
5-6	Inselhopping – Finde den Schatz! - Kontextorientierte Einführung und Übung zur Addition und Subtraktion von Vektoren sowie zur Skalarmultiplikation.
7-8	Im Kajak unterwegs – Entdecken und Anwenden der Berechnung von Längen von Vektoren, Abständen zwischen Punkten und Darstellung von gerichteten Größen, wie der Geschwindigkeit, durch Vektoren.
9	Bei den Pyramiden in Ägypten I – Wiederholung und Vertiefung der Darstellung von geometrischen Objekten in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem.
10	Bei den Pyramiden in Ägypten II – Einführung in das Nachweisen der Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren.
11	Mit Spaß in die Ferien – Reflexion der Reihe und spielerische Übungen in einer Stationsarbeit.

# Binnendifferenzierte, computergestützte Übungsstunde zur Darstellung geometrischer Objekte in einem räumlichen kartesischen Koor- dinatensystem mithilfe von GeoGebra

Jahrgangsstufe EF GK

Benötigte Materialien:

- PCs
- Smartboard
- Office

Unterrichtsverlaufsplan 2x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmus- ter/ Medien
10 Min	Begrüßung und Anknüpfen an bisher Gelerntes	Lehrer erklärt das Spiel „Ich sehe was, was du nicht siehst...“. Nach dem Spielen des Spiels in Kleingruppen erfolgt eine Reflexion.  Antizipierte Kritik der Schülerinnen und Schüler: Die Längen im Klassenraum müssen geschätzt werden. Dadurch werden die Angaben der Koordinaten unpräzise. Lösung: Präzise Koordinatisierung des Raumes durch genaues Abmessen oder Simulationen mithilfe von Computern oder Zeichnen.	Motivation und kognitive Aktivierung  Hinführung zur Problemstellung  Gesprächsführung durch Lehrkraft bei hoher Schülerbeteiligung	KU, UG Smartboard
35 Min	Erarbeitung	Erläuterung und Durchführen des Arbeitsprogramms:  Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten in Partnerarbeit die Aufgaben der differenzierten Lernstraße. Dabei sollten sie in dieser Stunde mindestens die ersten drei Aufgaben bearbeiten.	Eigenständige Erarbeitung durch Schülerinnen und Schüler  Organisation selbstständigen Arbeitens  Partnerarbeit zur weiteren Differenzierung sowie zur Unterstützung der Kommunikation  Lernstraße mit differenzierten Aufgabenstellungen	PA AaM Smartboard AB 1.1 bis AB 1.8 Tippkarten PCs
20 Min	Sicherung	Die Schülerinnen und Schüler stellen ihre Arbeitsergebnisse am Smartboard vor. Der Fokus soll dabei im Sinne des reflektierenden Übens vor allem auf den erklärenden Aufgaben liegen.	Reflexion des Gelernten dient der Festigung  Üben und Festigen von Fachbegriffen und Anwenden von Fachsprache	KU, SV Smartboard
15 Min	Reflexion	Die Schülerinnen und Schüler reflektieren die methodische Vorgehensweise (Chancen und Probleme bei dieser Vorgehensweise).	Reflexion des Arbeitsprozesses in eigenständiger Organisation  Diese Phase kann ggf. zu Gunsten der Erarbeitung abgekürzt werden.	KU, UG Smartboard
10 Min	Ausblick auf neu zu Lernendes	Der Lehrer gibt einen Ausblick auf die folgenden Stunden (evtl. Fortführen der Lernstraße, Zeichnen der geometrischen Objekte auf Papier).	Zieltransparenz  Kontinuität im Lernprozess	KU, LV Smartboard

## Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (1)

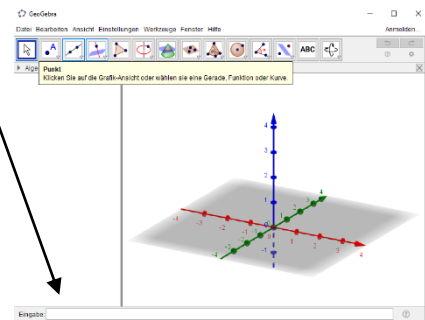
*Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.*

GeoGebra ist eine dynamische Geometrie-Software, mit der man u.a. geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen kann.

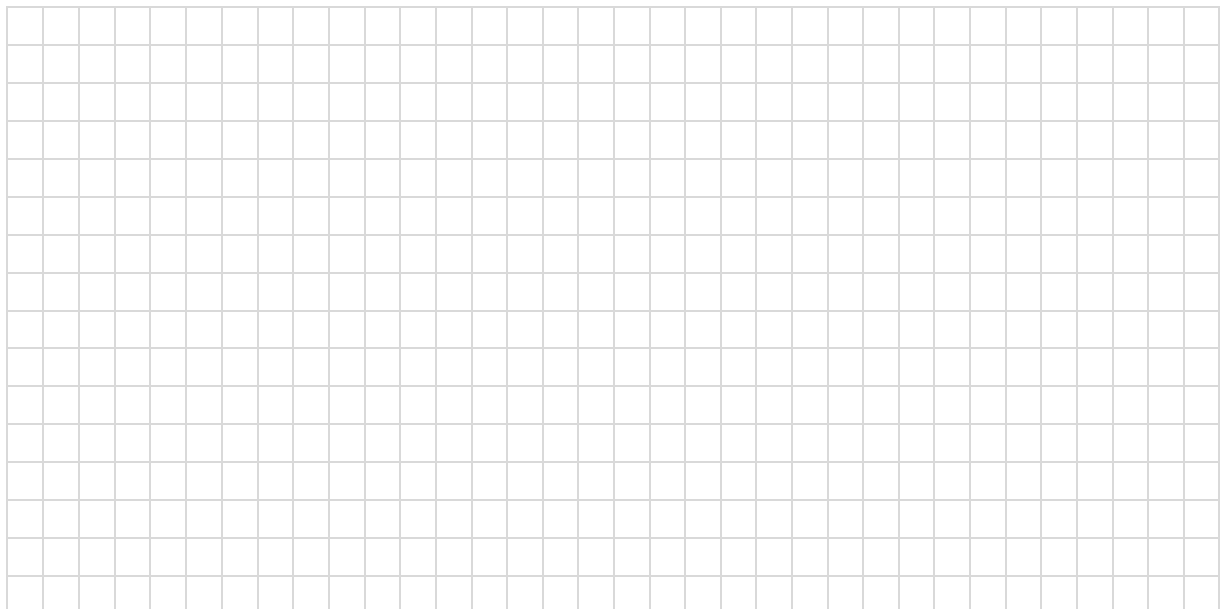
### Aufgabe 1 - Erkundungen

Öffnen Sie das Programm GeoGebra Classic 6 und wählen unter „Perspektiven“ die Option „3D Grafik“.

- a. Tragen Sie den Punkte A(1|2|3) ein, indem Sie A=(1,2,3) in die Eingabezeile eingeben.
- b. Zeichnen Sie auf die gleiche Weise zwei weitere beliebige Punkte B und C ein.
- c. Der Befehl Vektor=[A,B] erzeugt den Vektor  $\overrightarrow{AB}$ , also den Vektor mit dem Anfangspunkt A und dem Endpunkt B. Erzeugen Sie analog die Vektoren  $\overrightarrow{BC}$  und  $\overrightarrow{CA}$ .



- d. In der linken Spalte (der Algebra-Ansicht) unterscheidet GeoGebra deutlich zwischen Punkten und Vektoren. Vergleichen Sie Punkte und Vektoren.

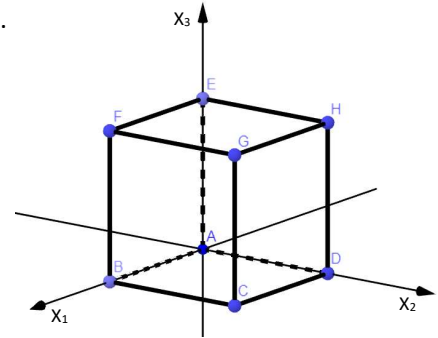


**Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (2a)**

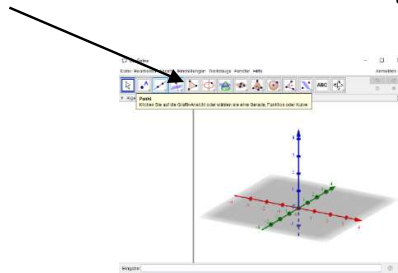
Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.

**Aufgabe 2 - Würfel**

2.1 Zeichnen Sie einen Würfel mit der Kantenlänge 4 Längeneinheiten (LE). Die Ecke A soll dabei im Ursprung des Koordinatensystems liegen (siehe Abbildung).



Tipp: Über die Funktion „Vieleck“ lassen sich die Punkte leicht zu Figuren (z.B. zu Quadraten) verbinden.



2.2 Erklären Sie, wie sie vorgegangen sind. Fertigen Sie hierzu einen Fließtext an!

---



---



---



---



---



---

2.3 Beschreiben Sie, was sich verändert, wenn der Koordinatenursprung in die Ecke E gelegt wird.

---



---



---



---



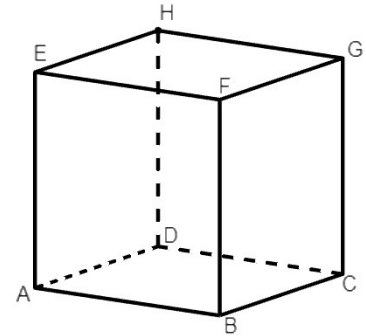
---

**Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (2b)**

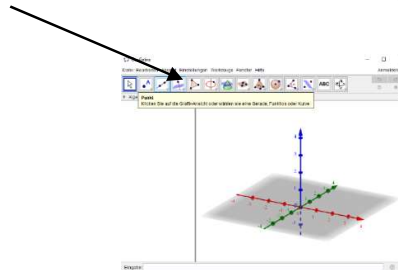
*Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.*

**Aufgabe 2 - Würfel**

- 2.1 Zeichnen Sie einen Würfel mit der Kantenlänge 4 Längeneinheiten (LE). Die Ecke F (siehe Abbildung) soll dabei im Ursprung des Koordinatensystems liegen.



Tipp: Über die Funktion „Vieleck“ lassen sich die Punkte leicht zu Figuren (z.B. zu Quadraten) verbinden.



- 2.2 Erklären Sie, wie sie vorgegangen sind. Fertigen Sie hierzu einen Fließtext an!

---



---



---



---



---



---

- 2.3 Beschreiben Sie, was sich verändert, wenn der Koordinatenursprung in die Ecke G gelegt wird.

---



---



---



---



---



---

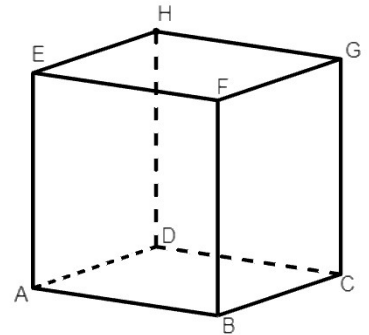


**Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (2c)**

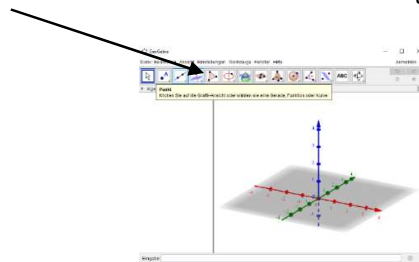
Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.

**Aufgabe 2 - Würfel**

2.1 Zeichnen Sie einen Würfel mit der Kantenlänge 4 Längeneinheiten (LE). Der Mittelpunkt des Quadrats ABCD soll dabei im Ursprung des Koordinatensystems liegen.



Tipp: Über die Funktion „Vieleck“ lassen sich die Punkte leicht zu Figuren (z.B. zu Quadraten) verbinden.



2.2 Erklären Sie, wie sie vorgegangen sind. Fertigen Sie hierzu einen Fließtext an!

---



---



---



---



---

2.3 Beschreiben Sie, was sich verändert, wenn der Koordinatenursprung in die Ecke D gelegt wird.

---



---



---



---



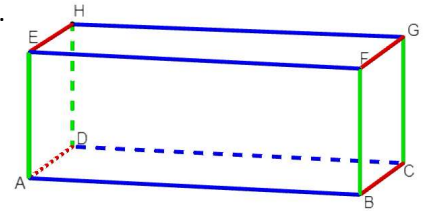
---

**Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (3a)**

*Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.*

**Aufgabe 3 - Quader**

1. Zeichnen Sie einen Quader mit den Kantenlängen 2 LE, 4 LE und 6 LE. Die genaue Lage des Körpers in diesem Koordinatensystem können sie selbst festlegen.



2. Beschreiben Sie, worauf Sie bei der Lage des Körpers geachtet haben. Fertigen Sie hierzu einen Fließtext an!

---



---



---



---



---



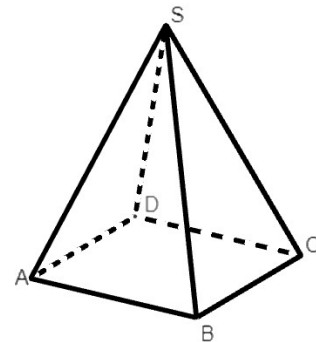
---

**Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (3b)**

*Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.*

**Aufgabe 3 - Pyramide**

1. Zeichnen Sie eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche und der Höhe 4 LE. Die Seitenlängen des Quadrats betragen 3 LE. Die Höhe liegt oberhalb des Mittelpunktes der Grundfläche. Die genaue Lage des Körpers in diesem Koordinatensystem können Sie selbst festlegen.



2. Beschreiben Sie, worauf Sie bei der Lage des Körpers geachtet haben. Fertigen Sie hierzu einen Fließtext an!

---



---



---



---



---



---

**Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (3c)**

*Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.*

**Aufgabe 3 – Quader und Pyramide**

Der rechts abgebildete Flachdachbungalow soll saniert werden



- 3.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Bungalows in ein Koordinatensystem. Die genaue Lage des Körpers in diesem Koordinatensystem können Sie selbst festlegen.
- 3.2 Der Bungalow soll mit einem 3 m hohen Spitzdach versehen werden. Die Spitze S soll über dem Mittelpunkt der Grundfläche liegen. Konstruieren Sie das Dach.
- 3.3 Beschreiben Sie, worauf Sie bei der Lage des Körpers und der Konstruktion des Daches geachtet haben. Fertigen Sie hierzu einen Fließtext an!

---



---



---



---



---



---

**Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (4a)**

*Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.*

GeoGebra kann auch dazu genutzt werden, berechnete Ergebnisse zu überprüfen.

**Aufgabe 4 - Vektoren**

4.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{BA}$ . Überprüfen Sie anschließend ihr Ergebnis mithilfe von GeoGebra.

1)  $A(1|0|1), B(3|4|1)$

2)  $A(4|2|0), B(3|3|3)$

4.2 Bestimmen Sie mithilfe von GeoGebra die Koordinaten der Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{BA}$ .

3)  $A(-1|2|3), B(3|-2|4)$

4)  $A(4|-2|-5), B(5|8|-3)$

4.3 Vergleichen Sie die Koordinaten der Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{BA}$  und erklären Sie das Phänomen.

---



---



---



---

**Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (4b)**

*Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.*

GeoGebra kann auch dazu genutzt werden berechnete Ergebnisse zu überprüfen.

**Aufgabe 4 - Vektoren**

4.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{BA}$ . Überprüfen Sie anschließend ihr Ergebnis mithilfe von GeoGebra.

1)  $A(1|0|1), B(3|4|1)$

2)  $A(4|2|0), B(3|3|3)$

4.2 Bestimmen Sie mithilfe von GeoGebra die Koordinaten der Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  und  $\overrightarrow{CB}$  sowie  $\overrightarrow{CA}$  und  $\overrightarrow{AC}$ .

1)  $A(-1|2|3), B(3|-2|4), C(3|4|5)$

4.3 Vergleichen Sie die Koordinaten der Vektoren und erklären Sie ihre Beobachtungen.

---



---



---



---

**Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (5a)**

*Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.*

**Aufgabe 5 – Vektoren II**

5.1 Der Vektor  $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  beschreibt, wie man von Punkt A aus den Punkt B erhält. Bestimmen

Sie rechnerisch die Koordinaten des fehlenden Punktes und überprüfen Sie ihr Ergebnis mithilfe von GeoGebra.

1)  $A(6|0|1)$

2)  $A(4|-2|10)$

5.2 *Beschreiben* Sie ihre Vorgehensweise. Fertigen Sie hierzu einen Fließtext an!

---



---



---



---



---

**Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (5b)**

*Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.*

**Aufgabe 5 – Vektoren II**

5.1 Der Vektor  $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  beschreibt, wie man von Punkt A aus den Punkt B erhält. Bestimmen

Sie rechnerisch die Koordinaten des fehlenden Punktes und überprüfen Sie ihr Ergebnis mithilfe von GeoGebra.

3)  $A(6|0|1)$

4)  $B(-1|-3|13)$

5.2 *Beschreiben* Sie ihre Vorgehensweise. Fertigen Sie hierzu einen Fließtext an!

---



---



---



---



---

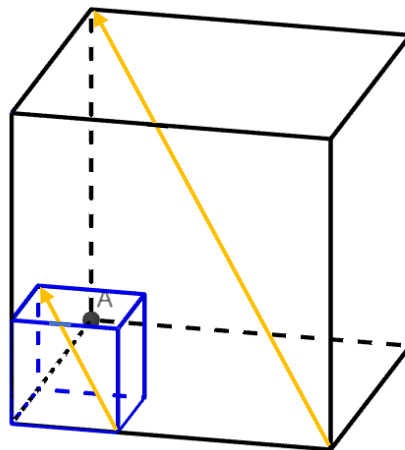


**Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (6)**

*Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.*

**Aufgabe 6 – Würfel und Vektoren**

6.1 In Figur 2 haben die Kanten des kleinen Würfels die Länge 2 cm. Die Kanten des großen Würfels sind dreimal so lang. *Stellen Sie die beiden Würfel wie in der Abbildung in einem Koordinatensystem in GeoGebra dar.*



6.2 *Geben Sie die Koordinaten der zwei Vektoren aus der Abbildung an. Vergleichen Sie die Werte und beschreiben Sie, was Ihnen auffällt.*

---



---



---



---



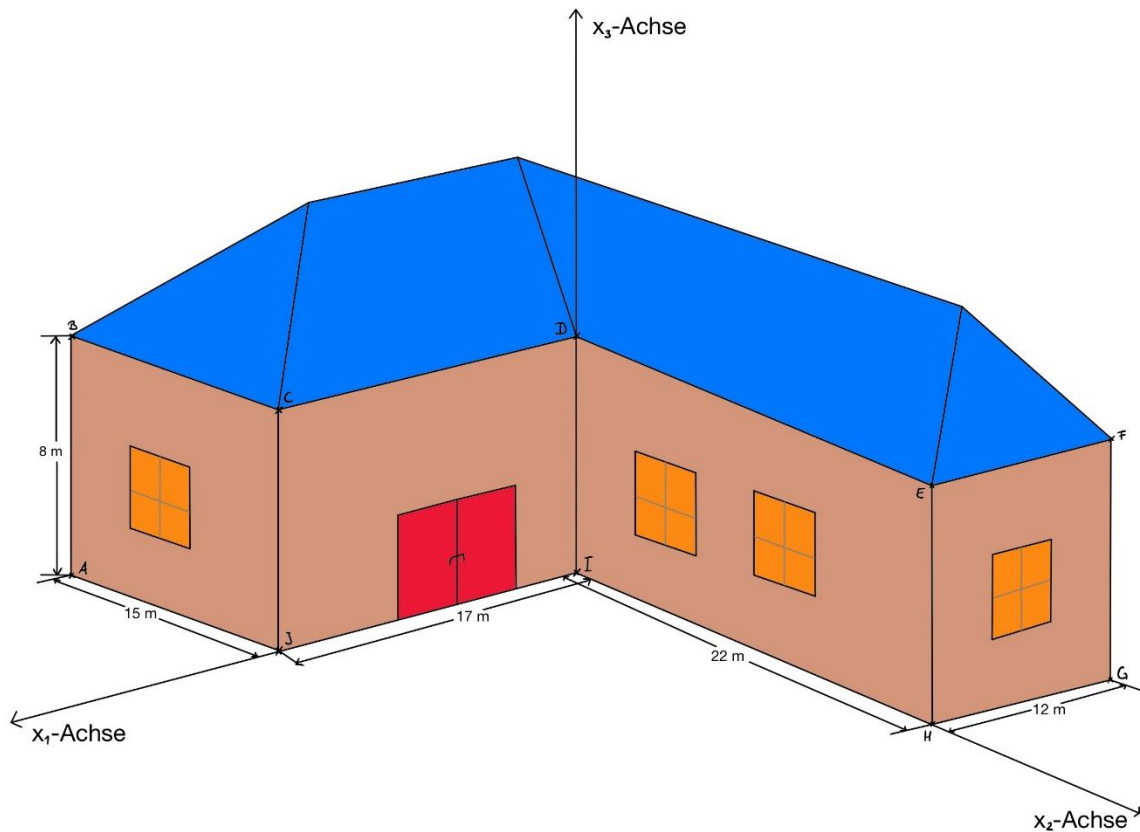
---

## Geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (Zusatzaufgaben)

*Bei Schwierigkeiten dürfen Sie auf die ausliegenden Tippkarten zurückgreifen.*

### Aufgabe 7

Übertragen Sie das Gebäude so präzise wie möglich in GeoGebra in ein Koordinatensystem.

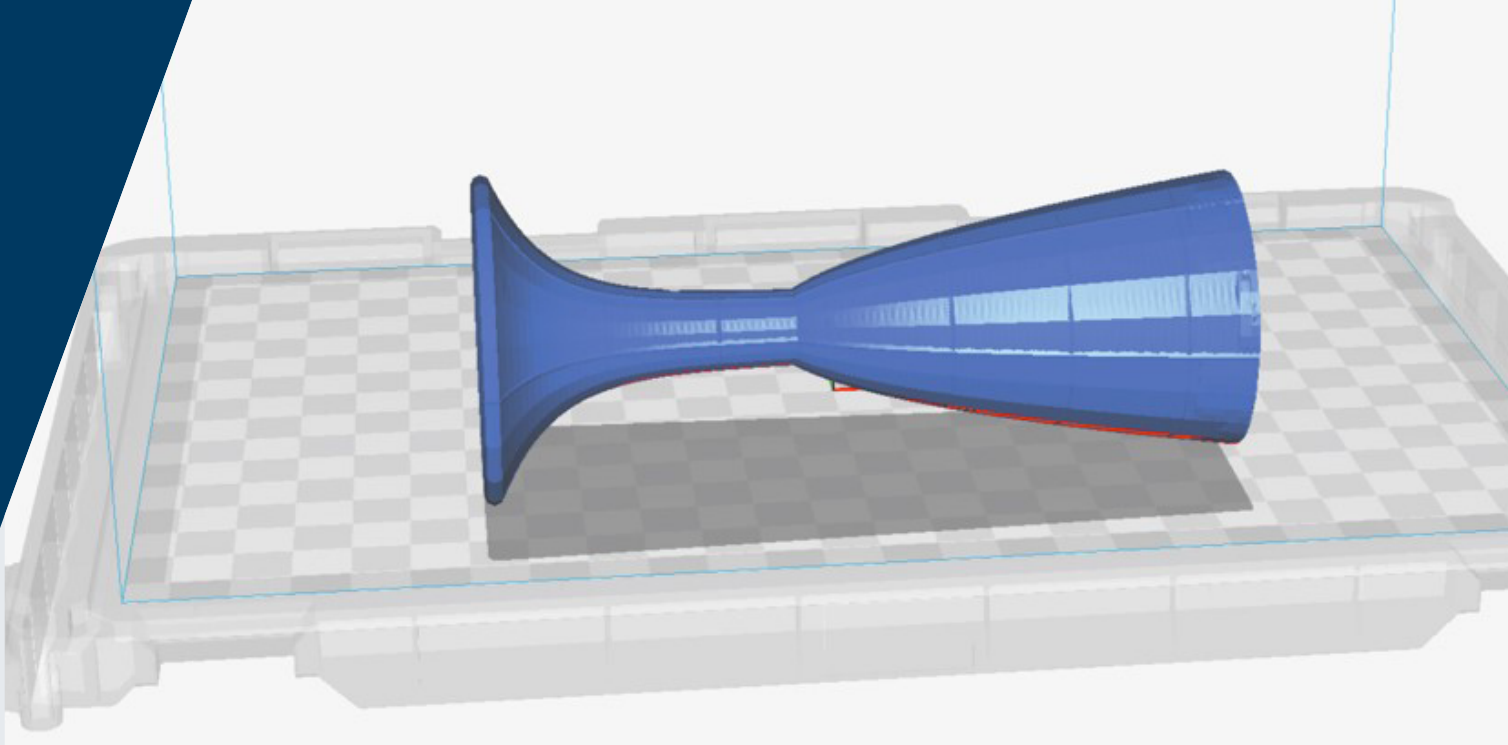


### Aufgabe 8 - Tandemübung

Entwickeln Sie nun in Einzelarbeit eine Aufgabe für ihren Partner.

Hierfür sollten Sie Kriterien für Ihr perfektes Ferienhaus festlegen, wie beispielsweise um welchen Körper (Würfel, Quader, Pyramide) es sich handeln soll oder welche Dachform das Haus haben soll. Sie können auch Zusatzaufgaben, wie Anbauten oder Pools entwickeln. Der Fantasie sind hier keine Grenzen gesetzt.

Lösen Sie anschließend die Aufgabe ihres Partners.



# Veranschaulichung von Rotationskörpern

## Modellierung eines individuell gestalteten Sektglases in Kleingruppen mit GeoGebra

### Zur Konzeption

Der Unterrichtsvorschlag zeigt, wie bewährte mathematische Problemstellungen durch den Einsatz innovativer Technologien im Mathematikunterricht erweitert werden können. Die Modellierung von Trinkgefäßen in Form von Rotationskörpern hat sich als geeignete Problemstellung im Mathematikunterricht bereits bewährt. Darüberhinaus erfolgt zunehmend auch der Einsatz von GeoGebra mittlerweile an zahlreichen Stellen im Mathematikunterricht der Sekundarstufen, sodass das Programm den Schülerinnen und Schülern häufig bereits bekannt ist. Mit Hilfe der 3D-Druck Technologie wird es nun möglich, die mathematisch modellierten Objekte als haptische Modelle zu erstellen. Im Anschluss an den Druck können die mathematischen Modellierungen sowie einzelne Aspekte der zur Modellierung herangezogenen Funktionen unmittelbar am Modell expliziert werden. Mathematik wird dann im wahrsten Sinne des Wortes „begreifbar“. Da GeoGebra unmittelbar eine Exportfunktion in Form einer Datei anbietet, die dann zum 3D-Druck verwendet werden kann, kann die 3D-Druck Technologie hier niederschwellig eingesetzt werden, um durch die Bereitstellung der haptischen Modelle wichtige Lernchancen nutzbar zu machen.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die im vorgestellten Setting exemplarisch durch Schülerinnen und Schüler vorgenommene Modellierung von Trinkgefäßen empfindet exemplarisch Design- und Entwicklungsprozesse nach, wie sie auch in unterschiedlichen wirtschaftlichen Zusammenhängen genutzt werden. Neben ersten Berührungen mit der 3D-Druck Technologie können hier zentrale Verbindungen zur Berufsvorbereitung hergestellt werden. Schülerinnen und Schüler können so erfahren, dass Mathematik an zahlreichen Stellen im beruflichen Alltag genutzt wird und so ihr Bewusstsein für die Bedeutung der Mathematik für ihre Erfahrungswelt ausschärfen. In einem weiteren Schritt wäre dann denkbar, auch andere Programme zur Modellierung heranzuziehen. Zur Erstellung von Rotationskörpern eignen sich zum Beispiel parameterbasierte CAD-Programme. Einblicke in eine weitere Verbindung zur Informatik können darüberhinaus durch die Nutzung skriptbasierter CAD-Programme gewährt werden. Die mathematischen Inhalte können so in unterschiedlichen Szenarien vertieft werden.

# Veranschaulichung von Rotationskörpern

## Modellierung eines individuell gestalteten Sektglases in Kleingruppen mit GeoGebra (Jahrgangsstufe Q2)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler modellieren einen Rotationskörper mittels dynamischer Geometriesoftware.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler vertiefen ihre Kenntnisse im Umgang mit digitalen Werkzeugen und ihrer Funktionsweise innerhalb der vorgegebenen Programme, indem sie GeoGebra zur Modellierung eines Sektglases einsetzen.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Fähigkeit zur Analyse mathematischer Probleme, indem sie das innermathematische Problem des Sektglases analysieren und die Modellierung von Funktionen im Sinne der in der Q1 erlernten „Steckbriefaufgaben“ durchführen.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kommunikations- und Kooperationsfähigkeit, indem sie sich in der Partnergruppe über die Ebenen in Koordinatenform austauschen, über Besonderheiten der Ebenen in angemessener Fachsprache diskutieren und das Ergebnis ihrer Partnerarbeit vor dem Kurs präsentieren.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Vorbereitung einer geeigneten Präsentation der Ergebnisse im Plenum (geeignet wäre z.B. eine Power-Point Präsentation mit den Bestandteilen der Modellierungsannahmen sowie der Überprüfung auf Funktionalität und Qualität und eine geeignete Reflektion ihrer Arbeit im Sinne des Modellbildungskreislaufs)

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Einführung der Thematik „Rotationskörper“ mit einfachen elementargeometrischen Beispielen und einem Erklärvideo zur Erstellung von Rotationskörpern in GeoGebra
2	Rotationskörper zwischen zwei Funktionen mit mathematischer Formel und Rechenbeispielen
3	<b>Modellierung eines individuell gestalteten Sektglases in Kleingruppen mit GeoGebra</b>
4	Fortführung der Modellierung sowie Vorbereitung und Durchführung des 3D-Drucks
5	Vorstellung der Sektgläser als Präsentation im Plenum inklusive der Modellierungsplanung und der Überprüfung auf Funktionalität und Qualität

# Modellierung eines individuell gestalteten Sektglases in Kleingruppen mit GeoGebra

## Jahrgangsstufe Q2

Benötigte Materialien:

- 3D-Drucker
- Beamer/Smartboard
- Laptop/Tablet + App GeoGebra

## Unterrichtsverlaufsplan 2x45 Min

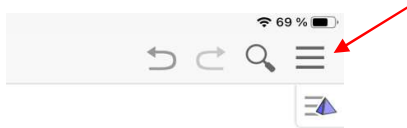
Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Begrüßung			
10 Min	Problemstellung	Die Schülerinnen und Schüler sollen Überlegungen anstellen, wie sie in ihren Kleingruppe ein individuell gestaltetes Sektglas mit GeoGebra herstellen.	Problemorientierter Einstieg  Kognitive Aktivierung  Wiederholung einiger bekannter Grundfunktionen in GeoGebra	LV, UG  Bild von einem Sektglas  Arbeitsblatt (bei One-Note hinterlegt, bei Bedarf auch als Ausdruck verfügbar)
45 Min	Erarbeitung	Modellierung des Sektglases durch die Schülerinnen und Schüler, Fertigstellen einer GeoGebra-Export-Datei für den 3D-Druck, Vorbereitung einer Präsentation der Modellierungsergebnisse im Plenum	Hinweise und Hilfen während der Bearbeitungsphase geben, es ist bei der GeoGebra-Export-Datei v. a. darauf zu achten, dass Achsen und Ebenen als druckbare Elemente vor dem Export ausgeblendet werden.	Arbeitsblatt  Infoblatt: „3D-Druck – Wie exportiere ich richtig?“  GeoGebra  Erklärvideo zur Erstellung von Rotationskörpern (Volumen von Rotationskörpern   GeoGebra EasyGoing - YouTube)
20 Min	Vorbereitung	Jede Kleingruppe sliced ihr erstelltes Sektglas mit dem Programm „Dremel DigiLab 3D Slicer“ und startet den Druck.	Die Kleingruppen werden bei der Vorbereitung und Durchführung des 3D-Drucks und ggf. bei notwendigen Feineinstellungen zum Druck durch die Lehrkraft unterstützt.	Auf USB-Stick gespeicherte und exportierte „GeoGebra-Datei“ für den 3D-Druck.
10 Min	Sicherung	Jede Kleingruppe erstellt eine Präsentation, aus der bereits ersichtlich wird, welche Modellierungsannahmen gemacht wurden		Arbeitsblatt

### 3D-Druck – Wie exportiere ich richtig?

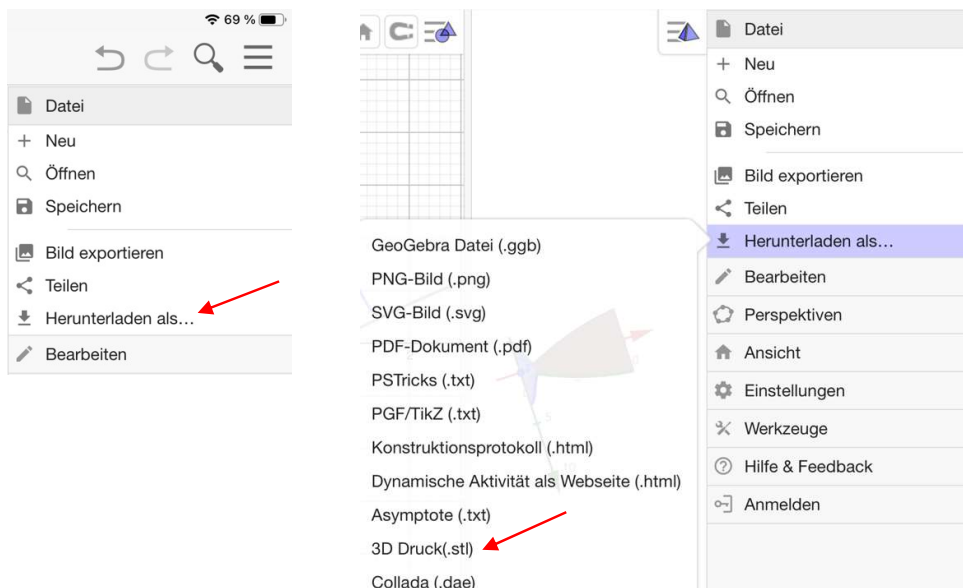
Im 3D-Druck ist das richtige exportieren eines Produkts besonders wichtig, da dieses nur als ein bestimmtes Dateiformat gedruckt werden kann. Als erstes sollte man allerdings in GeoGebra darauf achten, dass alle Achsen und die standardmäßig angezeigte Koordinatenebene als druckbare Objekte ausgeblendet werden. Außerdem muss das zu druckende Objekt vollständig in der 3D-Graphik angezeigt werden, da sonst nur Teile exportiert werden.

#### Anleitung:

1. Wenn wir etwas konstruiert haben, klicken wir zum Exportieren zunächst auf die 3 drei Linie (meist oben recht oder oben link im Programm).



2. Danach wählen wir den Punkt „Herunterladen als...“. Im Anschluss wählen wir das Dateiformat aus. Hier ist es besonders wichtig, dass wir „3D Druck (.stl)“ auswählen.



3. Danach erscheint ein Feld, wo die Breite, Länge, Höhe, etc. nochmal verändert werden kann. Wichtig hierbei ist, dass die Skalierung auf 1 Unit = 1 cm gesetzt wird. Danach kann man direkt auf „Download“ klicken.

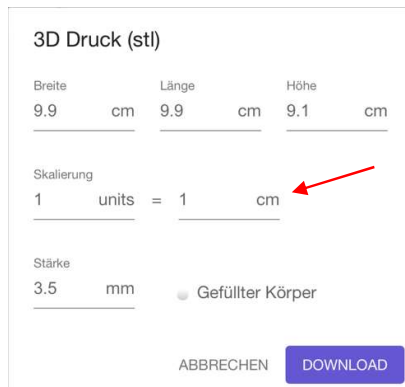
3D Druck (stl)

Breite	Länge	Höhe
9.9 cm	9.9 cm	9.1 cm

Skalierung  
1 units = 1 cm

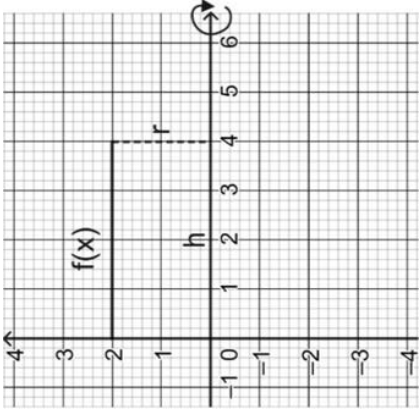
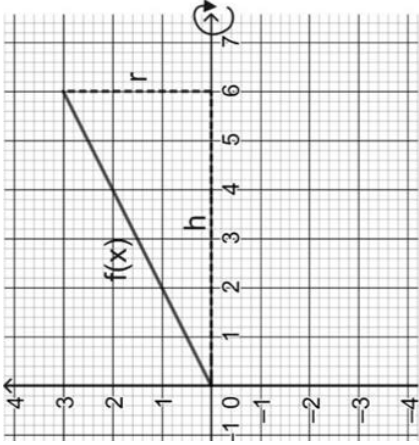
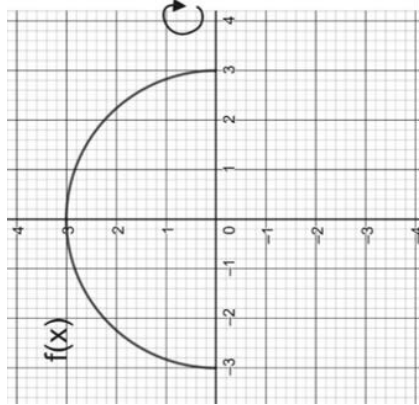
Stärke  
3.5 mm  Gefüllter Körper

ABBRECHEN [DOWNLOAD](#)



4. Im letzten Schritt kann der Name der Datei eingegeben bzw. geändert werden. **Wichtig:** Am Ende des Dateinamen muss **.stl** stehen!!!

### Integralrechnung trifft Geometrie – Einige Rotationskörper

<p>Startfigur (vor Rotation um die x-Achse):</p> 	<p>Startfigur (vor Rotation um die x-Achse):</p> 	<p>Startfigur (vor Rotation um die x-Achse):</p> 
<p>Funktionsgleichung von f: _____</p> <p>Allgemein: <math>f(x) = c</math></p>	<p>Funktionsgleichung von f: _____</p> <p>Allgemein: <math>f(x) = m \cdot x</math></p>	<p>Funktionsgleichung von f: _____</p> <p>Allgemein: <math>f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}</math></p>
<p>Definitionsbereich von f: _____</p>	<p>Definitionsbereich von f: _____</p>	<p>Definitionsbereich von f: _____</p>
<p>Rotationskörper (nach Rotation um die x-Achse):</p>	<p>Rotationskörper (nach Rotation um die x-Achse):</p>	<p>Rotationskörper (nach Rotation um die x-Achse):</p>
<p>Volumen des Rotationskörpers: _____</p>	<p>Volumen des Rotationskörpers: _____</p>	<p>Volumen des Rotationskörpers: _____</p>



## Modellierung eines Sektglases

Ihr Auftrag ist es in Zweier- / Dreiergruppen ein Sektglas (wie z. B. unten abgebildet) zu modellieren und mit dem 3D-Drucker auszudrucken. Für die Modellierung gibt es folgende Vorgaben und Hilfen:

Das Sektglas soll mit dem Programm GeoGebra vollständig als Rotationskörper (wie im Unterricht besprochen) modelliert werden. Hierzu dürfen Sie alle Modellierungshilfen nutzen: Das Sektglas darf z. B. anhand eines (von Ihnen angefertigten) Bildes modelliert werden oder auch frei nach Vorstellung. Sie dürfen gerne mithilfe einer Modellierung für eine ganzrationale Funktion („Steckbriefaufgabe“) arbeiten oder auch andere geeignete Funktionen für Ihre Modellierung nutzen. Das Design des Glases ist frei für Sie wählbar. Die Vorgehensweise zur Herstellung von Rotationskörpern unter GeoGebra wird Ihnen auch in dem angefügten Video ausführlich erklärt und kann ansonsten auch während Ihrer Schaffensphase im Unterricht geklärt werden. Die einzigen Vorgaben für das Sektglas sind folgende:

- 1.) Das Sektglas soll ein Volumen von etwa 100 mL haben und darf nicht höher als 15 cm sein.
- 2.) Der Standfuß des Glases muss fest auf einer ebenen Fläche stehen können.
- 3.) Das nach dem 3D-Druck hergestellte Glas muss seine Flüssigkeit halten können. Es darf keine Flüssigkeit auslaufen.



Nach der Modellierung werden Ihre Sektgläser gedruckt und die drei Vorgaben überprüft. Jede Gruppe stellt im Plenum kurz den Ablauf Ihrer Modellierung vor (Welche Hilfen wurden verwendet? Welche Probleme hatten Sie bei der Modellierung? Mit welchen Funktionen / mit welcher Funktion wurde das Sektglas modelliert? Warum? ...). Das schönste Sektglas, das alle drei Vorgaben erfüllt, wird am Ende in einer Abstimmung des Kurses gewählt.

**Vertiefung zum Thema Rotationskörper:  
Modellierung eines Eierbechers**

Ihr Auftrag ist es in Zweier- / Dreiergruppen einen Eierbecher (wie z. B. unten abgebildet) zu modellieren und mit dem 3D-Drucker auszudrucken. Für die Modellierung gibt es folgende Vorgaben und Hilfen: Der Eierbecher soll mit dem Programm GeoGebra vollständig als Rotationskörper (wie im Unterricht besprochen) modelliert werden. Hierzu dürfen Sie alle Modellierungshilfen nutzen: Der Eierbecher darf z. B. anhand eines Bildes modelliert werden oder auch völlig frei nach Vorstellung. Das Design des Bechers ist frei für Sie wählbar. Die einzigen Vorgaben für den Eierbecher sind folgende:

- 1.) Der Eierbecher soll auf jeden Fall Eier der Gewichtsklassen M und L halten können, ohne dass er umfällt und diese Eier müssen perfekt in den Becher passen.

**Zur Ihrer Information:**

Gewichtsklasse	Beschreibung	Gewicht
XL	Sehr groß	73 g und mehr
L	Groß	63 bis unter 73 g
M	Mittel	53 bis unter 63 g
S	Klein	Unter 53 g

entnommen aus: Hühnerrei – Wikipedia, 13.11.2021

- 2.) Der Standfuß des Bechers muss fest und stabil auf einer ebenen Fläche stehen können.
- 3.) Der Eierbecher sollte ein möglichst innovatives Design aufweisen.



Nach der Modellierung wird Ihr Eierbecher gedruckt und die drei Vorgaben überprüft. Jede Gruppe stellt im Plenum kurz den Ablauf Ihrer Modellierung vor (Welche Hilfen wurden verwendet? Welche Probleme hatten Sie bei der Modellierung? Mit welchen Funktionen / mit welcher Funktion wurde der Eierbecher modelliert? Warum? ...). Der schönste Eierbecher, der alle drei Vorgaben erfüllt, wird am Ende in einer Abstimmung des Kurses gewählt.



# Die Welt der Dreiecke und Winkel – Konstruieren und Argumentieren

## Computergestütztes Konstruieren von Dreiecken nach den vier Konstruktionsmöglichkeiten mithilfe von GeoGebra Classroom

### Zur Konzeption

Der Unterrichtsvorschlag zeigt, wie zentrale Verbindungen digitaler Werkzeuge mit analogen Vorgehensweisen im Geometrieunterricht erreicht werden können. Die Stunde umfasst die vier unterschiedlichen Möglichkeiten zur Konstruktion von Dreiecken unter Nutzung von GeoGebra Classroom. Das Programm wird in diesem Settings insbesondere zur Unterstützung der Unterrichtsorganisation eingesetzt. Durch das Hinterlegen eines GeoGebra Books, können Schülerinnen und Schüler eigenständig eine konzipierte Abfolge von Aufgabenstellungen sowie vertiefende inhaltlichen Tipps und Hinweisen bearbeiten und sich so in ihrem Tempo mit dem angestrebten Lerngegenstand auseinandersetzen. GeoGebra Classroom ermöglicht darüberhinaus aus unterrichtsorganisatorischer Sicht einen Überblick über den Fortschritt der Schülerinnen und Schüler im Bearbeitungsprozess, um darauf aufbauend gezielt Unterstützung oder weiterführende Problemstellungen anzubieten. Das Vorgehen zur Konstruktion von Dreiecken kann darüberhinaus mit Hilfe von GeoGebra sehr übersichtlich gezeigt und durch die Schülerinnen und Schüler nachvollzogen werden. Weitere Features der App ermöglichen das automatische Messen von Längen und Winkeln, sodass hier eine unmittelbare Überprüfung der Arbeitsergebnisse erfolgen kann.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Während die vorgeschlagene Stunde die Konstruktion von Dreiecken mit Zirkel und Lineal fokussiert, können diese in einem weiteren Schritt auch mit Hilfe der Software vorgenommen werden. Durch die Nutzung unterschiedlicher Funktionen der Software können so verschiedene Schwerpunkte für das Verstehen des Konstruktionsprozesses gesetzt werden. Durch die Möglichkeit einer automatischen Anzeige von Längen oder Winkeln, können darüberhinaus wesentliche Aspekte zur Konstruktion der Dreiecke durch die Schülerinnen und Schüler unmittelbar betrachtet werden. Die Konstruktionsmöglichkeiten mit GeoGebra können zum Beispiel mit den manuellen Konstruktionsmöglichkeiten verglichen und so ein vertieftes Verstehen geometrischer Konstruktionen sowie der verwendeten Software initiiert werden.

# Die Welt der Dreiecke und Winkel – Konstruieren und Argumentieren

## Computergestütztes Konstruieren von Dreiecken nach den vier Konstruktionsmöglichkeiten mithilfe von GeoGebra Classroom

### (Jahrgangsstufe 7)

#### Lernziele der Unterrichtseinheit

##### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler konstruieren Dreiecke mithilfe von Konstruktionsbeschreibungen bei GeoGebra Classroom und nutzen unterschiedlichen Voraussetzungen.

##### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler vollziehen unterschiedliche Dreieckskonstruktionen Schritt für Schritt nach und verstehen diese, indem sie bei GeoGebra Classroom ein Applet nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen das digitale Werkzeug GeoGebra zur Konstruktion von Dreiecken in ihrem Heft, indem sie die digital dargestellten Konstruktionsbeschreibungen mit Geodreieck und Zirkel im Heft rekonstruieren.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kompetenz im Umgang mit digitalen Medien und Werkzeugen, indem sie digitale Werkzeuge und analoge Werkzeuge zum Messen und Zeichnen für dieselbe Konstruktion verwenden.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kompetenzen im Bereich „Operieren“, indem sie ständig zwischen mathematischen Darstellungen bei GeoGebra Classroom und der eigenen Dreieckskonstruktion im Heft wechseln.

#### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler führen die noch fehlenden Dreieckskonstruktionen bei GeoGebra Classroom in ihrem Heft durch und beantworten die Aufgaben (fehlende Winkel und Seiten messen).

#### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Winkel an sich schneidenden Geraden – Wiederholung bekannter Winkelarten und Entdeckung der Eigenschaften von Neben- und Scheitelwinkeln
2	Winkel an sich schneidenden Geraden – Erweiterung der Winkeleigenschaften auf zwei parallele Geraden, die eine weitere Gerade schneiden, am Beispiel der Stufen- und Wechselwinkel
3	Winkel zeichnen und messen mit GeoGebra – Einführung in die digitale Geometriesoftware GeoGebra zur Festigung und Erweiterung des Wissens über Dreiecke und Winkel
4	Die Zerreißprobe – Experimentelle Entdeckung der Winkelsumme im Dreieck
5	Überall Winkel und Dreiecke – Übung der Bestimmung von Winkelgrößen bei Dreiecken an sich schneidenden Geraden
6	Dreiecke konstruieren SSS – Dreiecke mit drei gegebenen Seitenlängen (SSS) konstruieren sowie eine Konstruktionsbeschreibung formulieren
7	<b>Computergestütztes Konstruieren von Dreiecken nach den vier Konstruktionsmöglichkeiten mithilfe von GeoGebra Classroom</b>
8	Von Hand vs. digital – Dreiecke nach der Konstruktion SSS und WSW bei GeoGebra zeichnen und entsprechende Winkel und Seitenlängen mit der Software messen
9	Von Hand vs. digital – Dreiecke nach der Konstruktion SWS und SSW bei GeoGebra zeichnen und entsprechende Winkel und Seitenlängen mit der Software messen
10	Wozu braucht man beim Kartenlesen Mathematik? – Anwendung der Eigenschaften von Dreiecken auf das Messen von Entfernungen auf geographischen Karten (sowie Wiederholung des Maßstabs)
11	Dreiecke in Kontexten – Übung der Anwendung von Dreieckskonstruktionen in Kontextaufgaben
12	Deckungsgleiche Dreiecke? – Einführung der Kongruenzsätze im Zusammenhang mit den Dreieckskonstruktionen
13	Kongruenz ja oder nein? – Überprüfung der Kongruenz von Dreiecken mit Hilfe von Planfiguren und Kongruenzsätzen
14	Mit Kongruenzsätzen argumentieren – Durchführung eines mathematischen Beweises durch Argumentation mit Hilfe der Kongruenzsätze

# Computergestütztes Konstruieren von Dreiecken nach den vier Konstruktionsmöglichkeiten mit Hilfe von GeoGebra Classroom

Jahrgangsstufe 7

Benötigte Materialien:

- Geodreieck, Zirkel
- Beamer/Smartboard
- Laptop/Tablet + Apps: GeometrySketch, OneNote und MS Teams

## Unterrichtsverlaufsplan 2x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Begrüßung	Begrüßung der Schülerinnen und Schüler und Kontrolle der Anwesenheit in der Videokonferenz bei Mircrosoft Teams.		UG Videokonferenz bei Microsoft Teams
15 Min	Anknüpfen an bisher Gelerntes und Besprechung der HA	Zur Besprechung der Hausaufgabe werden zufällig Schülerinnen und Schüler ausgewählt, die ihre Konstruktionsbeschreibung vorlesen. Die Lehrerin führt die Konstruktion exakt nach der Beschreibung mit Hilfe der App GeometrySketch durch und teilt dabei in der Videokonferenz den Bildschirm, sodass alle die Zeichnung mitverfolgen können.	Durch dieses Vorgehen wird den Schülerinnen und Schülern bewusst, wie wichtig eine präzise Formulierung des Vorgehens ist. Die Lehrerin baut bewusst „Fehler“ ein, die entstehen, wenn die Konstruktionsbeschreibung zu ungenau formuliert ist. Zur Überprüfung der richtigen Konstruktion vergleichen die Schülerinnen und Schüler die gemessenen Winkel und laden ihre Konstruktionsbeschreibung sowie Zeichnung in der Inhaltsbibliothek bei OneNote hoch. Hier kann die Lehrerin auf alle Schülerdokumente zugreifen und individuelle Rückmeldung zur Hausaufgabe geben.	UG GeometrySketch App, OneNote, Teams

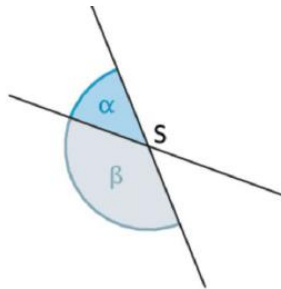
Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
50 Min	Erarbeitung	Erläuterung und Durchführen des Arbeitsprogramms: Die Schülerinnen und Schüler melden sich bei GeoGebra Classroom mit Hilfe eines geteilten Codes an. Sie erhalten eine kurze Einweisung in das GeoGebra Classroom Book und die Aufgabe, die dort dargestellten Dreiecke nach dem abgebildeten und beschriebenen Verfahren in ihrem Heft zu rekonstruieren. Dabei sollten sie in dieser Stunde mindestens die ersten zwei Konstruktionen schaffen.	Die Lehrerin hat bei GeoGebra Classroom die Möglichkeit, den Arbeitsfortschritt der Schülerinnen und Schüler einzusehen. Außerdem bieten die an jeder Konstruktion eingebauten Aufgaben (fehlende Winkel und Seitenlängen zu messen) die Möglichkeit einer Kontrolle, ob das Dreieck korrekt konstruiert wurde oder wie ordentlich die Schüler gearbeitet/gemessen haben. Zusätzlich dazu sollen die Schülerinnen und Schüler ihre konstruierten Dreiecke fotografieren und ebenfalls bei OneNote in ihre Inhaltsbibliothek hochladen. Damit kann die Lehrerin überprüfen, dass die Schülerinnen und Schüler wirklich gezeichnet haben und beurteilen, wie ordentlich die Schülerinnen und Schüler zeichnen. Außerdem bietet sich so die Möglichkeit, jedem individuell Tipps und ein Feedback zu geben.	LV EA Geodreieck, Zirkel GeoGebra Classroom Buch „Dreiecke konstruieren“ Microsoft Teams
15 Min	Sicherung & Reflexion	Die Schülerinnen und Schüler reflektieren das Arbeiten mit GeoGebra Classroom und benennen Schwierigkeiten im Umgang mit dem digitalen Medium oder beim Konstruieren mit Geodreieck und Zirkel.  Die gemessenen Winkel und Seitenlängen der ersten zwei Dreiecke werden gemeinsam verglichen.	Reflexion des Vorgehens zur Konstruktion  Vergleich digitaler und analoger Konstruktionsmöglichkeiten  Sicherung der Ergebnisse	SV, UG Microsoft Teams
5 Min	Stellen der Hausaufgaben	Die Lehrerin stellt die Hausaufgabe:  Führe die noch fehlenden Dreieckskonstruktionen bei GeoGebra Classroom in deinem Heft durch und beantworte die Aufgaben (fehlende Winkel und Seiten messen).		LV GeoGebra Classroom, Teams, OneNote

## Winkel zeichnen und messen mit GeoGebra – Entdeckungen an sich schneidenden Geraden

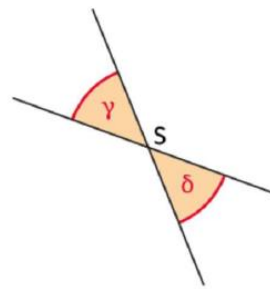
Wenn sich zwei Geraden schneiden, entstehen vier Winkel. Der Schnittpunkt der Geraden ist der gemeinsame Scheitelpunkt  $S$  der vier Winkel.

Benachbarte Winkel wie in *Abb. 1* heißen **Nebenwinkel**.

Gegenüberliegende Winkel mit gemeinsamem Scheitelpunkt wie in *Abb. 2* heißen **Scheitelwinkel**.



**Abb. 1: Nebenwinkel**









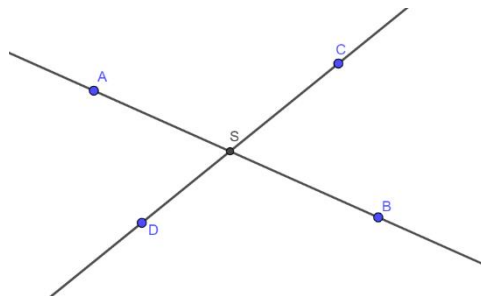
**Abb. 2: Scheitelwinkel**



### Aufgaben

1. Zeichne mit GeoGebra je zwei sich schneidende Geraden ( $\overline{AB}$  und  $\overline{CD}$ ) mit den Scheitelwinkeln  $\alpha$  und  $\beta$  bzw. den Nebenwinkeln  $\alpha$  und  $\gamma$  und miss die Winkelgröße.
2. Vergleiche deine Ergebnisse mit deinem Partner.  
Überprüft, welche Gesetzmäßigkeiten zur Größe von Nebenwinkeln und Scheitelwinkeln deutlich werden.  
Notiert diese Gesetzmäßigkeiten.
3. Zeigt durch Ziehen an den Punkten A, B, C oder D, dass diese Gesetzmäßigkeiten allgemeingültig sind.

**Anleitung**

1. Öffne GeoGebra  und wähle im Menü  unter **Perspektiven** den Punkt  **Geometrie** aus.
2. Zum Zeichnen der Geraden klicke oben links  an und wähle den Unterpunkt **Gerade** aus.
3. Durch Klicken auf die Arbeitsfläche erzeugst du den Punkt A mit einer Geraden, durch erneutes Klicken legst du mit dem Punkt B die Gerade  $\overline{AB}$  endgültig fest. Wiederhole dies für die Gerade  $\overline{CD}$ .
4. Nun musst du dem Programm zeigen, dass es den Schnittpunkt der Geraden als Scheitelpunkt erkennen soll. Dafür klickst du oben links auf  und wählst den Unterpunkt  **Schnittpunkt** . Dann klickst du nacheinander auf die beiden Geraden.
5. Der Schnittpunkt wurde markiert, nur heißt er dummerweise E. Er soll aber S heißen. Klicke mit der rechten Maustaste auf den Punkt und wähle dann „Umbenennen“ aus. Deine Zeichnung sollte nun so aussehen:



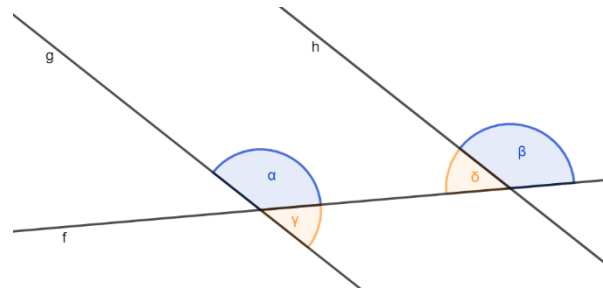
6. Mit der ersten Funktion im  -Menü markierst du nun den Winkel  $\sphericalangle ASD$ , indem du nacheinander auf die drei Punkte klickst. Verfahre ebenso mit zwei anderen Winkeln. Nun kannst du die Aufgabe 2 bearbeiten.
7. Für das Ziehen an den Punkten klickst du auf  . Dann kannst du mit gedrückter Maustaste an einzelnen Punkten ziehen und die Auswirkungen beobachten.



## Winkel zeichnen und messen mit GeoGebra 2 – Entdeckungen an **parallelen** und sich schneidenden Geraden

Wenn zwei Geraden  $g$  und  $h$  von einer dritten Geraden  $f$  geschnitten werden, heißen die dabei entstehenden Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  auf der gleichen Seite von  $f$  **Stufenwinkel**. Die Winkel  $\gamma$  und  $\delta$ , die auf verschiedenen Seiten von  $f$  liegen heißen **Wechselwinkel**.







In der Abbildung sind  $g$  und  $h$  parallel und werden von der Geraden  $f$  geschnitten. In dem Fall sind die Wechselwinkelpaare und Stufenwinkelpaare jeweils gleich groß.

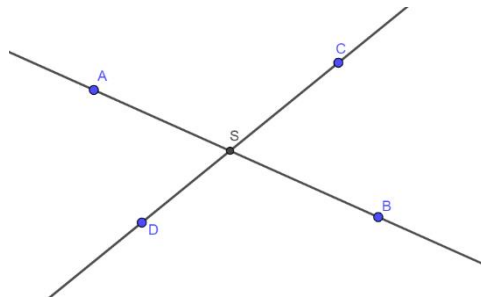






### Aufgaben

1. Zeichne mit GeoGebra je zwei sich schneidende Geraden  $g$  und  $k$  und eine weitere, zu  $g$  parallele Gerade  $h$ . Markiere Stufen- und Wechselwinkel wie in der Abbildung oben.
2. Vergleiche deine Ergebnisse mit deinem Partner.  
Überprüfe, welche Gesetzmäßigkeiten zur Größe von Stufenwinkeln und Wechselwinkeln an parallelen Geraden deutlich werden.  
Notiere diese Gesetzmäßigkeiten.
3. Prüfe durch Ziehen an der Geraden  $k$  und durch Wahl einer anderen Geraden  $h$ , ob diese Gesetzmäßigkeiten allgemeingültig sind.

**Anleitung**

1. Öffne GeoGebra  und wähle im Menü  unter **Perspektiven** den Punkt  **Geometrie** aus.
2. Zum Zeichnen der Geraden klicke oben links  an und wähle den Unterpunkt **Gerade** aus.
3. Durch Klicken auf die Arbeitsfläche erzeugst du den Punkt A mit einer Geraden, durch erneutes Klicken legst du mit dem Punkt B die Gerade  $\overline{AB}$  endgültig fest. Wiederhole dies für die Gerade  $\overline{CD}$ .
4. Nun musst du dem Programm zeigen, dass es den Schnittpunkt der Geraden als Scheitelpunkt erkennen soll. Dafür klickst du oben links auf  und wählst den Unterpunkt  **Schnittpunkt** . Dann klickst du nacheinander auf die beiden Geraden.
5. Der Schnittpunkt wurde markiert, nur heißt er dummerweise E. Er soll aber S heißen. Klicke mit der rechten Maustaste auf den Punkt und wähle dann „Umbenennen“ aus. Deine Zeichnung sollte nun so aussehen:

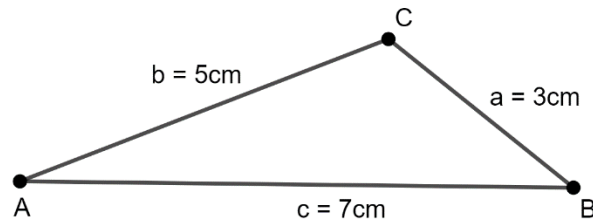


6. Mit der ersten Funktion im  -Menü markierst du nun den Winkel  $\sphericalangle ASD$ , indem du nacheinander auf die drei Punkte klickst. Verfahre ebenso mit zwei anderen Winkeln. Nun kannst du die Aufgabe 2 bearbeiten.
7. Für das Ziehen an den Punkten klickst du auf  . Dann kannst du mit gedrückter Maustaste an einzelnen Punkten ziehen und die Auswirkungen beobachten.
8. Für das Zeichnen einer Parallelen wählst du im  -Menü den Punkt  **Parallele Gerade** aus.

### Dreiecke konstruieren mit GeoGebra – SSS (3 Seiten gegeben)

Konstruiere das Dreieck mit folgenden Eigenschaften:














$$a = 3 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm}, c = 7 \text{ cm}$$



#### Aufgabe

- 1) Konstruiere das obige Dreieck nach der Anleitung.
- 2) Konstruiere zwei weitere Dreiecke mit folgenden Eigenschaften:
  - a)  $a = 4 \text{ cm}, b = 10 \text{ cm}, c = 12 \text{ cm}$
  - b)  $a = 4,6 \text{ cm}, b = 5,6 \text{ cm}, c = 8,1 \text{ cm}$
- 3) Konstruiere die Dreiecke mit folgenden Eigenschaften:
  - a)  $a = 2 \text{ cm}, b = 3 \text{ cm}, c = 7 \text{ cm}$
  - b)  $a = 4 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm}, c = 12 \text{ cm}$
- 4) Formuliere das Problem, das bei diesen Konstruktionen entsteht.  
 Stelle Vermutungen auf, welche Eigenschaften die drei Seiten haben müssen, damit das Dreieck überhaupt konstruiert werden kann.

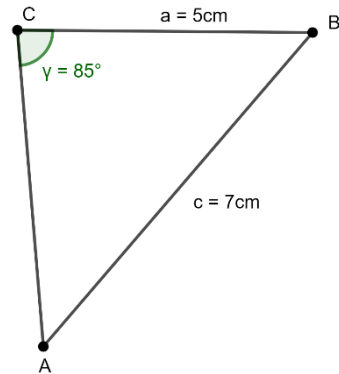
### Anleitung

1. Öffne GeoGebra  und wähle im Menü  unter **Perspektiven** den Punkt  Geometrie aus.
2. Zeichne den Eckpunkt A, indem du  auswählst und an eine beliebige Stelle klickst.
3. Zeichne die Seite c des Dreiecks mit fester Länge 7 cm. Dazu wählst du unter dem Menüpunkt Geraden  den Befehl  Strecke mit fester Länge und klickst auf den Punkt A.
4. Benenne die entstandene Strecke in c um, indem du mit Rechtsklick auf die Strecke klickst und dann *Umbenennen* auswählst.
5. Wie beim Konstruieren im Heft müssen wir jetzt zwei Kreise zeichnen. Zeichne den ersten Kreis mit dem Mittelpunkt A und dem Radius 5 cm (Seite  $b = 5 \text{ cm}$ ). Dazu wählst du unter dem Menü Kreis  den Befehl  Kreis mit Mittelpunkt und Radius, klickst auf den Punkt A und gibst anschließend den Radius 5 (nur die Zahl ohne cm) ein.
6. Zeichne nach demselben Verfahren den Mittelpunkt um B mit dem Radius 3 cm ( $a = 3 \text{ cm}$ ).
7. Der Schnittpunkt der beiden Kreise ist unsere Dreiecksecke C. Diesen Punkt erhältst du, indem du unter dem Menüpunkt  den Befehl  Schnittpunkt auswählst und anschließend nacheinander auf die beiden Kreise klickst. Hier wirst du erkennen, dass es nicht nur einen Schnittpunkt gibt, sondern immer zwei Schnittpunkte entstehen. Wähle einen der Schnittpunkte aus und nenne ihn C (egal welcher).
8. Verbinde die Ecken des Dreiecks, indem du mit dem Befehl  Strecke die Ecken A und C sowie B und C verbindest.
9. Miss die im Dreieck entstandenen Winkel, indem du unter dem Menüpunkt  den Befehl  Winkel auswählst und nacheinander auf zwei Dreiecksseiten klickst.

### Dreiecke konstruieren mit GeoGebra – SSW (Seite-Seite-Winkel)

Konstruiere das Dreieck mit folgenden Eigenschaften:

$$\gamma = 85^\circ, a = 5 \text{ cm}, c = 7 \text{ cm}$$











#### Aufgabe

- 1) Konstruiere das obige Dreieck nach der Anleitung.
- 2) Konstruiere zwei weitere Dreiecke mit folgenden Eigenschaften:
  - a)  $\gamma = 60^\circ, a = 3 \text{ cm}, c = 5 \text{ cm}$
  - b)  $\gamma = 102^\circ, a = 5,3 \text{ cm}, b = 4,9 \text{ cm}$
- 3) Miss die fehlenden Winkel und Seitenlängen der in 2) entstanden Dreiecke mit dem Befehl

 und  Abstand oder Länge.

## Anleitung





1. Öffne GeoGebra  und wähle im Menü  unter **Perspektiven** den Punkt  **Geometrie** aus.
2. Zeichne den Eckpunkt C, indem du  auswählst und an eine beliebige Stelle klickst. (Er wird A benannt, weswegen du ihn unter Rechtsklick umbenennen musst).
3. Zeichne die Seite a des Dreiecks mit fester Länge 5 cm. Dazu wählst du unter dem Menüpunkt Geraden  den Befehl  Strecke mit fester Länge und klickst auf den Punkt C.
4. Benenne den entstandenen Punkt in B um, indem du mit Rechtsklick auf den Punkt klickst und dann *Umbenennen* auswählst.
5. Zeichne den Winkel  $\gamma = 85^\circ$ , indem du unter dem Menüpunkt  den Befehl  Winkel mit fester Größe auswählst, dann zuerst Punkt B, dann Punkt C (Scheitelpunkt) anklickst und dann  $85^\circ$  (ohne Gradzeichen) eintippst. Achte darauf, dass in dem Fenster der Befehl **im Uhrzeigersinn** markiert ist.
 

Winkel mit fester Größe

Winkel  
85°

---

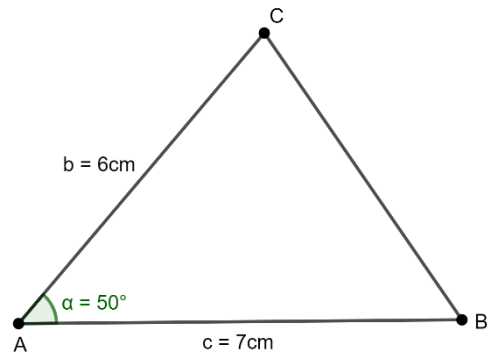
Gegen den Uhrzeigersinn  Im Uhrzeigersinn

ABBRECHEN OK
6. Durch das Zeichnen eines festen Winkels ist ein Bildpunkt  $B'$  entstanden. Verbinde den Punkt C und den Punkt  $B'$  durch eine Gerade.
7. Um die Seite  $c = 7 \text{ cm}$  zu erhalten, zeichne einen Kreis mit dem **Mittelpunkt B** und dem Radius 7 cm mit Hilfe des Befehls  Kreis mit Mittelpunkt und Radius durch Klicken auf B.
8. Der Schnittpunkt aus der Geraden und dem Kreis ist die gesuchte Ecke A. Du erhältst den Schnittpunkt, indem du den Befehl  Schnittpunkt (zu finden unter dem Menüpunkt  A) auswählst und dann nacheinander den Kreis und die Gerade anklickst. Benenne ihn um in A. Auch hier wirst du merken, dass zwei Dreiecke möglich wären (zwei Schnittpunkte Gerade und Kreis).
9. Verbinde Punkt A und Punkt B sowie A und C mit dem Befehl  Strecke und du erhältst das gewünschte Dreieck.

### Dreiecke konstruieren mit GeoGebra – SWS (Seite-Winkel-Seite)

Konstruiere das Dreieck mit folgenden Eigenschaften:

$$\alpha = 50^\circ, b = 6 \text{ cm}, c = 7 \text{ cm}$$











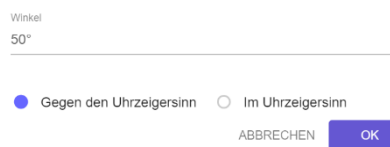
#### Aufgabe





- 1) Konstruiere das obige Dreieck nach der Anleitung.
- 2) Konstruiere zwei weitere Dreiecke mit folgenden Eigenschaften:
  - a)  $\alpha = 60^\circ, b = 4 \text{ cm}, c = 10 \text{ cm}$
  - b)  $\gamma = 58^\circ, a = 2 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}$
- 3) Miss die fehlenden Winkel und Seitenlängen der in 2) entstanden Dreiecke mit dem Befehl

 und  Abstand oder Länge .

### Anleitung

1. Öffne GeoGebra  und wähle im Menü  unter **Perspektiven** den Punkt  **Geometrie** aus.
2. Zeichne den Eckpunkt A, indem du  auswählst und an eine beliebige Stelle klickst.
3. Zeichne die Seite c des Dreiecks mit fester Länge 7 cm. Dazu wählst du unter dem Menüpunkt Geraden  den Befehl  Strecke mit fester Länge und klickst auf den Punkt A.
4. Benenne die entstandene Strecke in **c** um, indem du mit Rechtsklick auf die Strecke klickst und dann *Umbenennen* auswählst.
5. Zeichne den Winkel  $\alpha = 50^\circ$ , indem du unter dem Menüpunkt  den Befehl  Winkel mit fester Größe auswählst, dann zuerst Punkt B, dann Punkt A (Scheitelpunkt) anklickst und dann  $50^\circ$  (ohne Gradzeichen) eintippst. Achte darauf, dass in dem Fenster der Befehl **Gegen den Uhrzeigersinn** markiert ist.



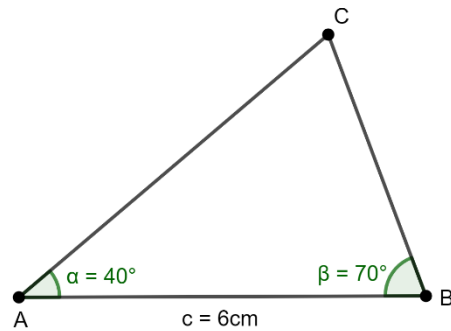
6. Durch das Zeichnen eines festen Winkels ist ein Bildpunkt  $B'$  entstanden. Verbinde den Punkt A und den Punkt  $B'$  durch eine Gerade.
7. Um die Seite  $b = 6 \text{ cm}$  zu erhalten, zeichne einen Kreis mit dem **Mittelpunkt A** und dem Radius 6 cm mit Hilfe des Befehls  Kreis mit Mittelpunkt und Radius durch Klicken auf A.
8. Der Schnittpunkt aus der Geraden und dem Kreis ist die gesuchte Ecke C. Du erhältst den Schnittpunkt, indem du den Befehl  Schnittpunkt (zu finden unter dem Menüpunkt ) auswählst und dann nacheinander den Kreis und die Gerade anklickst. Benenne ihn um in C.
9. Verbinde Punkt B und Punkt C mit dem Befehl  Strecke und du erhältst das gewünschte Dreieck.




**Dreiecke konstruieren mit GeoGebra – WSW (1 Seite und 2 Winkel geg.)**

Konstruiere das Dreieck mit folgenden Eigenschaften:









$$c = 6 \text{ cm} \quad \alpha = 40^\circ \quad \beta = 70^\circ$$



**Aufgabe**

- 1) Konstruiere das obige Dreieck nach der Anleitung.
- 2) Konstruiere zwei weitere Dreiecke mit folgenden Eigenschaften:
  - a)  $c = 3,3 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 55^\circ$
  - b)  $b = 8 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 111^\circ$ ,  $\gamma = 32^\circ$
- 3) Miss Seitenlängen der in 2) entstanden Dreiecke mit dem Befehl <sup>cm</sup> Abstand oder Länge (Du findest den Befehl unter dem Menüpunkt ).

## Anleitung



1. Öffne GeoGebra  und wähle im Menü  unter **Perspektiven** den Punkt  **Geometrie** aus.
2. Zeichne den Eckpunkt A, indem du  auswählst und an eine beliebige Stelle klickst.
3. Zeichne die Seite c des Dreiecks mit fester Länge 6 cm. Dazu wählst du unter dem Menüpunkt Geraden  den Befehl  Strecke mit fester Länge und klickst auf den Punkt A.
4. Benenne die entstandene Strecke in **c** um, indem du mit Rechtsklick auf die Strecke klickst und dann *Umbenennen* auswählst.
5. Zeichne den Winkel  $\alpha = 40^\circ$ , indem du unter dem Menüpunkt  den Befehl  Winkel mit fester Größe auswählst, dann zuerst Punkt B, dann Punkt A (Scheitelpunkt) anklickst und dann  $40^\circ$  (ohne Gradzeichen) eintippst. Achte darauf, dass in dem Fenster der Befehl **Gegen den Uhrzeigersinn** markiert ist.

Winkel mit fester Größe

Winkel  
40°

Gegen den Uhrzeigersinn  Im Uhrzeigersinn

ABBRECHEN



6. Durch das Zeichnen eines festen Winkels ist ein Bildpunkt  $B'$  entstanden. Verbinde den Punkt A und den Punkt  $B'$  durch eine Gerade.
7. Zeichne den Winkel  $\beta = 70^\circ$ , indem du unter dem Menüpunkt  den Befehl  Winkel mit fester Größe auswählst, dann zuerst Punkt A, dann Punkt B (Scheitelpunkt) anklickst und dann  $70^\circ$  (ohne Gradzeichen) eintippst. Achte darauf, dass in dem Fenster der Befehl **Im Uhrzeigersinn** markiert ist.

Winkel mit fester Größe

Winkel  
70°

Gegen den Uhrzeigersinn  Im Uhrzeigersinn

ABBRECHEN

8. Verbinde Punkt B und den entstandenen Bildpunkt  $A'$  ebenfalls durch eine Gerade.
9. Der Schnittpunkt der beiden Geraden ist unsere gesuchte Ecke C. Bestimme ihn, indem du den Befehl  Schnittpunkt (zu finden unter dem Menüpunkt ) auswählst und nacheinander die beiden Geraden anklickst.



# Brüche – das Ganze und seine Teile

## Erarbeitung der Addition und Subtraktion von Brüchen mithilfe von 3D-Druckmaterial

### Zur Konzeption

Der Unterrichtsvorschlag befasst sich mit der Addition und Subtraktion von Brüchen. Mit Hilfe der 3D-Druck Technologie wurden Kreisausschnitte als Repräsentation für ausgewählte Brüche hergestellt. Mit Hilfe dieser empirischen Repräsentation ist es für die Schülerinnen und Schüler möglich, Bruchteile aufeinander zu legen und miteinander zu vergleichen und diese so durch Handlungen mit dem Material zu addieren oder zu subtrahieren. Zur Bestimmung der Ergebnisse können dann wiederum einzelne Teile des Materials verwendet werden, indem diese mit dem durch das Material gelegte Ergebnis verglichen werden. So können die Schülerinnen und Schüler wichtige Einsichten in die Addition und Subtraktion von Brüchen gewinnen, indem sie gezielte Handlungen mit dem Material ausführen. Die Nutzung solcher empirischer Objekte zur Entwicklung mathematischen Wissens von Schülerinnen und Schülern bringt aus lerntheoretischer Sicht klare Vorteile. Dabei ist es jedoch stets wichtig zu verstehen, dass eine Verallgemeinerung des so erworbenen Wissens oder eine Übertragung in andere Situationen nicht ohne Weiteres erfolgt, sodass dieses in den nachfolgenden Lerneinheiten beachtet werden muss.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

In der vorgeschlagenen Unterrichtsstunde wird exemplarisch gezeigt, wie die 3D-Druck Technologie zur Erstellung individueller Arbeits- und Anschauungsmittel für den Mathematikunterricht genutzt werden kann. Der Einsatz dieser Technologie zur Unterrichtsvorbereitung und zur Bereitstellung individueller Settings für die eigene Lerngruppe zeichnet sich durch eine hohe Flexibilität hinsichtlich der zur Wissensentwicklung nutzbaren Arbeits- und Anschauungsmittel aus. So können diese nicht nur (wie im vorliegenden Beispiel aufgezeigt) individuell erstellt werden, sie können auch in größeren Anzahlen produziert und bei Bedarf verändert oder erweitert werden. Das verwendete Druckmaterial ist sehr stabil und eignet sich daher, um es langfristig im Mathematikunterricht einsetzen zu können. Im Gegensatz zu auf dem Markt erhältlichen Materialien sind die Preise marginal und belaufen sich ausschließlich auf das zum Druck benötigte Druckmaterial.

# Brüche – das Ganze und seine Teile

## Erarbeitung der Addition und Subtraktion von Brüchen mithilfe von 3D-Druckmaterial (Jahrgangsstufe 6)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler berechnen und deuten Bruchteil, Anteil und Ganzes im Kontext des Legematerials.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler deuten Brüche als Anteile, indem sie verschiedene Bruchteile in eine Form legen, welche als Kreis ein Ganzes darstellt.

Die Schülerinnen und Schüler kürzen und erweitern Brüche und deuten dies als Vergrößern bzw. Verfeinern der Einteilung, indem sie Bruchteile durch andere feinere Einteilungen ersetzen.

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln mithilfe des Legematerials eine anschauliche Vorstellung zur Addition von Brüchen, indem sie Rechnungen mithilfe des Legematerials durchführen.

Die Schülerinnen und Schüler trainieren die Kompetenzen Kommunizieren und Argumentieren, indem sie sich in Partnerarbeit über Aufgaben austauschen sowie gemeinsam Vermutungen aufstellen und diese mithilfe von mathematischer Sprache durch die Formulierung eines Merkkastens präzisieren.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen analoge und digitale Medien zur Unterstützung und zur Gestaltung mathematischer Prozesse, indem sie einerseits analog mit dem Legematerial arbeiten, andererseits jedoch die Wiederholung mit einem GeoGebra-Applet vollzogen wird und die Lernenden ihre Arbeitsergebnisse mithilfe einer Dokumentenkamera präsentieren.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Innermathematische Aufgaben zur Übung der Addition und Subtraktion von Brüchen

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Bruchdarstellung und Deutung eines Bruchs als Anteil – Pizza, Tankfüllung und Co.: Brüche in der Alltagswelt erkennen
2	Brüche vergleichen: Brüche als Quotienten erkennen und Brüche auf dem Zahlenstrahl einordnen
3	Brüche kürzen und erweitern
4	Brüche verschieden darstellen: Brüche als Prozentangaben
5	Brüche verschieden darstellen: Wechsel zwischen Bruchdarstellung und Dezimalschreibweise
6	Dezimalzahlen vergleichen und runden
7	Dezimalschreibweise bei Größen: Längen- und Gewichtseinheiten umrechnen
<b>8</b>	<b>Erarbeitung der Addition und Subtraktion von Brüchen mithilfe von 3D-Druckmaterial</b>
9	Addition und Subtraktion von Dezimalzahlen
10	Geschicktes Rechnen mit Brüchen und Dezimalzahlen
11	Addition und Subtraktion von Größen – Anwendungsaufgaben aus dem Alltag

# Erarbeitung der Addition und Subtraktion von Brüchen mithilfe von 3D-Druckmaterial

## Jahrgangsstufe 6

Benötigte Materialien:

- Dokumentenkamera
- Beamer/Smartboard
- Laptop/Tablet + App GeoGebra

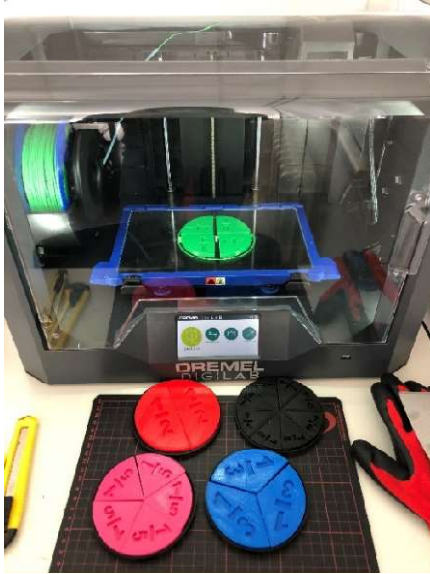
### Unterrichtsverlaufsplan 2x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
2 Min	Begrüßung			
10 Min	Aktivierung des Vorwissens	Wiederholung der Vorgehensweise beim Kürzen und Erweitern von Brüchen anhand eines GeoGebra-Applets	Die Aktivierung des Vorwissens wird durch die Tatsache erleichtert, dass das Applet in der Unterrichtsreihe bereits verwendet wurde.	UG Smartboard, GeoGebra-Applet
35 Min	Erarbeitung	Erarbeitung der Anforderungen des Arbeitsblattes, Vorbereitung einer kurzen Präsentation der Ergebnisse für das Plenum	Die Bruchteile sollten am besten in kleinen Tüten in der benötigten Einteilung vorsortiert sein, da sonst viel Zeit für das Austeilen des Legematerials benötigt wird.	EA, PA Arbeitsblatt, Legematerial pro Schüler: 1x Kreisform 2x Bruchteil 1/2 3x Bruchteil 1/3 4x Bruchteil 1/4 5x Bruchteil 1/5 6x Bruchteil 1/6 7x Bruchteil 1/7 8x Bruchteil 1/8
15 Min	Präsentation	Die Schülerinnen und Schüler stellen ihre Ergebnisse vor. Bei der letzten Aufgabe zum Merk-Kästchen stellen mehrere Partnergruppen ihr Ergebnis vor.	Bei der Präsentation wird die Dokumentenkamera genutzt, da damit sowohl die Einträge auf den jeweiligen Arbeitsblättern für das Plenum sichtbar gemacht werden können als auch die Legevorgänge mit dem Bruchmaterial demonstriert werden können.	SV, UG Dokumentenkamera, Beamer, Ergebnisse der Lernenden

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
15 Min	Sicherung	Übertragung eines Merksatzes zur Addition und Subtraktion von Brüchen ins Heft	Hier erfolgt die Reflexion über die Merkkästchen aus der Arbeitsphase und die gemeinsame Auswahl eines Merkkästchens aus den Ergebnissen der Lernenden, welches von allen ins Heft übertragen wird. Ein alternatives von der Lehrperson formuliertes Merkkästchen findet sich im Anhang.	UG, EA  Dokumentenkamera/ Smartboard
13 Min	Übung/Vertiefung	Vertiefung der Addition und Subtraktion von Brüchen	In der Übungsphase sollen die Schülerinnen und Schüler ohne das Legematerial arbeiten. Durch die Bearbeitung von Aufgaben mit und ohne Anwendungskontext sollen in Verbindung mit der vorherigen enaktiven Beschäftigung mit dem Legematerial in der Stunde möglichst viele subjektive Erfahrungsbereiche verknüpft werden. Es erfolgt eine Transferleistung, da die Brüche nun bei der Addition im Gegensatz zu den Aufgaben zum Legematerial den Wert eines Ganzen überschreiten.	EA  Übungsblatt

**Arbeitsblatt: Brüche addieren und subtrahieren**

Mit dem 3D-Drucker wurde Legematerial zu Brüchen gedruckt.



- Du hast folgende Materialien erhalten:
- 1x Kreisform (entspricht einem Ganzen)
  - 2x Bruchteil  $\frac{1}{2}$
  - 3x Bruchteil  $\frac{1}{3}$
  - 4x Bruchteil  $\frac{1}{4}$
  - 5x Bruchteil  $\frac{1}{5}$
  - 6x Bruchteil  $\frac{1}{6}$
  - 7x Bruchteil  $\frac{1}{7}$
  - 8x Bruchteil  $\frac{1}{8}$

**Aufgabe 1 (Wiederholung) – Einzelarbeit**

Notiere, welche Bruchteile aus dem Legematerial gleichwertig zu dem angegebenen Bruch sind.

- a)  $\frac{1}{4}$                       gleichwertiger Bruch: \_\_\_\_\_
- b)  $\frac{2}{6}$                       gleichwertiger Bruch: \_\_\_\_\_
- c)  $\frac{4}{8}$                       gleichwertige Brüche: \_\_\_\_\_
- d) Findest du in dem gegebenen Legematerial auch eine gleichwertige Bruchdarstellung für  $\frac{3}{5}$ ?  
 Begründe deine Antwort.

---



---

**Aufgabe 2 - Einzelarbeit/ Partnerarbeit**

Bearbeite die folgende Aufgabe allein. Bei Schwierigkeiten darfst du dich aber mit deinem Partner beraten.

Fülle die Tabelle aus. Nutze das Legematerial als Hilfe.

Legeauftrag	Mathematische Rechenaufgabe	Aufgabe übersetzt in einer Rechnung mit gleichnamigen Brüchen aus dem Legematerial	Ergebnis
Lege ein $\frac{1}{2}$ -Stück und zwei $\frac{1}{8}$ -Stücke in die Kreisform.	$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{2}{8}$	$\frac{4}{8} + \frac{2}{8}$	$\frac{1}{2} + \frac{2}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$
Lege ein $\frac{1}{2}$ -Stück und ein $\frac{1}{4}$ -Stück in die Kreisform.			
Lege ein $\frac{1}{2}$ -Stück und zwei $\frac{1}{6}$ -Stücke in die Kreisform.			
Lege ein $\frac{1}{3}$ -Stück und zwei $\frac{1}{6}$ -Stücke in die Kreisform.			
Lege ein $\frac{1}{2}$ -Stück und zwei $\frac{1}{4}$ -Stücke in die Kreisform.			
Lege ein $\frac{1}{4}$ -Stück und ein $\frac{1}{8}$ -Stücke in die Kreisform.			
Lege vier $\frac{1}{8}$ -Stück und zwei $\frac{1}{6}$ -Stücke in die Kreisform.			
Lege ein $\frac{1}{2}$ -Stück in die Kreisform und bedecke es mit vier $\frac{1}{8}$ -Stücken. Nimm zwei $\frac{1}{8}$ -Stücke wieder weg.			



**Aufgabe 3 (Partnerarbeit)**

Begründe, warum du die Rechenaufgabe  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$  nicht mit Hilfe des Legematerials darstellen kannst.

---



---



---



---

Betrachte die Tabelle.

Formuliere eine Vermutung, wie das Ergebnis der Rechenaufgabe  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$  aussehen könnte. Begründe deine Rechnung.

---



---



---



---

**Aufgabe 4 (Partnerarbeit)**

Erarbeite einen Merksatz zu der Überschrift „Vorgehen beim Addieren und Subtrahieren von Brüchen“. Notiere es als Merk-Kasten in deinem Heft.

Falls du nicht weißt, wie du deinen Merk-Kasten gestalten sollst, findest du auf dem Pult eine Hilfekarte mit Begriffen, die in dem Merksatz vorkommen sollten.

Hinweis: Ein Merk-Kasten besitzt ein Rahmen und eine auffällige Überschrift. Er sollte zudem gut lesbar und verständlich sein.

**Aufgabe 5 (Partnerarbeit)**

Bereitet euch zu zweit darauf vor, eure Ergebnisse der Klasse vorzustellen.

**Hilfekarte zur Erstellung des Merk-Kastens**

Euer Merk-Kasten sollte folgende Begriffe enthalten:

*Bruch/Brüche - Zähler - Nenner - gleichnamig - addieren - subtrahieren - kürzen*

## Übungsblatt: Brüche addieren und subtrahieren

### Aufgabe 1 (Einzelarbeit)

Berechne.

a)  $\frac{4}{5} + \frac{2}{10} =$

b)  $\frac{1}{8} - \frac{1}{16} =$

c)  $\frac{7}{21} - \frac{4}{21} =$

d)  $\frac{2}{5} + \frac{3}{15} =$

e)  $\frac{2}{7} + \frac{3}{14} =$

f)  $\frac{17}{25} - \frac{1}{5} =$

g)  $\frac{2}{9} + \frac{17}{18} =$

h)  $\frac{8}{100} + \frac{3}{50} =$

i)  $\frac{1}{4} + \frac{7}{9} =$

j)  $\frac{8}{5} - \frac{3}{20} =$

### Aufgabe 2 (Einzelarbeit)

In einer Milchflasche befindet sich noch ein  $\frac{3}{4}$ -Liter Milch. Marcel schüttet  $\frac{1}{2}$ -Liter Milch in eine Rührschüssel, um einen Kuchen zu backen. Berechne, wie viel Milch noch in der Flasche ist.

### Aufgabe 3 (Einzelarbeit)

Merve liest morgens beim Frühstück  $\frac{1}{4}$  Stunde ein Buch. Nachmittags liest sie nochmal  $1\frac{1}{2}$  Stunden in dem Buch, weil sie es sehr spannend findet. Berechne, wie viele Stunden Merve an diesem Tag gelesen hat.

### Aufgabe 4 (Einzelarbeit - Sprinteraufgabe)

Berechne:

a)  $\frac{4}{6} + \frac{2}{12} - \frac{1}{3} =$

b)  $\frac{1}{12} - \frac{1}{24} + \frac{5}{6} =$

c)  $\frac{7}{9} - \frac{1}{27} + \frac{2}{3} =$

d)  $\frac{2}{5} + \frac{3}{15} + \frac{10}{30} =$

e)  $\frac{99}{100} - \frac{2}{50} - \frac{3}{25} =$

f)  $\frac{30}{40} + \frac{5}{50} + \frac{80}{20} =$

# 5

Unterrichtsskizzen für die Sekundarstufen

Rivius Gymnasium

# Schwerpunktthema: „Bring Your Own Device“-Chancen und Herausforderungen für den Mathematikunterricht

Die Motivation des Rivius Gymnasiums zur Teilnahme am Projekt DigiMath4Edu war vorrangig geprägt durch die Hoffnung, durch das Projekt neue Impulse zur Integration digitaler Technologien in den Mathematikunterricht und Hilfen bei der Umsetzung zu erhalten.

Diese Hilfen sollten uns im Idealfall stärken, Mathematikunterricht auch zukünftig in diesem Sinne eigenständig weiterzuentwickeln.

Bislang wurde von uns der GTR als Standardtechnologie im Mathematikunterricht genutzt. Uns war es jedoch auch wichtig herauszufinden, ob unsere Schülerinnen und Schüler ihre eigenen digitalen Endgeräte etwa in Form von Smartphones oder Tablet-PCs gewinnbringend nutzen – also gemäß des Prinzips „bring your own device“ arbeiten können.

Demzufolge war es unser Wunsch, Unterrichtsinhalte nicht an der Leistungsstärke von Endgeräten, sondern an der Sinnhaftigkeit und Relevanz für die Kinder auszuwählen und zu planen.

Der 3D-Druck erschien uns eine besonders herausfordernde, motivierende und vor allem aktuelle Technologie zu sein. Zum einen wurde der 3D-Druck zuvor bereits von Schülerinnen und Schülern als Unterrichtsinhalt gewünscht, zum anderen ist der 3D-Druck eine Technologie, die in der die Schule umgebenden Industrie und den industriellen Sponsoren des Projekts genutzt wird und demzufolge unter anderem auch für die Berufsorientierung genutzt werden kann. Eine technische Umsetzung dessen ließ sich bislang ohne externes „know how“ technisch leider nicht realisieren und deshalb auch inhaltlich noch nicht füllen.

Mit Blick auf den von uns als besonders sinnvoll geplanten Einsatz von Unterrichtsassistenten und der Möglichkeit, an DigiMath4Edu-Fortbildungen themenbezogen teilzunehmen, waren wir bereit, einen Versuch zu starten, um neben Unterrichtsideen zum 3D Druck auch mit Alternativen wie der Programmierung mit Hilfe von Einplatinencomputern oder VR-Brillen den Mathematikunterricht am Rivius Gymnasium weiterzuentwickeln.

## Digitallabor

Das Digitallabor des Rivius-Gymnasiums in Attendorn liegt zentral im alten Oberstufenbüro der Schule. Die (materielle) Ausstattung, die im Rahmen des Projektes DigiMath4Edu angeschafft wurde, umfasst sechs 3D-Drucker (3D45 Dremel), fünf Dokumentenkameras (Epson), zehn Mikrocontroller (Calliope.cc), 25 VR-Brillen, fünf Sprachassistenten (Amazon Echo Dot) sowie einen Desktop-PC (HP). Die sechs 3D-Drucker verfügen über eine vollständige Ausstattung an Material (wie Filament) und Zubehör (inkl. Werkzeug). Die Dokumentenkameras bieten den Lehrerinnen und Lehrern die Möglichkeit, verschiedene Lösungsansätze der Schülerinnen und Schüler in Echtzeit an die Tafel zu projizieren, um diese dann konstruktiv ins Unterrichtsgespräch zu integrieren und eine gemeinsame Überarbeitung und Reflektion der Aufgaben im Plenum durchführen zu können. Die in Kombination mit einem Smartphone nutzbaren VR-Brillen bieten den Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, z.B. virtuelle Darstellungen eines dreidimensionalen Koordinatensystems im Bereich der vektoriellen Geometrie wahrzunehmen und zu erkunden (z.B. in GeoGebra VR/AR). Die digitalen Sprachassistenten kommen in der Sekundarstufe I zum Üben und Wiederholen im Bereich Kopfrechnen und Kopfgeometrie zum Einsatz sowie in der Sekundarstufe II im Rahmen der Vorbereitung auf das Abitur, indem die Schülerinnen und Schüler beispielsweise Lösungen für Ableitung bestimmter Funktionen selbstständig erfragen können. Um algorithmische Sequenzen in Programme umzusetzen, können die Mikrocontroller in Verbindung mit der browserbasierten Programmierumgebung von Scratch auf den iPads der Schule verwendet werden. Der im Digitallabor installierte Desktop-PC bietet z.B. die Möglichkeit, Anpassungen an Druckdateien vorzunehmen. Zudem können Schülerinnen und Schüler unmittelbar vor Ort gemeinsam lernen, wie sie ihre im CAD-Programm erstellten Modelle mittels einer Slicer-Software für den 3D-Druck vorbereiten.



# Modellbildung mit Funktionen im Rahmen der Analysis

## Produktdesign mit GeoGebra und 3D-Druck - Schlauchadapter für eine Absauganlage in einer Holzwerkstatt

### Zur Konzeption

Der Unterrichtsvorschlag zeigt, wie authentische Problemstellungen unter Nutzung innovativer Technologien Teil eines regulären Mathematikunterrichts werden und zur (Weiter)Entwicklung zentraler mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten beitragen können. Die Schülerinnen und Schüler entwickeln in der vorgeschlagenen Unterrichtsstunde ein Adapterstück, um zwei Schläuche unterschiedlicher Größe miteinander zu verbinden, indem sie diesen als Rotationskörper entwerfen. Das Setting greift damit typische Fragestellungen eines industriellen Produktdesigns auf. Konsequenterweise wird dann zur Entwicklung dieses Adapterstücks auch auf die 3D-Druck Technologie zurückgegriffen, die gleichermaßen Anwendung in Arbeitsbereichen des (industriellen) Produktdesigns findet. Innerhalb des problemorientierten Settings erhalten die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit einer intensiven und eigenständigen Auseinandersetzung mit dem Problem. Aus fachdidaktischer Sicht stellt dies eine wichtige Voraussetzung dar, um mathematisches Wissen auf Grundlage des bereits vorhandenen Vorwissens sowie weiterer individueller und subjektiver Erfahrungen (weiter) zu entwickeln. Das mathematische Wissen über Rotationskörper wird im vorliegenden Unterrichtsvorschlag innerhalb eines authentischen, problemorientierten Settings entwickelt und seine Bedeutung für Fragestellungen, die weit über den Mathematikunterricht hinausgehen herausgestellt.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Der vorliegende Unterrichtsvorschlag zeichnet sich darüber hinaus dadurch aus, dass die 3D-Druck Technologie von der Planung bis zur Erstellung des virtuellen Modells über die Vorbereitung zum Druck sowie der Bewertung des fertigen Modells hinsichtlich seiner Tauglichkeit durch die Schülerinnen und Schüler selbstständig durchgeführt wird. Sie erwerben dadurch wesentliche Erfahrungen mit innovativen Technologien im Rahmen ihres Mathematikunterrichts. Die so erworbenen technischen und mathematischen Kompetenzen können anschließend innerhalb weiterer Settings gezielt weiterentwickelt und verfeinert werden. Mathematische Wissensentwicklung steht dann in einer engen Verbindung zu außerschulischen Fragestellungen und kann so zu einer hohen Motivation zur Auseinandersetzung mit dem mathematischen Gegenstand führen, indem Lösungen zu „echten Problemen“ selbstständig erarbeitet werden.

# Modellbildung mit Funktionen im Rahmen der Analysis

## Produktdesign mit GeoGebra und 3D-Druck - Schlauchadapter für eine Absauganlage in einer Holzwerkstatt (Jahrgangsstufe Q1)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler modellieren mittels Kurvendiskussion und linearer Gleichungssysteme einen Rotationskörper

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler erheben selbständig Daten, indem sie Schiebellehren nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler stellen Daten mathematisch korrekt dar, indem sie erhobene Daten in ein Koordinatensystem übertragen.

Die Schülerinnen und Schüler stellen eine geeignete Funktion für den Modellierungskontext auf, indem sie Bedingungen formulieren, diese in Gleichungen übersetzen und das Gleichungssystem lösen.

Die Schülerinnen und Schüler erstellen einen geeigneten Rotationskörper, indem sie die Ergebnisse in GeoGebra übertragen und dort einen Rotationskörper für den 3D-Export bereitstellen und anschließend exportieren.

Die Schülerinnen und Schüler trainieren die Kompetenzen Kommunizieren und Argumentieren, indem sie sich in einem Museumsgang mit Ihren Mitschülern über die Modelle austauschen.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Fortführung der Idee nach dem 3D-Druck der Schlauchadapter im Rahmen der Statistik. Mittels eines Heißdraht-Anemometers wurden in einer weiteren Doppelstunde die Luftfluggeschwindigkeiten in den verschiedenen Schlauchadaptern gemessen, miteinander verglichen und bewertet.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1-2	Rekonstruieren einer Größe
3-4	Einführung des Integrals
5-6	Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung
7	Regeln zur Bestimmung von Stammfunktionen
8-9	Verknüpfung von Integralen und Flächeninhalt
10-11	Die Integralfunktion
12	Uneigentliche Integrale
13	Rotationskörper in der Analysis
14-15	<b>Produktdesign mit GeoGebra und 3D-Druck - Eine Projektarbeit am Beispiel eines Schlauchadapters für eine Absauganlage in einer Holzwerkstatt</b>

# Produktdesign mit GeoGebra und 3D-Druck - Schlauchadapter für eine Absauganlage in einer Holzwerkstatt

## Jahrgangsstufe Q1

Benötigte Materialien:

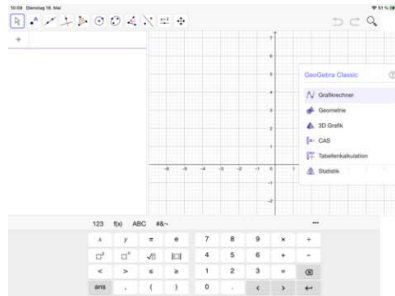
- 3D-Drucker
- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte + App GeoGebra

### Unterrichtsverlaufsplan 2x45 Min

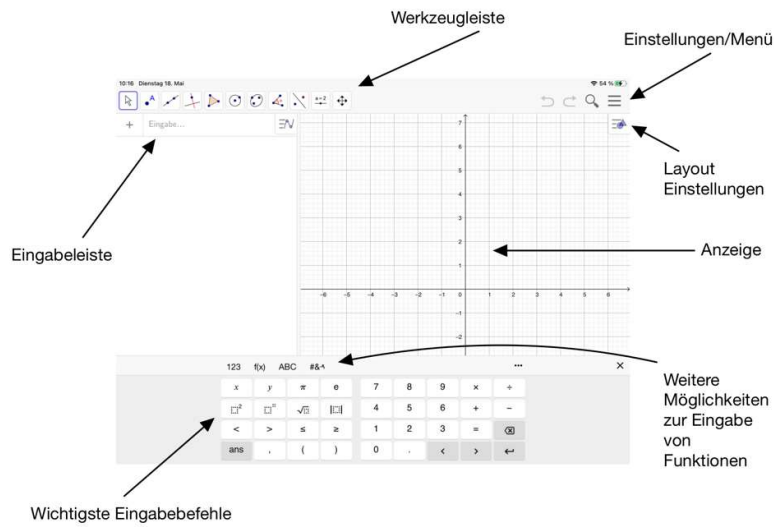
Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
5 Min	Einführung	Vorstellung der Unterrichtsidee, der Arbeitsmaterialien (Absaugschläuche) und Verteilung der Arbeitsblätter  Hinführung zur Idee der mathematischen Modellbildung	Die konkret-praktische Zielsetzung der Unterrichtsidee wird erläutert  Das Arbeitsblatt sensibilisiert für die zu berücksichtigenden Bedingungen	Einzelarbeit  Austeilen von benötigten Tablets und von Schlauchstücken
30 Min	Erarbeitung	Arbeit in den Gruppen an der Problemstellung zur Erstellung eines Schlauchadaptermodells mit GeoGebra  Erstellen eines realen und anschließend eines mathematischen Modells  Berechnung der mathematischen Lösung  Eingabe der mathematischen Lösung in GeoGebra	Der Lehrer berät die Gruppen beim Finden geeigneter Funktionen, Bedingungen, Lösen der Bedingungen und der Umsetzung in GeoGebra	Gruppenarbeit  Austeilen der GeoGebra-Anleitung zur Erstellung eines Rotationskörpers
10 Min	Zwischensicherung	Vorstellung der mathematischen Lösung des Schlauchadapters durch die Gruppen  Erläuterung der Idee der Mathematisierung	Diskussion der verschiedenen mathematischen Ansätze (bezogen auf Funktionsklassen oder Detailbezogenheit)	Klassengespräch  Nutzung des Beamers für die Präsentation
	Break - Druckphase			Zusendung/Übertragung der Dateien für den 3D Druck an den Lehrer
20 Min	Ausstellung	Die Gruppen stellen Ihre Ergebnisse aus und beantworten Fragen zu Ihren gedruckten Modellen  Alle Modelle werden auf Tauglichkeit geprüft	Durch den Austausch mit den Mitschülern vertiefen die Schülerinnen und Schüler ihre Präsentations- und Kommunikationsfähigkeit.	Gruppenarbeit  Museumsgang
25 Min	Reflexion	Im Plenum soll abschließend noch ein Vergleich der Modelle in Zusammenhang mit dem Tauglichkeitstest vollzogen werden	Die Reflexion soll hier die Arbeitsphasen miteinander verbinden und zur Erkenntnis des Zusammenhangs von Mathematik und Alltag beitragen	UG

## Schritt-für-Schritt zum richtigen Stück mit GeoGebra

### 1. Schritt: GeoGebra Classic öffnen

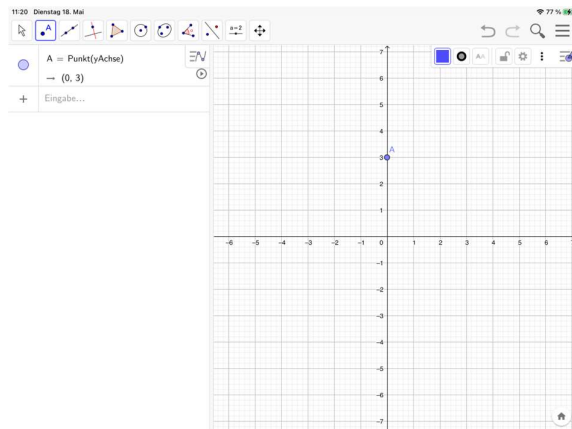


Ansicht der GeoGebra Plattform (Ähnlich der 3D Grafik):



### 2. Schritt: Erstelle einen Punkt in der Anzeige die dem Radius des Rohres entspricht.

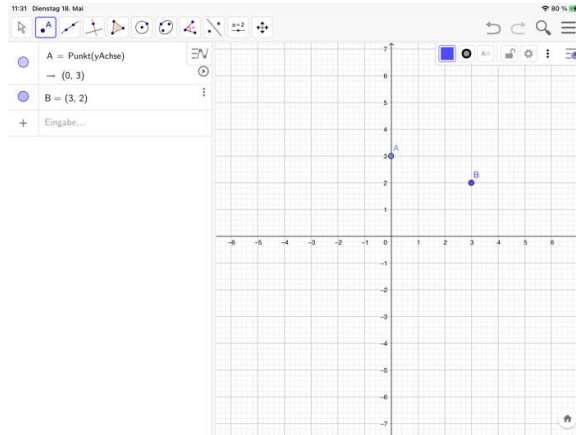
Beispielsweise soll unser Rohr einen Durchmesser von 6cm haben:





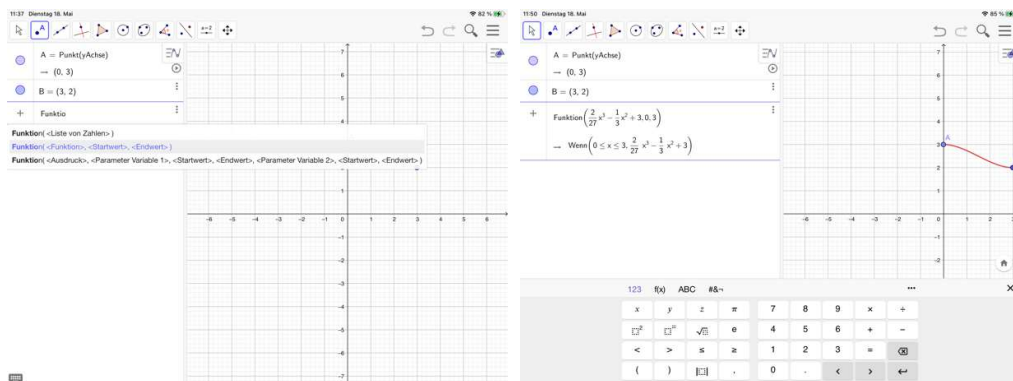
3. Schritt: Erstelle einen zweiten Punkt der zum aufgesteckten Rohr gehört:

Für unser zweites Rohr soll der Durchmesser 4cm sein, also:



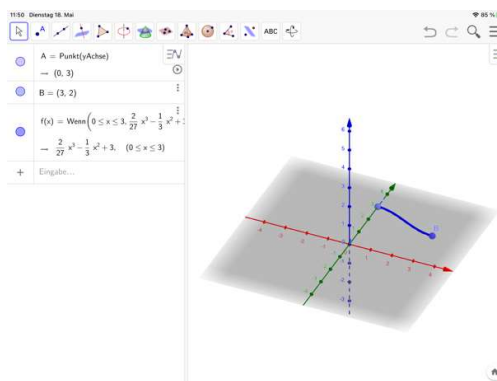
4. Schritt: Die berechnete Trassierungsfunktion mittels des Befehls

Funktion(<Funktion>, <Startwert>, <Endwert>) in der Eingabezeile eingeben:

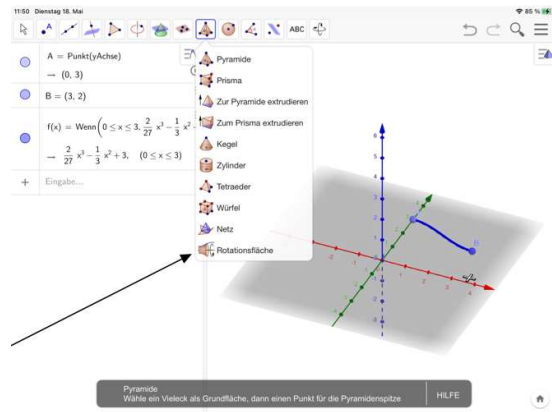


5. Schritt: In die Ansicht von 3D Grafik wechseln:

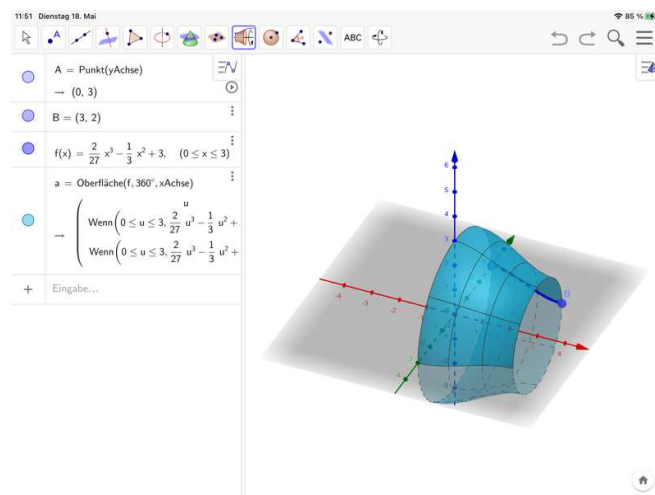
(Einstellungen/Menü -> Perspektiven -> 3D Grafik auswählen)



6. Schritt: In der Werkzeugleiste Rotationsfläche auswählen



7. Schritt: Funktion auswählen, bei der ein Rotationskörper erstellt werden soll



8. Schritt: Wiederhole ggf. Schritt 7 bei weiteren Strecken etc.

## Absauganlagen und 3-D Druck

Absauganlagen sind für Werkstätten wichtig, um Späne, Staub und Feinstaub so gut es eben geht zu vermeiden. Speziell Holzstaub von Laubbäumen wie Eiche oder Buche kann, wenn er häufig ungefiltert eingeatmet wird, zu schwerwiegenden Krankheiten im Rachen- und Lungenraum führen. Deshalb sind Absauganlagen in der Holzverarbeitenden Industrie an vielen Maschinen vorgeschrieben und sollten aus diesem Grunde auch im privaten Bereich eingesetzt werden.

Im privaten Bereich ist es aber leider so, dass Geräte, die viel Holzstaub produzieren (etwa Kreissägen, Hobel oder Schleifgeräte), über oftmals sehr unterschiedliche (meist runde) Anschlüsse zum Anschließen eines Absaugschlauches verfügen. Entsprechende Adapter werden zwar von Firmen angeboten, sind aber verhältnismäßig teuer (Abb.1).

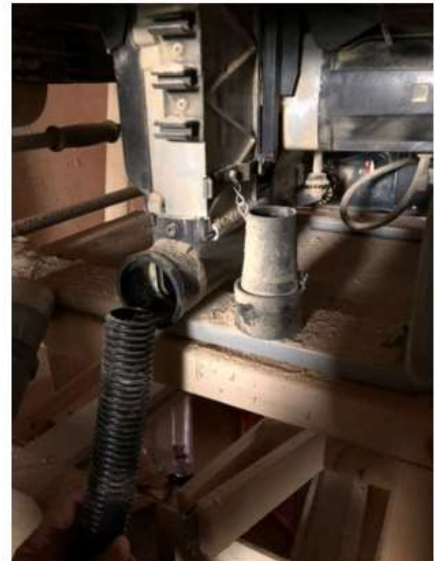


Abb.1: Absaugöffnung einer Kreissäge mit Absaugschlauch und Schlauchadapter

Alternativ können Schlauchadapter jedoch auch mit Hilfe von 3-D Druckern hergestellt werden. Dies ermöglicht es zudem diese individueller (etwa form- oder farbbezogen) zu gestalten. Aus technischer Sicht sind folgende Aspekte besonders wichtig:

- Ein Schlauchadapter sollte möglichst gut auf den Schlauch passen. Es sollte sich also möglichst wenig Platz zwischen Schlauch und dem Rand des Adapters befinden. Aus Stabilitätsgründen sollten sich Schlauch und Adapter an beiden Enden jeweils etwa 5cm überlappen.
- Der Schlauchadapter sollte so geformt sein, dass sich der Holzstaub nicht in Ritzen oder an Kanten festsetzen kann, um den Luftstrom zu bremsen bzw. zu verwirbeln.
- Die Strömung des Holzstaubes durch den Adapter sollte möglichst verwirbelungsfrei erfolgen, da Verwirbelungen die Geschwindigkeit des Luftstroms bremsen. Verwirbelungen entstehen an eckigen oder steilen Übergängen (Abb.2).

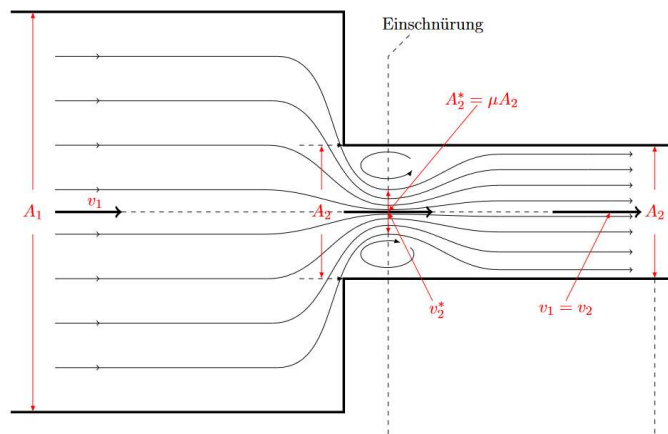
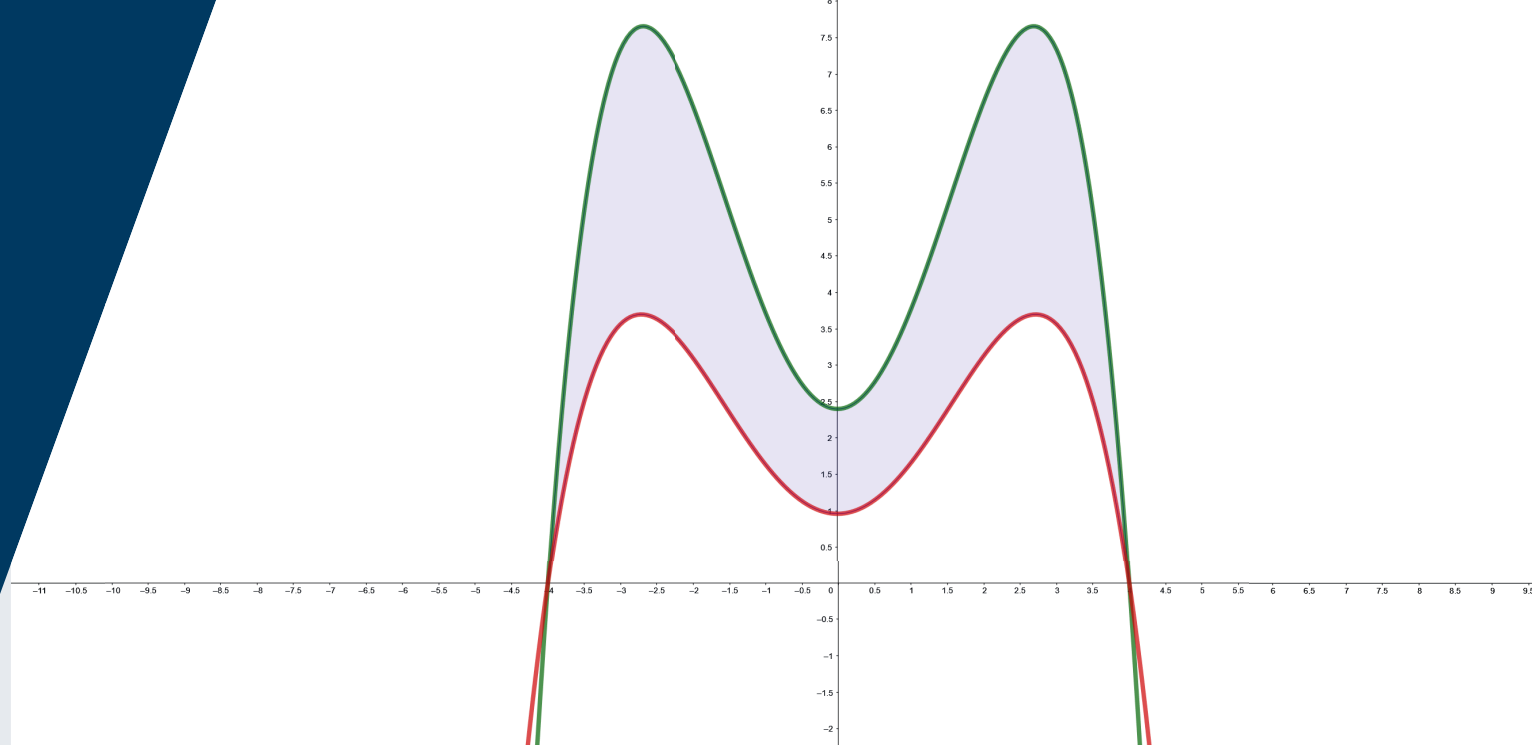


Abb.2: Verwirbelungen im Luftstrom an Übergängen

### **Aufgabe:**

- Plant (ggf. mit Hilfe der „Schritt für Schritt Anleitung GeoGebra“) ein in GeoGebra konstruiertes Modell für einen Schlauchadapter für die beiden vorliegenden zu verbindenden Schlauchenden unter besonderer Berücksichtigung der zu beachtenden Aspekte.
- Ein besonders optimales Ergebnis wäre das Erstellen einer GeoGebra Datei, in der man über Schieberegler oder Eingabefelder die Schlauchdurchmesser eingeben kann, wodurch ein Schlauchadapter von GeoGebra automatisch berechnet und angezeigt wird.

Sollten sich verschiedene Schlauchadapterformen im Rahmen des Projekttages ergeben, dann ist es ein weiteres Ziel herauszufinden, ob unterschiedliche Schlauchadapterformen auch zu messbaren Leistungsunterschieden in der Saugleistung führen. Mit anderen Worten soll also herausgefunden werden, ob sich der Arbeitsaufwand gelohnt hat.



# Flächenberechnung zwischen zwei Graphen

## Der besondere Preis - Steckbriefaufgabe zur Integralrechnung mit GeoGebra

### Zur Konzeption

Die Unterrichtsstunde zeigt, wie mit Hilfe digitaler Werkzeuge eine Erweiterung der Repräsentationsformen mathematischer Zusammenhänge erreicht und zielgerichtet zur Entwicklung mathematischen Wissens genutzt werden kann. So wird in der vorgeschlagenen Unterrichtsstunde die Berechnung der Fläche zwischen zwei Graphen thematisiert. Die mathematische Problemstellung wird dabei anhand einer authentischen Problemstellung aus Industrie und Wirtschaft eröffnet, die für den Bearbeitungs- und Problemlöseprozess eine motivierende Rahmung für die Schülerinnen und Schüler darstellt. Durch die Nutzung von GeoGebra können auf einem Bildschirm unterschiedliche Funktionen in Form von Graphen dargestellt werden. Diese Funktion wird im vorliegenden Unterrichtsvorschlag aufgegriffen, um eine visuelle Repräsentationsebene der Funktionen sowie der sich dazwischen befindlichen Fläche zu erreichen, die von den Schülerinnen und Schülern für den mathematischen Wissensentwicklungsprozess genutzt werden kann. Darüber hinaus stellt GeoGebra zahlreiche Features zur Verfügung, die einzelne Werte automatisch bestimmen. Die Unterrichtseinheit zeigt, wie diese Features sinnvoll eingesetzt werden können, indem die Bestimmung ausgewählter Werte durch das Programm übernommen wird, sodass eine gezielte Fokussierung ausgewählter mathematischer Zusammenhänge möglich wird. Änderungen der gewählten Parameter werden durch das Programm unmittelbar umgesetzt, sodass der Fokus auf der Beobachtung der Auswirkungen zur Veränderung einzelner Parameter liegt und so zentrale mathematische Zusammenhänge durch zahlreiche Erprobungen selbstständig erschlossen werden können.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die Einbettung des Unterrichtsvorschlages in eine authentische Problemstellung kann als günstige Voraussetzung für eine hohe Motivation der Schülerinnen und Schüler zur Auseinandersetzung mit dem mathematischen Gegenstand gelten. Der Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge stellt darüber hinaus eine geeignete Möglichkeit dar, um ein besseres Verstehen mathematischer Zusammenhänge und das Erlernen eines sicheren Umgangs mit digitalen Medien und Werkzeugen zu erreichen, wie sie für den späteren beruflichen Alltag mit hoher Wahrscheinlichkeit benötigt werden. Darüber hinaus können die Schülerinnen und Schüler erfahren, inwiefern digitale Medien und Werkzeuge zielgerichtet eingesetzt werden können, um Probleme aus der Erfahrungswelt zu lösen. Diese Erfahrungen können zu einer reflektierten Einstellung und zu einem professionellen Umgang mit digitalen Medien und Werkzeugen beitragen.

# Flächenberechnung zwischen zwei Graphen

## Der besondere Preis - Steckbriefaufgabe zur Integralrechnung mit GeoGebra (Jahrgangsstufe Q1)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler ermitteln Flächeninhalte zwischen zwei Graphen mit Hilfe von bestimmten Integralen.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler nutzen digitale Werkzeuge wie z.B. GeoGebra, indem sie die Parameter mit Hilfe des Programmes zielgerichtet variieren.

Die Schülerinnen und Schüler bestimmen Funktionen, indem sie Parameter und Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, in Gleichungen umwandeln und die Gleichungssysteme lösen.

Die Schülerinnen und Schüler vertiefen den Umgang mit Einheiten, indem sie sich in Ihrer Begründung des abschließend ausgewählten Preises auch auf das Material beziehen.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler entwerfen für die eigene Schule ein Schullogo, welches mit dem 3D-Drucker ausgedruckt werden kann.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Die Streifensumme des Archimedes
2	Flächeninhaltsfunktionen und Stammfunktionen
3	Workshop: Einführung in Tinkercad
4	Hauptsatz der Integralrechnung
5	Anwendungsaufgaben zur Flächenberechnung (auch mit GTR)
6	<b>Flächenberechnung zwischen zwei Graphen</b>
7	Workshop Einführung und Sicherheitsbelehrung 3D-Druck
8	Anwendungsaufgaben zur Integralrechnung (auch mit Parametern)
9	Rekonstruktion von Bestandsfunktionen
10	Die Integralfunktionen aufstellen

# Der besondere Preis - Steckbriefaufgabe zur Integralrechnung

## Jahrgangsstufe Q1



Benötigte Materialien:

- 3D-Drucker
- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte + App GeoGebra

## Unterrichtsverlaufsplan 1x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
5 Min	Einstieg	Sammlung von Aussagen der Schülerinnen und Schüler zur Problemsituation an der Tafel	Vorstellung der Problemsituation und Diskussion verschiedener Lösungsideen (Motivation).  Visualisierung der Ideen an der Tafel, um Ansätze für die Steckbriefangaben zu haben.	UG  Bild / Beamer / Tafel
5 Min	Übung	Berechnung von Flächen zwischen Graphen und der x-Achse in Sachzusammenhängen	Anhand eines Beispiels wird die Berechnung einer Fläche zwischen zwei Graphen an der Tafel wiederholt	UG  Tafel
25 Min	Erarbeitung	AB: Der besondere Preis	Erarbeitung der Berechnung von Flächen zwischen zwei Graphen	GA  iPads + iPad Stifte + App GeoGebra
10 Min	Sicherung	Die Schülerlösungen werden vorgestellt  Es wird eine begründete Entscheidung für eine Lösung getroffen - diese wird dann gedruckt	Die Schülerinnen und Schüler diskutieren die verschiedenen Lösungen und vergleichen u.a. den Materialverbrauch. Am Ende treffen sie eine begründete Entscheidung für die passendste Lösung, die dann die Druckvorlage bildet.	UG  3D-Drucker

## Anleitung - Druckdatei mit GeoGebra erstellen

1. Öffnen Sie GeoGebra  und wählen Sie im Menü  unter **Perspektiven** den Punkt Grafik aus.
2. Geben Sie nun die beiden Funktionsgleichungen in dem Intervall des Integrals als „wenn – dann“ Formulierung ein.  $f(x) = \text{Wenn}(-4 \leq x \leq 4, -0.1(x^2 - 16)(x^2 + 1.5))$
3. Berechnen Sie nun die Schnittpunkte beider Graphen, indem Sie in der Eingabezeile den Befehl **Schnittpunkt** eingeben und die Anweisungen in der Klammer befolgen.  
Schnittpunkt(Object, Objekt)
4. Als nächstes muss das Integral zwischen den Funktionen bestimmt werden. Auch dies kann wieder über die Eingabezeile gemacht werden. Geben Sie dort den Befehl **IntegralZwischen** ein und folgen den Angaben in der Klammer.  $\text{IntegralZwischen}(\text{Funktion}, \text{Funktion}, \text{Startwert}, \text{Endwert})$
5. Nun müssen die Funktionen ausgeblendet und das Integral selbst dunkel gefärbt werden. Dies können Sie in den Einstellungen vornehmen, indem Sie über die drei Punkte in der Eingabezeile oder mit dem Rechtsklick auf einem Objekt in die Einstellungen gehen.
6. Im nächsten Schritt können Sie ein Foto von Ihrer Konstruktion machen (am besten einen Screenshot) und dieses online in eine **stl.Datei** konvertieren.
7. Die stl.Datei von Ihrer Konstruktion kann nun bei Tinkercad in einen Entwurf **importiert** und dort in die richtige Größe formatiert werden. Diese wird nach der Bearbeitung **exportiert**, um sie dort für den Druck in einem Slicingprogramm vorzubereiten.





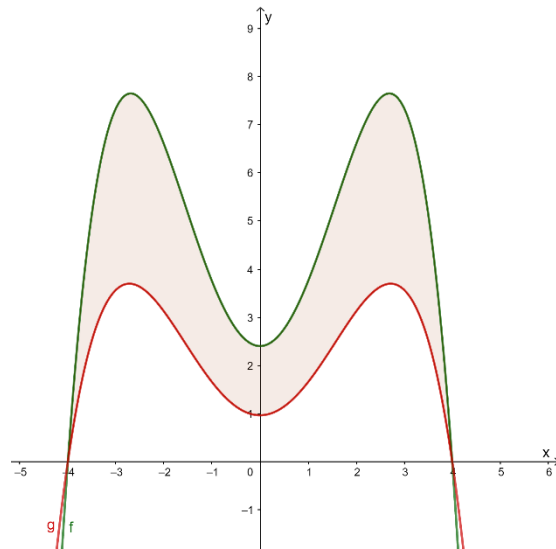
## Der besondere Preis

An Ihrer Schule soll ab dem nächsten Schuljahr ein Preis für besonders gute Leistungen in dem Fach Mathematik vergeben werden. Dieser Preis soll die Form eines „M“ haben, welches Sie nun in der folgenden Stunde erstellen und anschließend mit dem 3D Drucker ausdrucken sollen.

Dieses „M“ kann näherungsweise durch die Graphen folgender Funktionen erstellt werden:

$$f(x) = -0,1(x^2 - 16)(x^2 + 1,5)$$

$$g(x) = -0,05(x^2 - 16)(x^2 + 1,2)$$

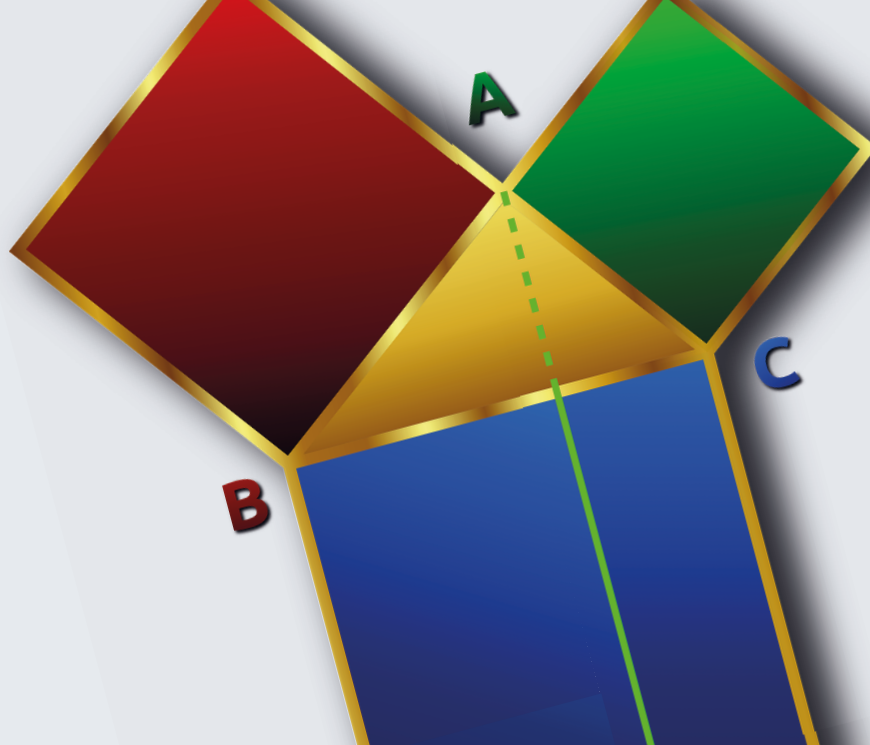


In der Abbildung lässt sich erkennen, dass die Fläche zwischen beiden Graphen das „M“ darstellt (Alle Einheiten in cm).

### Aufgabe:

- 1) Zeigen sie, an welchen Stellen sich die beiden Graphen  $f$  und  $g$  schneiden.
- 2) Als nächstes soll der Flächeninhalt des „M“ berechnet werden. Überlegen Sie sich zunächst eine Strategie, wie Sie den Flächeninhalt möglichst einfach berechnen können. Gerne können Sie dazu auf ihr Vorwissen im Umgang mit Integralen zurückgreifen. Berechnen Sie nun den Flächeninhalt, den das „M“ besitzt.
- 3) Nun geht es an den Druck.  
Erstellen Sie das „M“ mithilfe der oben genannten Angaben in GeoGebra. Dazu können Sie die Anleitung „Druckdatei mit GeoGebra erstellen“ nutzen.
- 4) Nachdem die Preise fertig erstellt worden sind, geht es an den Druck. Ihre Aufgabe ist es nun im Vorfeld zu berechnen, wie viele Preise von einer Rolle Filament (gehen Sie dafür von einer Rolle mit PLA von Dremel mit 260m Filament aus) gedruckt werden können. Überprüfen Sie anschließend, wie viele Preise wirklich mit einer Rolle Filament erzielt werden können und diskutieren Sie ihr Ergebnis.





# Vom Satz des Thales zum Satz des Pythagoras

## Herleitung des Satz des Pythagoras über einen Legebeweis mit Material aus dem 3D-Drucker

### Zur Konzeption

Die Unterrichtsstunde befasst sich mit der Begründung des Satzes des Pythagoras mithilfe von haptischem Material. Das Material wird vor der Stunde durch den/die Lehrer/in mit Hilfe eines 3D-Druckers erstellt. Es handelt sich um Kunststoff-Fliesen zum sogenannten indischen Beweis, welcher die Zerlegung eines großen Quadrates auf zwei verschiedene Weisen vorsieht. Die Flächeninhalte der einzelnen Zerlegungen lassen sich vergleichen, um so eine Begründung für den Satz des Pythagoras zu erhalten. In der Stunde können die Schülerinnen und Schüler aktiv mit dem Material umgehen und eigene Begründungsideen entwickeln.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die bewährte Idee der Nutzung von Material zur Begründung des Satzes des Pythagoras lässt sich mit verschiedenen Mitteln öffnen, um Diskussionsanlässe zwischen den Schülerinnen und Schülern zu schaffen. Beispielsweise könnten verschiedene weitere ikonische Beweise als Material erstellt (Perigal, Garfield etc.) und von unterschiedlichen Gruppen erkundet werden. Die Ergebnisse könnten dann in Kurzpräsentationen von den Schülerinnen und Schülern vor der Klasse vorgestellt werden. Eine weitere Möglichkeit der Öffnung liegt in der eigenständigen Nachentwicklung von entsprechendem Material durch die Schülerinnen und Schüler. Dies würde zu einer tieferen Auseinandersetzung mit den zugrundeliegenden geometrischen Konstruktionen führen.

# Vom Satz des Thales zum Satz des Pythagoras

## Herleitung des Satz des Pythagoras über einen Legebeweis mit Material aus dem 3D-Drucker (Jahrgangsstufe 9)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler kennen den Satz des Pythagoras und können diesen aus dem Satz des Thales herleiten.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Problemlösekompetenz, indem sie Hypothesen formulieren, um aus zwei Quadraten ein größeres Quadrat herzuleiten.

Die Schülerinnen und Schüler aktivieren ihr Vorwissen zu den reellen Zahlen und Wurzeln, indem sie im Unterrichtsgespräch einen kurzen Rückblick erleben.

Die Schülerinnen und Schüler erkennen die Bedeutung des Dreiecks für die Problemstellung, indem Sie die Ergebnisse der Partnerarbeit verarbeiten.

Die Schülerinnen und Schüler üben das Kommunizieren und Präsentieren in angemessener Fachsprache, indem sie ihre Ergebnisse vergleichen und präsentieren.

Die Schülerinnen und Schüler übertragen ihre Erkenntnisse auf allgemeine Quadrate, indem sie mit gedruckten Legebauwerken arbeiten, eigene Beobachtungen formulieren und gemeinsam einen Merksatz aufstellen.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Modellierungskompetenz, indem sie Alltagsanwendungen für den Satz des Pythagoras suchen.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler bekommen zur nächsten Stunde den Arbeitsauftrag, nach alternativen Beweisen zum Satz des Pythagoras zu recherchieren.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1-2	Herleitung Satz des Thales
3-4	Übungen zum Satz des Thales mit Alltagsbezug
4-5	<b><i>Herleitung des Satz des Pythagoras über einen Legebeweis mit Material aus dem 3D-Drucker</i></b>
6	Gruppenarbeit zu alternativen Beweisen des Satz des Pythagoras
5	Pythagoras im Alltag, Formen, Figuren und Körpern

# Herleitung des Satz des Pythagoras über einen Legebeweis mit Material aus dem 3D-Drucker

## Jahrgangsstufe 9

Benötigte Materialien:

- 3D-Drucker
- Beamer/Smartboard
- iPads

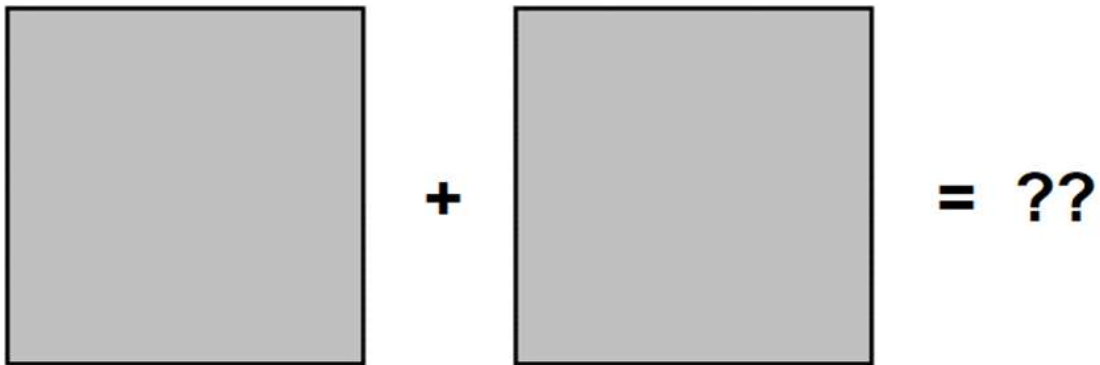
## Unterrichtsverlaufsplan 2x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg	Erläuterung der Problemsituation  Lehrperson sammelt Aussagen der Schülerinnen und Schüler zur Problemsituation an der Tafel  Aufstellen von Hypothesen	Vorstellung der Problemsituation und Diskussion verschiedener Lösungsideen (Motivation).  Visualisierung der Ideen an der Tafel, um diese als Hypothesen später zu bestätigen oder zu widerlegen.	UG  Bild / Beamer / Tafel
5 Min	Hinführung	Lehrperson strebt kurzen Rückblick zu reellen Zahlen und dem grafischen Auftragen von Wurzeln an	Aktivierung des Vorwissens aus dem Bereich der reellen Zahlen und der Wurzeln.	UG
15 Min	Erarbeitung I	Partnerarbeit: Bearbeitung der Aufgaben 1 bis 3 (für schnelle 1 bis 4)	Ausprobieren und Austesten der Hypothesen, um diese zu bestätigen oder zu widerlegen.  Aufgabe 3 dient vor allem der Fokuslegung auf das Dreieck, das durch den Satz des Thales in der Stunde zuvor in den Vordergrund gestellt wurde.  Es werden individuelle Hilfen gegeben.	PA  Quadrate
5 Min	Erarbeitung II	Vergleich und Austausch mit einem weiteren Partnerteam (kurz)	Eine Diskussion über die Ergebnisse fördert das Verbalisieren mathematischer Inhalte.	GA  Quadrate
5 Min	Präsentation	Ein bis zwei Teams präsentieren ihre Ergebnisse	Die Schülerinnen und Schüler üben sich im Präsentieren und Kommunizieren von Arbeitsergebnissen unter Verwendung der Fachsprache.	Beamer

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
15 Min	Sicherung I	Spiegeln der Ergebnisse der Präsentation von einer Schülerinnen oder einem Schüler mit Fokus auf Aufgabe 3  Rückblick zu den Hypothesen: Bestätigen und widerlegen der zuvor aufgestellten Hypothesen	Das Spiegeln der Ergebnisse in eigenen Worten zeigt, ob die Gedanken nachvollziehbar sind.  Ein Rückblick greift die Ideen der Schülerinnen und Schüler zu Beginn der Unterrichtsstunde auf. Das Überprüfen und Widerlegen bringt einen Fokus auf wissenschaftliches Arbeiten.	UG Tafel
5 Min	Überleitung	Lehrperson zeigt zwei unterschiedlich große Quadrate aus dem 3D-Drucker  Sammeln der Meinungen von Schülerinnen und Schülern	Die Übertragung der Ergebnisse auf allgemeinere Probleme soll angeleitet werden.	Legepuzzle
15 Min	Erarbeitung III	PA: Schülerinnen und Schüler bekommen gedruckte Legepuzzle (siehe Anhang)  Schülerinnen und Schüler arbeiten an den Aufgaben (2)	Die Schülerinnen und Schüler sollen angeleitet mit Hilfe der fertig gedruckten Form zwei verschiedene Muster legen und so einen Zusammenhang zwischen den Mustern in Bezug auf das Dreieck beschreiben.  Individuelle Hilfen werden gegeben.	PA Legepuzzel
10 Min	Sicherung II	Präsentation der Zeichnungen beider Muster durch ein Team  Schülerinnen und Schüler formulieren Beobachtung  Gemeinsames Aufstellen eines Merksatzes anhand der Beobachtungen  Tafelbild: Satz des Pythagoras	Die Schülerinnen und Schüler fördern erneut das Kommunizieren und Präsentieren mathematischer Inhalte.  Schülerinnen und Schüler übertragen die Beobachtung bei zwei gleichgroßen Quadraten auf unterschiedlich große Quadrate (Verallgemeinern).  Das gemeinsame Aufstellen des Merksatzes dient dazu, die formulierten Beobachtungen der Schülerinnen und Schüler wertzuschätzen und formal zu beschreiben.	UG
5 Min	Reflexion	Lehrperson: Welchen nutzen hat der Satz des Pythagoras für uns im Alltag?  Sammeln der Ideen der Schülerinnen und Schüler und Fokussierung auf die Möglichkeit zur leichten Berechnung von Längen in rechtwinkligen Dreiecken  Rückblick zur Ausgangssituation	Schülerinnen und Schüler übertragen durch ihre Ideen die mathematische Formel auf mögliche Anwendungen (in Anlehnung an den Modellierungskreislauf).  Rückblick auf die Ausgangssituation dient der Beschreibung des Weges von einem Problem, der Lösung des Problems und der Verallgemeinerung.	UG

Vom Satz des Thales zum Satz des Pythagoras über zwei Quadrate?

Problemsituation:



Aufgabe:

- 1) Schau dir einmal mit deinem Partner zusammen die Problemsituation an. Was könnte das Problem sein, mit dem wir uns heute beschäftigen wollen? Notiert eure Ideen Stichpunktartig.

---



---



---

- 2) Zeichne zwei gleichgroße Quadrate und schneide diese aus.
- 3) Überlege dir eine Strategie, wie du beide Quadrate zu einem großen zusammenlegen kannst.
- 4) Wenn du das geschafft hast, zeichne noch einmal die beiden Quadrate, schneide sie anschließend aus und lege sie so, dass auf dem Tisch ein Dreieck zwischen den beiden Quadraten und einem großen Quadrat entsteht.

- 5) **Für schnelle:** Formuliere eine Beobachtung.

---



---



---

Nimm dir nun als nächstes mit deinem Partner zusammen ein Legepuzzle und bearbeitet die folgenden Aufgaben.

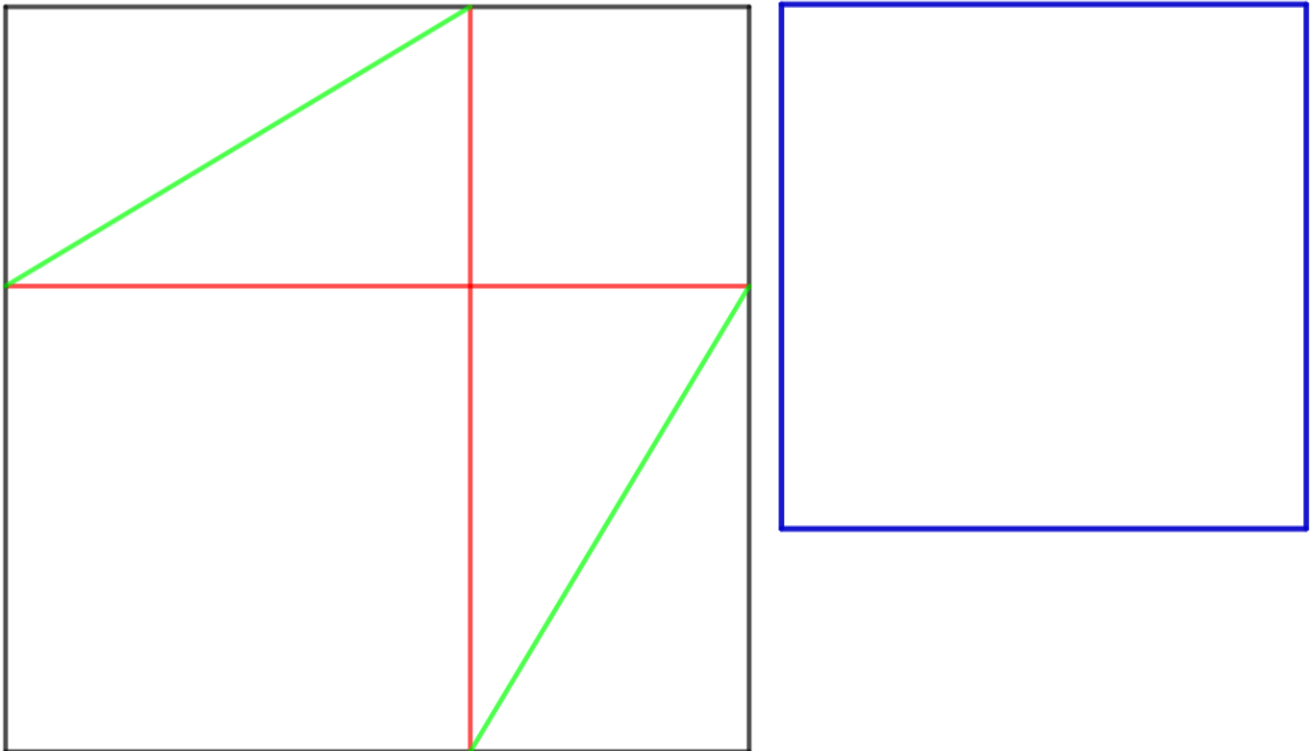
- 1) Lege die Teile so in den Rahmen, dass alle außer dem großen Quadrat hinein passen und zeichne das Ergebnis in dein Heft.
- 2) Lege nun die passenden Teile, sodass du das große Quadrat nutzen kannst.
- 3) Stelle mithilfe der Dreiecke eine Verbindung zwischen beiden Mustern her.
- 4) **Für schnelle:** Kannst du eine Formel finden?

---

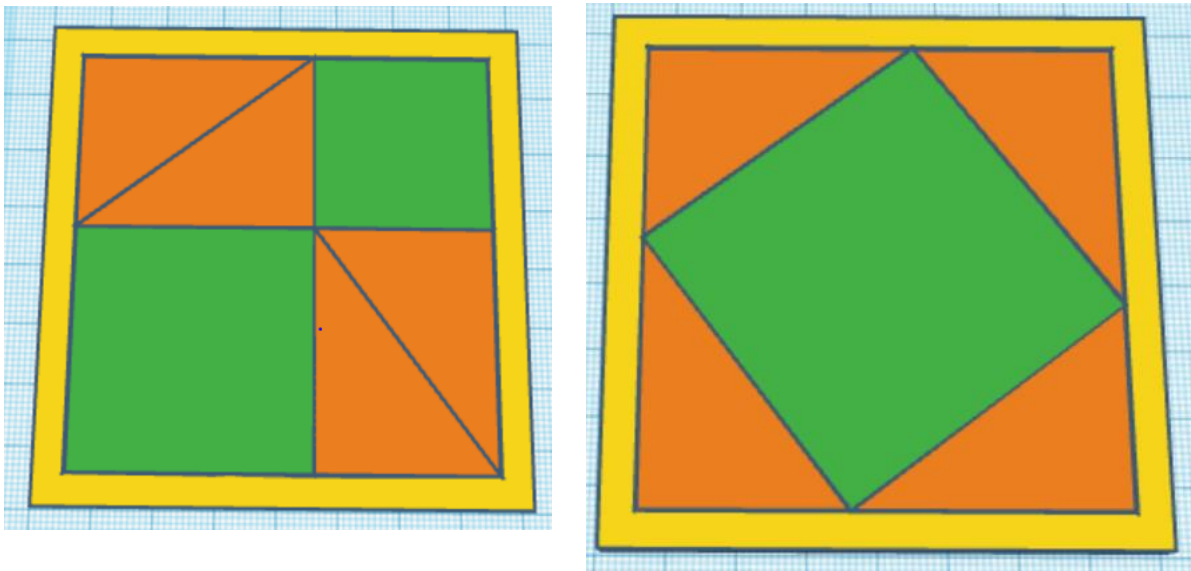


Vom Satz des Thales zum Satz des Pythagoras über zwei Quadrate?

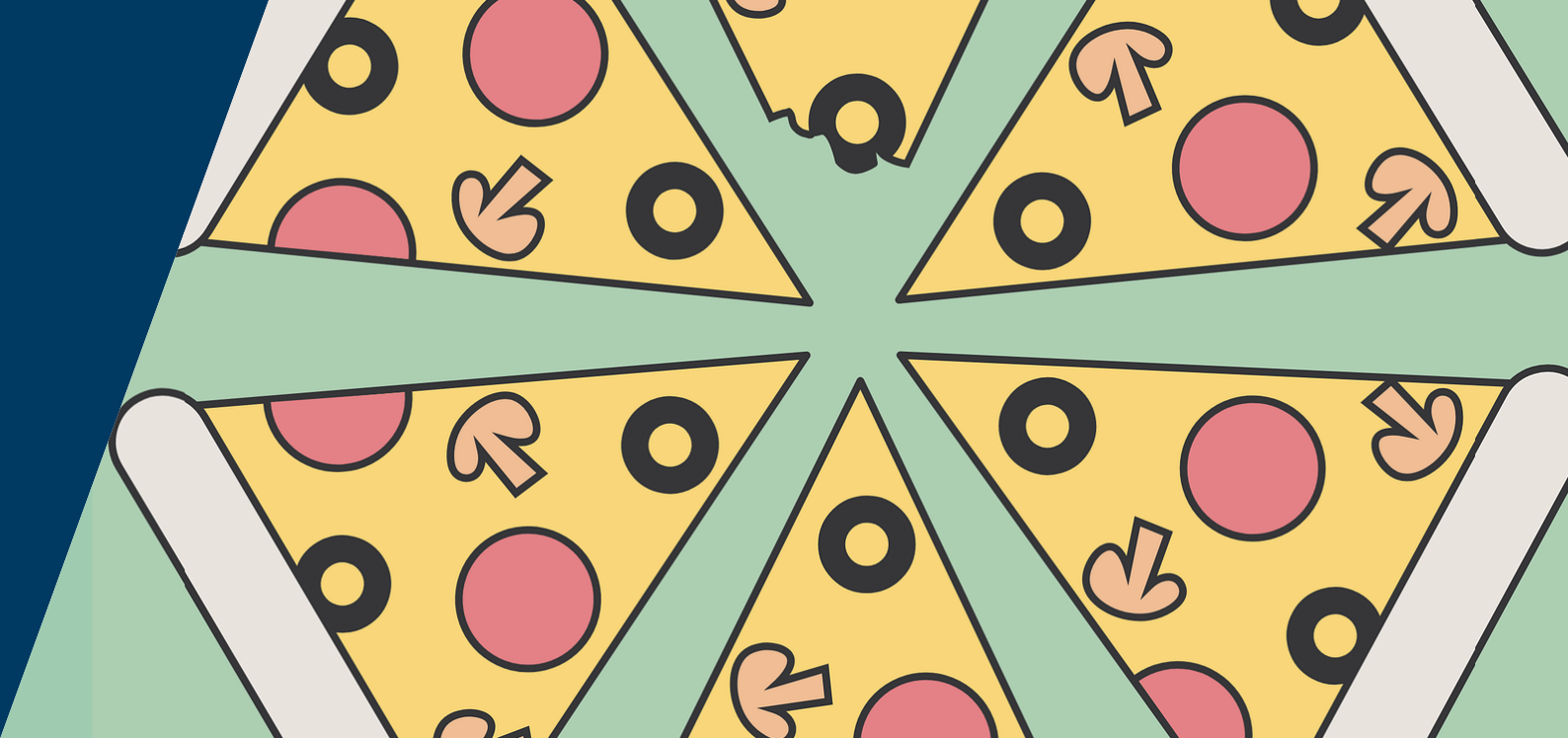
Vorlage für gedrucktes Legepuzzle:



Vorlage in Tinkercad (indischer Beweis):







## Erweitern und Kürzen von Brüchen

„Ich schneide meine Pizza in 4 Stücke, denn 8 sind mir zu viel.“

### Zur Konzeption

Der Unterrichtsvorschlag nutzt die 3D-Druck Technologie, um individuelle Arbeits- und Anschauungsmittel selbst zu erstellen. Diese können dann individuell an die geplanten Unterrichtsinhalte und konkrete Aufgabenstellungen angepasst und so individuell auf die jeweilige Lerngruppe zugeschnitten werden. Mit Hilfe vorgefertigter Schablonen, die Anteile von Einheitskreisen als Bruchteile darstellen, sammeln die Schülerinnen und Schüler im hier vorgestellten Unterrichtsvorschlag eigenständig Erfahrungen zum Erweitern und Kürzen von Brüchen. Die 3D-gedruckten Objekte repräsentieren dazu jeweils einen Bruchteil und sind passend beschriftet. Im Unterrichtsvorschlag erhalten die Schülerinnen und Schüler in eigenständigen Erarbeitungsphasen mit geeigneten Aufgabenstellungen die Möglichkeit, sich intensiv mit dem Lerngegenstand auseinanderzusetzen. Dabei können sie durch Handlungen am gedruckten Material die Einsicht erlangen, dass der gleiche Bruchteil durch unterschiedlich große Bruchteile ausgelegt werden kann und erhalten somit einen ersten Zugang zum Erweitern und Kürzen von Brüchen.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

In weiterführenden Aufgabenstellungen wäre es denkbar, dass die Schülerinnen und Schüler selbstständig unterschiedliche Schablonen erstellen, die sie dann im weiteren Verlauf der Unterrichtseinheit nutzen können, um Aufgaben damit zu lösen. Leitend zur Entwicklung des Materials können dann Fragen nach geeigneten Zerlegungen sein, sodass möglichst viele unterschiedliche Bruchzahlen dargestellt werden können. Eine inhaltliche Erweiterung könnte anschließend folgen, indem die Materialien genutzt werden, um die Addition und Subtraktion von Bruchzahlen einzuführen. Mit Hilfe des Materials können Addition und Subtraktion durch Handlungen wie Aneinanderlegen oder Wegnehmen einzelner Bruchteile am Material ausgeführt werden und so eine für Schülerinnen und Schüler nachvollziehbare Repräsentation der Rechenoperationen mit Brüchen erreicht werden. Die so erstellten Materialien können dann für einen längeren Zeitraum im Mathematikunterricht genutzt werden, um tragfähige Vorstellungen rund um Brüche zu entwickeln.

# Erweitern und Kürzen von Brüchen

„Ich schneide meine Pizza in 4 Stücke, denn 8 sind mir zu viel.“  
(Jahrgangsstufe 6)

## Lernziele der Unterrichtseinheit

### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten die Begriffe „Erweitern“ und „Kürzen“ unter anderem mit Hilfe einer Bruchschablone und stellen entsprechende Regeln auf.

### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler üben das Erweitern und Kürzen, indem sie ihre Bruchschablone bei verschiedenen Beispielen alltagsbezogen anwenden.

Die Schülerinnen und Schüler stellen eine Regel zum Erweitern und Kürzen auf, indem sie ihre Erkenntnisse aus den Übungsaufgaben selbständig formulieren und diese abschließend vergleichen.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihr Wissen zu Brüchen, indem sie auf einem digitalen Wimmelbild zusammengestellte Aufgaben lösen.

## Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler halten zu Hause Ausschau nach Dingen, die sich mithilfe von Brüchen beschreiben lassen.

## Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Brüche als Anteile verstehen - Eine Einführung in die Welt der Brüche
2	<b>Erweitern und Kürzen von Brüchen - mit Hilfe von 3D gedrucktem Material</b>
3-4	Brüche vergleichen - Welchen Wert hat ein Bruch im Vergleich zu anderen?
5-6	Brüche und Prozente - Kennenlernen alternativer Darstellungen
7	Wo liegen Brüche auf dem Zahlenstrahl? - Einordnung der Brüche in die bekannte „Zahlenwelt“

# „Ich schneide meine Pizza in 4 Stücke, denn 8 sind mir zu viel.“

## Jahrgangsstufe 6

Benötigte Materialien:

- 3D-Drucker
- Beamer/Smartboard
- iPads

### Unterrichtsverlaufsplan 1x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg	<p>Die Lehrperson zeigt die Aussage „Ich schneide meine Pizza immer in 4 Stücke. 8 sind mir einfach zu viel.“</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler diskutieren über die gezeigte Aussage.</p> <p>Alternativ können Gedanken zur Aussage auch von den Schülerinnen und Schülern in Einzelarbeit auf dem begleitenden Arbeitsblatt festgehalten werden.</p>	Die offensichtlich unsinnige Aussage bietet den Schüler*innen einen ersten Zugang zum Erweitern und Kürzen von Brüchen.	UG EA Beamer/Smartboard
25 Min	Erarbeitung	Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten sich die Begriffe „Erweitern“ und „Kürzen“ anhand verschiedener, angeleiteter Aufgaben selbst.	Mithilfe der Bruchschablone können die Schülerinnen und Schüler das Erweitern und Kürzen haptisch erfahren und daraus schließlich eine symbolische Schreibweise ableiten.	PA / GA (Lerntempoduett) AB Bruchschablone
	Differenzierung	Die Schülerinnen und Schüler nutzen die digitalen Übungsaufgaben, die über ein Wimmelbild zusammengestellt sind.	Das digitale Aufgabenformat soll die Schülerinnen und Schüler zum Weiterarbeiten motivieren.	PA iPads
10 Min	Sicherung	<p>Die von den Schülerinnen und Schüler gefundenen Regeln zum Erweitern und Kürzen werden vorgestellt.</p> <p>Eine Beispiellösung wird schließlich an der Tafel oder anderweitig festgehalten.</p> <p>Zum Schluss wird noch einmal über die eingangs hereingegebene Aussage diskutiert.</p>	<p>Bei der festgehaltenen Beispiellösung sollten so viele Schülerlösungen wie möglich berücksichtigt werden.</p> <p>Die abschließende Neubeurteilung der anfänglich gezeigten Aussage soll den Lernzuwachs festigen.</p>	UG Beamer/Smartboard

## Bruchteile verfeinern und vergrößern

Mithilfe dieses Arbeitsblattes sowie deiner Bruchschablone wirst du erarbeiten, wie du Anteile bzw. Bruchteile verfeinern sowie vergrößern kannst. Los geht's!

**„Ich schneide meine Pizza immer in 4 Stücke. 8 sind mir einfach zu viel.“**

1. Notiere deine spontanen Gedanken zu der Aussage oben in Stichpunkten.


2. Tausche dich anschließend mit deinem Sitznachbarn zu Aufgabe 1 aus. Die folgenden Aufgaben werdet ihr danach zusammen in **Partnerarbeit** erledigen.

*Um die Aussage besser beurteilen zu können, werdet ihr im Folgenden mithilfe eurer Bruchschablone die Stückzahl einer Pizza auf verschiedene Arten und Weisen ändern. Schnappt euch also schon einmal eure **Bruchschablonen** und stellt sie euch als eine leckere Pizza vor, die ihr mit euren Mitschülerinnen und Mitschülern teilen möchtet.*

3. Wir starten mit einer halben Pizza.

a) Lege mit deiner Bruchschablone eine halbe Pizza. Notiere den dazugehörigen Bruch hier:

\_\_\_\_\_

- b) Damit du die halbe Pizza fair mit deiner Sitznachbarin oder deinem Sitznachbar teilen kannst, musst du das halbe Stück einmal in der Mitte durchschneiden. Man könnte auch sagen, dass du alle vorhandenen Stücke in **zwei** gleichgroße Stücke aufteilst. Du verfeinerst also die Einteilung – bezogen auf den Bruch spricht man davon, dass dieser **erweitert** wird, und zwar mit der **Zahl 2**.

Stelle die beschriebene Situation nun mit deiner Bruchschablone nach. Lege dazu einfach weitere Stücke Pizza auf das halbe Stück drauf – schließlich wollen wir die Schablone nicht wirklich durchschneiden ;-)) lasse die Schablone anschließend so liegen.

Notiere den dazugehörigen Bruch anschließend hier: \_\_\_\_\_

### Bruchteile verfeinern und vergrößern

Mithilfe dieses Arbeitsblattes sowie deiner Bruchschablone wirst du erarbeiten, wie du Anteile bzw. Bruchteile verfeinern sowie vergrößern kannst. Los geht's!

**„Ich schneide meine Pizza immer in 4 Stücke. 8 sind mir einfach zu viel.“**

1. Notiere deine spontanen Gedanken zu der Aussage oben in Stichpunkten.


2. Tausche dich anschließend mit deinem Sitznachbarn zu Aufgabe 1 aus. Die folgenden Aufgaben werdet ihr danach zusammen in **Partnerarbeit** erledigen.

Um die Aussage besser beurteilen zu können, werdet ihr im Folgenden mithilfe eurer Bruchschablone die Stückzahl einer Pizza auf verschiedene Arten und Weisen ändern. Schnappt euch also schon einmal eure **Bruchschablonen** und stellt sie euch als eine leckere Pizza vor, die ihr mit euren Mitschülerinnen und Mitschülern teilen möchtet.

3. Wir starten mit einer halben Pizza.

- a) Lege mit deiner Bruchschablone eine halbe Pizza. Notiere den dazugehörigen Bruch hier:

\_\_\_\_\_

- b) Damit du die halbe Pizza fair mit deiner Sitznachbarin oder deinem Sitznachbar teilen kannst, musst du das halbe Stück einmal in der Mitte durchschneiden. Man könnte auch sagen, dass du alle vorhandenen Stücke in **zwei** gleichgroße Stücke aufteilst. Du verfeinerst also die Einteilung – bezogen auf den Bruch spricht man davon, dass dieser **erweitert** wird, und zwar mit der **Zahl 2**.

Stelle die beschriebene Situation nun mit deiner Bruchschablone nach. Lege dazu einfach weitere Stücke Pizza auf das halbe Stück drauf – schließlich wollen wir die Schablone nicht wirklich durchschneiden ;-)) lasse die Schablone anschließend so liegen.

Notiere den dazugehörigen Bruch anschließend hier: \_\_\_\_\_

$$\begin{array}{l}
 3a) \quad \frac{1}{2} \\
 3b) \quad \frac{2}{4} \\
 3c) \quad \frac{4}{8} \\
 3d) \quad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \\
 4) \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \\
 5) \quad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \\
 6) \quad \frac{1}{2} = \frac{4}{8}
 \end{array}$$

Nun werden wir die Einteilung einer Pizza also einmal vergrößern. Lege dazu die Bruchschablone zunächst so wie am Ende von Aufgabe 3 c). Nun fasst du jeweils **zwei** gleichgroße Stücke zu einem Stück zusammen. Man spricht davon, dass der Bruch mit der **Zahl 2 gekürzt** wird. Anschließend machst du das gleiche noch einmal: Du **kürzt** erneut mit der **Zahl 2**. Wenn du alles richtig gemacht hast, liegt dort nun wieder die halbe Pizza aus Aufgabe 3 a).

Notiere das Vorgehen anschließend wieder so wie in Aufgabe 3 d):

$$\frac{=}{2} \quad \frac{=}{2}$$

Die Zahl unter dem Gleichheitszeichen gibt dabei diejenige an, mit der **gekürzt** wurde.

6. Das Vorgehen aus Aufgabe 5 kannst du auch in einem einzigen Schritt erledigen. Damit ist gemeint, dass du nur ein einziges Mal **kürzen** musst. Überlege dir, wie das funktioniert und notiere die Rechnung:

$$\frac{=}{=}$$

7. Vergleiche eure Lösungen nun mit der Musterlösung vorne auf dem Pult.
8. Findet anhand der Lösungen jeweils eine Regel zum Erweitern und Kürzen von Brüchen und notiert sie:

Man erweitert einen Bruch, indem man ...
Man kürzt einen Bruch, indem man ...
Die betrachtete Menge bzw. der betrachtete Anteil eines Ganzen bleibt beim Kürzen und Erweitern stets gleich.

9. Nehmt nun noch einmal gemeinsam Stellung zu der Aussage aus Aufgabe 1 (mündlich).
10. Schnappt euch jetzt zu zweit ein iPad und scannt mit der Kamera-App den QR-Code vorne auf dem Bildschirm. Darunter findet ihr ein Wimmelbild mit jeder Menge spannender Übungsaufgaben.





# Zusammengesetzte Körper aus dem 3D-Drucker

## 3D gedruckte Buchstaben zur Berechnung und Veranschaulichung von aus Quadern zusammengesetzten Körpern

### Zur Konzeption

Der vorgestellte Unterrichtsvorschlag bietet in einem motivierenden Setting die Möglichkeit, erste Erfahrungen mit Tinkercad innerhalb der Erarbeitung eines konkreten mathematischen Lerngegenstandes zu sammeln. So erfolgt aus inhaltlicher Sicht eine motivierende Einführung in die Berechnung von Volumina. Unter Nutzung des Programms Tinkercad entwerfen die Schülerinnen und Schüler mit einfachen Mitteln alle benötigten Teile zu Oberflächen von Figuren in der Form von Buchstaben und Zahlen. Diese werden anschließend mit Hilfe eines 3D-Druckgeräts ausgedruckt und zu vollständigen Körpern zusammengesetzt. Durch diese Vorgehensweise können die Schülerinnen und Schüler wichtige Einsichten in die Berechnung von Volumina zusammengesetzter Körper erlangen.

### Weiterführende didaktische Bemerkungen

Während der vorgeschlagene Unterrichtsentwurf bewusst die Entwicklung einzelner Teile zu geometrischen Körpern fokussiert, wäre es auch denkbar, Buchstaben und Zahlen unmittelbar als Gesamtobjekte in Tinkercad zu entwerfen und anschließend in einer angemessenen Größe auszudrucken. Diese Objekte könnten dann als Ausgangspunkt dienen, um daran die Berechnung von Volumina und Oberflächen zu erarbeiten. Ein Vergleich der durch die Schülerinnen und Schüler erstellten Berechnungsmodelle mit den virtuellen Modellen in Tinkercad kann dann einer Plausibilitätsprüfung dienen. Diese Herangehensweise könnte durch eine Vorauswahl geometrischer Körper, aus denen dann Körper in Form von Buchstaben und Zahlen erstellt werden können oder sollen, differenziert werden. Schülerinnen und Schüler können so auf unterschiedlichen Niveaus unter Nutzung der 3D-Druck Technologie wesentliche Einsichten in die Berechnung von Volumina zusammengesetzter Körper erlangen.

# Zusammengesetzte Körper aus dem 3D-Drucker

## 3D gedruckte Buchstaben zur Berechnung und Veranschaulichung von aus Quadern zusammengesetzten Körpern (Jahrgangsstufe 5)

### Lernziele der Unterrichtseinheit

#### Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten selbstständig verschiedene mathematische Aspekte (Zeichnen von Schrägbildern, Oberflächeninhalt, Rauminhalt) zu aus Quadern zusammengesetzten Körpern.

#### Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihr räumliches Vorstellungsvermögen, indem sie alle Oberflächen eines aus Quadern zusammengesetzten Buchstabens (oder einer Zahl) in einem Tinkercad-Entwurf festhalten.

Die Schülerinnen und Schüler vertiefen ihr Wissen zum Zeichnen von Schrägbildern, indem sie die fertig zusammengesetzten Buchstaben oder Zahlen aus verschiedenen Perspektiven betrachten und nach bekannten Regeln abzeichnen.

Die Schülerinnen und Schüler berechnen den Oberflächeninhalt sowie das Volumen der entwickelten Objekte, indem sie auf die gedruckten 3D-Modelle zurückgreifen.

### Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler fertigen eine Skizze ihres Zimmers mit Maßen an, da damit im Rahmen von Rauminhalten und Volumeneinheiten weitergearbeitet werden soll.

### Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Einführung in die Welt der Körper
2	Körper und ihre Netze - Auf wie viele Arten kann ich einen Körper aufklappen?
3	Quader und Würfel - Gemeinsamkeiten und Unterschiede
4-5	Schrägbilder - Perspektiven in der Geometrie
6-7	Volumen - Wir lernen eine neue Einheit kennen
6	<b>3D gedruckte Buchstaben zur Berechnung und Veranschaulichung von aus Quadern zusammengesetzten Körpern</b>

# 3D gedruckte Buchstaben zur Berechnung und Veranschaulichung von aus Quadern zusammengesetzten Körpern

## Jahrgangsstufe 5

Benötigte Materialien:

- 3D-Drucker
- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte + Tinkercad

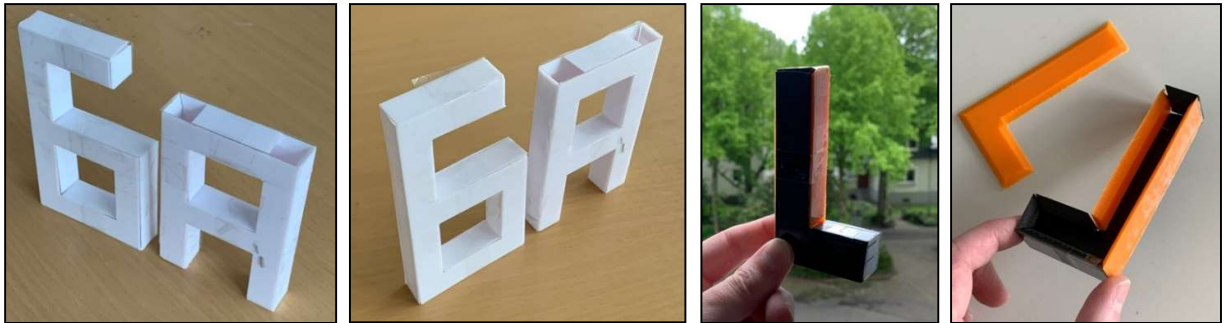
### Unterrichtsverlaufsplan 2x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg	Die Lehrperson stellt den Schülerinnen und Schülern fertige 3D-Buchstaben vor.  Die Lehrperson leitet damit zu dem Vorhaben über, dass die Schülerinnen und Schüler während der nächsten Stunden selbst 3D-Buchstaben erstellen werden, die sie mit nach Hause nehmen können.	Die Nutzung der 3D-Druck Technologie sowie die Aussicht darauf, dass die gedruckten Modelle behalten werden dürfen, wirkt motivierend auf die Schülerinnen und Schüler.	LV  3D gedruckte Buchstaben
20 Min	Erarbeitung I	Die Schülerinnen und Schüler konstruieren je zu zweit (ggf. zu dritt) jeweils die Oberflächen zu einem 3D-Buchstaben oder einer 3D-Zahl.	Das eigenständige Ausprobieren der Funktionen der Software wirkt weiter motivierend auf die Schülerinnen und Schüler	PA  Tablets  Tinkercad
15 Min	Sicherung I	Über die Methode des Lerntempoduetts finden sich jeweils zwei Partner bzw. Gruppen zusammen und kontrollieren gemeinsam ihre Entwürfe	Die Tatsache, dass das Endergebnis für den Druck entscheidend ist, regt die Schülerinnen und Schüler intrinsisch dazu an, sorgfältig zu arbeiten.	GA  AB  Tablets  Tinkercad
	Differenzierung I	Fertige Gruppen konstruieren gemeinsam eine große 6A (6B, 6C, usw.), die im nächsten Jahr auf dem Pult stehen wird.	Die Schülerinnen und Schüler können ihr Projektergebnis für ein Jahr lang im Klassenraum zur Dekoration nutzen. Das weckt bestenfalls so oft wie möglich positive Erinnerungen an das Projekt und fördert somit eine positive Lernatmosphäre nachhaltig.  Um möglichst viele Schülerinnen und Schüler miteinzubeziehen, kann hier zum einen gemischt gedruckt werden (6 und A von verschiedenen Kindern), zum anderen können auch mehrere Exemplare hergestellt werden.	GA  AB  Tablets  Tinkercad

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
30 Min	Erarbeitung II	<p>Die Schülerinnen und Schüler kleben die gedruckten Oberflächen zu 3D-Buchstaben bzw. 3D-Zahlen zusammen.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler zeichnen Schrägbilder ihrer Buchstaben.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler berechnen den Oberflächen- sowie den Rauminhalt ihrer Buchstaben.</p>	<p>Die weitestgehend freie Gestaltung dieser Phase ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, sich individuell zu entfalten.</p> <p>Es finden verschiedene Differenzierungsansätze statt: Differenzierung nach persönlicher Vorliebe, Differenzierung nach Schwierigkeitsgrad, Differenzierung nach Lerntempo, Differenzierung nach Herangehensweise (individuelle Wege möglich bzw. erwünscht).</p>	<p>EA/PA</p> <p>AB</p> <p>individuell gedruckte Oberflächen</p>
	Differenzierung II	<p>In der Erarbeitungsphase kann folgendermaßen differenziert werden:</p> <p>-Bei der Wahl der millimetergenauen Maße werden Zeichnungen und Rechnungen erschwert.</p> <p>-Die Schülerinnen und Schüler können sich die Bearbeitungsreihenfolge frei aussuchen.</p>		
15 Min	Sicherung II	<p>Schnelle Schülerinnen und Schüler können sich ihre Lösungen nach der Methode des Lerntempoduetts gegenseitig vorstellen.</p> <p>Im Plenum wird zu jedem Aufgabenteil mindestens eine Lösung vorgestellt.</p>	<p>Dies ist ebenso eine Differenzierung, u.a. nach Lerntempo.</p> <p>Das Vorstellen von jeweils einer Lösung bietet den Schülerinnen und Schülern einen runden Abschluss. Um das Wissen nachhaltig zu festigen, sollte der Fokus bei der Besprechung vor allem auf die Lösungswege gelegt werden.</p>	<p>UG</p> <p>PA/GA</p> <p>Dokumentenkamera</p>

## Bald seid ihr schon in Klasse 6

... vorher stellen wir noch Buchstaben mit dem 3D-Drucker her!



In den nächsten Unterrichtsstunden stellen wir gemeinsam Buchstaben mit dem 3D-Drucker her – jede\*r von euch darf einen eigenen Buchstaben (oder auch eine Zahl) konstruieren, drucken, zusammenkleben und mit nach Hause nehmen!

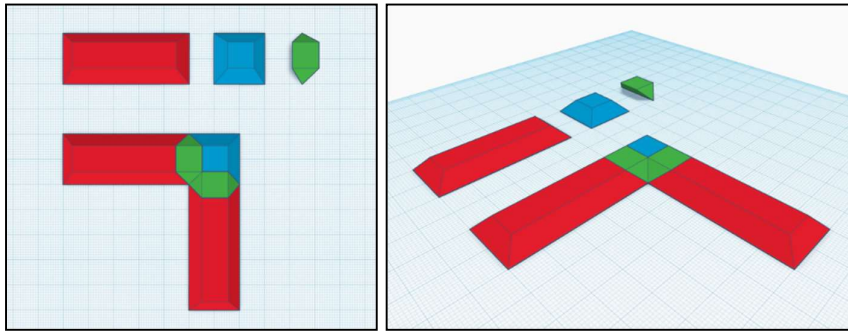
### 1. Konstruieren (Partnerarbeit 😊😊)

- Öffnet dazu die Seite [www.tinkercad.com](http://www.tinkercad.com) in einem beliebigen Browser.
- Klickt anschließend oben rechts auf JETZT BEITRETEN und dann auf „Als Schüler einer Klasse beitreten“.
- Gebt hier den Code ein, den ihr vorne an der Tafel sehen könnt.
- Öffnet nun den Entwurf „Bausteine für 3D-Buchstaben“, indem ihr darauf klickt und „Das bearbeiten“ auswählt. Dann gebt ihr einen eurer Vornamen ein – wer möchte anfangen?

## Bausteine für 3D-Buchstaben

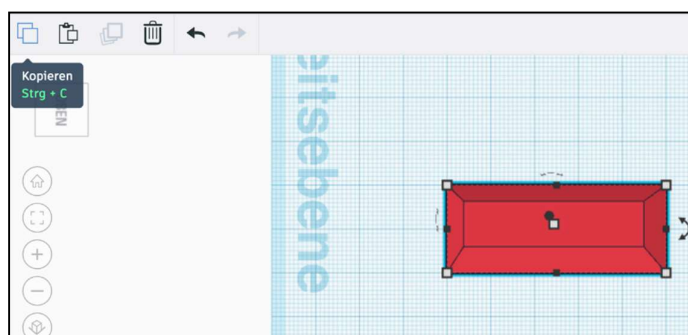
### Tinkercad Entwurf:

Unter <https://www.tinkercad.com> finden Sie über die Suche den entsprechenden Entwurf. Er heißt „Bausteine für 3D-Buchstaben“ von Julian Willmes. Diesen können Sie einem eigenen Account hinzufügen.



- Nun könnt ihr die Bausteine für eure 3D-Buchstaben sehen. Daraus könnt ihr die Seitenflächen für eure Buchstaben konstruieren. Richtig: Die **Seitenflächen!** Abgeschrägte Seitenflächen, die du nachher ganz einfach mit Tesafilm zusammenkleben kannst. Wäre ja langweilig, wenn wir die Buchstaben direkt in einem drucken würden ;-). Nach dem Druck haben übrigens alle Flächen die gleiche Farbe!
  - o Der rote Stein ist 2cm x 5cm groß. Die Größe lässt sich nicht ändern.
  - o Der blaue Stein ist 2cm x 2cm groß. Du brauchst ihn, um zwei rote Steine über Eck miteinander zu verbinden.
  - o Mit dem grünen Stein kannst du die Lücke zwischen zwei Steinen schließen.
  
- Stelle nun die Seitenfläche von einem Buchstaben oder einer Zahl deiner Wahl her. Du benötigst immer eine Vorderseite, eine Rückseite und alle Seitenflächen.
- Nutze dazu die verschiedenen Werkzeuge. Wenn du auf einen Stein klickst, kannst du:
  - o den Stein bewegen, indem du ihn gedrückt hältst.
  - o den Stein mit dem Doppelpfeil (in der Abbildung rechts neben dem Stein) drehen.
  - o den Stein mit dem Symbol oben links kopieren (siehe Abbildung). Mit dem Symbol direkt rechts daneben kannst du den Stein dann beliebig oft einfügen.
  - o den Stein mit dem Mülleimer-Symbol löschen.

Alle vier Dinge funktionieren auch, wenn du mehrere Steine gleichzeitig markiert. Dazu kannst du z.B. eine Stelle neben einem Stein gedrückt halten und dann ziehen (einfach ausprobieren, dann siehst du, was gemeint ist).



- Mist gebaut? Mit dem „Pfeil nach links“ kannst du jeden Schritt rückgängig machen.
- Mit einem Klick auf die Symbole am linken Bildschirmrand kannst du die Ansicht ändern. Am besten einfach ausprobieren.

### Fertig?

Klicke auf das Tinkercad-Logo oben links und anschließend oben rechts auf dein Benutzerkonto. Dort kannst du dich abmelden. Danach meldet sich dein\*e Sitznachbar\*in an und ihr konstruiert einen weiteren Buchstaben.

### Schon wieder fertig? ;-)

Stellt euch vorn in die Klasse und wartet auf ein anderes Team!

## 2. Konstruieren (Gruppenarbeit 😊😊😊😊)

Stellt euch nun gegenseitig eure Entwürfe vor. Dabei sollen alle gemeinsam darauf achten, ob alle benötigten Teile vorhanden sind. Das ist wichtig, da die Teile im Anschluss gedruckt werden sollen. Unterstützt euch also gegenseitig, damit nachher jede\*r einen tollen 3D-Buchstaben mit nach Hause nehmen kann.

### Alle Projekte durchgeschaut?

... und alle fehlenden Teile ergänzt? Alle überflüssigen Teile gelöscht? Oder erst gar keine gefunden?

Dann sagt eurer Lehrerin / eurem Lehrer Bescheid. Vielleicht wollt ihr ja noch eine große 6A, 6B oder 6C für euren Klassenraum im nächsten Schuljahr konstruieren!

## 3. Drucken

... das muss natürlich eure Lehrerin / euer Lehrer für euch machen. Wer weiß: Vielleicht macht ihr ja mal einen Abstecher zu den 3D-Druckern ;-)

## 4. Zusammenkleben 😊

Tesafilm raus und los geht's!

## 5. ... und mit nach Hause nehmen! 😊 / 😊😊

Fast geschafft! Aber vorher machen wir noch ein bisschen Mathe, oder?

Wie du vielleicht gemerkt hast, wurden die Buchstaben etwas kleiner gedruckt, als du sie im Projekt entworfen hast. Daher hast du bei den folgenden Aufgaben zwei Möglichkeiten:

- **(leicht)** Du nutzt die Maße aus dem Projekt. Diese findest du auf Seite 1 dieses Arbeitsblattes.
- **(schwer)** Du misst die echten Längen mit einem Lineal nach. Dadurch werden sowohl Zeichnungen als auch Rechnungen schwerer. Du musst vermutlich die Einheit Millimeter nutzen.

### Schrägbilder zeichnen

*... wie sieht mein Buchstabe im Heft aus?*

Im Unterricht hast du bereits Schrägbilder von Würfeln und Quadern gezeichnet. Nutze also dein Wissen, um ein Schrägbild deines Buchstaben zu zeichnen. Das Foto ganz oben links auf Seite 1 dieses Arbeitsblattes kann dir dabei helfen – schaue einfach aus dieser Perspektive auf deinen Buchstaben, als von oben rechts. Du kannst auch probieren, ein Schrägbild „in die andere Richtung“ zu zeichnen, dann musst du so wie auf dem Foto oben rechts von oben links auf den Buchstaben schauen.

### Berechnung des Rauminhaltes

*... wie viel passt eigentlich in den Buchstaben hinein? Wäre er ein gutes Versteck?*

Im Unterricht haben wir bereits den Rauminhalt bzw. das Volumen von Würfeln und Quadern berechnet. Kannst du das Gesamtvolumen deines Buchstaben berechnen? Denke daran: Der Buchstabe wird im Grunde einfach nur aus mehreren Quadern zusammengesetzt.

### Berechnung des Oberflächeninhaltes

*... wie viel Material wird zum Druck benötigt?*

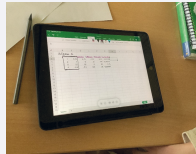
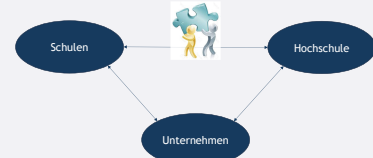
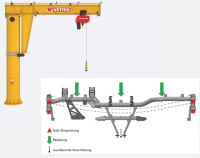
Im Unterricht haben wir ebenfalls schon den Oberflächeninhalt von Würfeln und Quadern berechnet. Das geht auch für deinen Buchstaben – das kriegst du bestimmt hin, oder? ;-)

Wenn du Schwierigkeiten hast, dir die ganzen Oberflächen im Kopf vorzustellen, ohne eine davon zu vergessen oder doppelt zu zählen: Zerlege den Buchstaben wieder in seine Einzelteile. Dann fällt dir diese Aufgabe ganz bestimmt leichter. Zum Schluss kannst du ihn wieder zusammenkleben.



# Forschung der Didaktik der Mathematik

## Theoretische und Empirische Perspektiven auf Mathematiklernen mit Arbeits- und Anschauungsmitteln



DigiMath 4 Edu REGIONALE 2025



MINT-Pro<sup>2</sup>Digi

Schul- und Unterrichtsentwicklung

Schwerpunkt: Digitale Kompetenz

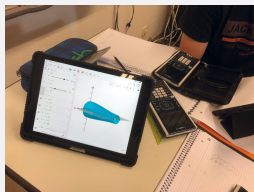
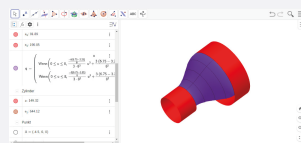
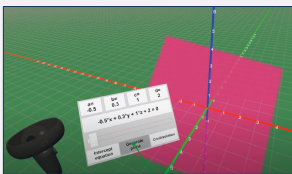
Außerschulisches Lernen

Schwerpunkt: Authentische Berufsorientierung



Forschungs- und Bildungsnetzwerk

Schwerpunkt: Nachhaltige Kooperation





# Gesamtübersicht über die Unterrichtsskizzen

## UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE GRUNDSCHULE

Themenbereich	Seite	Title	Jahrgangsstufe	Umfang
Raum und Form	9	Maßstabsgetreues Verkleinern von Objekten unter Nutzung der 3D-Druck-Technologie	4	135 Min
Raum und Form	15	Quader und ihre Kantenmodelle mit 3D-Druck Technologie erfahrbar machen	4	45 Min
Arithmetik	33	Die Einmaleinsreise	4	45 Min
Arithmetik	41	Wir lernen mit der App „Diagramm Generator“ das Kreisdiagramm kennen	4	45 Min
Messen und Größen	47	Mit Maßeinheiten rechnen - Umgang und Rechnen mit den Geldwerten	2	45 Min

## UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFE I

Themenbereich	Seite	Title	Jahrgangsstufe	Umfang
Geometrie	55	Einführung von Flächeneinheiten durch die Nutzung digitaler Escape Rooms	5	60 Min
Stochastik	59	Anwendung von Excel zur Auswertung von Umfrageergebnissen und Erstellung dazugehöriger Diagramme	6	60 Min
Geometrie	67	GeoGebra als digitales Tool zur Konstruktion von Dreiecken verwenden	7	60 Min
Arithmetik/Algebra	75	Die Stadt der Zukunft	6	60 Min
Arithmetik/Algebra	81	Wir planen eine Party mit Excel	6	60 Min
Geometrie	117	Verständnis von Stufen- und Wechselwinkeln entwickeln	7	60 Min
Funktionen	125	Die Schuljubiläums-Party	10	45 Min
Geometrie	129	Haben alle Dreiecke die gleiche Innenwinkelsumme von $180^\circ$ ?	7	45 Min

# » Viele neue Einblicke, wie man Unterricht kreativ mit diesen Medien gestalten kann.

Gymnasial-Lehrerin aus dem Projekt DigiMath4Edu

Geometrie	177	Computergestütztes Konstruieren von Dreiecken nach den vier Konstruktionsmöglichkeiten mithilfe von GeoGebra Classroom	7	90 Min
Arithmetik/Algebra	193	Erarbeitung der Addition und Subtraktion von Brüchen mithilfe von 3D-Druckmaterial	6	90 Min
Geometrie	217	Herleitung des Satz des Pythagoras über einen Legebeweis mit Material aus dem 3D-Drucker	9	90 Min
Arithmetik/Algebra	225	„Ich schneide meine Pizza in 4 Stücke, denn 8 sind mir zu viel.“	6	45 Min
Geometrie	231	3D gedruckte Buchstaben zur Berechnung und Veranschaulichung von aus Quadern zusammengesetzten Körpern	5	90 Min

## UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFE II

Themenbereich	Seite	Title	Jahrgangsstufe	Umfang
Stochastik	101	Bernoulli-Experimente im Anwendungskontext mit der CASeasy+ App und mit dem GTR	Q2	60 Min
Analytische Geometrie	109	„Ich sehe was, was du nicht siehst und das ist...“ - Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen im Raum mittels VR Brille verstehen	Q1	60 Min
Analytische Geometrie	137	Ebenen in Koordinatenform mit besonderer Lage unter Verwendung der VR-Brillen App edVR und GeoGebra	Q1	120 Min
Analytische Geometrie	153	Binnendifferenzierte, computergestützte Übungsstunde zur Darstellung geometrischer Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem mithilfe von GeoGebra	EF	90 Min
Analysis	169	Modellierung eines individuell gestalteten Sektglases in Kleingruppen mit GeoGebra	Q2	90 Min
Analysis	203	Produktdesign mit GeoGebra und 3D-Druck - Schlauchadapter für eine Absauganlage in einer Holzwerkstatt	Q1	90 Min
Analysis	211	Der besondere Preis - Steckbriefaufgabe zur Integralrechnung mit GeoGebra	Q1	45 Min

ZUSATZMATERIAL



## Beteiligte Lehrerinnen und Lehrer

### **Jung-Stilling-Schule Grundschule der Universitätsstadt Siegen**

Frau Dors (Schulleiterin), Frau Melcher (stellv. SL), Herr Hermann,  
Frau Heider, Frau Reichenau, Frau Springer, Frau Beimsche, Herr  
Bär

### **Bertha-von-Suttner Gesamtschule der Universitätsstadt Siegen**

Frau Dr. Glaß (Schulleiterin), Herr Bröcker (stellv. SL), Frau Florath,  
Frau Schöler, Frau Buchmann

### **Sekundarschule Olpe/Drolshagen der Stadt Olpe**

Frau Weber (Schulleiterin), Herr Otto (stellv. SL), Frau Rüsche, Frau  
Bloth, Herr Hofheinz, Herr Kachel

### **Gymnasium der Stadt Lennestadt**

Frau Pieters (Schulleiterin), Herr Vogt (stellv. SL), Frau Michler, Frau  
Borgard, Herr Dr. Wagener, Frau Schulte

### **Rivius Gymnasium der Hansestadt Attendorn**

Frau Greitemann (Schulleiterin), Herr Lohmeier (stellv. SL), Herr  
Müller, Herr Herrmann, Herr Willmes, Frau Scholl

## Beteiligte Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten

### **Jung-Stilling-Schule Grundschule der Universitätsstadt Siegen**

Vera Flaming, Rebekka Post und Lena Zeppenfeld

### **Bertha-von-Suttner Gesamtschule der Universitätsstadt Siegen**

Jeremy Abe Lopes, Jasmin Müller und Sabrina Schwarz

### **Sekundarschule Olpe/Drolshagen der Stadt Olpe**

Sebastian Reuter und Rebekka Post

### **Gymnasium der Stadt Lennestadt**

Tatjana Visarius und Isabell Wollny

### **Rivius Gymnasium der Hansestadt Attendorn**

Lukas Engelberth, Insa Germer und Carina Tusche

## Das Projektteam DigiMath4Edu

### **Prof. Dr. Ingo Witzke**

Lehrstuhl Inhaber & Projektverantwortlicher

### **Dr. Frederik Dilling & Dr. des. Rebecca Schneider**

wiss. Projektleitung

### **Kevin Hörnberger, StR**

org. & päd. Projektleitung

### **Weitere Projektmitarbeiter**

Magnus Reifenrath

Amelie Vogler

### [Kontakt](#)

#### **Fakultät IV / Department Mathematik / Didaktik der Mathematik**

Adolf-Reichwein-Str. 2, Gebäude AR-H/K

57076 Siegen

T +49 271 740-5398

dilling@mathematik.uni-siegen.de

hoernberger@mathematik.uni-siegen.de

schneider@mathematik.uni-siegen.de

witzke@mathematik.uni-siegen.de

www.mdusi.de

Stand 01.23, Änderungen vorbehalten

### [Impressum](#)

#### **Herausgeber:**

**Dilling, Hörnberger, Schneider & Witzke**

#### [Druck](#)

**Uni Print, Universität Siegen**

**Siegen 2023: universi-Universitätsverlag Siegen**

[www.uni-siegen.de/universi](http://www.uni-siegen.de/universi)

**Gedruckt auf alterungsbeständigem holz- und säurefreiem Papier.**



Im Südwestfalen Regionale 2025 Projekt DigiMath4Edu wird die (Weiter-)Entwicklung professioneller Kompetenzen von Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrern insbesondere im Bereich der Anwendung digitaler Medien beispielhaft an 15 Schulen über drei Jahre durch die Universität Siegen begleitet. Anstelle eines Fortbildungsprogramms mit punktuellen Impulsen, findet im Projekt eine kontinuierliche Unterstützung in den Schulen statt. Der vorliegende Band stellt 25 Unterrichtsskizzen der beteiligten Lehrerinnen und Lehrer aus den fünf Schulen des ersten Projektjahres zusammen und lädt dazu ein, die Ideen für den eigenen Mathematikunterricht aufzugreifen und umzusetzen.

### **Kontakt**

Universität Siegen - Didaktik der Mathematik

Frederik Dilling / Kevin Hörnberger / Rebecca Schneider / Ingo Witzke

### **Mail**

dilling@mathematik.uni-siegen.de

hoernberger@mathematik.uni-siegen.de

schneider@mathematik.uni-siegen.de

witzke@mathematik.uni-siegen.de

### **Universität Siegen**

Department Mathematik

Didaktik der Mathematik

Projektleitung DigiMath4Edu ([www.digimath4edu.de](http://www.digimath4edu.de))

Adolf-Reichwein-Str.2 / Gebäude H

57076 Siegen

ISBN 978-3-96182-129-7

DOI: [doi.org/10.25819/ubsj/10237](https://doi.org/10.25819/ubsj/10237)

DOI (Zusatzmaterial): [doi.org/10.25819/fodasi/10](https://doi.org/10.25819/fodasi/10)

